

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«ПЕРМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Е. Н. Буркова, А. Н. Кондрашов, К. А. Рыбкин

СИСТЕМА АВТОМАТИЗИРОВАННЫХ РАСЧЕТОВ COMSOL

*Допущено методическим советом
Пермского государственного национального
исследовательского университета в качестве
учебного пособия для студентов, обучающихся
по направлению подготовки бакалавров
«Физика»*



Пермь 2019

УДК 53: 004
ББК 22.3+32.81
Б914

Буркова Е. Н., Кондрашов А. Н., Рыбкин К. А.

Б914 Система автоматизированных расчетов Comsol [Электронный ресурс]: учеб. пособие / Е. Н. Буркова, А. Н. Кондрашов, К. А. Рыбкин; Перм. гос. нац. исслед. ун-т. – Электрон. дан. – Пермь, 2019. – 9,88 Мб; 133 с. – Режим доступа: <http://www.psu.ru/files/docs/science/books/uchebnie-posobiya/sistema-avtomatizirovannyh-raschetov-comsol.pdf>. – Загл. с экрана.

ISBN 978-5-7944-3286-2

Учебное пособие по дисциплине «Автоматизация инженерных расчетов» посвящено краткому описанию среды Comsol®. Даются примеры решения шести задач для облегчения освоения среды Comsol®. Большинство рассмотренных задач после получения результатов содержат перечень заданий, позволяющих повторить и закрепить изученный материал.

Издание призвано помочь студентам сориентироваться в применении пакета Comsol Multiphysics® к решению сложных мультифизических задач.

**УДК 53: 004
ББК 22.3+32.81**

*Издается по решению ученого совета физического факультета
Пермского государственного национального исследовательского университета*

*Рецензенты: кафедра теоретической и математической физики Института
естественных наук и математики ФГАОУ ВО «УрФУ имени
первого Президента России Б.Н. Ельцина (зав. кафедрой,
д.ф.-м.н. профессор **А. О. Иванов**);*

*К.ф.-м.н научный сотрудник лаборатории Динамики
дисперсных систем ИМСС УрО РАН **К. А. Хохрякова***

ISBN 978-5-7944-3286-2

© ПГНИУ, 2019

© Буркова Е. Н., Кондрашов А. Н.,
Рыбкин К. А., 2019

ОГЛАВЛЕНИЕ

1. Введение	6
1.1. Зачем нужно моделирование?	6
1.2. Создание новой модели	8
1.3. Последовательность действий при работе с пакетом COMSOL Multiphysics	12
2. Вращение галактики	14
2.1. Описание модели	15
2.2. Результаты и обсуждения	16
2.3. Примечания о реализации в COMSOL	16
2.4. Создание модели	18
2.4.1. Model Wizard (Мастер создания модели)	18
2.4.2. Root (Корень)	18
2.4.3. Geometry (Геометрия)	19
2.4.4. Definitions (Определения)	20
2.4.5. Mathematical Particle Tracing (pt) (Трассировка частиц)	21
2.4.6. Mesh (Сетка)	23
2.4.7. Study (Исследование)	24
2.4.8. Definitions (Определения)	25
2.4.9. Results (Результаты)	25
3. Аттрактор Лоренца	28
3.1. Описание модели	29
3.2. Результаты и обсуждения	30
3.3. Создание модели	30
3.3.1. Model Wizard (Мастер создания модели)	31
3.3.2. Root (Корень)	32
3.3.3. Global Definitions (Глобальные определения)	32
3.3.4. Global Odes and daes (ge) (Глобальные ОДУ)	33
3.3.5. Study (Исследование)	33
3.3.6. Results (Результаты)	35

4. Многокомпонентный проточный трубчатый реактор с изотермическим охлаждением	37
4.1. Описание модели	38
4.1.1. Реакция	38
4.1.2. Геометрия задачи	38
4.1.3. Решаемые уравнения	39
4.1.4. Параметры модели	41
4.2. Результаты и обсуждения	43
4.3. Создание модели	43
4.3.1. Model Wizard (Мастер создания модели)	44
4.3.2. Global Definitions (Глобальные определения)	46
4.3.3. Geometry (Геометрия)	47
4.3.4. Definitions (Определения)	48
4.3.5. Chemistry (chem) (Химия)	48
4.3.6. Transport of Diluted Species (tds) (Движение разбавленных растворов)	51
4.3.7. Heat Transfer in Fluids (ht) (Теплообмен в жидкостях)	54
4.3.8. Laminar Flow (spf) (Ламинарный поток)	56
4.3.9. Multiphysics (Мультифизика)	57
4.3.10. Mesh (Сетка)	58
4.3.11. Results (Результаты)	60
4.4. Задания	67
5. Естественная конвекция в стакане с водой	69
5.1. Описание модели	70
5.1.1. Граничные условия	71
5.2. Результаты и обсуждение	71
5.3. Создание модели	72
5.3.1. Model Wizard (Мастер создания модели)	73
5.3.2. Global Definitions (Глобальные определения)	74
5.3.3. Geometry (Геометрия)	75
5.3.4. Add Material (Добавить материал)	75
5.3.5. Laminar Flow (spf) (Ламинарный поток)	77
5.3.6. Heat Transfer in Fluids (ht) (Теплопередача в жидкости)	79
5.3.7. Mesh (Сетка)	81
5.3.8. Study (Исследование)	81
5.3.9. Results (Результаты)	83
5.4. Задания	92

6. Индуктивный нагрев медного цилиндра	93
6.1. Описание модели	95
6.2. Результаты и обсуждения	95
6.3. Создание модели	97
6.3.1. Model Wizard (Мастер создания модели)	97
6.3.2. Global Definitions (Глобальные определения)	98
6.3.3. Geometry (Геометрия)	98
6.3.4. Material (Материалы)	100
6.3.5. Magnetic Fields (mf) (Магнитное поле)	103
6.3.6. Heat Transfer in Solids(ht) (Перенос тепла в твердом теле)	104
6.3.7. Mesh (Сетка)	105
6.3.8. Study (Исследование)	106
6.3.9. Results (Результаты)	106
7. Капля чернил	109
7.1. Описание модели	111
7.1.1. Основные управляющие уравнения	111
7.1.2. Уравнения движения	112
7.1.3. Начальные условия	113
7.1.4. Граничные условия	113
7.2. Результаты и обсуждение	115
7.3. Создание модели	115
7.3.1. Model Wizard (Мастер создания модели)	116
7.3.2. Geometry (Геометрия)	118
7.3.3. Materials (Материалы)	122
7.3.4. Add Material (Добавить материал)	122
7.3.5. Definitions (Определения)	123
7.3.6. Level Set (tpf) (Метод граничного уровня)	124
7.3.7. Mesh (Сетка)	127
7.3.8. Study (Исследование)	127
7.3.9. Results (Результаты)	129
7.4. Задания	131

1. | ВВЕДЕНИЕ

1.1. ЗАЧЕМ НУЖНО МОДЕЛИРОВАНИЕ?

Традиционно процесс получения нового знания основывался на тесном взаимодействии двух дополняющих друг друга подходов: теоретическом и экспериментальном. В основе физики как науки, без сомнения, лежит эксперимент. Именно его результаты дают пищу для построения абстрактных моделей. К сожалению, информация, полученная в ходе проведения эксперимента, неполна, обрывочна и, зачастую, может быть по-разному интерпретирована. В этом случае теоретический анализ позволяет глубже проникнуть в суть явления и изучить его со сторон, недоступных для прямого наблюдения. Успешная теория обобщает имеющиеся знания, облегчает понимание и дает возможность объяснить ее другим. В физике и технике наличие теории подразумевает существование математической модели исследуемого процесса. Однако применимость таких моделей имеет значительные ограничения. Очень часто реальные задачи становятся настолько сложны, что известные математические приемы не позволяют получить точного решения. В этом случае прибегают к численным методам.

Сегодня, в связи с развитием вычислительной техники, численное моделирование технических процессов становится основным инструментом исследования при решении инженерных задач. Его преимущества перед лабораторным экспериментом очевидны – скорость и стоимость выполнения. Гораздо дешевле и быстрее провести оптимизацию параметров камеры сгорания двигателя на компьютере, а не создавать десятки однотипных лабораторных прототипов. Ввиду высокой востребованности на современном рынке конкурирует большое количество коммерческих программных продуктов, предназначенных для численного решения дифференциальных уравнений. Наиболее известными и распространенными являются пакеты компаний ANSYS и SIEMENS.

Как правило, численный пакет представляет собой набор независимых инструментов для решения задач механики твердого деформируемого тела, гидродинамики, теплофизики, электромагнетизма и т.д. Так, в продукте компании ANSYS собрано воедино огромное коли-

чество совершенно различных и практических независимых программ, таких как Fluent, CFX или Maxwell. Каждый из модулей продается отдельно. Существенные различия в используемых подходах и интерфейсе затрудняют использование комплекса одним оператором, вынуждая промышленные компании нанимать на каждый пакет отдельного специалиста. Кроме того, такой подход вредит взаимодействию продуктов и затрудняет решение междисциплинарных задач.

Одним из ключевых преимуществ пакета COMSOL Multiphysics является мультифизика – возможность решения связанных междисциплинарных задач в единой среде. Например, можно решать задачу по гидродинамике, и одновременно учесть процессы теплопередачи, а затем усложнить её решением задачи из области механики конструкций. Получим достаточно сложную междисциплинарную задачу, для решения которой зачастую приходится использовать несколько пакетов для моделирования, а также передавать данные из одного пакета в другой. В пакете COMSOL Multiphysics вся задача решается в единой среде, исследователю только нужно добавить новую физику, задать граничные условия и запустить расчет. Работа в одной среде разработки позволяет экономить время и силы и сконцентрироваться на работе задачи и ее решении. Зачастую возникают случаи, когда необходимые уравнения или граничные условия еще не встроены в пакет. В этом случае пользователю всегда можно дополнить модель своими уравнениями, которые будут интегрированы в общую постановку задачи таким же образом, как и любые другие, уже поддерживаемые элементы. В результате пакет COMSOL Multiphysics применяется практически во всех отраслях: в пищевой промышленности, медицинских приложениях, авиапромышленности и космической отрасли.

Применение моделирования в процессе обучения, использование пакета COMSOL Multiphysics для проведения учебных курсов зачастую позволяет существенно повысить понимание предмета студентами, а значит, и качество выпускаемых специалистов. Кроме того моделирование дает более глубокое понимание, которое позволяет находить новые решения и оптимальные решения для стоящей перед исследователем задачи. Не малую роль играет возможность провести виртуальные тесты или тестовые стенды, которые как правило, значительно дешевле физических прототипов, как следствие экономия времени и материальных ресурсов. Моделирование позволяет с легкостью делиться своим опытом с коллегами и научными сотрудниками.

1.2. СОЗДАНИЕ НОВОЙ МОДЕЛИ

Рассмотрим последовательность действий при работе с пакетом COMSOL Multiphysics.

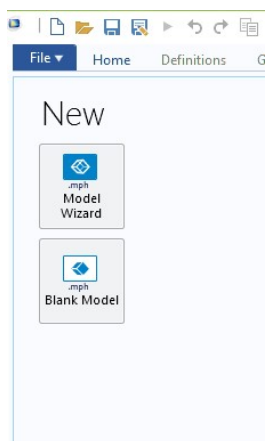


Рис. 1.1. Фрагмент первичного окна

При запуске пакета перед исследователем раскрывается первичное окно (см. рис. 1.1), на котором доступны две иконки: **Blank Model** (Шаблон пустой модели) и **Model Wizard** (Мастер создания модели). **Model Wizard** (Мастер создания модели) позволяет осуществлять первичные шаги, а именно, выбрать размерность пространства модели, физические интерфейсы, на основе которых будет происходить решение поставленной задачи. Бланк пустой модели удобен для работы тем исследователям, которые достаточно хорошо знакомы с пакетом COMSOL Multiphysics и могут самостоятельно задать ту последовательность действий, которая осуществляется при использовании мастера создания модели. При создании модели с помощью мастера создания модели для начала

Вам предстоит выбрать размерность пространства. Возможные размерности: 3D, 2D, 1D, 0D, например, для печатных плат. Кроме того, можно решать двумерные и одномерные осесимметричные задачи (рис. 1.2).

Далее предстоит выбрать один или несколько физических интерфей-

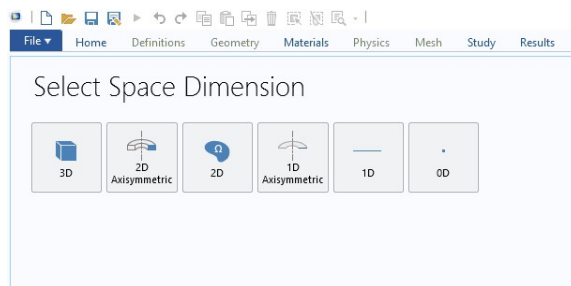


Рис. 1.2. Фрагмент рабочего стола на данном этапе работы

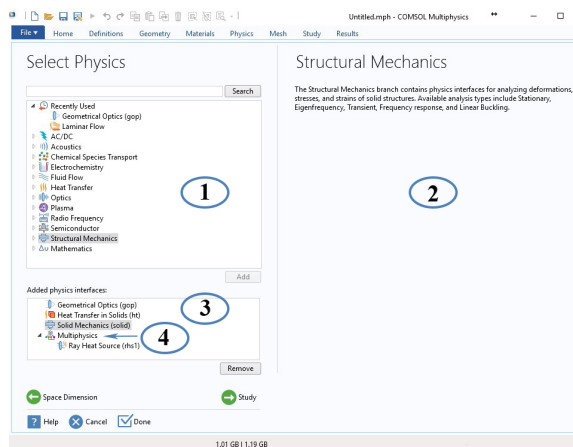


Рис. 1.3. Вид рабочего стола на данном этапе работы

сов (рис. 1.3,1). Для удобства поиска они сгруппированы по нескольким разделам физики: **AC/DC** (Переменный и постоянный ток), **Acoustics** (Акустика), **Chemical Species Transport** (Химические процессы), **Electrochemistry** (Электрoхимия), **Fluid Flow** (Поток жидкости), **Heat Transfe** (Теплопередача), **Optics** (Оптика), **Plasma** (Плазма), **Radio Frequency** (Радиочастоты), **Semiconductor** (Полупроводник), **Structural Mechanics** (Строительная механика), **Mathematics** (Математика).

У каждого интерфейса в правой части экрана находится его краткое описание, которое помогает сделать выбор интерфейса (рис. 1.3,2). Для добавления физического интерфейса следует нажать кнопку **Add** (Добавить) либо щелкнуть правой кнопкой мыши на нужный интерфейс, вызвать под-

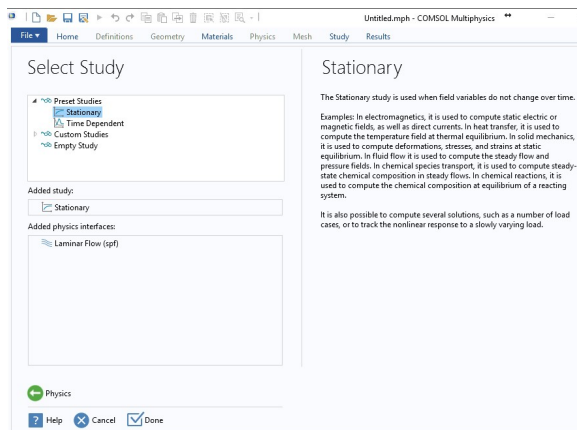


Рис. 1.4. Вид рабочего стола на данном этапе работы

меню и выбрать **Add Physics** (Добавить физику), либо дважды щелкнуть левой кнопкой мыши на выбранный физический интерфейс. После этого один или несколько физических интерфейсов, которые могут быть включены в выбранный Вами интерфейс, появились в **Added physics interfaces** (Окно выбора) (рис. 1.3,3). Если Вы выбираете два и более физических интерфейса, то автоматически возникает интерфейс мультифизических связей **Multiphysics** (Мультифизика) (рис. 1.3,4).

Затем нажатием кнопки **Study** (Исследование) переходите к выбору исследования. В окне **Select Study** (Выбор исследования) следует выбрать тот или иной тип исследования, соответствующий одному или нескольким репаталям (рис. 1.4). В правой части экрана можно увидеть краткое описание выбираемых исследований. Выберите нужное и нажмите кнопку **Done** (Готово). На рабочем столе появится дерево модели с учетом тех настроек, которые были заданы в Мастере создания моделей (рис. 1.5).

Теперь появилось основное окно для работы с COMSOL Multiphysics. Данный рабочий стол состоит из нескольких окон, которые можно изменять в размерах, двигать, закреплять и разъединять. Все изменения в макете будут сохранены по завершении сеанса и снова отобразятся при следующем запуске пакета. По мере построения модели будут добавляться новые окна и виджеты.

При запуске новой модели в левой части основного окна располагается **Model Builder** (Окно строителя моделей) (рис. 1.5), которое включает в себя дерево модели 1, состоящее из перечня узлов, и панель

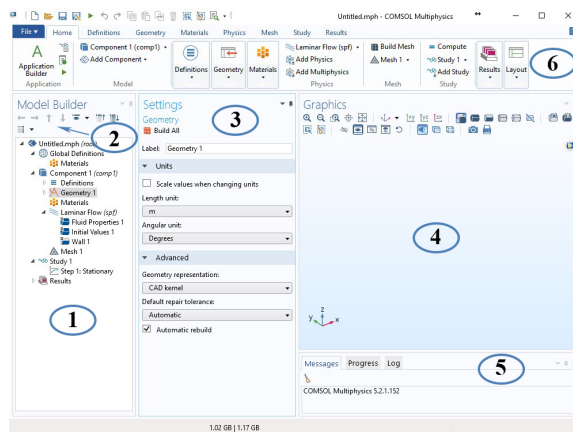


Рис. 1.5. Вид рабочего стола на данном этапе работы

инструментов 2. Процесс моделирования можно контролировать из контекстных меню, которые вызываются щелчком правой кнопки мыши на узле. Если пройтись по узлам сверху вниз, то можно увидеть все те шаги, которые необходимо осуществить для создания и решения модели, а именно, необходимо задать геометрию модели, материалы, осуществить постановку задачи посредством выбора физических интерфейсов и граничных условий, осуществить дискретизацию задачи (построить сетку), выполнить решение, получить результаты и произвести их обработку.

В средней части основного окна расположено окно настроек 3. Оно является интерактивным: характерным для тех узлов, которые выбираются в дереве модели. В этом окне задаются основные характеристики модели, включая размерность геометрии, свойства материалов, граничные и начальные условия, а также любую другую информацию, которая может понадобиться для решения модели. На рис. 1.5 представлено окно **Setting** (Настройки) узла **Geometry** (Геометрия).

В правой части основного окна располагается окно для вывода графических данных **Graphics** 4, которое отображает интерактивную графику для узлов **Geometry** (Геометрия), **Mesh** (Сетка), **Results** (Результаты). В нем доступны операции поворота, панорамирования, масштабирования и выделения.

В нижней части основного окна располагаются информационные окна 5, которые содержат важные сведения о работе, в том числе о длительности и ходе решения, статистике сеток, журнале решателя и таблицах результа-

тов, если такие имеются в рассматриваемой задаче.

В верхней части основного окна располагается лента Ribbon 6. Вкладки ленты Ribbon отражают процессы моделирования и функциональную доступность на каждом этапе, включая создание приложений на базе ваших собственных моделей. За последнее отвечает иконка **Application Builder** (Конструктор приложений). На вкладке **Home** (Главная) расположены кнопки наиболее популярных операций для изменения модели, запуска моделирования, а также построения и тестирования предложений. Можно выполнить изменение параметров модели для параметризованной геометрии, анализ свойств физики материалов, построение сетки, проведение исследований и визуализацию результатов моделирования.

У всех основных этапов процесса моделирования есть стандартные вкладки, они упорядочены как в дереве модели, сверху вниз, так и в ленте слева направо. Сначала идет раздел **Definitions** (Определение), затем **Geometry** (Геометрия), **Materials** (Материалы), **Physics** (Физика), **Mesh** (Сетка), **Study** (Исследование) и **Results** (Результаты). Лента представляет быстрый доступ к командам и дополняет дерево модели в окне **Model Builder** (Окно строителя моделей). Большинство возможностей ленты так же доступно из контекстных меню по правому щелчку в высших узлах дерева модели. Стоит отметить, что в перечисленных выше разделах дерева модели (кроме **Definitions** (Определения)) учитывается порядковый номера узла, поэтому для изменения последовательности операций можно перемещать подузлы вверх и вниз. Наиболее важно следить за порядком операций в разделе **Physics** (Физика). Переупорядочить узлы можно следующими способами: перетащить их мышью, щелкнуть правой кнопкой мыши узел и выбрать **Move Up** (Сдвинуть вверх) и **Move Down** (Сдвинуть вниз), нажать кнопку Ctrl + стрелка вверх или кнопку Ctrl + стрелка вниз.

1.3. ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ ДЕЙСТВИЙ ПРИ РАБОТЕ С ПАКЕТОМ COMSOL MULTIPHYSICS

На первом этапе требуется провести обрисовку геометрии модели. Её можно сделать самостоятельно или подгрузить из **Application Libraries** (Библиотека приложений) – это наборы файлов с разрешением *.mph, содержащие учебные модели и готовые к работе приложения с

сопроводительной документацией.

На следующем этапе нужно осуществить постановку задачи, задать физические интерфейсы, на основе которых будет происходить решение конкретной задачи. Задать граничные условия для данных интерфейсов.

На третьем этапе нужно дискретизировать задачу: построить сетку, построить решение, получить данные и на основе последних провести пост-процессинг.

2. | ВРАЩЕНИЕ ГАЛАКТИКИ



Рис. 2.1. Винсент Ван Гог ”Звездная ночь”, 1889

Галактика — гравитационно-связанная система из звёзд и звёздных скоплений, межзвёздного газа и пыли и тёмной материи. Все объекты в составе галактики участвуют в движении относительно общего центра масс. Галактики отличаются большим разнообразием: среди них можно выделить сфероподобные эллиптические галактики, дисковые спиральные галактики, галактики с перемычкой (баром), линзовидные, карликовые, неправильные и т. д.

В настоящем примере рассматриваются гравитационные взаимодействия между большим количеством звезд. Так как звёзды расположены далеко друг от друга и вероятность их столкновения мала, звёзды, как в галактиках, так и в скоплениях, представляют собой бесстолкновительную среду. Каждая звезда испытывает притяжение к остальным, поэтому положения каждой отдельной звезды в различные моменты времени рассчитываются при помощи модуля межчастичного взаимодействия (**Particle-Particle Interaction**). Попробуем рассчитать эволюцию вращающегося эллиптического скопления звезд и посмотрим на образование рукавов галактики.

2.1. ОПИСАНИЕ МОДЕЛИ

Считая систему звезд вращающейся, в задаче определяется изменение положения звезд со временем. Для каждой звезды в галактике решается обыкновенное дифференциальное уравнение, составленное на основании второго закона Ньютона и закона всемирного тяготения:

$$\frac{d}{dt}(m_i \vec{v}_i) = \vec{F}_i. \quad (2.1)$$

Сила $\vec{F}_i$, действующая на i -ю частицу (звезду) со стороны всех остальных, получается из векторной суммы сил:

$$\vec{F}_i = -Gm_i^2 \sum_{j=1}^N \frac{(\vec{r}_i - \vec{r}_j)}{|\vec{r}_i - \vec{r}_j|^3}, \quad (2.2)$$

где G – гравитационная постоянная, а m_i – масса i -й звезды. Переменные r_i и r_j – радиусы-векторы взаимодействующих объектов. Масса звезд полагается одинаковой. Совокупность звезд начинает движение как твердое тело. Начальный радиус-вектор каждой звезды выглядит следующим образом:

$$q_{x,i} = \frac{1}{2} + R \cos \theta, q_{y,i} = \frac{1}{2} + \alpha R \sin \theta, \quad (2.3)$$

где R – случайное число между 0 и 0.25 призвано равномерно распределить объекты в пространстве расчетной области, θ – некоторое значение угла, равномерно изменяющееся в диапазоне от 0 до 2π , множитель α взят равным 0.25 и деформирует форму галактики в эллипс. Такое описание позволяет повысить концентрацию звезд вблизи центра галактики. Начальные скорости направлены против движения часовой стрелки и описываются следующим образом:

$$u_{x,i} = -VD \sin \theta, u_{y,i} = VD \cos \theta, \quad (2.4)$$

где $V = 50$, а параметр D определен как:

$$D = \sqrt{x^2 + y^2}. \quad (2.5)$$

2.2. РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЯ

На рис. 2.2 показано распределение всех звезд в начальный момент времени. Галактика имеет эллипсоидальную форму, а плотность звезд растет в направлении центра вращения. Через 25 временных интервалов часть звезд отдаляется от центральной области, образуя рукав. На последнем временном шаге галактика эволюционирует до спиралевидной формы.

