

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования

**ПЕРМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ**

МЕХАНИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

ПРОГРАММА

вступительного экзамена **Математика и механика**

для поступающих в магистратуру по направлению

01.04.03 МЕХАНИКА И МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Вступительные испытания¹ в магистратуру по направлению 01.04.03 «Механика и математическое моделирование» проводятся в форме теста по математике и механике.

Тест включает задания с выбором правильного ответа из предложенных вариантов (часть А) и задания, на которые требуется дать краткий ответ (часть В).

Кроме того, поступающим в магистратуру могут быть выставлены дополнительные баллы. При этом учитывается средний балл диплома о высшем профессиональном образовании; участие во всероссийских и международных студенческих олимпиадах по профилю факультета; занятие научной деятельностью и наличие научных публикаций, опыт работы в сфере практической деятельности.

Документы, дающие право на получение дополнительных баллов, должны быть представлены в приемную комиссию ПГНИУ при подаче заявления о приеме в магистратуру.

Итоговая оценка за вступительный экзамен определяется в 100-балльной шкале.

Содержание тестовых заданий определено следующей программой.

1. Алгебра

Матрицы. Операции над ними. Виды матриц (ортогональная, симметрическая, матрица перехода, матрица линейного преобразования). Обратная матрица.

Ранг матрицы. Теорема о ранге матрицы. Ее применение к решению вопросов о линейной зависимости векторов – строк (столбцов).

Системы линейных уравнений. Определители, их свойства. Число решений (в зависимости от ранга, числа уравнений, числа неизвестных). Теорема Крамера. Однородная система. Критерий существования ненулевых решений.

Квадратичные формы: приведение к нормальному виду; положительно определенные квадратичные формы; критерий Сильвестра.

Литература:

Кострикин А.И. Введение в алгебру: учебник для вузов. – Ч.2. Линейная алгебра. – М.: Физматлит, 2004. – 368.

Курош А.Г. Курс высшей алгебры. – 18-е изд., стереотип. – СПб.: Лань, 2011. – 432 с.

Фаддеев Д.К., Соминский И.С. Задачи по высшей алгебре. – 17-е изд., стереотип. – СПб.: Лань, 2008. – 288 с.

¹ Выпускникам всех направлений и специальностей механико-математического факультета ПГНИУ, завершившим обучение в текущем учебном году, при поступлении в магистратуру для продолжения образования по направлению 01.04.03 «Механика и математическое моделирование» в качестве вступительного испытания по письменному заявлению поступающего может быть зачтен результат итогового государственного экзамена, полученного при проведении итоговой государственной аттестации выпускников ПГНИУ.

Шевцов Г.С. Линейная алгебра: теория и прикладные аспекты. – 3-е изд. – М.: Инфра-М, 2010. – 528 с.

2. Аналитическая и дифференциальная геометрия

Векторная алгебра. Операции над векторами и их свойства. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов. Свойства этих произведений.

Линейная зависимость векторов и ее геометрический смысл. Базис и координаты. Аффинная система координат. Прямоугольная система координат.

Уравнения линий на плоскости. Взаимное расположение двух прямых на плоскости. Расположение точек относительно прямой. Вычисление угла между прямыми. Расстояние от точки до прямой.

Плоскость и прямая в пространстве. Взаимное расположение двух прямых, двух плоскостей, прямой и плоскости. Расположение точек относительно плоскости. Перпендикулярность прямых и плоскостей. Углы между прямыми и между плоскостями. Угол между прямой и плоскостью. Расстояние от точки до плоскости. Расстояние от точки до прямой. Расстояние между двумя прямыми.

Линии второго порядка. Канонические уравнения кривых второго порядка, их свойства. Приведение общего уравнения кривой второго порядка к каноническому виду. Классификация кривых второго порядка.

Поверхности второго порядка. Поверхность вращения. Эллипсоиды. Гиперболоиды. Параболоиды. Прямолинейные образующие поверхностей.

Простая дуга. Способы задания кривых. Кривизна плоской кривой.

Пространственные кривые. Сопровождающий трехгранник. Кривизна и кручение пространственной кривой.

Литература:

Беклемишев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. – М.: Физматлит, 2005. – 304 с.

Беклемишев Л.А., Беклемишев Д.В., Петрович А.Ю. и др. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре. – 3-е изд., испр. – СПб.: Лань, 2008. – 496 с.

Бухвалов С.В., Моденов П.С., Пархоменко А.С. Сборник задач по аналитической геометрии. – 5-е изд., стереотип. – СПб.: Лань, 2009. – 384 с.

