

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
«Пермский государственный национальный исследовательский университет»

**Механико-математический факультет**

**ПРОГРАММА**  
вступительного испытания  
для поступающих на направление магистратуры  
**01.04.03 Механика и математическое моделирование**

Целью вступительного испытания является определение уровня подготовки поступающих в магистратуру по дисциплинам, необходимым для освоения программы подготовки магистра по направлению 01.04.03 Механика и математическое моделирование.

Вступительное испытание в магистратуру проводится в форме теста. Тест включает задания с выбором правильного ответа из предложенных вариантов (часть 1) и задания, на которые требуется дать краткий(е) ответ(ы) (часть 2).

Время на решение теста – 180 минут.

Итоговая оценка за вступительное испытание выставляется по 80-балльной шкале.

Тестовые задания составлены в соответствии с разделами данной программы.

**Алгебра**

Матрицы. Операции над матрицами. Определение минора и алгебраического дополнения к элементу матрицы. Определители. Обратная матрица.

Системы линейных алгебраических уравнений.

Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов. Свойства этих произведений. Формулы вычисления скалярного, векторного и смешанного произведений в прямоугольной декартовой системе координат. Их приложения к метрическим задачам.

Линейные преобразования векторных пространств. Матрица линейного преобразования. Собственные вектора, собственные значения.

**Литература:**

*Кострикин А.И.* Введение в алгебру: учеб. для вузов. Ч.1. Основы алгебры. М.: Физматлит, 2000. 272.

*Кострикин А.И.* Введение в алгебру: учеб. для вузов. Ч.2. Линейная алгебра. М.: Физматлит, 2000. 368.

*Курош А.Г.* Курс высшей алгебры. 18-е изд., стереотип. СПб.: Лань, 2011. 432 с.

*Фаддеев Д.К., Соминский И.С.* Задачи по высшей алгебре. 17-е изд., стереотип. СПб.: Лань, 2008. 288 с.

*Шевцов Г.С.* Линейная алгебра: учеб. пособие. Пермь.: Изд-во Перм. ун-та, 1996. 324 с.

**Аналитическая и дифференциальная геометрия**

Различные виды уравнений прямой на плоскости. Расстояние от точки до прямой. Взаимное расположение двух прямых на плоскости. Угол между прямыми.

Различные виды уравнений прямой в пространстве.

Аффинные преобразования и их свойства.

Кривые второго порядка.

Простая дуга. Способы задания кривых. Кривизна плоской кривой.

Пространственные кривые. Сопровождающий трехгранник. Уравнения касательной в точке к пространственной кривой. Кривизна и кручение пространственной кривой.

## **Литература:**

- Александров П.С. Лекции по аналитической геометрии, пополненные необходимыми сведениями из алгебры с приложением собрания задач, снабженных решениями, составленного А.С.Пархоменко: учеб. для вузов. Изд. 2-е, стереотип. СПб.: Лань, 2008. 911 с.
- Бахвалов С.В., Бабушкин Л.И., Иваницкая В.П. Аналитическая геометрия. 4-е изд. М.: Просвещение, 1970. 376 с.
- Мищенко А.С., Фоменко А.Т. Курс дифференциальной геометрии и топологии. 3-е изд. перераб. и доп. СПб.: Лань, 2010. 512 с.
- Моденов П.С. Аналитическая геометрия. М.: Изд-во МГУ, 1969. 698 с.

## **Математический анализ**

Теория пределов: предел числовой последовательности; основные свойства и признаки существования предела. Предел функции в точке; свойства пределов.

Производная и дифференциал функции одной переменной. Дифференцирование обратной функции. Дифференцирование функций, заданных неявно и параметрически. Локальный экстремум функции. Применение дифференциального исчисления к исследованию функций, признаки постоянства, монотонность, экстремумы, выпуклость, точки перегиба.

Неопределенный интеграл: первообразная функция, неопределенный интеграл и его основные свойства; таблица формул интегрирования; замена переменной, интегрирование по частям; интегрирование рациональных функций; интегрирование некоторых простейших иррациональных и трансцендентных функций.

Формула Ньютона–Лейбница; замена переменной; интегрирование по частям; площадь фигуры, длина дуги и другие геометрические, механические и физические приложения.

Числовые ряды: признаки сходимости. Радиус сходимости степенного ряда и способы его нахождения. Ряд Тейлора, Маклорена. Ряд Фурье.

Функции многих переменных: дифференциал и частные производные функции многих переменных; производная по направлению; градиент; дифференцирование сложных функций, функций заданных неявно и параметрически. Формула Тейлора для функций нескольких независимых переменных.

