МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«ПЕРМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

В. И. Яковлев, Е. Н. Остапенко

ИСТОРИЯ И МЕТОДОЛОГИЯ МЕХАНИКИ

Развитие механики в XVIII–XIX веках

*Допущено методическим советом
Пермского государственного национального
исследовательского университета в качестве
учебного пособия для студентов, обучающихся
по направлению подготовки магистров
«Механика и математическое моделирование»*

ИЗДАТЕЛЬСКИЙ ЦЕНТР
"Perm University Press"

Пермь 2019

УДК [51+531/534](091)
ББК 22.1г+22.2г
Я474

Яковлев В. И., Остапенко Е. Н.

Я474 История и методология механики. Развитие механики в XVIII–XIX веках [Электронный ресурс]: учеб. пособие / В. И. Яковлев, Е. Н. Остапенко; Перм. гос. нац. исслед. ун-т. – Электрон. дан. – Пермь, 2019. – 6,7 Мб; 334 с. – Режим доступа: http://www.psu.ru/files/docs/science/books/uchebnie-posobiya/yakovlev-ostapenko-istoriya-i-metodologiya-mekhaniki-razvitie-mekhaniki-v-xviii-xix.pdf. – Загл. с экрана.

ISBN 978-5-7944-3337-1

Изложена история становления классической механики в XVIII–XIX веках.

Издание предназначено для студентов бакалавриата и магистратуры укрупненной группы направлений подготовки высшего образования 01.00.00 «Математика и механика», а также для всех, кто интересуется историей механики и математических наук.

Отзывы и замечания можно направлять по адресу mpu@psu.ru.

УДК [51+531/534](091)
ББК 22.1г+22.2г

Рекомендовано к изданию ученым советом механико-математического факультета Пермского государственного национального исследовательского университета

Рецензенты: кабинет истории математики и механики механико-математического факультета МГУ (рец. – зав. кабинетом, д-р физ.-мат. наук, профессор ***С. С. Демидов*** и ст. науч. сотр., канд. физ.-мат. наук. ***В. Н. Чиненова***);

профессор кафедры «Динамика и прочность машин» ПНИПУ, д-р физ.-мат. наук, доцент ***И. Э. Келлер***

© ПГНИУ, 2019
ISBN 978-5-7944-3337-1
© Яковлев В. И., Остапенко Е. Н., 2019

ОГЛАВЛЕНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ **5**

ГЛАВА 1. МЕХАНИКА В XVIII – НАЧАЛЕ XIX ВЕКА **6**

1.1. Парижская академия наук начала XVII века 6

1.1.1. Новый регламент академии 7

1.1.2. Механики начала века 10

1.1.3. Вклад Мопертюи, Буге, Клеро и их современников 22

1.2. Творчество Д. Бернулли, Л. Эйлера и Ж.Л. Даламбера .. 54

1.2.1. Даниил Бернулли 54

1.2.2. Леонард Эйлер 63

1.2.3. Жан Лёрон Даламбер 74

1.3. Конец XVIII – начало XIX века 89

1.3.1. Великая французская революция 89

1.3.2. Парижская политехническая школа и Институт Франции 91

1.4. Механики ППШ и Института Франции 96

1.4.1. Шарль Боссю 96

1.4.2. Гаспар Монж 99

1.4.3. Лазар Карно 102

1.4.4. Жозеф Луи Лагранж 105

1.4.5. Шарль Кулон 115

1.4.6. Гаспар Прони 120

1.4.7. Жан Фурье 122

ГЛАВА 2. НОВЫЕ РАЗДЕЛЫ МЕХАНИКИ **125**

2.1. Небесная механика 125

2.2. Теоретическая механика 136
2.2.1. Луи Пуансо 137
2.2.2. Симеон Дени Пуассон 145
2.2.3. Уильям Роуэн Гамильтон 149
2.2.4. Карл Густав Якоби 157
2.2.5. Вариационные принципы механики и новые уравнения движения 161
2.2.6. Кинематика 171
2.2.7. Идеи устойчивости движения 174
2.2.8. Механика тел переменной массы 179
2.3. Механика и физика 184
2.3.1. Механика жидкости и газа 184
2.3.2. Механика деформируемых твердых тел 201
2.3.3. Влияние среды и новая концепция механики 210
2.4. Индустриальная механика 221
2.4.1. Механика и техника 221
2.4.2. Теоретические основы механики машин 234

ГЛАВА 3. МЕХАНИКА В РОССИИ 253
3.1. Из истории образования и наук в России 253
3.2. Механики и математики XVIII века 263
3.3. Российские механики XIX века 274
3.3.1. Реформа образования и академии 274
3.3.2. Механики и математики Петербургской академии наук 280
3.3.3. Механика в российских университетах и институтах 295

ЗАКЛЮЧЕНИЕ 329

ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ 331

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ 332

ПРЕДИСЛОВИЕ

Предлагаемое издание является хронологическим продолжением учебных пособий:

Яковлев В.И., Остапенко Е.Н. История и методология механики. Математика и механика Древнего мира: учеб. пособие / В.И. Яковлев, Е.Н. Остапенко; Перм. гос. нац. исслед. ун-т. – Пермь, 2018. – 124 с.

Яковлев В.И., Остапенко Е.Н. История и методология механики. Механика и математика Средневековья: учеб. пособие / В.И. Яковлев, Е.Н. Остапенко; Перм. гос. нац. исслед. ун-т. – Пермь, 2018. – 134 с.

Яковлев В.И., Остапенко Е.Н. История и методология механики. Основы классической механики: учеб. пособие / В.И. Яковлев, Е.Н. Остапенко; Перм. гос. нац. исслед. ун-т. – Пермь, 2019. – 218 с.

Современная механика существенно отличается от теоретического багажа, существовавшего до XVII века. Её создание традиционно связывается с именами основоположников новых физических представлений об устройстве Вселенной и о свойствах заполняющих её тел. И эти новые представления стали важным стимулом для создания основ новой математики – математики переменных величин, – ставшей основой математического моделирования (описания, прогнозирования) поведения тел и окружающей их физической среды.

ГЛАВА 1.
МЕХАНИКА В XVIII – НАЧАЛЕ XIX ВЕКА

1.1. Парижская академия наук начала XVIII века

Замечательной особенностью Парижской академии наук был коллективный характер деятельности ее ученых. Каждый член Академии имел полную свободу в выборе своей научной тематики (и часто она была очень разнообразной), но обязательные публичные выступления, публикации работ вызывали естественный обмен мнений, критические замечания, соответствующие оценки практической полезности и теоретической перспективности работ. Таким образом, персонифицируя определенные достижения в науке, нельзя забывать о влиянии на «созревание мысли» конкретного ученого его научной среды.

Работы по механике ученых XVIII в. продолжали популяризацию, уточнение, развитие идей и теоретических результатов Галилея, Декарта, Гюйгенса, Ньютона, Лейбница, Вариньона, Бернулли. Этому были посвящены многочисленные публикации членов Парижской академии наук конца XVII – первой половины XVIII вв: Блонделя (1618–1686), Карре (1633–1711), Лами (1640–1715), Озанама (1640–1717), Лаира (1640–1718), Лефевра (1650–1706), Гисне (ум. 1718), Вильмо (1651–1713), Рено Делисагараи (1652–1719), Боми, Совера (1653–1716), Фонтенеля (1657–1757), Трюше (1657–1739), Лопиталя (1661–1704), Амонтона (1663–1703), Парана (1666–1716), Лувиля (1671–1732), Декамю (1672–1732),

Кателана (1675–после 1710), Мольера (1676–1742), Мэрана (1678–1771), Реомюра (1683–1757), Николя (1683–1758), Делиля (1688–1768), Белидора (1693–1761), Мопертюи (1698–1759), Буге (1698–1758), Камю (1699–1768), дю Шателе (1706–1749), Клеро (1713–1765), Шевалье (ум. 1748), Лакайля (1713–1762), Куртиврона (1715–1785), Дарси (1725–1779), Даламбера (1717–1783) [1].

1.1.1. Новый регламент академии

В 1699 г. французский король утвердил новый регламент Парижской академии наук, ставший юридической основой её деятельности на следующие 17 лет. В предисловии к Регламенту были отмечены заслуги Академии во Франции, ее высокий европейский авторитет и было дано поручение министру, государственному секретарю и канцлеру Франции графу де Понтшартрену (1643–1727), а также президенту Академии аббату Биньону «*...придать Академии наук форму, наиболее пригодную для получения пользы, которую она способна предложить*» [1, с. 186]. Регламент, разработанный в обстановке секретности под руководством Понтшартрена, впервые был оглашен Биньоном на ассамблее Академии 4 февраля 1699 г.

Первый пункт Регламента утверждает: «*Королевская Академия наук находится под покровительством Короля и будет получать его указания через Государственного секретаря, которому Его Величество доверит попечение*» [там же]. В составе Академии определялись четыре класса академиков: почетные, пансионеры, ассоциированные и адъюнкты. Все академики (10 почетных, остальных по 20) избирались с одобрения короля. Почетные академики избирались из числа известных математиков или физиков, один из них назначался Президентом. Пансионеры обязаны были жить в Париже, и в их число избирались три геометра (математика), три астронома, три механика, три анатома, три химика, три ботаника, секретарь и казначей.

Двенадцать ассоциированных академиков представляли геометрию, астрономию, механику, анатомию, химию и ботанику (по два члена) и восемь оставшихся мест предназначались для иностранных членов. Все адъюнкты должны были жить в Париже, и их научная специализация должна была соответствовать специализации академика-пансионера, за которым они закреплялись.

Кандидаты в почетные академики должны были быть одобрены королем и избирались большинством голосов членов Академии. Для занятия поста пансионера Академия выдвигала трех кандидатов (два из числа ассоциированных или адъюнктов), из которых король выбирал самого достойного. Аналогично он выбирал ассоциированных академиков из двух претендентов (один из числа адъюнктов) на место. Адъюнкты подбирались пансионерами и, с одобрения короля, избирались большинством голосов. Кандидаты на пост академиков имели религиозные ограничения, должны были иметь особые научные заслуги (изданные труды, изобретенные машины), пансионеры и ассоциированные – быть старше 25 лет, адъюнкты – старше 20 лет.

Академические ассамблеи должны были проводиться в королевской библиотеке дважды (среда, суббота) в неделю и длиться не менее двух часов (с трех до пяти). Академические отпуска определялись точными датами (с 8 сентября по 11 ноября, две недели на Пасху, неделя на Троицу, Рождественские праздники) и могли быть изменены только с разрешения Его Величества.

Каждый ученый сам выбирал свой круг научных интересов, но обязан был участвовать и в общих делах, имеющих важное значение для развития науки и государства. В начале года академик-пансионер должен был письменно уведомить Академию о планируемой работе или задуманном сочинении. Свои планы должны были декларировать и остальные члены академии. Все академики, независимо от специализации, должны были распространять свои исследования в сферу математики, инженерного дела, естествознания и физики.

Все академики должны были регулярно докладывать на ассамблеях о результатах своей работы, участвовать в обсуждении представляемых докладов. Адъюнкты приглашались для обсуждений президентом Академии. Письменные тексты сообщений в тот же день передавались секретарю Академии. Эксперименты проводились в присутствии членов Академии. Даже форма дискуссии, особенно в случае несовпадения мнений, оговаривалась Регламентом.

Предписывалось устанавливать связи с учеными Парижа, прочих районов Франции и зарубежья, изучать их важнейшие труды по физике и математике. Публикация работ академиков осуществлялась только после их апробации и одобрения на ассамблеях. Если же ученый публиковал работу без одобрения Академии, то он, как автор, не имел права называть себя членом Академии.

На Академию возлагалась ответственность за сертификацию новых машин и прочих изобретений. В этом мнение академиков (кроме адъюнктов) было решающим. Дважды в году Академия устраивала открытые ассамблеи, на которых могли присутствовать все желающие. В остальных случаях желающие, не являющиеся членами Академии, допускались на ассамблеи только с позволения секретаря.

В Регламенте определялись обязанности президента, секретаря и казначея. Первого января каждого года король называл имя президента Академии. Но это не означало, что это имя обязательно будет новым. Секретарь и казначей оставались неизменными, исполняя свои обязанности под контролем президента. Государство оказывало ученым помощь в издании их трудов, организации экспериментов, материально поощряло наиболее выдающихся ученых.

В феврале 1699 г. в числе первых академиков из старого состава Академии, предложенных Понтшартреном и одобренных королем, Биньон назвал маркиза де Лопиталя, капитана Рено, отца Мальбранша (почетные академики); аббата Галуа, Ролля,

Вариньона, Кассини, Делаира, Лефевра, Купле (пансионеры); Лейбница, Чирнхауза (иностранные члены), Маральди, Режи, Кассини-сына, Делаира-сына, Ланьи (ассоциированные). В новый состав Академии были избраны аббат де Лувуа и маршал Вобан (почетные академики); братья Я. и И. Бернулли, Ньютон, Вивиани (иностранные члены); Паран, Амонтон (адъюнкты).

Таким образом, Парижская академия наук конца XVII века была не клубом почетных представителей науки, а скорее походила на современный многопрофильный НИИ, подчиненный высшим представителям государственной власти. Деятельность Академии была ясно нацелена на развитие как теоретических, так и чисто прикладных исследований. Четкая регламентация ее деятельности стала залогом процветания французской и европейской науки. Следующий Регламент Академии был принят в 1716 г.

1.1.2. Механики начала века

Большинство публикаций этого периода, подтверждая большой интерес ученых той эпохи к задачам механики, ныне представляют только историческую ценность. Однако некоторые заслуживают более пристального внимания.

Тарталья, Галилей, Марци, Роберваль установили, что траекторией движения снаряда является некоторый овал (парабола) и наибольшая дальность полета снаряда должна достигаться при угле наклона ствола пушки в 45^0. Одним из инициаторов работ по внешней баллистике в Парижской академии наук был **Николь Франсуа Блондель** (Blondel, 1618–1686) – член Парижской академии наук (с 1669), профессор Королевского коллежа, профессор и директор Академии архитектуры (с 1671), маршал Франции, один из основоположников строительной механики и разработчиков плана перестройки Парижа.

В 1677 г. он предложил задачу о нахождении угла, под которым необходимо произвести выстрел из пушки для достиже-

ния снарядом заданной высоты. Различные решения этой проблемы предложили Бюо, Рёмер и Делаир. Сам Блондель проблемам внешней баллистики посвятил книгу «Об искусстве бросания бомб» (1683), ставшую основой для дальнейшего развития этого направления. Обращаясь к этой проблеме в «Анализе бесконечно малых», Лопиталь нашел огибающую семейства парабол, получаемых при переменном угле вылета снаряда.

Аналогичные проблемы обсуждаются и в работах ученика Вариньона (позднее – учителя Мопертюи), академика, профессора College de La Marché **N. Гисне** (Guisnée, …–1718). В 1704, 1705 и 1707 гг. он опубликовал работы: «Общий метод геометрического определения фокусов...», «Обзор методов максимумов и минимумов...» и «Теория бросания тел или бросание бомб по гипотезе Галилея», «Трактат о приложениях алгебры к геометрии». Все работы Гисне получили высокую оценку его коллег (трактат дважды переиздавался, третье издание – в 1753 г.) как развитие вклада Лопиталя и Блонделя.

Идеи нового анализа позволили Лопиталю вернуться к теории центральных сил Гюйгенса и построить свою теорию для случая кругового движения тела. Теория, которой в это же время занимался Вариньон, была опубликована в «Мемуарах Парижской академии наук» за 1700 г. Продолжая эту тематику, доктор теологии, аббат **Филипп Вильмо** (Виймо, Villemot, 1651–1713) издал книгу «Новая система или новое объяснение движения планет» (1707, Лион), вызвавшую неоднозначную реакцию. Для описания движения планет автор использовал теорию центральных сил (Гюйгенса, Ньютона). При этом закон Кеплера считался не *a priori* заданным, а его предстояло определить. В качестве физической причины возникновения центральных сил использовалась гипотеза вихрей (Декарта), развитая позднее Мальбраншем и Гюйгенсом. В том же году академики **Фонтенель** (Fontenelle, 1657–1757) и **Боми** (Bomie), в целом одобряя содержание книги, высказали некоторые критические замечания.

Рис. 1. Фонтенель

В частности, в своей статье Боми писал: «*Насколько мне известно, господин Гюйгенс был первым, кто нам дал идею центробежных и центростремительных сил в своей отличной книге «Маятниковые часы». Господин Ньютон после него изучил эти силы еще глубже. После них господин Вариньон дал очень общие методы, касающиеся этого материала и опубликованные в различных статьях «Мемуаров» этой академии. «Новая система или новое объяснение движения планет» полностью основано на этой идее и рассмотрение этих видов сил дает автору книги возможность искусного объяснения движения небесных тел». «Господин Ньютон в IV теореме второго раздела первой книги «Начал» доказывает отношение центростремительных сил для двух разных кругов. Как мне кажется, это доказательство имеет много общего с принципом «новой системы» и, таким образом, теорема господина Ньютона и фундаментальный принцип господина Вильмо имеют важные последствия и в физике, и в астрономии и я надеюсь с удовольствием увидеть, что оба этих заключения являются естественными следствиями одного более общего и более простого предположения*» [1, с. 222].

К концу XVII в. было осознано, что важную роль в работе машин и механизмов играет явление трения при взаимодействии тел. Возникла необходимость в количественной оценке возникающих между телами взаимодействий. Одним из первых к этой проблеме обратился французский механик и физик-экспериментатор **Гильом (Гийом) Амонтон** (Amontons, 1663–1703). В его публикациях обобщаются результаты экспериментов, связанных с трением. Не претендуя на развернутую теорию трения, автор формулирует некоторые из открытых им закономерностей. В частности, он указывает, что величина трения пропорциональна взаимному давлению между телами. Следующий важный вклад в теорию сухого трения скольжения внес соотечественник Амонтона – **Шарль Огюстен де Кулон** (Coulomb, 1736–1806) – член Парижской академии наук (с 1781), Национального института (с 1795, в 1801 г. – его президент), генеральный инспектор народного образования (1802–1806).

Видным математиком и механиком конца XVII – начала XVIII в. был ученик Мальбранша и Вариньона, член Парижской академии наук **Луи Карре** (Carre, 1633–1711). В 1700 г. он издал трактат, посвящённый механике и интегральному исчислению «Метод измерения поверхностей, размеров тел, их центров тяжести…, используя интегральное исчисление». Это сочинение, а также его статья «О законах движения» (1706), дают достаточно ясное представление о состоянии механики того времени.

Не останавливаясь на оценке работ предшественников, Карре предлагает положить в основу механики предлагаемое им общее правило («Предложение»), следствиями которого являются известные законы механики, открытые до него. При этом автор не только пользуется понятиями массы, скорости, силы, законом равенства действия и противодействия, но и приводит их собственные определении и математические выражения, вводит обозначения для массы (m) и скорости (υ). Большинство определений отличаются от современных, но, несомненно, являются важным шагом к их появлению. Свои законы автор иллюстрирует

на примере решения задачи о прямом ударе абсолютно упругих шаров и подчеркивает их совпадение с результатами Гюйгенса, Ньютона, Вариньона.

Рис. 2. Бернар Лами

Имя **Бернара Лами** (Lamy, 1640–1715) упоминается Лагранжем в «Аналитической механике»: «*Для того, чтобы не упустить чего-либо, относящегося к истории открытия сложения сил, я должен здесь вкратце упомянуть о маленькой работе, которую в 1687 г. опубликовал Лами под заглавием «Новый способ доказательства основных теорем элементов механики». Автор отмечает, что когда тело испытывает на себе действие двух сил, заставляющих его двигаться по двум различным направлениям, оно необходимо идет по среднему направлению, так что, в случае, если бы путь по этому направлению оказался для него закрытым, оно осталось бы в покое и обе силы уравновесили бы друг друга. Среднее же направление он определяет путем сложения двух движений, которые приобрело бы тело в первое мгновение под влиянием каждой из обеих сил, если бы последние действовали отдельно одна от другой, и таким обра-*

зом получает диагональ параллелограмма, стороны которого составляют пути, которые были бы пройдены в течение одного и того же времени под действием обеих сил и которые, следовательно, пропорциональны этим силам. Отсюда он тотчас же выводит теорему, что обе силы относятся друг к другу обратно отношению синусов углов, которые их направления образуют со средним направлением, по которому двигалось бы тело, если бы оно не было задержано каким-либо препятствиями; эту теорему он применяет к наклонной плоскости и к рычагу, на концы которого действуют силы тяги, направления которых образуют между собою некоторый угол; однако для того случая, когда направления этих сил параллельны, он пользуется ненадежными и малоубедительными соображениями» [1, с. 223].

Лами был автором книг, посвященных поэзии, теологии и археологии. В 1701 г. он издал в Париже «Трактат о перспективе», позднее высоко оцененный Монтюкла в «Истории математики». Его книги по математике «Элементы математики» (1680) и «Элементы геометрии» (1685) не раз переиздавались, он вычислил π с точностью до 128 знаков. Механике, кроме упомянутой работы, Лами посвятил «Трактат о механике, о равновесии твердых тел и жидкостей» (1679). Второе издание этой книги вышло в Париже в 1687 г. – в один год с «Началами» Ньютона и «Проектом» Вариньона.

Член Академии **Жак Озанам** (Ozanam, 1640–1717) больше известен как математик. Однако четвертый том его сочинения «Курс математики, включающий все части этой науки», изданный в 1693 г. в Париже и переизданный в 1699 г. в Амстердаме, посвящен механике и теории перспективы.

Механике посвящены и некоторые работы академика, профессора Collége de France и Académie d'architecture **Филиппа де Лаира** (de La Hire, 1640–1718) – известного астронома, математика, архитектора и метеоролога, участника экспедиции по уточнению географических координат (совместно с Пикаром и Кассини). В 1695 г. им опубликован большой «Трактат по меха-

нике», переизданный в 1730, а в 1699 г. – «Трактат об эпициклоидах и их использовании в механике». В этих трактатах излагаются основные понятия и принципы механики, решаются некоторые инженерные задачи строительной механики (расчет арочных конструкций как совокупности идеально гладких клиньев, силы взаимодействия которых направлены по нормали к поверхностям соприкасающихся клиньев; расчет колонн), изучаются кривые (эпициклоиды), используемые в конструировании формы зубьев зубчатых колёс. Речь идет о том, что при работе механизма основная нагрузка, в том числе и вредное трение, приходится на способ зацепления зубчатых колес. Поэтому форма зубьев шестерен должна иметь совершенно определенную форму, описанную автором.

Рис. 3. Филипп де Лаир

Кроме этих трактатов Лаир подготовил к изданию трактат Мариотта о движении жидкостей («Трактат о движении воды и жидких тел», Париж, 1686), был автором публикаций по баллистике (развитие идей Блонделя), аэродинамике (определение сил сопротивления воздуха). Теория расчета арок и колонн, разрабо-

танная Лаиром, позднее использовалась Белидором в его «Инженерной науке».

После работ Роберваля, Вариньона, Лами, Ньютона правило параллелограмма применительно к силам не вызывало сомнений. Но можно ли его применять для сложения скоростей? Морской военный инженер, генерал французского и испанского флота, близкий друг маршала Вобана и академика Мальбранша **Бернар Рено Делисагараи** (Renau d'Éliçagaray, 1652–1719) в книге «Теория маневра кораблей» (1689) на этот вопрос отвечал утвердительно. Ему возразил Гюйгенс, считавший, что силы сопротивления воды пропорциональны не скорости, а квадрату скорости. Поэтому правило для сил не может быть применено для скоростей. Позднее к этой дискуссии (на стороне Гюйгенса) подключились маркиз де Лопиталь и И. Бернулли. Но в 1693 г. Лейбниц, а в 1714 г. Бернулли (в «Трактате маневра кораблей») поддержали точку зрения Рено, который еще раз подтвердил ее в работе «О теории, касающейся одного принципа механики жидкости, оспоренного Гюйгенсом» (1717, Париж).

Известным механиком, математиком, физиком начала XVII в. был **Антуан Паран** (Parent, 1666–1716). В докладе, зачитанном Параном 24 июля 1700 г. в Парижской академии, он впервые для записи уравнения сферы использовал систему трех ортогональных координат в пространстве. Это была первая работа по аналитической стереометрии, но, по иронии судьбы, Академия отказала автору в праве публикации этого доклада. Однако в 1702 г. он опубликовал другую работу, посвященную гиперболоиду вращения, где также использовалась пространственная система координат. А в 1703–1705 гг. в Париже был издан трехтомный трактат «Исследования по физике и математике» (переиздан в Париже в 1713), в котором вновь используются три пространственные координаты.

Работы Парана были посвящены теории удара тел, статике, учету сил трения. Интересна работа 1714 г. «О наивысшем совершенстве Машин, приводящихся в движение Животными», в кото-

рой впервые, говоря современным языком, ставится вопрос о коэффициенте полезного действия двигателя и приводится методика оценки эффективности машины. Эта методика предполагает умение определения сил трения, сопротивления, преодоления препятствий. В частности, рассматривая движение судна, Паран вводит силу сопротивления воды, пропорциональную площади подводной поверхности судна и квадрату относительной скорости движения воды. Эффективность действия машины оценивается отношением движущих сил к силам сопротивления.

Франсуа-Жозеф Декамю (de Camus, 1672–1732) был выходцем из знатного рода, избравшим поначалу духовную карьеру, но в зрелые годы увлекшимся механикой, конструированием механизмов. В 44 года он был избран в Академию наук, а в 60 лет исключен из числа академиков за «недостаточное усердие». Хотя именно в это время он был увлечен созданием составного весла, с помощью которого могли бы передвигаться даже крупные суда. В поисках финансовых средств для реализации своего проекта, Декамю переезжал в Голландию, затем в Англию, где и умер в нищете и безвестности.

Декамю был известен не только как автор нескольких трактатов («Трактат о движущих силах для практики ремесел» (1722), «О движении, ускоренном с помощью пружин, и о силах, сохраняющихся в движущихся телах» (1728)), но и как изобретатель 23 оригинальных механизмов и автоматов (составное весло, механизмы для обработки земли, забивания свай, часы и другие), и как сторонник теории живых сил Лейбница–Бернулли. Возможно, что интерес Декамю к чисто теоретическим, математическим проблемам возник у него после завершенного им в 1725 г. издания двухтомной «Новой механики» П. Вариньона.

Гюйгенс установил сохранение величины $m\upsilon^2$ при абсолютно упругом ударе. Лейбниц назвал эту величину «живой силой». И. Бернулли и Декамю использовали ее для построения

своей механики. Но физический смысл «живой силы» оставался неясным. Это обстоятельство и послужило причиной появления публикаций их оппонентов – последователей Ньютона и **Жан-Жака Дорту де Мэрана** (de Mairan, 1678–1771) – известного астронома, математика, физика, археолога, члена Парижской академии наук (с 1718), Французской академии (с 1743), Лондонского королевского общества, Петербургской академии наук, Болонского института, главного редактор «Journal des Sçavants».

Рис. 4. Жан-Жак Дорту де Мэран

Мэран известен как автор нескольких публикаций по механике, первая из которых называлась «О колесе Аристотеля». Суть парадокса, обнаруженного Аристотелем, состояла в следующем.

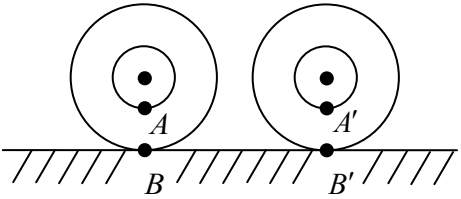


Рис. 5

Если колесо (см. рисунок) совершит при качении по прямой полный оборот, то точки B и A перейдут в положения B' и A'. Очевидно, что $AA' = BB'$. Но, с другой стороны, каждая точка при этом пройдет путь, равный длине своей окружности, а они явно не равны. Попытки разрешения этого парадокса Аристотелем, Галилеем и другими учеными оказались неубедительными. И только Мэран, используя понятие переносного движения, показал, что пути, пройденные точками A и B, будут различны и они не совпадают с AA' или BB'.

Мэран был автором нескольких публикаций по механике корабля и о природе движущих и живых сил. Первая публикация Мэрана на эту тему («Рассуждение об учете и измерении сил, движущих тела») появилась в 1728 г. В ней он высказывает сомнения в полезности понятия «живой силы» и критические замечания в адрес работ И. Бернулли. В 1741 г. он продолжил свои замечания, опубликовав «Диссертацию о движущих силах тел» и «Письмо мадам дю Шателе по вопросу о живых силах». Естественным продолжением дискуссии, начатой Мэраном в Парижской академии наук, стала теория Лувиля.

Шевалье **Жак-Эжен Даллувиль де Лувиль** (de Louville, 1671–1732) в 12 лет самостоятельно познакомился с «Началами» Евклида и с той поры сохранил глубокий интерес к математике. Однако взрослая жизнь Жака-Эжена началась с воинской службы. Сначала на флоте, затем в сухопутных войсках во Франции, в Испании, Голландии. После возвращения из голландского плена полковник де Лувиль оставляет воинскую службу и начинает новую – научную карьеру. Он ведет астрономические наблюдения, участвует в экспедициях по определению географических долгот, конструирует и изготовляет собственные астрономические инструменты. В 1714 г. его избирают членом Парижской академии наук, а позднее и членом Лондонского королевского общества. Круг его научных интересов был обширен и включал не только математику и механику, но и геодезию, физику, философию, астрономию.