Мищенко А.С., Фоменко А.Т. Курс дифференциальной геометрии и топологии. – 3-е изд. перераб. и доп. – СПб.: Лань, 2010. – 512 с.

3. Математический анализ

Теория пределов: предел числовой последовательности; основные свойства и признаки существования предела. Предел функции в точке; свойства пределов.

Дифференциалы и производные: дифференцируемость функции в точке; производная в точке, дифференциал; правила дифференцирования; производные и дифференциалы высших порядков.

Неопределенный интеграл: первообразная функция, неопределенный интеграл и его основные свойства; таблица формул интегрирования; замена переменной, интегрирование по частям; интегрирование рациональных функций; интегрирование некоторых простейших иррациональных и трансцендентных функций.

Формула Ньютона – Лейбница; замена переменной; интегрирование по частям; длина дуги и другие геометрические, механические и физические приложения.

Функции многих переменных: дифференциал и частные производные функции многих переменных; производная по направлению; градиент; дифференцирование сложных функций; частные производные высших порядков; дифференциалы высших порядков; формула Тейлора для функций нескольких независимых переменных; экстремум; условный экстремум.

Числовые ряды: сходимость и сумма числового ряда; знакпостоянные ряды; признаки сходимости Даламбера, Коши, интегральный признак сходимости; признак Лейбница; абсолютная и условная сходимость.

Функциональные ряды, область сходимости; ряд Тейлора; разложение элементарных функций в степенные ряды.

Несобственные интегралы: интегралы с бесконечными пределами и интегралы от неограниченных функций; бета- и гамма-функции Эйлера.

Ряды Фурье.

Двойной интеграл и интегралы высшей кратности: двойной интеграл, его геометрическая интерпретация и основные свойства; приведение двойного интеграла к повторному; замена переменных в двойном интеграле; механические и физические приложения двойных интегралов.

Криволинейные интегралы и интегралы по поверхности: криволинейные интегралы; формула Грина; интегралы по поверхности; формула Остроградского; элементарная формула Стокса; условия независимости криволинейного интеграла от формы пути.

Элементы теории поля: скалярное поле; векторное поле; поток, расходимость, циркуляция, вихрь; векторная интерпретация формул Остроградского и Стокса; потенциальное поле; векторные линии и векторные трубки; соленоидальное поле; оператор «набла».

Литература:

Зорич В.А. Математический анализ: в 2-х т. – М.: МЦМНО, 2007.

Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа: в 2-х ч. – М.: Физматлит, 2009.

Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа: в 3-х т. – 7-е изд., стереотип. – М.: Дрофа, 2008.

4. Дифференциальные уравнения и уравнения математической физики

Дифференциальные уравнения первого порядка. Приемы интегрирования.

Существование и единственность решения задачи Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений.

Обыкновенные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Представления общего решения по правой части.

Метод вариации произвольных постоянных для решения неоднородных линейных уравнений n -го порядка

Системы линейных дифференциальных уравнений.

Классификация линейных уравнений с частными производными второго порядка. Приведение к каноническому виду.

Уравнения колебаний струны, теплопроводности, Лапласа. Постановка краевых задач, их физическая интерпретация.

Задача Коши для уравнения колебаний струны. Смешанная задача для уравнения колебаний струны. Метод Фурье для уравнений колебаний струны. Общая схема метода Фурье.

Первая краевая задача для уравнения теплопроводности. Принцип максимума. Метод Фурье для уравнения теплопроводности. Задача Коши для уравнения теплопроводности. Принцип максимума в неограниченной области.

Гармонические функции, их свойства. Формулы Грина. Принцип максимума. Задачи Дирихле и Неймана для круга.

Литература:

Петровский И.Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений. – изд. 7-е. – М: URSS, 2009.

Степанов В.В. Курс дифференциальных уравнений. – изд. 10-е, стереотип. – М: URSS, 2008.

Филиппов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. – изд. 2-е. – М: URSS, 2008.

5. Комплексный анализ

Комплексные числа: комплексные числа, комплексная плоскость; модули и аргумент комплексного числа, их свойства.

Функции комплексного переменного и отображения множеств: функции комплексного переменного; предел функций; непрерывность, дифференцируемость по комплексному переменному, условия Коши – Римана; аналитическая функция; геометрический смысл аргумента и модуля производной; понятие о конформном отображении.

Изолированные особые точки однозначного характера: классификация изолированных особых точек однозначного характера по поведению функции и ряду Лорана; полюс, существенно особая точка, бесконечно удаленная точка как особая.

Вычеты, принцип аргумента: определение вычета, теоремы Коши о вычетах, вычисления вычетов; применения вычетов; логарифмический вычет, принцип аргумента; теорема Руше и теорема Гурвица.

