

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ
И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«ПЕРМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

ДИСПЕРСИОННЫЙ АНАЛИЗ

ПРАКТИКУМ

Для студентов III–IV курса дневного и заочного отделений
геологического факультета по дисциплине
«Математические методы в геологии» направления
подготовки «Геология» (бакалавры)
и специальности «Прикладная геология»



Пермь 2016

Составитель: *к.г.-м.н. Л.А. Христенко*

Дисперсионный анализ[Электронный ресурс]: практикум / сост. Л.А. Христенко; Перм. гос. нац. исслед. ун-т. – Электрон. дан. – Пермь, 2016. – 5,45 Мб. – Систем. требования: процессор Intel Pentium, 1,3 ГГц; 40 Мб HDD; 256 Мб RAM; операц. система Windows 98 и выше; рекомендуемое разрешение 1024x576; подключение к сети Интернет.

Издание содержит подробные рекомендации для выполнения лабораторных заданий по теме «Дисперсионный анализ» в среде Microsoft Excel.

Предназначено для студентов III-IV курсов дневного и заочного отделений геологического факультета по дисциплине «Математические методы в геологии» направления подготовки 05.03.01 «Геология» (бакалавры) и специальности 21.05.02 «Прикладная геология».

Издается по постановлению методической комиссии геологического факультета Пермского государственного национального исследовательского университета

Введение

Дисперсионный анализ (ДА) проводится для оценки степени влияния различных факторов на изменчивость одного и того же признака.

По количеству оцениваемых факторов дисперсионный анализ бывает одно-, двух- и многофакторным.

Настоящий практикум содержит подробные рекомендации для выполнения лабораторных заданий по теме «Дисперсионный анализ» в среде Microsoft Excel. В основу заданий положены задачи из сборника О.И. Гуськова, П.И. Кушнарева, С.М. Таранова (Математические методы в геологии. Сборник задач. М.: Недра, 1991). Задания были дополнены и оформлены в электронном виде кандидатом геолого-минералогических наук, доцентом В.И. Набиулиным.

Практикум включает в себя 3 задания, для выполнения которых используются схемы

- однофакторного дисперсионного анализа;
- двухфакторного дисперсионного анализа без повторений;
- двухфакторного дисперсионного анализа с повторениями.

Целью практикума является закрепление теоретического материала, полученного на лекциях, приобретение практических навыков выполнения дисперсионного анализа и интерпретации полученного результата.

С помощью встроенных в пакет **Анализ данных** процедур **Однофакторный дисперсионный анализ**, **Двухфакторный дисперсионный анализ без повторений**, **Двухфакторный дисперсионный анализ с повторениями** студентам предлагается проверить правильность вычислений.

Для лучшего усвоения теоретического материала и навыков работы с табличным процессором Microsoft Excel в заданиях предусмотрено использование студентами готовых шаблонов таблиц и диаграмм. Используемые формулы прописаны рядом с полями, отведенными для расчетов.

Однофакторный дисперсионный анализ

Задача 1. При разведке двух месторождений силикатного никеля, приуроченных к латеритной коре выветривания ультрамафитов, в вертикальных разрезах коры выветривания сверху вниз выделены 6 зон, отличающихся минеральным составом и текстурными особенностями:

- 1) зона железистых стяжений;
- 2) зона бесструктурных охр;
- 3) зона конечных структурных охр;
- 4) зона структурных полуохр;
- 5) зона выщелоченных материнских пород;
- 6) зона дезинтегрированных материнских пород.

Для изучения химического состава коры выветривания и поведения различных химических элементов в процессе корообразования из каждой зоны обоих месторождений были отобраны пробы, по которым выполнены анализы на Fe_2O_3 , NiO , CoO , SiO_2 , MgO , Al_2O_3 и Cr_2O_3 . (О.И. Гуськов, П.И. Кушнарев, С.М. Таранов Математические методы в геологии. Сборник задач. М.: Недра, 1991, с. 5).

Задание 1. Сравнить подвижность различных химических элементов в зоне гипергенеза в процессе корообразования с помощью однофакторного дисперсионного анализа (ОДА), оценив влияние фактора «Зональность коры выветривания гипербазитов».

Оценка влияния анализируемого фактора на однородность выборки производится путем разделения общей дисперсии признака $S_{\text{общ}}^2$ на два вида: 1) межгрупповую или факторную дисперсию $S_{\text{ф}}^2$ и 2) внутригрупповую или остаточную дисперсию $S_{\text{ост}}^2$. ($S_{\text{общ}}^2 = S_{\text{ф}}^2 + S_{\text{ост}}^2$), после чего проводится проверка гипотезы о влиянии факторов с помощью критерия Фишера. В практикуме выполнение ОДА приводится для Fe_2O_3 . Поведение других химических элементов в процессе корообразования исследуется аналогичным образом.

Порядок выполнения однофакторного дисперсионного анализа

1) Скопируйте в Таблицу 2 содержания элементов из графы В Таблицы 1 с учетом номеров зон.

2) В ячейки **E44:J44** впишите групповые частоты n_j по каждому уровню фактора «Зональность».

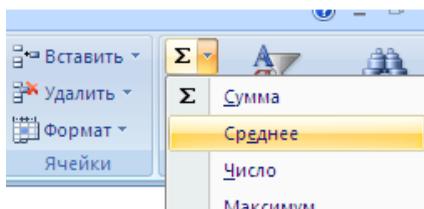
3) В ячейке **K44** рассчитайте общее количество значений признака **N**. Для этого воспользуйтесь командой **Σ** на вкладке **Главная** в группе **Редактирование** и выделите курсором мыши интервал **E44:J44**.

K44		=СУММ(E44:J44)						
	D	E	F	G	H	I	J	K
11								
12	дания	Таблица 2						
13		Группирование исходных данных для однофакторного дисперсионного анализа						
14								
15		Уровни фактора "Зональность коры выветривания гипербазитов"						
	№№ проб	1-я зона железистых стяжений	2-я зона бесструктурных охр	3-я зона конечных структурных охр	4-я зона структурных полуохр	5-я зона выщелоченных материнских пород	6-я зона дезинтегрированных материнских пород	
16								
17	1	67.69	68.02	68.06	31.18	11.73	5.74	
18	2	68.33	67.95	64.88	24.95	15.86	2.41	
19	3	65.35	54.96	53.6	25.69	11.08	12.73	
20	4	67.67	65.11	67.01	25.95	12.18	9.41	
21	5	61.44	68.69	59.42	29.21	16.07	7.49	
22	6	68.3	64.93	61.47	27.33	22.71		
23	7	67.4	66.36	67.75	22.34	23.03		
24	8	67.17	66.38	68.89	33.01	16.11		
25	9	60.6	64.81	54.27	26.02	10.51		
26	10	66.1	67.61	62.52	18.16			
27	11	65.17	63.98	67.26	43.81			
28	12	65.92	69.4	65.38	27.24			
29	13	62.02	72.88	58.1	30.46			
30	14	66.71	66.02	68.19	26.74			
31	15	62.45	62.84	64.83	39.31			
32	16	63.63	72.26	58.33	32.94			
33	17	59.29	66.68	62.49	36.72			
34	18	64.32	62.75	63.49	28.76			
35	19	65.68	66.89	63.89	35.75			
36	20	68.02	62.38	64.95	25.44			
37	21	67.61	67.79	59.98	29.12			
38	22	58.62	64.69	66.79	45.27			
39	23	67.24						
40	24	58.91						
41	25	60.49						
42	26	45.49						
43	27	64.91						
44	Групповые частоты n_j	27	22	22	22	9	5	107

4) В ячейке **K45** вычислите генеральное среднее по всей выборке \bar{U} .

Для этого

- поместите курсор мыши в ячейку **K45**;
- на вкладке **Главная** в группе **Редактирование** нажмите на стрелку кнопки  и выберите команду **Среднее**;



- выделите мышкой интервал **E17:J43**;

	D	E	F	G	H	I	J	K
41	25	60.49						
42	26	45.49						
43	27	64.91						
44	Групповые частоты n _j	27	22	22	22	9	5	107
45	Групповые средние по уровням фактора "Зональность" U _{ij}	63.946	66.063	63.252	30.245	15.476	7.556	=СРЗНАЧ(E17:J43)

- нажмите клавишу **Enter**.

5) Рассчитайте суммы квадратов общих $SS_{общ}$, факторных $SS_{ф}$ и остаточных $SS_{ост}$ отклонений значений признака от своего среднего.

а) Чтобы рассчитать $SS_{общ} = \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^{n_j} (U_{ij} - \bar{U})^2$

- в ячейку **L17** Таблицы 3 впишите формулу вычисления квадратов отклонений значений признака от генерального среднего $=(E17-K45)^2$;

	L	M	N	O	P	Q
12	Таблица 3					
13						
14	Квадраты отклонений изучаемого признака от общего среднего: $(U_{ij} - U_{\text{ср.общ.}})^2$					
15	Уровни фактора "Зональность коры выветривания гипербазитов"					
16	1-я зона железистых стяжений;	2-я зона бесструктурных	3-я зона конечных структурных	4-я зона структурных	5-я зона выщелоченных	6-я зона дезинтегрированных
17	$= (E17 - \$K\$45)^2$					
18						

- протяжкой вправо ячейки **L17** за правый нижний угол заполните интервал **L17: Q17**;

	L	M	N	O	P	Q
16	1-я зона железистых стяжений;	2-я зона бесструктурных	3-я зона конечных структурных	4-я зона структурных	5-я зона выщелоченных	6-я зона дезинтегрированных
17	292.2	303.5	304.9	377.0	1510.7	2012.2
18						

- протяжкой вниз поочередно ячеек **L17, M17, N17, O17, P17, Q17**, за правые нижние углы заполните интервалы **L17: L43, M17: M38, N17: N38, O17: O38, P17: P25, Q17: Q21**;

	L	M	N	O	P	Q
12	Таблица 3					
13						
14	Квадраты отклонений изучаемого признака от общего среднего: (U _{ij} - U _{ср.общ.}) ²					
15	Уровни фактора "Зональность коры выветривания гипербазитов"					
16	1-я зона железистых стяжений;	2-я зона бесструктурных	3-я зона конечных структурных	4-я зона структурных	5-я зона выщелоченных	6-я зона дезинтегрированных
17	292.2	303.5	304.9	377.0	1510.7	2012.2
18	314.4	301.1	204.0	657.8	1206.7	2322.0
19	217.6	19.0	9.0	620.4	1561.6	1433.9
20	291.5	210.6	269.4	607.5	1475.9	1696.4
21	117.6	327.3	77.8	457.4	1192.1	1858.2
22	313.4	205.4	118.2	541.4	777.7	
23	282.3	248.5	294.2	798.5	760.0	
24	274.7	249.1	334.6	309.3	1189.4	
25	100.1	202.0	13.5	604.0	1607.0	
26	240.3	289.4	142.1	1052.2		
27	212.4	179.1	277.6	46.1		
28	234.8	353.5	218.5	545.6		
29	130.5	496.5	56.3	405.5		
30	259.6	237.9	309.5	569.2		
31	140.5	149.9	202.6	127.4		
32	169.8	469.3	59.8	311.8		
33	75.6	258.7	141.4	192.6		
34	188.3	147.7	166.2	476.9		
35	227.5	265.4	176.7	220.4		
36	303.5	138.8	206.0	632.9		
37	289.4	295.6	88.0	461.3		
38	64.4	198.6	262.2	28.4		
39	277.0					
40	69.1					
41	97.9					
42	26.1					
43	204.9					

- в ячейке **F50** выполните расчет суммы квадратов отклонений значений признака от общего среднего, для этого
 - поместите курсор мыши в ячейку **F50**;
 - воспользуйтесь командой **Σ** на вкладке **Главная** в группе **Редактирование** и выделите курсором мыши интервал **L17:Q43** (Таблицу 3);
 - **Enter**.

F50		fx =СУММ(L17:Q43)			
	E	F	G	H	I
49					
50	SS общ	45542,2619	Сумма данных таблицы 3	SS общ = сумма (U _{ij} - U ср.общ.) ²	

б) Чтобы рассчитать $SS_{\phi} = \sum_{j=1}^m n_j \cdot (\hat{U}_j - \bar{U})^2$

- определите групповые средние на каждом уровне фактора зональность \hat{U}_j , для этого
 - поместите курсор мыши в ячейку **E45** Таблицы 2;
 - выберите команду **Среднее**;
 - выделите мышкой интервал **E17:E43**;
 - **Enter**;
 - протяжкой вправо ячейки **E45** за правый нижний угол заполните интервал **E45: J45**;

	C	D	E	F	G	H	I	J
43		27	64.91					
44		Групповые частоты n _j	27	22	22	22	9	5
45		Групповые средние по уровням фактора "Зональность" U ср.гр.ф	=СРЗНАЧ(E17:E43)	66.063	63.252	30.245	15.476	7.556

- в ячейку **E46** впишите формулу вычисления квадратов отклонений групповых средних значений признака от генерального среднего $= (E45 - K$45)^2 * E44$;
- **Enter**;
- протяжкой вправо ячейки **E46** за правый нижний угол заполните интервал **E46: J46**;

	C	D	E	F	G	H	I	J
45		Групповые средние по уровням фактора "Зональность" U ср.гр.ф	63.946	66.063	63.252	30.245	15.476	7.556
46		Квадраты отклонений групповых средних от общего среднего, взвешенные на частоты = (U ср.гр.ф - U ср.общ.) ² * n _j		5261.891	3523.217	9112.422	11101.885	9262.803

- в ячейке **F51** выполните расчет суммы квадратов отклонений групповых средних по фактору от общего среднего, для этого

- поместите курсор мыши в ячейку **F51**;
- воспользуйтесь командой Σ и выделите курсором мыши интервал **E46:J46**;
- **Enter**.