Из его работ по механике наибольший интерес представляет трактат «О теории переменных движений, то есть таких, которые непрерывно ускоряются или непрерывно замедляются. С учетом способа оценки силы тел в движении» (1729). Лувиль определяет основные механические понятия (сила, тело (масса), пространство (путь), время), скорость, сила сопротивления среды, вводит некоторые свои («абсолютного» и «соответствующего» сопротивления среды, «мгновенной силы или скорости», «актуальной силы или скорости», «виртуальной силы или скорости») и приводит их математические выражения. Но начинает он с определения механики уже не как теории механизмов, а как теории движения: «*Наука о движении в общем случае является частью Математики, получившей название Механика, которая рассматривает законы, которым следует и которые соблюдает Природа при передаче движений; иначе говоря, тот общий и незыблемый закон, по которому тело, получившее движение, передает его полностью или частично другому телу, которое его уже имело или совсем не имело*» [1, с. 237].

В качестве первого принципа механики он формулирует аналог закона инерции. Далее он утверждает, что силу, вызывающую изменение направления или скорости движения тела, следует ассоциировать с последовательностью мгновенных импульсов. Именно поэтому он предлагает заменить понятия силы, живой силы предлагаемыми им понятиями «актуальная» и «виртуальная» силы.

Для случая движения тела в сопротивляющейся среде Лувиль записывает дифференциальное уравнение движения – $du = \frac{udx}{a}$, ранее полученное И. Бернулли в трактате «Рассуждение о законах передачи движения». Здесь $-du$ – убывание скорости; сила сопротивления среды пропорциональна скорости тела u и пройденному пути dx (сила сопротивления пропорциональна количеству встречаемых телом препятствий, то есть частиц среды, а количество частиц (для однородной среды) про-

порционально пройденному пути); a – константа «для соблюдения закона однородности», т.е. для приведения в соответствие величин и их размерностей. Далее свои понятия, теоремы, физические представления автор сравнивает с результатами трактата Бернулли.

Многолетняя дискуссия о физической природе и математическом выражении сил, участниками которой были практически все механики XVII – начала XVIII в., была чрезвычайно актуальной и важной для истории механики. Это был процесс рафинирования понятия силы, без которого невозможно современное построение теории движения и равновесия тел.

1.1.3. Вклад Мопертюи, Буге, Клеро и их современников

Пьер-Луи Моро де Мопертюи (de Maupertuis, 1698–1759) родился в городке Сен-Мало на атлантическом побережье Франции. Его образование началось с частных уроков, а в 1714 г. он переезжает в Париж и поступает в коллеж La Marché, где математику преподавал ученик Вариньона академик Гисне. Через два года Мопертюи покидает коллеж и уезжает в Голландию.

Рис. 6. Пьер-Луи Моро де Мопертюи

В 1718 г. он поступает на воинскую службу, вскоре получает звание лейтенанта, но в 1723 выходит в отставку и становится ассистентом академика-геометра Ф. Николя. В 1725 г. он избирается адъюнктом в Парижскую академию наук, через три года едет в Лондон и становится членом Лондонского королевского общества. Из Англии он переезжает в Швейцарию, где вместе с Клеро и Кенигом слушает в Базельском университете лекции И. Бернулли по интегральному исчислению. Вернувшись в Париж, в 1731 г. он становится академиком Академии наук.

Первые публикации Мопертюи были сугубо математическими, но большинство работ 1732–1734 гг. посвящены развитию и популяризации во Франции идей Ньютона, в частности, его теории гравитации. Одним из итогов научной активности Мопертюи становится назначение его руководителем лапландской (север Швеции) экспедиции (июль 1736 – май 1737) по определению длины градуса меридиана. Публикация результатов экспедиции (1738) значительно повысила авторитет Мопертюи в научных кругах, у него устанавливаются дружеские отношения с Вольтером, маркизой дю Шателе и ее окружением, в 1740 г. он встречается с прусским королем Фридрихом, в 1743 – избирается членом Французской академии.

В 1744 г. Мопертюи принимает предложение Фридриха Великого занять пост президента Берлинской академии наук и переезжает в Берлин. Это было официальное признание высоких научных заслуг Мопертюи – автора нескольких известных книг и большого количества статей по математике, механике, физике, астрономии, биологии и прикладным проблемам. В этом же году появилась первая публикация по принципу наименьшего действия. Выход этой статьи – это не только новый этап в творчестве Мопертюи, поиск фундаментальных принципов мироздания, но и важнейшее событие в истории классической механики. Начавшаяся после публикации принципа дискуссия, активными участниками которой стали Кениг, Эйлер, Даламбер, Дарси, Куртиврон, Вольтер, Лагранж, Л. Карно и другие видные ученые XVIII–

XIX вв., привела к уточнению многих ранее введенных понятий, философскому осмыслению роли механики и ее принципов в системе наук, формированию нового математического аппарата механики, получившей после Лагранжа название аналитической.

Работа «Согласование различных законов природы, которые до сих пор казались несовместимыми» (1744) была доложена в Парижской академии наук. Ссылаясь на публикации Ферма, Декарта и Лейбница, Мопертюи показывает аналогичность законов движения светового луча законам движения твердых тел и формулирует их (законов движения) общий принцип. На примере движения луча света в разных средах он показывает, что движение по кратчайшему пути и движение за кратчайшее время не совпадают. Это наводит его на мысль провозгласить свой принцип, конкретизирующий принцип Ферма: «*Природа во всех своих явлениях действует всегда простейшим образом*» [1, с. 243]. Суть этого принципа – «*выбираемый путь таков, что для него количество действия является наименьшим*» [там же].

Что же следует понимать под количеством действия? «*Для перемещения тела из одной точки в другую необходимо некоторое действие: это действие зависит от скорости тела и от пройденного пути, но, ни от скорости, ни от пути, взятых отдельно. Количество действия, таким образом, тем больше, чем больше скорость и чем длиннее пройденный путь; оно пропорционально сумме пройденных путей, умноженных на скорости их прохождения*» [там же]. Здесь автор делает сноску, где утверждается, что при рассмотрении одного тела его масса может не учитываться.

Свой принцип Мопертюи демонстрирует на примере прохождения луча света через границу CD (см. рис. 7) двух сред. Если m – скорость луча в верхней среде, n – в нижней, то количество действия $m \cdot AR + n \cdot RB$ должно быть наименьшим. Переписывая действие в виде $m\sqrt{AC^2 + CR^2} + n\sqrt{BD^2 + DR^2}$, дифференцируя (AC и BD – константы) и приравнивая результат нулю, получаем равенство

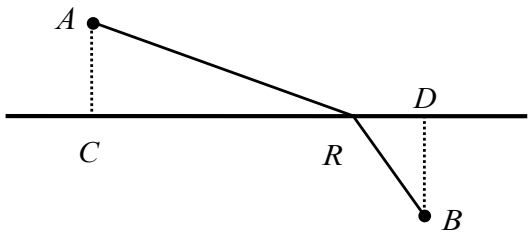


Рис. 7

$$\frac{mCRdCR}{\sqrt{AC^2+CR^2}}+\frac{nDRdDR}{\sqrt{BD^2+DR^2}}=0,$$

из которого при $CD=const$, то есть $dCR=-dDR$, следует известный закон преломления света:

$$\frac{CR}{AR}:\frac{DR}{BR}=\frac{n}{m}.$$

В этом Мопертюи видит надежное подтверждение провозглашенного им принципа, следствием которого является принцип Ферма. Вторым подтверждением этого принципа является разумность Высшего Существа. «*Механика слепа и нужно следовать замыслам наиболее ясного и свободного Разума; и если бы наш рассудок был достаточно обширен, он бы видел причины физических явлений, либо рассчитывая свойства тел, либо изучая то, что они имеют наиболее существенного для их осуществления*» [1, с. 244].

Завершается мемуар выдержкой из работы Эйлера, проясняющей разницу между действием по Лейбницу и действием по Мопертюи, а значит, и между их принципами. Эйлер показывает, что принцип «простейшего пути», полученный Лейбницем как следствие той же дискуссии между Декартом и Ферма, является частным случаем принципа Мопертюи, когда сопротивление среды пропорционально скорости движения тела.

Но к сущности законов движения тел Мопертюи приходит через осознание «Законов покоя». Именно так назывался его доклад, сделанный 20 февраля 1740 г. в Парижской академии наук [1, с. 244]. Речь шла о попытке обобщения ранее установленного экспериментально условия равновесия системы тел – принципа наинизшего положения ее центра тяжести. Но как найти функцию, экстремальное значение которой и будет соответствовать этому условию? Мопертюи рассматривает систему трех центральных сил, придает точкам их приложения возможные перемещения и записывает условие равновесия системы тел в виде равенства (в современных обозначениях)

$$\sum_{k=1}^{n} m_k f_k dr_k = 0,$$

(m_k, f_k, dr_k – массы, величины сил, перемещения тел), которое считается несомненным. Сама идея формулировки экстремального принципа равновесия системы тел, по своей сути связанная с принципом наименьшего количества действия, была интересной и перспективной. Но ее математическая реализация, предложенная Мопертюи, была недостаточно убедительной. Это подтверждает и приведенный им пример равновесия рычага. В полной мере эта идея была осуществлена Лагранжем в «Аналитической механике».

От идеи записи принципов построения научной теории (законов) на основе очевидных или экспериментально установленных причинно-следственных связей между явлениями, а в математическом выражении – в виде уравнений (неравенств) между соответствующими понятиями (функциями, константами), Мопертюи предлагает перейти к принципам, выражающим некоторую оптимальность, разумность явлений природы. От ни физически, ни метафизически необъяснимых причинно-следственных взаимосвязей между явлениями (понятиями) он предлагает перейти к принципам, отражающим новый, более глубокий уровень проникновения в тайны природы, из которых причинно-следственные законы получаются простыми

математическими преобразованиями (аналогичную идею можно увидеть в «Динамике» Даламбера).

Разумность же природных явлений является следствием разумности Творца. Такова философская, теологическая подоплека метафизического принципа, сформулированного Мопертюи 15 апреля 1744 г. в Парижской академии наук и опубликованного в «Мемуарах» за тот же год. Подробное изложение принципа и его приложение к задаче удара было доложено в Берлинской академии наук в 1746 г. и опубликовано в трудах этой академии в 1748 г. под заголовком «Законы движения и покоя, выведенные из метафизического принципа». Фрагмент этой статьи, разъясняющий механико-математическое содержание принципа, приведен в «Трудах Мопертюи» (Т.1–4, Лион, 1768).

Мопертюи определяет инерцию как силу, необходимую для сохранения состояния (покоя или движения) тел, пропорциональную количеству содержащейся в них материи. «*Непроницаемость тел и их инерция приводят к необходимости установления некоторых законов для согласования этих двух свойств, в каждый момент противоположных одно другому в Природе*» [1, с. 245].

Далее формулируется задача о прямом центральном ударе «совершенно твердых» и «совершенно упругих» шаров, в которой по известным скоростям шаров до удара необходимо найти их скорости после удара. «Совершенно твердые тела таковы, что их части неразделимы и несгибаемы и, следовательно, их формы неизменны». «Совершенно упругие» тела (по Мопертюи) ныне называются абсолютно упругими. По предположению автора, твердые тела после удара должны двигаться с общей (одинаковой) скоростью, что же касается упругих тел, то у них одинаковой должна быть относительная скорость до и после удара. Следует обратить внимание на то, что рассматриваемые Мопертюи тела достаточно нереальны, поэтому полученные им далее законы представляют только теоретический интерес.

«Общий принцип» состоит в следующем: «*Когда в Природе происходит некоторое изменение, количество действия, необходимое для этого изменения, является наименьшим из возможных. Количество действия есть произведение массы тел на их скорость и на проходимый ими путь*» [1, с. 245].

Рассматривая удар, двигающихся в одну сторону друг за другом со скоростями a и b $(a > b)$ твердых шаров A и B, Мопертюи считает, что тело A, двигаясь до удара со скоростью a, пройдет путь, пропорциональный a; двигаясь после удара со скоростью x, оно пройдет путь, пропорциональный x. Таким образом, изменение скорости $(a-x)$ и пути $(a-x)$ тела A, которые можно представить как перемещения тела A «нематериальной плоскостью» назад со скоростью $a-x$ на расстояние $a-x$, и есть те изменения тела A, о которых идет речь в «Общем принципе». Аналогичные изменения для тела B будут $x-b$ и $x-b$, количеством действия для тел A и B будет сумма

$$A(a-x)^2 + B(x-b)^2,$$

величина которой должна быть минимальной. Дифференцируя по x и приравнивая результат нулю, Мопертюи получает

$$x = \frac{Aa + Bb}{A + B}.$$

Для случая встречного движения тел

$$x = \frac{Aa - Bb}{A + B}.$$

Рассматривая удар двух упругих тел (шаров), скорости которых после удара автор обозначает α и β (для A и B соответственно), он вновь получает сумму изменений количеств действия тел:

$$A(a-\alpha)^2 + B(b-\beta)^2,$$

из условия минимальности которой получаются выражения для послеударных скоростей α и β как в случае движения шаров в одну сторону, так и в случае встречного движения. Попутно

рассматриваются и ситуации, когда одно из тел неподвижно до удара или когда оно является непреодолимым препятствием, т.е. когда оно неподвижно не только до, но и после удара.

Статическую задачу о равновесии двух лежащих на рычаге тел A и B Мопертюи формулирует нетрадиционным образом: найти точку Z между телами, относительно которой они покоятся. Если считать, что расстояние между телами (мысленный рычаг AB) равно c, а z – расстояние от тела A до «точки равновесия» Z, то нарушение равновесия тел приведет к их повороту вокруг точки Z, т.е. к перемещению по дугам радиуса z (для тела A) и $c-z$ (для тела B). Скорости этих малых перемещений будут также пропорциональны радиусам, и количество действия тел A и B будет представлено суммой

$$Az^2 + B(c-z)^2,$$

условие минимальности которой и дает искомое выражение

$$z = \frac{Bc}{A+B}.$$

Мопертюи демонстрирует свой принцип наименьшего количества действия, как некогда Декарт и Гюйгенс закон сохранения количества движения, на примере задачи об ударе тел. Для подтверждения справедливости своего принципа он показывает, что как количество движения, так и «живые силы» тел до и после удара сохраняются, т.е. эти законы сохранения являются следствием его принципа. Для случая равновесия тел принцип Мопертюи идейно примыкает к принципу виртуальных скоростей И. Бернулли. Но еще более убедительным подтверждением справедливости нового принципа оказалась вышедшая в конце того же 1744 г. статья Эйлера «Об определении движения брошенных тел в несопротивляющейся среде методом максимумов и минимумов». Статья была откликом на вопрос Д. Бернулли о возможности решения задачи центральных сил методом изопериметров. Она была опубликована как приложение к книге Эйлера «Метод нахождения кривых линий, обладающих свойст-

вами максимума или минимума, или решение изопериметрической задачи...».

Если использовать современные обозначения (m – масса, v – скорость, ds – элемент дуги траектории), суть принципа, сформулированного и используемого Эйлером для решения задач о падении тел, сводится к следующему: «*...я утверждаю, что линия, описываемая телом, будет такова, что среди всех других линий, содержащихся между теми же пределами, у нее будет минимум* $\int mvds$ *или, так как* m *постоянна,* $\int vds$» [1, с. 247].

Эйлер формулирует принцип, к которому, в отличие от Мопертюи, он пришел не из теологических соображений, а обобщая результаты решения изопериметрических задач механики. Этот принцип он иллюстрирует на конкретных примерах движения точки в поле параллельных и центральных сил. Он отмечает, что выражение принципа, полученное из количества движения, можно трансформировать к виду, следующему из понятия «живых сил». Действительно, заменяя ds выражением vdt, получим

$$\int vds = \int v^2 dt,$$

«*так что для кривой, описываемой брошенным телом, сумма всех живых сил, находящихся в теле в отдельные моменты времени, будет наименьшей. Таким образом, ни те, кто полагает, что силы следует оценивать по самим скоростям, ни те, кто – по квадратам скоростей, не найдут здесь ничего неприемлемого*» [1, с. 248]. Так Эйлер откликается на спор о мерах движения.

Мопертюи и Эйлер пришли к принципу каждый своим путем. В форме Мопертюи он применим для конечных изменений скорости, в форме Эйлера он охватывает непрерывные движения. Принимая во внимание необычность принципа, его универсальность и научный авторитет его создателей, легко предположить, что он быстро привлек внимание ученых. Начатая в 1750 г. профессором Гаагского университета Самуелем Кенигом дискуссия (он утверждал, что Мопертюи воспользовался прин-

ципом, ранее открытым Мальбраншем, Гравесандом, Лейбницем и Вольфом), в которой активно участвовали Эйлер, Даламбер, Вольтер, Лагранж и другие, затянулась на несколько десятилетий.

Для механики, для развития вариационных методов она оказалась чрезвычайно плодотворной. Она позволила выработать новый взгляд на физическую сущность законов природы, придала импульс развитию нового математического аппарата – вариационного исчисления – и сформировала новый путь построения классической механики в работах Лагранжа, Гамильтона, Якоби, Гаусса. Эта траектория развития механики имела своим истоком законы и принципы Галилея, Декарта, Гюйгенса, Ньютона, Лейбница, Эйлера, Мопертюи, и ее математическая реализация привела к формированию в XVIII–XIX вв. новых разделов математики.

Однако в судьбе самого Мопертюи эта дискуссия сыграла трагическую роль. Эйлер в своих последующих выступлениях *по поводу принципа наименьшего действия неизменно* подчеркивал идейный приоритет Мопертюи и отмечал его выдающиеся заслуги. Выступления же Кенига, Вольтера, Дарси и некоторых других современников носили вызывающий и оскорбительный характер. Это отразилось на состоянии здоровья Мопертюи. В 1756 г. он переехал из Берлина во Францию, и состояние его здоровья стало улучшаться. В сентябре 1758 г. Мопертюи решил навестить Базель, но дорога оказалась слишком тяжелой, болезнь обострилась и 27 июля 1759 г. в возрасте 61 года Мопертюи скончался в окружении семейства Бернулли, «*которое до конца продемонстрировало ему свою самую нежную привязанность и благодарную преданность*» [1, с. 248].

Известным механиком, физиком, астрономом, геодезистом первой половины XVIII в. был **Пьер Буге** (Bouguer, 1698–1758). Как и Мопертюи, Буге родился в Бретани. Его отец Жан Буге – королевский профессор гидрографии в портовом городке Кроассик – считался одним из известнейших гидрографов того времени, был прекрасным математиком, автором «Полного трактата

по навигации» («Traité complet de navigation»), позднее переработанного и дополненного его сыном.

Рис. 8. Пьер Буге

Первыми словами, произнесенными юным Пьером, были математические термины, его первыми игрушками были астрономические и гидрографические приборы отца, его талант формировался в атмосфере научных изысканий.

«*Он был хорошим математиком еще до того, как расстался с детством*» [1, с. 249]. Это быстро обнаружилось в иезуитском коллеже города Ванне, где он получал образование. Когда Пьер учился в пятом классе, один из его учителей, обнаружив обширность математических познаний ученика, брал у него уроки математики. А через два года тринадцатилетний Пьер осмелился не согласиться с одним из выводов его профессора математики, который воспринял это как оскорбление его профессионального достоинства. Буге принял вызов и публично доказал свою правоту. Это обстоятельство вынудило профессора покинуть коллеж.

Отец умер в 1713 г., еще до того как Пьер окончил коллеж, оставив своим двум сыновьям очень скромное состояние. Это обстоятельство побудило Буге добиваться разрешения занять место его отца. По поручению министра пятнадцатилетний претендент был экзаменован королевским профессором гидрографии Обертом, который удостоил экзаменуемого наивысших похвал. Так, несмотря на то что большинство учеников были старше Буге, он получил должность профессора в Кроассик и начал свои научные разработки.

Случайная встреча с **Шарлем-Рене Рейно** (Reynaut Charles-René, 1656–1728) круто изменила дальнейшую судьбу молодого профессора. Рейно, к тому времени уже известный ученый, близкий друг Мальбранша, профессор философии в Тулоне, затем в Пезена, профессор математики в Анжере, член Академии наук (с 1716), автор нескольких книг, показал Мэрану работу Буге, посвященную управлению мачтами парусного корабля. Рукопись Буге произвела на Мэрана сильное впечатление, и он предложил Парижской академии наук объявить в 1727 г. конкурс на приз по этой тематике. Конкурс был объявлен, и Буге получил первое крупное признание – приз Академии.

В 1729 г. Буге вновь получает приз Академии за мемуар «О наилучшем способе определения на море высоты звезд». Через два года он в третий раз награждается премией за работу «О наиболее удобном способе наблюдения отклонения магнитной стрелки на море». В сентябре того же года он получает место ассоциированного академика-геометра Парижской академии наук, освободившееся в связи с избранием Мопертюи пансионером. Вскоре его включают в состав экспедиции в Перу для определения длины одного градуса меридиана, и он становится пансионером-астрономом (академиком) Академии наук. С 1752 по 1755 г. Буге был одним из редакторов «Journal des Sçavants». После тяжелой болезни Буге скончался в Париже в возрасте шестидесяти лет. Его научное наследие включает большое количество работ по математике, механике, морской навигации, астрономии, геодезии и оптике.

В 1732 г. Буге опубликовал мемуар «О новых кривых, которые могут быть названы кривыми преследования». Задача состояла в определении кривой, по которой должно двигаться судно, преследующее другое судно, совершающее прямолинейное движение, если отношение скоростей судов постоянно. Такую кривую Буге назвал «кривой преследования» или «кривой погони». В том же году появилась короткая заметка Мопертюи «О кривых преследования», в которой автор, продолжая поднятую Буге тему, нашел другое, более простое решение его задачи о преследовании. При этом ни Буге, ни Мопертюи не ссылаются на мемуар Боми, опубликованный Академией двадцатью годами раньше, хотя «трактриса» Боми по сути совпадает с «кривой преследования» Буге, в XIX в. получившей название «погонной линии» или «собачьей кривой».

Значительное место в научном наследии Буге занимают работы по теории корабля, в частности, по кинематике и динамике его движения, написанные после перуанской экспедиции. Не все работы являются сугубо теоретикомеханическими, но, как ранее задачи о равновесии рычага, о движении падающих тел, планет, задачи об ударе и колебаниях тел, задачи о движении и маневрах судов, были одновременно и объектом для практического приложения известных механических теорий, и средством для проверки, уточнения их истинности, и источником возникновения новых механических понятий и математических методов. Таким образом, являясь по своей сути прикладными, работы Буге имели значение и для развития теоретической механики, как в плане ее адаптации к новому кругу задач, так и в плане расширения ее теоретической базы.

Напомним, что в XVIII в. судостроение и судоходство были исключительно важными проблемами для большинства стран мира. Актуальность и новизна целой гаммы проблем, связанных с движением и устройством корабля, привлекла многих механиков, математиков и инженеров. В частности, Рено, Вариньона, Мэрана, Лани, Савериана, Пезена, Камю. При Академии наук была создана

специальная комиссия по навигации. Речь шла о создании научно обоснованной теории конструирования корабля и об использовании механики в исследовании его динамики. Следует особо подчеркнуть, что это были первые работы по механике управляемого движения тел.

Как уже упоминалось, в 1714 г. И. Бернулли издал большой трактат «Новая теория управления кораблем». Работы Буге стали продолжением этой тематики. В 1748 г., после смерти И. Бернулли, Буге выступил в Академии с докладом «Разъяснения к проблеме рангоута судов». Это была попытка осмыслить трактат И. Бернулли, с которым он вел многолетнюю переписку, и дать собственный взгляд на проблему управления движением парусных судов. Более подробно взгляды Буге были изложены в его трактатах: «Трактат о судах, их конструкциях и их движениях» (1746), «О манёврах парусных судов или трактат о механике и динамике» (1757).

Рассматривая равномерное движение судна, Буге, как и И. Бернулли, утверждает, что все действующие на корабль силы (приложенная к парусам сила ветра, приложенные к корпусу корабля силы тяжести, сопротивления воды и выталкивающие («архимедовы») силы) должны в итоге уравновешиваться. Это условие далее используется для построения уравнения движения судна. Еще в работах древних механиков использовалось понятие «гипомоклион» – это точка, относительно которой рассматривается равновесие тела, оплот равновесия покоящегося тела. В случае рычага гипомоклионом является точка опоры, которая покоится, даже если рычагу придали какое-то перемещение.

Что следует считать гипомоклионом для равномерно двигающегося корабля? Буге считает, что это центр тяжести. Бернулли ассоциирует эту точку с центром вращения – своеобразным аналогом центра колебаний или центра удара тел. Однако Буге утверждает, что эти расхождения не являются принципиальными, так как равновесие должно быть относительно любой точки. Говоря о свойствах гипомоклиона, Буге подчеркивает,

что в отличие от древних представлений, когда считалось, что эта точка может выдержать бесконечную нагрузку или ее нагрузка вообще не рассматривалась, современная ему механика имеет удобные способы «*...для определения во всех случаях нагрузки гипомоклиона...*». С современной точки зрения это задача, аналогичная задаче определения реакции связи.

Как опытный практик, Буге утверждает, что для жизнеспособности корабля наиболее опасны резкие порывы ветра (импульсы прикладываемой к парусам силы ветра) и периоды разгона судна (от начала движения до выхода на постоянную скорость). И в том и другом случае возможно опрокидывание судна или, пользуясь современной терминологией, возникновение его неустойчивости. Действие сил ветра и сопротивления воды ассоциируется с ударными силами. Буге определяет время разгона или развития неустойчивости. Для этого он записывает выражения для силы ветра, силы сопротивления воды и, используя закон изменения количества движения, после интегрирования находит искомое время и пройденный путь.

В случае неожиданного сильного порыва ветра отплывающее судно, особенно если отплытие происходит по криволинейной траектории, приобретает сильный крен. При этом, как показывает опыт, сила ветра в меньшей мере влияет на увеличение скорости корабля и в большей мере на увеличение его крена. Объясняя этот феномен, Буге пишет: «*Это в точности тот случай, когда тело толкается силой, приложенной не в центре тяжести тела, ... тело поворачивается около точки, известной механикам под названием центра конверсии (обращения)*» [1, с. 254]. Этот центр обращения (конверсии) или вращения должен находиться ниже центра тяжести корабля. Исходя из практики, Буге считает, что в случае возникновения крена корабля от порыва ветра нужно регулировать паруса так, чтобы бóльшая часть силы ветра шла на увеличение скорости корабля, а не его крена. При этом он восторгается тем, насколько убедительно И. Бернулли доказывает преимущество (для сохранения

равновесия судна) ускоренного движения перед равномерным, сторонником которого был сам Буге. В конце работы он сравнивает задачу движения судна с задачей, решение которой уже известно – о движении тела под действием пружины, – и дает конкретные рекомендации по управлению парусником в экстремальных условиях.

Исследования по теории корабля И. Бернулли, Буге, Камю получили дальнейшее теоретическое и экспериментальное развитие в работах Даламбера, Кондорсе, Боссю. Их прикладной аспект, в связи с прогрессом в области судостроения и прочих разделов техники, ныне утратил свою актуальность. Но их теоретическое значение как сферы применения понятий и законов механики, как источника формирования понятий устойчивости и неустойчивости равновесия и движения тел, ставших позднее основой теории устойчивости движения, по-прежнему велико.

Легко заметить определенную схожесть судеб и научных интересов Мопертюи и Буге. Они были ровесниками, оба родились в Бретани, получили прекрасное математическое образование, проявили интерес к астрономии, геодезии, ньютоновской теории притяжения тел, оптике, теории фигур небесных тел, чисто математическим проблемам геометрии и теории дифференциальных уравнений, участвовали в географических экспедициях, были видными учеными, академиками-пансионерами Парижской академии наук и умерли с интервалом в один год. Эта общность интересов и жизненных событий, естественно, не была абсолютной, у каждого из них был свой жизненный путь. Но схожесть судеб, по-видимому, была не случайной. Они оба объективно выражали интересы своего времени, отражали особенности французского научного менталитета начала XVIII в.

Алекси Клод Клеро (Clairaut, 1713–1765) – один из самых известных ученых Франции XVIII в. В семье парижского профессора математики, корреспондента Берлинской академии наук Жана-Баптиста Клеро был 21 ребенок. Алекси был вторым. Под руководством отца Алекси очень рано раскрыл свой математи-

ческий талант. В десятилетнем возрасте он читал серьезные математические книги (например, Лопиталя), в двенадцать впервые доложил свой первый мемуар (о четырех алгебраических кривых четвертого порядка) в Парижской академии наук и получил высокую похвалу академиков Николя и Пито.

Рис. 9. Алекси Клод Клеро

В 1729 г. 16-летний Клеро представил Академии большой мемуар о кривых двоякой кривизны, получивший восторженную оценку Мэрана, Николя и изданный в Париже в 1731. Успех этой книги, ставшей в дифференциальной геометрии классической, позволил ее автору получить в этом же году место адъюнкта Парижской академии. Для этого потребовалось особое разрешение короля, так как Клеро тогда еще не было, положенного по регламенту Академии, двадцати одного года.

Круг научных интересов Клеро был обширен. Но наибольший вклад он внес в развитие дифференциальной геометрии, теории дифференциальных уравнений, интегрального исчисления (в 1743 г. впервые использовал криволинейный интеграл), астрономии, небесной механики, гидростатики и геодезии. Клеро

был участником экспедиции (1736) Мопертюи в Лапландию, в 1743 г. вышла его знаменитая «Теория фигуры Земли, основанная на началах гидростатики», в 1752 – «Теория движения Луны, выведенная единственно из начала притяжения, обратно пропорционального квадратам расстояний». «Теория фигуры Земли» была премирована Петербургской академией наук, а ее автор в 1754 г. был избран почетным членом Академии.