Литература:

Морозова В.Д. Теория функций комплексного переменного: учеб. для вузов. – М: МГТУ им. Баумана, 2009.

Привалов И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного: учебник для вузов. – М.: URSS, 2009.

6. Теория вероятностей, математическая статистика, случайные процессы

Условная вероятность случайных событий. Независимость событий. Формулы полной вероятности и Байеса. Законы распределения непрерывных случайных величин.

Математическое ожидание и дисперсия дискретных и непрерывных случайных величин: определение, вероятностный смысл, вычисление и свойства.

Числовые характеристики дискретных и непрерывных случайных величин (начальные и центральные моменты): определение, вероятностный смысл, вычисление и свойства.

Векторные случайные величины и их законы распределения.

Начальные и центральные моменты векторной случайной величины и их свойства. Корреляционный анализ. Матрица ковариаций.

Эмпирическая функция распределения и статистические оценки параметров, доверительные интервалы и точечные оценки.

Корреляционная теория случайных процессов. Свойства ковариационной функции.

Литература:

Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Теория вероятностей и ее инженерные приложения: учеб. пособие для втузов. – М.: Высшая школа, 2010.

Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Задачи и упражнения по теории вероятностей: учеб. пособие для втузов. – М.: КноРус, 2010.

Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Теория случайных процессов и ее инженерные приложения: учеб. пособие для вузов. – М.: КноРус, 2010.

Кибзун А.И., Горяинова Е.Р., Наумов А.В. Теория вероятностей и математическая статистика. Базовый курс с примерами и задачами: учеб. пособие. – 2-е изд., испр. и доп. – М.: Физматлит, 2005.

7. Вычислительные методы

Прямые и итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнения. Условия сходимости итерационных методов, управление релаксацией, ускорение сходимости.

Одношаговые и многошаговые методы решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений.

Основы метода конечных элементов для построения расчетных схем для эллиптических уравнений. Примеры.

Основные понятия теории разностных схем для линейных уравнений в частных производных: аппроксимация, устойчивость, сходимость. Связь между этими понятиями. Примеры.

Приближение функций интерполяционными полиномами. Погрешность интерполяции. Формулы Лагранжа и Ньютона.

Численное интегрирование. Формулы Ньютона-Котеса. Формулы Гаусса.

Литература:

Петров И.Б., Лобанов А.И. Лекции по вычислительной математике: учеб. пособие. – М.: Интернет-Университет Информационных Технологий; БИНОМ. Лаборатория знаний. 2006. – 523 с. (Серия: Основы информационных технологий.)

Русаков С.В., Терпугов В.Н. Численные методы. Приближение функций, численное дифференцирование и интегрирование: учеб. пособие. – Пермь, 2005.

Терпугов В.Н., Лалин В.В. Конечно-элементные технологии построения расчетных алгоритмов для решения задач механики сплошных сред. – Пермь, 2008. – 380 с.

8. Конечномерная оптимизация и вариационное исчисление

Гладкие конечномерные задачи оптимизации с ограничениями типа равенств и неравенств. Правило множителей Лагранжа.

Линейное программирование. Графический метод решения стандартной задачи линейного программирования на плоскости.

Простейшая задача вариационного исчисления. Необходимые условия первого порядка. Экстремали функционалов. Необходимые условия второго порядка. Условия Лежандра.

Литература:

Андреева Е.А., Цирулева В.М. Вариационное исчисление и методы оптимизации: учеб. пособие для студентов мат. спец. и напр. подгот. ун-тов. – М.: Высш. шк., 2006. – 584 с.

Карманов В.Г. Математическое программирование: учебное пособие. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2011. – 264 с.

Лутманов С.В., Аюпов В.В., Гамилова Л.В. Задачи оптимизации в конечномерных пространствах: учеб. пособие для студентов вузов, обучающихся по группе мат. и мех. спец. – Пермь, 2007. – 160 с.

Федоров В.В., Сухарев А.Г., Тимохов А.В. Курс методов оптимизации: учеб. пособие. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2011. – 368 с.

9. Устойчивость движения

Уравнения в отклонениях.

Определение устойчивости по Ляпунову, асимптотической устойчивости и экспоненциальной устойчивости.

Линейные уравнения в отклонениях.

Критерий Гурвица.

Влияние структуры сил на устойчивость движения.

Функции Ляпунова.

Достаточные условия асимптотической устойчивости.

Устойчивость по первому приближению.

Литература:

Малкин И.Г. Теория устойчивости движения. – М.: Едиториал УРСС, 2010.

Меркин Д.Р. Задачи по теории устойчивости. – М.-Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2002.