Кратные интегралы, их основные свойства, замена переменных. Криволинейные интегралы и интегралы по поверхности. Физический и геометрический смысл кратных, криволинейных интегралов и интегралов по поверхности. Формулы Грина, Остроградского, Стокса.

## **Литература:**

- Зорич В.А. Математический анализ: в 2-х т. М.: МЦМНО, 2007.
- Ильин В.А., Садовничий В.А., Сендов Б.Х. Математический анализ: в 2-х ч. М.: Изд-во МГУ, 2007.
- Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа: в 3-х т. 7-е изд., стереотип. М.: Дрофа, 2008.

## **Дифференциальные уравнения и уравнения математической физики**

Дифференциальные уравнения первого порядка. Элементарные приемы интегрирования: уравнения с разделяющимися переменными, однородные уравнения, уравнения в полных дифференциалах, интегрирующий множитель, линейное уравнение, уравнение Бернулли, метод введения параметра, уравнения Лагранжа и Клеро.

Линейные дифференциальные уравнения  $n$ -го порядка. Общее решение линейного однородного уравнения, неоднородного уравнения. Линейные уравнения с постоянными коэффициентами. Решение задачи Коши для уравнений  $n$ -го порядка.

Системы линейных дифференциальных уравнений. Решение задачи Коши для системы линейных дифференциальных уравнений.

Классификация линейных уравнений с частными производными второго порядка. Приведение к каноническому виду.

Волновое уравнение, уравнение теплопроводности, Лапласа и Пуассона. Постановка основных задач, их физическая интерпретация.

Задача Коши для уравнения колебаний струны. Смешанная задача для уравнения колебаний струны. Метод Фурье для уравнений колебаний струны. Общая схема метода Фурье. Смешанная задача для уравнения теплопроводности. Принцип максимума. Метод Фурье для уравнения теплопроводности. Задача Коши для уравнения теплопроводности. Принцип максимума в неограниченной области. Гармонические функции, их свойства. Формулы Грина. Принцип максимума. Задачи Дирихле и Неймана для круга.

### **Литература:**

*Владимиров В.С., Жаринов В.В.* Уравнения математической физики. М.: Физматлит, Лаб. базовых знаний, 2000. 400 с.  
*Петровский И.Г.* Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений. М.: Изд-во МГУ, 1984. 296 с.  
*Понтрягин Л.С.* Обыкновенные дифференциальные уравнения. 5-е изд. М.: Наука, 1982. 331 с.  
*Степанов В.В.* Курс дифференциальных уравнений: учеб. для гос. ун-тов. изд. 10-е, стереотип. М.: URSS, 2008. 468 с.  
*Филиппов А.Ф.* Сборник задач по дифференциальным уравнениям. М.-Ижевск: Регулярная и хаотическая динамика, 2004. 176 с.

### **Теория вероятностей и математическая статистика**

Формула классической вероятности и элементы комбинаторики. Операции над событиями (пересечение, объединение). Формула условной вероятности. Таблица распределения дискретной случайной величины. Математическое ожидание (момент 1-го порядка) и дисперсия случайной величины. Равномерное распределение вероятностей и его числовые характеристики. Нормальное распределение вероятностей и его характеристики. Показательное распределение вероятностей и его числовые характеристики. Свойства математического ожидания, дисперсии и ковариации случайных величин.

Выборка, выборочные среднее и дисперсия. Точечное оценивание параметров по методу моментов. Понятия доверительного интервала и его надежности (доверительной вероятности), центральной статистики, статистического критерия. Зависимость ширины доверительного интервала от его надежности и объема выборки.

### **Литература:**

*Бочаров П.П., Печинкин А.В.* Теория вероятностей и математическая статистика. 2-е изд. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. 296 с.  
*Вентцель Е.С., Овчаров Л.А.* Теория вероятностей и ее инженерные приложения: учеб. пособие для втузов. М.: Академия, 2003. 464 с.  
*Гмурман В.Е.* Теория вероятностей и математическая статистика: учеб. пособие для вузов. 8-е изд., стер. М.: Высш. шк., 2002. 479 с.  
*Ивченко Г.И., Медведев Ю.И.* Математическая статистика: учеб. пособие для втузов. М.: Высш. шк., 1992. 303 с.  
Математическая статистика: учеб. для студентов высш. техн. заведений / под ред. *В.С.Зарубина, А.П.Крищенко*. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э.Баумана, 2002. 424 с.  
Теория вероятностей: учеб. для вузов. / под ред. *В.С.Зарубина, А.П.Крищенко*. 3-е изд., испр. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004.  
*Фигурин В.А., Оболонкин В.В.* Теория вероятностей и математическая статистика: учеб. пособие. Минск: Новое знание, 2000. 208 с.