Огромную популярность Клеро принесло его сбывшееся предсказание о появлении в 1759 г. кометы, появлявшейся в 1531, 1607, 1682 годах («кометы Галлея»). Умер Клеро от оспы в расцвете творческих сил, в зените славы, нескольких дней не дожив до пятидесяти двух лет. Его имя увековечено на Эйфелевой башне в Париже.

Большинство работ Клеро опубликованы в «Мемуарах» Парижской академии наук. К ним относятся и работы по механике: «Изучение различных колебаний, которые может совершать тело, подвешенное на нити, под действием некоторого импульса» (1735), «Решение некоторых проблем динамики» (1736), «О центрах колебаний в сопротивляющихся средах» (1738), «Физико-математическая проблема» (1740), «О некоторых принципах, дающих решение множества проблем динамики» (1742), «Новое решение некоторых задач маневров кораблей, имеющихся в томе Академии за 1754 г.» (1760).

В 1734 г. **Алекси Фонтен де Бертен** (Fontaine de Bertins, 1704–1771) опубликовал статью об определении кривой, описываемой вершиной угла, стороны которого скользят по некоторой заданной кривой. Эта публикация и возникшая дискуссия привлекли внимание Клеро. В апреле 1735 г. он выступил в Академии со своими результатами, которые были опубликованы в 1736 г. Работа посвящена решению семи задач о движении связки двух точек в горизонтальной или вертикальной плоскостях. При этом траектория одной из точек или центра тяжести системы точек считается заданной (прямая, окружность, произвольная плоская кривая), и задача состоит в определении траектории

(«трактрисы») другой точки или обеих точек, когда величины и направления их начальных скоростей заданы.

Для решения задач автор использует как традиционные геометрические приемы, так и методы дифференциального исчисления. В основу положен принцип сохранения живых сил, который Клеро, ссылаясь на работы Д. Бернулли, называет общепринятым.

Рассматривая движения точек в горизонтальной плоскости (без учета сил трения о плоскость, сопротивления среды), Клеро считает, что их вес компенсируется плоскостью (точнее, ее реакцией) и этот принцип записывает в виде $\sum m\upsilon^2 = const$. Для движения точек в вертикальной плоскости он записывает уравнение, аналогичное теореме об изменении кинетической энергии, авторство которой традиционно связывается с именем Лагранжа. Заметим, что в том же году эта теорема была получена Эйлером в его знаменитой «Механике» (1736), а ещё раньше она появлялась в работах И. и Д. Бернулли, Вариньона, Лейбница и Ньютона.

Следует обратить внимание на одну важную деталь. Клеро рассматривает не просто движение двух взаимосвязанных точек, как это делали до него Мопертюи, Буге, Боми, Фонтен де Бертен, а изучает поведение одной точки, на которую, говоря современным языком, наложены заданные геометрические связи. Этот подход, встречающийся и в его задачах трех и более тел в небесной механике, был важен для создания основ механики несвободного движения точки, системы точек и абсолютно твердого тела в работах Даламбера, для формирования не только статического (связь–опора), но и динамического понятия связи и ее реакции. Принцип сохранения живых сил используется Клеро и в других его публикациях.

Важнейшими научными проблемами XVIII в. были задачи небесной механики, теоретическое решение которых могло быть подвергнуто астрономической проверке. Это был строгий экзамен теоретических основ механики, а их решение всегда было

связано с использованием одного из важнейших достижений «Начал» – закона тяготения. Ньютонова теория движения Луны, по мнению Клеро, противоречила наблюдениям, и это побудило его, Даламбера и Эйлера основательно заняться этой проблемой. В 1743 г. Клеро опубликовал в «Мемуарах» свою первую работу «Об орбите Луны в системе Ньютона», получившую продолжение в 1745 г. под заголовком «О системе мира по принципам всемирного тяготения».

Отдавая дань уважения заслугам Ньютона в механике, в том числе в небесной механике, в мемуаре 1745 г. Клеро делает попытку уточнения закона всемирного тяготения на примере решения задачи трех тел: Солнце, Земля, Луна. Суть уточнения Клеро состоит в предложении о добавлении к силе, обратно пропорциональной (по Ньютону) квадрату расстояния между телами, некоторого слагаемого, обратно пропорционального 4-й или 3-й степени расстояния.

В том же томе «Мемуаров» опубликована большая статья Ж. Л. Даламбера «Общий метод определения орбит всех планет с учетом их взаимодействия», написанная независимо от результатов Клеро, но подтверждающая его выводы. Свои соображения о теории Клеро в том же томе опубликовал и граф **Жорж-Луи Леклер де Бюффон** (de Buffon, 1707–1788) – член Парижской академии наук (с 1733), Лондонского королевского общества и Петербургской академии наук, известный естествоиспытатель и писатель, автор работ по математике (перевёл «Метод флюксий» И. Ньютона), теории тяготения и ботанике. Бюффон выступил против усложнения стройной теории Ньютона. Заканчивается том «Мемуаров» 1745 г. дискуссией между Клеро и Бюффоном по теории всемирного тяготения и теории движения Луны, в которой каждый из авторов настаивает на своем мнении. Но независимо от мнений эта последовательность утверждений, возражений, математических выкладок и разъяснений привлекла к публикациям Клеро, Даламбера и Бюффона пристальное внимание многих европейских ученых и способствова-

ла бурному развитию небесной механики, триумфально продолженному Лапласом.

Рис. 10. Жорж-Луи Леклер де Бюффон

Подводя итоги вклада Клеро в развитие механики первой половины XVIII в., можно сделать вывод о том, что он был одним из главных «проводников» идей ньютонианской механики во Франции (при его активном участии на французском языке были изданы «Начала» Ньютона), одним из первых создателей теории дифференциальных уравнений для задач классической и небесной механики, предвестником динамических взглядов и методов Даламбера.

Секретарь Парижской академии наук Фонтенель в 1707 г. назвал имена самых выдающихся математиков – Лопиталь, Кателан, Совер и Вариньон. Однако аббат **Франсуа де Кателан** (de Catelan, 1675–после 1710) больше известен как неутомимый критик. Он критиковал работы Гюйгенса (о центре колебаний, теорию эволют и эвольвент, теорию колебаний), Лейбница (теория сил, дифференциальное исчисление), Лопиталя и других, вызывая, тем самым ответные выступления известных ученых (И. Бернулли, Вариньон и др.).

Жозеф Приват де Мольер (de Molierres, 1676–1742) – адъюнкт (с 1721), с 1729 г. – ассоциированный (механик) член Академии наук, член Лондонского королевского общества, преемник Вариньона по кафедре философии в collège Royal, был последовательным сторонником и защитником взглядов А. Клеро. **Рене-Антуан Фершо де Реомюр** (de Reoumur, 1683–1757) – член Парижской академии наук (с 1708), известный физик и экспериментатор – первым (в 1711) обнаружил эффект скрученной веревки, которая выдерживает бóльшую нагрузку, чем сумма нагрузок, выдерживаемых отдельными ее нитями, изобрел термометр, носящий его имя. Академик-пансионер (механик) Парижской академии наук **Франсуа Николь** (Nicole, 1683–1758) внес значительный вклад в развитие теории эволют и эвольвент (Гюйгенса) и фактически создал предпосылки к появлению понятия и изучению свойств подвижной и неподвижной центроиды (Пуансо).

Семейство Делиль (Delisle) является своеобразным феноменом французской науки. Глава семейства Клод Делиль (1644–1720) был известным ученым-географом. По его стопам пошли и его три сына: Гильом Делиль (1675–1726), **Жозеф-Никола Делиль** (Joseph-Nicola Delisle, 1688–1768) и Луи Делиль (умер на Камчатке в 1741). Гильом – член Парижской академии наук (с 1702), первый географ французского королевства (с 1718), автор карт Каспийского моря. Жозеф-Никола – член Парижской академии наук (с 1714), выдающийся астроном, физик, один из первых членов Петербургской академии наук (жил в России с 1726 по 1747), член Берлинской, Шведской и других академий наук. Луи – член Парижской (с 1725) и Петербургской академий наук, известный географ, исследователь европейского севера и российского побережья Ледовитого океана вплоть до Камчатки.

Французский инженер, академик Парижской академии наук **Бернар Форес де Белидор** (de Belidor, 1693–1761) родился в испанской Каталонии (по одним сведениям в 1693, по другим – в 1697, 1698). Имея блестящее по тому времени образование

(особенно математическое), получил приглашение на должность профессора артиллерийской школы в Лафере (Франция). Своими блестящими лекциями, сопровождаемыми интересными опытами, он быстро приобрел известность не только во Франции, но и в других странах. С 1742 г. он перешел на военную службу, участвовал в походах в Баварию, Богемию, Италию, Нидерланды. С получением чина бригадного генерала в 1758 г. был назначен начальником королевского арсенала, а позднее – генеральным инспектором по минной части.

Рис. 11. Бернар Форес де Белидор

Белидором было написано несколько книг по математике, артиллерии, гидравлике, строительству, военной инженерии – «Bombardier Français», «Architecture hydraulique», «La Science des ingenieurs dans la conduite des travaux de Fortification et d'Architecture civile», «Traité de Fortification etc.», «Cours de matematique», «Oeuvres diverts, concervrant d'Artillerie et la Génie» и др. Белидор разработал теорию кривой полета бомб и впервые предложил особые таблицы стрельбы, которые переиздавались вплоть до 1830 г. Четырехтомное сочинение «Гидрав-

лическая архитектура» («Architecture hydraulique»), изданное в течение 1737–1753 гг., было одним из первых, где интегральное исчисление использовалось для решения практических задач. Трактаты Белидора оказали значительное влияние на науку следующего века.

Дочь барона де Бретей – Габриель-Эмили де Тоннельер де Бретей, после замужества – **маркиза дю Шателе** (1706–1749), – была одной из самых ярких личностей своей эпохи. Обширное образование (математика, философия, языки: латынь, итальянский, английский, испанский), многогранный талант (математик, философ, отличный музыкант) и женское обаяние сблизили Эмили с маркизом де Гебрианом, герцогом де Ришелье, Вольтером (**Франсуа Мари Аруэ,** Voltaire, 1694–1778), Клеро, Мопертюи, Кенигом, И. Бернулли, Сен-Ламбертом.

Рис. 12. Маркиза дю Шателе

Более 14 лет (с 1733 по 1747) Вольтер жил в её знаменитом замке Сире, ставшим одним из неформальных центров культурной и научной жизни Парижа. Здесь собирались Вольтер, Кёниг, Мопертюи, Клеро, известные политики, философы и литераторы. Позднее Вольтер тяжело переживал разлуку с Эмили, а после ее

смерти (последствие поздних родов) он писал: «*Я потерял не любовницу, я потерял свою половину, душу, для которой была создана моя душа, друга, возникшего на моих глазах*» [1, с. 256]. Клеро написал для нее свою «Геометрию», переиздававшуюся в 1765, 1831, 1921 гг. и переведенную на шведский, голландский и польский языки. В 1738 г. Кениг стал опекуном ее детей.

Главная заслуга маркизы дю Шателе в механике состояла в том, что она предприняла попытку перевода на французский язык «Начал» Ньютона. Очевидно, что это предприятие активно поддерживалось ее упомянутыми друзьями, осознавшими важность взглядов Ньютона для дальнейшего развития механики во Франции. Перевод «Начал» и его издание (Париж, 1756) были завершены уже после смерти маркизы. В 1738 г. дю Шателе получила премию Академии наук за работу «Рассуждение о природе и распространении огня», опубликованную в «Мемуарах» (1738) и переизданную в 1744 г. Письмо Мэрана (1741) содержало разъяснение его позиции относительно понятия «живой силы» в работах И. Бернулли. В ответном письме, опубликованном в Брюсселе в 1741 г., мадам дю Шателе выразила свое несогласие с Мэраном и выступила в защиту авторитета Бернулли.

Видным ученым XVIII в. был **Шарль-Этьен-Луи Камю** (Camus, 1699–1768) . В 1727 г. он представил на конкурс Парижской академии наук мемуар «О самом выгодном способе расположения надпалубных построек кораблей». Премию академии получил Буге, но и работа Камю не осталась без внимания. В том же году Камю стал членом Парижской академии наук. В 1736 г. он становится участником экспедиции Мопертюи в Лапландию, затем с Кассини и Буге участвует в измерении градуса парижского меридиана, после чего становится профессором геометрии и экзаменатором в парижских школах инженерного дела и артиллерии, с 1760 г. – постоянный секретарь Академии архитектуры, с 1765 г. – член Лондонского королевского общества.

Наиболее известными работами Камю были «Трактат по гидравлике», «Курс математики для школ инженерного дела и

артиллерии», «Элементы статической механики», «О действиях мушкетной пули, пронзающей толстый деревянный брусок, не передавая ему существенной скорости», «Задача статики». «Курс математики» и «Элементы» были написаны как учебные пособия. Последнее посвящено решению задачи о равновесии свободно вращающегося на оси колеса, по радиусам которого столь же свободно (без трения) могут перемещаться грузы, находящиеся под действием сил, исходящих из единого центра.

Рис. 13. Никола-Луи де Лакайль

Член Парижской (с 1741) и Берлинской академий наук **Никола–Луи де Лакайль**, известный как аббат де Лакайль (de La Caille, 1713–1762) был знаменитым астрономом, сотрудником Парижской обсерватории, в которой работали Кассини (знаменитое семейство ученых-астрономов: Jean-Dominique Cassini (1625–1712), его сын Jacques Cassini (1677–1756), сменивший отца на посту директора обсерватории, и внук César-François Cassini de Thury (1714–1784)), Пикар, в 1675 г. уточнивший величину радиуса Земли, Клеро, Мопертюи. Однако известны и его работы по механике и математике (как некогда Вариньон, он

был профессором математики в Collège Mazarin). После смерти друга Буге Лакайль издал его «Трактат по оптике», переиздал «Трактат по навигации». В 1743 г. он опубликовал в Париже быстро ставший популярным учебник по механике «Лекции по механике или краткий курс движения и равновесия», выдержавший пять изданий (пятое издание в 1781).

В «Мемуарах» первой половины XVIII в. есть несколько публикаций по механике советника короля, казначея Франции, главы дорожного ведомства парижского округа, члена Парижской академии наук, корреспондента Берлинской академии **Этьена Монтиньи** (de Montigny, 1714–1782). Одна из них – «Задачи динамики, в которых определяются траектории и скорости множества тел, двигающихся вокруг неподвижного центра». Ссылаясь на одну из работ Д. Бернулли, Монтиньи использует понятие живой силы для решения двух задач, в которых нужно найти скорость и траектории произвольного количества тел, привязанных к кольцу и совершающих движение вокруг некоторой точки.

Биография маркиза **Гаспара де Куртиврона** (de Courtivron, 1715–1785) началась с военной службы в кавалерии. Однако вскоре успешная карьера офицера (он дослужился до звания полковника) плавно перешла в научную. Он погрузился в проблемы математики, физики и механики, был избран почетным членом Академии наук. Из работ по механике назовем: «О колебаниях маятников по дугам круга, когда дуги малы»; «Исследования статики и динамики, в которых дается новый общий принцип для изучения тел, приводимых в движение переменными силами в соответствии с некоторым законом».

В первой работе получено дифференциальное уравнение малых колебаний математического маятника. Новый общий принцип, излагаемый в работах 1748–1749 гг., состоит в том, что «из всех положений, которые последовательно занимает система тел, связанных между собой нитями, рычагами или любыми другими средствами и двигающихся под действием некоторых сил, положение, в котором система имеет наибольшую

сумму произведений масс на квадраты скоростей, то есть наибольшую живую силу, является именно тем положением, в которое необходимо в первую очередь поместить систему, чтобы она оставалась в покое». Из определения принципа с достаточной ясностью следует его аналогичность принципу возможных перемещений, сформулированному ранее И. Бернулли. Однако эта аналогичность может быть установлена только с помощью теоремы об изменении кинетической энергии, тогда уже известной отдельным ученым, но еще не вошедшей в общепринятый арсенал теоретической механики. Поэтому принцип Куртиврона можно считать новым. Строгое доказательство своего принципа Куртиврон не приводит, ограничившись его демонстрацией на конкретных примерах.

Рис. 14. Патрик Дарси

Граф **Патрик Дарси**, известный как **шевалье Дарси** (d'Arcy, 1725–1779), – ирландец, ставший маршалом Франции и

пансионером-геометром Парижской академии наук. Математикой он увлёкся как друг сына А. Клеро. Основная часть его научного наследия (работы по астрономии, артиллерии, механике, математике, гидравлике, электричеству) выходят за рамки рассматриваемого временного периода, поэтому назовем только его ранние публикации по механике: «Задача динамики о взаимодействии систем тел»; «Размышления о принципе наименьшего действия г. де Мопертюи»; «Продолжение мемуара по динамике, опубликованного в Мемуарах Академии за 1747 г.»; «Реплика к мемуару г. де Мопертюи о принципе наименьшего действия...».

Работа 1747 г. является переработанным вариантом трех мемуаров, доложенных Дарси в Академии наук в 1746–1747 гг. Это был первый крупный успех двадцатидвухлетнего ученого, открывший ему двери Академии. Суть предложенных мемуаров, как и их продолжения в 1750 г., состояла в изложении нового принципа механики.

В «Задаче динамики...» этот принцип имеет следующее содержание: «Пусть A, B, C и т.д. – система тел, каждое из которых получило некоторый импульс через нити, несгибаемые стержни или законы притяжения и т.д. Пусть Aa, Bb, Cc и т.д. – дуги, описываемые телами за одинаковое время. Я утверждаю, что если провести из произвольного центра O линии OA, Oa, OB, Ob, OC, Oc и т.д., то результирующая сумма произведений разных секторов AOa, BOb, COc на соответствующие им массы A, B, C будет всегда пропорциональна времени». В «Продолжении...» Дарси модернизирует свой принцип: «...если взять некоторую другую точку P, считающуюся центром тяжести в покое, и провести через нее линии PA, Pa, PB, Pb и т.д., то $APa \cdot A + BPb \cdot B + CPc \cdot C + ...$ и т.д. равно $AOa \cdot A + BOb \cdot B + COc \cdot C + ...$ и т.д.».

Принцип Дарси, безусловно, был новым, но его экзотичность, связанная с его физическим смыслом, математическим оформлением, сделали его достоянием только истории механики.

Популяризации принципа не помогли даже рассмотренные Дарси примеры.

Как это следует из названий, мемуары 1749 и 1752 гг. посвящены дискуссии относительно принципа наименьшего действия. Уже первая из этих работ свидетельствует об удивительной мудрости ее молодого автора, ясном понимании им существа вопроса и полной независимости от высокого авторитета Мопертюи. Дарси формулирует общий принцип Мопертюи и его анализ разбивает на два вопроса: равно ли действие произведению массы, скорости и пути (?) и будет ли оно минимальным (?). На оба вопроса Дарси дает отрицательный ответ. В первом случае это связано с тем, что Дарси накладывает на понятие действия определенный физический смысл (величина физического взаимодействия), в то время как Мопертюи рассматривает его как некую математическую формальность. Аналогично и во втором вопросе, где Дарси подменяет логику Мопертюи своей. Переходя же далее к анализу закона покоя, Дарси допускает целый ряд физических и математических ошибок, обесценивающих его дальнейшую аргументацию.

Однако Дарси не останавливается только на критических замечаниях. Он предлагает свой «общий принцип динамики». Следуя Даламберу, который в «Энциклопедии» определяет действие как «движение, производимое телом, или то, которое тело стремится произвести в другом теле», Дарси определяет «*...действие тела вокруг точки как массу, умноженную на скорость и на перпендикуляр, опущенный из точки на направление тела*» [1, с. 260]. Далее он формулирует «общий принцип»: «*Любое действие (существующее в Природе в какой-то момент) вокруг данной точки будет произведено в единственном данном теле; количество действия этого тела вокруг этой точки будет всегда одинаковым*» [1, с. 260–261].

За доказательством этого принципа Дарси отсылает к упоминавшейся работе 1747 г. («Задача динамики...»), где тот же его принцип сформулирован в иных терминах. Действительно,

площади указанных там секторов могут быть заменены произведением скоростей на перпендикуляры к их направлениям. На примере задачи об ударе двух тел Дарси показывает аналогичность его принципа закону сохранения живых сил. Рассматривая равновесие тел, он демонстрирует свой принцип для задач определения положения центров тяжести, колебаний и удара, для получения законов преломления света. Работа 1752 г. [1, с. 261] повторяет аргументы Дарси.

Жан-Этьен Монтюкла (Jean-Étienne Montucla, 1725–1799) известен как историк математических наук. Он родился в г. Лионе, там же окончил коллеж, где получил прекрасное образование по математике, истории, древним языкам. Однако после этого он продолжил своё образование в университетах Тулузы и Парижа, где познакомился с Дидро, Даламбером и другими энциклопедистами, увлекшими его проблемами истории наук.

Рис. 15. Жан Этьен Монтюкла

В 1754 г. Монтюкла опубликовал первый большой трактат «История исследований квадратуры круга» и в следующем году был избран иностранным членом Берлинской академии наук.

А в 1758 г. в Париже вышло первое (двухтомное) издание его «Истории математики» («Histoire des mathématiques»). С 1758 г. Монтюкла находился на государственной службе.

До выхода «Истории математики» некоторые ученые-математики в своих трактатах частично обращались к проблемам истории математики. В частности, Иоганном Кристофом Гейльброннером была издана книга «Всемирная история математики от создания света до XVI столетия» (Лейпциг, 1742). Однако она больше напоминала библиографический справочник, чем трактат по истории математики. Книга же Монтюкла сразу привлекла к себе внимание не только математиков, но и астрономов, физиков, механиков, инженеров, так как она охватывала обширный круг проблем, выходящих за рамки чистой математики. Работу над этой книгой Монтюкла продолжал до последнего дня своей жизни, однако успел подготовить к изданию только первые два тома. Полное издание «Истории математики» в четырех томах, уже после смерти автора, завершил его друг астроном **Франсуа Лаланд** (1732–1807) в 1802 г. Позднее книга Монтюкла была переведена на многие иностранные языки, включая русский.

Второй, третий и четвёртый тома «Истории математики» Монтюкла в значительной мере посвящены истории механики. В частности, третья часть третьего тома называется «Развитие теоретической и аналитической механики или механики философской». Автор описывает историю статики, формулирует основные принципы механики (равновесие рычага, сложения движений и виртуальных скоростей), определяет динамику как «учение об ускорительных и замедлительных силах и о различных движениях, которые они могут произвести», формулирует принцип живых сил и принцип Даламбера. Говоря о принципе Даламбера, автор утверждает, что аналогичную идею в 1739 г. (ранее Даламбера) высказывал уже упоминавшийся Фонтен де Бертен.

Специальный раздел книги посвящен вопросу о живых силах (о мерах движения). Точнее – борьбе сторонников Ньютона (Маклорен, Стирлинг, Кларк, Десагилье, Меран) и Лейбница (Бернулли, Герман, Гравесанде, Мусхенбрук, Вольф, Бильфингер, Кёниг, дю Шателе). В других разделах последних двух томов излагается история принципа наименьшего действия, задачи о колебаниях маятников, об ударе тел, задачи баллистики, гидродинамики, течения рек, вибрирующих струн, волн и колебаний жидкостей, теория трения в машинах, устройство и принципы работы некоторых механизмов и машин (водяных колес, «огневых машин», для подъема воды, аэростатов, подводных судов, водяных и ветреных мельниц, автоматов, часов).

Книга Монтюкла стала одним их важнейших источников знаний по истории физико-математических наук до XVIII в.

1.2. Творчество Д. Бернулли, Л. Эйлера и Ж.Л. Даламбера

1.2.1. Даниил Бернулли

Последовательным сторонником принципа сохранения живых сил, внесшим значительный вклад в раскрытие его физической сущности, одним из основоположников математической физики стал сын Иоганна Бернулли – **Даниил Бернулли** (Bernoulli, 1700–1782). Даниил родился в голландском г. Гронингене, где его отец тогда работал профессором математики местного университета. После возвращения (в 1705 г.) семьи в г. Базель, Даниил, как и его старший брат Николай (1695–1726), учился в базельской гимназии, затем на философском факультете Базельского университета, окончив который получил степень магистра (1716).

Математикой он занимался с детства под руководством отца, который хотел сделать его коммерсантом. Но Даниил увлек-

ся медициной. Сначала он слушал лекции по этому предмету в Базеле, затем в течение нескольких лет – в Гейдельберге, после чего учился в Страсбурге. В 1720 г. он вернулся в Базель, а в 1721 г. сдал медицинский экзамен и защитил диссертацию («De respiratione»), в которой стремился математическим путем разрешать физиологические вопросы. С 1723 г. он занимался практическою медициной в Венеции и написал свою первую математическую работу «Математические этюды» («Exercitationes quaedam mathematicae»).

Рис. 16. Даниил Бернулли

В конце 1724 г. Даниил получил два предложения: занять пост президента академии, открываемой в Генуе, и занять кафедру профессора физиологии Петербургской академии наук. Предложение занять кафедру механики и математики этой же академии получил и его брат Николай. Даниил отклонил первое предложение и принял второе. В итоге 27 октября 1725 г. братья прибыли в Петербург. Здесь, в течение первых 5 лет, Даниил занимался физиологией, основывая ее изучение на математике.

Через пять лет (с 1 сентября 1730), по новому контракту, перешел на кафедру чистой математики, которую занимал до отъезда из России (24 июня 1733).

Пребывание в Петербурге было непростым. Город был в начальной стадии строительства, достаточно суровый климат, да и отношение коллег-академиков не всегда было доброжелательным (особенно Якоба Германа (ученика Я. Бернулли), возглавлявшего кафедру математики, и Георга Бильфингера). В итоге 24 июня 1733 г. Даниил и его младший брат Иоганн, незадолго до этого приехавший в северную столицу, покинули Петербург и отправились в Париж, а затем в Базель, где и провели остаток своих дней. Даниил вскоре стал профессором кафедры анатомии и ботаники, а с 1750 г. – кафедры опытной физики Базельского университета. А Иоганн, после смерти отца (1748), занял его кафедру математики.

Сотрудничество Д. Бернулли с Петербургской академией наук не прерывалось и после его отъезда из России: он присылал для академических изданий свои мемуары, исполнял поручения Академии и живо интересовался всеми происходившими в ней событиями, получая о них постоянные сведения от Эйлера, который был приглашен в Петербург по его рекомендации и с которым он находился в постоянной переписке (в 70-х гг. его петербургским корреспондентом был Николай Фусс).

За годы жизни Даниила Бернулли Парижская академия наук 10 раз присуждала ему премии за остроумные и важные физико-математические исследования. В 1747 г. он был избран членом Берлинской академии наук, а в следующем году стал иностранным членом Парижской академии наук (заняв место отца). В 1750 г. он был избран членом Лондонского королевского общества, а в последующие годы – членом многих других европейских научных сообществ.

Важнейшие научные исследования Даниила Бернулли относились к математике (дифференциальным уравнениям, теории вероятностей), механике, физике, астрономии и физиологии.

Наряду с Даламбером и Эйлером, он является основателем математической физики. Но более всего он известен как автор трактата «Гидродинамика» («Hydrodynamica, sive de viribus et motibus fluidorum»), изданного в Страсбурге в 1738 г.

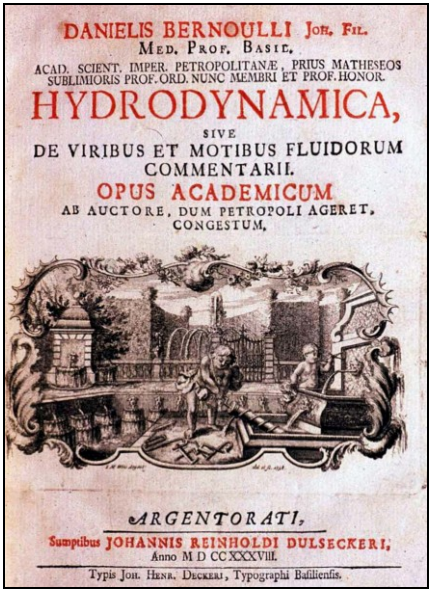

DANIELIS BERNOULLI JOH. FIL.
MED. PROF. BASIL.
ACAD. SCIENT. IMPER. PETROPOLITANÆ, PRIUS MATHESEOS SUBLIMIORIS PROF. ORD. NUNC MEMBRI ET PROF. HONOR.
HYDRODYNAMICA,
SIVE
DE VIRIBUS ET MOTIBUS FLUIDORUM COMMENTARII.
OPUS ACADEMICUM
AB AUCTORE, DUM PETROPOLI AGERET, CONGESTUM.
ARGENTORATI,
Sumptibus JOHANNIS REINHOLDI DULSECKERI,
Anno M D CC XXXVIII.
Typis JOH. HENR. DECKERI, Typographi Basiliensis.

Рис. 17. Бернулли Д. «Гидродинамика». Титульный лист

Физик-универсал, он основательно обогатил кинетическую теорию газов, гидродинамику и аэродинамику, теорию упругости и т.д. Он первый выступил с утверждением, что причиной давления газа является тепловое движение молекул. В своей классической «Гидродинамике» он вывел уравнение стационарного течения несжимаемой жидкости (уравнение Бернулли), лежащее в основе динамики жидкостей и газов. С точки зрения молекулярной теории он объяснил закон Бойля–Мариотта.

