

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Пермский государственный национальный исследовательский университет»

Механико-математический факультет

ПРОГРАММА

вступительного испытания
для поступающих на направление магистратуры
02.04.01 МАТЕМАТИКА И КОМПЬЮТЕРНЫЕ НАУКИ

Целью вступительного испытания является определение уровня подготовки поступающих в магистратуру по дисциплинам, необходимым для освоения программы подготовки магистра по направлению 02.04.01 Математика и компьютерные науки.

Вступительное испытание в магистратуру проводится в форме теста. Тест включает задания с выбором правильного ответа из предложенных вариантов и задания, на которые требуется дать краткий ответ.

Время на решение теста – 180 минут.

Итоговая оценка за вступительное испытание выставляется по 80-балльной шкале.

Тестовые задания составлены в соответствии с разделами данной программы.

Алгебра

1. Матрицы. Операции над матрицами. Определение минора и алгебраического дополнения к элементу матрицы. Определители. Обратная матрица.
2. Системы линейных алгебраических уравнений.
3. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов. Свойства этих произведений. Формулы вычисления скалярного, векторного и смешанного произведений в прямоугольной декартовой системе координат. Их приложения к метрическим задачам.
4. Линейные преобразования векторных пространств. Матрица линейного преобразования. Собственные вектора, собственные значения.

Аналитическая геометрия

5. Различные виды уравнений прямой на плоскости. Расстояние от точки до прямой. Взаимное расположение двух прямых на плоскости. Угол между прямыми.
6. Различные виды уравнений прямой и прямой в пространстве.
7. Аффинные преобразования и их свойства.
8. Кривые второго порядка.

Дифференциальная геометрия

9. Простая дуга. Способы задания кривых. Кривизна плоской кривой.
10. Пространственные кривые. Сопровождающий трехгранник. Уравнения касательной в точке к пространственной кривой. Кривизна и кручение пространственной кривой.

Дискретная математика

11. Перестановки, размещения, сочетания.
12. Основные элементы графа. Матрицы смежности и инцидентностей. Хроматический многочлен и хроматическое число. Полные и двудольные графы. Циклы в графах.

Математический анализ

13. Теория пределов: предел числовой последовательности; основные свойства и признаки существования предела. Предел функции в точке; свойства пределов.
14. Производная и дифференциал функции одной переменной. Дифференцирование обратной функции. Дифференцирование функций, заданных неявно и параметрически. Локальный экстремум функции. Применение дифференциального исчисления к исследованию функций, признаки постоянства, монотонность, экстремумы, выпуклость, точки перегиба.
15. Неопределенный интеграл: первообразная функция, неопределенный интеграл и его основные свойства; таблица формул интегрирования; замена переменной, интегрирование по частям; интегрирование рациональных функций; интегрирование некоторых простейших иррациональных и трансцендентных функций.
16. Формула Ньютона – Лейбница; замена переменной; интегрирование по частям; площадь фигуры, длина дуги и другие геометрические, механические и физические приложения.
17. Числовые ряды: признаки сходимости. Радиус сходимости степенного ряда и способы его нахождения. Ряд Тейлора, Маклорена. Ряд Фурье.
18. Функции многих переменных: дифференциал и частные производные функции многих переменных; производная по направлению; градиент; дифференцирование сложных функций, функций заданных неявно и параметрически. Формула Тейлора для функций нескольких независимых переменных.
19. Кратные интегралы, их основные свойства, замена переменных. Криволинейные интегралы и интегралы по поверхности. Физический и геометрический смысл кратных, криволинейных интегралов и интегралов по поверхности. Формулы Грина, Остроградского, Стокса.

Функциональный анализ

20. Метрические и топологические пространства: множества, алгебра множеств; счетные множества и множества мощности континуума. Метрические пространства; открытые и замкнутые множества; компактные множества в метрических пространствах.
21. Банаховы пространства. Определение линейного нормированного пространства; примеры норм.
22. Линейные операторы. Норма оператора; сопряженный оператор, обратный оператор, ядро оператора, спектр и резольвента.

Комплексный анализ

23. Комплексные числа, модуль и аргумент комплексного числа, их свойства.
24. Функции комплексного переменного (ФКП) и отображения множеств.
25. Производная ФКП. Дифференцируемость ФКП в точке, в области. Геометрический смысл аргумента и модуля производной
26. Изолированные особые точки однозначного характера; классификация изолированных особых точек однозначного характера по поведению функции и ряду Лорана; полюс, порядок полюса; существенная особая точка.
27. Вычеты. Теорема Коши о вычетах.