### **Информатика и основы программирования**

Кодирование информации. Неравномерное кодирование. Возможность однозначного декодирования. Префиксные коды. Условие Фано. Код, обеспечивающий по возможности меньшую среднюю длину сообщения при известной частоте символов.

Представление числовой информации в памяти компьютера: целые без знака, целые со знаком, вещественные числа. Особенность целочисленной арифметики.

Алгоритмы. Формализация понятия алгоритма (машина Тьюринга, нормальные алгоритмы Маркова, вычислимые функции). Сложность выполнения алгоритма (время выполнения и используемая память).

Алгоритмы обработки конечного набора чисел. Нахождение наибольшего общего делителя двух натуральных чисел (алгоритм Евклида). Алгоритмы обработки записи натурального числа в позиционной системе с основанием меньшим или равным 10. Алгоритмы решения переборных задач (проверка числа на простоту, нахождение минимального, максимального значений и т.д.) с использованием цикла. Рекуррентные соотношения и алгоритм вычисления суммы бесконечной числовой последовательности.

Алгоритмы преобразования массивов (вставка и удаление элементов в массиве, перестановка элементов данного массива в обратном порядке и т.п.). Сортировка. Слияние двух упорядоченных массивов в один без использования сортировки.

Язык программирования высокого уровня. Описание переменных. Конструкции описания линейного алгоритма, ветвления, цикла. Вложенные циклы. Вспомогательные алгоритмы. Передача параметров. Рекурсия.

### **Литература:**

*Борисенко В.В.* Основы программирования: учеб. пособие / Интернет ун-т информ. технол.; МГУ им. М. В. Ломоносова. М., 2005. 328 с.

### **Численные методы**

Итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнения.

Одношаговые и многошаговые методы решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений.

Основные понятия теории разностных схем для линейных уравнений в частных производных: аппроксимация, устойчивость, сходимость.

Интерполяция. Формулы Лагранжа и Ньютона. Оценка погрешности.

Численное интегрирование. Формулы Ньютона-Котеса. Формулы Гаусса.

### **Литература:**

*Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М.* Численные методы. М.; СПб.: Лаборатория Базовых Знаний, 2000. 624 с.

*Пирумов У.Г.* Численные методы. М.: Дрофа, 2004. 224 с.

### **Конечномерная оптимизация и вариационное исчисление**

Гладкие конечномерные задачи оптимизации с ограничениями типа равенств и неравенств. Правило множителей Лагранжа.

Линейное программирование. Графический метод решения стандартной задачи линейного программирования на плоскости.

Простейшая задача вариационного исчисления. Необходимые условия первого порядка. Экстремали функционалов. Необходимые условия второго порядка. Условия Лежандра.

### **Литература:**

*Андреева Е.А., Цирулева В.М.* Вариационное исчисление и методы оптимизации: учеб. пособие для студентов мат. спец. и напр. подгот. ун-тов. М.: Высш. шк., 2006. 584 с.

*Карманов В.Г.* Математическое программирование: учебное пособие. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2011. 264 с.

*Лутманов С.В., Аюпов В.В., Гамилова Л.В.* Задачи оптимизации в конечномерных пространствах: учеб. пособие для студентов вузов, обучающихся по группе мат. и мех. спец. Пермь, 2007. 160 с.

*Федоров В.В., Сухарев А.Г., Тимохов А.В.* Курс методов оптимизации: учеб. пособие. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2011. 368 с.

## **Устойчивость движения**

Уравнения в отклонениях.

Определение устойчивости по Ляпунову, асимптотической устойчивости.

Линейные уравнения в отклонениях.

Критерий Гурвица.

Критерий Михайлова.

Функции Ляпунова.

Достаточные условия асимптотической устойчивости.

Устойчивость по первому приближению.

### **Литература:**

*Малкин И.Г.* Теория устойчивости движения. М.: Едиториал УРСС, 2010.

*Меркин Д.Р.* Задачи по теории устойчивости. М.-Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2002.

## **Теоретическая механика**

Кинематика точки: основные понятия; траектория и уравнения движения точки; скорость точки; ускорение точки; сложное движение точки.

Кинематика твердого тела: основные понятия; простейшие движения; плоскопараллельное движение твердого тела; движение твердого тела, имеющего неподвижную точку; сложное движение твердого тела.

Статика: основные понятия; плоская система сил; пространственная система сил; силы трения; центр тяжести; равновесие произвольной системы сил.

Динамика материальной точки: основные понятия; дифференциальные уравнения движения; основные теоремы; колебательное движение; относительное движение.

Динамика материальной системы: основные понятия; центр масс; моменты инерции; основные теоремы; плоскопараллельное движение твердого тела.