Бернулли принадлежит одна из первых формулировок закона сохранения энергии (живой силы), а также (одновременно с Эйлером) первая формулировка закона сохранения момента

количества движения (1746). Он много лет изучал и математически моделировал упругие колебания, ввёл понятие гармонического колебания, изложил принцип суперпозиции колебаний.

В математике Даниил опубликовал ряд исследований по теории вероятностей, теории рядов и дифференциальным уравнениям. Он первым (в 1768), применил математический анализ к задачам теории вероятностей (до этого использовался только комбинаторный подход). Бернулли продвинул также математическую статистику, рассмотрев с применением вероятностных методов ряд практически важных задач.

Важным стимулом для его творчества было решение практических, актуальных для начала XVIII в. научных задач. Эти задачи, отличные от задач предыдущих столетий, были интересны и по своей сути, и по перспективам практических применений, и по методам их решения. Главным методом их решения стал аппарат нового математического анализа, который и создавался в процессе решения этих задач. Математическая модель задачи строилась на основании определенного принципа механики. Для Д. Бернулли таковым принципом стал принцип сохранения живых сил, в популяризацию которого он внес чрезвычайно важный вклад.

В статье «Исследование принципов механики и геометрические доказательства относительно сложения и разложения сил» (Комментарии Петербургской академии наук, 1726) Д. Бернулли рассматривает основные идеи и исходные принципы механики Ньютона и Вариньона. Он показывает, что закон сохранения количества движения $\left(\sum m\upsilon = const\right)$ аналогичен интегралу $\int pdt = const$ второго закона Ньютона (p – давление, сила), называемому им «механическим началом». Аналогичным образом, после преобразования закона Ньютона к виду $\upsilon d\upsilon = pdx$, он установил, что $\frac{1}{2}\upsilon^2 = \int pdx$, т.е. математическое выражение закона сохранения живых сил, эквивалентно интегралу

$\int pdx = const$. Таким образом, была установлена формальная связь между законами Декарта, Ньютона и Лейбница, служащая основательным подтверждением их истинности и устанавливающая соотношение дифференциальных и интегральных принципов и сфер их применения. Однако суть этого соответствия была осознана только в следующем столетии.

Для ученых конца XVII–начала XVIII в. привычными были принципы, выражающие сохранение той или иной величины. Такие принципы отражали единство, стабильность Мира и его Создателя. Они были более созвучны массовому сознанию. Философский же принцип соответствия причины и следствия, математическим и физическим выражением которого был второй закон Ньютона, многим казался недостаточно основательным. Об этом пишет и Д. Бернулли, считающий, что закон Ньютона получен из опытного изучения Галилеем падения тяжелых тел и не имеет всеобщего значения для любых видов движений и действующих сил. «*Мы не знаем природы причины и способа ее действия и потому не можем знать, действительно ли действие пропорционально своей причине, или же оно пропорционально какой-нибудь степени, или вообще какой-нибудь функции от своей причины*», – пишет Д. Бернулли [1, с. 176].

Убедить ученый мир в полезности понятия живой силы и основополагающем характере соответствующего принципа можно было только эффективным решением уже известных и новых задач и доказательством непротиворечивости этого принципа общепринятым принципам механики. Именно по этому пути и пошли И. и Д. Бернулли. Использование ими принципа сохранения живых сил как метода решения задач удара, баллистики, физического маятника показало его эффективность.

В статье «Исследования принципов механики...» Д. Бернулли касается еще одного важного принципа классической механики – правила сложения сил. После работ Ньютона и Вариньона, когда механика окончательно стала не философской, а математической наукой, построение законченной теории движения или

равновесия тел без этого правила было невозможно. Это обстоятельство еще долго (до появления понятия силы как вектора) вынуждало многих ученых (Даламбер, Боссю, Монж, Л. Карно, Пуансо, Лаплас, Пуассон, Дарбу, Остроградский, Чебышев, Жуковский, Фридман) приводить свои собственные, как сейчас понятно, – обреченные на неуспех – доказательства правила параллелограмма. И доказательство Д. Бернулли долгое время считалось наиболее убедительным.

Самым убедительным доказательством истинности принципа живых сил оказалось построение на его основе теории о силах и движениях жидкостей. Даже названием своей теории и посвященной ей основополагающей работы «Гидродинамика» (термин введен Д. Бернулли) Даниил подчеркивал преемственность динамических идей Лейбница. «*Действительно, мне кажется, что во всем учении Лейбница о живых силах нет ничего такого, с чем не согласились бы все, хотя каждый и выражается по-своему…*» [1, с. 177]. Но, апеллируя к Лейбницу, Д. Бернулли не забывает отметить, что свою теорию строит на прочном фундаменте общепринятых понятий и принципов: «…я принимаю в механике только то, что принято всеми и, в том числе, Галилеем, когда он установил, что приращения скоростей пропорциональны давлениям и элементам времени». Анализ этой книги, написанной Д. Бернулли в петербургский период его жизни, выходит за рамки данной работы, поэтому остановимся только на некоторых ее фрагментах.

В первой, вступительной части «Гидродинамики», называются имена предшественников автора (Архимед, Кастелли, Торричелли, Борелли, Паскаль, Бойль, Мариотт, Ньютон, Вариньон, Герман, Я. и И. Бернулли), приводится краткая характеристика их вклада и содержания всей книги, формулируются основные гипотезы и понятия. Следует заметить, что значительное влияние на формирование научных интересов Д. Бернулли оказала книга Э. Мариотта «Трактат о движении вод и жидких тел», в которой анализируются природные свойства жидкости, обсуж-

дается сущность упругости и причина ветров, рассматриваются различные случаи равновесия жидкостей под действием их веса, упругого сжатия и удара, проблемы измерения текущей воды, исследуются траектории струй жидкости различной геометрии, приводится большое количество опытных материалов, важных для практических применений.

«*Важнейшим началом,* – пишет Д. Бернулли, – *является сохранение живых сил, или, как я выражаюсь, равенство между действительным опусканием и потенциальным подъемом*» [1, с. 178]. Понятия «действительного опускания» и «потенциального подъема» автор поясняет следующим образом: «*…потенциальный подъем системы, каждая из частей которой движется с любой скоростью, обозначает вертикальную высоту, которой достигает центр тяжести указанной системы, если представить себе, что каждая из ее частиц при обращенном вверх движении поднимется, насколько она может под влиянием собственной скорости, а действительное снижение обозначает вертикальную высоту, на которую снижается центр тяжести после того, как каждая из частиц пришла в состояние покоя*» [там же].

Комментируя свою формулировку принципа сохранения живых сил, Д. Бернулли подчеркивает: «*Поразительно, до какой степени полезно это положение в механической философии, на что правильно обратил внимание именно мой отец, указавший на него в различных работах, а впервые – в изданной в Париже диссертации «О законах движения…*» [там же]. Суть же принципа сохранения, который Д. Бернулли связывает с именами Галилея, Гюйгенса и Лейбница, состоит в том, что «*если любое количество весомых тел начинает двигаться произвольно под действием силы своей тяжести, то скорости отдельных тел повсюду будут таковы, что сумма их квадратов, умноженных на соответствующие массы, будет пропорциональна вертикальной высоте, на которую снизится общий центр тяжести этих тел, умноженной на массы всех тел*» [там же].

Понятие «движущая сила» у Д. Бернулли вполне традиционно. Оно используется им для определения понятия «абсолютной мощности»: «*Произведение же, получающееся от умножения этой движущейся силы на ее скорость, а также на время, в течение которого она развивает свое давление, я буду называть абсолютной мощностью, а так как произведение скорости на время прямо пропорционально просто пройденному пути, то абсолютную мощь можно будет также определить с помощью движущей силы, умноженной на пробегаемое ею расстояние*» [там же]. Очевидно, что «абсолютная мощность» если и отличается от современного понятия работы силы, то только знаком. Иными словами, абсолютная величина нынешней работы силы совпадает с «абсолютной мощностью» Д. Бернулли.

И еще два понятия – «потенциальная живая сила» и «действительная живая сила», близкие к современным понятиям потенциальной и кинетической энергии, – были использованы Д. Бернулли. Потенциальная живая сила возникает как следствие падения тела весом p с высоты x и равна px. Действительная живая сила, присущая телу в момент падения с высоты x, равна $\frac{1}{2}p\upsilon^2$ (υ – скорость в момент падения). Обратим внимание на то, что в выражении живой силы присутствует коэффициент $\frac{1}{2}$, получающийся в результате интегрирования дифференциальной формы закона сохранения живых сил. Для Лейбница и И. Бернулли было важно показать, что живая сила пропорциональна квадрату скорости, а Д. Бернулли впервые устанавливает ее точное выражение.

Значение «Гидродинамики» Д. Бернулли значительно шире сферы механики сплошных сред. Здесь не только решается обширный круг задач гидростатики, гидравлики и гидродинамики, но и закладываются основы современной механики жидкости и газа как естественное развитие фундаментальных понятий и принципов классической механики и математического анализа.

Именно здесь дается физическое объяснение возможности потери живых сил и, по сути, Лейбницев закон сохранения живых сил подменяется значительно более общим законом сохранения, близким к закону сохранения полной механической энергии. Сам автор справедливо отмечал: «…я рассматриваю настоящий трактат скорее как физический, чем как математический» [1, с. 179]. Формирование физических представлений, связанных с проблемами изучения движения и равновесия твердых тел и жидкостей, является одной из крупнейших заслуг Д. Бернулли и важнейшим достижением науки XVIII в.

1.2.2. Леонард Эйлер

По складу ума Эйлер был математиком. Но его математическое дарование было столь глубоким и обширным, диапазон интересов и видимых ему приложений математических идей, понятий и методов столь широким, что в эти «сети» попало большинство из бурно развивающихся в XVIII в. наук: математический анализ, вариационное исчисление, аналитическая и дифференциальная геометрия, теория чисел, алгебра, теория вероятностей, теория функций, дифференциальные уравнения (обыкновенные и в частных производных), механика точки и абсолютно твердого тела, гидро- и аэромеханика, теория упругости и сопротивление материалов, небесная механика, баллистика, теория машин, теория корабля. Сейчас именем Эйлера названы многие методы, теоремы, уравнения, формулы, интегралы, функции, числа, углы.

Его обозначения: π – для отношения длины окружности к её диаметру, i – для мнимой единицы, e – для основания натуральных логарифмов, Δ – для конечной разности, $\sum$ – для суммы, $f(x)$ – для функции, δ – для вариации – стали общепринятыми. Эйлер – это особое явление в истории физико-математических наук, российской и немецкой науки и поэтому

совершенно не случайно его творчеству посвящены многочисленные историко-научные исследования и популярные издания.

Рис. 18. Леонард Эйлер

Леонард Эйлер родился 15 апреля 1707 г. в г. Базеле (Швейцария), где к тому времени прочно обосновалось многочисленное семейство Бернулли. Отец Леонарда – Пауль Эйлер, – пастор прихода в Риэне (близ Базеля), был большим любителем и знатоком математики, которую изучал под руководством Я. Бернулли. В 1688 г. он даже защитил в университете диссертацию «Математические предложения в отношениях и пропорциях». Свою любовь к математическим наукам он передал сыну.

Осенью 1720 г. 13-летний Леонард поступил на философский факультет (свободных искусств) Базельского университета. Учился он превосходно, и это способствовало тому, что он быстро познакомился с И. Бернулли и его сыновьями: Николаем, Даниилом и Иоганном. Это окончательно укрепило его искренний интерес к математическим наукам, а дружба с сыновьями Иоганна Бернулли продолжалась на протяжении всей жизни.

В 1722 г. он получил звание бакалавра, в 1723 – диплом философского факультета, а в 1724 г. защитил диссертацию магистра искусств, посвященную сравнительной характеристике натуральной философии в трудах Декарта и Ньютона.

Найти подходящее место работы было сложно, поэтому Леонард, по совету отца, поступает на богословский факультет, однако вскоре оставляет эту затею, продолжая свое математическое самообразование. Николай и Даниил Бернулли, ставшие в 1725 г. профессорами Петербургской академии наук и художеств, способствовали трудоустройству Леонарда в Петербурге. И в 1726 г. Эйлер получил официальное приглашение первого президента Академии Лаврентия Лаврентьевича Блюментроста (1692–1755) стать адъюнктом кафедры физиологии. В начале 1727 г., в надежде получить место на кафедре физики, Эйлер защитил в Базеле диссертацию о распространении звука. Но это место занял другой претендент. 5 апреля 1727 г. Эйлер навсегда покинул Базель и в конце мая прибыл в Петербург.

Важную роль в становлении научных интересов Эйлера сыграли его первые учителя – отец и И. Бернулли, а далее этому способствовало общение с Д. Бернулли (они жили в общей квартире), Я. Германом, Ф.Х. Майером, Г.В. Крафтом, Х. Гольдбахом, Ж.Н. Делилем. Научная активность Эйлера была уникальной. Он чаще других членов Академии выступал с докладами (в среднем 10 раз в год), публиковал больше всех работ (до 1741 г. опубликовал 50 статей и книг, 30 подготовил к печати), вел обширную научную переписку. Он принимал деятельное участие в выполнении разовых поручений (составление карты России), в проведении экспериментов и наблюдений (опыты по изучению полета пушечного ядра, астрономические наблюдения), в подготовке экспертных заключений по различным научным и техническим проектам, в чтении лекций для студентов университета, открытого при Академии, в подготовке «Руководства по арифметике» для учащихся гимназий. Многие из этих работ далее стали сюжетами глубоких исследований по картографии, навигации, теории машин, астрономии и физики.

В начале 1734 г. Эйлер женился на Катарине Гзелль – дочери художника Академии, его ровеснице, родом из Швейцарии. Они прожили вместе 39 лет, у них родилось 13 детей, из которых выжили только три сына (Иоганн Альбрехт (1734–1800), Карл (1740–1790), Христофор (1743–1808)) и две дочери. Позднее дети приняли российское подданство, хотя сам Эйлер всегда оставался гражданином Швейцарии. Старший сын Эйлера стал академиком, секретарем Петербургской академии наук, средний – врачом, лейб-медиком Екатерины II, младший – генералом, директором Сестрорецкого оружейного завода. В 1738 г. в результате хронических зрительных перегрузок Эйлер ослеп на правый глаз.

В 1741 г. Эйлер получил приглашение короля Пруссии Фридриха II переехать в Берлин для помощи в организации Берлинской академии наук и литературы. К тому времени обстановка в Петербургской академии была очень напряженной и 34-летний Эйлер, приняв приглашение Фридриха, переехал с семьей в Берлин. Официальное открытие Берлинской академии состоялось в 1744 г., её президентом стал Мопертюи, а Эйлер был назначен директором математического класса, исполнявшего обязанности президента в случае его отсутствия.

Переехав в Берлин, Эйлер не прервал отношений с Петербургской академией. Оставаясь иностранным членом Петербургской академии (с пенсией в 200 рублей в год), он продолжал публикации в Петербурге своих работ, вел научную переписку, руководил работой молодых ученых (некоторые подолгу жили в его доме), хлопотал о закупках книг, лабораторного оборудования, был членом конкурсных комиссий по присуждению премий, давал рекомендации по приёму новых членов в Академию. Этому способствовало его отличное знание латыни, французского, немецкого, английского и русского языков. Поэтому когда в 1766 г. Екатерина II пригласила Л. Эйлера вернуться в Россию, он принял это приглашение, оставив место в Берлине Лагранжу.

Четверть века, проведенные в Берлине, были очень плодотворными. Эйлер вернулся в Россию обогащенный не только жизненным опытом, но и многочисленными научными трудами, составившими ему европейскую славу. В 1746 г. он был избран членом Лондонского королевского общества, в 1755 – иностранным членом Парижской академии наук. Российская императрица приняла его с радостью и почетом: он и его старший сын были включены в консультативный совет Академии, для Эйлера была учреждена должность вице-президента Академии наук, был построен большой дом (тогда его семья состояла из 16 человек) и оказана щедрая финансовая помощь.

Последние 17 лет жизни Эйлера, наполненные, как и все его предыдущие годы, непрерывным трудом, были тяжело омрачены только трижды: осенью 1766 г. он фактически полностью ослеп, весной 1771 г. сгорел его дом (позднее он был восстановлен), а в 1773 г. скончалась жена. Эйлер обладал уникальной памятью, которая позволяла ему после потери зрения диктовать новые работы своим ученикам, сыну, зятю, ставшими его «глазами». Эйлер скончался 18 сентября 1783 г. от инсульта и был похоронен на лютеранском Смоленском кладбище. В 1957 г., во время торжеств по случаю 250-летия ученого, его могила и памятник были перенесены в Петербургский некрополь, по соседству с местом погребения М.В. Ломоносова.

Научное наследие Эйлера удивляет не только обилием публикаций (порядка 850 наименований, в том числе более 20 больших монографий), но и их тематическим разнообразием и глубиной проникновения в проблемы. Важной особенностью Петербургской академии наук была хорошо, с большим размахом организованная библиотекарем И.Д. Шумахером издательская и книготорговая деятельность, а также официальное поощрение научной переписки ученых. Почтовые услуги были дороги, но Академия брала на себя все расходы. Это способствовало тому, что Эйлер на протяжении всей жизни вел интенсивную переписку, оставив после себя большое эпистолярное

наследие. Оно включало не только переписку с выдающимися учеными того времени (И. Бернулли, Гольдбах, Д. Бернулли, Клеро, Даламбер,…), но и их малоизвестными коллегами. Именно так началась переписка с Лагранжем. К этому следует добавить, что с 1725 г. Эйлер вёл научные записные книжки (12 тетрадей объемом около 4000 страниц хранятся в архиве РАН).

Но почта – это не только письма, это ещё и распространение научных трудов, лабораторного оборудования. В 1736 г., после выхода «Механики» Эйлера, она была быстро разослана Академией в десятки адресов: в научные общества и академии, в журналы Лондона, Парижа, Амстердама, Лейпцига, Нюрнберга и других городов, в крупные библиотеки, посланникам при королевских дворах и известным ученым. Оперативное распространение книг, научных журналов («Записок») способствовало быстрому появлению рецензий на статьи в европейских журналах, и поэтому петербургские академики всегда были в курсе всех научных событий, активно участвовали в новых научных работах и дискуссиях. Однако продуктивность Эйлера превосходила издательские возможности Академии. Некоторые его статьи выходили с большой задержкой. После смерти Эйлера осталось почти 300 неизданных статей, которые Академия печатала до 1862 г. (почти 80 лет!).

Первым крупным сочинением Эйлера по механике стал двухтомный трактат «Механика или наука о движении, изложенная аналитически» (1736). Знакомясь с «Началами» Ньютона и «Форономией» Германа, Эйлер обнаружил странное явление: решение их задач было понятно, однако решение новых задач их (геометрическими) методами вызывало затруднение. Поэтому основная цель трактата состояла в изложении новой механики с использованием дифференциального и интегрального исчисления.

В первом томе приведены основные понятия и принципы, рассмотрены задачи на прямолинейное и криволинейное движение точки, без учета и с учетом сопротивления среды. Он определяет понятия движения, покоя, абсолютного и относительного

места (покоя, движения), равномерного и неравномерного движений, скорости (быстроты), кривых скоростей и времен (ранее использовались Вариньоном), направления движения, силы инерции, свободных и несвободных состояний (движений) и точек, силы и её направления, равнодействующей системы сил, абсолютной и относительной сил, восстанавливающей силы, массы.

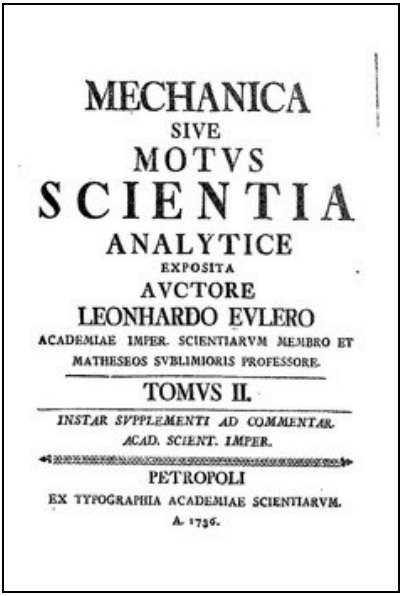

MECHANICA
SIVE
MOTVS
SCIENTIA
ANALYTICE
EXPOSITA
AVCTORE
LEONHARDO EVLERO
ACADEMIAE IMPER. SCIENTIARVM MEMBRO ET
MATHESEOS SVBLIMIORIS PROFESSORE.
TOMVS II.
INSTAR SVPPLEMENTI AD COMMENTAR.
ACAD. SCIENT. IMPER.
PETROPOLI
EX TYPOGRAPHIA ACADEMIAE SCIENTIARVM.
A. 1736.

Рис. 19. «Механика или наука о движении, изложенная аналитически», автор Леонард Эйлер. Титульный лист

Положения, сформулированные Ньютоном как законы природы, Эйлер формулирует в виде теорем, доказательства которых являются попыткой нового, аналитического представления основ механики. Второй закон Ньютона впервые приобретает ясное математическое воплощение, приводятся уравнения движения точки в проекциях на касательную и нормаль к траектории точки, получается уравнение, формально совпадающее с дифференциальной формой записи современной теоремы об изменении

кинетической энергии. Задачи, решаемые автором, ясно демонстрируют его основную идею – решение задачи должно сводиться к построению и анализу её математической модели (дифференциальных уравнений). Так методы математического анализа становятся основными методами теоретической механики.

Второй том «Механики» в меньшей мере опирается на результаты предшественников Эйлера. Здесь рассматриваются задачи о несвободном движении точки по прямой и поверхности, о движении точки без учета и с учетом сопротивления среды, по некоторой кривой или поверхности. Автор получает формулы для определения направления касательной и нормали к кривой на поверхности, её радиуса кривизны; доказывает, что траекторией инерционного движения точки по поверхности является геодезическая линия; определяет давление на поверхность; выводит уравнение движения по поверхности точки, находящейся под действием постоянной силы. Интегрирование уравнений движения рассматривается для цилиндрических, конических поверхностей и поверхностей вращения с вертикальной осью.

Следует отметить, что Эйлер не только воспроизводит идеи своих предшественников, но и предлагает свою трактовку начал механики. Он не пользуется понятием количества движения, закон инерции представляет в виде совокупности трех теорем, взаимодополняющих его физическую сущность, не приводит закон равенства действия и противодействия, понятие силы считает одним их основных, сложные геометрические методы описания движения заменяет удобными и наглядными методами построения дифференциальных уравнений в проекциях на касательную и нормаль к траектории. «Механика» Эйлера существенно отличается от современного изложения теоретической механики. Но неслучайно известный французский историк механики **Рене Дюга** (Dugas, 1897–1957) считал этот трактат первой книгой по рациональной, т.е. теоретической, механике.

«Механика» была неким итогом цикла статей по механике точки, написанных Эйлером в 1727–1734 гг. Одновременно она

стала началом целой программы построения механики, изложенной им в «Общем примечании». После механики точки Эйлер планировал создать механику абсолютно твердого тела, затем – механику деформируемых тел (гибких и допускающих растяжение–сжатие своей формы), механику систем тел, механику жидкостей. Фактически, это план создания основ всей современной механики. И значительную часть этой грандиозной программы Эйлер реализовал лично.

В 1765 г. Эйлер издал трактат «Теория движения твёрдых тел», в котором были переработаны и дополнены вступительные разделы «Механики», приведены дифференциальные уравнения второго закона Ньютона в проекциях на неподвижные оси декартовой системы координат, излагается теория моментов инерции твердого тела (геометрия масс), решается задача о вращении тела около неподвижной точки и рассматривается движение свободного твердого тела. Это движение представляется как совокупность двух более простых движений: поступательного движения тела как точки, совпадающей с его центром масс (центром инерции), и чисто вращательного движения тела вокруг центра масс.

В свою очередь, вращательное движение тела автор представляет как вращение вокруг оси, проходящей через центр масс и непрерывно меняющей свою ориентацию в пространстве. Для этого описания он вводит трехгранник (подвижную систему координат), углы, определяющие его ориентацию («углы Эйлера»), получает кинематические и динамические уравнения движения.

Как и «Механика», этот трактат был итогом большого цикла предыдущих публикаций, в которых уже были получены и опубликованы результаты трактата. Так, уравнения движения точки в неподвижной системе координат впервые были опубликованы в 1749 г. (в 1742 г. подобные уравнения были получены **Колином Маклореном** (Maclaurin, 1698–1746)). В 1748 г. были впервые опубликованы знаменитые кинематические формулы, динамические уравнения вращения тела около неподвижной

точки, введены главные оси инерции, углы прецессии, нутации и собственного вращения.

Не акцентируя внимания на многочисленных фундаментальных математических работах Эйлера (по теории чисел, дифференциальному и интегральному исчислению, теории дифференциальных уравнений, теории специальных функций, теории функций комплексного переменного, алгебре, тригонометрии, геометрии), отметим его важнейшую роль в создании вариационного исчисления и установлении принципов механики. В 1744 г. был издан трактат «Метод нахождения кривых линий, обладающих свойствами максимума либо минимума ….», в котором Эйлер высказывает идею, аналогичную принципу наименьшего действия Мопертюи. В отличие от Мопертюи, апеллировавшего к разумности Бога, устройства мира, Эйлер приводит ясную математическую формулировку своего принципа.

Под действием он понимал величину $\int m\upsilon ds = \int m\upsilon^2 dt$ и впервые получил дифференциальное уравнение («уравнения Эйлера»), приводящее к решению исходной вариационной задачи. Эйлер показал, что кривая (траектория), являющаяся решением полученного им уравнения, доставляет экстремум действию (определённому интегралу). Позднее аналогичные уравнения, вошедшие в механику как «уравнения Лагранжа II-го рода», получил Ж.Л. Лагранж. К принципу наименьшего действия Эйлер неоднократно обращался и в более поздних работах. Обобщение этого принципа в работах Лагранжа, Гамильтона, Якоби сформировало новый взгляд на классическую механику, на истинные свойства двигающихся и покоящихся тел, расширило диапазон практических задач и математических методов механики.

Начиная с 40-х гг. Эйлер стал обращаться к вопросам гидро- и аэромеханики. Частично это стимулировалось проблемами баллистики, которыми он увлекся в 1727–1728 гг. в связи с опытами Д. Бернулли, изучавшего движение сферического снаряда, выпущенного в вертикальном направлении. В своей «Механике» он рассматривал задачи о движении тела

в среде, сопротивление которого пропорционально той или иной степени скорости. В свою бытность в Берлине Эйлер перевел с английского на немецкий язык вышедшие в 1742 г. «Новые принципы артиллерии» **Бенжамина Робинса** (Robins, 1707–1751), которые дополнил собственными исследованиями по внешней и внутренней баллистике. С задачами гидромеханики Эйлер вновь встретился в 1749 г. при консультировании работ по проведению канала Фуно (между Гавелем и Одером), а затем при экспертизе гидравлической машины венгерского физика и математика **Яноша Сегнера** (János András Segner, 1704–1777) – «сегнерова колеса». В изобретение Сегнера Эйлер внес некоторые усовершенствования, превратившие его в прообраз реактивных гидравлических турбин, строить которые начали три четверти века спустя. В работе «Более полная теория машин, приводимых в движение реакцией воды» (1754) Эйлер положил начало теории и методам расчета гидравлических турбин.

В 50-е гг. Эйлер подготовил несколько больших работ по гидромеханике: «Начала движения жидкостей» (Петербург, 1756–1757), «Общие начала состояния равновесия жидкостей», «Общие начала движения жидкостей», «Продолжение исследований по теории движения жидкостей» (Берлин, 1755–1757). В первой из работ излагались общие начала гидро- и аэростатики, выводилось уравнение неразрывности для жидкости, двигающейся с постоянной плотностью, в третьей выведены дифференциальные уравнения в частных производных движения несжимаемой жидкости, в четвёртой рассмотрены некоторые вопросы движения жидкостей и газов в узких трубках произвольной формы. Со всем этим была связана разработка Эйлером приемов решения уравнений в частных производных. В общей сложности гидродинамике и гидравлике было посвящено более 20 публикаций.

Эйлеру принадлежат также выдающиеся работы по небесной механике: «Теория движения планет и комет» (1744), «Теория Луны, выявляющая все ее неравенства» (Берлин, 1753), «Теория движения Луны, трактованная новым методом» (Петербург, 1772),

подтвердившие правильность теории тяготения Ньютона и работ Клеро.

Творческое наследие Эйлера уникально по своей исторической значимости. Оно удивляет россыпью идей, понятий, методов, теорий, ставших нерукотворным памятником автору и фундаментом многих современных разделов математики, механики, физики, астрономии, техники. Леонард Эйлер проработал в Петербурге большую часть своей жизни (31 год). И первые достижения российской механики и математики были связаны с его творчеством и мировой славой.

1.2.3. Жан Лёрон Даламбер

Жан Лёрон Даламбер (Jean Le Rond d'Alembert, 16.11.1717–29.10.1783), как и Клеро, был одним из наиболее выдающихся ученых Франции XVIII в. Работы по математике, классической и небесной механике, гидродинамике, философии, истории, литературе, участие в издании «Энциклопедии» принесли ему мировую известность. Но биография знаменитого ученого начиналась весьма драматично.

