

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
Пермский государственный национальный исследовательский университет
МЕХАНИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

ПРОГРАММА

вступительного экзамена в аспирантуру по направлению

01.06.01 «Математика и механика»

Профиль: «Механика твердого деформируемого тела»

Введение

В основу настоящей программы положены следующие дисциплины: механика деформируемого твердого тела; механика сплошных сред; теория упругости; теория пластичности, вязкоупругости и ползучести, механика разрушения.

1. Основы механики деформируемого твердого тела (МДТТ)

Механические и физические свойства твердых, жидких и газообразных сред. Гипотеза сплошной среды. Понятие о напряжениях, деформациях, перемещениях. Напряженное и деформированное состояние частицы тела. Лагранжев и Эйлеров способы описания движения и деформирования сплошной среды. Индивидуальная (полная) и местная производные по времени скалярных и векторных функций.

Элементы тензорного и векторного анализа. Ранг тензора. Скаляры, векторы, диады. Преобразование координат. Преобразования компонент тензора. Ковариантные и контравариантные компоненты тензора. Единичный тензор, метрическая матрица. Скалярное произведение тензора второго ранга и вектора (свертка тензора и вектора). Симметричный тензор. Главные значения и главные направления симметричного тензора второго ранга. Характеристическое уравнение тензора и его инварианты. Тензорное поле и дифференцирование тензора по скалярному аргументу. Дивергенция тензора.

Основные механические свойства материалов (упругость, вязкость, пластичность), их поведение при деформировании и разрушении. Диаграммы деформирования и их характерные участки. Влияние скорости деформирования и траектории нагружения на диаграммы деформирования материала.

2. Теория напряженного состояния

Вектор напряжений на произвольной площадке. Разложение вектора напряжений по осям ортогональной системы координат (формула Коши). Закон парности касательных напряжений и симметрия тензора напряжений. Преобразование компонент тензора напряжений при ортогональном преобразовании координат. Главные оси и главные напряжения тензора. Характеристическое уравнение для определения главных напряжений. Инварианты тензора напряжений. Главные касательные напряжения. Геометрическая интерпретация тензора напряжений (круг Мора). Параметр вида напряженного состояния Надаи—Лоде. Девиатор тензора напряжений и шаровой тензор, их инварианты. Интенсивность напряжений. Направляющий тензор. Простое и сложное нагружение. Напряжения на октаэдрических площадках.

3. Теория деформированного состояния

Вектор перемещения. Относительное удлинение и деформация сдвига. Главные оси и главные деформации. Характеристическое уравнение для определения главных деформаций. Главные сдвиги. Параметр вида деформированного состояния Надаи—Лоде. Процессы сложного и простого деформирования. Девиатор тензора и шаровой тензор малых деформаций. Направляющий тензор деформаций. Уравнения совместности деформаций. Тензор поворота. Тензор скоростей деформаций. Представление компонент тензоров деформаций в криволинейных координатах.

4. Физические законы и постановки задач МДТТ

Уравнение движения. Компоненты дивергенции тензора напряжений в декартовых координатах. Граничные и начальные условия. Компоненты уравнения движения в криволинейных координатах (цилиндрических, сферических). Законы сохранения массы и механической энергии. Постулат макроскопической определенности. Законы термодинамики. Замкнутые системы уравнений МДТТ

5. Теория упругости

Термодинамика упругого деформирования. Упругий потенциал и дополнительная работа. Связи между напряжениями и деформациями для изотропной и анизотропной среды. Симметрия матрицы упругих постоянных. Частные виды упругой анизотропии. Формула Бетти. Потенциальная энергия деформации и дополнительная работа линейно-упругого тела. Связи между напряжениями и деформациями при изменении температуры для изотропного тела. Основные уравнения теории упругости. Общая постановка задачи. Постановка задачи в напряжениях. Постановка задачи теории упругости в перемещениях. Дифференциальные уравнения равновесия и движения Ламе. Принцип смягчения граничных условий Сен-Венана. Пространственные задачи теории упругости. Задача Буссинеска о действии сосредоточенной силы на полупространство. Задача Герца о сжатии упругих тел. Задача о вдавливании осесимметричного штампа. Полуобратный метод Сен-Венана. Вариационные принципы теории упругости, основные функционалы. Вариационный принцип Лагранжа. Вариационный принцип Кастилиано. Вариационный принцип Рейсснера. Вариационные методы решения задач теории упругости Ритца, Лагранжа, Бубнова-Галеркина. Плоская задача теории упругости. Плоское напряженное состояние и плоская деформация. Основные уравнения в декартовых и полярных координатах. Метод решения плоских задач в напряжениях. Бигармоническое уравнение и граничные условия для функции напряжений Эри. Частные решения плоских задач в декартовых и полярных координатах.