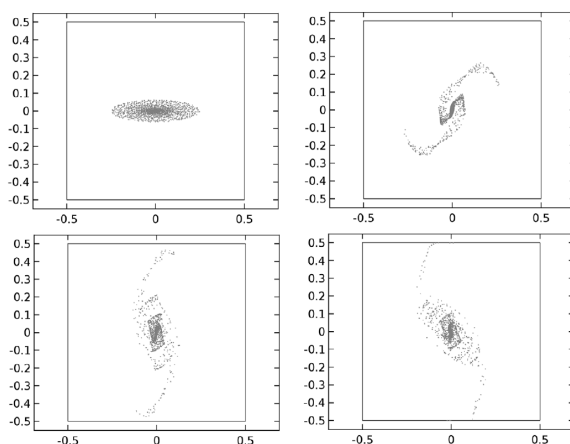


Рис. 2.2. Положение звезд в различные моменты времени. Слева направо и сверху вниз — исходное состояние через 25, 40 и 50 временных шагов соответственно

2.3. ПРИМЕЧАНИЯ О РЕАЛИЗАЦИИ В COMSOL

Для описания собственных взаимодействий в COMSOL используется специфический синтаксис. Координаты частицы в расчете задаются переменными с именами Kux и Kuy , однако, чтобы рассчитать компоненты радиус-вектора соседних частиц, используются выражения $dest(qx)$ и $dest(qy)$, соответственно.

Для примера напомним гравитационную силу, действующую на отдельную частицу:

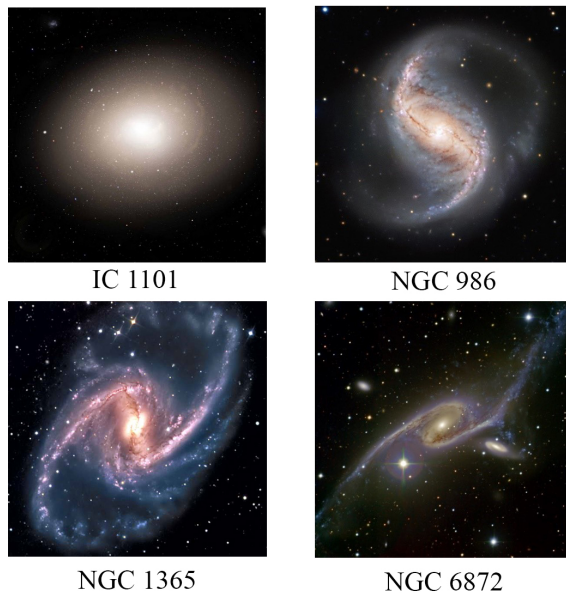


Рис. 2.3. Примеры реальных галактик, полученные телескопом Хаббл

$$\vec{F}_i = -Gm_i^2 \sum_{j=1}^N \frac{(\vec{r}_i - \vec{r}_j)}{|\vec{r}_i - \vec{r}_j|^3}, \quad (2.6)$$

где r_i – радиус вектор i -й частицы, G – гравитационная постоянная, m – масса частицы. Для записи этой силы в пакете COMSOL следует представить выражение (2.6) в следующем виде:

$$\begin{aligned} & G^*m^2(qx-\text{dest}(qx))/\text{sqrt}((qx-\text{dest}(qx))^2+(qy-\text{dest}(qy))^2+\text{tol})^3 \\ & G^*m^2(qy-\text{dest}(qy))/\text{sqrt}((qx-\text{dest}(qx))^2+(qy-\text{dest}(qy))^2+\text{tol})^3, \end{aligned}$$

где tol – введенный в ходе решения малый параметр (в этом случае равный 0.01), предотвращающий деление на ноль для самой частицы. На практике очень сложно правильно подобрать величину параметра tol . Он должен быть намного меньше самого маленького из возможных расстояний между взаимодействующими частицами.

2.4. СОЗДАНИЕ МОДЕЛИ

В первичном окне выберите **Model Wizard** (Мастер создания модели).

2.4.1. MODEL WIZARD (МАСТЕР СОЗДАНИЯ МОДЕЛИ)

1. В окне **Select Space Dimension** (Выбор размерности пространства) выберите **2D** (Двухмерное).
2. Выберите физический интерфейс. Для этого в окне **Select Physics** (Выбор исследования) последовательно раскройте (дважды щелкните мышкой или нажмите на треугольник слева от надписи) раздел **Mathematics** (Математика) и выберите интерфейс **Mathematical Particle Tracing (pt)** (Трассировка частиц).
3. Нажмите кнопку **Add** (Добавить). При этом ниже появится окно **Added Physics Interfaces** (Добавление физического интерфейса).
4. Нажмите на стрелочку **Study** (Изучить).
5. В окне **Select Study** (Выбор исследования) раскройте раздел **Preset Studies** (Предварительно настроенные исследования) и выберите исследование **Bidirectionally Coupled Particle Tracing** (Связанная трассировка частиц).
6. Нажмите кнопку **Done** (Готово).

2.4.2. ROOT (КОРЕНЬ)

1. В окне Построителя моделей выберите узел **Component1** (Компонент 1).

2. В окне **Settings** (Настройки) узла **Component** (Компонент) найдите раздел **General** (Общие).
3. В поле **Unit System** (Система единиц) из предложенного списка выберите **None** (Безразмерные).

2.4.3. ГЕОМЕТРИЯ (ГЕОМЕТРИЯ)

Нарисуйте прямоугольник и эллипс. Эллипс используется для того, чтобы проще указать начальную позицию и скорость звезд в галактике.

Rectangle 1 (r1) (Прямоугольник 1)

1. В окне Построителя моделей выберите узел **Component1** (Компонент 1).
2. На панели инструментов Ленты выберите вкладку **Geometry** (Геометрия), нажмите на кнопку **Primitives** (Основные) и выберите **Rectangle** (Прямоугольник).
3. В окне **Settings** (Настройки) узла **Rectangle** (Прямоугольник) найдите раздел **Position** (Позиция).
4. В поле **Base** (Основание) из предложенного списка выберите **Center** (Центр).
5. Нажмите на кнопку **Build All Objects** (Построить все объекты).

Ellipse 1 (e1) (Эллипс 1)

1. На панели инструментов Ленты выберите вкладку **Geometry** (Геометрия), нажмите на кнопку **Primitives** (Основные) и выберите **Ellipse** (Эллипс).
2. В окне **Settings** (Настройки) узла **Ellipse** (Эллипс) выберите раздел **Size and Shape** (Размер и форма).
3. В текстовом поле **a-semiaxis** введите **1/4**.

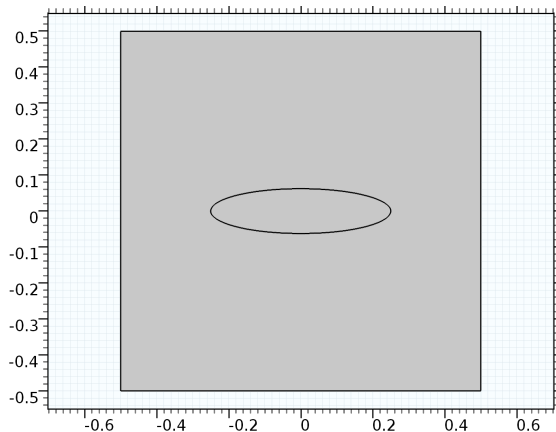


Рис. 2.4. Текущий вид модели в окне для вывода графических данных

4. В текстовом поле **b-semiaxis** введите **1/16**.
5. Нажмите на кнопку **Build All Objects** (Построить все объекты).

2.4.4. DEFINITIONS (ОПРЕДЕЛЕНИЯ)

Variables 1 (Переменные 1)

1. На панели инструментов Ленты выберите вкладку **Home** (Главная), нажмите на кнопку **Variables** (Переменные) и выберите **Local Variables** (Локальные переменные).
2. В окне **Settings** (Настройки) узла **Variables** (Переменные) найдите раздел **Variables** (Переменные) и заполните следующую таблицу:

Name	Expression	Unit	Description
G	0.05		Гравитационная постоянная
m	1		Нормированная масса Солнца
V0	50		Начальная скорость
R	$\sqrt{x^2+y^2}$		Расстояние от центра
r	$\sqrt{(qx-\text{dest}(qx))^2+(qy-\text{dest}(qy))^2+0.01}$		Сумма расстояний между частицами

2.4.5. MATHEMATICAL PARTICLE TRACING (PT) (ТРАССИРОВКА ЧАСТИЦ)

Particle Properties 1 (Свойства частиц)

1. В окне Построителя моделей в разделе **Mathematical Particle Tracing (pt)** (Трассировка частиц) выберите **Particle Properties 1** (Свойства частиц).
2. В окне **Settings** (Настройки) узла **Particle Properties** (Свойства частиц) найдите раздел **Particle Mass** (Масса частиц).
3. В текстовом поле **mp** введите 1.
Добавьте в систему гравитационное взаимодействие.

Particle-Particle Interaction 1 (Межчастичное взаимодействие)

1. На панели инструментов Ленты выберите вкладку **Physics** (Физика), найдите раздел **Domains** (Область) и выберите **Particle-Particle Interaction** (Межчастичное взаимодействие).
2. Выберите только 1 и 2-ю области.
3. Найдите раздел **Force** (Сила) и в поле **Interaction force** (Сила взаимодействия) из предложенного списка выберите **User defined** (Определяемые пользователем).

$-G*m^2*(\text{dest}(qx)-qx)/r^3$	x
$-G*m^2*(\text{dest}(qy)-qy)/r^3$	y

4. Задайте компоненты вектора силы **Fu** как:

Поскольку все частицы взаимодействуют друг с другом, полный Якобиан матрицы определяется на каждом временном шаге. В связи с этим решение будет непрактичным, так как решения матрицы 2400 на 2400 требуют больших временных затрат. Плотность матрицы может быть снижена путем исключения из рассмотрения вклада якобиана в межчастичное взаимодействие (Exclude Jacobian). Такая настройка используется системой по умолчанию.

Рассматриваем 1200 звезд, находящихся в эллипсондальной области, таким образом, что плотность их расположения возрастает к центру. Задаем начальную скорость, соответствующую движению твердого тела.

Release 1 (Инициализация)

1. На панели инструментов Ленты выберите вкладку **Physics** (Физика), найдите раздел **Domains** (Область) и выберите **Release** (Инициализация).
2. Выберите только область 2.
3. В окне **Settings** (Настройки) узла **Release** (Инициализация) выберите раздел **Initial Position** (Начальное положение).
4. В поле **Initial Position** (Начальное положение) из предложенного списка выберите **Density** (Плотность).
5. В текстовом поле N введите значение **1200**.
6. В текстовом поле ρ введите выражение **$1/\text{sqrt}(x^2+16*y^2+1E-4)$** .
7. В окне **Settings** (Настройки) узла **Release** (Инициализация) найдите пункт **Initial Velocity** (Начальная скорость) и введите компоненты вектора как:

$-V0*R*\sin(\text{atan2}(y,x))$	x
$V0*R*\cos(\text{atan2}(y,x))$	y

2.4.6. MESH (СЕТКА)

В данном случае точность движения частицы не зависит от размера ячейки, потому что траектории частиц не связаны с полями. Однако начальное распределение частиц в некотором роде от сетки зависит. Следовательно, следует использовать очень мелкую сетку внутри эллипса.

Free Triangular 1 (Свободный треугольник)

1. На панели инструментов Ленты выберите вкладку **Mesh** (Сетка) и найдите раздел **Free Triangular** (Свободный треугольник).
2. В окне **Settings** (Настройки) узла **Free Triangular** (Свободный треугольник) найдите пункт **Domain Selection** (Область выбора).
3. В поле **Geometric entity level** (Уровень геометрического объекта) из предложенного списка выберите **Domain** (Область).
4. Выберите только области 1 и 2.
5. В окне **Settings** (Настройки) узла **Free Triangular** (Свободный треугольник) найдите пункт **Tessellation** (Мозаика).
6. В поле **Method** (Метод) из предложенного списка выберите **Delaunay** (Триангуляция Делоне).

Size 1 (Размер)

1. В окне Построителя моделей в разделе **Mesh 1** (Сетка 1) выберите подраздел **Size** (Размер).
2. В окне **Settings** (Настройки) узла **Size** (Размер) найдите раздел **Element Size** (Размер элемента).
3. Активируйте поле **Predefined** (Определенный заранее) и из предложенного списка выберите **Finer** (Самый мелкий).
4. Нажмите на кнопку **Build All** (Построить все).

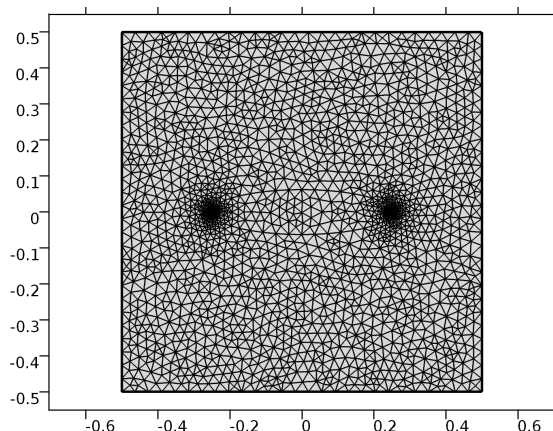


Рис. 2.5. Текущий вид модели в окне для вывода графических данных

2.4.7. STUDY (ИССЛЕДОВАНИЕ)

Step 1: Time Dependent

1. В окне Построителя моделей в разделе **Study 1** (Решение) выберите пункт **Step 1: Bidirectionally Coupled Particle Tracing** (Двунаправленная трассировка частиц).
2. В окне **Settings** (Настройки) узла **Bidirectionally Coupled Particle Tracing** (Двунаправленная трассировка частиц) выберите раздел **Study Settings** (Настройки исследования).
3. В текстовом поле **Times** (Времена) введите **range(0,0.1/50,0.1)**.

Solution 1 (soll) (Решение)

1. На панели инструментов Ленты выберите вкладку **Study** (Исследование) и найдите раздел **Show Default Solver** (Показать решатель по умолчанию).
2. В окне Построителя моделей раскройте новый подраздел **Solution 1 (soll)** (Решение 1). Раскройте пункт **Time-Dependent**

Solver 1 (Зависимый от времени решатель) и выберите **Fully Coupled 1** (Полностью связанный).

3. В окне **Settings** (Настройки) узла **Fully Coupled** (Полностью связанный) раскройте раздел **Method and termination** (Условия остановки).
4. В поле **Jacobian update** (Обновление Якобиана) из предложенного списка выберите **Minimal** (Минимальный).
5. На панели инструментов Ленты выберите вкладку **Study** (Исследование) и нажмите на кнопку **Compute** (Вычислить).

2.4.8. DEFINITIONS (ОПРЕДЕЛЕНИЯ)

View 1 (Вид 1)

1. В окне Построителя моделей в разделе **Component 1 (comp1)** (Компонент 1) раскройте подраздел **Definitions** (Определения).
2. Правой кнопкой мыши нажмите на раздел **View 1** (Вид) и выберите **Hide for Physics 1** (Скрыть для интерфейса Физика).
3. В окне **Settings** (Настройки) узла **Hide for Physics 1** (Скрыть для интерфейса Физика) найдите раздел **Geometric Entity Selection** (Выбор геометрического объекта).
4. В поле **Geometric entity level** (Уровень геометрического объекта) из предложенного списка выберите **Boundary** (Границы).
5. Выберите только 5-8-е границы (границы эллипса).

2.4.9. RESULTS (РЕЗУЛЬТАТЫ)

Particle Trajectories (pt) (Траектории частиц)

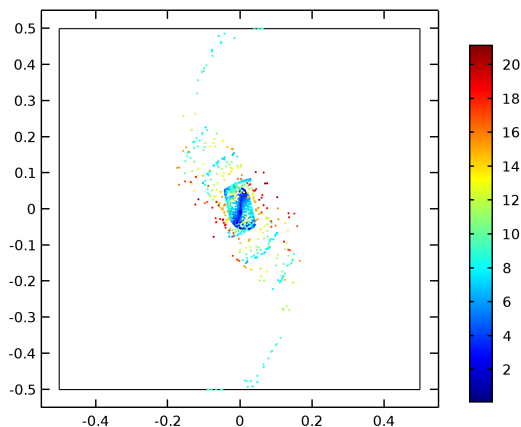


Рис. 2.6. Текущий вид модели в окне для вывода графических данных

1. В окне Построителя моделей последовательно расширьте следующие разделы: **Results** (Результаты), **Particle Trajectories (pt)** (Траектории частиц), **Particle Trajectories 1** (Траектории частиц 1) и выберите раздел **Color Expression 1** (Цвет выражения).
2. В окне **Settings** (Настройки) узла **Color Expression** (Цвет выражения) найдите раздел **Expression** (Выражение).
3. В текстовом поле **Expression** (Выражение) введите значение **1**.
4. Найдите раздел **Coloring and Style** (Расцветка и стиль). В поле **Color table** (Таблица цветов) из предложенного списка выберите **GrayScale** (Градации серого).
5. Проверьте, стоит ли галочка напротив **Color legend** (Цвет легенды).
6. В окне Построителя моделей нажмите левой кнопкой мыши на раздел **Particle Trajectories (pt)** (Траектории частиц).
7. В окне **Settings** (Настройки) узла **2D Plot Group** (Группа 2D графиков) раскройте раздел **Title** (Заголовок).
8. В поле **Title type** (Тип заголовка) из предложенного списка выберите **None** (Безразмерные).

9. Найдите раздел **Data** (Значение) и в поле **Time** (Время) из предложенного списка выберите значение **0**.
10. На панели инструментов Ленты выберите вкладку **Particle Trajectories (pt)** (Траектории частиц) и нажмите **Plot** (Построить график).
11. В окне для вывода графических данных **Graphics** нажмите на кнопку **Zoom Extents** (Масштаб сцены).

Сравните полученный результат с рис. 2.2. Аналогично постройте графики расположения звезд в моменты времени $t = 0.05$, $t = 0.08$ и $t = 0.1$.

3. | АТТРАКТОР ЛОРЕНЦА

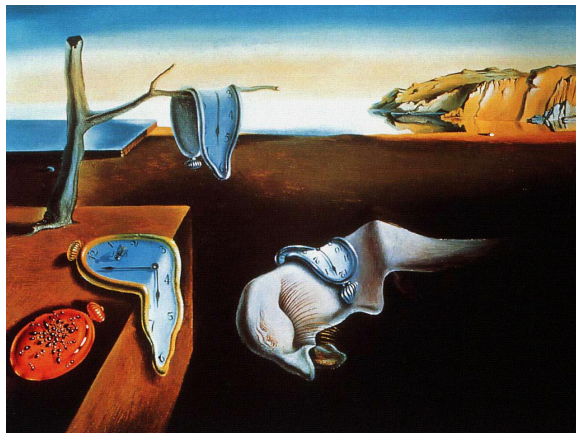


Рис. 3.1. С. Дали "Постоянство памяти", 1931

Система уравнений Лоренца состоит из обыкновенных дифференциальных уравнений, впервые изученных Эдвардом Лоренцем в середине двадцатого века. Необычна эта система тем, что при определенных значениях параметров и начальных условий поведение решения становится хаотичным. Такие решения получили название странного аттрактора или аттрактора Лоренца.

Модель Лоренца является одним из реальных физических примеров динамических систем с хаотическим поведением и нередко встречается в гидродинамических и электромагнитных системах, именно поэтому представляет интерес для моделирования. Возможному решению такой задачи будет посвящен следующий пример.

3.1. ОПИСАНИЕ МОДЕЛИ

Уравнения Лоренца были разработаны в качестве упрощенной модели атмосферной конвекции. Они представляют собой три связанных обыкновенных дифференциальных уравнения (ОДУ) с тремя степенями свободы: u , v и w :

$$\begin{cases} \frac{du}{dt} = a(v - u) \\ \frac{dv}{dt} = u(c - w) - v \\ \frac{dw}{dt} = uv - bw. \end{cases} \quad (3.1)$$

Параметры a , b и c , как правило, положительные числа. К хаотическому поведению решения приводят значения, найденные Лоренцем: 10, $8/3$ и 28 соответственно. Обозначим физический смысл переменных и параметров в системе уравнений в некоторых известных задачах:

- Конвекция в плоском слое. Здесь u отвечает за скорость вращения водяных валов, v и w — за распределение температуры по горизонтали и вертикали, c — нормированное число Рэлея, a — число Прандтля, b содержит информацию о геометрии конвективной ячейки.
- Конвекция в замкнутой петле. Здесь u — скорость течения, v — отклонение температуры от средней в точке, отстоящей от нижней точки петли на 90° , w — то же, но в нижней точке. Подведение тепла производится в нижней точке.
- Вращение водяного колеса. Рассматривается задача о колесе, на ободе которого укреплены корзины с отверстиями в дне. Сверху на колесо симметрично относительно оси вращения льётся сплошной поток воды. Задача равнозначна предыдущей, перевернутой «вверх ногами», с заменой температуры на плотность распределения массы воды в корзинах по ободу.
- Одномодовый лазер. Здесь u — амплитуда волн в резонаторе лазера, v — поляризация, w — инверсия населённости энергетических уровней, b и a — отношения коэффициентов релаксации инверсии

и поля к коэффициенту релаксации поляризации, c — интенсивность накачки.

3.2. РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЯ

Изменение значений переменных u , v и w со временем представлено на рис. 3.2.

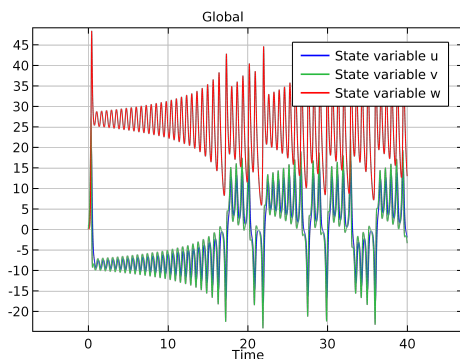


Рис. 3.2. Хаотическое поведение переменных u , v и w в системе Лоренца

Для выбранного набора параметров решение системы Лоренца фазовое пространство выглядит как «бабочка» или изогнутая «восьмерка» (рис. 3.3).

По осям отложены текущие значения переменных u , v и w соответственно.

3.3. СОЗДАНИЕ МОДЕЛИ

В первичном окне выберите **Model Wizard** (Мастер создания модели).

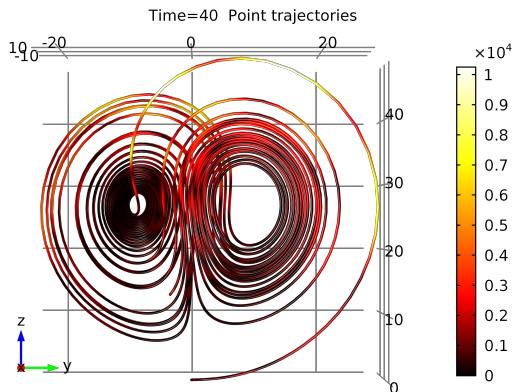


Рис. 3.3. Типичная форма Аттрактора Лоренца

3.3.1. MODEL WIZARD (МАСТЕР СОЗДАНИЯ МОДЕЛИ)

1. В окне **Select Space Dimension** (Выбор размерности пространства) выберите **3D** (Трёхмерное).

Выберите физический интерфейс.

2. В окне **Select Physics** (Выбор исследования) последовательно раскройте (дважды щелкните мышкой или нажмите на треугольник слева от надписи) разделы **Mathematics** (Математика), **ODE and DAE Interfaces** (Обычные дифференциальные уравнения (ОДУ) и дифференциальные алгебраические уравнения (ДАУ)) и выберите интерфейс **Global ODEs and DAEs (ge)** (Глобальные ОДУ и ДАУ).

3. Нажмите кнопку **Add** (Добавить). При этом ниже появится окно **Added Physics Interfaces** (Добавление физического интерфейса).

4. Нажмите на стрелочку **Study** (Изучить).

5. В окне **Select Study** (Выбор исследования) раскройте раздел **Preset Studies** (Преднастроенные решения) и выберите исследование **Time Dependent** (Зависимость от времени).

6. Нажмите кнопку **Done** (Готово).

3.3.2. ROOT (КОРЕНЬ)

1. В окне Построителя моделей выберите узел **Untitled.mph (root)** (Корень проекта).
2. В окне **Settings** (Настройки) узла **Untitled.mph (root)** (Корень проекта) в списке **Unit System** (Система единиц) из предложенного списка выберите **None** (Безразмерные).

В данной задаче будут использоваться безразмерные параметры, поэтому единицы измерения не вводятся.

3.3.3. GLOBAL DEFINITIONS (ГЛОБАЛЬНЫЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ)

Задайте параметры модели. Для этого следует выполнить следующую последовательность операций:

1. На панели инструментов Ленты выберите вкладку **Home** (Главная) и нажмите на кнопку **Parameters** (Параметры).
2. В окне **Settings** (Настройки) узла **Parameters** (Параметры) найдите раздел **Parameters** (Параметры).
3. Заполните таблицу параметров системы уравнений Лоренца:

Name	Expression	Value	Description
a	10	10	Значение параметра a
b	$8/3$	2.667	Значение параметра b
c	28	28	Значение параметра c

3.3.4. GLOBAL ODES AND DAEs (GE) (ГЛОБАЛЬНЫЕ ОДУ)

Используем вкладку **Global ODEs and DAEs** (Глобальные ОДУ), чтобы задать три обыкновенных дифференциальных уравнения, описывающих систему Лоренца. Для этого выберите элемент **Global Equations 1** (Глобальные уравнения 1). Здесь находится таблица, используемая для задания системы уравнений и их начальных условий. Заполним предложенную таблицу.