	E	F	G	H	I	J	K
44	27	22	22	22	9	5	107
45	63.95	66.06	63.25	30.25	15.48	7.56	50.60
46	4810.690	5261.891	3523.217	9112.422	11101.885	9262.803	
47							
48	ий изучаемого признака			Расчетные формулы:			
49							
50	SS общ	45542.2619	Сумма данных таблицы 3	SS общ = сумма $(U_{ij} - U_{\text{ср.общ.}})^2$			
51	SS ф	=СУММ(E46:J46)	Сумма данных строки 46	SS ф = сумма $((U_{\text{ср.гр.ф}} - U_{\text{ср.общ.}})^2 \cdot n_j)$			

в) Чтобы рассчитать $SS_{\text{очн.}} = \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^{n_j} (U_{ij} - \hat{U}_j)^2$

- в ячейку **S17** Таблицы 4 впишите формулу вычисления квадратов отклонений исходных значений U_{ij} от групповых средних $=(E17-E\$45)^2$ (ссылка формата **E\$45** является относительной по столбцу и абсолютной по строке, т.е. при перемещении по ячейкам выше или ниже, ссылка изменяться не будет. А при движении влево или вправо будет изменяться столбец);

- **Enter**;
- протяжкой вправо ячейки **E17** за правый нижний угол заполните интервал **S17:X17**;

	R	S	T	U	V	W	X
11							
12		Таблица 4					
13							
14		Квадраты остаточных отклонений исходных значений от групповых средних: $(U_{ij} - U_{\text{ср.гр.ф.}})^2$					
15		Уровни фактора "Зональность коры выветривания гипербазитов"					
16		1-я зона железистых стяжений;	2-я зона бесструктурных охр;	3-я зона конечных структурных охр;	4-я зона структурных полуохр;	5-я зона выщелоченных матерински	6-я зона дезинтегрированных матерински
17		$=(E17-E\$45)^*2$	3.831	23.114	0.873	14.029	3.298

• протяжкой вниз ячеек **S17, T17, U17, V17, W17, X17**, за правые нижние углы поочередно заполните интервалы **S17:S43, T17:T38, U17:U38, V17:V38, W17:W25, X17:X21**;

	R	S	T	U	V	W	X
12		Таблица 4					
13							
14		Квадраты остаточных отклонений исходных значений от групповых средних: $(U_{ij} - U_{\text{ср.гр.ф.}})^2$					
15		Уровни фактора "Зональность коры выветривания гипербазитов"					
16		1-я зона железистых стяжений;	2-я зона бесструктурных охр;	3-я зона конечных структурных охр;	4-я зона структурных полуохр;	5-я зона выщелоченных матерински	6-я зона дезинтегрированных матерински
17		14.021	3.831	23.114	0.873	14.029	3.298
18		19.223	3.562	2.649	28.042	0.148	26.481
19		1.972	123.271	93.166	20.752	19.321	26.770
20		13.871	0.908	14.121	18.451	10.861	3.437
21		6.278	6.903	14.686	1.072	0.353	0.004
22		18.961	1.283	3.176	8.500	52.337	
23		11.933	0.088	20.230	62.496	57.070	
24		10.397	0.101	31.784	7.643	0.403	
25		11.193	1.569	80.681	17.854	24.657	
26		4.642	2.394	0.536	146.058		
27		1.499	4.338	16.062	183.997		
28		3.898	11.137	4.527	9.033		
29		3.708	46.475	26.546	0.046		
30		7.642	0.002	24.381	12.288		
31		2.237	10.386	2.489	82.166		
32		0.100	38.406	24.229	7.261		
33		21.674	0.381	0.581	41.920		
34		0.140	10.974	0.057	2.207		
35		3.008	0.684	0.407	30.300		
36		16.601	13.562	2.882	23.092		
37		13.428	2.983	10.708	1.267		
38		28.362	1.884	12.516	225.737		
39		10.853					
40		25.357					
41		11.941					
42		340.608					
43		0.930					

- в ячейке **F52** выполните расчет суммы квадратов отклонений исходных значений U_{ij} от групповых средних, для этого
 - поместите курсор мыши в ячейку **F52**;
 - воспользуйтесь командой Σ и выделите курсором мыши интервал **S17:X43** (Таблица 4);
 - **Enter**;

	D	E	F	G	H
51	Сумма квадратов отклонений групповых средних по фактору "Зональность" от общего среднего	SS ф	43072.9085	Сумма данных строки 46	SS ф = сум
52	Сумма квадратов остаточных отклонений исходных значений признака от групповых средних	SS ост	=СУММ(S17:X43)	Сумма данных таблицы 4	SS ост = су

- в ячейке **F53** выполните проверочный расчет $SS_{ост}$ как разность $SS_{общ.} - SS_{ф.}$ по формуле = **F50-F51**.

Результаты вычислений в ячейках **F52** и **F53** должны получиться одинаковыми.

	D	E	F	G
51	Сумма квадратов отклонений групповых средних по фактору "Зональность" от общего среднего	SS ф	43072.9085	Сумма данных строки 46
52	Сумма квадратов остаточных отклонений исходных значений признака от групповых средних	SS ост	2469.3534	Сумма данных таблицы 4
53	Проверка SS ост = SS общ - SS ф	SS ост	=F50-F51	

б) Рассчитайте дисперсии: общую $S_{общ.}^2 = \frac{SS_{общ.}}{N-1}$, факторную

$S_{ф.}^2 = \frac{SS_{ф.}}{m-1}$ и остаточную $S_{ост.}^2 = \frac{SS_{ост.}}{N-m}$. Для этого

- в ячейку **E57** впишите выражение =**F50/(K44-1)** расчета общей дисперсии;
- в ячейку **E58** впишите выражение =**F51/(6-1)** расчета факторной дисперсии (**6** – количество уровней фактора);
- в ячейку **E59** впишите выражение =**F52/(K44-6)** расчета остаточной дисперсии.

E57		fx =F50/(K44-1)		
C	D	E	F	G
56				
57	Общая дисперсия $S^2_{\text{общ}} =$	429.6440	$S^2_{\text{общ}} = SS_{\text{общ}} / (N - 1)$	
58	Дисперсия фактора А $S^2_{\phi} =$	8614.5817	$S^2_{\phi} = SS_{\phi} / (m - 1)$	
59	Остаточная дисперсия $S^2_{\text{ост}} =$	24.4490	$S^2_{\text{ост}} = SS_{\text{ост}} / (N - m)$	

7) В ячейке **F64** рассчитайте $F_{\text{расч.}}$ критерий Фишера по формуле **=E58/ E59**. Оцените с его помощью влияние фактора «Зональность». Если $F_{\text{расч.}} < F_{\text{теор.}}$, то нулевая гипотеза об отсутствии влияния анализируемого фактора принимается, а если $F_{\text{расч.}} \geq F_{\text{теор.}}$, то отвергается, т.е. влияние фактора на изменчивость признака признается статистически значимым.

F64		fx =E58/E59			
D	E	F	G	H	I
61	Формула критерия Фишера:				
62	по оцениваемому фактору: $F_{\phi} = S^2_{\phi} / S^2_{\text{ост}}$				
63					
64	Значения критерия Фишера:	F факт. =	352.348416	>	F теор.= 2.30
65	Числа степеней свободы	$f_1 = m - 1 = 6 - 1 = 5$			$f_2 = N - m = 107 - 6 = 101$
66	т.е. влияние фактора "Зональность коры выветривания" существенно				

$F_{\text{расч.}} = 352$, т.е. $> F_{\text{теор.}} = 2.3$, следовательно нулевая гипотеза об отсутствии влияния фактора на изменчивость признака отклоняется.
Вывод: Влияние фактора «Зональность» есть, и оно значимо.

8) Рассчитайте вклад в общую дисперсию учтенного (E_{ϕ}) и неучтенных ($E_{\text{ост.}}$) факторов в процентах следующим образом:

- в ячейку **J72** впишите выражение для вычисления E_{ϕ} **=F51*100/F50;**
- в ячейку **J73** впишите выражение для вычисления $E_{\text{ост.}}$ **=F52*100/F50;**
- в ячейке **J74** сосчитайте сумму $E_{\phi} + E_{\text{ост.}}$ – она должна составить 100 %.

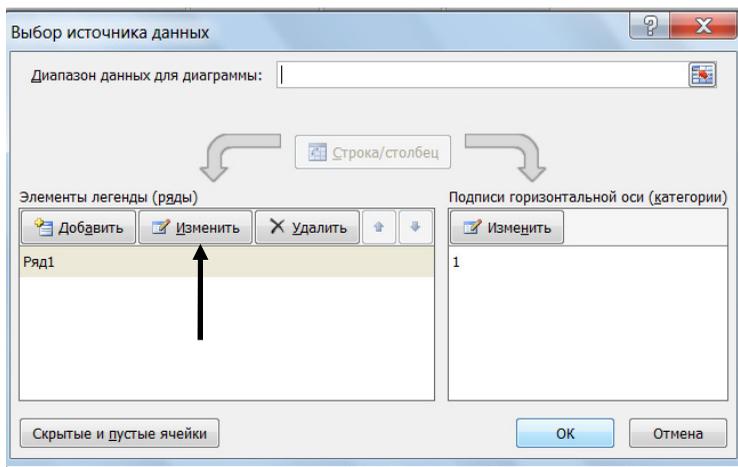
	D	E	F	G	H	I	J	
68	Расчетные формулы для оценки вкладов факторов в общую дисперсию:							
69	вклад ученного фактора:	$E_{\phi} = SS_{\phi} * 100 / SS_{\text{общ}}$						
70	вклад неучтенных факторов:	$E_{\text{ост}} = SS_{\text{ост}} * 100 / SS_{\text{общ}}$						
71								
72	Вклад в общую дисперсию ученного фактора "Зональность коры выветривания":	$E_{\phi} (\%) =$					94.58	
73	Вклад в общую дисперсию неучтенных факторов:	$E_{\text{ост}} (\%) =$					5.42	
74	Сумма						100.00	

9) Постройте график изменения содержаний оксида железа Fe_2O_3 по зонам. Для этого

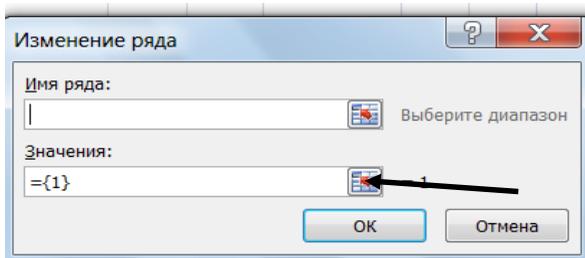
- щелчком мыши выделите графический шаблон «Характер изменения содержаний Fe_2O_3 по различным зонам коры выветривания гипербазитов»;

- воспользуйтесь командой **Выбрать данные** вкладки **Конструктор** и укажите новый диапазон ячеек во всплывшем окне **Выбор источника данных**, для этого

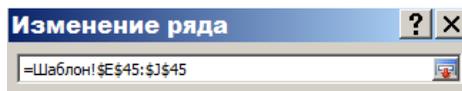
- выделите **Ряд1** слева – **Элементы легенды (ряды)** и щелкните по вкладке **Изменить**;



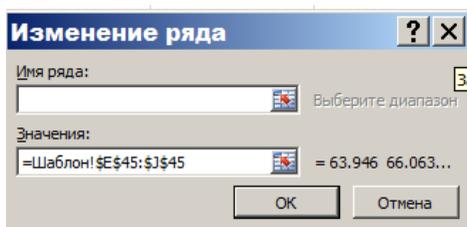
- во всплывшем окне **Изменение ряда** щелкните по красной стрелке справа в строке **Значения**;



– заполните всплывшее одноименное окно **Изменение ряда**, выделив мышкой интервал **E45:J45** групповых средних по уровням фактора «Зональность» и закройте окно щелчком по кнопке **X** или по клавише **Enter**;

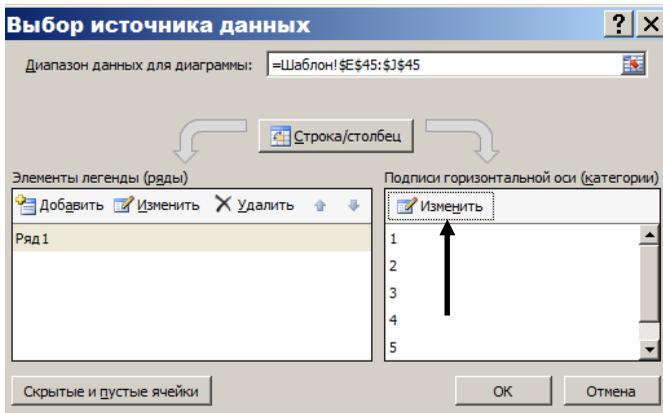


– закройте вновь всплывшее окно **Изменение ряда** щелчком по кнопке **OK** или клавише **Enter**.

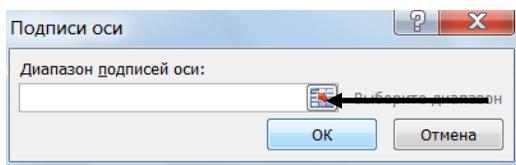


- В повторно открывшемся окне **Выбор источника данных** поменяйте **Подписи горизонтальной оси (категории)** – справа, для этого

- щелкните по вкладке **Изменить**;



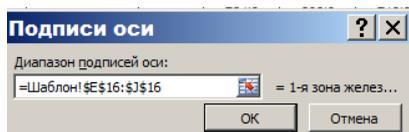
– в открывшемся окне **Подписи оси** щелкните по красной стрелке справа;



– заполните всплывшее одноименное окно, выделив мышкой интервал **E16:J16** названий зон коры выветривания и закройте окно щелчком по кнопке **ОК** или по клавише **Enter**;



– закройте окна **Подписи оси** и **Выбор источника данных** щелчками по кнопкам **ОК**.