Аналитическая механика: основные понятия; принцип возможных перемещений; общее уравнение динамики; уравнения Лагранжа 2-го рода.

### **Литература:**

*Бать М.И., Джанелидзе Г.Ю., Кельзон А.С.* Теоретическая механика в примерах и задачах: в 3-х т. СПб.: Лань, 2010.

*Колесников К.С. и др.* Курс теоретической механики. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э.Баумана, 2011.

*Маркеев А.П.* Теоретическая механика. М.-Ижевск: РХД, 2008.

*Яблонский А.А., Никифорова В.М.* Курс теоретической механики. Статика, кинематика, динамика: учеб. для втузов. М.: КноРус, 2011.

## **Тензорный анализ**

Криволинейные координаты. Основные и взаимные координатные векторы. Преобразование координатных векторов к новой системе координат. Законы преобразования ко- и контравариантных координат вектора.

Алгебра тензоров: Сложение, умножение на скаляр, индефинитное скалярное и векторное произведение, свертывание, симметрирование и альтернация.

Фундаментальный и дискриминантный тензоры

Дифференцирование координатных векторов. Символы Кристоффеля. Ковариантная производная.

Физические компоненты векторов и тензоров.

Симметричный тензор второго ранга: определение, главные направления, главные значения и их свойства.

### **Литература:**

*Акивис М.А., Гольдберг В.В.* Тензорное исчисление: учеб. пособие для студентов втузов. изд. 3-е, перераб. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. 304 с.

*Димитриенко Ю.И.* Тензорное исчисление: учеб. пособие для вузов. М.: Высш. шк., 2001. 575 с.

*Корнев Г.В.* Тензорное исчисление: учеб. пособие для вузов. М.: Изд-во МФТИ, 2000. 240 с.

## **Механика сплошных сред**

Материальные и пространственные координаты точек сплошной среды. Закон движения. Траектория. Линии тока. Векторы скорости и ускорения в пространственных и материальных координатах.

Относительное удлинение и сдвиг. Формулы для вычисления с использованием тензоров деформации Грина и Альманси.

Тензор скоростей деформаций. Формулы для вычисления скоростей относительных удлинений, сдвига и объемной деформации.

Вихревые движения сплошной среды. Вихревые линии, вихревые трубки.

Понятие силы. Классификация сил. Плотность массовых и поверхностных сил. Вектор напряжений.

Тензор напряжений Коши. Формула Коши.

Принцип сохранения массы. Уравнение неразрывности.

Закон об изменении количества движения. Уравнение движения сплошной среды.

Идеальная жидкость. Уравнение движения в форме Эйлера. Модель идеальной жидкости.

Интегралы уравнений движения. Равновесие идеальной жидкости. Закон Архимеда.

Модель идеального баротропного газа. Интегралы уравнений движения.

Модель линейной вязкой жидкости. Закон Навье-Стокса. Уравнения движения вязкой жидкости.

Модель линейно упругого тела. Закон Гука. Уравнение движения.

Первое начало термодинамики. Уравнение притока тепла в интегральной и дифференциальной форме.

Двухпараметрические среды. Уравнение притока тепла. Совершенный газ, его внутренняя энергия. Идеальные процессы. Частные случаи термодинамического поведения совершенного газа.

Преобразование масштаба и структуры системы единиц измерения. Пи-теорема. Приведение размерных соотношений к безразмерному виду.

### ***Литература:***

Седов Л.И. Механика сплошной среды: учеб. для студентов вузов, обучающихся по спец. «Механика»: в 2-х т. 6-е изд., стереотип. СПб: Лань, 2004.

Механика сплошных сред в задачах: в 2-х т. / Под ред М.Э.Эглит. М.: Моск. Лицей, 1996.

## **Сопротивление материалов**

Растяжение – сжатие стержней.

Кручение стержней круглого профиля.

Плоский изгиб стержней. Уравнение упругой линии.

### ***Литература:***

Феодосьев В.И. Сопротивление материалов: учеб. для вузов. 9-е изд., перераб. М.: Наука, 1986. 512 с.

Справочник по сопротивлению материалов / Под. ред. Г.С. Писаренко. Киев: Наукова думка, 1988. 734 с.

Сборник задач по сопротивлению материалов: учеб. пособие для студентов вузов / под ред. В.К.Качурина. М.: Наука, 1972. 429 с.

*Программа разработана кафедрами механики сплошных сред и вычислительных технологий, процессов управления и информационной безопасности, при участии кафедры высшей математики и кафедры фундаментальной математики, прикладной математики и информатики.*

*Программа одобрена ученым советом механико-математического факультета ПГНИУ*