10. Теоретическая механика

Кинематика точки: основные понятия; траектория и уравнения движения точки; скорость точки; ускорение точки; сложное движение точки.

Кинематика твердого тела: основные понятия; простейшие движения; плоскопараллельное движение твердого тела; движение твердого тела, имеющего неподвижную точку; сложное движение твердого тела.

Статика: основные понятия; плоская система сил; пространственная система сил; силы трения; центр тяжести; равновесие произвольной системы сил.

Динамика материальной точки: основные понятия; дифференциальные уравнения движения; основные теоремы; колебательное движение; относительное движение.

Динамика материальной системы: основные понятия; центр масс; моменты инерции; основные теоремы; плоскопараллельное движение твердого тела.

Аналитическая механика: основные понятия; принцип возможных перемещений; общее уравнение динамики; уравнения Лагранжа 2-го рода.

Литература:

Бать М.И., Джанелидзе Г.Ю., Кельзон А.С. Теоретическая механика в примерах и задачах: в 3-х т. – СПб.: Лань, 2010.

Колесников К.С. и др. Курс теоретической механики. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2011.

Маркеев А.П. Теоретическая механика. – М.-Ижевск: РХД, 2008.

Яблонский А.А., Никифорова В.М. Курс теоретической механики. Статика, кинематика, динамика: учеб. для втузов. – М.: КноРус, 2011.

11. Основы тензорного анализа

Криволинейные координаты. Основные и взаимные координатные векторы. Преобразование координатных векторов к новой системе координат. Законы преобразования ко- и контравариантных координат вектора.

Алгебра тензоров: Сложение, умножение на скаляр, индефинитное скалярное и векторное произведение, свертывание, симметрирование и альтернативация.

Метрический и дискриминантный тензоры

Дифференцирование координатных векторов. Символы Кристоффеля. Ковариантная производная.

Физические компоненты векторов и тензоров.

Симметричный тензор второго ранга: определение, главные направления, главные значения и их свойства.

Литература:

Акивис М.А., Гольдберг В.В. Тензорное исчисление : учеб. пособие для студентов втузов. – изд. 3-е, перераб. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005.

Димитриенко Ю.И. Тензорное исчисление: учеб. пособие для вузов. – М.: Высш. шк., 2001.

Корнев Г.В. Тензорное исчисление: учеб. пособие для вузов. – М.: Изд-во МФТИ, 2000.

12. Механика сплошных сред

Материальные и пространственные координаты точек сплошной среды. Закон движения. Траектория. Линии тока. Векторы скорости и ускорения в пространственных и материальных координатах.

Относительное удлинение и сдвиг. Формулы для вычисления с использованием тензоров деформации Грина и Альманси.

Тензор скоростей деформаций. Формулы для вычисления скоростей относительных удлинений, сдвига и объемной деформации.

Вихревые движения сплошной среды. Вихревые линии, вихревые трубки.

Понятие силы. Классификация сил. Плотность массовых и поверхностных сил. Вектор напряжений.

Тензор напряжений Коши. Формула Коши.

Принцип сохранения массы. Уравнение неразрывности.

Закон об изменении количества движения. Уравнение движения сплошной среды.

Идеальная жидкость. Уравнение движения в форме Эйлера. Модель идеальной жидкости. Интегралы уравнений движения. Равновесие идеальной жидкости. Закон Архимеда.

Модель идеального баротропного газа. Интегралы уравнений движения.

Модель линейной вязкой жидкости. Закон Навье-Стокса. Уравнения движения вязкой жидкости.

Модель линейно упругого тела. Закон Гука. Уравнение движения.

Первое начало термодинамики. Уравнение притока тепла в интегральной и дифференциальной форме.

Двухпараметрические среды. Уравнение притока тепла. Совершенный газ, его внутренняя энергия. Идеальные процессы. Частные случаи термодинамического поведения совершенного газа.

Преобразование масштаба и структуры системы единиц измерения. Пи-теорема. Приведение размерных соотношений к безразмерному виду.

Литература:

Седов Л.И. Механика сплошной среды: учеб. для студентов вузов, обучающихся по спец. «Механика»: в 2-х т. – 6-е изд., стереотип. – СПб: Лань, 2004.

Механика сплошных сред в задачах: в 2-х т. / Под ред М.Э. Эглит. – М.: Моск. Лицей, 1996.

Программа разработана кафедрами механики сплошных сред и вычислительных технологий, процессов управления и информационной безопасности при участии кафедр высшей математики, фундаментальной математики.

Составитель: ст. преподаватель кафедры процессов управления и информационной безопасности Е.Н. Остапенко.

Программа одобрена Ученым советом механико-математического факультета Пермского государственного национального исследовательского университета.