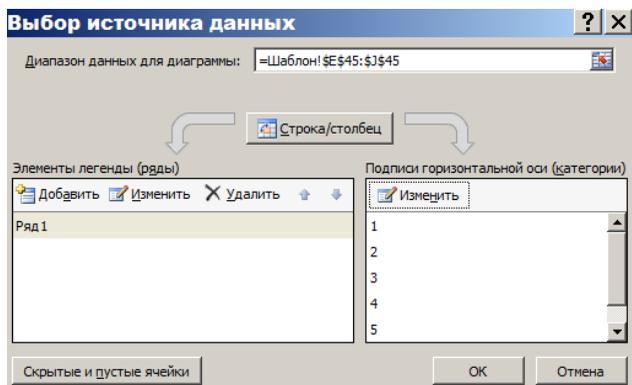
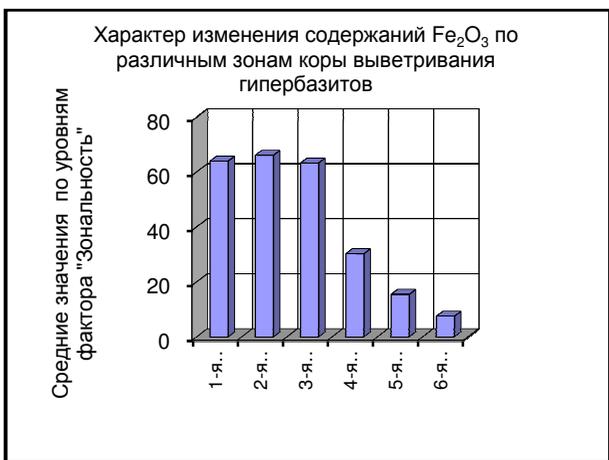
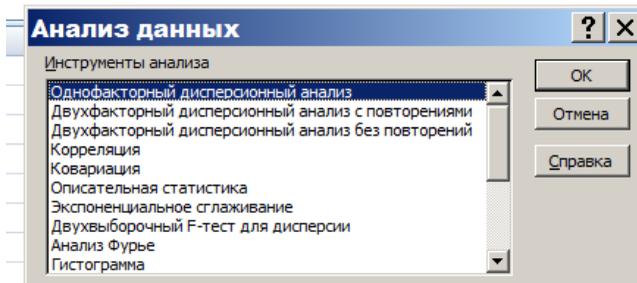
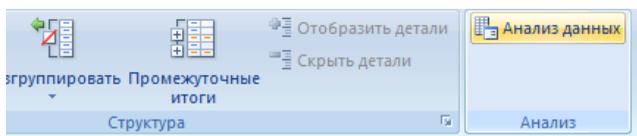


График «Характер изменения содержаний Fe_2O_3 по различным зонам коры выветривания гипербазитов» будет выглядеть следующим образом:



10) Проверьте полученные результаты с помощью встроенной в пакет **Анализ данных** программы **Однофакторный дисперсионный анализ**. Для этого

- на вкладке **Данные** в группе **Анализ** нажмите кнопку **Анализ данных** и в диалоговом окне **Анализ данных** выберите режим **Однофакторный дисперсионный анализ**;



- в одноименном диалоговом окне задайте установки:

Входной интервал – введите ссылку на ячейки, содержащие анализируемые данные **E16:J43**.

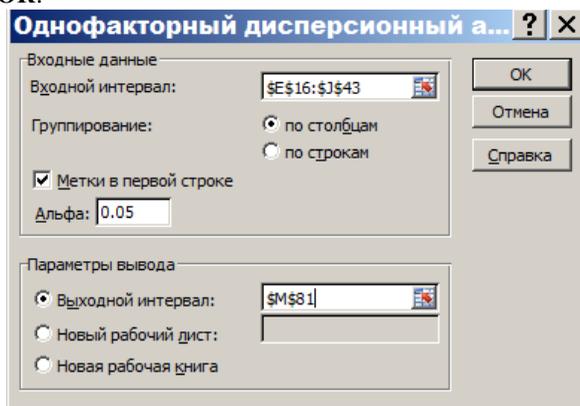
Группирование – установите флажок в поле **по столбцам**.

Метки – установите флажок в поле **Метки в первой строке**, чтобы названия уровней фактора, содержащиеся в первой строке исходных данных **E16:J16**, отображались названиями групп в результатах.

Уровень значимости α – **0.05**.

Выходной интервал – укажите в виде ссылки на левую верхнюю ячейку выходного диапазона, например **D81**.

- **ОК**.



	D	E	F	G	H	I	Справка
81	Однофакторный дисперсионный анализ						
82							
83	ИТОГИ						
84	<i>Группы</i>	<i>Счет</i>	<i>Сумма</i>	<i>Среднее</i>	<i>Дисперсия</i>		
85	1-я зона железистых стяжений;	27	1726.53	63.945556	23.249149		
86	2-я зона бесструктурных охр;	22	1453.38	66.062727	13.577297		
87	3-я зона конечных структурных охр;	22	1391.55	63.252273	19.501352		
88	4-я зона структурных полуохр;	22	665.4	30.245455	44.33594		
89	5-я зона выщелоченных матерински	9	139.28	15.475556	22.397253		
90	6-я зона дезинтегрированных матер	5	37.78	7.556	14.99778		
91							
92							
93	Дисперсионный анализ						
94	<i>Источник вариации</i>	<i>SS</i>	<i>df</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>	<i>P-Значение</i>	<i>F критическое</i>
95	Между группами	43072.908	5	8614.5817	352.34842	3.07003E-62	2.304396415
96	Внутри групп	2469.3534	101	24.449043			
97							
98	Итого	45542.262	106				

Сравните рассчитанные по формулам значения средних на уровнях фактора «Зональность», дисперсий, критериев Фишера со значениями рассчитанными автоматически.

Увеличение средних содержаний химических элементов от верхней зоны к нижней будет указывать на их вынос из коры выветривания, т.е. будет свидетельствовать о высокой подвижности химического элемента в зоне гипергенеза. Уменьшение же средних содержаний элементов от верхней зоны к нижней будет указывать на их малую подвижность и накопление в коре выветривания.

Какой вывод о подвижности Fe_2O_3 в зоне гипергенеза в процессе корообразования вы можете сделать на основании выполненного однофакторного дисперсионного анализа?

Двухфакторный дисперсионный анализ без повторений

Задача 2. На редкометальном месторождении отмечены процессы предрудного метасоматоза, которые выражены в появлении новообразованных минералов: альбита, карбонатов и кварца. По степени метасоматических изменений породы разделены на 3 класса: 1) слабо измененные; 2) средне измененные; 3) сильно измененные. Высказано предположение о том, что предрудный метасоматоз привел к изменению петрофизических свойств пород (модуля сдвига, модуля Юнга, объемной массы и эффективной пористости) и поэтому явился благоприятным фактором для рудоотложения. (О.И. Гуськов, П.И. Кушнарев, С.М. Таранов Математические методы в геологии. Сборник задач. М.: Недра, 1991, с. 75)

Задание 2. *Оцените влияние степени метасоматического изменения и состава вмещающих пород на их петрофизические свойства используя двухфакторный дисперсионный анализ (ДДА) без повторений.*

Суть двухфакторного дисперсионного анализа без повторений заключается в разделении общей дисперсии $S_{\text{общ}}^2$ на три компоненты: факторные дисперсии 1) S_A^2 ; 2) S_B^2 , связанные с влиянием учтенных факторов A и B , и 3) остаточную дисперсию $S_{\text{ост.}}^2$, отражающую влияние неучтенных факторов, после чего проводится проверка гипотезы о влиянии факторов с помощью критерия Фишера.

В качестве фактора A в задаче выступает состав пород. По составу выделено 11 разновидностей пород, которые, в свою очередь, будут представлять уровни фактора A , т.е. $p=11$. В качестве фактора B выступает степень метасоматического изменения пород. По степени метасоматического изменения породы разделены на 3 класса, т.е. $q=3$. В практикуме выполнение ДДА без повторений приводится для оценки влияния степени метасоматического изменения и состава вмещающих пород на модуль Юнга.

Порядок выполнения двухфакторного дисперсионного анализа без повторений

1) Скопируйте в **Таблицу 2** исходные данные из **Таблицы 1** в соответствии с уровнями факторов A и B , воспользовавшись клавишей **Ctrl**.

	E	F	G	H	I
11	Таблица 2				
12	Группирование исходных данных для двухфакторного дисперсионного анализа без повторений				
13					
14	Уровни фактора А (вещественный состав горных пород)	Уровни фактора А	Уровни фактора В (степень метасоматоза)		
15			Слабая	Средняя	Сильная
16			V ₁	V ₂	V ₃
17	Аргиллиты	A ₁	7.85	0	5.7
18	Алевролиты	A ₂	7.89	7.43	6.51
19	Песчаники	A ₃	8.18	8.12	7.05
20	Переслаивание аргиллитов и песчаников	A ₄	8.06	7.56	6.87
21	Переслаивание алевролитов и песчаников	A ₅	8.65	8.55	6.46
22	Переслаивание аргиллитов, алевролитов и песчаников	A ₆	9.03	8.77	7.08
23	Фельзиты	A ₇	8.23	7.52	6.36
24	Кварцевые порфиры	A ₈	8.14	7.61	7.08
25	Спессартиты	A ₉	8.12	7	5.88
26	Микродиориты	A ₁₀	10.1	9.55	9.01
27	Кузелиты (автометаморфизованные авгитовые порфиры)	A ₁₁	9.12	8.32	7.52

2) Вычислите *групповые средние* по уровням фактора А с помощью формулы $\hat{U}_{A_i} = \frac{1}{q} \cdot \sum_{j=1}^q U_{ij}$. Для этого

- поместите курсор мыши в ячейку **J17**;
- выберите команду **Среднее** и выделите мышкой интервал **G17:I17**;
- **Enter**;
- протяжкой вниз ячейки **J17** за правый нижний угол заполните интервал **J17: J27**.

	F	G	H	I	J	
14	Уровни фактора А	Уровни фактора В (степень метасоматоза)			Групповые средние по уровням фактора А (U ср.гр.Аi)	В о ср
15		Слабая	Средняя	Сильная		
16		В ₁	В ₂	В ₃		
17	A ₁	7.85	0	=СРЗНАЧ(G17:I17)		
18	A ₂	7.89	7.43	6.51	7.28	
19	A ₃	8.18	8.12	7.05	7.78	
20	A ₄	8.06	7.56	6.87	7.50	
21	A ₅	8.65	8.55	6.46	7.89	
22	A ₆	9.03	8.77	7.08	8.29	
23	A ₇	8.23	7.52	6.36	7.37	
24	A ₈	8.14	7.61	7.08	7.61	
25	A ₉	8.12	7	5.88	7.00	
26	A ₁₀	10.1	9.55	9.01	9.55	
27	A ₁₁	9.12	8.32	7.52	8.32	

3) Вычислите *групповые средние* по уровням фактора В с помощью формулы $\hat{U}_{V_j} = \frac{1}{p} \cdot \sum_{i=1}^p U_{ij}$. Для этого

- поместите курсор мыши в ячейку **G28**;
- выберите команду **Среднее** и выделите мышкой интервал **G17: G27**;
- **Enter**;
- протяжкой вправо ячейки **G28** за правый нижний угол заполните интервал **G28: I28**.

	E	F	G	H	I
26	Микродиориты	A ₁₀	10.1	9.55	9.01
27	Кузелинты (автометаморфизованные авгитовые порфирилы)	A ₁₁	9.12	8.32	7.52
28	Групповые средние по уровням фактора В - U ср.гр.Вj		8.49	7.31	6.87

4) В ячейке **J28** определите генеральное среднее по всей выборке.

5) В ячейку **K17** впишите формулу вычисления взвешенных квадратов отклонений групповых средних по фактору А от общего среднего $= (J17 - J28)^2 * 3$ ($3 = q$) и протяжкой вниз за правый нижний угол заполните интервал **K17:K27**.

	J	K
14	Групповые средние по уровням фактора А (U ср.гр.Аi)	Взвешенные квадраты отклонений групповых средних по фактору А от общего среднего: (U ср.гр.Аi - U ср.общ.) ² · q
15		
16		
17	4.52	=(J17-\$J\$28)^2*3
18	7.28	0.23
19	7.78	0.16
20	7.50	0.01
21	7.89	0.33
22	8.29	1.63
23	7.37	0.10
24	7.61	0.01
25	7.00	0.92
26	9.55	11.98
27	8.32	1.75
28	7.56	U ср.общ. - общее среднее

6) В ячейку **G29** впишите формулу вычисления взвешенных квадратов отклонений групповых средних по фактору *B* от общего среднего $=(G28-$J$28)^2*11$ (11= p) и протяжкой вправо за правый нижний угол заполните интервал **G29:I29**.

	E	F	G	H	I
28	Групповые средние по уровням фактора В - U ср.гр.Вj		8.49	7.31	6.87
29	Взвешенные квадраты отклонений групповых средних по фактору В от общего среднего: (U ср.гр.Вj - U ср.общ.) ² ·		=(G28-\$J\$28)^2*11	0.651	5.233

7) В ячейку **M17** (Таблица 3) впишите формулу вычисления квадратов отклонений изучаемого признака от общего среднего $=(G17-$J$28)^2$, сделайте протяжку вправо **M17:O17** и вниз, чтобы выделенным оказался интервал **M17:O27** (вся таблица).

	M	N	O
12	Таблица 3		
13			
14	Квадраты отклонений		
15	изучаемого признака от общего		
16	среднего:		
16	$(U_{ij} - U_{\text{ср.общ.}})^2$		
17	$=(G17-\$J\$28)^2$	57.08	3.44
18	0.11	0.02	1.09
19	0.39	0.32	0.26
20	0.25	0.00	0.47
21	1.20	0.99	1.20
22	2.18	1.48	0.23
23	0.46	0.00	1.43
24	0.34	0.00	0.23
25	0.32	0.31	2.81
26	6.48	3.98	2.12
27	2.45	0.58	0.00

8) В ячейку Q17 (Таблица 4) впишите формулу вычисления квадратов остаточных отклонений исходных значений от обоих групповых средних $=(G17-\$J17-G\$28+\$J\$28)^2$ и сделайте протяжку вправо Q17:S17 и вниз, чтобы выделенным оказался интервал Q17:S27 (вся таблица).

	P	Q	R	S
12	Таблица 4			
13				
14	Квадраты остаточных отклонений исходных значений от			
15	обоих групповых средних:			
16	$(U_{ij} - U_{\text{ср.гр.}Ai} - U_{\text{ср.гр.}Bj} + U_{\text{ср.общ.}})^2$			
17	$=(G17-\$J17-G\$28+\$J\$28)^2$	18.26	3.51	
18	0.10	0.16	0.01	
19	0.29	0.34	0.00	
20	0.14	0.09	0.00	
21	0.03	0.82	0.54	
22	0.04	0.52	0.27	
23	0.01	0.15	0.10	
24	0.16	0.06	0.03	
25	0.03	0.06	0.19	
26	0.15	0.06	0.02	
27	0.02	0.06	0.01	

Ссылка формата **\$J17** является относительной по строке и абсолютной по столбцу, т.е. при перемещении ячейки с формулой влево или вправо ссылка изменяться не будет, при перемещении выше или ниже будут изменяться строки. Ссылка формата **G\$28** является относительной по столбцу и абсолютной по строке, т.е. при перемещении по ячейкам выше или ниже, ссылка изменяться не будет. При движении влево или вправо будет изменяться столбец.