Рис. 20. Жан Лёрон Даламбер

Грудным ребенком он был оставлен матерью на ступенях церкви Сен Жан-Лёрон монастыря Нотр-Дам в Париже. Подобравшие младенца стекольщик Руссо и его жена назвали его Жаном Лёроном (в честь церкви) и стали его приемными родителями. Как выяснилось позднее, матерью младенца была маркиза Клодина Александрина Герен де Тансен (de Tencin, 1682–1749) – дочь главы суда Гренобля, сестра кардинала де Тансена, парижская куртизанка, писательница и хозяйка известного литературного салона. А отцом был шевалье Луи-Камю Детуш (Destouches) – комиссар артиллерии. Отец, а после его ранней смерти в 1726 г. и дед, оказывали сыну и внуку материальную помощь. С четырех до десяти лет Жан Лёрон, по настоянию деда, воспитывался в пансионате, а с тринадцати лет учился в известном коллеже Мазарини, где получил хорошее гуманитарное образование и фамилию Даламбер (возможно, от имени его приёмного отца Аламбера).

В 1735 г., по окончании коллежа, Жан Лёрон становится магистром искусств, а в 1739, окончив Академию юридических наук и получив звание лиценциата прав, – адвокатом. Однако юридическая деятельность его не увлекала, как «веление времени» появился интерес к математике и естественным наукам, и он начал математическое самообразование. Служебная карьера Даламбера была не очень стремительной, однако его научные результаты, литературный талант быстро привлекли к нему внимание. В 1741 г. он был избран адъюнктом (астрономом), а через пять лет (в 1746) – ассоциированным (геометром) членом Академии наук, в 1754 – членом Французской академии, в 1756 г. – сверхштатным, а в 1765 (после смерти Клеро) штатным пансионером Парижской академии наук. В 60-е гг. Даламбер был избран членом всех известных европейских академий наук (с 1764 – Петербургской), а в 1772 г. – постоянным секретарем Французской академии.

Даламбер отличался от многих известных ученых XVIII в. своей активной философско-просветительской деятельностью.

В частности, он принимал самое деятельное участие в реализации идеи его друга **Дени́ Дидро́** (Denis Diderot, 1713–1784) – издании «Энциклопедии или толкового словаря наук, искусств и ремесел». Это был грандиозный издательский проект (с 1751 по 1772 г. – 36 томов), объединивший крупнейших ученых, просветителей, писателей, военных, государственных деятелей (Гельвеций, Гольбах, Ламеттри, Кондильяк, Робинс, Бюффон, Вольтер, Руссо, Монтескье и др.). Даламбер, как заместитель Дидро и редактор физико-математического отдела, был автором более 100 статей: «Алгебра», «Геометрия», «Динамика», «Дифференциалы», «Уравнения», «Предел» и др. Но особенно выделялись написанные им предисловия к первому («Предварительное рассуждение к Энциклопедии, содержащее детальное объяснение человеческих знаний») и третьему томам. В первом из них Даламбер предлагает свой взгляд на возникновение, классификацию и содержание всех наук и искусств. В 1757 г. Даламбер покинул редакцию «Энциклопедии» из-за возникших разногласий с Дидро и враждебности властей, преследовавших вольнолюбивых энциклопедистов.

Имя Даламбера было хорошо известно в Европе. Король Пруссии Фридрих II дважды (1752, 1763) предлагал ему занять пост президента Берлинской академии наук, и, несмотря на отказ, в 1754 г. ему была назначена ежегодная пенсия в 1200 ливров. Через два года такое же жалованье ему установил и французский король Людовик XV. В 1762 г. Екатерина II пригласила Даламбера в Россию, предложив ему стать воспитателем ее сына – великого князя Павла. Но Даламбер не принял приглашений. Наполеон считал Даламбера первым математиком Франции XVIII в. и в 1807 г. приказал в зале заседаний Института Франции установить его статую.

В историю мировой науки Даламбер вошел как автор основополагающих трудов по математике, механике, философии. Он одним из первых предложил доказательство основной теоремы алгебры (1746), опубликовал множество работ по теории веро-

ятностей, интегральному и дифференциальному исчислению, теории дифференциальных уравнений (обыкновенных и в частных производных), теории рядов, теории функций. Его «Трактат по динамике» (1743) и его продолжение – «Трактат о равновесии и движении жидкостей…» (1744), «Исследования об общей причине ветров», «Исследования о предварении равноденствий и нутаций оси Земли» (1749), «О движении тела произвольной формы под действием любых сил» (1751), «Опыт новой теории сопротивления жидкостей» (1752), «Исследования по различным важным вопросам, относящимся к системе мира» (1756) – содержат провозглашенный им новый принцип и многие, ставшие классическими, результаты гидростатики, гидродинамики, динамики твердого тела, небесной механики и теории колебаний.

Когда теоретические результаты Эйлера и Даламбера привели к парадоксальному выводу о том, что сопротивление шара, движущегося в идеальной несжимаемой жидкости, равно нулю, Даламбер выступил инициатором проведения экспериментальных работ, в частности, связанных с поиском оптимальной формы корпуса судна. Впервые эти работы проводились в 1753 г. под руководством **Шарля Боссю** (Bossut, 1730–1814) в бассейне Мезьерской инженерной школы (построенном при поддержке министра финансов А. Тюрго). В 1775 г. Боссю, назначенный заведующим открытой для него в Лувре кафедры гидродинамики, Даламбер и маркиз **Кондорсе** (Marie Jean Antoine Nicolas de Caritat, marquis de Condorcet, 1743–1794) продолжили эксперименты по определению величины силы сопротивления судна в зависимости от его формы. По итогам опытов был сделан доклад в Академии наук «Новые эксперименты о сопротивлении жидкостей», опубликованный в Париже в 1777 г.

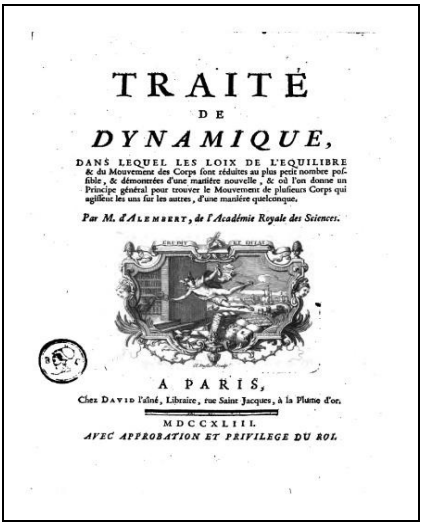
Даламбер обладал независимым умом, отличной памятью и блестящими ораторскими способностями, проявившимися при выступлениях на заседаниях академий. Он пользовался репутацией талантливого литератора и известного философа. После смерти Вольтера (1778) его считали первым философом Франции.

Его остроумие и прямота, равнодушие к чинам, почестям и богатству, независимость характера были хорошо известны современникам. Однако в одном из писем Лагранжу Эйлер пишет о Даламбере: «Этот высокий гений, как мне кажется, слишком склонен уничтожать всё то, что сделано не им самим, … но никогда не потерпит, чтобы такие же возражения были сделаны против его исследований» [14, с. 142]. Ж. Монтюкла в «Истории математики» пишет, что не было ни одной теории А. Клеро, против которой не возражал бы Даламбер «с той мелочностью и с той особенной аффектацией, за которой скрывается, по меньшей мере, желание обесценить». На склоне лет Даламбер вел уединенный образ жизни, чередуя научные и литературные занятия с выступлениями в Академии, он ценил свое положение и покой и мало походил на беспокойных воинствующих философов своего времени.

Умер Даламбер 29 октября 1783 г. В «Похвальном слове Даламберу» его друг писатель **Жан-Франсуа Мармонтель** (Marmontel, 1723–1799) сказал: «*Среди общества рабов, приличий и условностей, расчетливый в своей дерзости, Даламбер играл и звенел их оковами, никогда их не разрывая и не разрушая; в Даламбере сочетались простота и веселость с серьезностью и чрезвычайно углубленным умственным напряжением; детская прелестная наивность и, одновременно, зрелость и мощь рассудка; разносторонность вплоть до разбросанности с высокой результативностью его умственной работы*» [1, с. 271]. От Даламбера научную эстафету приняли Лагранж, Лаплас и профессора Парижской политехнической школы.

Первый большой трактат 26-летнего Даламбера «Трактат по динамике» (1743) был посвящен классической механике. Его издание (и переиздание в 1758 и 1796 гг.) стало одним из важнейших событий истории механики XVIII в., серьезной попыткой переосмысления основных понятий и принципов науки о равновесии и движении тел, заложенных в «Началах» Ньютона, «Форономии» Германа, «Новой механике» Вариньона, «Рассуж-

дении о законах передачи движения» И. Бернулли, «Механике» Эйлера.



TRAITÉ
DE
DYNAMIQUE,
DANS LEQUEL LES LOIX DE L'EQUILIBRE & du Mouvement des Corps sont réduites au plus petit nombre possible, & démontrées d'une maniére nouvelle, & où l'on donne un Principe général pour trouver le Mouvement de plusieurs Corps qui agissent les uns sur les autres, d'une maniére quelconque.
Par M. d'ALEMBERT, de l'Académie Royale des Sciences.

A PARIS,
Chez DAVID l'aîné, Libraire, rue Saint Jacques, à la Plume d'or.
MDCCXLIII.
AVEC APPROBATION ET PRIVILEGE DU ROI.

Рис. 21. «Трактат по динамике» Даламбера. Титульный лист

Основная цель трактата ясна из его полного названия: «Трактат по динамике, в котором законы равновесия и движения тел сведены к их наименьшему количеству и доказаны новым способом, и где дается общий Принцип для определения движения нескольких тел, взаимодействующих между собой некоторым образом». Книга состоит из введения и двух частей: 1. «Общие законы движения и равновесия тел»; 2. «Общий принцип для нахождения движения нескольких тел, произвольным образом действующих друг на друга, а также некоторые применения этого принципа».

Во введении Даламбер уточняет место механики в системе математических наук и говорит о необходимости положить в ее основу наименьший набор ясных, общепринятых принципов, позволяющих эффективно решать любые задачи равновесия и движения тел. «*Движение и его общие свойства – таков первый*

и главный объект механики» [1, с. 272]. «*Принцип равновесия вместе с принципом силы инерции и принципом сложения движений позволяет находить решение всех задач, относящихся к движению одного тела...*» [там же].

Переходя к содержательной стороне принципов, автор впервые стремится дать их определение без понятия силы. А именно: не давать своего определения силы, как это делали его предшественники, а избавиться от нее. «*Я полностью изгоняю присущие движущемуся телу силы, как понятия неясные и метафизические, способные лишь распространить мрак над ясной самой по себе наукой*» [там же]. Любопытная деталь: «изгоняя» понятие силы, Даламбер называет свою механику «Динамикой», что, по терминологии Лейбница, было синонимом теории сил.

Это намерение Даламбера представляется вполне естественным, так как физическое и даже философское содержание понятия силы, его математические интерпретации в работах его великих предшественников были очень разными. Это силы тяжести, движущие силы, силы постоянные и переменные, импульсы, аналоги момента, работы, центробежные, центростремительные, живые и мертвые, ускоряющие, инерции, сопротивления среды, притяжения и отталкивания, ударные и упругие, мгновенные, виртуальные... Даламбер подчеркивает, что реально существуют только тела, их движения и взаимодействия. Он считает, что о причине движения можно судить по чисто кинематическим характеристикам движения, поэтому и принципы механики должны выражать геометрические свойства движения.

Однако в этом Даламбер не слишком последователен. С одной стороны, он пишет: «*Очевидно, что достаточно одного применения геометрии и анализа, чтобы без помощи каких бы то ни было иных принципов, найти общие свойства движения...*» [1, с. 273]. С другой стороны, рассуждает: «*Но каким образом получается, что движение тела подчиняется именно*

тому или иному закону в частности? Одна геометрия ничего не может сказать по этому поводу. Это и есть то, что можно рассматривать как первую задачу, относящуюся непосредственно к механике. Прежде всего, совершенно очевидно, что никакое тело не может сообщить движение самому себе. Оно может быть выведено из состояния покоя только в результате действия какой-либо внешней причины» [там же]. Однако некоторая непоследовательность авторской мысли, как это показывает дальнейшее содержание книги, вовсе не свидетельствует о непонимании автором существа дела. Избавиться от силы как меры взаимодействия тел ему не удастся.

Говоря «о силе движущихся тел», что в современной терминологии эквивалентно мере движения тел, Даламбер подводит итог длительной, начатой еще Лейбницем дискуссии о ее математическом выражении. «*Когда говорят о силе движущихся тел, то или с произносимым словом вовсе не связывают никакой ясной цели, или под ним понимают свойства движущихся тел преодолевать встречаемые ими препятствия или сопротивляться этим препятствиям*» [там же]. Он показывает, что в зависимости от постановки задачи мера движения может быть как $m\upsilon$, так и $m\upsilon^2$, а «*затронутый вопрос представляет собой не более, как совершенно бесплодный метафизический спор или спор о словах…*» [там же].

Первая часть книги начинается с определения непроницаемости тела, места тела в пространстве, движения, времени, равномерного, ускоренного и замедленного движений, силы (точнее свойства) инерции, силы или движущей причины. Далее приводится доказательство первого принципа – принципа силы инерции. Этот принцип формулируется в виде двух законов:

«*Тело, находящееся в покое, будет неизменно пребывать в покое, пока какая-нибудь внешняя причина не выведет его из этого состояния*» [1, с. 273].

«*Тело, приведенное однажды какой-либо причиной в движение, должно неизменно пребывать в состоянии равномерного*

прямолинейного движения, пока на него не подействует какая-нибудь новая причина, отличная от той, которая привела его в движение» [там же].

Далее вводятся понятие направления тела, совпадающее с понятием современного направления скорости, само понятие скорости и понятие ускоряющей силы. И физическое понятие скорости, и ее математическое выражение в виде производной $u = \frac{de}{dt}$ (e – путь) повторяют взгляды Эйлера и вполне современны. Ускоряющей силой φ называется величина, пропорциональная приращению скорости du и удовлетворяющая уравнениям:

$$\varphi dt^2 = \pm d^2 e, \ \varphi dt = \pm du, \ \varphi de = \pm u du, \qquad (*)$$

которые ранее приводились Вариньоном. Под движущей причиной понимается «произведение движущейся массы на элемент ее скорости».

Второй основополагающий принцип механики – принцип сложения движений – формулируется в виде теоремы: «*Если на тело или на точку A действуют одновременно две какие-либо силы так, что под действием одной из них тело за известный промежуток времени прошло бы равномерно путь от A до B, а под действием другой оно за тот же промежуток времени прошло бы равномерно путь от A до C, причем на AB и AC можно построить параллелограмм $ABCD$, то я утверждаю, что тело A пройдет равномерно диагональ AD за то же время, за какое оно прошло бы расстояния AB или AC*» [1, с. 274].

Третий основной принцип – принцип равновесия. Этот принцип Даламбер ясно формулирует только для задачи о равновесии тела, ссылаясь на то, что «*...все законы передачи движения от одного тела к другому сводятся к законам равновесия...*» [там же]. Суть принципа составляет теорема: «*Если два тела, обладающих скоростями, обратно пропорциональными их*

массам, имеют противоположные направления, так что одно тело не может двигаться, не сдвигая с места другое тело, то между этими телами будет иметь место равновесие» [там же].

Напомнив понятие количества движения, автор приводит иную формулировку этой теоремы: «*...если два тела имеют равные и прямо противоположные количества движения, то они уравновешивают друг друга*» [там же]. Доказательство теоремы приводится для четырех случаев соотношения масс и скоростей на физическом уровне строгости. При этом Даламбер не скрывает аналогичности своего принципа равновесия принципу виртуальных скоростей, которым ученые пользовались со времен создания теории равновесия рычага, а позднее – Декарт, Гюйгенс, Вариньон, Лейбниц, И. Бернулли. Эта аналогия связана с расширенным пониманием скорости не только как свойства состоявшегося движения, но и как свойства возможного, виртуального «движения» покоящихся тел, т.е. как «виртуальной скорости».

Рассматривая условия равновесия прямого или ломаного рычага, Даламбер распространяет эти условия на случай произвольной пространственной системы сил и впервые записывает их практически в современном виде, т.е. как систему шести уравнений равенства нулю сумм проекций всех сил и сумм проекций их моментов на оси координат. При этом отмечается, что для равновесия тела с одной неподвижной точкой достаточно трех уравнений проекций моментов сил.

Вторая часть «Динамики» посвящена изложению общего принципа и его применению для решения задач удара тел и движения систем тел, связанных стержнями или нитями. Заметим, что идея этого принципа созвучна с идеями Я. Бернулли, Я. Германа и Л. Эйлера, ранее используемыми ими при решении аналогичных задач. Суть этого принципа, называвшегося некоторыми учеными «петербургским принципом» (в честь Германа и Эйлера, работавших в Петербурге), приведем в авторском изложении.

«***Определение.*** *Скорость тела с учетом ее направления я буду в дальнейшем называть движением этого тела. Под количеством движения я буду понимать, как обычно, произведение массы на скорость.*

Общая задача. *Дана система тел, расположенных друг относительно друга произвольным образом. Каждому из этих тел передается некоторое движение, которое оно, однако, не может воспринять вследствие действия прочих тел. Найти движение каждого из данных тел.*

Решение. *Пусть система состоит из тел* A, B, C *и так далее (т.д.), и предположим, что им передаются движения* a, b, c *и т.д., которые, вследствие взаимного действия тел, последние изменяют в* a, b, c *и т.д. Ясно, что передаваемое телу* A *движение* a *можно рассматривать как составленное из воспринятого им движения* a *и из некоторого другого движения* α. *Точно так же и движения* b, c *и т.д. можно рассматривать как составленные из движений* b *и* β, c *и* γ *и т.д. Следовательно, движение действующих друг на друга тел* A, B, C *и т.д. будет точно такое же, как если бы вместо импульсов* a, b, c *и т.д. им сразу передавались по два импульса:* a *и* α, b *и* β, c *и* γ *и т.д. Но, по предположению, тела* A, B, C *и т.д. сами по себе восприняли движения* a, b, c *и т.д. Отсюда следует, что движения* α, β, γ *и т.д. должны быть таковы, чтобы нисколько не нарушались движения* a, b, c *и т.д.; другими словами, если бы тела получили только движения* α, β, γ *и т.д., то эти движения взаимно уничтожались бы, и тела остались бы в покое.*

Отсюда вытекает следующее правило для нахождения движения нескольких тел, действующих друг на друга. Нужно движения a, b, c *и т.д., передаваемые этим телам, разложить каждое на два движения:* a *и* α, b *и* β, c *и* γ *и т.д., причем*

эти последние движения должны быть таковы, что если телам будут переданы лишь движения a, b, c *и т.д., то тела могут сохранить эти движения, не мешая друг другу; если же телам будут переданы лишь движения* α, β, γ *и т.д., то тела будут оставаться в покое.*

Ясно, что a, b, c *и т.д. и будут теми движениями, которые могут быть восприняты телами вследствие их взаимного действия друг на друга. Что и требовалось найти*» [1, с. 276].

Попытаемся перевести рассуждения Даламбера на язык современных понятий. Пусть A_k – система n точек, на движение которых наложены геометрические связи. Автор утверждает, что скорости υ_k точек системы могут быть представлены в виде суммы $\upsilon_k = \overset{*}{\upsilon}_k + \upsilon_k^0$ – скоростей $\overset{*}{\upsilon}_k$, реально осуществимых, допускаемых связями, и скоростей υ_k^0, гасимых наложенными связями. В изложении своего принципа Даламбер фактически указывает только то, что необходимо найти. Сам же принцип как метод построения уравнений явно не сформулирован. Остается предполагать, что описываемый автором принцип сводится к условиям равновесия системы точек (тел), двигающихся со скоростями υ_k^0.

Далее Даламбер использует сформулированную им идею разложения скоростей для исследования движения центра тяжести (центра масс) и решения конкретных задач. Автор приводит вполне современное определение равнодействующей системы сил, указывает способы определения реакции связи («закрепленной точки»), скорости движения центра тяжести системы точек (тел), показывает, что состояние (движения или покоя) системы тел «не меняется от взаимного действия этих тел друг на друга» (иначе говоря, равнодействующая внутренних сил равна нулю).

Свой принцип Даламбер иллюстрирует на уже традиционной задаче о колебаниях маятника-стержня (найти скорость стержня,

закреплённого в одной точке и нагруженного несколькими шариками – телами [1, с. 277]). Составив уравнение равновесия «гасящихся связями, потерянных телами скоростей», автор получает выражение для «ускоряющей силы» (ускорения), подставляя которое в равенство (*), он получает дифференциальное уравнение колебаний (движения) стержня. Далее он показывает, как можно получить аналогичное дифференциальное уравнение для случая колебаний в среде, сопротивляющейся пропорционально произвольной степени скорости движения тел. Здесь же он сравнивает свой принцип с методами, ранее предложенными Д. Бернулли и Эйлером, которые он считает теоретически недостаточно обоснованными. Завершается «Динамика» доказательством принципа сохранения живых сил на основе даламберовой идеи разделения движений и решением некоторых задач удара упругих тел и движения жидкости.

Знакомство с принципом Даламбера можно продолжить, обратившись к его следующей книге «Трактат о равновесии и движении жидкостей, являющийся продолжением “Трактата по динамике”» (1744) или к статье «Динамика» в «Энциклопедии»: «*Положим, что нескольким телам передаются какие-то движения, которые у них не могут удержаться вследствие их взаимодействия и которые они вынуждены заменить другими. Известно, что всякое движение можно рассматривать как сложное движение, состоящее из двух движений по выбору. Поэтому мы можем первоначальное движение каждого тела рассматривать как сложное движение, составленное из двух движений, из которых одно мы возьмем такое, какое данное тело воспринимает вследствие действия на него других тел. Но если бы каждое тело получило бы это последнее движение вместо своего первоначального, которое ему было передано, то все тела могли бы сохранить это самое движение без всяких изменений: это как раз те движения, которые тела воспринимают сами по себе. Вследствие этого другие составляющие движения должны быть таковы, что они нисколько не будут нарушать*

первых составляющих движений. Другими словами, вторые движения должны быть таковы, что если бы только их сообщить всем телам и ничего больше, то система осталась бы в покое.

Отсюда следует, что для того, чтобы найти движение нескольких тел, действующих друг на друга, нужно разложить полученные телами движения, то есть движения, с которыми тела стремятся двигаться, на два других движения. Эти составляющие движения должны быть подобраны таким образом, что у каждого тела одно из этих составляющих движений должно уничтожиться, а другое должно быть таким и так направленным, чтобы действие окружающих тел не могло ничего в нем изменить. Отсюда легко видеть, что все законы движения тел могут быть сведены к законам равновесия. В самом деле, для решения любой задачи динамики нужно только разложить движение каждого тела на два движения. Зная одно из этих составляющих движений, мы сможем найти другое.... Указанные условия всегда дадут все уравнения. Нет такой задачи динамики, которую нельзя было бы решить этим приемом или, по крайней мере, привести ее к уравнению, – а это есть все, что можно требовать от динамики.

Мне кажется, что данное правило в самом деле приводит все задачи, относящиеся к движению тел, к более простой задаче равновесия. Кроме того, этот принцип не опирается ни на какой вредный или неясный метафизический принцип. Он рассматривает в движении лишь то, что в нем в действительности имеется, то есть пройденный путь и затраченное на это время. Он не пользуется ни действиями, ни силами, – одним словом, никаким из тех вторичных начал, которые, может быть, сами по себе и хороши и могут быть иногда полезными для сокращения и облегчения решения, но которые никогда не будут началами первичными, поскольку метафизика этих начал никогда не станет ясной» [1, с. 279]. Заметим, что к числу метафизических принципов Даламбер относил и второй закон Ньютона.

В этом Даламбер был прав. Метафизичность основных законов механики лишает их наглядности, а значит, и ясности. Однако и предлагаемый им принцип только создает эффект полной ясности. Если же попытаться сравнить этот принцип, как метод решения задач, с законами сохранения количества движения, живых сил, законом ускоряющих сил, то он менее «технологичен», он применим только для несвободных движений тел. Но в этом же и его достоинство – впервые делается попытка построения теории движения системы связанных тел. Благодаря Даламберу объектом внимания механиков становится не только свободное тело, но и система тел.

Своей «Механикой» Эйлер стремился расшифровать, разъяснить, упростить, развить, обобщить основные понятия и законы механики, созданной его предшественниками. В первую очередь – Ньютоном. «Динамика» Даламбера – это попытка радикальной перестройки основ механики, стремление к физической ясности ее понятий, предельной универсальности, всеобщности, наглядности и эффективности ее основополагающих принципов. Традиционный принцип виртуальных скоростей (перемещений) был прекрасным образцом основ теории равновесия тел. Поэтому идея его модернизации для нужд теории движения тел представляется вполне естественной. Но потребовалась не столько модернизация математического содержания принципа, сколько пересмотр физического понятия равновесия, покоя. Идея возможности уравновешивания, «уничтожения» некоторых динамических характеристик двигающегося тела в каждый момент времени связями (другими телами) оказалась очень перспективной. Именно эту идею положил Лагранж в основу своего общего уравнения динамики, опубликованного через 45 лет после «Динамики» Даламбера.

1.3. Конец XVIII – начало XIX века

1.3.1. Великая французская революция

«*Все ошибки правительства и общества вытекают из ошибок философии, а те, в свою очередь, – из ошибок естественных наук*», – утверждал маркиз де Кондорсе.

К середине XVIII в. Франция, наряду с Англией, была одним из главных культурных, образовательных и научно-технических центров мира. Здесь жили известные писатели, художники, музыканты, философы. Была налажена издательская деятельность (пример – издание «Энциклопедии»). Заслуженным авторитетом пользовались Парижская академия наук, Французская академия, в университетах, коллежах и профессиональных школах Франции обучались не только французы, но и иностранные студенты. Однако это благополучие оказалось не вечным.

Этот культурно-научный, интеллектуальный, образовательный подъем самосознания населения стал одной из причин усиления недовольства некоторых слоёв общества, в частности, интеллигенции, униженных экономическим положением, существующими беспорядками, несправедливыми законами и всем, что олицетворяла собой королевская (государственная) власть. К этому следует добавить ряд стихийных бедствий (засуха (1785); град и ливни (1788), уничтожившие урожай зерновых; суровая зима 1788/89 года, погубившая часть виноградников), рост цен на продукты и числа безработных, промышленный кризис, дефицит королевской казны. В политической жизни назревала революционная ситуация, которая в 1789 г. привела к свержению монархии.

В поисках выхода из сложившейся ситуации в мае 1789 г. Людовик XVI, вступивший на престол в 1774 г., решил созвать Генеральные штаты (высшее сословно-представительское учреждение), которые не созывались с 1614 г. Однако далее события

стали развиваться по непредсказуемому сценарию. Депутаты Генеральных штатов от третьего сословия объявили себя Национальным собранием, далее оно провозгласило себя Учредительным, приняло решение о разработке конституции, 14 июля 1789 г. парижане захватили крепость-тюрьму Бастилию, бывшую одним из главных символов королевской власти. Реальная политическая власть перешла к Учредительному собранию, начавшему важные политические и экономические реформы.

В сентябре 1791 г. была принята Конституция, провозгласившая Францию конституционной монархией, в которой королю отводилась роль исполнительной, а Законодательному собранию – законодательной власти. Однако политическая ситуация в стране оставалась очень напряженной, и, несмотря на одобрение королем новой Конституции, в августе 1792 г. повстанцы Парижской коммуны захватили королевский дворец и монархия была ликвидирована. В сентябре во Франции была провозглашена Республика. На смену Учредительному собранию пришел Конвент (749 депутатов). Король и его семья были арестованы, и 20 января 1793 г. на площади Революции в Париже король был казнён. Королева Мария–Антуанетта была казнена в октябре того же года. В период террора (1793–1794) внутри новой власти периодически вспыхивали очаги недовольства, часто завершавшиеся казнями на гильотине активных участников революционных событий (было казнено почти 3000 человек).

Сложная административная, экономическая ситуация в стране осложнялась внешней интервенцией европейских стран, большинство из которых не поддерживали произошедшие перемены. Перед новой французской законодательной и исполнительной властью стояло множество сложнейших и неотложных задач по созданию новых институтов государственной власти, по созданию новой армии, органов правопорядка, по восстановлению военной и гражданской промышленности, сельского хозяйства, системы подготовки новых кадров.

1.3.2. Парижская политехническая школа и Институт Франции

В дореволюционной Франции было 22 университета, большинство из которых уже не соответствовало требованиям нового времени. Революционные события, финансовые трудности и острая нехватка преподавателей привели к тому, что многие университеты были закрыты. В 1794 г. Комитет общественного спасения создает Комиссию по Государственным работам, которая по настоянию нескольких именитых учёных, приверженцев революционных идей, принимает решение об организации учебных заведений нового типа для подготовки квалифицированных военных и гражданских инженеров, кадров для развития науки и техники.

Некоторым прообразом будущих учебных заведений стали уже существовавшие Сословно-инженерная школа (с 1707, Прага), горные школы в Брауншвейге (с 1745) и Фрайбурге (с 1765), Петербургский горный институт (с 1773), французские военно-инженерные Школа мостов и дорог (с 1747), Мезьерская школа военных инженеров (с 1748), Школа учеников артиллерии (с 1772), Школа шахт (с 1778).