- 1. В окне Построителя моделей последовательно раскройте узлы **Component 1 (comp1)** (Компонент 1), **Global ODEs and DAEs (ge)** (Глобальные ОДУ и ДАУ) и выберите **Global Equations 1** (Глобальные уравнения 1).
- 2. В окне **Settings** (Настройки) узла **Global Equations** (Глобальные уравнения) найдите раздел **Global Equations** (Глобальные уравнения).
- 3. Введите в таблицу уравнения и начальные условия системы Лоренца:

Name	$f(u, ut, utt, t)$	Initial value (u_0)	Initial value (u_t0)
u	$ut - a * (v - u)$	1	0
v	$vt - c * u + v + u * w$	0	0
w	$wt - u * v + b * w$	0	0

3.3.5. STUDY (ИССЛЕДОВАНИЕ)

Математическая модель построена. Теперь необходимо провести настройку решателя и, наконец, найти решение. Для получения более точного результата уменьшите относительную погрешность (**Relative tolerance**) по сравнению с той, которая стоит по умолчанию. Кроме того, для решения системы уравнений выберите явный метод Дорманда-Принса (**Dormand-Prince 5**), который, по сути, является одним из численных методов класса Рунге -Кутты, используемый для более точного разрешения высоких порядков.

Сначала задайте шаг по времени и длительность расчета. Все необходимые для этого манипуляции проводятся во вкладке **Step 1: Time Dependent** (Шаг 1: зависимость от времени).

1. На панели инструментов Ленты выберите вкладку **Study** (Исследование) и нажмите на кнопку **Show Default Solver** (Показать решатель по умолчанию).
2. В окне Построителя моделей в разделе **Study** (Исследование) выберите подраздел **Step1: Time Dependent** (Шаг 1: зависимость от времени).
3. В окне **Settings** (Настройки) узла **Time Dependent** (Зависимость от времени) найдите раздел **Study Settings** (Настройки исследования).
4. Напротив текстового поля **Times** (Времена) нажмите на кнопку **Range** (Диапазон).
5. В сплывающем окне **Range** (Диапазон), в текстовом поле **Step** (Шаг), введите значение **0.01**, а в текстовом поле **Stop** (Стоп) – **40**.
6. Нажмите кнопку **Replace** (Заменить).
7. В разделе **Study Settings** (Настройки исследования) в поле **Tolerance** (Невязка) из предложенного списка выберите **User controlled** (Контролируемая пользователем).
8. В активированном текстовом поле введите значение **1e-6**.

Произведите выбор решателя во вкладке **Solution 1** (Решение 1) и запустите расчет:

1. В окне Построителя модели в разделе **Study 1** (Исследование 1) последовательно раскройте подразделы **Solver Configurations** (Конфигурация решателя), **Solution 1** (Решение 1) и выберите **Time-Dependent Solver 1** (Зависимый от времени решатель).
2. В окне **Settings** (Настройки) узла **Time-Dependent Solver** (Зависимый от времени решатель) раскройте раздел **Time Stepping** (Шаг по времени).

3. В поле **Method** (Метод) из предложенного списка выберите **Runge-Kutta** (Рунге-Кутта).
4. В поле **Runge-Kutta method** (Метод Рунге-Кутта) из предложенного списка выберите **Dormand-Prince 5** (метод Дорманда — Принса).
5. В окне **Settings** (Настройки) узла **Time-Dependent Solver** (Зависимый от времени решатель) нажмите на кнопку **Compute** (Вычислить).

3.3.6. RESULTS (РЕЗУЛЬТАТЫ)

Если все сделано правильно, Вы должны получить решение. Теперь следует извлечь и визуализировать необходимые результаты. Например, можно построить фазовое пространство при помощи инструмента **Point Trajectories** (Траектории точки):

1. На панели инструментов Ленты выберите вкладку **Home** (Главная), нажмите на кнопку **Add Plot Group** (Добавить группу графиков) и выберите **3D Plot Group** (Группа 3D графиков).
2. На панели инструментов Ленты выберите вкладку **3D Plot Group 2** (Группа 3D графиков), нажмите на кнопку **More Plots** (Больше графиков) и выберите **Point Trajectories** (Траектории точки).
3. В окне **Settings** (Настройки) узла **Point Trajectories** (Траектории точки) выберите раздел **Trajectory Data** (Данные траектории).
4. В текстовом поле **x-expression** введите **u**.
5. В текстовом поле **y-expression** введите **v**.
6. В текстовом поле **z-expression** введите **w**.
7. Выберите раздел **Coloring and Style** (Расцветка и стиль). В подразделе **Line style** (Стиль линии) в поле **Type** (Тип) из предложенного списка выберите **Tube** (Трубка).

8. Поставьте галочку напротив поля **Radius scale factor** (Масштаб толщины линии).
9. В активированном текстовом поле введите **0.1**.
10. Раскройте подраздел **3D Plot Group 2** (Группа 3D графиков), нажмите правой кнопкой мыши на **Point Trajectories 1** (Траектории точки) и выберите **Color Expression** (Цвет выражения).
11. В окне **Settings** (Настройки) узла **Color Expression** (Цвет выражения) выберите раздел **Coloring and Style** (Расцветка и стиль).
12. В поле **Color table** (Таблица цветов) из предложенного списка выберите **Thermal**.
13. В разделе **Expression** (Выражение) в текстовом поле **Expression** (Выражение) введите выражение: $\text{sqrt}(u^2+v^2+w^2)$.
14. На панели инструментов Ленты выберите вкладку **3D Plot Group 2** (Группа 3D графиков) и нажмите на кнопку **Plot** (Построить график).

Сравните результат с рис. 3.4.

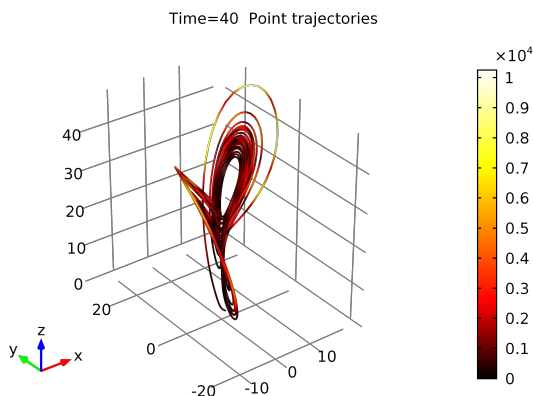


Рис. 3.4. Фазовый портрет в пространстве переменных u , v и w

В заключение предлагаем Вам изменить соотношения параметров a , b , c и посмотреть, как при этом меняется решение.

4. | МНОГОКОМПОНЕНТНЫЙ ПРОТОЧНЫЙ ТРУБЧАТЫЙ РЕАКТОР С ИЗОТЕРМИЧЕСКИМ ОХЛАЖДЕНИЕМ

В этом примере рассматривается элементарная экзотермическая необратимая реакция, протекающая в ламинарном потоке жидкости. Для понижения температуры в реакционной области стенки реактора непрерывно охлаждаются. Исследованию подлежат кинетика реакции и физико-химические свойства ее компонент.



Рис. 4.1. Брюс Райли "Реактор", 2010

4.1. ОПИСАНИЕ МОДЕЛИ

4.1.1. РЕАКЦИЯ

В общем виде реакция представляет собой конверсию компонентов А и В в С:



В предложенной задаче компонент А будет обозначать пропиленоксид, В – воду, а С – пропиленгликоль.

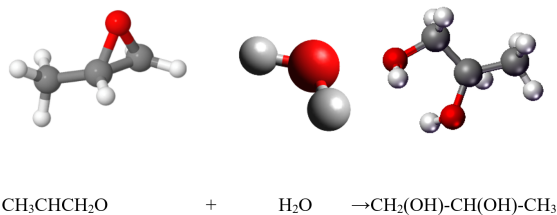


Рис. 4.2. Схематичное представление химической реакции

При избытке воды она будет играть роль растворителя. Тогда в первом приближении кинетика реакции будет зависеть только от концентрации компонента А:

$$R_i = k_i c_A,$$

где k_i – константа скорости, R_i – скорость реакции, c_A – концентрация компонента А.

4.1.2. ГЕОМЕТРИЯ ЗАДАЧИ

На рис. 4.3 схематично изображена геометрия реактора.

Система описывается системой дифференциальных уравнений, решаемой на двумерной поверхности, представляющей собой сечение трубы

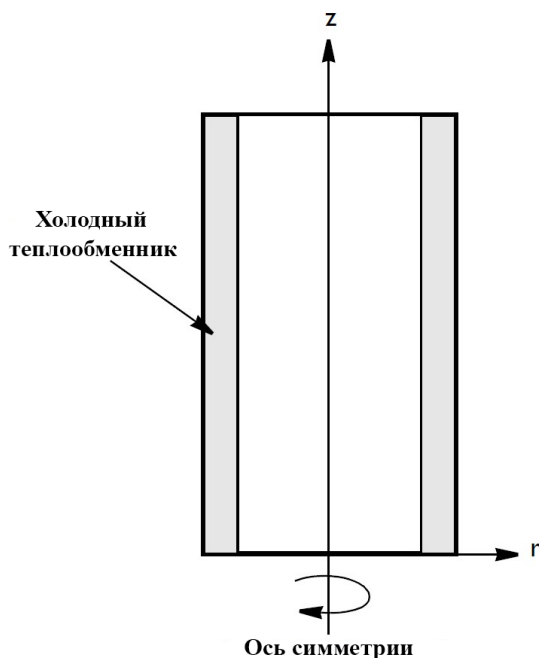


Рис. 4.3. Геометрия модели для двумерной осесимметричной расчетной области

реактора. Ввиду наличия осевой симметрии задача решается в цилиндрических координатах rz . Границы области состоят из впускного и выпускного отверстий, стенки реактора и оси симметрии.

4.1.3. РЕШАЕМЫЕ УРАВНЕНИЯ

С математической точки зрения модель представляет собой систему из уравнения баланса масс реагирующих компонент, закона сохранения энергии, закона сохранения импульса в потоке жидкости и уравнения неразрывности для несжимаемой жидкости:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial C_i}{\partial t} + U \nabla C_i = D_{pi} \Delta C_i + R_i \\ \frac{\partial T}{\partial t} + U \nabla T = \lambda \Delta T - r_A (-\Delta H), \\ \rho \left(\frac{\partial U}{\partial t} + U \nabla U \right) = -\nabla p + \eta \Delta U \\ \nabla U = 0 \end{array} \right.$$

где $R_i = \nu_i r_A$ – скорость изменения концентрации с учетом стехиометрических коэффициентов, ν_i – стехиометрический коэффициент, r_A – скорость протекания реакции, U – скорость потока, C_i – концентрация i -й компоненты раствора, D_{pi} – коэффициент диффузии i -й компоненты раствора, λ – теплопроводность, T – температура, ρ – плотность, ΔH – энтальпия реакции, η – коэффициент динамической вязкости.

Уравнение баланса масс

Уравнение баланса масс записано во встроенном пакете **Transport of Diluted Species interface** (Движения разбавленных растворов) и в цилиндрических координатах имеет вид:

$$D_{pi} \frac{1}{r} \frac{\partial C_i}{\partial r} + D_{pi} \frac{\partial^2 C_i}{\partial r^2} + D_{pi} \frac{\partial^2 C_i}{\partial z^2} - 2U \left(1 - \left(\frac{r}{R_a} \right)^2 \right) \frac{\partial C_i}{\partial z} + R_i = 0,$$

где R_a – радиус реактора.

Граничные условия для уравнения баланса масс

На входе ($z = 0$):

$$C_i(r, 0) = C_{i,0},$$

на стенках ($r = R$):

$$\frac{\partial C_A}{\partial r}(R, z) = 0.$$

Условие на выходе задается исходя из предположения, что конвекция играет главную роль в движении через реактор. Поэтому верхняя граница полагается открытой.

На выходе ($z = L$):

$$\frac{\partial C_A}{\partial r}(r, L) = 0,$$

где L – высота реактора.

Уравнение баланса энергии внутри реактора

Уравнение баланса энергии внутри реактора решается при помощи модуля **Heat Transfer in Fluids** (Теплообмен в жидкостях) и в цилиндрических координатах имеет вид:

$$k \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + k \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + k \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} - 2U \left(1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right) \rho C_P \frac{\partial T}{\partial z} - r_A (-\Delta H) = 0,$$

где C_P – теплоемкость.

Граничные условия для уравнения баланса энергии

на входе ($z = 0$):

$$T(r, 0) = T_0,$$

на стенках ($r = R$):

$$-\frac{\partial T}{\partial r}(R, z) = \frac{U_\tau}{\lambda} (T - T_a),$$

где T_a обозначает постоянную температуру на внешней стенке реактора, -на выходе ($z = L$):

$$-\frac{\partial T}{\partial r}(r, L) = 0.$$

Уравнение баланса импульса

Течение жидкости моделируется в ламинарном приближении. Для этого решается уравнение Навье-Стокса. На входе и выходе задается постоянное давление, определяющее скорость потока. На стенках задается условие прилипания.

4.1.4. ПАРАМЕТРЫ МОДЕЛИ

Модель, для удобства, параметризуется следующим образом:

- энергия активации, $E = 75362 \text{ J/mol}$;
- частотный коэффициент, $A = 16.96 \times 10^{12} \text{ 1/h}$;
- теплопроводность воды, $k_e = 0.559 \text{ W/(m}\cdot\text{K)}$;
- интегральный коэффициент теплоотдачи, $U_k = 1300 \text{ W/(m}^2\cdot\text{K)}$;
- температура на входе, $T_0 = 312 \text{ K}$;
- температура холодного теплообменника, $T_{a0} = 273 \text{ K}$;
- энтальпия реакции, $dH_{rx} = -84666 \text{ J/mol}$;
- средняя скорость потока, $u_0 = 0.002 \text{ m}^3/\text{s}$;
- концентрация пропиленоксида на входе, $c_{A0} = \rho_{o_p}/M_{po} \cdot (1/9) \text{ mol/m}^3$;
- концентрация воды на входе, $c_{B0} = \rho_{o_w}/M_{w} \cdot (7/9) \text{ mol/m}^3$;
- молярная теплоемкость воды, $c_{pm_B} = 74.5 \text{ J/(mol}\cdot\text{K)}$;
- радиус реактора, $R_a = 0.1 \text{ m}$;
- высота реактора, $L = 1 \text{ m}$;
- плотность пропиленоксида, $\rho_{o_A} = 830 \text{ kg/m}^3$;
- плотность воды, $\rho_{o_B} = 1000 \text{ kg/m}^3$;
- плотность пропиленгликоля, $\rho_{o_C} = 1040 \text{ kg/m}^3$;
- собственная динамическая вязкость воды (при 293 K), $\mu_{ref_B} = 1 \text{ mPa}\cdot\text{s}$;
- изменение доли пропиленоксида, $x_A = (c_{A0} - c_A)/c_{A0}$.

Все остальные необходимые физико-химические свойства включены в модуль **Chemistry** (Химия).

4.2. РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЯ

Поля температуры и конверсии представлены на рис. 4.4 и 4.5. При сравнении можно заметить, что там, где температура мала, интенсивность реакции оказывается низкой и наоборот. Этот факт достаточно предсказуем: скорость протекания реакции зависит от температуры. Уменьшение температуры возле стенок обусловлено охлаждающим действием теплообменника.

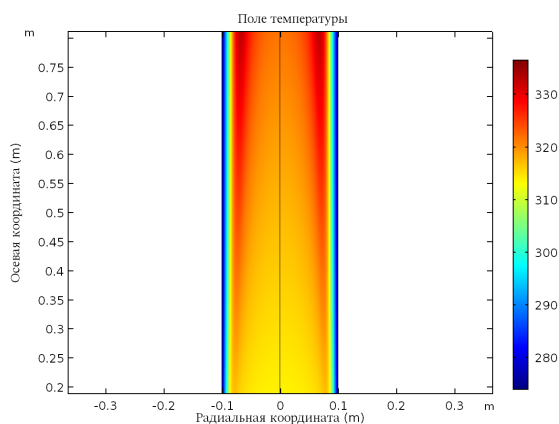


Рис. 4.4. Поле температуры

На рис. 4.6 и 4.7 показаны профили температуры и конверсии вдоль трех линий, лежащих на разной высоте. Чем дальше от входа, тем выше температура и скорость реакции.

4.3. СОЗДАНИЕ МОДЕЛИ

В первичном окне выберите **Model Wizard** (Мастер создания модели).

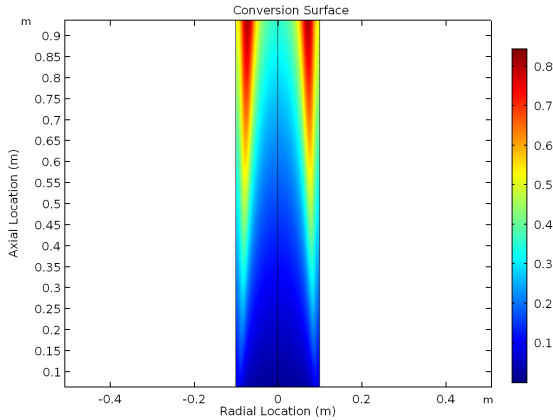


Рис. 4.5. Поле конверсии

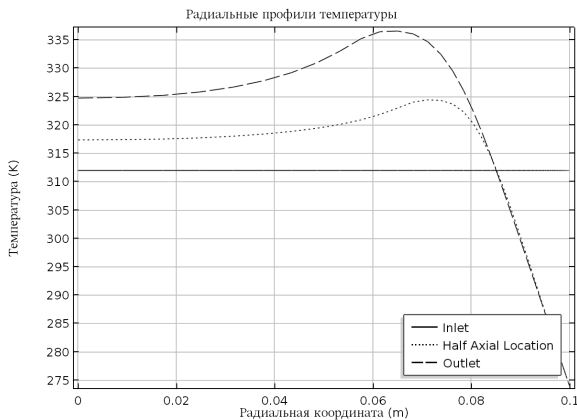


Рис. 4.6. Радиальное распределение температуры

4.3.1. MODEL WIZARD (МАСТЕР СОЗДАНИЯ МОДЕЛИ)

1. В окне **Select Space Dimension** (Выбор размерности пространства) выберите **2D Axisymmetric** (Двумерное осесимметричное).
2. Выберите физический интерфейс. Для этого в окне **Select Physics** (Выбор исследования) раскройте (дважды щелкните мыш-

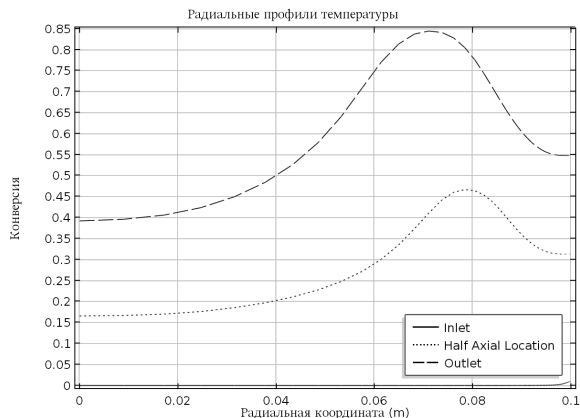


Рис. 4.7. Радиальный профиль конверсии на различных высотах

кой или нажмите на треугольник слева от надписи) раздел **Chemical Species Transport** (Химический тип транспорта) и выберите раздел **Chemistry (chem)** (Химия).

Этот раздел позволяет проводить вычисления кинетики, а также тепло-массопереноса в химических реакциях.

3. Нажмите кнопку **Add** (Добавить), при этом ниже появится окно **Added Physics Interfaces** (Добавление физического интерфейса).
4. В окне **Select physics** (Выбор исследования) раскройте раздел **Chemical Species Transport** (Химический тип транспорта) и выберите раздел **Transport of Diluted Species (tds)** (Движение разбавленных растворов).

Этот модуль используется для описания баланса массы.

5. Нажмите кнопку **Add** (Добавить).
6. В окне **Review Physics Interface** (Обзор физического интерфейса) в текстовом поле **Number of species** (Количество видов) введите **2**.
7. В таблице **Concentrations** (Концентрации) замените **c1** и **c2** на **cA** и **cC**.

8. В окне **Select Physics** (Выбор исследования) раскройте раздел **Heat Transfer** (Теплопередача) и выберите раздел **Heat Transfer in Fluids (ht)** (Теплообмен в жидкостях).
9. Нажмите кнопку **Add** (Добавить).
10. В окне **Select Physics** (Выбор исследования) раскройте последовательно разделы **Fluid Flow** (Поток жидкости), **Single-Phase Flow** (Однофазный поток) и выберите раздел **Laminar Flow (spf)** (Ламинарный поток).
11. Нажмите кнопку **Add** (Добавить).
12. Нажмите на стрелочку **Study** (Изучить).
13. В окне **Select Study** (Выбор исследования) раскройте раздел **Preset Studies for Selected Physics Interfaces** (Предварительные исследования для выбранных физических интерфейсов) и выберите **Stationary** (Стационарный).
14. Нажмите кнопку **Done** (Готово).

4.3.2. GLOBAL DEFINITIONS (ГЛОБАЛЬНЫЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ)

Parameters (Параметры)

1. На панели инструментов Ленты выберите вкладку **Home** (Главная) и нажмите на кнопку **Parameters** (Параметры).
2. В окне настроек параметров **Settings** (Настройки) **Parameters** (Параметры) найдите раздел **Parameters** (Параметры).
3. Заполните следующую таблицу.

Name	Expression	Value	Description
E	75362[J/mol]		Энергия активации
A	16.9e12[1/h]		Частотный коэффициент
ke	0.559[W/m/K]		Теплопроводность смеси
Uk	1300[W/m^2/K]		Интегральный коэффициент теплоотдачи
T0	312[K]		Температура на входе
Ta0	273[K]		Температура холодного теплообменника
dHrx	-84666[J/mol]		Энтальпия реакции
u0	v0/(pi*Ra^2)		Средняя скорость потока
cA0	rho_A/M_A/9[1]		Концентрация пропиленоксида на входе
cB0	rho_B/M_B*(7/9)[1]		Концентрация воды на входе
cpm_B	74.5[J/(mol*K)]		Молярная теплоемкость воды
Ra	0.1[m]		Радиус реактора
L	1[m]		Высота реактора
rho_A	830[kg/m^3]		Плотность пропиленоксида
rho_B	1000[kg/m^3]		Плотность воды
rho_C	1040[kg/m^3]		Плотность пропиленгликоля
myref_B	1e-3[Pa*s]		Собственная динамическая вязкость воды
v0	0.1[mol/s]/cA0		Полный расход
M_A	58.095[g/mol]		Молярная масса пропиленоксида
M_B	18[g/mol]		Молярная масса воды
M_C	76.095[g/mol]		Молярная масса пропиленгликоля
Tref_my	293[K]		

4.3.3. ГЕОМЕТРИЯ (ГЕОМЕТРИЯ)

Rectangle (Прямоугольник)

- 1. На панели инструментов Ленты выберите вкладку **Geometry** (Геометрия), нажмите на кнопку **Primitives** (Основные) и выберите **Rectangle** (Прямоугольник).

- В окне **Settings** (Настройки) узла **Rectangle** (Прямоугольник) выберите раздел **Size and Shape** (Размер и форма).
- В текстовом поле **Width** (Ширина) введите **Ra**.
- В текстовом поле **Height** (Высота) введите **L**.
- Нажмите кнопку **Build All Objects** (Построить все объекты).

4.3.4. DEFINITIONS (ОПРЕДЕЛЕНИЯ)

Добавим переменную, обозначающую конверсию реагента A.

Variables 1 (Переменные 1)

- На панели инструментов Ленты выберите вкладку **Home** (Главная), нажмите на кнопку **Variables** (Переменные) и выберите **Local Variables** (Локальные переменные).
- В окне **Settings** (Настройки) узла **Variables** (Переменные) найдите раздел **Variables** (Переменные) и заполните следующую таблицу:

Name	Expression	Value	Description
xA	$(cA0 - cA) / cA0$		Конверсия реактива A

Задайте кинетические параметры смеси при помощи интерфейса **Chemistry** (Химия).

4.3.5. CHEMISTRY (CHEM) (ХИМИЯ)

- В окне Построителя моделей выберите раздел **Chemistry (chem)** (Химия).
- В окне **Settings** (Настройки) узла **Chemistry** (Химия) найдите раздел **Model Inputs** (Входные данные модели).

3. В поле **T** из предложенного списка выберите **Temperature (ht)** (Температура).
4. Раскройте раздел **Mixture Properties** (Смесь). В поле **Mixture Properties** (Свойства смеси) из предложенного списка выберите **Liquid** (Жидкость).
5. Раскройте раздел **Calculate transport properties** (Рассчитать транспортные свойства) и поставьте галочку напротив **Calculate mixture properties** (Рассчитать свойства смеси).

Reaction 1 (Реакция)

1. На панели инструментов Ленты выберите вкладку **Physics** (Физика), нажмите кнопку **Domains** (Области) и выберите **Reaction** (Реакция).

Реакция необратимая и состоит из трех компонентов A, B и C. Напишите уравнение реакции и используйте встроенное выражение для вычисления ее скорости по закону Аррениуса.