9) В ячейке **G33** с помощью выражения **=СУММ(M17:O27)** вычислите сумму квадратов отклонений изучаемого признака от общего среднего $SS_{общ.}$.

10) В ячейке **G34** с помощью выражения **=СУММ(K17:K27)** вычислите сумму взвешенных квадратов отклонений групповых средних по фактору *A* от общего среднего $SS_{A.}$.

	F	G
32		
33	SS _{общ.}	92.2790
34	SS _A	44.8304
35	SS _B	15.4598
36	SS _{ост.}	31.9888
37	SS _{ост.}	31.9888

11) В ячейке **G35** с помощью выражения **=СУММ(G29:I29)** вычислите сумму взвешенных квадратов отклонений групповых средних по фактору *B* от общего среднего $SS_{B.}$.

12) В ячейке **G36** с помощью выражения **=СУММ(Q17:S27)** вычислите сумму квадратов остаточных отклонений $SS_{ост.}$.

13) В ячейке **G37** с помощью выражения **=G33-G34-G35** выполните проверочное вычисление $SS_{ост.}$.

14) Рассчитайте дисперсии: общую $S_{общ.}^2 = \frac{SS_{общ.}}{N-1}$, факторные

$$S_A^2 = \frac{SS_A}{p-1}, \quad S_B^2 = \frac{SS_B}{q-1} \text{ и остаточную } S_{ост.}^2 = \frac{SS_{ост.}}{N-m}.$$

Для этого

- в ячейку **F39** впишите выражение **=G33/32** для вычисления общей дисперсии;
- в ячейку **F40** впишите выражение **=G34/10** для вычисления дисперсии фактора *A*;
- в ячейку **F41** впишите выражение **=G35/2** для вычисления

дисперсии фактора B ;

• в ячейку **F42** впишите выражение **=G36/20** для вычисления остаточной дисперсии.

	E	F
38		
39	Общая дисперсия $S^2_{\text{общ}} =$	2.8837
40	Дисперсия фактора A $S^2_A =$	4.4830
41	Дисперсия фактора B $S^2_B =$	7.7299
42	Остаточная дисперсия $S^2_{\text{ост}} =$	1.5994

15) В ячейке **F50** с помощью выражения **=F40/F42** рассчитайте эмпирическое значения критерия Фишера по фактору A F_A .

16) В ячейке **F51** с помощью выражения **=F41/F42** рассчитайте эмпирическое значения критерия Фишера по фактору B F_B .

	E	F
48		
49	Эмпирические значения критерия Фишера:	
50	по фактору A: $F_A =$	2.802875
51	по фактору B: $F_B =$	4.83288

17) Оцените влияние степени метасоматического изменения и состава вмещающих пород на их петрофизические свойства, сравнив рассчитанные значения F_A и F_B с теоретическими значениями критерия Фишера $F_{\text{теор}}$.

Для принятого уровня значимости $\alpha=0,05$ и степеней свободы $f_1=10$ и $f_2=20$ по фактору A $F_{\text{теор}}=2,3$.

По фактору B для $f_1=2$ и $f_2=10$ $F_{\text{теор}}=3,5$.

Расчетные критерии Фишера по обоим факторам $F_{\text{расч.}} > F_{\text{теор.}}$, следовательно нулевая гипотеза об отсутствии влияния изучаемых факторов на изменчивость признака отклоняется.

Вывод: Влияние факторов есть.

18) В ячейке **G62** рассчитайте вклад в общую дисперсию учетного фактора E_A в процентах с помощью выражения **=G34*100/G33**.

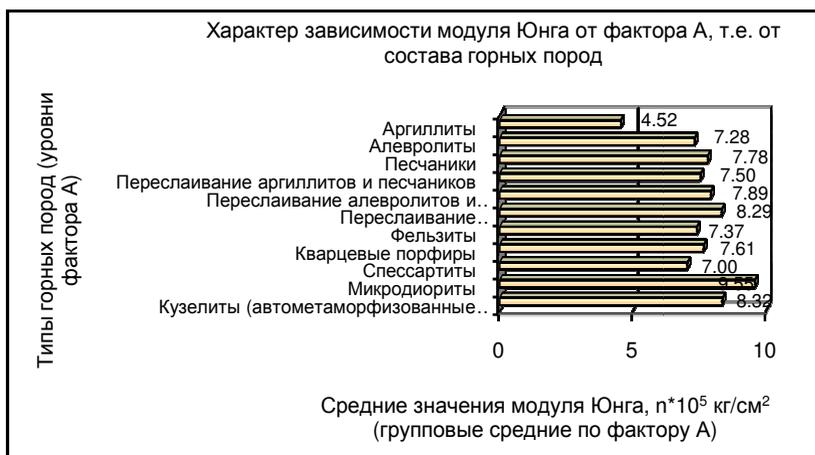
19) В ячейке **G63** рассчитайте вклад в общую дисперсию учетного фактора E_B с помощью выражения **=G35*100/G33**.

20) В ячейке **G64** рассчитайте вклад в общую дисперсию неучтенных факторов $E_{ост}$ в процентах с помощью выражения **=G36*100/G33**.

21) В ячейке **G65** сосчитайте сумму $E_A+E_B+E_{ост}$ – она должна составить 100 %.

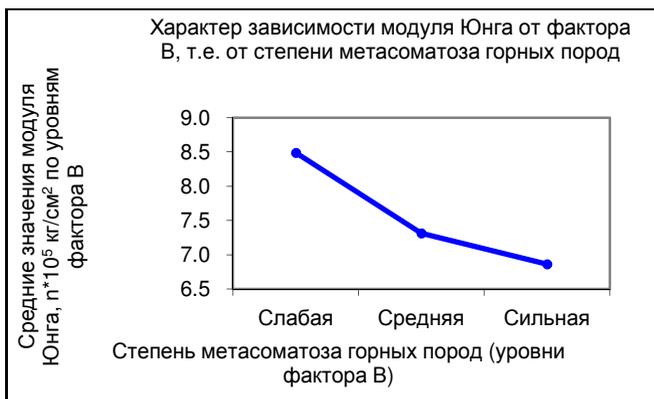
	E	F	G
61			
62	Вклад в общую дисперсию фактора А:	E_A (%) =	48.58
63	Вклад в общую дисперсию фактора В:	E_B (%) =	16.75
64	Вклад в общую дисперсию неучтенных факторов:		34.67
65		Сумма	100

22) Отобразите графически характер зависимости изменения модуля Юнга от фактора A , воспользовавшись предложенным в задании шаблоном линейчатой диаграммы. Порядок построения аналогичен описанному в Задании 1, п. 9. В качестве **значений** следует выбрать групповые средние по уровням фактора A (диапазон ячеек **J17:J27**). В качестве **подписи оси** укажите диапазон **E17:E27**, содержащий названия горных пород.

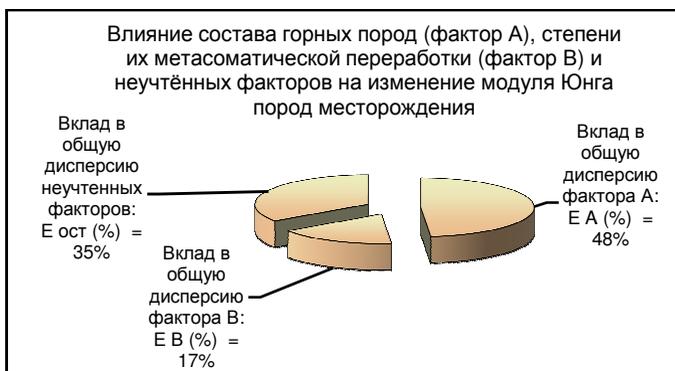


23) Отобразите графически характер зависимости изменения модуля Юнга от фактора B , воспользовавшись предложенным в задании шаблоном графика. В качестве **значений** следует выбрать групповые средние по уровням фактора B (диапазон ячеек **G28:J28**). В

качестве подписи оси укажите диапазон **G15:J15**, содержащий степени метасоматоза.

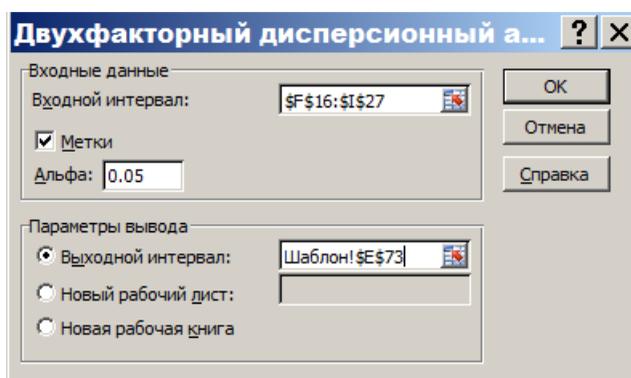


24) Отобразите графически вклад учтенных и неучтенных факторов в общую дисперсию, воспользовавшись предложенным в задании шаблоном круговой диаграммы. В качестве значений следует выбрать значения вкладов факторов в общую дисперсию, в % (диапазон ячеек **G62:G64**). В качестве подписи оси укажите диапазон **E62:E64**, содержащий названия факторов.



25) Проверьте полученные результаты с помощью встроенной в пакет Анализ данных программы Двухфакторный дисперсионный анализ без повторений. Для этого

- на вкладке **Данные** в группе **Анализ** нажмите кнопку **Анализ данных** и в диалоговом окне **Анализ данных** выберите режим **Двухфакторный дисперсионный анализ без повторений**;
- в одноименном диалоговом окне задайте установки:
Входной интервал – введите ссылку на ячейки, содержащие анализируемые данные **F16:I27**.
Метки – установите флажок в поле Метки;
Уровень значимости α – **0.05**.
Выходной интервал – укажите в виде ссылки на левую верхнюю ячейку выходного диапазона, например **E73**.
- **ОК**.



	E	F	G	H	I	J	K
75	ИТОГИ	<i>Счет</i>	<i>Сумма</i>	<i>Среднее</i>	<i>Дисперсия</i>		
76	A1	3	13.55	4.516667	16.455833		
77	A2	3	21.83	7.276667	0.4937333		
78	A3	3	23.35	7.783333	0.4042333		
79	A4	3	22.49	7.496667	0.3570333		
80	A5	3	23.66	7.886667	1.5290333		
81	A6	3	24.88	8.293333	1.1210333		
82	A7	3	22.11	7.37	0.8911		
83	A8	3	22.83	7.61	0.2809		
84	A9	3	21	7	1.2544		
85	A10	3	28.66	9.553333	0.2970333		
86	A11	3	24.96	8.32	0.64		
87							
88	B1	11	93.37	8.488182	0.4683764		
89	B2	11	80.43	7.311818	6.4106164		
90	B3	11	75.52	6.865455	0.8029273		
91							
92							
93	Дисперсионный анализ						
94	<i>Источник вариации</i>	<i>SS</i>	<i>df</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>	<i>P-Значение</i>	<i>F критическое</i>
95	Строки	44.8304	10	4.483036	2.8028746	0.02386533	2.347877
96	Столбцы	15.4598	2	7.729912	4.8328802	0.019397471	3.492828
97	Погрешность	31.9888	20	1.599442			
98							
99	Итого	92.279	32				

Сравните рассчитанные по формулам значения средних на уровнях факторов А и В, дисперсий, критериев Фишера со значениями, рассчитанными автоматически.

С помощью программы **Анализ данных** оцените влияние двух факторов на остальные петрофизические свойства (модуль сдвига, объемная масса, эффективная пористость).

Двухфакторный дисперсионный анализ с повторениями

Задача 3. Для изучения условий формирования прибрежно-морской россыпи проведен отбор проб донных морских осадков по 9 профилям, ориентированным поперек берега. На каждом профиле пробы отбирались в 5 точках с глубин 4, 5, 6, 7 и 8 м, причем в каждой точке по глубине опробовались 3 слоя, т.е. отбиралось по 3 пробы. В каждой пробе определено содержание тяжелой фракции в целом и ценных минералов (ильменита, рутила и циркона). (О.И. Гуськов, П.И. Кушнарев, С.М. Таранов Математические методы в геологии. Сборник задач. М., Недра, 1991, с. 70).

Известно, что накопление тяжелых минералов в прибрежной зоне происходит под действием как вдольберегового течения, так и или под влиянием возвратно-поступательного движения волн в поперечном относительно берега направлении. Поэтому содержания минералов могут меняться, во-первых, в зависимости от положения профиля вдоль берега, т.е. от вдольберегового течения (фактор A) и, во-вторых, от глубины моря, т.е. от положения пробы относительно берега (фактор B).

В качестве анализируемого признака в практикуме рассматриваются содержания тяжелой фракции в целом (Таблица 1).

Задание 3. Оценить условия концентрации тяжелых ценных минералов в морских отложениях с помощью двухфакторного дисперсионного анализа с повторениями.

Двухфакторный дисперсионный анализ с повторениями заключается в разделении общей дисперсии $S_{общ}^2$ на четыре компоненты: факторные дисперсии 1) S_A^2 , 2) S_B^2 , 3) смешанную дисперсию S_{AB}^2 и 4) остаточную дисперсию $S_{ост}^2$. После этого проверяется гипотеза о влиянии факторов с помощью F -критерия Фишера.

Порядок выполнения двухфакторного дисперсионного анализа с повторениями

1) Скопируйте в **Таблицу 2** содержания тяжелой фракции из графы **D** **Таблицы 1** с учетом опробования 3 слоев на каждой из глубин, которые для этих глубин являются повторными.