Дифференциальные уравнения

28. Дифференциального уравнения первого порядка. Элементарные приемы интегрирования: уравнения с разделяющимися переменными, однородные уравнения, уравнения в полных дифференциалах, интегрирующий множитель, линейное уравнение, уравнение Бернулли, метод введения параметра, уравнения Лагранжа и Клеро.
29. Линейные дифференциальные уравнения n -ого порядка. Общее решение линейного однородного уравнения, неоднородного уравнения. Линейные уравнения с постоянными коэффициентами. Решение задачи Коши для уравнений n -ого порядка.
30. Системы линейных дифференциальных уравнений. Решение задачи Коши для системы линейных дифференциальных уравнений.
31. Устойчивость по Ляпунову; теорема Ляпунова об устойчивости по первому приближению и ее применение. Особые точки.

Уравнения с частными производными

32. Уравнения с частными производными первого порядка.
33. Классификация линейных уравнений с частными производными второго порядка. Приведение к каноническому виду линейных уравнений с частными производными второго порядка.
34. Волновое уравнение, уравнение теплопроводности, Лапласа и Пуассона. Постановка основных задач, их физическая интерпретация.
35. Задача Коши для уравнения колебаний струны. Метод характеристик решения задачи Коши и Гурса. Смешанная задача для уравнения колебаний струны. Метод Фурье для уравнений колебаний струны. Общая схема метода Фурье.
36. Смешанная задача для уравнения теплопроводности. Принцип максимума. Метод Фурье для уравнения теплопроводности. Задача Коши для уравнения теплопроводности. Принцип максимума в неограниченной области.
37. Гармонические функции, их свойства. Формулы Грина. Принцип максимума. Задачи Дирихле и Неймана для круга, кольца.

Численные методы

38. Итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнения.
39. Одношаговые и многошаговые методы решения задачи Коши для ОДУ.
40. Основные понятия теории разностных схем для линейных уравнений в частных производных: аппроксимация, устойчивость, сходимость.
41. Интерполяция. Формулы Лагранжа и Ньютона. Оценка погрешности.
42. Численное интегрирование. Формулы Ньютона-Котеса. Формулы Гаусса

Информатика

43. Кодирование информации. Неравномерное кодирование. Возможность однозначного декодирования. Префиксные коды. Условие Фано. Код, обеспечивающий по возможности меньшую среднюю длину сообщения при известной частоте символов.
44. Представление числовой информации в памяти компьютера: целые без знака, целые со знаком, вещественные числа. Особенность целочисленной арифметики.
45. Алгоритмы. Формализация понятия алгоритма (машина Тьюринга, нормальные алгоритмы Маркова, вычислимые функции). Сложность выполнения алгоритма (время выполнения и используемая память).
46. Алгоритмы обработки конечного набора чисел. Нахождение наибольшего общего делителя двух натуральных чисел (алгоритм Евклида). Алгоритмы обработки записи натурального числа в позиционной системе с основанием меньшим или равным 10. Алгоритмы решения переборных задач (проверка числа на простоту, нахождение минимального, максимального значений и т.д.) с использованием цикла. Рекуррентные соотношения и алгоритм вычисления суммы бесконечной числовой последовательности.
47. Алгоритмы преобразования массивов (вставка и удаление элементов в массиве, перестановка элементов данного массива в обратном порядке и т.п.). Сортировка. Слияние двух упорядоченных массивов в один без использования сортировки.
48. Язык программирования высокого уровня. Описание переменных. Конструкции описания линейного алгоритма, ветвления, цикла. Вложенные циклы. Вспомогательные алгоритмы. Передача параметров. Рекурсия.

Список литературы:

1. Кострикин А.И. Введение в алгебру. Ч.1,2. Основы алгебры. М.: Физматлит, 2000.
2. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. М.: Физматгиз, 1959 (и все последующие издания).
3. Фаддеев Д.К., Соминский И.С. Задачи по высшей алгебре. СПб.: Лань, 2001.
4. Шевцов Г.С. Линейная алгебра. Пермь, 1996.
5. Александров П.С. Лекции по аналитической геометрии. М.: Наука, 1968.
6. Бахвалов С.В., Бабушкин Л.И., Иваницкая В.П. Аналитическая геометрия. М.: Просвещение, 1965.