2. В окне **Settings** (Настройки) узла **Reaction** (Реакция) найдите раздел **Reaction Formula** (Формула реакции).
3. В текстовом поле **Formula** (Формула) введите **A+B=>C**.
4. Нажмите кнопку **Apply** (Применить).
5. Найдите раздел **Reaction Rate** (Скорость реакции). В поле **Reaction rate** (Скорость реакции) из предложенного списка выберите **User defined** (Определяемые пользователем).

Скорость реакции по умолчанию имеет размерность моль/м³. Чтобы исправить ошибку (сейчас строка должна подсвечиваться желтым), следует умножить выражение на соответствующие единицы измерения.

6. В текстовом поле **r** введите **chem.kf_1*chem.c_A*1[mol/m^3]**.
7. Найдите раздел **Rate Constants** (Константы скорости) и поставьте галочку напротив **Use Arrhenius expressions** (Использовать закон Аррениуса).
8. В текстовом поле **Af** введите **A*1[m^3/mol]**.

9. В текстовом поле **Ef** введите **E**.
10. Найдите раздел **Reaction Thermodynamic Properties** (Свойства термодинамической реакции) и в поле **Heat source of reaction** (Источник тепла реакции) из предложенного списка выберите **User defined** (Определяемые пользователем).
11. В текстовом поле **Q** введите **-chem.r_1*dHrx**.

Определите каждое из реагирующих веществ. Компонент В – вода является растворителем. Относительно него будут решаться уравнения для скорости.

Species: A (Реактив A)

1. В окне Построителя моделей в разделе **Chemistry (chem)** (Химия) выберите раздел **Species: A** (Реактив A).
2. В окне **Settings** (Настройки) узла **Species** (Реактивы) найдите раздел **General Parameters** (Общие параметры).
3. В текстовом поле **M** введите **M_A**.
4. В текстовом поле ρ введите **rho_A**.

Species: B (Реактив B)

1. В окне Построителя моделей в разделе **Chemistry (chem)** (Химия) выберите раздел **Species: B** (Реактив B).
2. В окне **Settings** (Настройки) узла **Species** (Реактивы) найдите раздел **Species Type** (Тип реактивов) и в поле **Species Type** (Тип реактивов) из предложенного списка выберите **Solvent** (Растворитель).
3. В разделе **General Parameters** (Общие параметры) в текстовом поле **M** введите **M_B**, а в текстовом поле ρ – **rho_B**.
4. Раскройте раздел **Species transport expressions** (Вид уравнений переноса) и в текстовом поле **k** введите **ke**.
5. Раскройте раздел **Species thermodynamic expressions** (Вид термодинамических уравнений) и в поле **Species enthalpy** (Энтальпия реактивов) из предложенного списка выберите **User defined** (Определяемые пользователем).

- В текстовом поле **Cp** введите **cpm_B**.

Species: C (Реактив C)

- В окне Построителя моделей в разделе **Chemistry (chem)** (Химия) выберите раздел **Species: C** (Реактив C).
- В окне **Settings** (Настройки) узла **Species** (Реактивы) найдите раздел **General Parameters** (Общие параметры).
- В текстовом поле **M** введите **M_C**.
- В текстовом поле ρ введите **rho_C**.
- В окне Построителя моделей выберите раздел **Chemistry (chem)** (Химия).
- В окне **Settings** (Настройки) узла **Chemistry** (Химия) найдите раздел **Species Matching** (Соотношение видов).
- Скорректируйте значение концентрации реактива B на входе.

Species	Species type	Concentration input	Reaction rate
B	Constant, solvent	cB0	solvent

- В окне **Settings** (Настройки) узла **Chemistry** (Химия) найдите раздел **Calculate Transport Properties** (Рассчитать транспортные свойства).
- Поставьте галочку в поле **Calculate mixture properties** (Рассчитать свойства смеси).
- В текстовом поле **pref** введите **myref_B**.
- В текстовом поле **Tref** введите **Tref_my**.

4.3.6. TRANSPORT OF DILUTED SPECIES (TDS) (ДВИЖЕНИЕ РАЗБАВЛЕННЫХ РАСТВОРОВ)

- На панели инструментов Ленты выберите вкладку **Physics** (Физика), нажмите на кнопку **Chemistry (chem)** (Химия) и выберите

Transport of Diluted Species (tds) (Движение разбавленных растворов).

На следующем шаге необходимо определиться с параметрами и источниками в уравнении баланса масс для компонентов A и C. Решаемые уравнения можно посмотреть, развернув вкладку **Equations** (Уравнения) в меню настроек. Области, в которых будет решаться поставленная задача, выделяются цветом, и их список указан в разделе **Domains** (Области). Отметим, что Вы всегда можете поменять механизм массопереноса (вкладка **Transport Mechanism** (Механизм массопереноса)). Во вкладке **Transport Properties** (Свойства массопереноса) описываются диффузионные свойства компонентов A и C. Для описания можно использовать переменные, введенные ранее.

Transport Properties 1 (Свойства массопереноса)

1. В окне Построителя моделей нажмите правой кнопкой мыши на раздел **Transport of Diluted Species (tds)** (Движение разбавленных растворов) и выберите пункт **Transport Properties 1** (Свойства массопереноса).
2. В окне **Settings** (Настройки) узла **Transport Properties** (Свойства массопереноса) найдите раздел **Diffusion** (Диффузия).
3. В текстовом поле **DcA** введите `chem.D_A`.
4. В текстовом поле **DcC** введите `chem.D_C`.
5. В окне Построителя моделей выберите раздел **Transport of Diluted Species (tds)** (Движение разбавленных растворов).

Reactions 1 (Реакция)

1. На панели инструментов Ленты выберите вкладку **Physics** (Физика), нажмите на кнопку **Domains** (Область) и выберите **Reactions** (Реакция).
2. В окне Построения графиков нажмите на рабочую область 1.
3. В окне **Settings** (Настройки) узла **Reactions** (Реакция) найдите раздел скорость реакции **Reaction Rates** (Скорость реакции).

4. В поле **RcA** выберите **Rate expression for species A (chem)** (Выражение скорости для реактива A).
5. В поле **RcC** выберите **Rate expression for species C (chem)** (Выражение скорости для реактива C).

Inflow 1 (Вход)

1. На панели инструментов Ленты выберите вкладку **Physics** (Физика), раскройте раздел **Boundaries** (Границы) и выберите **Inflow** (Вход).
2. В окне Построения графиков нажмите на нижнюю границу полости 2.
3. В окне **Settings** (Настройки) узла **Reactions** (Реакция) найдите раздел **Concentration** (Концентрация).
4. В текстовом поле **c0, cA** введите **cA0**.
5. В текстовом поле **c0, cC** введите **0**.
6. В разделе **Boundary Condition Type** (Вид граничного условия) выберите **Flux (Danckwerts)** (Граничные условия Данквертса).

Граничное условие Данквертса на входе позволяет ускорить вычисление и улучшить решение.

Outflow (Выход)

1. На панели инструментов Ленты выберите вкладку **Physics** (Физика), раскройте раздел **Boundaries** (Границы) и выберите **Outflow** (Выход).
2. В окне Построения графиков нажмите на верхнюю границу полости 3.

Задавая условия Данквертса на выходе, Вы предполагаете, что перенос вещества через границу будет осуществляться преимущественно конвективным механизмом. Граничные условия для оси симметрии, также как и условие отсутствия потока через стенки реактора, устанавливаются по умолчанию. Это завершает описание баланса массы для компонентов A и C. Далее следует перейти к настройке интерфейса по теплообмену.

4.3.7. HEAT TRANSFER IN FLUIDS (HT)(ТЕПЛООБМЕН В ЖИДКОСТЯХ)

Для описания теплообмена в жидкостях необходимо знать значения теплопроводности, плотности и теплоемкости рабочей среды. Они берутся из интерфейса **Chemistry** (Химия).

Heat Transfer in Fluids (ht) (Теплообмен в жидкостях)

1. В окне Построителя моделей раскройте раздел **Heat Transfer in Fluids (ht)** (Теплообмен в жидкостях) и выберите пункт **Fluids 1** (Жидкость 1).
2. В окне **Settings** (Настройки) узла **Fluids** (Жидкость) найдите раздел **Heat Conduction, Fluid** (Теплопроводность, Жидкость).
3. В поле **k** из предложенного списка выберите **Thermal conductivity (chem)** (Теплопроводность).
4. Найдите раздел **Thermodynamics, Fluid** (Термодинамика, Жидкость) и в поле ρ из предложенного списка выберите **Density (chem)** (Плотность).
5. В поле **Cp** из предложенного списка выберите **Mass-averaged mixture specific heat (chem)** (Усредненная удельная теплоемкость смеси).
6. В поле γ из предложенного списка выберите **User defined** (Определяемые пользователем).

Initial Values 1 (Начальные значения)

1. В окне Построителя моделей в разделе **Heat Transfer in Fluids (ht)** (Теплообмен в жидкостях) выберите пункт **Initial Values 1** (Начальные значения 1).
2. В окне **Settings** (Настройки) узла **Initial Values** (Начальные значения) в текстовом поле **T** введите **T0**.

3. В окне Построителя моделей нажмите на узел **Heat Transfer in Fluids (ht)** (Теплообмен в жидкостях).

Heat Source 1 (Источник тепла)

1. На панели инструментов Ленты выберите вкладку **Physics** (Физика), нажмите на кнопку **Domains** (Область) и выберите **Heat Source** (Источник тепла).

Добавьте функцию **Heat Source 1** (Источник тепла), чтобы учесть влияние экзотермических реакций, определённых в интерфейсе **Chemistry** (Химия).

2. Выберите только рабочую полость – 1.
3. В окне **Settings** (Настройки) узла **Heat Source** (Источник тепла) найдите раздел **Heat Source** (Источник тепла).
4. В поле **Q0** из предложенного списка выберите **Heat source of reactions (chem)** (Источник тепла реакции).

Затем добавьте граничные условия, определяющие температуру на входе, тепловой поток между реактором и рубашкой охлаждения и поток на выходе.

Temperature 1 (Температура)

1. На панели инструментов Ленты выберите вкладку **Physics** (Физика), нажмите на кнопку **Boundaries** (Границы) и выберите **Temperature** (Температура).
2. В окне Построения графиков нажмите на нижнюю границу полости (граница 2).
3. В окне **Settings** (Настройки) узла **Reactions** (Реакция) найдите раздел **Temperature** (Температура).
4. В текстовом поле **T** введите **T0**.

Heat Flux 1 (Тепловой поток)

1. На панели инструментов Ленты выберите вкладку **Physics** (Физика), нажмите на кнопку **Boundaries** (Границы) и выберите **Heat Flux** (Тепловой поток).
2. В окне Построения графиков нажмите на правую границу полости (граница 4).
3. В окне **Settings** (Настройки) узла **Heat Flux** (Тепловой поток) найдите раздел **Heat Flux** (Тепловой поток).
4. В текстовом поле **q0** введите $-Uk \cdot (T - T_{a0})$.

Outflow 1 (Выход)

1. На панели инструментов Ленты выберите вкладку **Physics** (Физика), нажмите на кнопку **Boundaries** (Границы) и выберите **Outflow** (Выход).
2. В окне Построения графиков нажмите на верхнюю границу полости (граница 3).

4.3.8. LAMINAR FLOW (SPF) (ЛАМИНАРНЫЙ ПОТОК)

На следующем этапе работы следует настроить интерфейс ламинарного потока. Предположим, что при поступлении в реактор водный раствор имеет структуру ламинарного потока.

Fluid Properties 1 (Свойства потока)

1. В окне Построителя моделей раскройте раздел **Laminar Flow (spf)** (Ламинарный поток) и выберите пункт **Fluid Properties 1** (Свойства потока).
2. В окне **Settings** (Настройки) узла **Fluid Properties** (Свойства потока) найдите раздел **Fluid Properties** (Свойства потока).
3. В поле ρ из предложенного списка выберите **Density (chem)** (Плотность).

4. В поле μ из предложенного списка выберите **Dynamic viscosity (chem)** (Динамическая вязкость).
5. В окне Построителя моделей выберите раздел **Laminar Flow (spf)** (Ламинарный поток).

Inlet 1 (Вход)

1. На панели инструментов Ленты выберите вкладку **Physics** (Физика), нажмите на кнопку **Boundaries** (Границы) и выберите **Inlet** (Вход).
2. В окне Построения графиков нажмите на нижнюю границу полости (граница 2).
3. В окне **Settings** (Настройки) узла **Inlet** (Вход) найдите раздел **Boundary Condition** (Граничные условия).
4. В поле из предложенного списка выберите **Laminar inflow** (Ламинарный поток).
5. Найдите раздел **Laminar inflow** (Ламинарный поток) и в текстовом поле **Uav** введите **u0**.

Outlet 1 (Выход)

1. На панели инструментов Ленты выберите вкладку **Physics** (Физика), нажмите на кнопку **Boundaries** (Границы) и выберите **Outlet** (Выход).
2. В окне Построения графиков нажмите на верхнюю границу полости (граница 3).

Наконец, соедините интерфейсы в узле **Multiphysics** (Мультифизика).

4.3.9. MULTIPHYSICS (МУЛЬТИФИЗИКА)

Nonisothermal Flow 1 (nitf1) (Неизотермический поток)

На панели инструментов Ленты выберите вкладку **Physics** (Физика), раскройте раздел **Multiphysics Coupling** (Сопряжение различных разделов физики) и выберите пункт **Nonisothermal Flow** (Неизотермический поток).

Temperature Coupling 1 (tc1) (Температурная связь)

На панели инструментов Ленты выберите вкладку **Physics** (Физика), раскройте раздел **Multiphysics Coupling** (Сопряжение различных разделов физики) и выберите пункт **Temperature Coupling** (Температурная связь).

Flow Coupling 1 (fc1) (Сцепление потока)

На панели инструментов Ленты выберите вкладку **Physics** (Физика), раскройте раздел **Multiphysics Coupling** (Сопряжение различных разделов физики) и выберите пункт **Flow Coupling** (Сцепление потока).

4.3.10. MESH (СЕТКА)

На следующем этапе нужно дискретизировать геометрию с помощью сетки. Программное обеспечение использует сетку при применении метода конечных элементов для численного решения уравнений с частными производными. В этой конкретной модели Вы создадите сопоставленную сетку.

Mapped 1 (Структурированная)

В окне Построителя моделей нажмите правой кнопкой мыши на пункт **Mesh 1** (Сетка 1) и выберите способ построения сетки **Mapped** (Структурированная).

Distribution 1 (Распределение)

1. В окне Построителя моделей нажмите правой кнопкой мыши на пункт **Mapped** (Структурированная) и выберите **Distribution** (Распределение).

Сначала установите 50 вертикальных линий сетки, выбрав границы

входа и выхода и используя предопределенные настройки распределения. Затем таким же образом настройте горизонтальные линии.

2. Выберите границы 2 и 3.
3. В окне **Settings** (Настройки) узла **Distribution** (Распределение) найдите раздел **Distribution** (Распределение).
4. В поле **Distribution properties** (Свойства распределения) из предложенного списка выберите **Predefined distribution type** (Предопределенный тип распределения).
5. В текстовом поле **Number of elements** (Число элементов) введите 50.
6. В текстовом поле **Element ratio** (Размер элемента сетки) введите 0.01.
7. В поле **Distribution method** (Метод распределения) из предложенного списка выберите **Geometric sequence** (Геометрическая последовательность).
8. Поставьте галочку напротив **Reverse direction** (Обратное направление).

Distribution 2 (Распределение 2)

1. В окне Построителя моделей нажмите правой кнопкой мыши на пункт **Mapped** (Структурированная) и выберите **Distribution** (Распределение).
2. Выберите границы 1 и 4.
3. В окне **Settings** (Настройки) узла **Distribution** (Распределение) найдите раздел **Distribution** (Распределение).
4. В поле **Distribution properties** (Свойства распределения) из предложенного списка выберите **Predefined distribution type** (Предопределенный тип распределения).
5. В текстовом поле **Number of elements** (Число элементов) введите 200.

6. В текстовом поле **Element ratio** (Размер элемента сетки) введите **0.01**.
7. В поле **Distribution method** (Метод распределения) из предложенного списка выберите **Geometric sequence** (Геометрическая последовательность).
8. Поставьте галочку напротив **Reverse direction** (Обратное направление).
9. В окне Построителя моделей нажмите правой кнопкой мыши на пункт **Mesh 1** (Сетка 1) и выберите **Build All** (Построить все).
10. На панели инструментов Ленты выберите вкладку **Study** (Исследование) и нажмите на кнопку **Compute** (Вычислить).

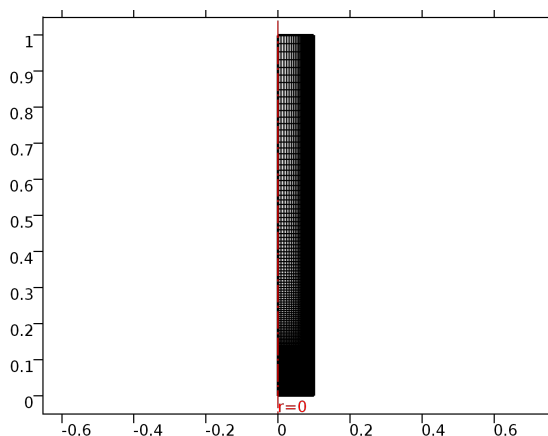


Рис. 4.8. Текущий вид модели в окне для вывода графических данных

4.3.11. RESULTS (РЕЗУЛЬТАТЫ)

Cut Line 2D 1 (Линия разреза)

На панели инструментов Ленты выберите вкладку **Results** (Результаты) и нажмите на кнопку **Cut Line 2D** (Линия разреза).

Data Sets (Набор данных)

1. В окне **Settings** (Настройки) узла **Cut Line 2D** (Линия разреза) найдите раздел **Line Data** (Линейные данные).
2. В ряде **Point 2** (Точка 2) в столбце **r** введите **Ra**.
3. Поставьте галочку напротив **Additional parallel lines** (Дополнительные параллельные линии).
4. В текстовом поле **Distances** (Расстояние) введите **0.5*L 1*L**.

Mirror 2D 1 (Зеркальное отражение 1)

На панели инструментов Ленты выберите вкладку **Results** (Результаты), нажмите на кнопку **More Data Sets** (Дополнительные наборы данных) и выберите **Mirror 2D** (Зеркальное отражение).

Получим распределение температуры и конверсии.

2D Plot Group 1 (Группа 2D графиков)

1. В окне Построителя моделей правой кнопкой мыши нажмите на узел **Results** (Результаты) и выберите раздел **2D Plot Group 1** (Группа 2D графиков 1).
2. В окне **Settings** (Настройки) узла **2D Plot Group** (Группа 2D графиков) найдите раздел **Data** (Значение).
3. В поле **Data set** (Набор данных) из предложенного списка выберите **Mirror 2D 1** (Зеркальное отражение 1).
4. В текстовом поле **Label** (Название) введите **Temperature, surface** (Поле температуры).
5. Раскройте раздел **Title** (Заголовок) и в поле **Title type** (Тип заголовка) выберите **Manual** (Вручную).
6. В текстовом поле **Title** (Заголовок) введите **Поле температуры**.

7. Найдите раздел **Plot Settings** (Настройки графика). Поставьте галочку напротив поля **x-axis label** (Название оси x).
8. В активированном текстовом поле введите **Радиальная координата (m)**.
9. Поставьте галочку напротив поля **y-axis label** (Название оси y).
10. В активированном текстовом поле введите **Осевая координата (m)**.

Temperature, surface (Поле температуры)

1. В окне Построителя моделей в разделе **Results** (Результаты) правой кнопкой мыши нажмите на узел **Temperature** (Температура) и выберите **Surface** (Поверхность).
 2. В окне **Settings** (Настройки) узла **Surface** (Поверхность 1), справа от названия раздела **Expression** (Выражение), нажмите кнопку **Replace Expression** (Заменить выражение). В новом меню последовательно раскройте следующие пункты: **Component 1** (Компонент), **Heat Transfer in Fluids** (Теплопередача в жидкостях), **Temperature** (Температура) и выберите **comp1.T - Temperature** (Температура).
 3. На панели инструментов Ленты выберите вкладку **Temperature, surface** (Поле температуры) и нажмите кнопку **Plot** (Построить график).
- Сравните полученный результат с рис. 4.4.

Conversion, surface (Поле конверсии)

1. В окне Построителя моделей в разделе **Conversion, surface** (Поле конверсии) выберите **Surface 1** (Поверхность 1).
2. В окне **Settings** (Настройки) узла **Surface** (Поверхность), справа от названия раздела **Expression** (Выражение), нажмите кнопку **Replace Expression** (Заменить выражение). В новом меню последовательно раскройте следующие пункты: **Component 1** (Компонент 1), **Definitions** (Определения), **Variables** (Переменные) и выберите **xA - Conversion species A** (xA - Конверсия реактива A).

3. На панели инструментов Ленты выберите вкладку **Conversion, surface** (Поле конверсии) и нажмите кнопку **Plot** (Построить график).

Сравните полученный результат с рис. 4.5.

1D Plot Group 1 (Группа одномерных графиков 1)

1. На панели инструментов Ленты выберите вкладку **Home** (Главная), раскройте раздел **Add Plot Group** (Добавить группу графиков) и выберите **1D Plot Group** (Группа одномерных графиков).

Продолжайте рисовать линейные зависимости. Сначала создайте график распределения температуры (рис. 4.6).

2. В окне **Settings** (Настройки) узла **1D Plot Group** (Группа одномерных графиков) в текстовом поле **Label** (Название) введите **Temperature, profiles** (Профили температуры).
3. В разделе **Data** в поле **Data set** (Набор данных) из предложенного списка выберите **Cut Line 2D 1** (Линия разреза 1).
4. Раскройте раздел **Title** (Заголовок) и в поле **Title type** (Тип заголовка) из предложенного списка выберите **Manual** (Вручную).
5. В текстовом поле **Title** (Заголовок) введите название графика **Radial Temperature Profiles** (Радиальные профили температуры).
6. Раскройте раздел **Plot Settings** (Настройки графика) и поставьте галочку напротив поля **x-axis label** (Название оси x).
7. В активированном текстовом поле введите **Радиальная координата (m)**.
8. Поставьте галочку напротив поля **y-axis label** (Название оси y).
9. В активированном текстовом поле введите **Температура (K)**.

Line Graph 1 (Линейный график)

На панели инструментов Ленты выберите вкладку **Temperature, profiles** (Профили температуры) и выберите **Line Graph 1** (Линейный график).

Temperature, profiles (Профили температуры)

1. В окне **Settings** (Настройки) узла **Line Graph** (Линейный график), справа от названия раздела **y-axis Data** (Данные по оси y), нажмите кнопку **Replace Expression** (Заменить выражение). В новом меню последовательно раскройте следующие пункты: **Component 1** (Компонент 1), **Heat Transfer in Fluids** (Теплопередача в жидкостях), **Temperature** (Температура) и выберите **T - Temperature** (T - температура).
2. Раскройте раздел **Coloring and style** (Окраска и стиль) и в поле **Line** (Линия) из предложенного списка выберите **Cycle** (Цикл).
3. В поле **Color** (Цвет) из предложенного списка выберите **Black** (Черный).
4. Раскройте раздел **Legends** (Обозначения) и поставьте галочку напротив **Show legends** (Добавить обозначения).
5. В поле **Legends** (Обозначения) из предложенного списка выберите **Manual** (Вручную).
6. Заполните следующую таблицу:

Legends
Inlet
Half Axial Location
Outlet

7. Раскройте раздел **Legend** (Обозначения) и в поле **Position** (Положение) из предложенного списка выберите **Lower riht** (Внизу справа)
8. На панели инструментов Ленты выберите вкладку **Temperature, profiles** (Профили температуры) и нажмите кнопку **Plot** (Построить график).

Сравните полученный результат с рис. 4.6.

Temperature, profiles 1 (Профили температуры 1)

1. В окне Построителя моделей нажмите правой кнопкой мыши на раздел **Temperature, profiles** (Профили температуры) и выберите **Duplicate** (Дублировать).
2. В окне **Settings** (Настройки) узла **1D Plot Group** (Группа одномерных графиков) в текстовом поле **Label** (Название) введите **Conversion, profiles** (Профили конверсии).
3. Раскройте раздел **Title** (Заголовок) и в текстовом поле **Title** (Заголовок) введите название графика **Радиальные профили температуры**.
4. Раскройте раздел **Plot Settings** (Настройки графика), в текстовом поле **y-axis label** (Название оси y) введите **Конверсия**, а в текстовом поле **x-axis label** (Название оси x) – **Радиальная координата**.
5. Раскройте раздел **Legend** (Обозначения) и в поле **Position** (Положение) из предложенного списка выберите **Lower right** (Внизу справа).

Conversion, profiles (Профили конверсии)

1. В окне Построителя моделей раскройте раздел **Conversion, profiles** (Профили конверсии) и нажмите на пункт **Line Graph 1** (Линейный график).
2. В окне **Settings** (Настройки) узла **Line Graph** (Линейный график), справа от названия раздела **y-Axis Data** (Значения по оси y), нажмите кнопку **Replace Expression** (Заменить выражение). В появившемся меню последовательно раскройте следующие пункты: **Component 1** (Компонент 1), **Definitions** (Определения), **Variables** (Переменные) и выберите **xA - Conversion species A** (Конверсия реактива A).
3. На панели инструментов Ленты выберите вкладку **Conversion, profiles** (Профили конверсии) и нажмите кнопку **Plot** (Построить график).