	F	G	H	I	J	K	L	M
11	Таблица 2							
12	Группирование исходных данных для двухфакторного дисперсионного анализа с повторениями							
13								
14	№ профиля	Уровни фактора А	№ пробы	Содержание тяжелой фракция, %				
15				Глубина моря, м				
16				4 м	5 м	6 м	7 м	8 м
17								
18				Уровни фактора В				
19				В1	В2	В3	В4	В5
20	1	A1	1	1.5	2.1	6	6.6	1.8
21			2	1.7	2	5.3	2.3	2.4
22			3	1.6	2.05	5.65	4.45	2.1
23	Групповые средние по ячейкам A ₁ B _j							
24	2	A2	1	1.8	6	11.7	3.4	10
25			2	1.4	4.2	8.2	3.5	9.2
26			3	1.6	5.1	9.95	3.45	9.6
27	Групповые средние по ячейкам A ₂ B _j							
28	3	A3	1	1.8	0.5	7.9	8	0.2
29			2	1.9	0.7	9	7.3	0.2
30			3	1.85	0.6	8.45	7.65	0.2
31	Групповые средние по ячейкам A ₃ B _j							
32	4	A4	1	1.6	0.8	0.1	0	0
33			2	1.9	0.5	0.1	0	0
34			3	1.75	0.65	0.1	0	0
35	Групповые средние по ячейкам A ₄ B _j							
36	5	A5	1	8.8	4.9	3.3	1.09	0.5
37			2	5.8	3.1	4.8	2.55	0.01
38			3	7.3	4	4.05	1.82	0.255
39	Групповые средние по ячейкам A ₅ B _j							
40	6	A6	1	2.1	1	1.3	0.3	0
41			2	1	1.1	1.2	0.2	0
42			3	1.55	1.05	1.25	0.25	0
43	Групповые средние по ячейкам A ₆ B _j							
44	7	A7	1	4	1.9	0.9	1	1.4
45			2	5.5	2.3	0.6	1	1.5
46			3	4.75	2.1	0.75	1	1.45
47	Групповые средние по ячейкам A ₇ B _j							
48	8	A8	1	0.9	1.9	2.3	1.6	4.6
49			2	1.6	2.2	3.6	1.8	5.4
50			3	1.25	2.05	2.95	1.7	5
51	Групповые средние по ячейкам A ₈ B _j							
52	9	A9	1	2.2	0.6	2.3	2.3	5.5
53			2	0.9	0.8	4.5	10	5.4
54			3	1.55	0.7	3.4	6.15	5.45
55	Групповые средние по ячейкам A ₉ B _j							

2) Определите средние значения признака в каждой ячейке по

формуле $\hat{U}_{A_i B_j} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{k=1}^n U_{ijk}$.

Для этого

- поместите курсор мыши в ячейку **I23**;
- выберите команду **Среднее** и выделите мышкой интервал

I20: I22;

- **Enter**;

	G	H	I	J	K	L	M
15	Уровни фактора А	№ пробы	Глубина моря, м				
16			4 м	5 м	6 м	7 м	8 м
17			Уровни фактора В				
18			В1	В2	В3	В4	В5
19							
20	A1	1	1.5	2.1	6	6.6	1.8
21		2	1.7	2	5.3	2.3	2.4
22		3	1.6	2.05	5.65	4.45	2.1
23			=СРЗНАЧ(I20:I22)				

• протяжкой вправо ячейки **I23** за правый нижний угол заполните интервал **I23:M23**;

- **Enter**;

	G	H	I	J	K	L	M
19			B1	B2	B3	B4	B5
20	A1	1	1.5	2.1	6	6.6	1.8
21		2	1.7	2	5.3	2.3	2.4
22		3	1.6	2.05	5.65	4.45	2.1
23			1.6	2.05	5.65	4.45	2.1

• повторите описанные операции последовательно на всех уровнях фактора А (в ячейках **I27, I31, I35, I39, I43, I47, I51, I55**).

	G	H	I	J	K	L	M
19			B1	B2	B3	B4	B5
20	A1	1	1.5	2.1	6	6.6	1.8
21		2	1.7	2	5.3	2.3	2.4
22		3	1.6	2.05	5.65	4.45	2.1
23			1.6	2.05	5.65	4.45	2.1
24	A2	1	1.8	6	11.7	3.4	10
25		2	1.4	4.2	8.2	3.5	9.2
26		3	1.6	5.1	9.95	3.45	9.6
27			1.6	5.1	9.95	3.45	9.6
28	A3	1	1.8	0.5	7.9	8	0.2
29		2	1.9	0.7	9	7.3	0.2
30		3	1.85	0.6	8.45	7.65	0.2
31			1.85	0.6	8.45	7.65	0.2
32	A4	1	1.6	0.8	0.1	0	0
33		2	1.9	0.5	0.1	0	0
34		3	1.75	0.65	0.1	0	0
35			1.75	0.65	0.1	0	0
36	A5	1	8.8	4.9	3.3	1.09	0.5
37		2	5.8	3.1	4.8	2.55	0.01
38		3	7.3	4	4.05	1.82	0.26
39			7.3	4	4.05	1.82	0.26
40	A6	1	2.1	1	1.3	0.3	0
41		2	1	1.1	1.2	0.2	0
42		3	1.55	1.05	1.25	0.25	0
43			1.55	1.05	1.25	0.25	0
44	A7	1	4	1.9	0.9	1	1.4
45		2	5.5	2.3	0.6	1	1.5
46		3	4.75	2.1	0.75	1	1.45
47			4.75	2.1	0.75	1	1.45
48	A8	1	0.9	1.9	2.3	1.6	4.6
49		2	1.6	2.2	3.6	1.8	5.4
50		3	1.25	2.05	2.95	1.7	5
51			1.25	2.05	2.95	1.7	5
52	A9	1	2.2	0.6	2.3	2.3	5.5
53		2	0.9	0.8	4.5	10	5.4
54		3	1.55	0.7	3.4	6.15	5.45
55			1.55	0.7	3.4	6.15	5.45

3) Вычислите групповые средние по уровням фактора A

$$\hat{U}_{A_i} = \frac{1}{q \cdot n} \cdot \sum_{j=1}^q \sum_{k=1}^n U_{ijk} = \frac{1}{q} \cdot \sum_{j=1}^q \hat{U}_{A_i B_j}.$$

Для этого

- поместите курсор мыши в ячейку **N23**;
- выберите команду **Среднее** и выделите мышкой интервал

I23:M23;

	G	H	I	J	K	L	M	N	
14	Уровни фактора А	№ пробы	Содержание тяжелой фракция, %					Групповые средние по уровням фактора А (U ср.гр.Аi)	(U
15			Глубина моря, м						
16			4 м	5 м	6 м	7 м	8 м		
17			Уровни фактора В						
18			В1	В2	В3	В4	В5		
19									
20	A1	1	1.5	2.1	6	6.6	1.8		
21		2	1.7	2	5.3	2.3	2.4		
22		3	1.6	2.05	5.65	4.45	2.1		
23			1.6	2.05	5.65	4.45		=CPЗНАЧ(I23:M23)	

• **Enter;**

• повторите операцию вычисления среднего последовательно в ячейках **N27, N31, N35, N39, N43, N47, N51, N55.**

20	A1	1	1.5	2.1	6	6.6	1.8	
21		2	1.7	2	5.3	2.3	2.4	
22		3	1.6	2.05	5.65	4.45	2.1	
23			1.6	2.05	5.65	4.45	2.1	3.17
24	A2	1	1.8	6	11.7	3.4	10	
25		2	1.4	4.2	8.2	3.5	9.2	
26		3	1.6	5.1	9.95	3.45	9.6	
27			1.6	5.1	9.95	3.45	9.6	5.94
28	A3	1	1.8	0.5	7.9	8	0.2	
29		2	1.9	0.7	9	7.3	0.2	
30		3	1.85	0.6	8.45	7.65	0.2	
31			1.85	0.6	8.45	7.65	0.2	3.75
32	A4	1	1.6	0.8	0.1	0	0	
33		2	1.9	0.5	0.1	0	0	
34		3	1.75	0.65	0.1	0	0	
35			1.75	0.65	0.1	0	0	0.5
36	A5	1	8.8	4.9	3.3	1.09	0.5	
37		2	5.8	3.1	4.8	2.55	0.01	
38		3	7.3	4	4.05	1.82	0.26	
39			7.3	4	4.05	1.82	0.26	3.485
40	A6	1	2.1	1	1.3	0.3	0	
41		2	1	1.1	1.2	0.2	0	
42		3	1.55	1.05	1.25	0.25	0	
43			1.55	1.05	1.25	0.25	0	0.82
44	A7	1	4	1.9	0.9	1	1.4	
45		2	5.5	2.3	0.6	1	1.5	
46		3	4.75	2.1	0.75	1	1.45	
47			4.75	2.1	0.75	1	1.45	2.01
48	A8	1	0.9	1.9	2.3	1.6	4.6	
49		2	1.6	2.2	3.6	1.8	5.4	
50		3	1.25	2.05	2.95	1.7	5	
51			1.25	2.05	2.95	1.7	5	2.59
52	A9	1	2.2	0.6	2.3	2.3	5.5	
53		2	0.9	0.8	4.5	10	5.4	
54		3	1.55	0.7	3.4	6.15	5.45	
55			1.55	0.7	3.4	6.15	5.45	3.45

4) Вычислите групповые средние по уровням фактора *B*

$$\widehat{U}_{B_j} = \frac{1}{p \cdot n} \cdot \sum_{i=1}^p \sum_{k=1}^n U_{ijk} = \frac{1}{p} \cdot \sum_{i=1}^p \widehat{U}_{A_i B_j} .$$

Для этого

- поместите курсор мыши в ячейку **I57**;
- выберите команду **Среднее** и выделите мышкой интервалы **I20:I22 I24:I26 I28:I30 I32:I34 I36:I38 I40:I42 I44:I46 I48:I50 I52:I54**, воспользовавшись клавишей **Ctrl**;
- **Enter**;
- протяжкой вправо ячейки **I57** за правый нижний угол заполните интервал **I57:M57**;
- **Enter**.

	I	J	K	L	M	N	O
56							
57	2.578	2.033	4.061	2.941	2.673		U ср.общ. - общее среднее

5) В ячейке **N57** определите генеральное среднее по всей выборке. Его можно получить из всей выборки исходных данных, из средних по уровням фактора *A*, или из средних по уровням фактора *B*, так как количество замеров на всех уровнях одинаково.

	I	J	K	L	M	N	O
56							
57	2.578	2.033	4.061	2.941	2.673	=СРЗНАЧ(I57:M57)	U ср.общ. - общее среднее

6) В ячейку **O23** впишите формулу вычисления взвешенных квадратов отклонений групповых средних по фактору *A* от общего среднего $=3*5*(N23-\$N\$57)^2$ ($n=3, q=5$) и протяжкой вниз за правый нижний угол заполните интервал **O23:O55**. Затем удалите лишние вычисления из интервалов **O24:O26; O28:O30; O32:O34; O36:O38; O40:O42; O44:O46; O48:O50; O52:O54** (воспользуйтесь при выделении интервалов клавишей **Ctrl**).

	G	H	I	J	K	L	M	N	O	
12	однодисперсионного анализа с повторениями									
13								q - количество уровней фактора В (количество		
14	Уровни фактора А	№ пробы	Содержание тяжелой фракция, %					Групповые средние по уровням фактора А (U ср.гр.Аi)	Взвешенные квадраты отклонений групповых средних по фактору А от общего среднего: (U ср.гр.Аi - U ср.общ.) ² * q * n	
15			Глубина моря, м							
16			4 м	5 м	6 м	7 м	8 м			
17			Уровни фактора В							
18			В1	В2	В3	В4	В5			
19										
20	A1	1	1.5	2.1	6	6.6	1.8			
21		2	1.7	2	5.3	2.3	2.4			
22		3	1.6	2.05	5.65	4.45	2.1			
23			1.6	2.05	5.65	4.45	2.1	3.17	=3*5*(N23-\$N\$57)^2	

	N	O
14	Групповые средние по уровням фактора А (U ср.гр.Аi)	Взвешенные квадраты отклонений групповых средних по фактору А от общего среднего. (U ср.гр.Аi - U ср.общ.) ² * q * n
15		
16		
17		
18		
19		
20		
21		
22		
23	3.17	1.467449074
24		122.4557824
25		122.4557824
26		122.4557824
27	5.94	142.5527824
28		122.4557824
29		122.4557824
30		122.4557824
31	3.75	11.95578241
32		122.4557824
33		122.4557824
34		122.4557824
35	0.5	83.34744907
36		122.4557824
37		122.4557824
38		122.4557824
39	3.485	5.911574074
40		122.4557824
41		122.4557824
42		122.4557824
43	0.82	62.25411574
44		122.4557824
45		122.4557824
46		122.4557824
47	2.01	10.76678241
48		122.4557824
49		122.4557824
50		122.4557824
51	2.59	1.071115741
52		122.4557824
53		122.4557824
54		122.4557824
55	3.45	5.270782407

	N	O
14	Групповые средние по уровням фактора А (U ср.гр.Аi)	Взвешенные квадраты отклонений групповых средних по фактору А от общего среднего. (U ср.гр.Аi - U ср.общ.) ² * q * n
15		
16		
17		
18		
19		
20		
21		
22		
23	3.17	1.467449074
24		
25		
26		
27	5.94	142.5527824
28		
29		
30		
31	3.75	11.95578241
32		
33		
34		
35	0.5	83.34744907
36		
37		
38		
39	3.485	5.911574074
40		
41		
42		
43	0.82	62.25411574
44		
45		
46		
47	2.01	10.76678241
48		
49		
50		
51	2.59	1.071115741
52		
53		
54		
55	3.45	5.270782407

7) В ячейку **I58** впишите формулу вычисления взвешенных квадратов отклонений групповых средних по фактору *B* от общего среднего $=3*9*(I57-\$N\$57)^2$ ($p=9$) и протяжкой вправо за правый нижний угол заполните интервал **I58:M58**.

	F	G	H	I	J	K	L	M	N
55	Групповые средние по ячейкам $A_3 B_j$			1.55	0.7	3.4	6.15	5.45	3.45
56									
57	Групповые средние по уровням фактора <i>B</i>			2.578	2.033	4.061	2.941	2.673	2.8572
58	Взвешенные квадраты отклонений групповых средних по фактору <i>B</i> от общего среднего: $(U \text{ ср. гр. } B_j - U \text{ ср. общ.})^2 \cdot p \cdot n$			$=3*9*(I57-\$N\$57)^2$					q - количество

	F	G	H	I	J	K	L	M	N
57	Групповые средние по уровням фактора <i>B</i>			2.578	2.033	4.061	2.941	2.673	2.8572
58	Взвешенные квадраты отклонений групповых средних по фактору <i>B</i> от общего среднего: $(U \text{ ср. гр. } B_j - U \text{ ср. общ.})^2 \cdot p \cdot n$			2.1084	18.3	39.1	0.19	0.92	q - количество

8) В ячейку **Q20** (Таблица 3) впишите формулу вычисления квадратов отклонений изучаемого признака от общего среднего $=(I20-\$N\$57)^2$, сделайте протяжку вправо **Q20:U20** и вниз, чтобы выделенным оказался интервал **Q20:U54** (вся таблица).