В марте 1794 г. Конвент принял решение о создании нового учебного заведения – Центральной школы общественных работ. Инициатором создания новой школы стал активный революционер, инженер и директор Школы путей сообщения Ламбарди. Для детальной проработки проекта и устава школы была создана авторитетная комиссия, в состав которой вошли Ламбарди, Фаркруа, Прони, Гитон де Морно, Бертолле, Шапталь, Воклен и Хассенфранц. В работе комиссии также активно участвовали Л. Карно, Монж и Приер. Проект, с которым Фаркруа в сентябре 1794 г. выступил в Конвенте, был принят единогласно.

Основной идеей проекта было уравновешивание прав для поступления представителям разных сословий. Прием должен был осуществляться на основе личных достоинств, знаний и

республиканской верности абитуриентов. Предполагалось набрать (через вступительные экзамены) в 22 городах страны 400 юношей (от 16 до 20 лет) на трёхгодичное обучение (в первой редакции трехмесячное) для углубленного изучения математики и естественных наук. Школа располагалась в помещениях королевского дворца, её преподавателей набирали среди самых видных учёных эпохи, а ученики получали солидную стипендию и имели блестящие перспективы. Занятия начались 21 декабря 1794 г.

Монж, используя свой опыт работы в Мезьерской школе и в военной школе в Лувре, разработал устав новой школы, предполагающий глубокое изучение геометрии (стереометрии), математического анализа, механики, физики, химии, архитектуры, фортификации, черчения. Важнейшее внимание уделялось изучению начертательной геометрии. Первым директором школы был назначен Ламбарди, в совет школы также вошли два его заместителя и профессора. Первыми профессорами были Лагранж, Прони (анализ, механика), Монж, Ашет (геометрия), Делорм, Бальтард (архитектура), Хассенфрантц, Баррюэль (физика), Фаркруа, Воклен, Бертолле, Шанталь, Гитон де Морно, Пеллетье (химия), Невё (черчение), Добенхейм, Мартин де Компредан (фортификация).

В сентябре 1795 г. школа была переименована в **Парижскую политехническую школу (ППШ).** По новому закону ППШ становилась привилегированной школой, которая должна была готовить выпускников к поступлению в специализированные школы (военные, морские, инженерные, топографические,…), для работы в государственных и частных организациях, для развития точных наук. Прием учащихся был сокращен до 360 человек, были уточнены вступительные экзамены.

В 1797 г., после кончины Ламбарди, директором ППШ был назначен Монж. Однако на этом посту он пробыл до отправки, по инициативе Наполеона, в Италию и далее в Египет. Пост директора занял Гитон де Морно. Новый закон о ППШ (1798)

предполагал сокращение приема до 250 человек, а срока обучения – до двух лет. После завершения Египетской экспедиции Наполеона (октябрь 1799), в которой участвовали 167 ученых (в том числе 31 член Института, 30 учащихся и профессоров ППШ – Монж, Костаза, Фурье, Лепер, Бертолле), Монж продолжил исполнение обязанностей директора ППШ.

В 1804 г., после провозглашения Франции империей, а Наполеона императором, ППШ окончательно приобретает статус военной школы, подчиняющейся как министру внутренних дел, так и военному министру. Это было необходимо для устранения опасных вольнолюбивых республиканских настроений в среде учащихся. По новому уставу на пост директора назначался генерал (с широкими полномочиями), учащиеся были обязаны носить военную форму, были организованы в батальоны из пяти рот, жили в казармах, были утверждены герб и девиз ППШ – «За Родину, Науку и Славу». Школа переезжает в бывшее помещение знаменитого Наваррского коллежа Сорбонны на горе Сен–Женевьев в Латинском квартале Парижа.

Парижская политехническая школа существует и поныне, только с 1976 г. она находится в парижском пригороде Палезо (Palaiseau). Как и прежде, она является одним из самых престижных учебных заведений Франции. Среди её выпускников много выдающихся государственных деятелей, военачальников, инженеров и ученых (Ампер, Френель, Пуассон, Пуансо, Бинэ, Араго, Гей–Люссак, Малюс, Био, Коши, Понселе и мн. др.). Студенты Сорбонны называли свой университет «Alma mater», что в переводе с латыни означает «матушка–кормилица». ППШ имеет прозвище «икс», а её выпускники часто именуются «политехниками» или «иксами». В биографиях они пишут X и год поступления в ППШ. Эта традиция идет от изображения на гербе школы двух пересекающихся пушечных стволов.

30 октября 1794 г. в Париже была учреждена ещё одна новая школа, существующая до сих пор, – Нормальная школа. Она задумывалась как учебное заведение для подготовки преподава-

телей. Как и в ППШ, в первый год в ней преподавали Лагранж, Лаплас, Монж, Гаюи, Бертолле и другие выдающиеся учёные. В том же 1794 г. в Париже была открыта «Консерватория технических искусств и ремёсел». Это был уникальный музей технических изобретений, выполняющий функции образовательного учреждения (при нём была создана мастерская для производства экспериментов, организовывались курсы лекций по вопросам промышленности). По образцу ППШ в 1802 г. в Мадриде была открыта Школа дорог, каналов и портов, политехнические институты в Праге (бывшая Школа гражданских инженеров, 1806), в Вене (1815) и Берлине (1824).

Как уже отмечалось, среди активных сторонников революционных преобразований было много учёных, прекрасно понимающих важнейшую роль науки и образования в формировании новой экономики, государственной системы и защите интересов Франции. Одной из важнейших проблем было отсутствие единой системы мер (времени, длины, веса, температуры). Эти меры были разными в разных государствах, но и в самой Франции они, порой, были разными не только в разных провинциях, но даже в разных городах и селах. Это имело негативные социальные последствия, создавало огромные неудобства в организации промышленности и сельского хозяйства, в образовании, научных исследованиях, вносило путаницу в составление отчетной документации и планов. Поэтому в 1789 г. была создана Комиссия мер и весов под руководством Лапласа.

В результате во Франции появился новый революционный календарь. В августе 1793 г. Конвент принял декрет о введении новой метрической системы (эталоны метра, килограмма), подчеркнув, что эта мера должна способствовать сплочению Французской республики. Далее работа по созданию единых мер была продолжена временной комиссией, в состав которой вошли Борда, Лавуазье, Лаплас, Кулон, Деламбр, Бертолле, Монж, Лагранж, Гаюи и другие учёные. Новая система мер вскоре получила мировое признание.

В период революции Франция была отрезана от внешних рынков, промышленность была чрезвычайно слабой, не хватало оружия, пороха, пушек, обмундирования для армии. Конвент обратился к учёным. И в короткий промежуток времени на территории Франции были найдены запасы графита и селитры, необходимой для производства пороха, налажено производство металлов и пушек (химик Фуркруа открыл способ извлечения бронзы из колоколов), налажена телеграфная связь между войсками (изобретатель оптического телеграфа **Клод Шапп** (Claude Chappe, 1763–1805)), для нужд разведки использовались воздушные шары, появились новые производства по выпуску пушек, снарядов, ружей, ремонтные мастерские.

8 августа 1793 г. было принято решение о роспуске Парижской академии наук, Французской и других старых академий. Революционная Франция нуждалась в новой организации научных исследований, и 28 октября 1795 г. был учрежден Национальный институт наук и искусств (Institut national des Sciences et des Arts), пришедший на смену старым академиям. Текст закона гласил: «*Институт входит в состав республики. Он должен собирать открытия, совершенствовать науки и художества. Каждый год он должен давать отчёт законодательному корпусу об успехах наук и о трудах каждого своего класса*».

Законом Институт разделялся на три класса: физико–математических наук, моральных и политических наук, литературы и искусства. В состав всех классов входило 144 академика, первые 48 были назначены правительством, и им было поручено избрать остальных 96 академиков. В числе первых членов Института были Лагранж, Лаплас, Монж, Бертолле, Прони, Кулон. Позднее (25 декабря 1797) членом Института по секции механики физико-математического класса был избран и Наполеон Бонапарт. В таком виде Институт просуществовал до 1816 г., когда его классы получили новые названия и статус академий.

В 1832 г. к существующим академиям были добавлены ещё две. В таком виде Институт Франции существует и поныне.

Следует отметить, что в следующие десятилетия главными научными центрами страны становятся не академии наук, а высшие учебные заведения. Академии всё больше становятся «почётными клубами» учёных, сообществами известных деятелей науки и техники. Этот процесс был характерен для большинства цивилизованных стран.

1.4. Механики ППШ и Института Франции

В начале XX в. под первым балконом на всех четырёх сторонах Эйфелевой башни в Париже были размещены портреты 72 наиболее выдающихся французских учёных и инженеров XVIII–XIX вв. В их числе портреты механиков и математиков: Лаланда, Лагранжа, Кулона, Монжа, Лапласа, Лежандра, Карно, Прони, Фурье, Ампера, Пуансо, Гей-Люссака, Пуассона, Навье, Араго, Понселе, Коши, Кориолиса, Шаля, Ламе, Штурма, Леверье.

1.4.1. Шарль Боссю

Среди первых профессоров ППШ был известный механик и математик, энциклопедист аббат **Шарль Боссю** (1730–1814). Боссю родился в предместье Лиона Тартарас 11 августа 1730 г. В 1750 г. окончил иезуитский коллеж в Лионе (получил сан аббата), который раньше его окончил Ж.Э. Монтюкла, а несколькими годами позже – Ж.Ж. Лаланд. Как и они, он увлёкся математикой, поэтому вскоре карьера священника его перестала интересовать. Переписка Шарля с секретарём Академии наук Фонтенелем позволила лично познакомиться с А. Клеро и Ж.Л. Даламбером, ставшими его научными наставниками.

Научная карьера Шарля Боссю началась в 1752 г., когда академик Ш. Камю содействовал назначению Боссю на место

профессора математики в Мезьерскую Королевскую военно-инженерную школу. Боссю посвятил этой школе более 40 лет своей научной и педагогической деятельности (до реорганизации в 1794). Здесь Боссю опубликовал свои первые учебные трактаты по механике («Основания динамики» (1763), «Трактат по гидродинамике» (1771), «Основания статики» (1772) и другие) и математике, которые впоследствии составили полный 7-томный курс математики. Здесь он проводил свои знаменитые эксперименты по определению сопротивления жидкостей, здесь свои знания, опыт и любовь к математике он передавал ученикам школы, среди которых были будущие знаменитые ученые и инженеры – Г. Монж, Ш. Кулон, Ж. Борда, Л. Карно, Ж. Ашетт.

Рис. 22. Шарль Боссю

В том же 1752 г. Боссю стал корреспондентом Парижской академии наук, начал публиковать научные статьи, активно участвовать в научных конкурсах Академии и часто становился их победителем (в конкурсах по исследованию влияния среды на движение планет, по определению расположения грузов на

кораблях, по изучению законов движения жидкости в каналах). В 1768 г. он переходит на должность экзаменатора Мезьерской школы и становится академиком-адъюнктом Академии наук, а уже в следующем году получает статус ассоциированного академика. В 1775 г. в Париже была открыта Королевская военная школа (располагалась в Лувре), в которую Боссю был приглашен на должность заведующего кафедрой гидродинамики. После его отъезда из Мезьера кафедру математики в Мезьерской школе занял его ученик Г. Монж.

Период 70–80-х гг. был самым плодотворным в творчестве Шарля Боссю. Именно в этот период он совместно с Даламбером и Кондорсе проводил знаменитые опыты по определению сопротивления судов, были опубликованы его главные научные труды, некоторые из них стали издаваться в других странах (Италии, Португалии, Пруссии), он был избран иностранным членом нескольких европейских академий (Лионской, Туринской, Болонской – с 1773, Петербургской, Берлинской – с 1778). В 1783 г. Боссю был назначен заместителем директора, а в следующем году – директором Академии наук. Однако уже в 1785 г., в результате административной реформы Академии, он был освобожден от этих обязанностей и избран академиком-пансионером.

В 1795 г., после открытия ППШ, Боссю стал её профессором-экзаменатором (по гидромеханике), а с учреждением Института Франции вошел в первый состав его членов. Последние годы жизни Шарля Боссю были посвящены преподавательской деятельности (до выхода на пенсию в 1808) и подготовке к изданию многочисленных трудов по теоретической и прикладной механике, математике и истории этих наук: двухтомного «Очерка общей истории математики» (1802), 7-томного курса математики (1800–1808), дополненного ранее не издававшимися томами, посвященными дифференциальному и интегральному исчислениям. Книги Боссю, адресованные не только ученым, но и студентам, неоднократно переиздавались во Франции и других

странах (были переведены на английский, итальянский, немецкий, португальский и русский языки), по ним учились во многих европейских странах вплоть до конца XIX столетия.

Вся жизнь Шарля Боссю была посвящена научной и образовательной деятельности. Он не занимался политикой, не стремился к административным должностям, никогда не был женат, у него не было детей. Но его имя было хорошо известно в научном мире той эпохи. Доказательством тому были популярные анекдоты. Вот один из них. У постели умирающего, совсем ослабшего Боссю собрались его друзья и ученики. Кто-то сказал: «Он уже не дышит». Другой возразил: «Шарль, сколько будет 12 в квадрате?». Послышался тихий ответ: «144». 14 января 1814 г. его не стало. Но в Париже есть улица Шарля Боссю.

1.4.2. Гаспар Монж

Совсем иным был граф де Пелю́з, больше известный как **Гаспар Монж** (Gaspard Monge, 1746–1818). Он родился в г. Бон 10 мая 1746 г. в небогатой семье торговца, мечтавшего дать своим пятерым детям наилучшее образование. И это ему удалось. Гаспар и два его младших брата стали профессорами.

Рис. 23. Гаспар Монж

Гаспар окончил коллеж и, проявив способности к математике, черчению и рисованию, получил приглашение работать в нём преподавателем. Но он решает поступить в престижную Мезьерскую школу, хотя его происхождение позволяло учиться только на вспомогательном унтер-офицерском отделении и без стипендии. Здесь Гаспар знакомится с профессором Ш. Боссю и в 1769 г. получает должность его ассистента по кафедре математики. Но уже через год 24-летний Монж становится профессором сразу по двум кафедрам: математики и физики. Однако истинный диапазон его научных интересов был гораздо шире: геометрия, механика, черчение, фортификация, химия, металлургия, гидродинамика, строительное и камнерезное дело. В Мезьерской школе Монж проработал 15 лет. Именно здесь были заложены основы новой науки, прославившей его имя, – начертательной геометрии, – написаны его первые научные работы по механике и математике. В 1772 г., по рекомендации академиков Даламбера, Кондорсе и Боссю, Гаспар Монж был избран ассоциированным членом Парижской академии наук. А через восемь лет (в 1780) он стал действительным членом Академии и переехал в Париж, сохранив за собой место профессора в Мезьерской школе.

Монж был замечательным лектором. Свои лекции по начертательной геометрии он читал с большим подъемом, вкладывая в них глубокий ум и страсть молодого ученого. Читая лекции, Монж любил «лирические отступления», в которых сообщал много нового и интересного. Его речь покоряла слушателей. Ученики, одним из которых был Лазар Карно, любили своего профессора и после лекций часто провожали его домой. До 1784 г. он жил поочередно в Мезьере и Париже (по полгода), преподавал гидродинамику и гидрографию в Королевской школе в Лувре, был экзаменатором морских школ, близко познакомился и стал сотрудничать с многими парижскими учеными (особенно с Бертолле), писал и издавал труды по математическому анализу, практической механике, химии.

С началом революционных событий в Париже Монж стал активным, а вскоре и одним из самых главных участников революции, провозгласившей социальную справедливость и свободу. Он участвовал в работе Комиссии мер и весов, во французских портах организовал 12 школ для подготовки гидрографов, в 1792–93 гг. был морским министром и даже исполнял обязанности президента Временного исполнительного совета (правительства), подписавшего приговор о казни короля и объявившего войну Англии.

Однако у него не было необходимого административного и военного опыта, и с апреля 1993 г. он продолжил деятельность во имя революции, организуя производство пороха, стали, пушек, ружей. Он занимался научной и преподавательской деятельностью, организацией Парижской политехнической школы и Института Франции, участвовал в работе комиссии по отбору (в счёт контрибуции) памятников искусства и науки, завоёванных армией Республики в Италии. В 1798–1799 гг. Монж участвовал в Египетской экспедиции Наполеона, был назначен главой Института Египта (по аналогии с Институтом Франции), а после возвращения в Париж – директором ППШ.

В 1803 г. Монж назначен вице-президентом Сената, сенатором Льежа. Позднее за заслуги перед Империей получил высшую степень ордена Почетного легиона, в 1806 г. назначен президентом Сената на очередной годичный срок, ещё через год получил титул графа Пелузского и 100 000 франков для покупки имения. В связи с ухудшением здоровья он оставляет преподавание, но продолжает научную работу, консультации, выполняет поручения Императора, которому оставался верен до конца. Даже после свержения Наполеона Монж оставался приверженцем империи.

После восстановления королевской власти Монж был лишён званий, наград, пенсии, исключён из ППШ (правда, всего лишь на год) и Института (в 1816). 28 июля 1818 г. Гаспар Монж скончался и был похоронен на парижском кладбище Пер-

Лашез. Сейчас он признан одним из выдающихся ученых и государственных деятелей Франции.

Главная научная заслуга Монжа состоит в создании одной из основных современных инженерных дисциплин – «Начертательной геометрии». Книга с таким названием, предназначенная учащимся ППШ, была опубликована в 1799 г. Монжу принадлежат важные результаты в дифференциальной геометрии. В 1804 г. издана книга «Применение анализа в геометрии», в которой он приводит свою теорию интегрирования уравнений с частными производными 1-го порядка и решение задачи о колебаниях струны.

В 1786 г. Монж издал «Элементарный трактат статики», ставший важным шагом в развитии идей и математических методов механики Вариньона и «Теории простых машин» (1781) Кулона. Книга служила учебником, однако в ней есть и элементы научной новизны. Автор предлагает свою систему определений, аксиом, теорем, задач статики. Отдельная глава посвящена теории машин и механизмов. Книга оказалась настолько удачной, что была пять раз переиздана при жизни автора и трижды (1826, 1835, 1846) после его смерти. Она публиковалась на немецком (1806), английском (1851) и русском (1803, 1825) языках. «Статика» Монжа получила развитие в трудах по теории механизмов (прикладной или практической, «индустриальной» механике) следующих поколений механиков: Навье, Юнга, Ламе, Сен-Венана, Понселе, Кристиана, Дюпена, Кориолиса.

1.4.3. Лазар Карно

Лаза́р Карно́ (Lazare Nicolas Marguerite Carnot, 1753–1823) – государственный и военный деятель, инженер и учёный – родился в г. Нолэ провинции Кот де Ор в большой (18 детей) семье адвоката. В 1773 г. Лазар окончил Мезьерскую военно-инженерную школу (в чине лейтенанта), в которой выявились его незаурядные математические способности и где он познако-

мился с профессором Г. Монжем. Далее Карно служил в армии (на инженерных должностях), получил звание капитана, писал научные сочинения, стихи, увлёкся идеями революции.

Рис. 24. Лазар Карно

После избрания депутатом Законодательного собрания (1791), Карно стал одним из главных действующих лиц революционных преобразований, а позднее – военным руководителем и соратником Наполеона. В разные годы он входил в состав Конвента (1792–1795), Комитета общественного спасения (с 1793), Директории (1795–1797), был военным министром (1800), членом Трибуната (1802), губернатором Антверпена (1814), министром внутренних дел (1815), организатором армии («организатор побед»), ППШ, Института Франции и его академиком. Наполеон удостоил Карно титул графа, однако в 1815 г., после возвращения к власти Бурбонов, он был вынужден навсегда покинуть Францию.

Старший сын Карно – **Сади Карно** (Nicolas Léonard Sadi Carnot, 1796–1832) – продолжил научный путь отца, став математиком и выдающимся физиком, основателем термодинамики.

Младший сын – **Лазар–Ипполит Карно** (Lazare Hippolyte Carnot, 1801–1888) – продолжил политическую карьеру отца. Он известен и как отец будущего президента Франции (1887–1894) **Мари́ Франсуа́ Сади́ Карно́** (Marie François Sadi Carnot, 1837–1894).

Сейчас Лазар Карно известен не только как честный республиканец, выдающийся политический деятель, но и как учёный, автор трактатов «Размышления о метафизике бесконечно малых» (1797), « О соотношении геометрических фигур» (1801); «Геометрия положения» (1803); «Основные принципы равновесия и движения» (1803); «Трактат о защите крепостей» (1810), «Об устойчивости качающихся тел» (1814) и др. Многие его работы переведены на иностранные языки (в том числе русский), он первым предложил название «комплексное число», искал способы обоснования математического анализа, критиковал теорию аналитических функций Лагранжа.

В историю механики вошел трактат Карно «Опыт о машинах вообще» (1783, в 1797 переиздан в «Математических работах гражданина Карно», в 1803 издан под названием «Основные принципы равновесия и движения»), претендующий на роль основополагающего. Развивая взгляды Даламбера, автор пытается отказаться от понятия силы, сформулировать законы механики, принцип виртуальных перемещений, взятый им за основу, и записать уравнения статики и динамики применительно к изучению действия машин (механизмов).

Трактат начинается с обсуждения двух принципов статики системы тел: о наиболее низком положении центра тяжести (принцип Торричелли) и о возможных работах сил тяжести (принцип Декарта), на основе которых Карно формулирует свой принцип равновесия, записанный в аналитическом виде:

$$\sum Fu \cos z = 0,$$

где F – сил, действующие на тела системы; u – виртуальное перемещение тела (точки); $\cos z$ – косинус угла между направлениями силы и скоростью (направлением движения). Величину

$Fu\cos z$, ныне называемую работой силы, Карно называл «моментом активности».

Увязывая свой принцип (уравнение) с принципами наименьшего действия (Мопертюи) и сохранения количества движения (Декарта), Карно распространяет его на системы деформируемых тел. Здесь же формулируется теорема сохранения живых сил (кинетической энергии) в случае соударения абсолютно твёрдых тел, вводятся понятия сил (движущих, сопротивления), импульсов («моментов действия сил за время dt»), обосновывается невозможность «вечного двигателя», утверждается, что для повышения эффективности действия машин (их КПД) необходимо избегать соударений, резких скачков скорости и трения их частей.

Исследования по построению машины с наибольшим коэффициентом полезного действия (КПД) продолжил сын Лазара Карно – Сади Карно, предложивший цикл с наибольшей теоретически достижимой эффективностью, названный его именем.

1.4.4. Жозеф Луи Лагранж

Одним из самых знаменитых учёных XVIII в., в частности ППШ, был **Жозеф Луи Лагранж** (Joseph Louis Lagrange, 1736–1813). Джузеппе Луиджи (так его звали в детстве) родился 25 января 1736 г. в г. Турине (Италия). Он был одиннадцатым ребёнком в семье бедного казначея фабрик и строений герцогства Савойского (королевство Сардинии). В 14 лет по инициативе отца Джузеппе становится студентом юридического факультета Туринского университета, но позднее, увлёкшись математикой, переходит в Королевскую военную школу, по окончании которой там же становится преподавателем математики.

С 1755 г. он публикует свои первые статьи, начинает переписку с известными математиками (Л. Эйлером), организует научное общество, которое позднее становится Туринской ака-

демией наук. Академия начинает издание своего научного журнала «Записки Туринской академии». В том же году он совершает полугодовое путешествие в Париж, где лично знакомится с Клеро, Даламбером, Кондорсе и другими учеными. В 1756 г. Эйлер приглашает Лагранжа переехать в Берлин, но, получив отказ, добивается избрания 20-летнего Лагранжа иностранным членом Берлинской академии наук.

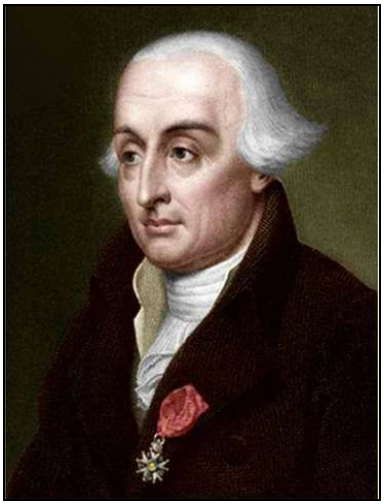


Рис. 25. Жозеф Луи Лагранж

Через 10 лет, в 1766 г., Эйлер принимает окончательное решение покинуть пост директора математического класса Берлинской академии и вновь приглашает Лагранжа занять его место. Приглашение, подкрепленное официальным хвалебным приглашением прусского короля Фридриха («*…необходимо, чтобы величайший геометр Европы проживал вблизи величайшего из королей…*»), желание покинуть провинциальный Турин, поддержка Даламбера, также получившего приглашение, склонили 30-летнего Лагранжа принять предложение короля и переехать в Берлин.

Уже первые публикации Лагранжа «Исследования о природе распространения звука» (1759), об изопериметрической задаче (о кривых, обладающих свойствами максимума или минимума), опубликованные в «Туринских записках» (1759–1762), привлекли к нему внимание Даламбера и Эйлера, которые далее неизменно поддерживали своего младшего коллегу. Задача о распространении звука сводилась к изучению колебаний струны, и приведенное Лагранжем решение не только было оригинальным, но и подтверждало ранее полученные результаты Даламбера, Эйлера и Д. Бернулли.

Обращение к изопериметрической задаче также было не случайным. Эйлер, посвятивший поискам её общего решения достаточно много усилий, в 1744 г. пришел к выводу, что искомая кривая должна быть решением некоторого дифференциального уравнения, получение которого было достаточно сложным. Лагранж предложил действовать аналогично тому, как находится экстремальное значение функции. Он вводит некоторую функцию $I(l)$ (функционал) от кривых l, придает бесконечно малое перемещение («возмущение», «вариация») фиксированной кривой l (δl), определяет главную часть приращения δl и для определения искомых кривых, для которых $\delta l = 0$, получает искомое дифференциальное уравнение («Эйлера–Лагранжа»), которое Эйлер получал очень сложно. Эта идея, как и введённый Лагранжем значок δ, далее стали атрибутами нового раздела математики, названного Эйлером в 1764 г. вариационным исчислением.

В следующей статье того же номера «Туринских записок» Лагранж распространяет свой метод на задачи динамики. Обращаясь к принципу наименьшего действия, ранее сформулированному Мопертюи и Эйлером, Лагранж показывает, как его метод можно использовать для решения разнообразных механических задач. Эта идея далее послужила основой создания нового математического аппарата механики – аналитической механики, созданию которой автор посвятил более четверти века.

Предложенный математический аппарат Лагранж совершенствовал, решая многочисленные задачи небесной механики, механики твёрдого тела, жидкости и газа, которые неоднократно отмечались премиями Парижской академии наук.

Берлинский период творчества Лагранжа (1766–1787) был наиболее плодотворным. Здесь Лагранж познакомился и подружился с видным математиком, физиком, астрономом и философом **Иоганном Генрихом Ламбертом** (1728–1777), одним из основателей неевклидовой геометрии, первым доказавшим иррациональность чисел π (в 1761) и e (в 1766). Здесь были написаны, ставшие классическими, работы Лагранжа по теории чисел, алгебре, вариационному исчислению, дифференциальным уравнениям, теории функций, небесной механике и его главный труд – «Аналитическая механика», изданный в Париже в 1788 г.

Механика Лагранжа состоит из статики и динамики. В предисловии автор определяет главную цель своего труда – создать новый облик единой механики как раздела математического анализа, позволяющего чисто аналитическими методами решать любые практические задачи. Все основные разделы (статика, гидростатика, динамика и гидродинамика) начинаются с принципов их построения и детальных исторических обзоров, ставших позднее важным источником всех дальнейших исследований по истории механики. Эти обзоры показывают, насколько тщательно Лагранж изучил труды своих предшественников – Архимеда, Галилея, Декарта, Гюйгенса, Ньютона, Вариньона, Эйлера, Даламбера и их современников.

В первой части книги Лагранж определяет статику как «науку о равновесии сил», которая сводится к трём принципам: рычага, сложения сил (правило параллелограмма) и виртуальных скоростей (перемещений). Он пытается доказать принцип виртуальных перемещений, который до него использовали Гвидо Убальдо, Галилей, Декарт, Вариньон, И. Бернулли, Л. Карно, но доказательство сводится к иллюстрации на конкретном примере,

поэтому его нельзя считать строгим. Принцип возможных перемещений, устанавливающий равновесие системы тел, в итоге принимает вид

$$Pdp + Qdq + Rdr + ... = 0,$$

где P, Q, R – силы, действующие на тела; dp, dq, dr – вариации (дифференциалы) перемещений точек приложения соответствующих сил, по направлению линий их действия.

Из этого уравнения, названного «общей формулой статики», Лагранж получает шесть уравнений равновесия (проекции на оси координат сил и моментов), которые ранее были получены Даламбером. Рассматривая вращательное движение тела как одновременное вращение около координатных осей, он показывает, что в каждый момент времени вращение можно считать происходящим вокруг некоторой оси (это ранее было установлено Эйлером), которую Лагранж называет «мгновенной осью». Далее это понятие стало использоваться в кинематике, а автор получает уравнение равновесия тела для случая возможного вращательного движения.

Предположив, что сумма произведений сил на дифференциалы их перемещений является полным дифференциалом некоторой функции Π, т.е.

$$Pdp + Qdq + Rdr + ... = d\Pi,$$

получаем, что условия равновесия системы сил можно записать в виде $d\Pi = 0$, откуда следует, что в положении равновесия функция Π должна иметь экстремальное (минимальное или максимальное) значение. Лагранж вводит понятия устойчивого и неустойчивого равновесия и показывает, что в случае минимального значения Π будет иметь место устойчивое равновесие тела. Понятия потенциала (Π), потенциальной энергии позднее использовались Лапласом, Пуассоном, но сами термины были введены в физику (механику, электричество, магнетизм) после 1828 г. английским математиком и физиком **Джоржем Грином**

(1793–1841). А вывод Лагранжа был своеобразным подтверждением принципа Торричелли и «закона покоя» Мопертюи.