Сравните полученный результат с рис. 4.7.

Concentration (tds) 1 (Концентрация)

В окне Построителя моделей в разделе **Results** (Результаты) нажмите правой кнопкой мыши на пункт **Concentration (tds)** (Концентрация) и выберите **Delete** (Удалить).

Temperature, 3D (ht) (Температура)

В окне Построителя моделей в разделе **Results** (Результаты) нажмите правой кнопкой мыши на пункт **Concentration (tds) 1** (Концентрация) и выберите **Delete** (Удалить).

Isothermal Contours (ht) (Изотермические профили)

В окне Построителя моделей в разделе **Results** (Результаты) нажмите правой кнопкой мыши на пункт **Temperature, 3D (ht)** (Температура) и выберите **Delete** (Удалить).

Velocity (spf) (Скорость)

В окне Построителя моделей в разделе **Results** (Результаты) нажмите правой кнопкой мыши на пункт **Isothermal Contours (ht)** (Изотермические профили) и выберите **Delete** (Удалить).

Pressure (spf) (Давление)

В окне Построителя моделей в разделе **Results** (Результаты) нажмите правой кнопкой мыши на пункт **Velocity (spf)** (Скорость) и выберите **Delete** (Удалить).

Velocity (spf) 1 (Скорость)

1. В окне Построителя моделей в разделе **Results** (Результаты) нажмите правой кнопкой мыши на пункт **Pressure (spf)** (Давление) и выберите **Delete** (Удалить).
2. Нажмите правой кнопкой мыши на пункт **Velocity (spf) 1** (Скорость) и выберите **Delete** (Удалить).

В конце можно выбрать миниатюру модели рис. 4.9, выполнив следующие шаги.

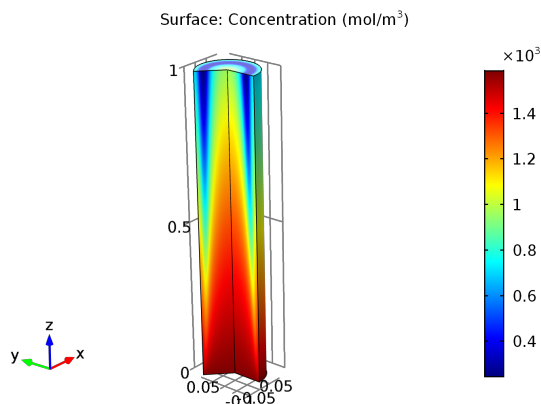


Рис. 4.9. Текущий вид модели в окне для вывода графических данных

3D Plot Group 2 (Группа трехмерных графиков)

1. В окне Построителя моделей выберите раздел **3D Plot Group 2** (Группа трехмерных графиков).
2. В окне **Settings** (Настройки) узла **3D Plot Group** (Группа трехмерных графиков) в текстовом поле **Label** (Название) введите **Concentration, volume** (Концентрация, объем).
3. На панели инструментов Ленты выберите вкладку **Conversion, volume** (Конверсия, объем) и нажмите кнопку **Plot** (Построить график).

4.4. ЗАДАНИЯ

1. Как повлияет изменение температуропроводности на распределение температуры и конверсию?

2. Каким образом охлаждение влияет на реакцию?
3. Как изменится эффективность процесса при добавления в реакцию инертной примеси?
4. Попробуйте заменить реакцию на более сложную. Например, можно выбрать обратимую реакцию второго порядка.

5. | ЕСТЕСТВЕННАЯ КОНВЕКЦИЯ В СТАКАНЕ С ВОДОЙ



Рис. 5.1. Андрей Воронцов "Конвекция", 2015

Свободная конвекция – это очень распространённый механизм передачи тепла. Тем не менее из-за малых скоростей и значительных вычислительных усложнений им часто пренебрегают при рассмотрении производственных процессов, предпочитая использовать вынужденные течения. Однако в ряде ситуаций, таких как процессы ферментации в биохимических реакторах или отливка металлических деталей в металлургии, свободная конвекция может иметь определяющее значение.

5.1. ОПИСАНИЕ МОДЕЛИ

В примере рассматривается свободная конвекция в стакане с холодной водой, выдержанного при комнатной температуре. Задача этого упражнения – получить структуру возникающих течений и соответствующее распределение температуры.

В начале численного эксперимента температура стакана и жидкости внутри одинаковая, равная 5°C . Температура воздуха в комнате считается постоянной и составляет 25°C . Стенки стакана имеют конечную толщину с известной теплопроводностью. Ввиду наличия у стакана вращательной симметрии моделирование задачи можно проводить в двумерной постановке. Геометрия задачи схематично представлена на рис. 5.2.

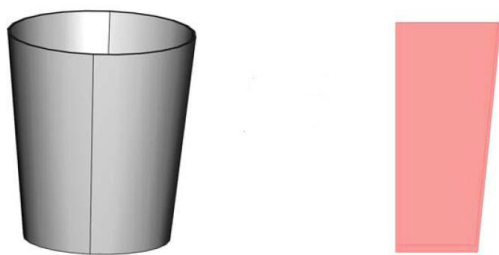


Рис. 5.2. Геометрия и расчетная область

В объеме жидкости перенос тепла осуществляется посредством двух механизмов – конвективного и теплопроводного, а через стеклянные стенки стакана посредством одного – теплопроводного. Теплофизические свойства исследуемой жидкости и стенок полагаются соответствующими воде и кварцевому стеклу.

5.1.1. ГРАНИЧНЫЕ УСЛОВИЯ

На дне задается постоянная температура, равная 25°C , считая, например, что исследуемый стакан поставили на стол. На верхней свободной границе жидкости, а также на боковых стенках стакана задаются условия конвективного теплопотока, рассчитываемого на основании закона теплоотдачи Ньютона – Рихмана: $q = -h(T - T_0)$, где q – поток тепла, h – коэффициент теплоотдачи.

С точки зрения течения на стеклянных стенках стакана для воды задается условие прилипания, а верхняя граница считается открытой. На левой границе, совпадающей с осью вращения плоскости геометрии, задается условие аксиальной симметрии. В такой постановке время расчета должно составить около 2 мин.

5.2. РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

Изменения тепловых потоков, проходящих через верхнюю, боковые и нижнюю границы, со временем представлены на рис. 5.3. Анализируя зависимость, можно заметить, что из-за малого коэффициента теплоотдачи большая часть тепла попадает в жидкость через нижнюю поверхность.

Когда жидкость подогревается снизу, локальное значение ее плотности уменьшается, и возникающая сила Архимеда приводит к возникновению течения. На рис. 5.4 показаны поля температуры, полученные через равные временные интервалы.

Конвективный поток образует области рециркуляции, организующиеся в конвективные вали. Для наглядного представления подобных структур удобно использовать линии тока, как это показано на рис. 5.5. Конвективное течение перемешивает жидкость, поэтому градиенты температуры в стакане заметно ослабевают со временем.

Следующий график демонстрирует распределение температуры в стакане по истечении двух минут.

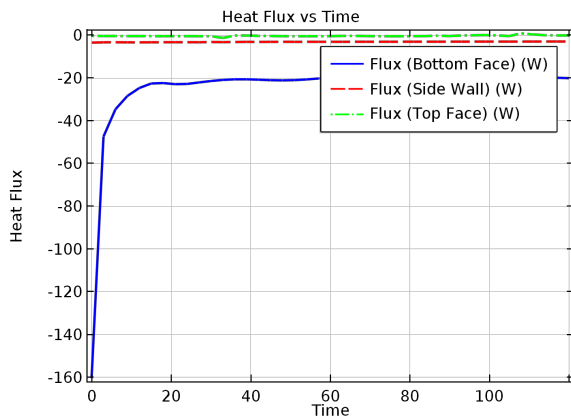


Рис. 5.3. Изменение теплового потока со временем, проходящего через нижнюю поверхность (синяя сплошная линия), верхнюю границу (зелена пунктирная с точками) и боковые стенки стакана (красная пунктирная)

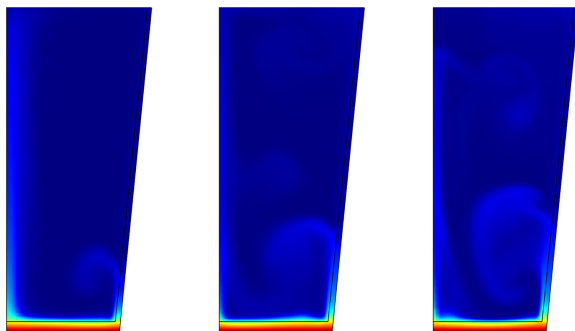


Рис. 5.4. Распределение температуры при $t = 30, 60$ и 81 с

5.3. СОЗДАНИЕ МОДЕЛИ

В первичном окне выберите **Model Wizard** (Мастер создания модели).

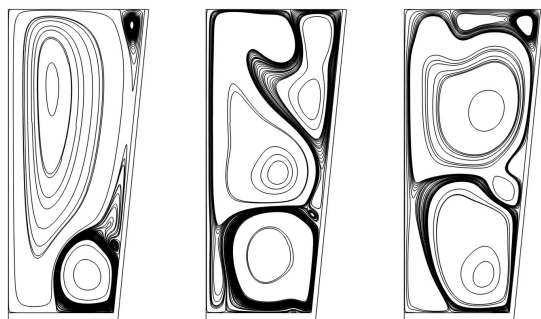


Рис. 5.5. Изолинии поля скорости при $t = 30, 60$ и 81 с

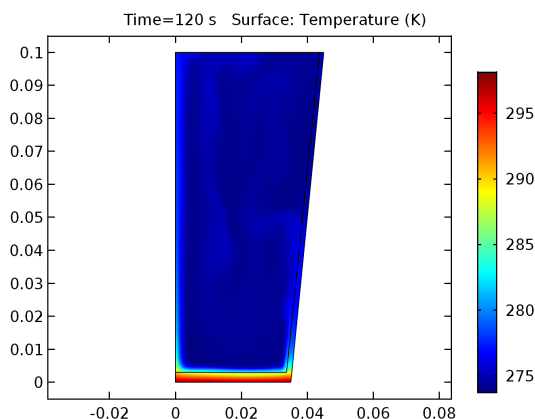


Рис. 5.6. Распределение температуры в момент времени $t = 120$ с

5.3.1. MODEL WIZARD (МАСТЕР СОЗДАНИЯ МОДЕЛИ)

1. В окне **Select Space Dimension** (Выбор размерности пространства) выберите **2D Axisymmetric** (Двумерное осесимметричное).
2. Выберите физический интерфейс. Для этого в окне **Select Physics** (Выбор исследования) последовательно раскройте (два-

жды щелкните мышкой или нажмите на треугольник слева от надписи) раздел **Fluid Flow** (Поток жидкости). Раскройте пункт **Non-Isothermal Flow** (Неизотермический поток) и выберите раздел **Laminar Flow** (Ламинарный поток).

3. Нажмите кнопку **Add** (Добавить). При этом ниже появится окно **Added Physics Interfaces** (Добавление физического интерфейса).
4. Нажмите на стрелочку **Study** (Изучить).
5. В окне **Select Study** (Выбор исследования) раскройте раздел **Preset Studies for Selected Physics Interfaces** (Предварительные исследования для выбранных физических интерфейсов) и выберите **Time Dependent** (Зависимость от времени).
6. Нажмите кнопку **Done** (Готово).

5.3.2. GLOBAL DEFINITIONS (ГЛОБАЛЬНЫЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ)

Parameters (Параметры)

1. На панели инструментов в раздел **Home** (Главная) нажмите на кнопку **Parameters** (Параметры).
2. В окне **Settings** (Настройки) узла **Parameters** (Параметры) найдите раздел параметры и заполните следующую таблицу.

Name	Expression	Value	Description
r_top	4.5[cm]	0.045 m	Радиус верхней части
r_bottom	3.5[cm]	0.035 m	Радиус нижней части
Hg	10[cm]	0.1 m	Высота стакана
h_wall	0.13[cm]	0.0013 m	Толщина стеклянной стенки
h_bottom	0.3[cm]	0.003 m	Толщина дна
Vlength	$\sqrt{(r_top - r_bottom)^2 + Hg^2}$	0.1005 m	Длина внешней стенки
rho0	1000[kg/m^3]	1000 kg/m ³	Плотность жидкости

5.3.3. GEOMETRY (ГЕОМЕТРИЯ)

Polygon 1 (pol1) (Многоугольник)

1. На панели инструментов Ленты выберите вкладку **Geometry** (Геометрия), раскройте подраздел **Primitives** (Основные) и выберите **Polygon** (Многоугольник).
2. В окне **Settings** (Настройки) узла **Polygon** (Многоугольник) найдите раздел **Coordinates** (Координаты).
3. В текстовом поле **r** введите `0 r_bottom-h_wall r_top-h_wall 0`.
4. В текстовом поле **z** введите `h_bottom h_bottom Hg Hg`.
5. Нажмите на кнопку **Build All Objects** (Построить все объекты).

Polygon 2 (pol2) (Многоугольник 2)

1. На панели инструментов Ленты выберите вкладку **Geometry** (Геометрия), раскройте подраздел **Primitives** (Основные) и выберите **Polygon** (Многоугольник).
2. В окне **Settings** (Настройки) узла **Polygon** (Многоугольник) найдите раздел **Coordinates** (Координаты).
3. В текстовом поле **r** введите `0 0 r_bottom r_top`.
4. В текстовом поле **z** введите `Hg 0 0 Hg`.
5. Нажмите на кнопку **Build All Objects** (Построить все объекты).

5.3.4. ADD MATERIAL (ДОБАВИТЬ МАТЕРИАЛ)

1. На панели инструментов Ленты выберите вкладку **Home** (Главная) и нажмите кнопку **Add Material** (Добавить материал). При этом на

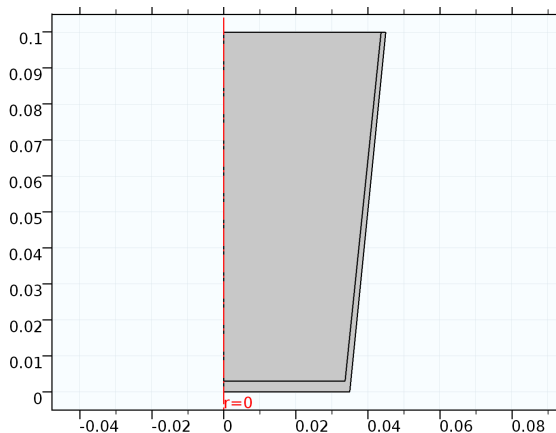


Рис. 5.7. Текущий вид модели в окне для вывода графических данных

экране появится дополнительное окно **Add Material** (Добавить материал).

2. В окне **Add Material** (Добавить материал) раскройте раздел **Built-In** (Встроенные материалы) и из предложенного списка выберите **Silica glass** (Кварцевое стекло).
3. Нажмите **Add to Component** (Добавить компонент).

В окне Построителя моделей в разделе материалы появился новый материал: кварцевое стекло. Следует указать, где оно находится.

Silica glass (mat1) (Кварцевое стекло)

1. В окне Построителя моделей найдите раздел **Silica glass (mat1)** (Кварцевое стекло).
2. Выберите область 1.

Add Material (Добавить материал)

1. В окне **Add Material** (Добавить материал) раскройте пункт **Built-In** (Встроенные материалы), выберите **Water, liquid** (Жидкость, вода).

2. Нажмите кнопку **Add to Component** (Добавить компонент).
3. Закройте окно **Add Material** (Добавить материал).

Water, liquid (mat2) (Жидкость, вода)

1. В окне Построителя моделей найдите раздел **Water, liquid (mat2)** (Жидкость, вода).
2. В окне **Settings** (Настройки) узла **Material** (Материал) найдите раздел **Geometric Entity Selection** (Выбор геометрического объекта).
3. Выберите область 2.
4. Найдите кнопку **Create Selection** (Сделайте выбор). В новом окне **Create Selection** (Сделайте выбор) в текстовом поле **Selection name** (Выбор имени) введите **Water** (Вода).
5. Нажмите кнопку **Ok**.

5.3.5. LAMINAR FLOW (SPF) (ЛАМИНАРНЫЙ ПОТОК)

1. В окне Построителя моделей в разделе **Component 1 (comp1)** (Компонент 1) выберите раздел **Laminar Flow (spf)** (Ламинарный поток).
2. В окне **Settings** (Настройки) узла **Laminar Flow** (Ламинарный поток) выберите раздел **Domain Selection** (Область выбора).
3. В поле **Selection** (Выборка) из предложенного списка выберите **Water** (Вода).
4. Раскройте раздел **Discretization** (Дискретизация) и в поле **Discretization of fluids** (Дискретизация жидкости) из предложенного списка выберите **P2+P1**.

Эта настройка повышает порядок аппроксимации скорости в расчетной схеме.

Initial Values 1 (Начальные условия 1)

1. В окне Построителя моделей в разделе **Laminar Flow (spf)** (Ламинарный поток) выберите подраздел **Initial Values 1** (Начальные условия 1).
2. В окне **Settings** (Настройки) узла **Initial Values** (Начальные условия) найдите раздел **Initial Values** (Начальные условия).
3. В текстовом поле **p** введите выражение $\rho_0 * g_const * (0.1 [m] - z)$.

Этот параметр дает распределение давления столба жидкости по высоте стакана.

Volume Force 1 (Объемная сила 1)

1. На панели инструментов Ленты выберите вкладку **Physics** (Физика), нажмите кнопку **Domains** (Области) и выберите **Volume Force** (Объемная сила).
2. Выберите только область 2.
3. В окне **Settings** (Настройки) узла **Volume Force** (Объемная сила) найдите раздел **Volume Force** (Объемная сила).
4. Задайте вектор силы **F** как:

0	r
$-g_const * \rho$	z

Wall 2 (Стенка 2)

1. На панели инструментов Ленты выберите вкладку **Physics** (Физика), нажмите кнопку **Boundaries** (Границы) и выберите **Wall** (Стенка).
2. Выберите только верхнюю свободную (граница 5).
3. В окне **Settings** (Настройки) узла **Wall** (Стенка) найдите раздел **Boundary Condition** (Граничное условие).
4. В поле **Wall condition** (Граничное условие) из предложенного списка выберите **Slip** (Условие проскальзывания).

5.3.6. HEAT TRANSFER IN FLUIDS (HT) (ТЕПЛОПЕРЕДАЧА В ЖИДКОСТИ)

Initial Values 1 (Начальные значения)

1. В окне Построителя моделей в разделе **Heat Transfer in Fluids (ht)** (Теплопередача в жидкости) выберите подраздел **Initial Values 1** (Начальные значения).
2. В окне **Settings** (Настройки) узла **Initial Values** (Начальные значения) выберите раздел **Override and contribution** (Перезапись и требования).
3. В текстовом поле **T** введите значение **273.15 [K]**.
4. В окне Построителя моделей выберите раздел **Heat Transfer in Fluids (ht)** (Теплопередача в жидкости).

Heat Transfer in Solids 1 (Теплопередача в твердых телах)

1. На панели инструментов Ленты выберите вкладку **Physics** (Физика), нажмите кнопку **Domains** (Область) и выберите **Solids** (Твердые тела).
2. Выберите только стеклянные стенки (область 1).

Temperature 1 (Температура 1)

1. На панели инструментов Ленты выберите вкладку **Physics** (Физика), нажмите кнопку **Boundaries** (Границы) и выберите **Temperature** (Температура).
2. Выберите только нижнюю границу стакана (граница 2).
3. В окне **Settings** (Настройки) узла **Temperature** (Температура) найдите раздел **Temperature** (Температура).
4. В текстовом поле **T0** введите значение **298.15 [K]**.

Heat Flux 1 (Тепловой поток)

1. На панели инструментов Ленты выберите вкладку **Physics** (Физика), нажмите кнопку **Boundaries** (Границы) и выберите **Heat Flux** (Тепловой поток).
2. Выберите только боковую границу стакана (граница 7).
3. В окне **Settings** (Настройки) узла **Heat Flux** (Тепловой поток) найдите раздел **Heat Flux** (Тепловой поток).
4. Поставьте галочку напротив выражения **Convective heat flux** (Конвективный тепловой поток).
5. В разделе **Heat transfer coefficient** (Коэффициент теплопередачи) из предложенного списка выберите **External natural convection** (Внешняя естественная конвекция).
6. В активированном поле из предложенного списка выберите **Inclined wall** (Наклонная стенка).
7. В текстовом поле **L** введите переменную **Vlength**.
8. В текстовом поле φ введите выражение **acos (Hg/Vlength)**.
9. В текстовом поле **Text** (Текст) введите значение **298.15 [K]**.

Heat Flux 2 (Тепловой поток)

1. На панели инструментов Ленты выберите вкладку **Physics** (Физика), нажмите кнопку **Boundaries** (Границы) и выберите **Heat Flux** (Тепловой поток).
2. Выберите только две верхние границы 5 и 8.
3. В окне **Settings** (Настройки) узла **Heat Flux** (Тепловой поток) найдите раздел **Heat Flux** (Тепловой поток).
4. Поставьте галочку напротив выражения **Convective heat flux** (Конвективный тепловой поток).

Ввиду того, что на внешних стенках стакана стекло соприкасается с воздухом (имеющим число Прандтля около единицы), доминирующим механизмом теплоотдачи становится теплопроводность. В таком случае конвективными эффектами можно пренебречь, а коэффициент теплоотдачи принять равным $2 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$, что соответствует тепловому сопротивлению тонкого слоя воздуха при температуре 298.15 [К] .

5. В текстовом поле **h** введите значение **2**.
6. В текстовом поле **Text** (Текст) введите значение **298.15 [К]**.

5.3.7. MESH (СЕТКА)

Используйте автоматическое построение сетки, чтобы добиться ее уплотнения на границе вода-стекло.

1. В окне Построителя моделей найдите раздел **Mesh 1** (Сетка).
2. В окне **Settings** (Настройки) **Mesh** (Сетка) найдите раздел **Mesh Settings** (Настройки сетки).
3. В разделе **Element Size** (Размер элемента) из предложенного списка выберите **Fine** (Мелкая).
4. Нажмите на кнопку **Build All** (Построить все).

5.3.8. STUDY (ИССЛЕДОВАНИЕ)

Step 1: Time Dependent (Шаг1: Зависимость от времени)

Свободная конвекция – это довольно медленный процесс, поэтому рассмотрим ее в течение 2 мин.

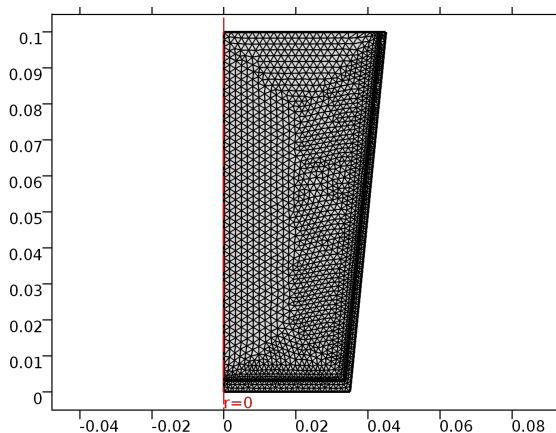


Рис. 5.8. Текущий вид модели в окне для вывода графических данных

1. В окне Построителя моделей найдите раздел **Study** (Исследование) и выберите **Step 1: Time Dependent** (Шаг 1: Зависимость от времени).
2. В окне **Settings** (Настройки) узла **Time Dependent** (Зависимость от времени) выберите раздел **Study Settings** (Настройки исследования).
3. В текстовом поле **Times** (Времена) введите выражение **range (0, 3 [s], 2 [min])**.

В результате конвекции возможно возникновение большого числа различных вторичных структур, поэтому необходимо задать большую точность.

4. В поле **Tolerance** (Невязка) из предложенного списка выберите **User controlled** (Контролируемая пользователем).
5. В активированном текстовом поле введите значение **0.001**.

Подробнее о настройках решателя можно прочитать в справочной документации в разделе «Tolerance Settings for the Time-Dependent

Solver» (Допустимые настройки для зависящего от времени решателя).

Solution 1 (sol1) (Решение 1)

1. На панели инструментов Ленты выберите вкладку **Study** (Исследование) и нажмите на кнопку **Show Default Solver** (Показать решатель по умолчанию).
2. В окне Построителя моделей раскройте раздел **Solution 1 (sol1)** (Решение 1) и выберите **Time-Dependent Solver 1** (Зависимый от времени решатель).
3. В окне **Settings** (Настройки) узла **Time-Dependent Solver** (Зависимый от времени решатель) раскройте раздел **Absolute tolerance** (Абсолютная невязка).
4. В текстовом поле **Tolerance factor** (Допуск) введите значение **2.5e-5**.
5. На панели инструментов Ленты выберите вкладку **Study** (Исследование) и нажмите на кнопку **Compute** (Вычислить).

5.3.9. RESULTS (РЕЗУЛЬТАТЫ)

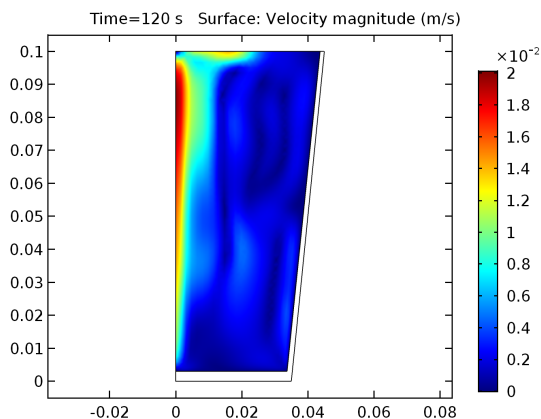
По результатам решения программа автоматически создает несколько разделов для визуализации процессов.