	P	Q	R	S	T	U
12		Таблица 3				
13		во столбцов), q = 5				
14		Квадраты отклонений исходных значений признака от общего среднего:				
15		$(U_{ij} - U \text{ ср. общ.})^2$				
16		4 м	5 м	6 м	7 м	8 м
17		Уровни фактора <i>B</i>				
18		B1	B2	B3	B4	B5
19						
20		$=(I20-\$N\$57)^2$				

	Q	R	S	T	U
12	Таблица 3				
13	юв), q = 5				
14	Квадраты отклонений исходных значений признака от общего среднего:				
15	$(U_{ij} - U_{\text{ср.общ}})^2$				
16					
17	4 м	5 м	6 м	7 м	8 м
18	Уровни фактора В				
19	В1	В2	В3	В4	В5
20	1.84	0.57	9.88	14.01	1.12
21	1.34	0.73	5.97	0.31	0.21
22	1.58	0.65	7.80	2.54	0.57
23	1.58	0.65	7.80	2.54	0.57
24	1.12	9.88	78.19	0.29	51.02
25	2.12	1.80	28.55	0.41	40.23
26	1.58	5.03	50.31	0.35	45.47
27	1.58	5.03	50.31	0.35	45.47
28	1.12	5.56	25.43	26.45	7.06
29	0.92	4.65	37.73	19.74	7.06
30	1.01	5.10	31.28	22.97	7.06
31	1.01	5.10	31.28	22.97	7.06
32	1.58	4.23	7.60	8.16	8.16
33	0.92	5.56	7.60	8.16	8.16
34	1.23	4.87	7.60	8.16	8.16
35	1.23	4.87	7.60	8.16	8.16
36	35.32	4.17	0.20	3.12	5.56
37	8.66	0.06	3.77	0.09	8.11
38	19.74	1.31	1.42	1.08	6.77
39	19.74	1.31	1.42	1.08	6.77
40	0.57	3.45	2.42	6.54	8.16
41	3.45	3.09	2.75	7.06	8.16
42	1.71	3.27	2.58	6.80	8.16
43	1.71	3.27	2.58	6.80	8.16
44	1.31	0.92	3.83	3.45	2.12
45	6.98	0.31	5.10	3.45	1.84
46	3.58	0.57	4.44	3.45	1.98
47	3.58	0.57	4.44	3.45	1.98
48	3.83	0.92	0.31	1.58	3.04
49	1.58	0.43	0.55	1.12	6.47
50	2.58	0.65	0.01	1.34	4.59
51	2.58	0.65	0.01	1.34	4.59
52	0.43	5.10	0.31	0.31	6.98
53	3.83	4.23	2.70	51.02	6.47
54	1.71	4.65	0.29	10.84	6.72

9) Выделите интервалы Q23:U23, Q27:U27, Q31:U31, Q35:U35, Q39:U39, Q43:U43, Q47:U47, Q51:U51, воспользовавшись клавишей

Ctrl, и удалите их содержимое с помощью клавиши **Delete**.

	P	Q	R	S	T	U
18		Уровни фактора В				
19		B1	B2	B3	B4	B5
20		1.84	0.57	9.88	14.01	1.12
21		1.34	0.73	5.97	0.31	0.21
22		1.58	0.65	7.80	2.54	0.57
23						
24		1.12	9.88	78.19	0.29	51.02
25		2.12	1.80	28.55	0.41	40.23
26		1.58	5.03	50.31	0.35	45.47
27						
28		1.12	5.56	25.43	26.45	7.06
29		0.92	4.65	37.73	19.74	7.06
30		1.01	5.10	31.28	22.97	7.06
31						
32		1.58	4.23	7.60	8.16	8.16
33		0.92	5.56	7.60	8.16	8.16
34		1.23	4.87	7.60	8.16	8.16
35						
36		35.32	4.17	0.20	3.12	5.56
37		8.66	0.06	3.77	0.09	8.11
38		19.74	1.31	1.42	1.08	6.77
39						
40		0.57	3.45	2.42	6.54	8.16
41		3.45	3.09	2.75	7.06	8.16
42		1.71	3.27	2.58	6.80	8.16
43						
44		1.31	0.92	3.83	3.45	2.12
45		6.98	0.31	5.10	3.45	1.84
46		3.58	0.57	4.44	3.45	1.98
47						
48		3.83	0.92	0.31	1.58	3.04
49		1.58	0.43	0.55	1.12	6.47
50		2.58	0.65	0.01	1.34	4.59
51						
52		0.43	5.10	0.31	0.31	6.98
53		3.83	4.23	2.70	51.02	6.47
54		1.71	4.65	0.29	10.84	6.72
55						

10) В ячейку **W23** (Таблица 4) впишите формулу вычисления взвешенных квадратов смешанных отклонений исходных значений признака от обоих групповых средних $=3*(I23-\$N23-\$I57+\$N\$57)^2$ и сделайте протяжку вправо и вниз, чтобы выделенным оказался интервал **W23:AA55**.

V	W	X	Y	Z	AA
12	Таблица 4				
13					
14	Взвешенные квадраты смешанных отклонений исходных значений признака от обеих групповых средних:				
15	$(U \text{ ср.гр. } AiBj - U \text{ ср.гр. } Ai - U \text{ ср.гр. } Bj + U \text{ ср.общ.})^2 * n$				
16					
17	4 м	5 м	6 м	7 м	8 м
18	Уровни фактора В				
19	B1	B2	B3	B4	B5
20					
21					
22					
23	$=3*(I23-\$N23-\$I57+\$N\$57)^2$				

11) Очистите интервалы **W24:AA26**, **W28:AA30**, **W32:AA34**, **W36:AA38**, **W40:AA42**, **W44:AA46**, **W48:AA50**, **W52:AA54** от лишних вычислений (см. п. 9).

	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB	AC	
17	8 м		4 м	5 м	6 м	7 м	8 м		4 м	
18			Уровни фактора В							
19	В5		В1	В2	В3	В4	В5		В1	
20	1.12									
21	0.21									
22	0.57									
23			4.997	0.263	4.885	4.292	2.353			
24	51.02									
25	40.23									
26	45.47									
27			49.464	0.001	23.623	19.875	44.339			
28	7.06									
29	7.06									
30	7.06									
31			7.879	16.232	36.668	43.688	33.981			
32	8.16									
33	8.16									
34	8.16									
35			7.018	2.845	7.717	1.023	0.299			
36	5.56									
37	8.11									
38	6.77									
39			50.293	5.378	1.225	9.176	27.826			
40	8.16									
41	8.16									
42	8.16									
43			3.057	3.332	1.797	1.283	1.212			
44	2.12									
45	1.84									
46	1.98									
47			27.351	2.506	18.212	3.590	0.423			
48	3.04									
49	6.47									
50	4.59									
51			3.374	0.242	2.136	2.845	20.193			
52	6.98									
53	6.47									
54	6.72									
55			7.879	11.130	4.717	20.532	14.315			

12) В ячейку AC20 (Таблица 5) впишите формулу вычисления квадратов остаточных отклонений исходных значений признака от средних по ячейкам $= (I20 - I23)^2$, сделайте протяжку вправо и вниз, чтобы выделенным оказался интервал AC20:AG22.

	AC	AD	AE	AF	AG
12	Таблица 5				
13					
14	Квадраты остаточных отклонений исходных значений признака от среднего по ячейке:				
15	$(U_{ij} - U_{гр.АiBj})^2$				
16					
17	4 м	5 м	6 м	7 м	8 м
18	Уровни фактора В				
19	B1	B2	B3	B4	B5
20	$=(I20-I\$23)^2$				

	AC	AD	AE	AF	AG
19	B1	B2	B3	B4	B5
20	0.0100	0.0025	0.1225	4.6225	0.0900
21	0.0100	0.0025	0.1225	4.6225	0.0900
22	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

13) В ячейку **AC24** впишите формулу вычисления квадратов остаточных отклонений исходных значений признака от средних по ячейкам $=(I24-I\$27)^2$, сделайте протяжку вправо и вниз, чтобы выделенным оказался интервал **AC24:AG26**.

	AC	AD	AE	AF	AG
19	B1	B2	B3	B4	B5
20	0.0100	0.0025	0.1225	4.6225	0.0900
21	0.0100	0.0025	0.1225	4.6225	0.0900
22	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
23					
24	$=(I24-I\$27)^2$				
25					
26					

	AC	AD	AE	AF	AG
19	B1	B2	B3	B4	B5
20	0.0100	0.0025	0.1225	4.6225	0.0900
21	0.0100	0.0025	0.1225	4.6225	0.0900
22	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
23					
24	0.0400	0.8100	3.0625	0.0025	0.1600
25	0.0400	0.8100	3.0625	0.0025	0.1600
26	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

14) Повторите вычисления в ячейках **AC28**, **AC32**, **AC36**, **AC40**, **AC44**, **AC48**, **AC52**, меняя средние в ячейках на каждом уровне.

	AB	AC	AD	AE	AF	AG
18		Уровни фактора В				
19		В1	В2	В3	В4	В5
20		0.0100	0.0025	0.1225	4.6225	0.0900
21		0.0100	0.0025	0.1225	4.6225	0.0900
22		0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
23						
24		0.0400	0.8100	3.0625	0.0025	0.1600
25		0.0400	0.8100	3.0625	0.0025	0.1600
26		0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
27						
28		0.0025	0.0100	0.3025	0.1225	0.0000
29		0.0025	0.0100	0.3025	0.1225	0.0000
30		0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
31						
32		0.0225	0.0225	2E-34	0	0
33		0.0225	0.0225	2E-34	0	0
34		0	0	2E-34	0	0
35						
36		2.25	0.81	0.5625	0.5329	0.06
37		2.25	0.81	0.5625	0.5329	0.06
38		7.9E-31	0	0	0	0
39						
40		0.3025	0.0025	0.0025	0.0025	0
41		0.3025	0.0025	0.0025	0.0025	0
42		0	0	0	0	0
43						
44		0.5625	0.04	0.0225	0	0.0025
45		0.5625	0.04	0.0225	0	0.0025
46		0	2E-31	0	0	0
47						
48		0.1225	0.0225	0.4225	0.01	0.16
49		0.1225	0.0225	0.4225	0.01	0.16
50		0	0	2E-31	5E-32	0
51						
52		0.4225	0.01	1.21	14.823	0.0025
53		0.4225	0.01	1.21	14.823	0.0025
54		0	1E-32	0	8E-31	0
55						

15) Вычислите суммы квадратов общих $SS_{общ.}$, факторных SS_A и SS_B , смешанных SS_{AB} и остаточных $SS_{ост.}$ отклонений значений признака от своего среднего. Для этого впишите соответствующие выражения:

- в ячейку **H61**: =СУММ(Q20:U54);
- в ячейку **H62**: =СУММ(O23:O55);
- в ячейку **H63**: =СУММ(I58:M58);

- в ячейку **H64**: =СУММ(W23:AA55);
- в ячейку **H65**: =СУММ(AC20:AG54).

16) В ячейке **H66** вычислите проверочную сумму $SS_{ост.}$ с помощью выражения =H61-H62-H63-H64

	G	H	I	J	K	L	M	N
61	SS общ	=СУММ(Q20:U54)	Сумма данных таблицы 3					SS общ = сумма (U ij - U
62	SS A	=СУММ(O23:O55)	Сумма данных столбца O					SS _A = сумма ((U ср.гр.)
63	SS B	=СУММ(I58:M58)	Сумма данных строки 58					SS _B = сумма ((U ср.гр.)
64	SS AB	=СУММ(W23:AA55)	Сумма данных таблицы 4					SS _{AB} = сумма ((U ij - U
65	SS ост	=СУММ(AC20:AG54)	Сумма данных таблицы 5					SS ост = сумма (U ij - U
66	SS ост	=H61-H62-H63-H64	Проверочная сумма SS ост = SS общ - SS A - SS B - SS AB					

	G	H	I	J	K	L	M	N
61	SS общ	1004.27	Сумма данных таблицы 3					SS общ = сумма (U ij -
62	SS A	324.598	Сумма данных столбца O					SS _A = сумма ((U ср.гр.)
63	SS B	60.677	Сумма данных строки 58					SS _B = сумма ((U ср.гр.)
64	SS AB	555.466	Сумма данных таблицы 4					SS _{AB} = сумма ((U ij - U
65	SS ост	63.5259	Сумма данных таблицы 5					SS ост = сумма (U ij - L
66	SS ост	63.5258	Проверочная сумма SS ост = SS общ - SS A - SS B - SS AB					

17) Вычислите дисперсии: общую $S_{общ.}^2$, факторные S_A^2 и S_B^2 , смешанную S_{AB}^2 и остаточную $S_{ост.}^2$ по формулам:

$$S_{общ.}^2 = \frac{SS_{общ.}}{N-1}, \quad S_A^2 = \frac{SS_A}{p-1}, \quad S_B^2 = \frac{SS_B}{q-1},$$

$$S_{AB}^2 = \frac{SS_{AB}}{(p-1) \cdot (q-1)}, \quad S_{ост.}^2 = \frac{SS_{ост.}}{p \cdot q \cdot (n-1)}$$

Для этого впишите соответствующие выражения:

- в ячейку **G68**: =H61/(3*9*5-1);
- в ячейку **G69**: =H62/(9-1);
- в ячейку **G70**: =H63/(5-1);
- в ячейку **G71**: =H64/((9-1)*(5-1));
- в ячейку **G72**: =H65/(9*5*(3-1)).

	F	G
67		
68	Общая дисперсия $S^2_{\text{общ}} =$	H61/(9*5*3-1)
69	Дисперсия фактора А $S^2_A =$	H62/(9-1)
70	Дисперсия фактора В $S^2_B =$	H63/(5-1)
71	Смешанная дисперсия факторов А и В $S^2_{AB} =$	H64/((9-1)*(5-1))
72	Остаточная дисперсия $S^2_{\text{ост}} =$	H65/(9*5*(3-1))

	F	G
67		
68	Общая дисперсия $S^2_{\text{общ}} =$	7.4945
69	Дисперсия фактора А $S^2_A =$	40.575
70	Дисперсия фактора В $S^2_B =$	15.169
71	Смешанная дисперсия факторов А и В $S^2_{AB} =$	17.358
72	Остаточная дисперсия $S^2_{\text{ост}} =$	0.7058

18) Определите значения F -критериев Фишера по каждому фактору в отдельности F_A , F_B и их взаимодействию F_{AB} по формулам:

$$F_A = \frac{S^2_A}{S^2_{\text{ост}}}, \quad F_B = \frac{S^2_B}{S^2_{\text{ост}}}, \quad F_{AB} = \frac{S^2_{AB}}{S^2_{\text{ост}}}.$$

Для этого впишите соответствующие выражения:

- в ячейку **G80**: =G69/G72;
- в ячейку **G81**: =G70/G72;
- в ячейку **G82**: =G71/G72.