Для решения задач на равновесие систем тел, на которые наложены геометрические связи, Лагранж использует модифицированное общее уравнение статики, получаемое методом множителей, носящим ныне его имя. Из общего уравнения он получает соответствующие уравнения равновесия. В пятом отделе «Аналитической механики» решаются различные конкретные проблемы статики, в том числе задачи определения реакций связей.

Следующие три отдела (6, 7, 8) книги посвящены вопросам гидростатики. Подтверждая свой метод, Лагранж описывает механические принципы и задачи, ранее решённые Архимедом, Стевином, Галилеем, Декартом, Паскалем, Ньютоном, Буге, Клеро, Маклореном. В основу своей гидростатики он положил аналог ранее приведенной «общей формулы статики».

Вторая часть «Аналитической механики» посвящена динамике. Лагранж определяет динамику как науку «об ускоряющих и замедляющих силах и о переменных движениях, которые они должны вызывать». Основоположником динамики он считает Г. Галилея, а ближайшими продолжателями его дела – Х. Гюйгенса и И. Ньютона. Далее автор отмечает заслуги Л. Эйлера как автора первой большой книги («Механика») по использованию анализа в механике, и К. Маклорена («Трактат о флюксиях», 1742), первым предложившего описывать движения тел в неподвижной системе трёх координатных осей.

В отличие от некоторых современных авторов книг по механике, торопливо определяющих её основные понятия и вводящих математический аппарат, Лагранж уделяет большое внимание пониманию особенностей, физической сущности причин и свойств движения тел. В частности, свойств инертности, порождающих центробежные силы, передачи движения (соударения, давления, притяжения), движения маятников, влияния сопротивления среды и наложенных связей. При этом он отмечает

заслуги Декарта, Уоллеса, Роберваля, Гюйгенса, Ньютона, Я. Бернулли, И. Бернулли, Д. Бернулли, Лопиталя, Тейлора, Германа, Эйлера, Клеро, Мопертюи, Дарси, Даламбера.

Важная роль в дальнейшем изложении механики отводится принципу Даламбера, идейно подготовленному работами по колебаниям маятников (Я. Бернулли, Германа, Эйлера и др.). Суть принципа сводится к следующему. Если некоторая система тел совершает движения под действием сил, то часть движений будет уничтожаться по причине взаимодействий между телами. Иначе говоря, можно считать, что движения системы тел состоят из реально происходящих и потерянных, уничтожающихся. Соответственно и силы (причины движения) можно разделить на движущие (осуществляющие движение) и на те, что не производят движение, которые уравновешиваются (их сумма равна нулю). Таким образом, для движущихся тел, как и для покоящихся, можно записать некоторое условие равновесия. Приравнивая нулю сумму уравновешивающихся сил (составляя уравнение равенства их моментов), т.е. применяя статический принцип равновесия сил, мы распространяем его и на динамику.

Этот вывод позволяет использовать все результаты, полученные в статике (первой части книги), применительно к динамике. И если вся статика сводится к «общей формуле», то и для динамики можно построить её аналог – общую формулу динамики. Принцип Даламбера стал основополагающим для получения общей формулы динамики, из которой можно аналитическим путём получить все уравнения, принципы и теоремы механики системы тел (точек). Важнейшими принципами динамики Лагранж считает принцип сохранения живых сил (Гюйгенс, И. Бернулли, Д. Бернулли), принцип сохранения движения центра тяжести (Ньютон, Даламбер), принцип сохранения суммы моментов вращения (Эйлер, Д. Бернулли, Дарси) и принцип наименьшего действия (Мопертюи, Эйлер).

В современных обозначениях общая формула динамики имеет вид

$$\sum m\left(\ddot{x}\delta x+\ddot{y}\delta y+\ddot{z}\delta z\right)+\sum\left(P\delta p+Q\delta q+R\delta r+...\right)=0\ ,$$

где m – масса одного из тел (точек) системы; x, y, z – координаты точек; δ – вариация; $P, Q, R,...$ – силы; $\delta p, \delta q, \delta r,...$ – вариации перемещений соответствующих сил вдоль их линий действия. По сложившейся традиции, произведение силы на перемещение Лагранж называет «моментом» (термин «работа силы» появился позднее), однако он отличает его от статического момента силы.

Преобразуя это уравнение, Лагранж получает закон движения центра масс, для вращающейся системы точек – теорему об изменении момента количества движения, интеграл живых сил (аналог теоремы о сохранении полной энергии), принцип наименьшего действия, известный ныне как принцип Мопертюи-Лагранжа:

$$\delta m\int u ds=\delta\int 2Tdt=0\ ,$$

где u – скорость точки массой m, s – путь, T – кинетическая энергия, дифференциальные уравнения динамики в произвольных независимых координатах, называемые сейчас уравнениями Лагранжа первого и второго рода. Заметим, что сначала получены уравнения второго рода, и в них используются символы T и Π для обозначения будущих понятий кинетической и потенциальной энергий.

Шестой отдел второй части посвящён теории малых колебаний произвольной системы тел. Задача о колебаниях тела не была новой. Со времён Галилея она привлекала внимание практически всех предшественников Лагранжа. Но практически все работы его предшественников были связаны с решением конкретных проблем. Лагранж первым предложил общую теорию составления и анализа уравнений колебаний тел, развил метод вариации произвольных постоянных. Однако один из его результатов оказался ошибочным. Он считал, что в случае действия системы потенциальных сил, при кратных корнях характеристи-

ческого уравнения, положение равновесия будет неустойчивым. Доказательство устойчивости положения равновесии было получено в 1858 г. **Карлом Вейерштрассом** (1815–1897) и **Иосифом Ивановичем Сомовым** (1815–1876).

Больше внимание в книге уделено динамике твёрдого тела, в частности, движению тела с одной неподвижной точкой. При этом он, используя уравнения и выводы, ранее полученные Эйлером, пополняет их собственными результатами. В частности, получает квадратуры, которые далее получили название «случая Лагранжа» решения задачи о вращении тела около неподвижной точки. Большие разделы книги посвящены гидростатике, гидродинамике, небесной механике, предлагаемые уравнения и методы демонстрируются на примерах решении конкретных задач.

«Аналитическая механика», над которой Лагранж работал почти четверть века, явилась одним из главных событий истории механики. Используя исторический обзор развития науки о равновесии и движении тел, глубокое понимание физической сущности механических понятий и явлений, методы математического анализа, вариационного исчисления, принципы виртуальных перемещений Даламбера, идеи и результаты Эйлера, Даламбера, их современников и предшественников, Лагранж создал новый облик и содержание механики. Построив механику на основе одного общего уравнения динамики (исполнив мечту Даламбера о построении механики на основе наименьшего числа принципов), расширив арсенал механических понятий, принципов, теорем, Лагранж придал мощный импульс её дальнейшему развитию в трудах его последователей. Идеи и методы «Аналитической механики» уже в XIX в. получили развитие и в других разделах физических наук.

Но вклад Лагранжа в мировую науку не ограничивается только достижениями в механике. Его научные интересы были весьма многогранны, и наибольшее внимание он уделял развитию математических наук. Одним из итогов его преподавательской деятельности в ППШ стало издание книг «Теория аналити-

ческих функций» (1797) и «Лекции по исчислению функций» (1801), в которых приводятся обоснование математического анализа (попытка его сведения к алгебре) и изложение вариационного исчисления. Многие результаты, опубликованные в этих книгах, послужили основой появления новых направлений развития теорий рядов, аналитических функций, функций комплексного переменного, алгебраических уравнений, квадратичных форм, неопределённых уравнений второй степени с двумя неизвестными, дифференциальных уравнений (включая уравнения математической физики), символьного исчисления.

«Аналитическая механика» была опубликована через 100 лет после выхода «Начал» Ньютона. Даже беглое сравнение этих книг показывает, какой огромный путь прошло развитие механики и математических методов за один век. Появились новые задачи, понятия, теоретические результаты, исчезли сложные геометрические методы доказательств и решения задач. Книга Ньютона долгое время оставалась неизвестной и не понятой многими учёными. Реакция на «Аналитическую механику» была совсем иной. Она сразу была принята научным сообществом конца XVIII в. и сохранила свою ценность до наших дней.

В 1787 г., по приглашению Людовика XVI, Лагранж переехал из Берлина в Париж. Ему уже 51 год, он академик Парижской академии наук (с 1772), в зените европейской славы, заканчивает подготовку к изданию «Аналитической механики» и мало интересуется политическими взглядами парижских учёных. Но после революционного переворота 1789 г. многое изменилось. Интенсивная научная деятельность последних лет не прошла бесследно. У него появилось желание оставить научную (математическую) деятельность. Поэтому, когда ему предложили принять участие в разработке нового календаря, в работе комиссии по разработке системы мер и весов, он активно включился в её деятельность и даже стал её председателем. Он выполнял отдельные поручения Конвента и Комитета общественного спасения. Став одним из администраторов Монетного

двора, участвовал в упорядочении финансовой системы, поэтому, когда был принят декрет о депортации иностранных граждан, для него было сделано исключение.

Наряду с Монжем, Лапласом, Прони, Бертолле, Фуркруа, Лагранж активно участвовал в модернизации образования и науки Франции. Он был в числе первых профессоров математики Нормальной и Парижской политехнической школ, одним из первых был избран членом Института Франции. Наполеон любил обсуждать с деликатным и ироничным Лагранжем философские вопросы. Он пожаловал Лагранжу титул графа, должность сенатора и орден Почётного легиона.

В 1811 г. Лагранж опубликовал первый том второго издания «Аналитической механики». В подготовке второго тома, вышедшего в 1815 г., участвовали **Г. Прони** (1755–1839), **С.Ф. Лакруа** (1765–1843) и **Ж.Ф.М. Бине** (1786–1856, редактор второго издания второго тома). Активными проводниками, продолжателями и критиками механико-математических идей и методов Лагранжа стали **П.С. Лаплас** (1749–1827), **Л. Пуансо** (1777–1859), **С.Д. Пуассон** (1781–1840), **А.М. Лежандр** (1752–1833; научный редактор первого издания «Аналитической механики»), **И.П.Г. Лежен-Дирихле** (1808–1859), **Ж.Л.Ф. Бертран** (1822–1900, редактор третьего издания «Аналитической механики»), **Ж.Г. Дарбу** (1842–1917), **У.Р. Гамильтон** (1805–1865), **К.Ф. Гаусс** (1777–1855), **К.Г. Якоби** (1804–1851), **М.В. Остроградский.**

Своим научным преемником Ж.Л. Лагранж считал С.Д. Пуассона. Лагранж скончался 10 апреля 1813 г. Он умер спокойно, как и жил, сказав на прощание: «Я сделал своё дело… Я снискал некоторую известность в математике, никогда не питал к кому-либо злобы и не делал никому зла».

1.4.5. Шарль Кулон

Шарль Огюстен де Кулон (Charles-Augustin de Coulomb; 1736–1806) больше известен как физик-экспериментатор, автор из-

вестного закона электростатики, чьим именем названа единица электрического заряда. Однако его вклад в механику также весьма значителен.

Рис. 26. Шарль Огюстен де Кулон

Кулон родился 14 июня 1736 г. в Ангулеме (Южная Франция) в зажиточной дворянской семье крупного королевского чиновника, учился в престижном парижском коллеже Мазарини (Коллеж четырёх наций), где увлекся математикой. После переезда в Монпелье он написал несколько работ и стал членом местной Академии наук.

В 1760 г. Шарль поступил в Мезьерскую школу военных инженеров. Там он познакомился с профессором математики Шарлем Боссю, с которым далее поддерживал дружеские отношения, и профессором экспериментальной физики, членом Парижской академии наук **Жаном Антуаном Нолле** (Jean Antoine Nollet, 1700–1770), увлёкшим его работами по изучению электричества и магнетизма. По окончании школы (1761) он получил звание лейтенанта и был направлен в Брест (порт на западе

Франции) в качестве военного инженера. Далее Кулон служил (строил мосты, дороги, укрепления, крепости) на острове Мартиника (Вест-Индия, 1764–1772) – Бушее (1772), Безансоне (1773), Шербуре (1774–1777), Салэне (1777–1779), Лилле (1780), Париже (1781) и занимался научной деятельностью. В 1770 г. он получил чин капитана, в 1773 представил в Парижскую академию наук свою первую научную работу, посвященную расчету архитектурных конструкций, получившую одобрение Ш. Боссю. В следующем году он был избран членом-корреспондентом, а в 1781 г. – академиком (по классу механики) Парижской академии наук.

В 1777 г. Кулон стал одним из победителей конкурса Академии наук, посвященного теории изготовления магнитных стрелок для определения магнитного поля Земли. Однако для истории науки наибольший интерес представляет не глава, посвященная магнитным стрелкам, а следующая, где анализируются механические свойства нитей, на которых подвешивают стрелки. Проведя серию экспериментов, Кулон установил зависимости момента силы деформации кручения от угла закручивания нити, её длины и диаметра. Результаты его опытов были обобщены в работе «Теоретические и экспериментальные исследования силы кручения и упругости металлических проволок» (1784).

В 80-е гг. он заинтересовался электрическими силами притяжения и отталкивания. Можно ли измерить столь малые силы? Кулон проявил изумительную изобретательность и в 1784 г. построил прибор для измерения сверхмалых сил – крутильные весы. Благодаря крутильным весам Кулон поставил серию экспериментов и в 1785 г. сформулировал свой знаменитый закон: сила притяжения (или отталкивания) между зарядами прямо пропорциональна произведению зарядов и обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними. Кулон гордился тем, что его закон по записи аналогичен закону всемирного тяготения Ньютона.

После смерти английского физика **Генри Кавендиша** (Henry Cavendish, 1731–1810), разбирая его бумаги, исследова-

тели установили, что закон электростатики Кавендиш открыл раньше Кулона (в 1771), но не опубликовал этот результат. Поэтому закон вошел в историю под именем Кулона. Для истории физики эксперименты с крутильными весами имели очень большое значение. Они дали метод определения величины электрического заряда через величины силы и расстояния.

До Кавендиша и Кулона проблемами магнитных и электрических явлений занимался английский физик и врач **Уильям Гильберт** (William Gilbert, 1544–1603), создавший первую теорию магнитных явлений. Он установил, что любые магниты имеют по два полюса, при этом разноименные полюсы притягиваются, а одноименные отталкиваются. Проводя опыт с железным шаром, который взаимодействовал с магнитной стрелкой, впервые выдвинул предположение о том, что Земля является гигантским магнитом. Он заметил, что многие тела, так же как и янтарь, после натирания могут притягивать маленькие предметы. В честь янтаря он назвал подобные явления электрическими (от латинского *ēlectricus* – «янтарный»).

Второй важнейшей темой исследований Кулона было явление трения. Как уже отмечалось, ещё ранее явлением трения заинтересовался Леонардо да Винчи. Важные результаты в теории сухого трения были получены в конце XVII–начале XVIII в. Амонтоном (1699), Параном (1704, «угол трения»), Эйлером (1748), установившими зависимость силы трения от давления тела на поверхность соприкосновения, в 1722 г. Камю (1699–1768) пришёл к выводу о том, что сила трения движения меньше силы трения покоя.

Продолжая работы предшественников, Кулон провел цикл опытов, в которых исследовал зависимость силы трения покоя от продолжительности контакта тел (до нескольких суток), от величины их взаимного давления (до 1 тонны), зависимость силы трения скольжения от скорости относительного движения трущихся тел (сравнивал силы трения в покое и при относительном движении тел). Результаты его исследований были

отмечены в 1781 г. премией Парижской академии наук. Позднее они были опубликованы Кулоном в трактате «Теория простых машин» (1789), работе «О трении в острие опоры» (1790), в которой он исследовал трение верчения и качения, и далее широко использовались в инженерной практике.

В 1784 г., продолжая исследования Боссю и Даламбера, Кулон начал работу по изучению сопротивления тел в жидкости. Однако её результаты были опубликованы только много лет спустя в статье «Опыты, посвященные определению сцепления жидкостей и закона их сопротивления при очень медленных движениях» (1800). Исследуя зависимость силы сопротивления жидкости от скорости движения тела (скорость варьируется от долей миллиметра до нескольких сантиметров в секунду), Кулон приходит к выводу, что при очень малых скоростях сила сопротивления пропорциональна скорости, при больших скоростях она становится пропорциональной квадрату скорости.

Как дворянин и бывший офицер королевской армии Кулон настороженно отнёсся к революционным событиям 1789 г. и последующих годов. В 1790 г. Кулон подал в Академию прошение об отставке и переехал с семьей в собственное имение (в Блуа под Парижем). В 1793 г. он был приглашен для работы в комиссии мер и весов, но вскоре был уволен. После учреждения в 1795 г. Института Франции Кулон был одним из первых избран академиком и вновь вернулся в Париж, продолжив научную деятельность.

Известно, что Наполеон симпатизировал многим ученым. В 1800 г. он назначил Кулона своим советником по делам техники, а в 1802 г. присвоил ему генеральское звание и назначил генеральным инспектором народного образования. Последние годы жизни Кулон прожил в Париже, окруженный уважением и славой. Однако частые командировки по стране (по делам развития образования) окончательно подорвали его здоровье, и 23 августа 1806 г. в возрасте 70 лет он скончался.

Лагранж и Кулон были ровесниками, оба были «заражены» идеями энциклопедистов, и их вклад в науку XVIII в. оказался взаимодополняющим. Математик Лагранж, опираясь на общепринятые физические представления, предложил новый способ построения математических моделей механики, что далее привело к бурному развитию теоретической механики. А физик и инженер Кулон сформулировал законы трения (законы Амонтона-Кулона), т.е. создал физические представления о свойствах одного из важнейших способов взаимодействия тел, что привело к дальнейшему изучению видов и свойств трения и появлению новой науки – трибологии (от греческого τρίβω – тереть, натирать).

1.4.6. Гаспар Прони

Известным математиком, механиком, организатором образования был **Гаспар Клэр Франсуа Мари Риш де Прони** (Gaspard Clair François Marie Riche, de Prony, 1755–1839).

Рис. 27. Гаспар Клэр Франсуа Мари Риш де Прони

В 1780 г. Гаспар Прони окончил знаменитую Школу мостов и дорог и как один из лучших выпускников был оставлен в качестве инженера. Далее работал в качестве инженера–строителя, познакомился с Г. Монжем, увлёкшим его изучением математики. С 1792 г. по заданию Конвента Прони руководил созданием сборника десятичных логарифмических и тригонометрических таблиц. К этой работе он привлёк А. Лежандра и Л. Карно. Технология вычислений, разработанная Прони, с которой англичанин **Чарльз Беббидж** (1791–1871) позднее познакомился, находясь во Франции, оказала большое влияние на создание первого программируемого компьютера («разностной машины»).

С 1795 г. Прони стал профессором механики ППШ, был избран членом Института Франции. Как академик-механик он был автором многих работ по гидротехнике, в частности трактата «Гидравлическая архитектура» (1790, 1796). Большой популярностью пользовался цикл его лекций по математике, механике и инженерному делу, изданных в ППШ в течение 1802–1815 гг. Среди этих изданий были «Лекции по аналитической механике» (1815). Эта книга долгие годы пользовалась неизменным спросом во многих французских и зарубежных учебных заведениях. В ней строгость и стройность аналитической механики Лагранжа удачно дополнялась многочисленными примерами, чертежами и конкретными задачами.

В 1798 г. Прони был назначен главным инспектором инженеров и директором Школы мостов и дорог. Отказавшись от участия в египетской экспедиции Наполеона, он утратил расположение императора и был руководителем гидротехнических работ в различных департаментах Франции. Прони был автором ряда изобретений, в том числе динамометрического прибора («тормоз Прони»). После восстановления королевской власти он был назначен пожизненным экзаменатором ППШ, в 1828 г. получил титул барона, а в 1835 г. стал пэром Франции.

1.4.7. Жан Фурье

Важную роль в создании математического аппарата современной механики сыграли работы **Жана Батиста Жозефа Фурье** (1768–1830).

Рис. 28. Жан Батист Жозеф Фурье

Жан Батист был 12-м ребенком (из 15 детей) в семье портного Жозефа Фурье. В возрасте восьми лет он полностью осиротел, но у него была возможность учиться сначала в церковной школе, затем в военной школе его родного города Осера, где он увлёкся математикой. В 14 лет Жан Батист самостоятельно освоил шеститомный «Курс математики» **Этьена Безу** (1730–1783). Его успехи в учебе были отмечены призами по риторике, математике, пению, механике. Он хотел стать артиллеристом или военным инженером, но его происхождение не давало ему такой возможности.

После 1784 г. Фурье учился в школе, одновременно работая учителем. После окончания школы поступал в аббатство Святого Бенедикта на Луаре, начал самостоятельные математические

исследования, как сторонник политических перемен увлёкся революционной деятельностью. В январе 1795 г. он стал учащимся Нормальной школы в Париже, но в мае получил место в ППШ. Однако в том же месяце он был арестован за участие в политической деятельности. К счастью, в августе он неожиданно был освобождён и уже с первого сентября 1795 г. был принят в ППШ в качестве преподавателя начертательной геометрии и некоторых разделов математического анализа (совместно с Лагранжем). Через два года Фурье сменил Лагранжа на посту руководителя кафедры анализа и механики.

В 1798 г. Фурье стал соучастником египетского похода Наполеона. В Египте он руководил археологическими раскопками, занимался формированием системы образования, созданием Каирского института, в котором занимал пост секретаря. Вскоре после возвращения в ППШ (1801), ему снова пришлось оставить Париж и профессорскую деятельность. Наполеон назначил его префектом департамента Изер (Гренобль). По случаю 40-летия Фурье Наполеон наградил его орденом Почётного легиона и присвоил титул барона (1809). В 1814 г. Фурье был назначен префектом Роны, но в следующем году оставил административную службу и вернулся в Париж, где был принят на должность директора Статистического бюро. В 1817 г. он был избран в Парижскую академию наук, в 1826 – во Французскую академию и Академию медицины. С 1826 г. он – почетный член Петербургской академии и Лондонского королевского общества.

Активная научная деятельность Фурье началась в 1789 г., когда он представил в Академию наук работу о численном решении уравнений любой степени. Большинство его работ относятся к теориям алгебраических уравнений и уравнений математической физики, представлению функций в виде тригонометрических рядов («рядов Фурье»), к теплопроводности, теории вероятностей, математической статистики, египтологии. В работах по механике он использовал принцип возможных перемещений. Но не все его идеи сразу получали

поддержку. Например, когда в 1807 г. Фурье выступал в академии с докладом «О распространении тепла в твёрдом теле», его выступление получило очень противоречивую оценку. Лагранж и Лаплас не могли смириться с тем, что Фурье разлагал функции в тригонометрические (а не в степенные) ряды, позднее названные его именем. Био, Лаплас, Пуассон выступали против его уравнения распространения тепла. И попытки разъяснения, предпринятые Фурье, оказались безуспешными.

Однако это была временная неудача. В 1812 г. представленная Фурье на конкурс аналитическая теория теплопроводности получила Большую премию Академии наук. А методы (ряды, интегралы Фурье), которые он использовал в теории распространения тепла, вскоре стали мощным инструментом математического исследования разнообразных задач механики, астрономии, акустики, оптики, теории приливов, радиотехники (всюду, где есть волны и колебания).

ГЛАВА 2.
НОВЫЕ РАЗДЕЛЫ МЕХАНИКИ

2.1. Небесная механика

Естественно-научные и технические проблемы всегда были важнейшими стимулами развития науки. А астрономия была одним из главных источников задач и методов механики. Первые теории устройства Мира неизбежно включали не только описание картины звёздного неба, движений звёзд, Солнца, Луны, планет, но и причин движений. В XVII в. Кеплер, Галилей, Гюйгенс, Ньютон начали новую эру в создании теоретической астрономии. Идея изучения движения планет средствами «геометрии бесконечно малых», дифференциального и интегрального исчисления (теории флюксий) вылилась в создание основ математики непрерывных величин и теоретической механики (динамики). Эти теоретические основы далее получили развитие при решении конкретных математических задач о движении планет, их спутников, комет, о форме небесных тел и их влиянии на земные процессы (приливы, отливы). Таков был один из путей развития механики в XVIII в.

После завершения в 1522 г. экспедиции Магеллана было получено первое доказательство вращения Земли вокруг своей оси (считая дни плавания (с востока на запад), члены экспедиции были уверены, что вернулись в родной порт в среду, но в порту был уже четверг). Окончательно (но не сразу!) эта и другие мысли, связанные с движением Земли, укрепились после

появления гелиоцентрической системы Коперника («Об обращении небесных сфер», 1543). Наблюдательная астрономия (Т. Браге), теория конических сечений Аполлония и длительные математические расчеты позволили И. Кеплеру вывести законы движения планет («Новая астрономия», 1609; «Гармония мира», 1619), ставшие далее основой для теоретического открытия Ньютоном закона всемирного тяготения и законов механики (1687). Уже в начале XVII в. Кеплер считал, что причиной эллиптического движения планет с постоянной секторной скоростью является солнечное притяжение. С появлением телескопов Галилея, Кеплера, Гюйгенса, Ньютона, позволявших подтверждать математические расчеты астрономическими наблюдениями, интерес к задачам движения (механики) небесных тел стал всеобщим. Эти задачи, наряду с задачами об ударе, о колебаниях тел, послужили основой создания теоретического аппарата механики (её физических законов и их математического описания) и практической проверки его соответствия действительности.

Описывая законы механики, необходимые для получения величины силы притяжения планеты к Солнцу, Ньютон считал их пригодными для решения и других известных ему задач. Далее эта мысль была подтверждена работами его последователей, а законы механики были использованы для решения новых задач не только небесной, но и земной механики. Задачи небесной механики в трудах Эйлера, Клеро, Даламбера, Лагранжа стали главным полигоном для совершенствования понятий и методов теоретической механики. Задача о движении тела с одной неподвижной точкой пришла из небесной механики, свои знаменитые углы Эйлер позаимствовал из астрономии. Изучая вопрос о фигуре Земли, Клеро установил основные законы гидростатики, пришёл к понятию устойчивости движения. «Аналитическая механика» Лагранжа содержит большой раздел, посвящённый адаптации его уравнений к решению задач небесной механики.

Практическое изучение астрономии для нужд земледелия, ориентации на местности, наблюдения за движением небесных

тел велись на протяжении тысячелетий. В XV–XVIII вв. с развитием морского судоходства к этому добавились проблемы ориентации кораблей на море, расширились возможности визуального наблюдения неба с помощью телескопов – и все это стимулировало интерес к астрономии. В 1714 г., по инициативе Ньютона, английское правительство объявило конкурс (с крупной денежной премией) за открытие астрономического способа определения долготы судна – море. Академии наук (Парижская, Петербургская и другие) объявляли конкурсы работ по небесной механике. Проблемы возникновения и формы Земли, возможности жизни на других планетах, устройства Солнечной системы, причины опоздания кометы Галлея в XVIII в. были в центре внимания не только большинства профессионалов-геометров (математиков, механиков, астрономов), но и многочисленных любителей, и даже членов светских салонов французской знати.

Однако до конца первой трети XVIII в. «Начала» Ньютона, содержащие ответы на многие вопросы небесной механики, были мало известны в континентальной Европе. Основными проводниками идей Ньютона во Франции стали Мопертюи, Клеро, Вольтер, Даламбер и дю Шателе. В 1732 г. Мопертюи опубликовал книгу «Рассуждения о форме небесных тел в системах Декарта и Ньютона», в которой кратко и доступно изложил суть взглядов Декарта и Ньютона. Первый утверждал, что Земля вытянута вдоль линии полюсов, а второй, – что сжата. Экспедиция в Лапландию (1736) окончательно убедила Мопертюи и его читателей в правоте Ньютона. Следующий шаг сделал Вольтер, опубликовавший «Философские письма об англичанах» (1733) и «Элементы философии Ньютона» (1738). Литературный талант, авторитет и энтузиазм Вольтера подтолкнули Клеро и маркизу дю Шателе к мысли об издании «Начал» Ньютона в Париже на французском языке (подлинник был на латыни). Книга, изданная уже после смерти маркизы в 1749 г., быстро стала популярной в научных кругах не только Франции, но и всей Европы как источник дальнейшего развития земной и небесной механики.

Важные достижения небесной механики связаны с именем А. Клеро. В соответствии с расчетами Э. Галлея комета, названная его именем, должна была появиться в 1757 г. (средний период обращения – 76 лет). Однако этого наглядного подтверждения верности теории всемирного тяготения Ньютона в 1757 г. не случилось. Комета опаздывала. Клеро провел огромный объем вычислений, связанных с учетом влияния Юпитера и Сатурна, и назвал новую дату (1759) появления кометы Галлея в ее перигелии. Он ошибся только на 19 дней (параметры траектории кометы были неточны). Закон всемирного тяготения получил экспериментальное подтверждение, а Клеро – премию Петербургской академии наук.