Velocity (spf) (Скорость)

Данный раздел позволяет наблюдать мгновенное распределение модуля скорости на плоскости в различные моменты времени.

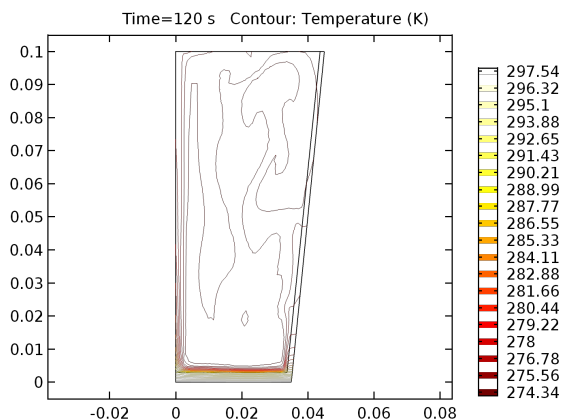
Pressure (spf) (Давление)

Этот раздел позволяет наблюдать изолинии давления на плоскости в различные моменты времени.

Рис. 5.9. Распределение модуля скорости при $t = 120$ с

Isothermal Contours (ht) (Изотермы)

Раздел позволяет построить изолинии температуры на плоскости в различные моменты времени.

Рис. 5.10. Изолинии температуры при $t = 60$ с

2D Plot Group 6 (Группа 2D графиков)

1. На панели инструментов Ленты выберите вкладку **Home** (Главная),

нажмите кнопку **Add Plot Group** (Добавить группу графиков) и выберите раздел **2D Plot Group** (Группа 2D графиков).

2. В окне **Settings** (Настройки) узла **2D Plot Group** (Группа 2D графиков) в текстовое поле **Label** (Метка) введите новое название **Temperature, 2D** (Поле температуры).

Temperature, 2D (Поле температуры)

1. В окне Построителя моделей правой кнопкой мыши нажмите на раздел **Temperature, 2D** (Поле температуры) и выберите пункт **Surface** (Поверхность).
2. В окне **Settings** (Настройки) узла **Surface** (Поверхность) в разделе **Expression** (Выражение) в верхнем правом углу диалогового окна нажмите кнопку **Replace Expression** (Заменить выражение). В активированном меню последовательно раскройте следующие пункты: **Component 1** (Компонент 1), **Heat Transfer in Fluids** (Теплообмен в жидкостях), **Temperature** (Температура) и выберите **T - Temperature** (T-Температура).
3. На панели инструментов Ленты выберите вкладку **Temperature, 2D** (Поле температуры) и нажмите на кнопку **Plot** (Построить график).

Сравните полученный результат с рис. 5.6.

4. В окне Построителя моделей выберите **Temperature, 2D** (Поле температуры).
5. В окне **Settings** (Настройки) узла **Temperature, 2D** (Поле температуры) найдите раздел **Date** (Значение).
6. В разделе **Time (s)** (Время) из предложенного списка выберите **30**.
7. На панели инструментов Ленты выберите вкладку **Temperature, 2D** (Поле температуры) и нажмите на кнопку **Plot** (Построить график).

Сравните полученный результат с рис. 5.4. Аналогично постройте поле температур для 60 и 81 с.

Line Integration 1 (Линейный интеграл)

Посчитайте интегральный теплопоток, проходящий через нижнюю границу.

На панели инструментов Ленты выберите вкладку **Results** (Результаты), нажмите на кнопку **More Derived Values** (Дополнительные производные значения) и в разделе **Integration** (Интеграл) выберите **Line Integration** (Линейный интеграл).

Derived Values (Производные значения)

1. В окне Построителя моделей найдите узел **Results** (Результаты) и выберите пункт **Line Integration 1** (Линейный интеграл 1).
2. В окне **Settings** (Настройки) узла **Line Integration** (Линейный интеграл) найдите раздел **Selection** (Выборка) и выберите только дно стакана (граница 2).
3. В окне **Settings** (Настройки) узла **Line Integration** (Линейный интеграл) в разделе **Expression** (Выражение) в верхнем правом углу диалогового окна нажмите кнопку **Replace Expression** (Заменить выражение). В активированном меню последовательно раскройте следующие пункты: **Component 1** (Компонент 1), **Heat Transfer in Fluids** (Теплообмен в жидкостях), **Boundary fluxes** (Потоки через границу) и выберите **ht.ntflux - Normal total heat flux** (Нормальный общий тепловой поток).
4. В разделе **Expression** (Выражение) поставьте галочку напротив **Description** (Описание).
5. В текстовом поле активированного окна введите выражение **Flux (Bottom Face)** (Поток через нижнюю грань).
6. Найдите раздел **Integration Settings** (Настройки интегрирования) и поставьте галочку напротив **Compute surface integral** (Вычислить поверхностный интеграл).
7. Нажмите кнопку **Evaluate** (Выражать в числах).

Line Integration 2 (Линейный интеграл)

Посчитайте интегральный теплоток, проходящий через боковые стенки.

На панели инструментов Ленты выберите вкладку **Results** (Результаты), нажмите на кнопку **More Derived Values** (Дополнительные производные значения) и в разделе **Integration** (Интеграл) выберите **Line Integration** (Линейный интеграл).

Derived Values (Производные значения)

1. В окне Построителя моделей найдите узел **Results** (Результаты) и выберите пункт **Line Integration 2** (Линейный интеграл).
2. В окне **Settings** (Настройки) узла **Line Integration** (Линейный интеграл) найдите раздел **Selection** (Выборка) и выберите только боковую границу стакана (граница 7).
3. В окне **Settings** (Настройки) узла **Line Integration** (Линейный интеграл) в разделе **Expression** (Выражение) в верхнем правом углу диалогового окна нажмите кнопку **Replace Expression** (Заменить выражение). В активированном меню последовательно раскройте следующие пункты: **Component 1** (Компонент 1), **Heat Transfer in Fluids** (Теплообмен в жидкостях), **Boundary fluxes** (Потоки через границу) и выберите **ht.ntflux - Normal total heat flux** (Нормальный общий тепловой поток).
4. В разделе **Expression** (Выражение) поставьте галочку напротив **Description** (Описание).
5. В текстовом поле активированного окна введите выражение **Flux (Side Wall)** (Поток через боковые стенки).
6. Найдите раздел **Integration Settings** (Настройки интегрирования) и поставьте галочку напротив **Compute surface integral** (Вычислить поверхностный интеграл).
7. Нажмите кнопку **Evaluate** (Выражать в числах).

Line Integration 3 (Линейный интеграл)

Посчитайте интегральный теплоток, проходящий через верхние границы расчетной области.

На панели инструментов Ленты выберите вкладку **Results** (Результаты), нажмите на кнопку **More Derived Values** (Дополнительные производные значения) и в разделе **Integration** (Интеграл) выберите **Line Integration** (Линейный интеграл).

Derived Values (Производные значения)

1. В окне Построителя моделей найдите узел **Results** (Результаты) и выберите пункт **Line Integration 3** (Линейный интеграл).
2. В окне **Settings** (Настройки) узла **Line Integration** (Линейный интеграл) найдите раздел **Selection** (Выборка) и выберите только верхние границы 5 и 8.
3. В окне **Settings** (Настройки) узла **Line Integration** (Линейный интеграл) в разделе **Expression** (Выражение) в верхнем правом углу диалогового окна нажмите кнопку **Replace Expression** (Заменить выражение). В активированном меню последовательно раскройте следующие пункты: **Component 1** (Компонент 1), **Heat Transfer in Fluids** (Теплообмен в жидкостях), **Boundary fluxes** (Потоки через границу) и выберите **ht.ntflux - Normal total heat flux** (Нормальный общий тепловой поток).
4. В разделе **Expression** (Выражение) поставьте галочку напротив **Description** (Описание).
5. В текстовом поле активированного окна введите выражение **Flux (Top Face)** (Поток через верхнюю грань).
6. Найдите раздел **Integration Settings** (Настройки интегрирования) и поставьте галочку напротив **Compute surface integral** (Вычислить поверхностный интеграл).
7. Нажмите кнопку **Evaluate** (Выражать в числах).

1D Plot Group 8 (Группа одномерных графиков 8)

1. В окне Построителя моделей в разделе **Results** (Результаты) найдите пункт **1D Plot Group 8** (Группа одномерных графиков 8).
2. В окне **Settings** (Настройки) узла **1D Plot Group** (Группа одномерных графиков) в текстовом поле **Label** (Метка) введите новое название **Heat Flux vs Time** (Изменение теплового потока со временем).
3. Раскройте раздел **Title** (Заголовок) и в пункте **Title type** (Тип заголовка) из предложенного списка выберите **Manual** (Вручную).
4. В текстовом поле **Title** (Заголовок) введите **Heat Flux vs Time** (Изменение теплового потока со временем).

Добавьте заголовок для графика.

5. Найдите раздел **Plot Settings** (Настройки графика) и для изменения подписи координатных осей поставьте галочки напротив выражений **x-axis label** (Название оси x) и **y-axis label** (Название оси y). Ось абсцисс назовите **Time** (Время), а ось ординат — **Heat Flux** (Тепловой поток).
6. Раскройте раздел сетка **Grid** (Вспомогательные линии) и поставьте галочку напротив **Manual spacing** (Задать интервал в ручную).
7. В текстовом поле **x spacing** (Расстояние по x) введите **20**.
8. В текстовом поле **y spacing** (Расстояние по y) введите **20**.

Table Graph 1 (График по табличным данным 1)

На панели инструментов Ленты выберите вкладку **Heat Flux vs Time** (Изменение теплового потока со временем) и нажмите на кнопку **Table Graph** (График по табличным данным).

Heat Flux vs Time (Изменение теплового потока со временем)

1. В окне настроек **Settings** (Настройки) узла **Table Graph** (График по табличным данным) найдите раздел **Coloring and Style** (Расцветка и стиль). В пункте **Color** (Цвет) из предложенного списка выберите **Blue** (Голубой).
2. Найдите раздел **Legends** (Обозначения) и поставьте галочку напротив **Show legends** (Добавить обозначения).
3. На панели инструментов, в меню **Heat Flux vs Time** (Изменение теплового потока со временем), нажмите кнопку **Plot** (Построить график).
4. В окне Построителя моделей выберите **Heat Flux vs Time** (Изменение теплового потока со временем).

Table Graph 2 (График по табличным данным 2)

На панели инструментов Ленты выберите вкладку **Heat Flux vs Time** (Изменение теплового потока со временем) и нажмите на кнопку **Table Graph** (График по табличным данным).

Тем самым Вы добавляете дополнительный график теплового потока через боковую стенку стакана на координатную плоскость. Сделайте линию графика пунктирной, а цвет красным.

Heat Flux vs Time (Изменение теплового потока со временем)

1. В окне настроек **Settings** (Настройки) узла **Table Graph** (График по табличным данным) найдите раздел **Data** (Значение).
2. Найдите пункт **Table** (Таблица) и из предложенного списка выберите **Table 2** (Таблица 2).
3. Найдите раздел **Coloring and Style** (Расцветка и стиль). В пункте **Line** (Линия) из предложенного списка выберите **Dashed** (Пунктир), а в пункте **Color** (Цвет) из предложенного списка выберите **Red** (Красный).
4. Найдите раздел **Legends** (Обозначения) и поставьте галочку напротив **Show legends** (Добавить обозначения).

5. На панели инструментов, в меню **Heat Flux vs Time** (Изменение теплового потока со временем), нажмите кнопку **Plot** (Построить график).
6. В окне Построителя моделей выберите **Heat Flux vs Time** (Изменение теплового потока со временем).

Table Graph 3 (График по табличным данным 3)

На панели инструментов Ленты выберите вкладку **Heat Flux vs Time** (Изменение теплового потока со временем) и нажмите на кнопку **Table Graph** (График по табличным данным).

Тем самым Вы добавляете график теплового потока через верхнюю границу на координатную плоскость. Сделайте линию графика пунктирной с точками, а цвет – зеленым.

Heat Flux vs Time (Изменение теплового потока со временем)

1. В окне настроек **Settings** (Настройки) узла **Table Graph** (График по табличным данным) найдите раздел **Data** (Значение).
2. Найдите пункт **Table** (Таблица) и из предложенного списка выберите **Table 3** (Таблица 3).
3. Найдите раздел **Coloring and Style** (Расцветка и стиль). В пункте **Line** (Линия) из предложенного списка выберите **Dash-dot** (Пунктир с точкой), а в пункте **Color** (Цвет) из предложенного списка выберите **Green** (Зеленый).
4. Найдите раздел **Legends** (Обозначения) и поставьте галочку напротив **Show legends** (Добавить обозначения).
5. На панели инструментов в меню **Heat Flux vs Time** (Изменение теплового потока со временем) нажмите кнопку **Plot** (Построить график).
6. В окне Построителя моделей выберите **Heat Flux vs Time** (Изменение теплового потока со временем).

Сравните полученные результаты с данными, представленными на рис.

5.4. ЗАДАНИЯ

1. Создайте анимацию, иллюстрирующую развитие течения со временем.
2. Определите время, необходимое для достижения теплового равновесия в системе.
3. Каким образом это время связано с теплопроводностью боковых границ?
4. Как это время изменится с увеличением числа Прандтля?
5. Как повлияет на теплоотдачу угол наклона стенки стакана?

6. | ИНДУКТИВНЫЙ НАГРЕВ МЕДНОГО ЦИЛИНДРА

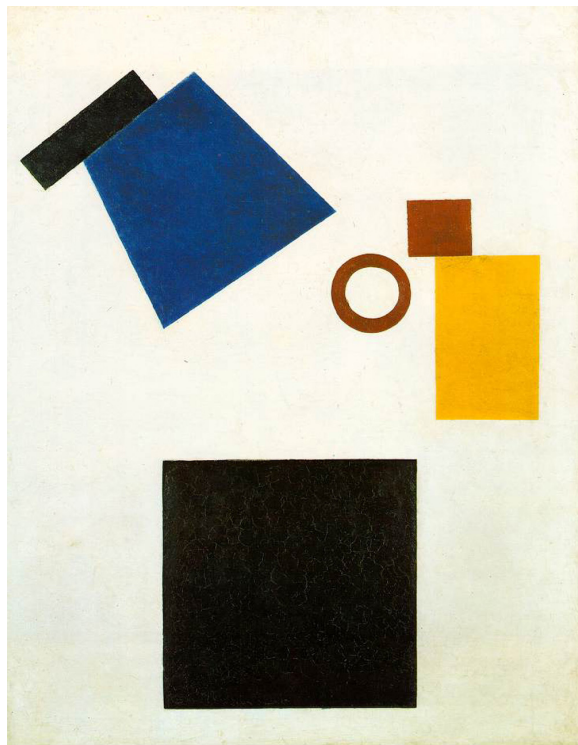


Рис. 6.1. Казимир Малевич "Супрематизм. Автопортрет в двух измерениях", 1915

Индукционный нагрев — это способ нагревания материалов электрическими токами, которые индуцируются переменным магнитным полем. При этом, как правило, проводящий объект помещается в так называемый индуктор, представляющий собой один или несколько витков провода. В индукторе с помощью генератора наводятся мощные токи различной частоты (от десятка до нескольких миллионов герц). В результате вокруг индуктора

возникает переменное электромагнитное поле, которое создает в заготовке вихревые токи, нагревающие заготовку.

Система «индуктор-заготовка» обычно представляет собой трансформатор, в котором индуктор является первичной, а нагреваемая заготовка – вторичной обмоткой, замкнутой накоротко. На высокой частоте вихревые токи вытесняются образованным ими же магнитным полем в тонкие поверхностные слои (скин-эффект), в результате чего их плотность резко возрастает, и заготовка разогревается. Ниже расположенные слои металла прогреваются за счёт теплопроводности. В скин-слое плотность тока увеличивается в ϵ раз относительно объема заготовки, поэтому на поверхности заготовки выделяется около 86 % общего количества тепла. Глубина скин-слоя зависит от частоты излучения: чем выше частота, тем тоньше слой.

В рассматриваемом примере индукционный ток нагревает медный цилиндр, при этом учитывается уменьшение проводимости меди по мере увеличения температуры.

6.1. ОПИСАНИЕ МОДЕЛИ

Моделирование задачи подразумевает решение системы уравнения, состоящей из закона Ампера и баланса тепловой энергии:

$$\begin{cases} j\omega\sigma(T)\vec{A} + \nabla \times (\mu^{-1}\nabla \times \vec{A}) = 0 \\ \rho C_p \frac{dT}{dt} \nabla \cdot k \nabla T = Q(T, \vec{A}), \end{cases} \quad (6.1)$$

где ρ – плотность, C_p – удельная теплоемкость, k – теплопроводность, Q – тепло, выделенное в результате индукционного нагрева.

Проводимость меди ухудшается с ростом температуры и задается функцией:

$$\sigma = \frac{1}{[\rho_0(1 + \alpha(T - T_0))]}, \quad (6.2)$$

где ρ_0 – сопротивление при температуре $T_0 = 293$ К, α – температурный коэффициент сопротивления и T – фактическая температура в области. Тепло, полученное заготовкой за один период колебаний электромагнитного поля, можно представить в следующем виде:

$$Q = \frac{1}{2} \sigma |\vec{E}|^2. \quad (6.3)$$

Катушка охлаждается турбулентным потоком воды в канале охлаждения. Потери тепла на холодильнике описываются выражением:

$$Q_c = \frac{\frac{dM}{dt} C_p (T_{in} - T)}{2\pi r A}, \quad (6.4)$$

где dM/dt – массовый расход воды, T_{in} – температура воды на входе, r – радиальная координата и A – площадь поперечного сечения охлаждающего канала.

6.2. РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЯ

Распределение температуры после 10 часов нагрева представлено на рис. 6.2. За это время средняя температура медного цилиндра возрастает с 293 К до 346 К при силе тока в катушке 2 кА (рис. 6.3).

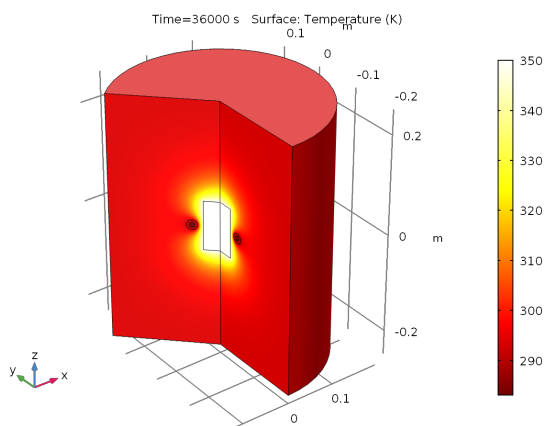


Рис. 6.2. Распределение температуры в расчетной области после 10 часов нагрева

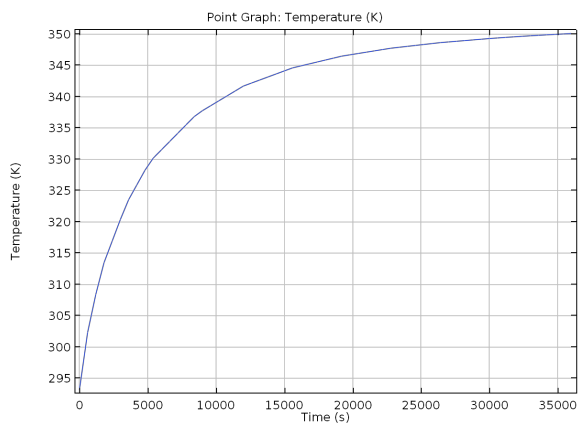


Рис. 6.3. График эволюции температуры в центре нагретого цилиндра и охлаждающего канала

6.3. СОЗДАНИЕ МОДЕЛИ

В первичном окне выберите **Model Wizard** (Мастер создания модели).

6.3.1. MODEL WIZARD (МАСТЕР СОЗДАНИЯ МОДЕЛИ)

1. В окне **Select Space Dimension** (Выбор размерности пространства) выберите **2D Axisymmetric** (Двумерное осесимметричное).
2. Выберите физический интерфейс. Для этого в окне **Select Physics** (Выбор исследования) последовательно раскройте (дважды щелкните мышкой или нажмите на треугольник слева от надписи) следующие разделы: **Heat Transfer** (Перенос тепла), **Electromagnetic Heating** (Электромагнитный нагрев) и выберите раздел **Induction Heating** (Индукционный нагрев).
3. Нажмите кнопку **Add** (Добавить). При этом ниже появится окно **Added Physics Interfaces** (Добавление физического интерфейса).
4. Нажмите на стрелочку **Study** (Изучить).
5. В окне **Select Study** (Выбор исследования) раскройте раздел **Preset Studies for Selected Multiphysics** (Предварительные исследования для выбранной мультифизики) и выберите **Frequency-Transient** (Частотно временной).
6. Нажмите кнопку **Done** (Готово).

6.3.2. GLOBAL DEFINITIONS (ГЛОБАЛЬНЫЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ)

1. На панели инструментов Ленты выберите вкладку **Home** (Главная) и нажмите на кнопку **Parameters** (Параметры).
2. В окне **Settings** (Настройки) узла **Parameters** (Параметры) найдите раздел **Parameters** (Параметры).
3. Заполните следующую таблицу параметров и их значений.

Для каждой величины запишите **Name** (Имя) и **Expression** (Выражение). Если все сделано правильно, в разделе **Value** (Значение) появятся значения величин с размерностью в привычном для Вас виде. В разделе **Description** (Описание) можно делать себе пометки о данном параметре.

Name	Expression	Value	Description
I0	$2e3[A]$	2000 A	Сила тока
T0	$293[K]$	293 K	Эталонная температура
r0	$1.754e-8[ohm*m]$	$1.754E-8 \Omega \cdot m$	Удельное сопротивление при $T=T_0$
al	$0.0039[1/K]$	0.0039 1/K	Температурный коэффициент
Rc	$5[mm]$	0.005 m	Радиус охлаждающего канала
Ac	$\pi * Rc^2$	$7.854E-5 \text{ m}^2$	Площадь сечения охлаждающего канала
Mt	$1[kg/min]$	0.016667 kg/s	Расход охлаждающей массы воды
Tin	$10[degC]$	283.15 K	Температура воды

6.3.3. GEOMETRY (ГЕОМЕТРИЯ)

Rectangle (Прямоугольник)

1. В панели инструментов в меню **Geometry** (Геометрия) нажмите на

кнопку **Primitives** (Основные) и выберите **Rectangle** (Прямоугольник).

2. В окне **Settings** (Настройки) узла **Rectangle** (Прямоугольник) выберите раздел **Size and Shape** (Размер и форма).
3. В текстовом поле **Width** (Ширина) введите **0.2**.
4. В текстовом поле **Height** (Высота) введите **0.5**.
5. Выберите раздел **Position** (Позиция) и в текстовом поле **z** введите **-0.25**.

Тем самым определяете положение нижней границы прямоугольника по оси z .

6. Нажмите кнопку **Build Selected** (Построить выбранные).

Аналогично добавьте второй прямоугольник с шириной **0.03**, высотой **0.1** и положением нижней границы на **-0.05**.

Circle (Круг)

1. В панели инструментов в меню **Geometry** (Геометрия) нажмите на кнопку **Primitives** (Основные) и выберите **Circle** (Круг).
2. В окне **Settings** (Настройки) узла **Circle** (Круг) выберите раздел **Size and Shape** (Размер и форма).
3. В текстовом поле **Radius** (Радиус) введите **0.01**.
4. Выберите раздел **Position** (Позиция) и в текстовом поле **r** введите **0.05**.
5. Нажмите кнопку **Build Selected** (Построить выбранные).
6. Продублируйте построенный круг: в окне Построителя модели нажмите правой кнопкой мыши на раздел **Circle 1** (Круг 1) и выберите **Duplicate** (Дублировать).
7. В окне **Settings** (Настройки) узла **Circle** (Круг) выберите раздел **Size and Shape** (Размер и форма).
8. В текстовом поле **Radius** (Радиус) введите **Rc**.
9. Нажмите кнопку **Build Selected** (Построить выбранные).

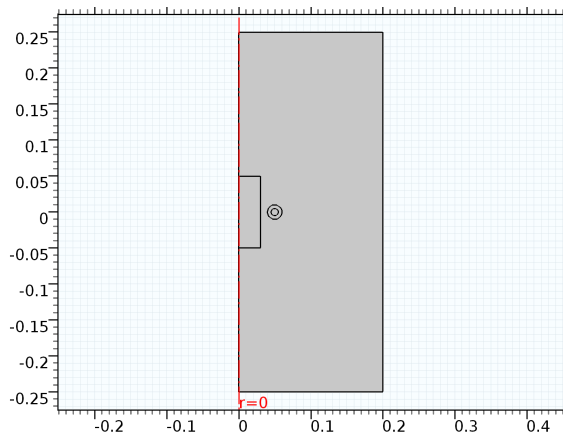


Рис. 6.4. Текущий вид модели в окне для вывода графических данных

Form Union (fin) (Объединение объектов)

В окне Построителя моделей в разделе **Geometry 1** (Геометрия) правой кнопкой мыши нажмите вкладку **Form Union (fin)** (Объединения формы) и выберите **Build Selected** (Построить выбранные).