7. Моденов П.С. Аналитическая геометрия. М.: Изд-во МГУ, 1969.
8. Норден А.П. Краткий курс дифференциальной геометрии. М.: Физматгиз, 1958. 244 с.
9. Мищенко А.С., Фоменко А.Т. Курс дифференциальной геометрии и топологии. 3-е изд. перераб. и доп. СПб.: Лань, 2010. 512 с.
10. Мищенко А.С., Фоменко А.Т. Курс дифференциальной геометрии и топологии. М.: Изд-во МГУ, 1980. 440 с.
11. Андерсон Дж. Дискретная математика и комбинаторика. М.: Изд-во «Вильямс», 2004. 960 с.
12. Кузнецов О.П. Дискретная математика для инженера. СПб.: Изд-во «Лань», 2004. 400 с.
13. Плотников А.Д. Дискретная математика: учебное пособие. М.: Изд-во «Новое знание», 2005. 288 с.
14. Судоплатов С.В., Овчинникова Е.В. Дискретная математика. М.: Изд-во «ИНФРА-М», 2005. 256 с.
15. Палий И.А. Дискретная математика. Курс лекций. М.: Изд-во «ЭКСМО», 2008. 352 с.
16. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа. В 3-х т. М.: Дрофа. Т.І, 2003. Т.ІІ, 2004. Т.ІІІ, 2006. (Высшее образование: Современный учебник).
17. Зорич В.А. Математический анализ. В 2-х ч. М.: МЦНМО, 2002.
18. Ильин В.А., Садовничий В.А., Сендов Б.Х. Математический анализ. В 2-х ч. Изд. 2-е, перераб. М.: Изд-во Моск. ун-та. Ч.І, 1985; Ч.ІІ, 1987.
19. Кириллов А.А., Гвишиани А.Д. Теоремы и задачи функционального анализа. М.: Наука, 1988.
20. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. М.: Наука, 1989.
21. Люстерник Л.А., Соболев В.И. Краткий курс функционального анализа. М.: Просвещение, 1982.
22. Хатсон В., Пим Дж.С. Приложения функционального анализа и теории операторов. М.: Мир, 1983.
23. Привалов И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного. Учебник для вузов М.: Высшая школа, 1999.
24. Морозова Е.А. Теория функций комплексного переменного. Москва: МВТУ им. Баумана, 2000. 300 с.
25. Шабат Б.В. Введение в комплексный анализ. Ч.1. Функция одного переменного. Москва: Наука. 2000. 336 с.
26. Степанов В.В. Курс обыкновенных дифференциальных уравнений. М. 1980.
27. Понтрягин А.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М: Наука, 1965.
28. Петровский И.Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений. М: Наука, 1964.
29. Филиппов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. М: Наука, 1979.
30. Владимиров В.С., Жаринов В.В. Уравнения математической физики. М.: Физ.-мат. лит. 2000.
31. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М. Изд. МГУ, 2004.
32. Будаков Б.М., Самарский А.А., Тихонов А.Н.. Сборник задач по математической физике. М. Физматлит, 2004.
33. Владимиров В.С., Жаринов В.В. Уравнения математической физики. М. Физматлит, 2003.
34. Бочаров П.П., Печинкин А.В. Теория вероятностей. Математическая статистика. 2-е изд. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005.
35. Венцель Е.С. Теория вероятностей: Учеб. для вузов. Любое издание.
36. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика: Учеб. пособие для вузов. Любое издание.
37. Ивченко Г.И., Медведев Ю.И. Математическая статистика: Учеб. пособие для вузов. М.: Высш. шк., 1984.
38. Ивченко Г.И., Медведев Ю.И. Введение в математическую статистику: Учебник. М: Издательство ЛКИ, 2010.
39. Математическая статистика: Учеб. для вузов / В.Б. Горяинов, И.В. Павлов, Г.М. Цветкова и др.; Под ред. В.С. Зарубина, А.П. Крищенко. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2001.
40. Теория вероятностей: Учеб. для вузов. 3-е изд., испр. / А.В. Печинкин, О.И. Тескин, Г.М. Цветкова и др.; Под ред. В.С. Зарубина, А.П. Крищенко. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004.

41. *Фигурин В.А., Оболонкин В.В.* Теория вероятностей и математическая статистика: Учеб. пособие. Мн.: ООО "Новое знание", 2000.
42. *Борисенко В.В.* Основы программирования: Учебное пособие. М.: Интернет-университет информационных технологий; МГУ им. М. В. Ломоносова, 2005.
43. *Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М.* Численные методы М.: Лаборатория Базовых Знаний, 2000.
44. *Пирумов У.Г.* Численные методы. М.: Дрофа, 2004.

Составитель программы: доктор технических наук, профессор В.Н. Антуков.

Программа одобрена Ученым советом механико-математического факультета ПГНИУ.