Упругие пластины. Основные гипотезы. Перемещения, деформации и напряжения в прямоугольных пластинах. Усилия и моменты. Дифференциальные уравнения равновесия прямоугольных пластин. Дифференциальное уравнение изогнутой поверхности пластины при действии поперечных и продольных сил. Граничные условия. Частный случай поперечного изгиба. Осесимметричный изгиб круглых пластин. Упругие оболочки. Основные понятия и гипотезы. Элементы дифференциальной геометрии срединной поверхности оболочки. Деформации, напряжения, усилия и моменты в оболочках. Дифференциальные уравнения равновесия. Безмоментная теория оболочек вращения. Основы теории пологих оболочек. Гибкие оболочки. Применение вариационных и численных методов к расчету оболочек.

6. Теория пластичности

Условия пластичности Сен-Венана и Мизеса и их экспериментальная проверка. Опыты Бриджмена по деформации тел в области высоких давлений. Идеализация диаграмм деформирования и нагружения. Установления закона упрочнения материалов при простом нагружении. Гипотеза квазиизотропии пластического материала. Опыты по установлению закономерностей пластического деформирования материалов при простом и сложном нагружении. Теории пластического течения, частные варианты теории. Ассоциированный закон пластического течения Мизеса. Теория течения с трансляционным и изотропным упрочнением. Постулаты пластичности Драккера и Ильюшина. Законы пластического упрочнения, теория малых упругопластических деформации Ильюшина. Теоремы теории малых упругопластических деформаций (о простом нагружении, о разгрузке, о единственности решения). Метод упругих решений (метод переменных параметров упругости, метод дополнительных деформации). Решение простых задач теории упругопластического деформирования. Упругопластический изгиб балки. Деформирование трубы и полый сферы под действием внутреннего давления. Осадка цилиндра. Остаточные напряжения. Способы определения остаточных напряжений.

7. Теория вязкоупругости и ползучести

Линейная теория вязкоупругих материалов. Простейшие механические модели вязкоупругого поведения. Свойства ползучести и релаксации, их опытное изучение. Теория наследственности Больцмана—Вольтерра. Интегральная форма связи между напряжениями и деформациями. Ядра ползучести и релаксации. Определяющие соотношения в случае сложного напряженного состояния. Деформирование вязкоупругих материалов в температурных полях. Температурно-временная аналогия.

8. Механика разрушения

Вязкое и хрупкое разрушение. Феноменологическая теория прочности. Предельные поверхности разрушения изотропных и анизотропных сред. Механизмы вязкого и хрупкого разрушений. Поля и концентрация напряжений и деформаций в окрестности кончика трещины. Коэффициенты интенсивности напряжений. Критический коэффициент интенсивности.

Основная литература

1. Васидзу К. Вариационные методы в теории упругости и пластичности. М.: Мир, 1987.
2. Демидов С.П. Теория упругости. М.: Высшая школа, 1979.
3. Ильюшин А.А. Пластичность. М., 1998.
4. Ильюшин А.А. Победря Б.Е. Основы математической теории термовязкоупругости. М.: Наука, 1970.
5. Ильюшин А.А. Ленский В.С. Сопротивление материалов. М.: Физматгиз, 1959.
6. Качанов Л.М. Основы теории пластичности. М.: Наука, 1969.
7. Келлер И.Э. Тензорное исчисление. С.-Петербург: Лань, 2012.
8. Лехницкий С.Г. Теория упругости анизотропного тела. М.: Наука, 1977
9. Малинин Н.Н. Прикладная теория пластичности и ползучести. М.: Машиностроение, 1986.
10. Морозов Е.М., Партон В.З. Механика упруго пластического разрушения. М.: Наука, 1985.

11. Мусхелишвили Н.И. Некоторые основные задачи математической теории упругости. М.: Наука, 1966.
12. Новожилов В.В. Теория тонких оболочек. Л.: Судостроение, 1962.
13. Новацкий В. Теория упругости. М.: Мир, 1980.
14. Партон В.З., Морозов Е.М. Механика упругопластического разрушения. М.: Наука, 1974.
15. Прагер В., Ходж Ф.Г. Теория идеально-пластических тел. М.: Изд-во иностр. лит., 1956.
16. Работнов Ю.Н. Механика деформированного твердого тела. М.: Наука, 1979.
17. Соколовский В.В. Теория пластичности. М.: Высшая школа, 1969.
18. Седов Л.И., Механика Сплошной среды, том 1, М.: Наука, 1970.
19. Седов Л.И., Механика Сплошной среды, том 2, М.: Наука, 1970.
20. Тимошенко С.П., Гудьер Дж. Теория упругости. М.: Наука, 1979.

*Программа одобрена Ученым советом механико-математического факультета
Пермского государственного национального исследовательского университета*