	F	G
79	Эмпирические значения критерия Фишера:	
80	по фактору А: $F_A =$	G69/G72
81	по фактору В: $F_B =$	G70/G72
82	по совместному влиянию факторов А и В: $F_{AB} =$	G71/G72

19) Выберите из приведенной ниже Таблицы значений **F-критерия Фишера при уровне значимости $\alpha = 0.05$** теоретические значения $F_{\text{теор}}$. Для этого

- в ячейках **G85–H87** сосчитайте количество степеней свободы по каждому фактору в отдельности и их взаимодействию с помощью выражений:

- по фактору A : $f_1 = p - 1$ и $f_2 = p \cdot q \cdot (n - 1)$,
- по фактору B : $f_1 = q - 1$ и $f_2 = p \cdot q \cdot (n - 1)$,
- по взаимодействию факторов AB : $f_1 = (p - 1) \cdot (q - 1)$ и $f_2 = p \cdot q \cdot (n - 1)$;

	F	G	H
84	Числа степеней свободы		
85	по фактору A: $f_1 = p - 1$ $f_2 = p \cdot q \cdot (n - 1)$	8	90
86	по фактору B: $f_1 = q - 1$ $f_2 = p \cdot q \cdot (n - 1)$	4	90
87	по совместному влиянию факторов A и B:	32	90
88	$f_1 = (p - 1)(q - 1)$ $f_2 = p \cdot q \cdot (n - 1)$		

- в ячейки **J80:J82** впишите значений F-критерия Фишера $F_{теор.}$, соответствующие пересечениям рассчитанных степеней свободы ($F_{теор.}$ по AB возьмите пропорционально между $f_1 = 24$ и $f_1 = 50$);

- сравните $F_{расч.}$ с $F_{теор.}$ и сделайте вывод о том принимается или отклоняется нулевая гипотеза об отсутствии влияния каждого из изучаемых факторов (степени метасоматического изменения, состава вмещающих пород и взаимодействия обоих факторов) на их петрофизические свойства.

Таблица значений F-критерия Фишера при уровне значимости $\alpha = 0.05$

f_1	1	2	3	4	5	6	8	12	24	50	∞
1	161.4	199.5	215.7	224.5	230.1	233.9	238.8	243.9	249.0	251.8	254.3
2	18.51	19.00	19.16	19.25	19.30	19.33	19.37	19.41	19.45	19.47	19.50
3	10.13	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.84	8.74	8.64	8.58	8.53
4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.04	5.91	5.77	5.70	5.63
5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.82	4.68	4.53	4.44	4.36
6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.15	4.00	3.84	3.75	3.67
7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.73	3.57	3.41	3.32	3.23
8	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.44	3.28	3.12	3.03	2.93
9	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.23	3.07	2.90	2.80	2.71
10	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.07	2.91	2.74	2.64	2.54
11	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	2.95	2.79	2.61	2.50	2.40
12	4.75	3.88	3.49	3.26	3.11	3.00	2.85	2.69	2.50	2.40	2.30
13	4.67	3.80	3.41	3.18	3.02	2.92	2.77	2.60	2.42	2.32	2.21
14	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.70	2.53	2.35	2.24	2.13
15	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.64	2.48	2.29	2.18	2.07
16	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.59	2.42	2.24	2.13	2.01
17	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.55	2.38	2.19	2.08	1.96
18	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.51	2.34	2.15	2.04	1.92

Окончание таблицы значений F-критерия Фишера

f_1	1	2	3	4	5	6	8	12	24	50	∞
19	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.48	2.31	2.11	2.00	1.88
20	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.45	2.28	2.08	1.96	1.84
21	4.32	3.47	3.07	2.84	2.68	2.57	2.42	2.25	2.05	1.83	1.81
22	4.30	3.44	3.05	2.82	2.66	2.55	2.40	2.23	2.03	1.91	1.78
23	4.28	3.42	3.03	2.80	2.64	2.53	2.38	2.20	2.00	1.88	1.76
24	4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.36	2.18	1.98	1.86	1.73
25	4.24	3.38	2.99	2.76	2.60	2.49	2.34	2.16	1.96	1.84	1.71
26	4.22	3.37	2.98	2.74	2.59	2.47	2.32	2.15	1.95	1.82	1.69
27	4.21	3.35	2.96	2.73	2.57	2.46	2.30	2.13	1.93	1.80	1.67
28	4.20	3.34	2.95	2.71	2.56	2.44	2.29	2.12	1.91	1.78	1.65
29	4.18	3.33	2.93	2.70	2.54	2.43	2.28	2.10	1.90	1.77	1.64
30	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.27	2.09	1.89	1.76	1.62
35	4.12	3.26	2.87	2.64	2.48	2.37	2.22	2.04	1.83	1.70	1.57
40	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.18	2.00	1.79	1.66	1.51
45	4.06	3.21	2.81	2.58	2.42	2.31	2.15	1.97	1.76	1.63	1.48
50	4.03	3.18	2.79	2.56	2.40	2.29	2.13	1.95	1.74	1.60	1.44
60	4.00	3.15	2.76	2.52	2.37	2.25	2.10	1.92	1.70	1.56	1.39
70	3.98	3.13	2.74	2.50	2.35	2.23	2.07	1.89	1.67	1.53	1.35
80	3.96	3.11	2.72	2.49	2.33	2.21	2.06	1.88	1.65	1.51	1.31
90	3.95	3.10	2.71	2.47	2.32	2.20	2.04	1.86	1.64	1.49	1.31
100	3.94	3.09	2.70	2.46	2.30	2.19	2.03	1.85	1.63	1.49	1.26
125	3.92	3.07	2.68	2.44	2.29	2.17	2.01	1.83	1.60	1.45	1.21
150	3.90	3.06	2.66	2.43	2.27	2.16	2.00	1.82	1.59	1.44	1.18
200	3.89	3.04	2.65	2.42	2.26	2.14	1.98	1.80	1.57	1.42	1.14
300	3.87	3.03	2.64	2.41	2.25	2.13	1.97	1.79	1.55	1.39	1.10
400	3.86	3.02	2.63	2.40	2.24	2.12	1.96	1.78	1.54	1.38	1.07
500	3.86	3.01	2.62	2.39	2.23	2.11	1.96	1.77	1.54	1.38	1.06
1000	3.85	3.00	2.61	2.38	2.22	2.10	1.95	1.76	1.53	1.36	1.03
∞	3.84	2.99	2.60	2.37	2.21	2.09	1.94	1.75	1.52	1.35	1.00

	F	G	H	I	J	K	L	M	N	
79	Эмпирические значения критерия Фишера:				Теоретические значения критерия Фишера:					
80	по фактору А: $F_A =$	57.484	>	F теор	2.04	т.е. влияние фактора А существенно				
81	по фактору В: $F_B =$	21.491	>	F теор	2.47	т.е. влияние фактора В существенно				
82	по совместному влиянию факторов А и В:	24.592	>	F теор	1.58	т.е. влияние взаимодействия факторов				

20) Оцените вклад в общую дисперсию учтенных факторов A , B , их взаимодействия AB и неучтенных факторов в процентах по формулам:

$$E_A = (SS_A / SS_{общ.}) \cdot 100\% , E_B = (SS_B / SS_{общ.}) \cdot 100\% ,$$

$$E_{AB} = (SS_{AB} / SS_{общ.}) \cdot 100\% , E_{ост.} = (SS_{ост.} / SS_{общ.}) \cdot 100\% .$$

Для этого

- в ячейку **I95** впишите выражение = **H62*100/ H61**;
- в ячейку **I96** впишите выражение = **H63*100/ H61**;
- в ячейку **I97** впишите выражение = **H64*100/ H61**;
- в ячейку **I98** впишите выражение = **H65*100/ H61**.

21) В ячейке **I99** сосчитайте сумму $E_A+E_B+E_{AB}+E_{ост}$ – она должна составить 100 %.

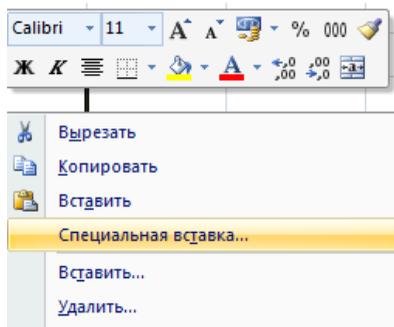
22) Отобразите графически **Зависимость изменения содержания тяжелой фракции от уровня фактора А** (от положения профиля вдоль берега). Для этого

- скопируйте в Таблице 2 содержимое ячеек **N23, N27, N31, N35, N39, N43, N47, N51, N55** (при копировании воспользуйтесь клавишей **Ctrl**);

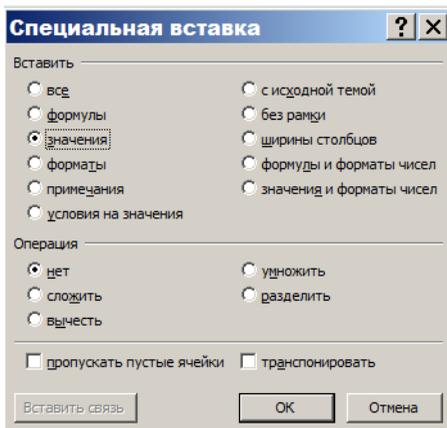
- внесите скопированные данные в Таблицу 6 следующим образом:

- поместите курсор мыши в ячейку **AJ20**;

- правой кнопкой мыши вызовите контекстное меню и выберите команду **Специальная вставка**;



- в открывшемся окне отметьте **значения** и нажмите **ОК**;

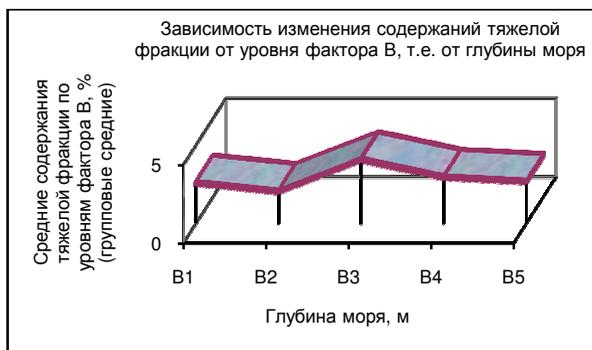


	AI	AJ	
12	Таблица 6		
13			
14			
15			
16	№ профиля	Среднее по строкам	
17			
18			
19			
20		A1	3.17
21		A2	5.94
22		A3	3.75
23		A4	0.5
24		A5	3.49
25	A6	0.82	
26	A7	2.01	
27	A8	2.59	
28	A9	3.45	

• выделите графический шаблон «Зависимость изменения содержания тяжелой фракции от уровня фактора А» и выполните действия, описанные в п. 9 Задания 1. В качестве **значений** выберите групповые средние по уровням фактора А (диапазон ячеек **AJ20:AJ28**). В качестве **подписи оси** укажите диапазон **AI20:AI28**, содержащий номер профиля (или уровня фактора А).



23) Отобразите графически **Зависимость изменения содержания тяжелой фракции от уровня фактора В** (от глубины моря). В качестве **значений** выберите групповые средние по уровням фактора В (диапазон ячеек **I57:M57** из Таблицы 2). В качестве **подписи оси** укажите диапазон **I16:M16** из Таблицы 2 (глубины моря, в метрах).



24) Отобразите графически **Зависимости изменения содержаний тяжелой фракции от взаимодействия факторов А и В** (от положения профиля вдоль берега и глубины моря).

Для этого

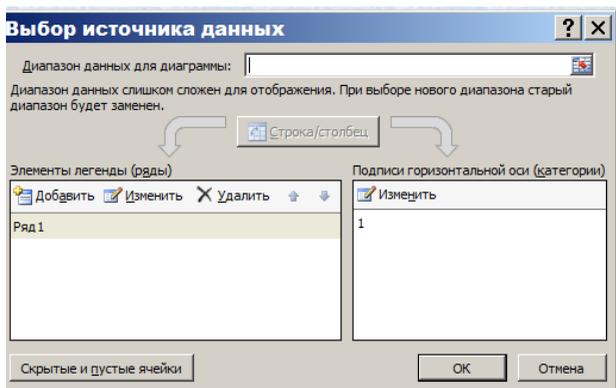
- скопируйте в Таблице 2 средние ячейки в интервалах **I23:M23, I27:M27, I31:M31, I35:M35, I39:M39, I43:M43, I47:M47, I51:M51, I55:M55**;

- внесите скопированные данные в Таблицу 7, воспользовавшись командой **Специальная вставка** из контекстного меню;

	AL	AM	AN	AO	AP	AQ
14	Средние содержания тяжелой фракции по взаимодействию					
15	факторов А и В, % (средние в ячейках)					
16						
17	№ профиля	Глубина моря, м				
18		4 м	5 м	6 м	7 м	8 м
19	Уровни фактора А	Уровни фактора В				
20		B1	B2	B3	B4	B5
21	A1	1.6	2.05	5.65	4.45	2.1
22	A2	1.6	5.1	9.95	3.45	9.6
23	A3	1.85	0.6	8.45	7.65	0.2
24	A4	1.75	0.65	0.1	0	0
25	A5	7.3	4	4.05	1.82	0.26
26	A6	1.55	1.05	1.25	0.25	0
27	A7	4.75	2.1	0.75	1	1.45
28	A8	1.25	2.05	2.95	1.7	5
29	A9	1.55	0.7	3.4	6.15	5.45

- выделите графический шаблон «Зависимость изменения содержаний тяжелой фракции от взаимодействия факторов А и В»;

- с помощью команды **Выбрать данные** вкладки **Конструктор**, укажите новый диапазон ячеек во всплывшем окне **Выбор источника данных** (см. п. 9 Задания 1);



- в окне **Изменение ряда** в строку **Имя ряда** можно вписать A1, либо указать мышкой ячейку **AL21**, содержащую имя уровня фактора A;
- в строку **Значения** с помощью мышки внесите интервал **AM21:AQ21**, содержащий средние в ячейках на уровне A1;

	AL	AM	AN	AO	AP	AQ
16	Таблица 7 (групповые средние из Табл. 2)					
17	№ профиля	Глубина моря, м				
18		4 м	5 м	6 м	7 м	8 м
19	Уровни фактора A	Уровни фактора B				
20		B1	B2	B3	B4	B5
21		A1	1.6	2.05	5.65	4.45
22	A2	1.6	5.1	9.95	3.45	9.6
23	A3					0.2
24	A4					0
25	A5					0.26
26	A6					0
27	A7					1.45
28	A8					5

Изменение ряда

Имя ряда: =Шаблон!\$AL\$21 = A1

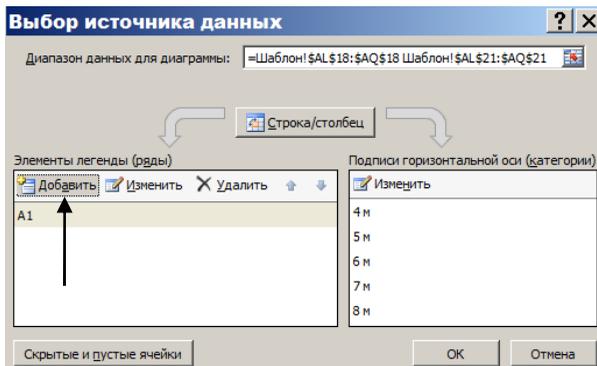
Значения: =Шаблон!\$AM\$21:\$AQ\$21 = 1.6 2.05 5.6...