6.3.4. MATERIAL (МАТЕРИАЛЫ)

В окне Построителя моделей нажмите правой кнопкой мыши на раздел **Material** (Материалы) и выберите пункт **Add Material** (Добавить материал). При этом справа появится новое окно **Add Material**.

Add Material (Добавить материал)

1. В окне **Add Material** (Добавить материал) раскройте пункт **Built-In** (Встроенные материалы) выберите **FR4 (Circuit Board)** (Печатная плата).
2. Нажмите кнопку **Add to Component** (Добавить компонент).

В окне Построителя моделей в разделе **Material** (Материал) появился раздел **FR4 (Circuit Board)** (Печатная плата).

3. В окне **Add Material** (Добавить материал) раскройте пункт **AC/DC** (Переменный и постоянный ток) и выберите **Copper** (Медь).
4. Нажмите кнопку **Add to Component** (Добавить компонент).
5. В окне **Add Material** (Добавить материал) раскройте пункт **Built-In** (Встроенные материалы) и выберите **Water, liquid** (Жидкость, вода).
6. Нажмите кнопку **Add to Component** (Добавить компонент).
7. Закройте окно **Add Material** (Добавить материал).

Copper (mat2) (Материал 2, Медь)

1. В окне Построителя моделей в разделе **Material** (Материал) выберите пункт **Copper (mat2)** (Медь).
2. Выберите области 2 и 3, которые выполнены из меди.

Если навести мышью на рабочую область, ее элементы меняют цвет. При нажатии левой кнопкой мыши на какую-либо область в окне настроек в разделе **Selection** (Выборка) появляется цифра, соответствующая выбранной области.

3. В окне Построителя моделей раскройте раздел **Copper (mat2)** (Медь) и выберите раздел **Linearized resistivity (ltr)** (Линеаризованное удельное сопротивление).
4. В окне **Settings** (Настройки) узла **Property Group** (Свойства групп) раскройте окно **Output Properties and Model Inputs** (Выходные свойства и входные параметры модели).
5. В таблице **Output properties** (Свойства на выходе) в колонке **Expression** (Выражение) замените значения величин следующими параметрами:

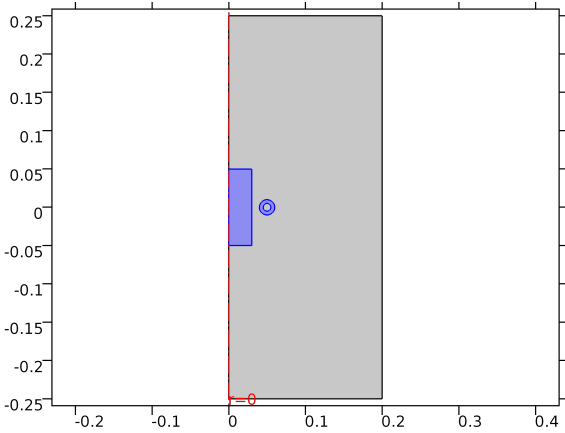


Рис. 6.5. Текущий вид модели в окне для вывода графических данных

Property	Variable	Expression	Unit	Size
Reference resistivity	rho0	r0	$\Omega \cdot \text{m}$	1x1
Resistivity temperature coefficient	alpha	a1	1/K	1x1
Reference temperature	Tref	T0	K	1x1

Water, liquid (mat3) (Материал 3, Вода)

Определитесь, какие элементы задачи состоят из воды.

- 1. В окне Построителя моделей в разделе **Material** (Материал) выберите пункт **Water, liquid (mat3)** (Жидкость, вода).
- 2. Выберите только область 4.

Во встроенной библиотеке материалов для воды не заданы относительная диэлектрическая и магнитная проницаемости, поэтому нужно ввести их вручную.

- 3. В окне **Settings** (Настройки) узла **Material** (Материал) выберите раздел **Material Contents** (Характеристики материала).
- 4. Внесите в таблицу недостающие значения:

Property	Name	Value	Unit	Property group
Relative permeability	mur	1	1	Basic
Relative permittivity	epsilon0r	80	1	Basic

В модели учитывается увеличение эффективной теплопроводности воды за счет турбулентности потока охлаждающей жидкости.

5. Замените значение теплопроводности:

Property	Name	Value	Unit	Property group
Thermal conductivity	k	1e3	W/(m·K)	Basic

6.3.5. MAGNETIC FIELDS (MF) (МАГНИТНОЕ ПОЛЕ)

Чтобы учесть температурную зависимость сопротивления для области медного проводника, дополнительно запишите закон Ампера.

Ampère’s Law 2 (Закон Ампера)

- 1. На панели инструментов Ленты выберите вкладку **Physics** (Физика), нажмите на кнопку **Domains** (Области) и выберите **Ampère’s Law** (Закон Ампера).
- 2. Выберите только 2-ю и 3-ю области.
- 3. В окне **Settings** (Настройки) узла **Ampère’s Law** (Закон Ампера) выберите раздел **Conduction Current** (Ток проводимости).
- 4. В поле удельной проводимости σ из предложенного списка выберите **Linearized resistivity** (Линеаризованное удельное сопротивление).

Coil (Провод)

- 1. На панели инструментов Ленты выберите вкладку **Physics** (Физика), нажмите на кнопку **Domains** (Область) и выберите **Coil** (Провод).

2. Выберите только 3-ю область.
3. В окне **Settings** (Настройки) узла **Coil** (Провод) выберите раздел **Coil** (Провод).
4. В текстовом поле **Icoil** введите **I0**.

6.3.6. HEAT TRANSFER IN SOLIDS(ht) (ПЕРЕНОС ТЕПЛА В ТВЕРДОМ ТЕЛЕ)

Задайте граничные условия для температуры.

В окне Построителя моделей выберите раздел **Heat Transfer in Solids(ht)** (Перенос тепла в твердом теле).

Temperature 1 (Температура 1)

1. На панели инструментов Ленты выберите вкладку **Physics** (Физика), нажмите на кнопку **Boundaries** (Границы) и выберите **Temperature** (Температура).
2. Выберите только 2, 7 и 9-ю границы (границы внешней области).
3. В окне **Settings** (Настройки) узла **Temperature** (Температура) выберите раздел **Temperature** (Температура).
4. В текстовом поле **T0** введите **T0**.

Heat Source 1 (Источник тепла)

1. На панели инструментов Ленты выберите вкладку **Physics** (Физика), нажмите на кнопку **Domains** (Области) и выберите **Heat Source** (Источник тепла).
2. Выберите только область 4.
3. В окне **Settings** (Настройки) узла **Heat Source** (Источник тепла) раскройте пункт **Heat Source** (Источник тепла).
4. В текстовом поле **Q** введите $Mt \cdot ht \cdot Cp \cdot (T_{in} - T) / (2 \cdot \pi \cdot r \cdot Ac)$.

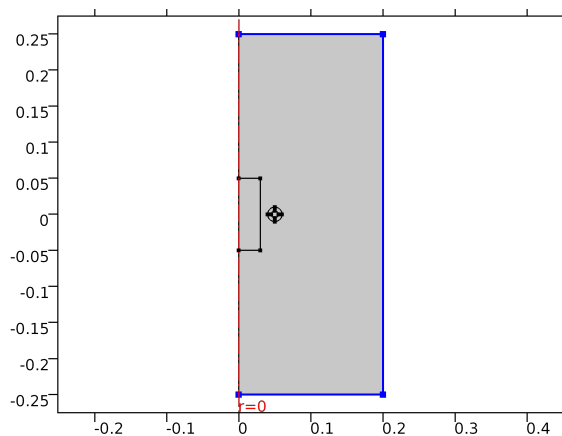


Рис. 6.6. Текущий вид модели в окне для вывода графических данных

6.3.7. MESH (СЕТКА)

1. В окне Построителя моделей нажмите правой кнопкой мыши на пункт **Mesh 1** (Сетка) и выберите **Build All** (Построить все).

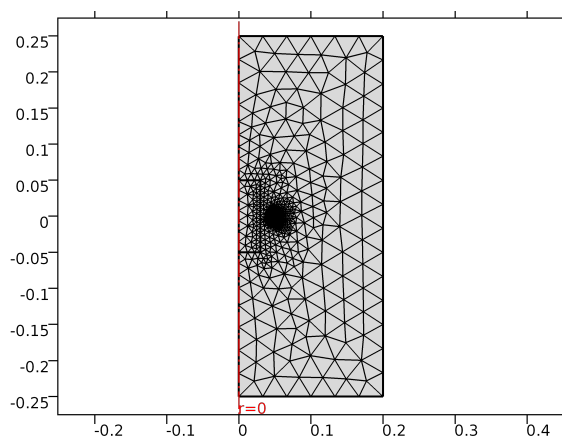


Рис. 6.7. Текущий вид модели в окне для вывода графических данных

6.3.8. STUDY (ИССЛЕДОВАНИЕ)

Step 1: Frequency-Transient (Шаг 1: Частотно временной)

1. В окне Построителя моделей раскройте раздел **Study 1** (Исследование) и выберите раздел **Step 1: Frequency-Transient** (Частотно временной).
2. В окне **Settings** (Настройки) узла **Frequency-Transient** (Частотно временной) выберите раздел **Study Settings** (Настройки исследования).
3. Напротив поля **Times** (Время) нажмите кнопку **Range** (Диапазон).
4. В сплывающем окне **Range** (Диапазон) установите **Step** (Шаг), равный **600**, и время окончания расчета (**Stop**) **36000**.
5. Нажмите на кнопку **Replace** (Заменить).
6. В разделе **Study Settings** (Настройки исследования) установите частоту (**Frequency**) **500 [Hz]**.
7. Нажмите на кнопку **Compute** (Вычислить).

6.3.9. RESULTS (РЕЗУЛЬТАТЫ)

Data Sets (Набор данных)

1. На панели инструментов Ленты выберите вкладку **Results** (Результаты) и нажмите на кнопку **Cut Point 2D** (Выбор точки на плоскости).
2. В окне **Settings** (Настройки) узла **Cut Point 2D** (Выбор точки на плоскости) выберите раздел **Point Data** (Значение в точке).
3. В текстовом поле **r** введите **0**.
4. В текстовом поле **z** введите **0**.

5. Выполните дублирование **Cut Point 2D** (Выбор точки на плоскости). Для этого в окне Построителя моделей нажмите правой кнопкой мыши на **Cut Point 2D** (Выбор точки на плоскости) и выберите **Duplicate** (Дублировать).
6. В окне **Settings** (Настройки) узла **Cut Point 2D** (Выбор точки на плоскости) выберите раздел **Point Data** (Значение в точке).
7. В текстовом поле **r** введите **0.05**.

1D Plot Group 5 (Группа одномерных графиков 5)

1. На панели инструментов Ленты выберите вкладку **Results** (Результаты) и нажмите на кнопку **1D Plot Group** (Группа одномерных графиков).
2. На панели инструментов Ленты выберите вкладку **1D Plot Group** (Группа одномерных графиков) и нажмите на кнопку **Point Graph** (Точечный график).
3. В окне **Settings** (Настройки) узла **Point Graph** (Точечный график) выберите раздел **Data** (Значение).
4. В поле **Data set** (Набор данных) из предложенного списка выберите **Cut Point 2D 1** (Выбор точки на плоскости 1).
5. В разделе **y-axis data** (данные по оси y) в верхнем правом углу диалогового окна нажмите кнопку **Replace Expression** (Заменить выражение). В активированном меню последовательно раскройте следующие пункты: **Component 1** (Компонент 1), **Heat Transfer in Solids** (Перенос тепла в твердом теле), **Temperature** (Температура) и выберите **T - Temperature** (Температура).
6. В окне Построителя моделей нажмите правой кнопкой мыши на пункт **Point Graph 1** (Точечный график) и выберите **Duplicate** (Дублировать).
7. В окне **Settings** (Настройки) узла **Point Graph** (Точечный график) выберите раздел **Data** (Значение).
8. В поле **Data set** (Набор данных) из предложенного списка выберите **Cut Point 2D 2** (Выбор точки на плоскости 2).

9. Нажмите кнопку **Plot** (Построить график).

График показывает эволюцию температуры в центре медного цилиндра и охлаждающего канала. Сравните результат с рис. 6.3.

Temperature, 3D (ht) (Температура 3D)

В окне Построителя моделей нажмите левой кнопкой мыши на **Temperature, 3D (ht)** (Температура) и в окне для вывода графических данных **Graphics** (Графики) нажмите на кнопку **Zoom Extents** (Масштаб сцены). Сравните результат с рис. 6.2.

7. | КАПЛЯ ЧЕРНИЛ



Рис. 7.1. Василий Кандинский "В розовом ключе", 1926

Струйные принтеры являются привлекательными инструментами для печати текста и изображений, потому что они сочетают в себе низкую стоимость и высокое разрешение с приемлемой скоростью. Принцип работы струйных принтеров состоит в разбрызгивании мелких капель жидкости из сопла на лист бумаги. Важными свойствами принтера являются его скорость и разрешение изображений. Для улучшения производительности разработчики могут варьировать несколько параметров принтера. В частности, для создания капель разного размера они могут изменять геометрию выпускного устройства (сопла) или тип чернил. Размер и скорость выбрасываемых капель также сильно зависят от скорости, при которой черни-

ла впрыскиваются в форсунку. Моделирование может быть полезным для улучшения понимания потока текучей среды и прогнозирования оптимальной конструкции выпускного устройства для конкретного применения.

Первоначально струйные принтеры были изобретены для получения изображений на бумаге, однако с тех пор метод струйной печати нашел более широкое применение. Довольно часто струйные принтеры используются в инструментах для точного осаждения микрокапель. Эти инструменты используются в медицине для диагностики, анализа и разработки лекарств. Также струйные технологии могут быть использованы для создания 3D принтеров, создающих ткани из живых клеток, или в изготовлении микроэлектронных устройств. Для всех этих устройств очень важен точный контроль образования капель. В этом примере демонстрируется моделирование потока жидкости через выпускное устройство струйного принтера, используя два встроенных интерфейса: Laminar Two-Phase Flow (Ламинарный двухфазный поток), Level Set interface (Метод функции уровня).

7.1. ОПИСАНИЕ МОДЕЛИ

На рис. 7.2 показана геометрия выпускного устройства, которая будет исследоваться в данном примере. Ввиду осевой симметрии устройства используется двумерная модель. Первоначально пространство между выпускным отверстием и выпускным соплом заполнено чернилами. Дополнительные чернила впрыскивают через входное отверстие через каждые 10 мкс, что обуславливает выдавливание чернил из сопла. Когда инъекция прекращается, капелька чернил отрывается от сопла и продолжает движение, пока не достигнет цели.

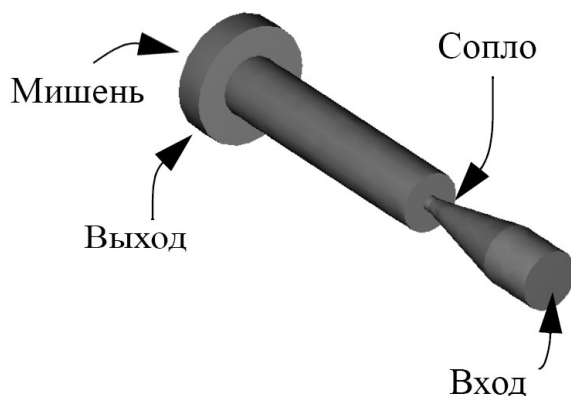


Рис. 7.2. Геометрия выпускного устройства

7.1.1. ОСНОВНЫЕ УПРАВЛЯЮЩИЕ УРАВНЕНИЯ

Level Set Method (Метод функции уровня)

Этот метод используется для того, чтобы описать перемещение границы раздела в межфазном потоке. Для этого используется некоторая функция φ , именуемая функцией уровня, принимающая значение 0 в области заполненной одной из сред (в данном примере – воздух), и 1 во второй (чернила). Значение функции 0,5 соответствует границе раздела между первой

и второй средой. В переходном слое, близком к границе раздела, φ монотонно меняется от 0 до 1. Граница раздела переносится потоком жидкости со скоростью u . Для описания этого процесса используется следующее уравнение:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + \nabla \cdot (\varphi \vec{v}) + \gamma \left[\left(\nabla \cdot \left(\varphi (1 - \varphi) \frac{\nabla \varphi}{|\nabla \varphi|} \right) \right) - \varepsilon \nabla \cdot \nabla \varphi \right] = 0, \quad (7.1)$$

которое характеризует толщину переходного слоя и, как правило, выбирается равной половине минимального элемента расчетной сетки. Параметр γ служит для обеспечения непрерывности функции φ на дискретном пространстве, и идейно его величина соответствует максимальному значению скорости потока в расчетной области. Кроме непосредственного определения границы раздела необходимо определить скорость и вязкость зависимости от величины функции φ . Считая φ аналогом концентрации, определим их как:

$$\begin{cases} \rho = \rho_{air} + (\rho_{ink} - \rho_{air})\varphi \\ \mu = \mu_{air} + (\mu_{ink} - \mu_{air})\varphi. \end{cases} \quad (7.2)$$

7.1.2. УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ

Чернила и воздух можно считать несжимаемыми до тех пор, пока скорость жидкости мала по сравнению со скоростью звука. Поэтому для описания их переноса массы и импульса можно использовать уравнение Навье-Стокса для несжимаемой жидкости с учетом силы поверхностного натяжения:

$$\begin{cases} \rho \left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \vec{v} \nabla \cdot \vec{v} \right) - \nabla \cdot (\mu (\nabla \vec{v} + \nabla \vec{v}^T)) + \nabla p = \vec{F}_{st}, \\ (\nabla \cdot \vec{v}) = 0 \end{cases} \quad (7.3)$$

где ρ – плотность, μ – динамическая вязкость, v – скорость, p – давление, F_{st} – сила поверхностного натяжения.

Сила поверхностного натяжения рассчитывается как:

$$\begin{cases} \vec{F}_{st} = \nabla \cdot \mathbf{T} \\ \mathbf{T} = \sigma \left(\mathbf{I} - (n\vec{n}^T) \right) \delta, \end{cases} \quad (7.4)$$

где $\mathbf{I}$ – единичная матрица, n – единичный вектор нормали, σ – коэффициент поверхностного натяжения, δ – дельта-функция Дирака, которая не равна нулю только на границе раздела сред. Единичный вектор нормали рассчитывается как:

$$\vec{n} = \frac{\nabla \varphi}{|\nabla \varphi|}, \tag{7.5}$$

а дельта-функция аппроксимируется следующим образом:

$$\delta = 6 |\varphi (1 - \varphi)| |\nabla \varphi|. \tag{7.6}$$

Физические параметры чернил и воздуха, используемые в модели, представлены в таблице:

Medium	Density	Dynamic Viscosity	Surface Tension
ink	103 kg/m ³	0.01 N · s/m ²	0.07 N/m
air	1.225 kg/m ³	1.789·10 ⁻⁵ N · s/m ²	

7.1.3. НАЧАЛЬНЫЕ УСЛОВИЯ

На рис. 7.3 представлено начальное распределение ($t = 0$) чернил и воздуха внутри расчетной области. Начальная скорость равна нулю.

7.1.4. ГРАНИЧНЫЕ УСЛОВИЯ

Вход

На входе задается параболический профиль скорости. Первые две микросекунды на входе жидкость остается неподвижной. Через 2 мкс она возрастает до $v(r)$ и описывается параболическим профилем

$$v(r) = 4.5 \left(\frac{r + 0.1mm}{0.2mm} \right) \left(1 - \frac{r + 0.1mm}{0.2mm} \right) m/s. \tag{7.7}$$

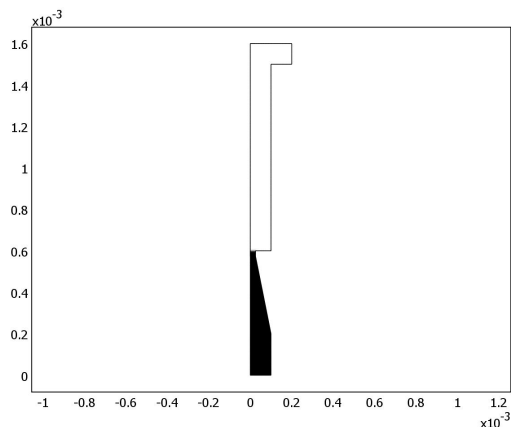


Рис. 7.3. Начальное распределение чернил, (черный цвет соответствует положению чернил, белый – воздуху)

Еще через 10 мкс подача чернил прекращается, и скорость вновь уменьшается до 0 м/с. Такая временная зависимость профиля скорости может быть записана в следующем виде:

$$v(r, t) = (\text{step}(t - 1 \cdot 10^{-6}) - \text{step}(t - 13 \cdot 10^{-6})) \cdot v(r), \quad (7.8)$$

где время t задается в секундах, а step – это гладкая функция, имитирующая скачок от 0 до 1 и графически представленная на рис. 7.4.

В качестве граничного условия для уровня функции используем $\varphi = 1$, что означает подачу чернил.

Выход

На выходе задается постоянное давление. Конкретное значение давления не принципиально ввиду того, что на входе задается граничное условие для скорости. Так как скорость потока зависит только от градиента давления, Вы получите одинаковые результаты при 0 и при 1 атмосфере.

Граничные условия

На всех границах, кроме мишени, задается условие прилипания. В области мишени задается смачивание с контактным углом $\pi/2$ и длиной про-

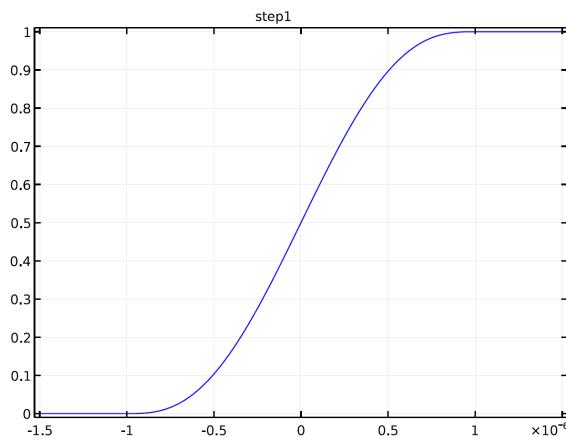


Рис. 7.4. Гладкая функция шага по времени

скальзывания 10 мкм.

7.2. РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

На рис. 7.5 показано изменение массы капли во время падения. Рис. 7.6 демонстрирует распределения капли чернил и полей скорости в различные моменты времени. Измерения массы капли начинаются при отдалении капли на 0.07 мм от сопла. Видно, что масса выброшенной капли составляет примерно $1.9 \cdot 10^{-10}$ кг.

7.3. СОЗДАНИЕ МОДЕЛИ

В первичном окне выберите **Model Wizard** (Мастер создания модели).

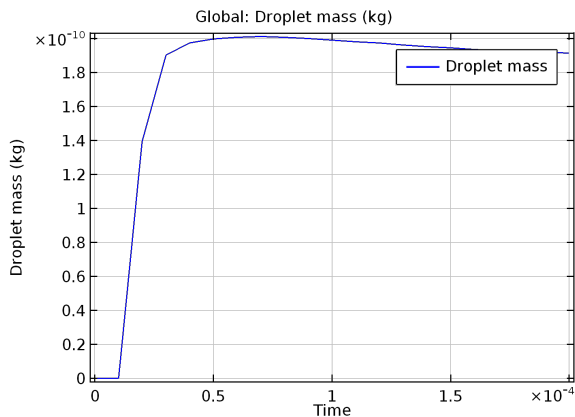


Рис. 7.5. Количество чернил сразу над соплом

7.3.1. MODEL WIZARD (МАСТЕР СОЗДАНИЯ МОДЕЛИ)

1. В окне **Select Space Dimension** (Выбор размерности пространства) выберите **2D Axisymmetric** (Двумерное осесимметричное).
2. Выберите физический интерфейс. Для этого в окне **Select Physics** (Выбор исследования) последовательно раскройте (дважды щелкните мышкой или нажмите на треугольник слева от надписи) следующие разделы: **Fluid Flow** (Поток жидкости), **Multi-phase Flow** (Многофазный поток), **Two-Phase Flow, Level Set** (Двухфазный поток, Метод граничного уровня) и выберите раздел **Laminar Two-Phase Flow, Level Set** (Ламинарный двухфазный поток, Метод граничного уровня).
3. Нажмите кнопку **Add** (Добавить). При этом ниже появится окно **Added Physics Interfaces** (Добавление физического интерфейса).
4. Нажмите на стрелочку **Study** (Изучить).
5. В окне **Select Study** (Выбор исследования) раскройте раздел **Preset Studies** (Предварительные исследования) и выберите

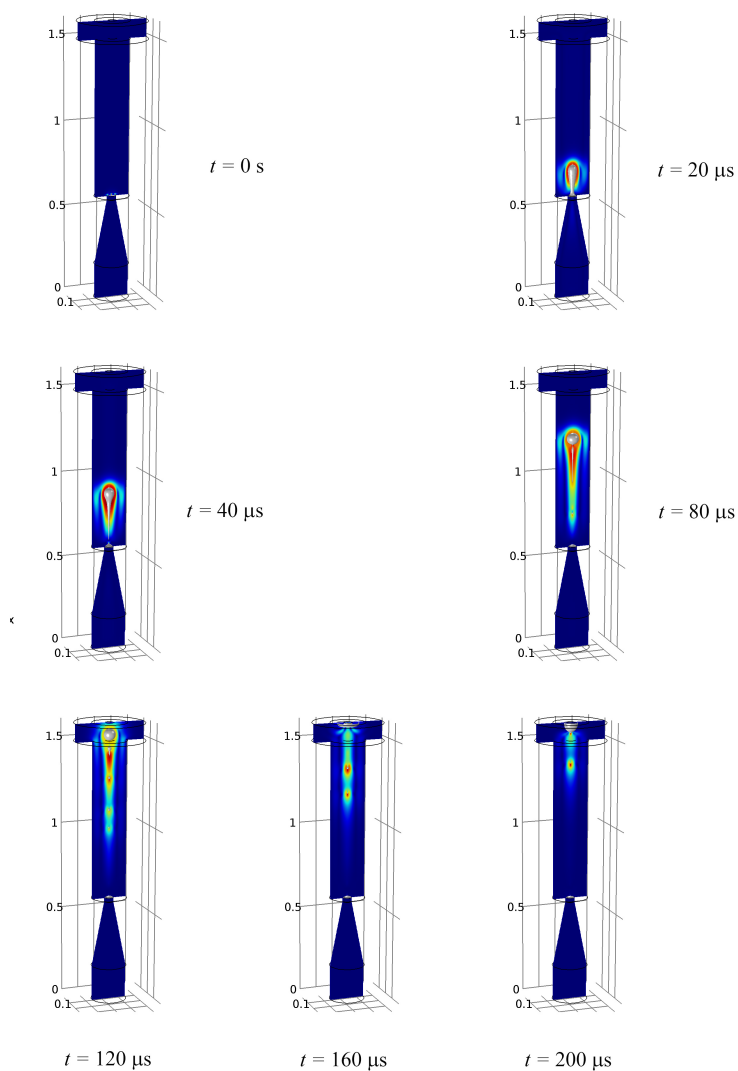


Рис. 7.6. Распределения капля чернил и полей скорости в различные моменты времени

Transient with Phase Initialization (Разрешенная по времени и с инициализацией фазы).