OK Отмена

- в строку **Подписи оси** внесите интервал **AM18:AQ18**, содержащий глубины моря, на которых отбирались пробы по профилю;

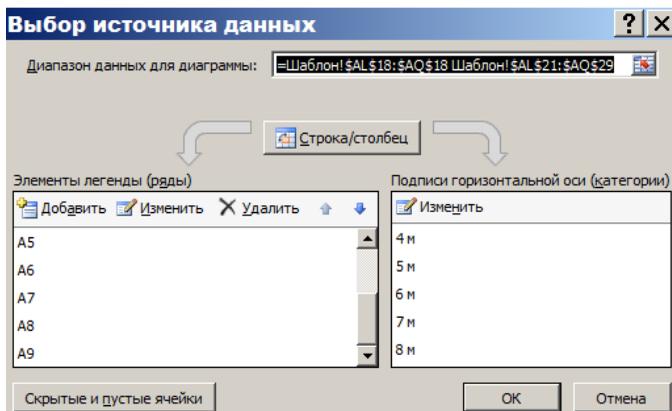
	AL	AM	AN	AO	AP	AQ
16	Таблица 7	(групповые средние из Табл. 2)				
17	№ профиля	Глубина моря, м				
18		4 м	5 м	6 м	7 м	8 м
19	Уровни фактора А	Уровни фактора В				
20		В1	В2	В3	В4	В5
21	A1	1.6	2.05	5.65	4.45	2.1
22	A2	1.6	5.1	9.95	3.45	9.6
23	A3	1.85	0.6	8.45	7.65	0.2
24	A4	Подписи оси				0
25	A5	Диапазон подписей оси:				0,26
26	A6	=Шаблон!\$AM\$18:\$AQ\$18 = 4 м 5 м 6 м ...				0
27	A7	OK Отмена				1,45
28	A8	1 25	2 05	2 95	1 7	5

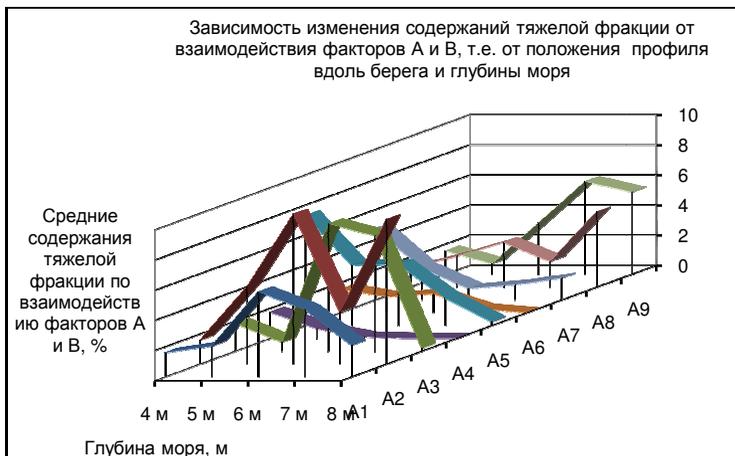
• в окне **Выбор источника данных** воспользуйтесь командой **Добавить** и во всплывшее окно **Изменение ряда** внесите имя уровня A2 и интервал значений **AM22:AQ22**, содержащий средние в ячейках на уровне A2;



	AL	AM	AN	AO	AP	AQ
16	Таблица 7 (групповые средние из Табл. 2)					
17	№ профиля	Глубина моря, м				
18		4 м	5 м	6 м	7 м	8 м
19	Уровни фактора А	Уровни фактора В				
20		В1	В2	В3	В4	В5
21	A1	1.6	2.05	5.65	4.45	2.1
22	A2	1.6	5.1	9.95	3.45	9.6
23	A3	<div style="border: 1px solid gray; padding: 5px;"> Изменение ряда ? X Имя ряда: <input type="text" value="=Шаблон!\$AL\$22"/> = A2 Значения: <input type="text" value="=Шаблон!\$AM\$22:\$AQ\$22"/> = 1.6 5.1 9.95... <div style="text-align: right;"> <input type="button" value="OK"/> <input type="button" value="Отмена"/> </div> </div>				0.2
24	A4					0
25	A5					0.26
26	A6					0
27	A7					1.45
28	A8	5				

• воспользуйтесь командой **Добавить** для каждого следующего уровня фактора А, пока не будут внесены данные по всем 9 профилям.

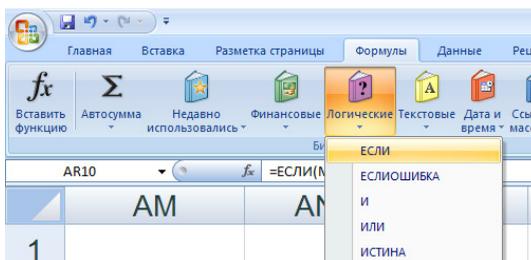




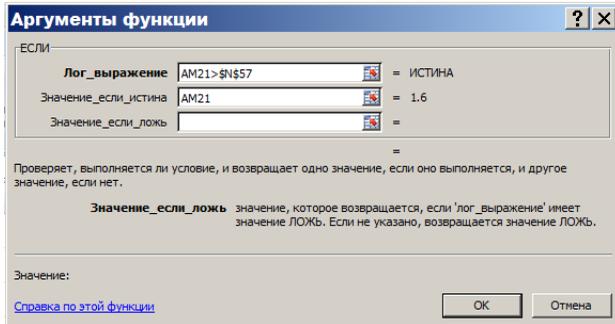
25) В Таблице 8 с помощью логической формулы **ЕСЛИ** выполните сравнение средних значений в ячейках с генеральным средним.

Для этого

- поместите курсор в ячейку **АТ21**;
- на вкладке **Формулы** в группе **Библиотека функций** нажмите кнопку **Логические** и в выпавшем списке выберите функцию **ЕСЛИ**;



- в диалоговом окне **Аргументы функции** задайте установки:
 Лог_выражение – **AM21>\$N\$57**.
 Значение_если истина – **AM21** (т.е. само значение).
 Значение_если ложь – нажмите пробел.
- **ОК**;



	AS	AT	AU	AV	AW	AX
16	Таблица 8					
17	№ профиля	Глубина моря, м				
18		4 м	5 м	6 м	7 м	8 м
19	Уровни фактора А	Уровни фактора В				
20		В1	В2	В3	В4	В5
21	A1	=ЕСЛИ(AM21>\$N\$57 AM21 " ")				
22	A2					
23	A3					

- протяжкой за нижний правый угол ячейки **AT21** вправо и вниз заполните интервал **AT21: AX29**.

№ профиля	Глубина моря, м				
	4 м	5 м	6 м	7 м	8 м
Уровни фактора А	Уровни фактора В				
	В1	В2	В3	В4	В5
A1			5.65	4.45	
A2		5.1	9.95	3.45	9.6
A3			8.45	7.65	
A4					
A5	7.3	4	4.05		
A6					
A7	4.75				
A8			2.95		5
A9			3.4	6.15	5.45

26) Проверьте полученные результаты с помощью встроенной в пакет **Анализ данных** программы **Двухфакторный дисперсионный анализ с повторениями**. Для этого

- скопируйте в Таблицу 9 исходные данные из Таблицы 2 (воспользуйтесь клавишей **Ctrl**, чтобы избежать копирования строк со средними в ячейках);

- на вкладке **Данные** в группе **Анализ** нажмите кнопку **Анализ данных** и в диалоговом окне **Анализ данных** выберите режим **Двухфакторный дисперсионный анализ с повторениями**;

- в одноименном диалоговом окне задайте установки:

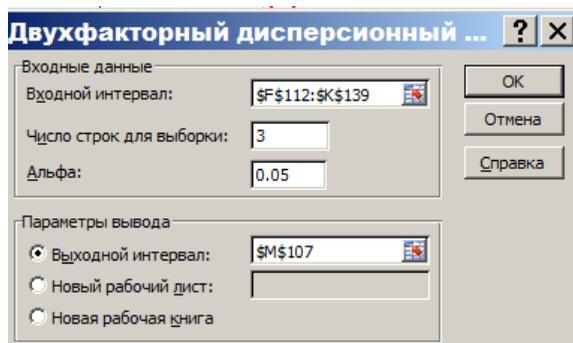
Входной интервал – введите ссылку на ячейки, содержащие анализируемые данные **F112:K139**.

Число строк для выборки – **3** (количество отборов проб на одной глубине).

Уровень значимости α – **0.05**.

Выходной интервал – укажите в виде ссылки на левую верхнюю ячейку выходного диапазона, например **M107**.

- **ОК**.



	M	N	O	P	Q	R	S
107	Двухфакторный дисперсионный анализ с повторениями						
108							
109	ИТОГ	B1	B2	B3	B4	B5	Итого
110	A1						
111	Счет	3	3	3	3	3	15
112	Сумм	4.8	6.15	16.95	13.35	6.3	47.55
113	Сред	1.6	2.05	5.65	4.45	2.1	3.17
114	Диспе	0.01	0.0025	0.122	4.6225	0.09	3.4039
115							
116	A2						
117	Счет	3	3	3	3	3	15
118	Сумм	4.8	15.3	29.85	10.35	28.8	89.1
119	Сред	1.6	5.1	9.95	3.45	9.6	5.94
120	Диспе	0.04	0.81	3.063	0.0025	0.16	12.414
121							
122	A3						
123	Счет	3	3	3	3	3	15
124	Сумм	5.55	1.8	25.35	22.95	0.6	56.25
125	Сред	1.85	0.6	8.45	7.65	0.2	3.75
126	Диспе	0.0025	0.01	0.303	0.1225	1E-33	13.656
127							
128	A4						
129	Счет	3	3	3	3	3	15
130	Сумм	5.25	1.95	0.3	0	0	7.5
131	Сред	1.75	0.65	0.1	0	0	0.5
132	Диспе	0.0225	0.0225	3E-34	0	0	0.4875
133							
134	A5						
135	Счет	3	3	3	3	3	15
136	Сумм	21.9	12	12.15	5.46	0.765	52.275
137	Сред	7.3	4	4.05	1.82	0.255	3.485
138	Диспе	2.25	0.81	0.563	0.5329	0.06	6.6759
139							
140	A6						
141	Счет	3	3	3	3	3	15
142	Сумм	4.65	3.15	3.75	0.75	0	12.3
143	Сред	1.55	1.05	1.25	0.25	0	0.82
144	Диспе	0.3025	0.0025	0.002	0.0025	0	0.4231
145							
146	A7						

147	Счет	3	3	3	3	3	15
148	Сумм	14.25	6.3	2.25	3	4.35	30.15
149	Сред	4.75	2.1	0.75	1	1.45	2.01
150	Диспе	0.5625	0.04	0.023	0	0.0025	2.3261
151							
152	A8						
153	Счет	3	3	3	3	3	15
154	Сумм	3.75	6.15	8.85	5.1	15	38.85
155	Сред	1.25	2.05	2.95	1.7	5	2.59
156	Диспе	0.1225	0.0225	0.422	0.01	0.16	1.9947
157							
158	A9						
159	Счет	3	3	3	3	3	15
160	Сумм	4.65	2.1	10.2	18.45	16.35	51.75
161	Сред	1.55	0.7	3.4	6.15	5.45	3.45
162	Диспе	0.4225	0.01	1.21	14.823	0.0025	7.1664
163							
164	того						
165	Счет	27	27	27	27	27	
166	Сумм	69.6	54.9	109.7	79.41	72.165	
167	Сред	2.57778	2.033333333	4.061	2.9411	2.6728	
168	Диспе	4.21276	2.439615385	11.13	8.1778	10.327	
169							
170							
171	Дисперсионный анализ						
172	ник ва	SS	df	MS	F	Значение	критическое
173	Выбо	324.598	8	40.57	57.484	4E-32	2.043
174	Столб	60.6768	4	15.17	21.491	2E-12	2.4729
175	Взаим	555.466	32	17.36	24.592	3E-32	1.572
176	Внутр	63.5259	90	0.706			
177							
178	Итого	1004.27	134				

Сравните рассчитанные по формулам значения средних на уровнях и в ячейках, дисперсии, критерии Фишера со значениями, рассчитанными автоматически.

Учебное издание
Составитель *Людмила Анатольевна Христенко*

ДИСПЕРСИОННЫЙ АНАЛИЗ

Практикум для студентов III–IV курсов по дисциплине
«Математические методы в геологии»

Редактор *Е.В. Шумилова*
Корректор *В.Е. Пирожкова*

Подписано к использованию 25.04.2016.
Объем данных 5.45 Мб

Издательский центр
Пермского государственного национального
исследовательского университета
614990, г. Пермь, ул. Букирева, 15