6. Нажмите кнопку **Done** (Готово).

7.3.2. GEOMETRY (ГЕОМЕТРИЯ)

1. В окне Построителя моделей в разделе **Component 1 (comp1)** (Компонент 1) выберите раздел **Geometry 1** (Геометрия).
2. В окне настроек **Settings** (Настройки) узла **Geometry** (Геометрия) выберите раздел **Units** (Единицы измерения).
3. В поле **Length unit** (Единица измерения длины) из предложенного списка выберите **mm**.

Rectangle (r1) (Прямоугольник 1)

1. На панели инструментов Ленты выберите вкладку **Geometry** (Геометрия), нажмите на кнопку **Primitives** (Основные) и выберите **Rectangle** (Прямоугольник).
2. В окне **Settings** (Настройки) узла **Rectangle** (Прямоугольник) выберите раздел **Size and Shape** (Размер и форма).
3. В текстовом поле **Width** (Ширина) введите **0.1**.
4. В текстовом поле **Height** (Высота) введите **0.2**.

Bézier Polygon 1 (b1) (Кривая Безье)

1. В окне Построителя моделей нажмите правой кнопкой мыши на пункт **Rectangle 1 (r1)** (Прямоугольник) и выберите **Build Selected** (Построить выбранные).
2. На панели инструментов Ленты выберите вкладку **Geometry** (Геометрия), нажмите на кнопку **Primitives** (Основные) и выберите **Bézier Polygon** (Кривая Безье).

3. В окне **Settings** (Настройки) узла **Bézier Polygon** (Кривая Безье) выберите раздел **Polygon Segments** (Сегменты многоугольника).
4. В подразделе **Added segments** (Добавление сегментов) нажмите кнопку **Add Linear** (Добавить линию).
5. В новом подразделе **Control points** (Контрольные точки), в первом ряду, в столбце **r**, введите **0.1**.
6. В первом и во втором рядах, в столбце **z**, введите **0.2**.
7. В подразделе **Added segments** (Добавление сегментов) нажмите кнопку **Add Linear**.
8. В подразделе **Control points** (Контрольные точки), во втором ряду, в столбце **z**, введите **0.575**.
9. В подразделе **Added segments** (Добавление сегментов) нажмите кнопку **Add Linear** (Добавить линию).
10. В подразделе **Control points** (Контрольные точки), во втором ряду, в столбце **r**, введите **0.025**.
11. В подразделе **Added segments** (Добавление сегментов) нажмите кнопку **Add Linear** (Добавить линию).
12. В подразделе **Control point** (Контрольные точки) нажмите кнопку **Close Curve** (Конец кривой).
13. В окне Построителя моделей нажмите правой кнопкой мыши на пункт **Bézier Polygon 1 (b1)** (Кривая Безье) и выберите **Build Selected** (Построить выбранные).
14. В окне Построения графиков нажмите на кнопку **Zoom Extents** (Масштаб сцены).

Rectangle2 (r2) (Прямоугольник 2)

1. На панели инструментов Ленты выберите вкладку **Geometry** (Геометрия), нажмите на кнопку **Primitives** (Основные) и выберите **Rectangle** (Прямоугольник).

2. В окне **Settings** (Настройки) узла **Rectangle** (Прямоугольник) выберите раздел **Size and Shape** (Размер и форма).
3. В текстовом поле **Width** (Ширина) введите **0.025**.
4. В текстовом поле **Height** (Высота) введите **1.025**.
5. Выберите раздел **Position** (Позиция) и в текстовом поле **z** введите **0.575**.
6. В окне Построителя моделей нажмите правой кнопкой мыши на пункт **Rectangle 2 (r2)** (Прямоугольник 2) и выберите **Build Selected** (Построить выбранные).
7. В окне Построения графиков нажмите на кнопку **Zoom Extents** (Масштаб сцены).

Rectangle (r3) (Прямоугольник 3)

1. На панели инструментов Ленты выберите вкладку **Geometry** (Геометрия), нажмите на кнопку **Primitives** (Основные) и выберите **Rectangle** (Прямоугольник).
2. В окне **Settings** (Настройки) узла **Rectangle** (Прямоугольник) выберите раздел **Size and Shape** (Размер и форма).
3. В текстовом поле **Width** (Ширина) введите **0.1**.
4. В текстовом поле **Height** (Высота) введите **1**.
5. Выберите раздел **Position** (Позиция) и в текстовом поле **r** введите **0**.
6. В текстовом поле **z** введите **0.6**.

Rectangle (r4) (Прямоугольник 4)

1. В окне Построителя моделей нажмите правой кнопкой мыши на пункт **Rectangle 3 (r3)** (Прямоугольник 3) и выберите **Build Selected** (Построить выбранные).

2. На панели инструментов Ленты выберите вкладку **Geometry** (Геометрия), нажмите на кнопку **Primitives** (Основные) и выберите **Rectangle** (Прямоугольник).
3. В окне **Settings** (Настройки) узла **Rectangle** (Прямоугольник) выберите раздел **Size and Shape** (Размер и форма).
4. В текстовом поле **Width** (Ширина) введите **0.2**.
5. В текстовом поле **Height** (Высота) введите **0.1**.
6. Выберите раздел **Position** (Позиция) и в текстовом поле **z** введите **1.5**.

Form Union (fin) (Объединение форм)

1. В окне Построителя моделей нажмите правой кнопкой мыши на пункт **Rectangle 4 (r4)** (Прямоугольник 4) и выберите **Build Selected** (Построить выбранные).
2. В окне Построителя моделей в разделе **Geometry 1** (Геометрия 1) нажмите правой кнопкой мыши на пункт **Form Union (fin)** (Объединение форм) и выберите **Build Selected** (Построить выбранные).

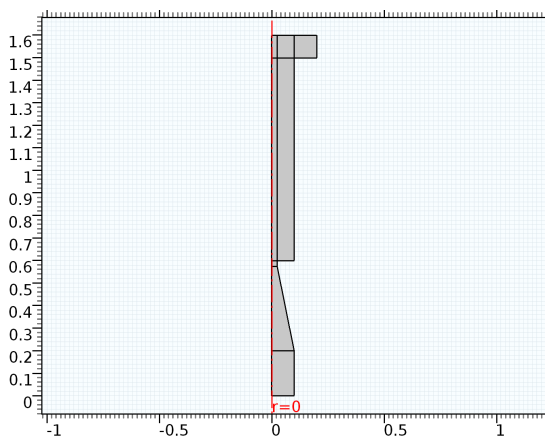


Рис. 7.7. Текущий вид модели в окне для вывода графических данных

7.3.3. MATERIALS (МАТЕРИАЛЫ)

- 1. В окне Построителя моделей в разделе **Component 1 (comp1)** (Компонент 1) нажмите правой кнопкой мыши на пункт **Materials** (Материалы) и выберите **Blank Material** (Отсутствующий материал).
- 2. В окне **Settings** (Настройки) узла **Material** (Материал) выберите раздел **Material Contents** (Материал компонента) и введите недостающие значения в таблицу:

Property	Name	Value	Unit	Property group
Density	rho	1e3[kg/m^3]	kg/m ³	Basic
Dynamic viscosity	mu	1e-2[Pa*s]	Pa·s	Basic

- 3. В окне Построителя моделей в разделе **Materials** (Материалы) нажмите правой кнопкой мыши на пункт **Material 1 (mat1)** (Материал 1) и выберите **Rename** (Переименовывать).
- 4. В всплывающем окне **Rename Material** (Переименовывать материал) в текстовом поле **New label** (Новое имя) введите **Ink**.
- 5. Нажмите кнопку **OK**.

7.3.4. ADD MATERIAL (ДОБАВИТЬ МАТЕРИАЛ)

- 1. На панели инструментов Ленты выберите вкладку **Home** (Главная) и нажмите на кнопку **Add Material** (Добавить материал). Справа появится новое окно **Add Material** (Добавить материал).
- 2. В окне **Add Material** (Добавить материал) раскройте пункт **Built-In** (Встроенные материалы) и выберите **Air** (Воздух).
- 3. Нажмите кнопку **Add Component** (Добавить компонент) или дважды нажмите левой кнопкой мыши на раздел **Air** (Воздух).
- 4. Закройте окно **Add Material** (Добавить материал).

7.3.5. DEFINITIONS (ОПРЕДЕЛЕНИЯ)

Теперь нужно определить функцию *step*, которая используется для описания временной зависимости скорости на входе устройства.

Step 1 (step1) (Шаг)

1. На панели инструментов Ленты выберите вкладку **Home** (Главная), нажмите на кнопку **Functions** (Функции) и в разделе **Local** (Частный) выберите пункт **Step** (Шаг).
2. В окне **Settings** (Настройки) узла **Step** (Шаг) раскройте раздел **Smoothing** (Сглаживание).
3. В текстовом поле **Size of transition zone** (Размер переходной зоны) введите **2*1e-6**.
4. Нажмите кнопку **Plot** (Построить график).

Далее определите оператор интегрирования, который будет использован для оценки массы капелек.

Integration 1 (intop1) (Объединение)

1. На панели инструментов Ленты выберите вкладку **Definitions** (Определения), нажмите на кнопку **Component Couplings** (Компоненты сцепления) и выберите **Integration** (Объединение).
2. В окне **Settings** (Настройки) узла **Integration** (Объединение) выберите раздел **Source Selection** (Выбор источника).
3. В поле **Selection** (Выборка) из предложенного списка выберите **All domains** (Все области).

Теперь можно задать переменные для входной скорости и массы капли.

Variables 1 (Переменные)

1. На панели инструментов Ленты выберите вкладку **Definitions** (Определения) и нажмите на кнопку **Local Variables** (Локальные переменные).

- В окне **Settings** (Настройки) узла **Variables** (Переменные) выберите раздел **Variables** (Переменные).
- Заполните следующую таблицу:

Name	Expression	Unit	Description
v_inr	$4.5[\text{m/s}] * ((r + 0.1[\text{mm}]) / 0.2[\text{mm}]) * (1 - ((r + 0.1[\text{mm}]) / 0.2[\text{mm}]))$	m/s	Параболический профиль скорости
inlett	$\text{step1}(t[1/\text{s}] - 1\text{e-}6) - \text{step1}(t[1/\text{s}] - 13\text{e-}6)$		Временная зависимость скорости
v_in	$v_inr * \text{inlett}$	m/s	Функция скорости на входе
m_d	$\text{intop1}(1\text{e}3[\text{kg}/\text{m}^3] * \text{phils} * (z > 0.7[\text{mm}]) * 2 * \pi * r)$	kg*m	Масса капли

7.3.6. LEVEL SET (TRF) (МЕТОД ГРАНИЧНОГО УРОВНЯ)

Initial Interface 1 (Положение начальной границы)

- В окне Построителя модели нажмите правой кнопкой мыши на узел **Level Set (ls)** (Метод граничного уровня) и выберите **Initial Interface** (Положение начальной границы).
- Выберите только 8-ю границу.
- В окне Построителя моделей выберите раздел **Laminar Flow** (Ламинарный поток).
- В окне **Settings** (Настройки) узла **Laminar Flow** (Ламинарный поток) раскройте раздел **Discretization** (Дискретизация).
- В поле **Discretization of fluids** (Дискретизация жидкости) из предложенного списка выберите **P1 + P1**.

В модели используется адаптивная сетка, поэтому линейной аппроксимации будет достаточно.

Multiphysics (Мультифизика)

1. В окне Построителя моделей в разделе **Multiphysics** (Мультифизика) выберите пункт **Two-Phase Flow, Level Set 1** (Двухфазный поток, метод граничного уровня).
2. В окне **Settings** (Настройки) узла **Two-Phase Flow, Level Set 1** (Двухфазный поток, метод граничного уровня) выберите раздел **Fluid 1 Properties** (Свойства жидкости 1).
3. В поле **Fluid 1** (Жидкость 1) из предложенного списка выберите **Air (mat2)** (Воздух).
4. Выберите раздел **Fluid 2 Properties** (Свойства жидкости 2) и в поле **Fluid 2** (Жидкость 2) из предложенного списка выберите **Ink (mat1)** (Чернила).
5. Выберите раздел **Surface Tension** (Поверхностное натяжение) и в поле **Surface tension coefficient** (Коэффициент поверхностного натяжения) из предложенного списка выберите **User defined** (Определяемые пользователем). В текстовом поле σ введите **0.07**.
6. В окне Построителя моделей в разделе **Level Set (ls)** (Метод граничного уровня) выберите раздел **Level Set Model** (Параметры метода граничного уровня).
7. В окне **Settings** (Настройки) узла **Level Set Model** (Параметры метода граничного уровня) найдите раздел **Level Set Model** (Параметры метода граничного уровня) и в текстовом поле γ введите **10**.
8. В текстовом поле **els** введите **2.5e-6**.

Initial Values 2 (Начальные значения 2)

1. На панели инструментов Ленты выберите вкладку **Physics** (Физика), нажмите на кнопку **Domains** (Область) и выберите **Initial Values** (Начальные значения).

2. В окне **Settings** (Настройки) узла **Initial Values** (Начальные значения) выберите раздел **Initial Values** (Начальные значения).
3. В поле **Fluid initially in domain** (Первоначальная жидкость в области) из предложенного списка выберите **Fluid 2 ($\varphi=1$)**.
4. Выберите только 1–3-ю области.

Inlet 1 (Вход 1)

1. На панели инструментов Ленты выберите вкладку **Physics** (Физика), нажмите на кнопку **Boundaries** (Границы) и выберите **Inlet** (Вход).
2. Выберите только 2-ю границу.
3. В окне **Settings** (Настройки) узла **Inlet** (Вход) выберите раздел **Level Set Condition** (Условия для метода граничного уровня).
4. В текстовом поле **Vf** введите **1**.
5. Выберите раздел **Velocity** (Скорость) и в текстовом поле **U0** введите **v_in**.

Outlet 1 (Выход)

1. На панели инструментов Ленты выберите вкладку **Physics** (Физика), нажмите на кнопку **Boundaries** (Границы) и выберите **Outlet** (Выход).
2. Выберите только 24-ю границу.

Wall 2 (Стена 2)

1. На панели инструментов Ленты выберите вкладку **Physics** (Физика), нажмите на кнопку **Boundaries** (Границы) и выберите **Wall** (Стена).
2. Выберите только 11, 18 и 23-ю границы.

3. В окне **Settings** (Настройки) узла **Wall** (Стена) выберите раздел **Boundary Condition** (Граничное условие).
4. В поле **Boundary condition** (Граничное условие) из предложенного списка выберите **Wetted wall** (Смачиваемая стена).
5. В текстовом поле β введите **10 [um]**.

7.3.7. MESH (СЕТКА)

В окне Построителя моделей нажмите правой кнопкой мыши на пункт **Mesh 1** (Сетка 1) и выберите **Build All** (Построить все).

7.3.8. STUDY (ИССЛЕДОВАНИЕ)

Step 2: Time Dependent (Шаг 2: Зависимость от времени)

1. В окне Построителя моделей в разделе **Study 1** (Решение) выберите пункт **Step 2: Time Dependent** (Шаг 2: Зависимость от времени).
2. В окне **Settings** (Настройки) узла **Time Dependent** (Зависимость от времени) выберите раздел **Study Settings** (Настройки исследования).
3. В текстовом поле **Times** (Времена) введите **range(0,10e-6,200e-6)**.
4. Раскройте раздел **Results while solving** (Результаты при решении) и поставьте галочку напротив поля **Plot** (Построить график).
5. В поле **Plot group** (Группа графиков) из предложенного списка выберите **Default** (По умолчанию).

Этим способом можно вывести в область графического окна распределения объемной доли первой фазы даже во время расчета. Изображение будет обновляться по мере решения через каждые 10 мкс.

6. Раскройте раздел **Study Extensions** (Расширение исследования) и поставьте галочку напротив поля **Adaptive mesh refinement** (Адаптивное улучшение сетки).

Solution 1 (sol1) (Решение 1)

Ручная настройка, описанная ниже, не повлияет на результат, но поможет ускорить процесс расчета.

1. На панели инструментов Ленты выберите вкладку **Study** (Исследование) и нажмите на кнопку **Show Default Solver** (Показать решатель по умолчанию).
2. В окне Построителя моделей последовательно раскройте следующие разделы: **Study 1** (Исследование), **Solver Configurations** (Конфигурация решателя), **Solution 1 (sol1)** (Решение 1) и выберите раздел **Dependent Variables 2** (Зависимые переменные 2).
3. В окне **Settings** (Настройки) узла **Dependent Variables** (Зависимые переменные) выберите раздел **Scaling** (Масштабирование).
4. В поле **Method** (Метод) из предложенного списка выберите **Manual** (Вручную).
5. В окне Построителя моделей в разделе **Dependent Variables 2** (Зависимые переменные 2) выберите раздел **Velocity field (comp1.u)** (Поле скорости).
6. В окне **Settings** (Настройки) узла **Field** (Поле) выберите раздел **Scaling** (Масштабирование).
7. В поле **Method** (Метод) из предложенного списка выберите **Manual** (Вручную).
8. В текстовом поле **Scale** (Масштаб) введите **10**.

9. В окне Построителя моделей в разделе **Dependent Variables 2** (Зависимые переменные 2) выберите раздел **Pressure (comp1.p)** (Давление).
10. В окне **Settings** (Настройки) узла **Field** (Поле) выберите раздел **Scaling** (Масштабирование).
11. В поле **Method** (Метод) из предложенного списка выберите **Manual** (Вручную).
12. В текстовом поле **Scale** (Масштаб) введите **1e4**.
13. На панели инструментов Ленты выберите вкладку **Study** (Исследование) и нажмите на кнопку **Compute** (Вычислить).

7.3.9. RESULTS (РЕЗУЛЬТАТЫ)

Volume Fraction, 3D (tpf) (Объемная доля)

1. В окне Построителя моделей в разделе **Results** (Результаты) нажмите правой кнопкой мыши на пункт **Volume Fraction, 3D (tpf)** (Объемная доля) и выберите **Slice** (Часть).
2. В окне **Settings** (Настройки) узла **Slice** (Часть) выберите раздел **Plane Data** (Плоскость значений).
3. В поле **Plane** (Плоскость) из предложенного списка выберите **zx-planes** (Плоскость zx).
4. В текстовом поле **Planes** (Плоскости) введите 1.
5. В разделе **Expression** (Выражение) в верхнем правом углу диалогового окна нажмите кнопку **Replace Expression** (Заменить выражение). В активированном меню последовательно раскройте следующие пункты: **Component 1** (Компонент 1), **Laminar Two-Phase Flow** (Ламинарный двухфазный поток), **Level Set** (Метод граничного уровня) и выберите **tpf.U - Velocity magnitude** (Амплитуда скорости).
6. На панели инструментов Ленты выберите вкладку **Volume Fraction, 3D (tpf)** (Объемная доля) и нажмите на кнопку **Plot** (Построить график).

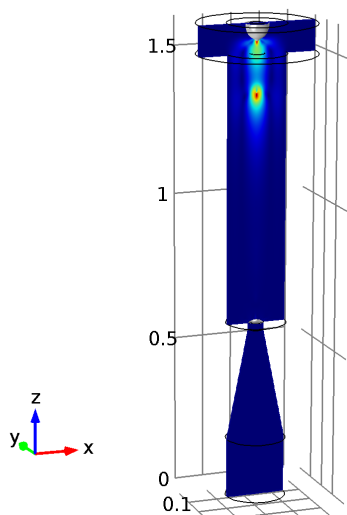


Рис. 7.8. Текущий вид модели в окне для вывода графических данных

7. В окне Построителя моделей выберите раздел **Volume Fraction, 3D (tpf)** (Объемная доля).
8. В окне **Settings** (Настройки) узла **3D Plot Group** (Группа 3D графиков) выберите раздел **Data** (Значение).
9. В поле **Time (s)** (Время) из предложенного списка выберите **0**.
10. На панели инструментов Ленты выберите вкладку **Volume Fraction, 3D (tpf)** (Объемная доля) и нажмите на кнопку **Plot** (Построить график).

Теперь можно провести сравнение полученного результата с рис. 7.6. Чтобы воспроизвести необходимые графики, постройте поля объемной доли для следующих моментов времени: $2 \cdot 10^{-5}$, $4 \cdot 10^{-5}$, $8 \cdot 10^{-5}$, $1.2 \cdot 10^{-4}$, $1.6 \cdot 10^{-4}$ и $2 \cdot 10^{-4}$.

1D Plot Group 4 (Группа одномерных графиков 4)

1. На панели инструментов Ленты выберите вкладку **Home** (Главная), нажмите на кнопку **Add Plot Group** (Добавить группу графиков) и выберите **1D Plot Group** (Группа одномерных графиков).

2. В окне **Settings** (Настройки) узла **1D Plot Group** (Группа одномерных графиков) выберите раздел **Data**.
3. В поле **Data set** (Набор данных) из предложенного списка выберите **Study 1/Refined Mesh Solution 1 (sol3)** (Исследование 1/ Решение на улучшенной сетке).

Global 1 (Глобальные)

На панели инструментов Ленты выберите вкладку **1D Plot Group 4** (Группа одномерных графиков 4) и нажмите на кнопку **Global** (Глобальные).

1D Plot Group 4 (Группа одномерных графиков 4)

1. В окне **Settings** (Настройки) узла **Global** (Глобальные) в разделе **y-axis data** (данные по оси y) в верхнем правом углу диалогового окна нажмите кнопку **Replace Expression** (Заменить выражение). В активированном меню последовательно раскройте следующие пункты: **Component 1** (Компонент 1), **Definitions** (Определения), **Variables** (Переменные) и выберите **m_d**.
2. В разделе **y-axis data** (данные по оси y) в текстовом поле **Description** (Описание) введите **Droplet mass** (Масса капли).
3. На панели инструментов Ленты выберите вкладку **1D Plot Group 4** (Группа одномерных графиков 4) и нажмите на кнопку **Plot** (Построить график).

7.4. ЗАДАНИЯ

Данный пример рассматривает только одну модель струйного принтера, но ее легко можно изменить несколькими способами:

1. Изменить геометрию модели и исследовать влияние этого изменения на размер и скорость выбрасываемых капель.
2. Изменить скорость подачи чернил на входе и исследовать влияние этого изменения на размер и скорость выбрасываемых капель.

3. Заменить чернила другой жидкостью. Как будет работать струйный принтер?
4. Оценить влияние силы тяжести.

Учебное издание

Буркова Екатерина Николаевна
Кондрашов Александр Николаевич
Рыбкин Константин Анатольевич

СИСТЕМА АВТОМАТИЗИРОВАННЫХ РАСЧЕТОВ COMSOL

Учебное пособие

Редактор *Н. И. Стрекаловская*
Корректор *А. В. Цветкова*
Техническая подготовка материалов: *Е. Н. Буркова*

Объем данных 9,88 Мб
Подписано к использованию 07.05.2019

Размещено в открытом доступе
на сайте www.psu.ru
в разделе НАУКА / Электронные публикации
и в электронной мультимедийной библиотеке ELiS

Издательский центр
Пермского государственного
национального исследовательского университета
614990, г. Пермь, ул. Букирева, 15