Как и многие его современники, Клеро занимался созданием теории движения Луны, и одна из его работ по этой тематике также была отмечена Петербургской академией наук. Но ещё больше он известен как автор книги «Теория фигуры Земли, основанная на началах гидростатики» (1743). Долгие годы считалось, что планеты возникли в результате отвердения некоторого объема вращающейся жидкости. Поэтому автор поставил перед собой задачу найти аналитически форму, которую примет некий объем вращающейся неоднородной жидкости, все частицы которой притягиваются друг к другу по закону всемирного тяготения. Для однородной жидкости такую проблему первым решал Ньютон (третья книга «Начал»). Клеро привел обоснование основного принципа гидростатики (при равновесии жидкой массы сумма давлений в любой мысленно выделенной замкнутой трубке равна нулю) и показал, что Земля имеет форму эллипсоида вращения, сжатого по его оси. Многие вопросы, обсуждаемые в этой книге, получили дальнейшее развитие в работах Даламбера, Эйлера, Лагранжа, Лапласа, Пуанкаре, Ляпунова, в частности, связанных с созданием теории устойчивости движения.

Эйлер опубликовал 97 работ, посвященных небесной механике и астрономии. В 1740 г. в «Исследовании физических причин морских приливов и отливов», получившем премию Парижской

академии, он изложил теорию, учитывающую не только притяжение Луны, но и инерцию и колебания водных масс. В трактате «Теория движения планет и комет» (1744) приводится аналитическое решение нескольких задач по определению орбит небесных тел. Изучению движения Луны посвящена книга «Теория движения Луны» (1753), в которой движение земного спутника рассматривается с учетом притяжения Солнца. Эта задача трёх тел, как показали Клеро и Даламбер, не может быть решена в замкнутом виде.

Следующим шагом в исследовании движения Луны стал мемуар «Новая теория движения Луны» (1772), в котором Эйлер объясняет некоторые периодические особенности её движения. Опуская математические подробности, следует сказать, что примерно через 100 лет результаты Эйлера были подтверждены французом **Эмилем Матьё** (Émile Léonard Mathieu, 1835–1890) и англичанином **Микая Хиллом** (Micaiah John Muller Hill, 1856–1929). Линейное дифференциальное уравнение второго порядка (уравнение Хилла, 1886)

$$\ddot{y} + f(t)y = 0,$$

где $f(t)$ – периодическая функция, и его частный случай – уравнение Матьё, играет важную роль в задаче трёх тел и теории колебаний (в зависимости от вида $f(t)$ определяет условия устойчивости квазипериодических колебаний или возникновения флаттера (параметрического резонанса)).

Работы по небесной механике (по сферической тригонометрии, методам определения орбит небесных тел, задачам двух, трёх и многих тел, теории возмущений, либрации (колебаниям) Луны) занимают важное место (более трети всех публикаций!) в научном творчестве Лагранжа. В своих работах он использовал методы математического анализа, по обыкновению, ограничиваясь получением дифференциальных уравнений и указанием методов их решения. Получение численных решений, как правило, его не интересовало. Но такова была особенность

его научного стиля. Он был математиком, теоретиком механики, и практические результаты его интересовали гораздо меньше.

Наиболее значительный вклад в создание небесной механики как нового раздела аналитической механики сделал выдающийся французский математик, механик, физик, астроном **Пьер Симон Лаплас** (Pierre Simon de Laplace, 1749–1827).

Рис. 29. Пьер Симон Лаплас

Пьер родился 23 марта 1749 г. в местечке Бомон-ан-Ож (департамент Кальвадос, Нормандия) в крестьянской семье. Его детские биографические сведения достаточно противоречивы. По одним сведениям, его родители были очень бедны, по другим – семья была вполне обеспеченной. Мать Пьера (Мария-Анна) происходила из благополучной фермерской семьи, а её брат был учителем математики. Обучаясь в монашеском колледже, Пьер, обладавший отличной памятью, проявил прекрасные способности к математике, языкам и ораторскому искусству. После окончания коллежа он поступил на богословский факультет университета г. Кана (Caen), но вскоре его оставил и переехал в Париж. В столице 17-летний Пьер встретился с Даламбером,

который быстро оценил его талант и помог ему занять место преподавателя математики Парижской военной школы. Вскоре у Пьера появились первые публикации в Академии наук, он мечтал стать её членом. В 1773 г. 24-летний Лаплас был избран адъюнктом, а 1785 – пансионером Академии наук.

В 1784 г. он был назначен экзаменатором в Королевский артиллерийский корпус, где в 1785 г. экзаменовал будущего младшего лейтенанта 16-летнего Наполеона Бонапарта. В 1788 г. Лаплас женился. Жена была на 20 лет его моложе, но брак был удачным. У них родились сын, ставший позднее военным, и дочь (в 1813 г. умерла при родах). После революции 1789 г. Лаплас вошёл в комиссию по стандартизации мер и весов (с 1790 был её председателем), но в 1793 г. был из неё уволен («за недостаток республиканских добродетелей и ненависти к королю») и переехал в Мелен (50 км от Парижа). Здесь Лаплас начал работу над книгой «Изложение системы мира» (1796).

Но уже в 1795 г. Лаплас вернулся в Париж, где стал профессором Нормальной и Политехнической школ, членом Института Франции, пришедшего на смену Парижской академии наук, возглавил Бюро долгот и Парижскую обсерваторию. В 1799 г. Наполеон назначил своего бывшего экзаменатора Лапласа министром внутренних дел, но уже через шесть недель освободил его по причине профессиональной непригодности. Однако это не отразилось на симпатиях Наполеона к Лапласу. Вскоре Лаплас стал членом Сената, в 1803 г. – его Канцлером, был награжден орденом Почетного легиона (1804), удостоен титула графа (1806).

В 1814 г., когда Наполеон утратил былое могущество, Лаплас голосовал в Сенате за низложение императора, приветствовал реставрацию Бурбонов и в числе первых присягнул на верность новому королю. В 1816 г. Лаплас получил от Людовика XVIII Большой крест Почетного легиона, должность президента Бюро долгот и председателя комиссии по реорганизации ППШ, его выбирают в «Академию бессмертных», в 1817 г. Лаплас получил титул маркиза и стал пэром Франции, был избран академиком Академии наук (Монж и Карно были исключены).

Долгие годы Лапласа и Лагранжа связывали общие работа и научные интересы. Но взаимоотношения этих двух выдающихся ученых не всегда были безоблачными. Лаплас ревниво относился к общепризнанной славе Лагранжа как первого математика Франции. И только природная деликатность и непоколебимая порядочность Лагранжа были залогом сохранения их корректных отношений. Многие современники, коллеги-ученые, ученики Лапласа, не одобряли его «политическую гибкость», излишнюю амбициозность, но ценили его как учёного.

Диапазон научных интересов Лапласа был обширен. Многие его публикации посвящены проблемам математики, механики, физики, астрономии, но самую широкую известность он получил как один из творцов небесной механики. Ещё будучи начинающим ученым, он составил собственную программу исследований движения небесных тел, которую неукоснительно соблюдал и, благодаря своему упорству, полностью выполнил. Этому способствовало и то, что после появления и непрерывного совершенствования телескопов, открытия новых астрономических обсерваторий точность и диапазон астрономических наблюдений значительно возросли.

Было установлено (Кассини, Галлей, Клеро), что орбитальное движение Юпитера, Сатурна, Луны не полностью соответствуют законам Кеплера, а существуют «вековые ускорения»: скорость Юпитера возрастает (он приближается к Солнцу), скорость Сатурна убывает (он удаляется от Солнца), у Луны она также переменна. Это обстоятельство стало причиной сомнений в верности закона всемирного тяготения, хотя ещё сам Ньютон утверждал, что при описании движения планет кроме силы притяжения Солнца необходимо учитывать силы притяжения других космических тел (особенно больших планет). И тогда возник следующий вопрос: не может ли взаимное притяжение планет однажды нарушить устойчивость, стабильность Солнечной системы?

В 1773 г. 24-летний Лаплас опубликовал работу «О принципе всемирного тяготения и о вековых неравенствах планет, которые от него зависят», где установил, что средние «вековые

движения» Юпитера и Сатурна равны нулю (добавочные ускорения планет иногда меняют свой знак). В результате сложного математического анализа он пришел к заключению, что взаимное притяжение планет не может нарушить целостность Солнечной системы. Вывод об устойчивости Солнечной системы был одним из важнейших достижений Лапласа, ещё одним подтверждением верности закона всемирного тяготения и эффективности методов механики и математического анализа.

Через десять лет Лаплас вновь вернулся к проблеме «вековых ускорений» и показал, что у Юпитера и Сатурна они возникают по причине их гравитационного взаимодействия и изменяются периодически с периодом 929,5 лет. У Луны «вековые ускорения» также имеют периодический характер и возникают по причине изменения эксцентриситета орбиты Земли, который меняется по причине влияния на её движение других планет. По своей теории движения Луны Лаплас достаточно точно вычислил расстояние от Земли до Солнца и величину сжатия нашей планеты у полюсов. В 1787 г. Лаплас дополнил эти результаты, показав, что основные характеристики движения планет либо остаются неизменными, либо изменяются обратимо и периодически. Таким образом, проблема стабильности Солнечной системы была, в основном, решена. Хотя позднее к ней не раз обращались другие ученые (например, А. Пуанкаре).

В 1789 г. Лаплас опубликовал первую теорию движения спутников Юпитера. Эта теория была важна не только как вклад в астрономию (были составлены более точные таблицы движений спутников Юпитера), но она имела и прикладное значение. Таблицы движений спутников использовались для определения географической долготы судна на море (тела на местности). Работы Лапласа были посвящены и многим другим проблемам небесной механики: определению фигур небесных тел, методов расчета траекторий планет и комет, исследованию движения земных полюсов, разработке теории приливов и отливов. Все результаты, полученные им самим и его предшественниками, Лаплас свёл в пятитомном «Трактате о небесной механике»,

публикация которого длилась 26 лет (первые два тома – 1799–1800; третий том (с посвящением Наполеону) – 1802, четвёртый том – 1805, пятый том – 1825). С началом издания этого трактата в науку вошло название нового направления теоретической астрономии и механики – небесная механика (термин Лапласа).

Изучение движения планет, их спутников, комет, естественно, привело к вопросу о возникновении Солнечной системы. Лаплас выдвинул гипотезу, согласно которой Солнечная система образовалась из горячей вращающейся газовой туманности, которая окружала молодое Солнце. Постепенно остывая, она сжималась под действием сил гравитационного взаимодействия (ранее подобную гипотезу высказывал немецкий философ **Иммануил Кант** (Immanuel Kant, 1724–1804)). С уменьшением размеров туманности скорость её вращения увеличивалась. Когда центробежные силы, действующие на частички туманности, стали сравнимы с силами взаимного притяжения, образовался околосолнечный диск, далее разделившийся на кольца. Эти кольца под действием силы гравитации далее превратились в планеты. Эта точка зрения была общепринятой в астрономии более ста лет, сохранив отдельные свои положения до наших дней.

Невозможно не отметить и заслуги Лапласа-математика как одного из творцов теории вероятностей, математической «теории ошибок», автора обоснования метода наименьших квадратов, найденного Гауссом и Лежандром, операторного метода решения дифференциальных уравнений. Результаты своих математических исследований Лаплас опубликовал в «Аналитической теории вероятностей» (1812, далее переиздавалась трижды). В математику вошли такие понятия, как «преобразование Лапласа», «теорема Лапласа» (одна из предельных теорем теории вероятностей, одна из теорем линейной алгебры), «интеграл Лапласа», «оператор Лапласа» («лапласиан»), в гидродинамику – «число Лапласа», в астрономию – «плоскость Лапласа».

Лаплас является одним из основоположников молекулярной механики – механики, основанной на молекулярной теории

строения вещества. Всё, что не объяснялось теорией всемирного тяготения (химические свойства, явление упругости, капиллярность и иные физические явления), объяснялось молекулярным притяжением. В физике Лапласу принадлежит барометрическая формула, связывающая плотность воздуха, высоту, влажность и ускорение свободного падения. Он занимался геодезией и теорией рефракции, сравнением процессов, происходящих в живых и неживых системах (вместе с Лавуазье). В частности, используя изобретенный ими ледяной калориметр, они показали, что дыхание является одной из форм окисления. Изучение дыхания положило начало его физическим исследованиям капиллярных явлений (установил закон капиллярного давления), теории потенциала. Он получил формулу для вычисления скорости звука в воздухе, размышлял о движении тел с переменной массой.

Как философ Лаплас был сторонником теории детерминизма – учения о взаимосвязи, взаимообусловленности происходящих процессов и явлений, о всеобщей причинности. Эти взгляды были непосредственно связаны с идеями математического моделирования природных процессов и явлений. Он утверждал, что если бы какое-то разумное существо («демон Лапласа») знало положения и скорости всех частичек и тел Вселенной в некоторый момент времени, то, построив математическую модель движения всей этой системы точек и тел, оно могло бы точно рассчитать, предсказать все дальнейшие события в этом Мире («Лапласов детерминизм»). Предсказать движения всех космических и земных тел, судьбы отдельных людей, народов и цивилизаций.

Последние годы жизни Лаплас провел в собственном имении в городке Аркель близ Парижа. Он готовил к изданию пятый том «Небесной механики», «Историю астрономии» (издана в 1821). Лаплас был членом большинства европейских академий наук (Петербургской с 1802), членом Французского географического общества, активным членом масонской ложи «Великий восток Франции» и абсолютным атеистом (несмотря на религиозное образование). Зимой 1827 г. он заболел, и 5 марта того же года

его не стало. По легенде, перед смертью он сказал: «*То, что мы знаем, – так ничтожно по сравнению с тем, чего мы не знаем!*».

«Небесная механика» Лапласа стала настольной книгой для астрономов XIX в. В 1781 г. английский астроном немецкого происхождения **Фредерик Уильям (Фридрих Вильгельм) Гершель** (1738–1822) открыл новую планету Уран и два её спутника. Вскоре была вычислена её орбита, расстояние до Солнца (19,19 астрономических единиц) и период обращения (84 года). Однако вскоре наблюдения показали, что Уран в своем движении отклоняется от расчетной орбиты. И почти одновременно, сначала англичанин **Джон Коуч Адамс** (1819–1892), а чуть позднее француз **Урбен Жан Жозеф Леверье** (1811–1877), высказали гипотезу о существовании ещё одной неизвестной планеты, являющейся причиной возмущений траектории Урана. Зная возмущения, они вычислили координаты предполагаемой планеты и сообщили об этом своим национальным обсерваториям. Однако первым, откликнувшись на просьбу Леверье, новую планету обнаружил астроном Берлинской обсерватории **Иоганн Готтфрид Га́лле** (1812–1910). Так 26 сентября 1846 г. Солнечная система «пополнилась» еще одной планетой, получившей название Нептун, удаленной от Солнца на 30,07 астрономических единиц, с периодом обращения 164,8 года. Это была мировая сенсация и триумф небесной механики.

2.2. Теоретическая механика

В XIX в. из механических задач и теорий Галилея, Декарта, Гюйгенса, Ньютона, Вариньона, Эйлера, Даламбера, Лагранжа и других математиков и механиков XVII–XVIII вв. начинает складываться научное направление, посвящённое физико-математическому исследованию равновесия и произвольного движения абсолютно твёрдых тел, – теоретическая (аналитическая, рациональная) механика.

Новое научное направление отражало потребность

– в построении (на основе физико-технических понятий, принципов, законов) математических теорий движения и равновесия недеформируемых тел природы и техники;

– создании эффективных методов решения и анализа уравнений движения (равновесия) для определения кинематических и динамических характеристик движения (равновесия) тел.

Это научное направление включало достаточно самостоятельные и во многом обновлённые разделы механики: статику, кинематику, динамику. Оно использовало как новые физические представления о свойствах абсолютно твёрдых тел природы и техники (машин и механизмов), так и идеи, понятия и методы новой математики (алгебры, геометрии, математического анализа, дифференциальных уравнений, вариационного исчисления, векторного, тензорного анализа и других разделов математики). Наиболее значительный вклад в развитие основ теоретической механики в XIX в. внесли Ж.Л. Лагранж, П.С. Лаплас, Л. Карно, Л. Пуансо, С.Д. Пуассон, Г.Г. Кориолис, У.Р. Гамильтон, К.Ф. Гаусс, К.Г. Якоби, их современники и последователи. В XX в. теоретическая механика стала прообразом создания теоретической физики и всех наук, связанных с математическим моделированием в технике, экономике, биологии и других науках.

2.2.1. Луи Пуансо

Аналитические методы механики, столь популярные в творчестве Эйлера, Даламбера, Лагранжа, Лапласа, получили дальнейшее развитие в трудах ученых XIX в. Однако ожидаемого Лагранжем отказа от использования геометрических методов не произошло. Более того, наглядные и привычные геометрические методы изложения статики, кинематики, динамики, решения прикладных задач получили дальнейшее развитие. И в этом велика заслуга одного из знаменитых французских математиков и механиков XIX в. **Луи Пуансо** (Louis Poinsot, 1777–1859).

Рис. 30. Луи Пуансо

Пуансо родился 3 января 1777 г. в семье парижского бакалейщика, учился в лицее Людовика Великого, а в 1794 г. 17-летний Луи оказался среди первых студентов ППШ. Далее он продолжил образование в Школе мостов и дорог, где окончательно сформировался его интерес к математическим наукам. С 1800 по 1804 г. он работал инженером, в 1804–1809 гг. был профессором математики в Лицее Бонапарта, в 1809–1816 гг. – профессором математического анализа и механики ППШ, после 1816 г. – экзаменатором. И все эти, как и последующие годы, были заполнены изучением геометрии и механики, публикацией научных работ.

В 1809–1824 гг. он одновременно был генеральным инспектором Французского университета, с 1836 г. – членом Бюро долгот, с 1840 г. – членом Королевского совета народного просвещения; в 1846 г. он был награждён орденом Почетного легиона, с 1852 г. был сенатором Второй империи. В 1813 г., после смерти Лагранжа, Пуансо занял его место академика в Институте Франции (Академии наук), а в 1858 г. был избран членом Лондонского королевского общества. За месяц до своего 83-летия Пуансо скончался (5 декабря 1859) в Париже.

В 1804 г. Пуансо опубликовал «Начала статики» (годом ранее книга была доложена в Парижской академии наук) – одно из самых главных своих сочинений, в основном, завершившее многовековое развитие статики. Книга оказалась настолько популярной, что переиздавалась ещё 11 раз, была переведена на многие иностранные языки и более столетия использовалась в качестве учебника по статике, повлияв на содержание и остальных разделов механики.

Как уже отмечалось, важной вехой в развитии статики была «Новая механика или статика» (1725) П. Вариньона, первое издание которой вышло в 1687 г. За истекшее с той поры столетие ученые-механики существенно пополнили арсенал статики новыми идеями, значительно расширился парк механизмов и машин, но после триумфального появления «Аналитической механики» Лагранжа, низвержения геометрических методов, интерес к задачам статики отошел на второй план. Пуансо, будучи учеником Лагранжа в ППШ, посмел не согласиться с мэтром и творчески продолжил научные достижения П. Вариньон, Ш. Боссю и своего учителя Г. Монжа.

Как и «Элементарный учебник статики» Монжа, «Начала статики» Пуансо состоят из «Введения» и четырёх глав (совпадают и сюжеты двух последних глав). Во «Введении» автор приводит основные понятия статики (абсолютно твёрдого тела, покоя тел, силы как причины движения (равновесия), отмечает, что сила обладает точкой приложения, величиной и направлением) и формулирует основные задачи механики (найти движение, которое какая-либо механическая система получает под действием заданных сил, и обратная задача – найти соотношения сил, действующих на систему точек, при которых она получит заданное движение).

Но решение общей задачи механики автор предлагает начать с частного случая. Нужно понять, каким должно быть соотношение сил, приложенных к системе точек, чтобы она получила движение, равное нулю, иными словами, находилась бы в равновесии. Если эта задача будет решена, то к ней можно будет

привести и другие задачи. Вот почему обычно изучение механики начинают со статики, которую определяют как науку о равновесии сил.

Динамику Пуансо определяет как науку о движении. В то время кинематика еще не существовала как самостоятельная наука, поэтому основное отличие статики от динамики Пуансо видит в том, что в решении статических задач достаточно знать только величины и направления приложенных сил, тогда как в динамике требуется знание и некоторых дополнительных данных. Он устанавливает различие между «равновесием» и «покоем» тел (на покоящееся тело не действуют никакие силы, тогда как на тело, находящееся в равновесии, действуют взаимно уничтожающиеся силы), но не считает это различие существенным. Это он подтверждает аксиомой: состояние тела, находящегося в покое или подверженного действию некоторых сил, не изменится, если к этому телу приложить какие угодно новые силы, которые взаимно уравновешиваются между собой.

При рассмотрении равновесия свободного твердого тела достаточно знать лишь координаты точек приложения сил, их величины и направляющие косинусы линий их действия. Объем и форма тела значения не имеют. Если тело не является свободным, то его всегда можно сделать таковым, отбросив сопротивления и заменив их подходящими силами. Таким образом, Пуансо вводит в науку понятие реакции связей и аксиому освобождения от связей. В этом одно из различий статик Пуансо и Лагранжа.

Если на тело действует система сил, находящихся в равновесии, то можно считать, что одна из них P уравновешивает все остальные, вместе взятые. Если приложить к телу одну силу P', равную и прямо противоположную P, то силы P и P' уравновесятся. Поскольку же P уравновешивается со всей системой приложенных сил, то сила P' и совокупность всех остальных сил являются эквивалентными друг другу. Общий признак эквивалентности двух систем сил состоит в следующем: они эквива-

лентны, если каждая из них в отдельности может быть уравновешена одной и той же третьей системой сил. Пуансо рассматривает только частный случай эквивалентности, когда эта третья система представляет собой единственную силу. Так он вводит понятие о равнодействующей данной системы сил и об операциях сложения и разложения сил.

Первая глава посвящена основам статики. Аксиоматика у Пуансо отличается от аксиоматики Вариньона, Боссю, Монжа. Прежде всего, рассматриваются сложение и разложение сил. Основными аксиомами называются: аксиома о переносе силы вдоль её линии действия, о том, что две равные и прямо противоположные силы, лежащие на одной прямой, находятся в равновесии, что две силы P и Q, действующие по одной прямой и в одном направлении, в результате сложения дают равнодействующую, равную $P+Q$, направленную по той же прямой; отсюда выводится правило сложения сил, действующих по одной прямой. Далее приводятся доказательства для сложения параллельных сил и для сходящихся сил (параллелограмм и параллелепипед сил).

После этого Пуансо рассматривает пары сил, правила их перенесения и сложения, дает графическое изображение момента силы, который до него представлялся в виде алгебраической величины. Он представляет геометрический образ момента пары в виде отрезка, имеющего величину и направление и перпендикулярного к плоскости соответствующей пары. Тогда ещё не существовало понятия вектора, поэтому, не называя, он фактически пользуется им. Заканчивается глава общим случаем сложений любой пространственной системы, т.е. приведением системы к силе и к паре сил, плоскость которой перпендикулярна силе, а также понятием о центральной оси. В качестве частных случаев разбираются условия равновесия заданной системы сил, а также условия, при соблюдении которых данная система сил, не находящаяся в равновесии, может быть заменена одной равнодействующей силой.

Во второй главе «Об условиях равновесия, выраженных уравнениями» выводятся уравнения равновесия параллельных сил, лежащих в одной плоскости, а затем расположенных и в пространстве, уравнения равновесия плоской и пространственной систем сил. Глава заканчивается разделом, в котором дается определение условий равновесия тела, имеющего одну и две точки опоры или опирающегося на неподвижную плоскость. Новым элементом является определение опорных реакций в этих трех случаях, или, если пользоваться терминологией Пуансо, давлений в опорных точках, причем подробно дискутируется случай статической неопределимости для тела, имеющего две неподвижные точки опоры.

Теории центров тяжести посвящена третья глава. Вес тела рассматривается тоже как некоторая сила, обладающая величиной и направлением; центр тяжести рассматривается как центр параллельных сил – точка, через которую проходит направление силы веса тела (равнодействующей весов частиц тела) при любых положениях тела по отношению к горизонтальной плоскости. Далее даются общие формулы для нахождения центра тяжести тел и определяются центры тяжести фигур и тел для случаев, когда можно обойтись без интегрального исчисления.

Четвёртая глава называется «О машинах». Пуансо дает сначала обычное в его время определение машины как инструмента, предназначенного для передачи действия сил, и затем заменяет его более точным, с его точки зрения: машины представляют не что иное, как тела или системы тел, стесненные в своих движениях какими-нибудь препятствиями. Далее он приводит свою классификацию машин в зависимости от вида препятствий (от вида связей). При этом он не учитывает силы трения, жесткости веревок, рассматривая их как гибкие и нерастяжимые нити.

Он дает основные положения для определения условий равновесия системы тел, которые сводятся к двум:

1. Если какая-либо система точек находится в равновесии, то должна находиться в равновесии каждая точка этой системы

под действием как непосредственно приложенных к ней сил, так и тех реакций, которые она испытывает со стороны других точек этой системы.

2. Две точки могут действовать одна на другую только по направлению прямой, соединяющей эти точки, причем действие всегда является равным и противоположным противодействию.

Определение условий равновесия сводится к определению сопротивлений (реакций), получающихся при взаимодействии отдельных точек системы; если эти сопротивления известны, то остается лишь комбинировать эти силы взаимодействия с теми, которые непосредственно даются условиями задачи (внешними силами), применяя к каждому телу условия равновесия, если бы оно было совершенно свободным.

В качестве примера Пуансо рассматривает верёвочную машину (у Вариньона – верёвочный многоугольник), определяет её форму равновесия и величину натяжения. Уравнения цепной линии в окончательной форме Пуансо не дает: он определяет ее тем свойством, что тангенс ее наклона к горизонтали возрастает пропорционально длине дуги, отсчитываемой от ее наинизшей точки.

В заключение Пуансо перечисляет наиболее популярные машины, условия равновесия в которых устанавливаются отношением движущей силы к побеждаемому ею сопротивлению (аналог принципа возможных перемещений), и при помощи пар, впервые дает объяснение «парадокса весов Роберваля», который не получил в то время истинного объяснения (если разобрать перемещения всех деталей механизма, то принцип возможных перемещений дает простое объяснение).

Монжем было доказано, что произвольная система сил может быть приведена к двум силам. Пуансо показал возможность иного приведения системы сил к простейшему виду: произвольная система сил может быть приведена к одной силе, позднее получившей название главного вектора, и к паре сил, определяемой главным моментом.

Идею понятия пары сил Пуансо далее использовал и в своих работах, посвящённых изучению движения тел: «Мемуар о сложении моментов и площадей» (1803), «Общая теория равновесия и движения систем» (1808) «Теории и определения экватора Солнечной системы» (1828), «Новая теория вращения тел» (1834). Момент силы F относительно точки O можно представить как удвоенную площадь треугольника, вершина которого находится в точке O, а основанием является сила F. Это означает, что момент количества движения точки, двигающейся по окружности радиуса R (в центральном поле сил) с постоянной скоростью $\upsilon = \dot{\varphi} R$, будет иметь выражение $\frac{1}{2} m \dot{\varphi}^2$, откуда следует постоянство секторной скорости, момента количества движения и вывод Лапласа о существовании «неизменяемой плоскости» Солнечной системы», к которой должен быть перпендикулярен общий момент количеств движения всех планет системы. Пуансо указывает, что в своих расчетах Лаплас не обратил внимания на моменты количеств движения от вращения планет вокруг собственной оси – моменты, величину которых Пуансо определяет как произведение момента инерции планеты во вращении вокруг своей оси на угловую скорость этого вращения. Кинетический момент Солнечной системы был получен в работе 1828 г.

Важным вкладом в геометрические методы исследования динамического движения стала «Новая теория вращения тел». Здесь впервые появляется понятие об эллипсоиде инерции. Отметив результаты, полученные ранее в задаче о вращении тела вокруг неподвижной точки Эйлером, Даламбером и Лагранжем, Пуансо пишет: «*Надо согласиться с тем, что во всех этих решениях мы видим только вычисления без какой-либо ясной картины вращения тела. Конечно, эти вычисления, более или менее длинные и сложные, позволяют определить, где окажется тело к заданному времени, но мы вовсе не видим, как оно туда попало, мы его полностью теряем из виду, тогда как хотелось бы*

наблюдать его и следить за ним, так сказать, взглядом в течение всего вращения. И я старался открыть именно это отчетливое представление вращательного движения, чтобы сделать доступным обозрению то, что пока ещё никем не было изображено» [11, с. 137].

В кинематической части работы введены новые понятия пары вращений, эквивалентности пары вращений поступательному движению, центральной оси системы вращений и поступательных движений. Вращение тела вокруг точки представляется как качение без скольжения конуса по конусу. Переходя к динамике, Пуансо вводит понятие эллипсоида моментов инерции, центрального эллипсоида инерции, полодию и герполодию, заменяет инерционное вращение реального тела качением его эллипсоида инерции по плоскости. Центр эллипсоида находится в центре тяжести тела, а мгновенные угловые скорости по величине и направлению изображаются прямыми, соединяющими центр эллипсоида с точками на его поверхности; плоскость действующей пары совпадает с касательной плоскостью к эллипсоиду, проведенной через конец радиуса, изображающего соответствующую угловую скорость.

Уже в начале XIX в. стала прослеживаться тенденция к разделению механики на отдельные научные направления, соответствующие научным вкусам тех или иных ученых. Задачи небесной механики, индустриальной механики все дальше отдалялись от основного русла развития механики как теоретической основы всех её многочисленных ветвей. Среди механиков всё больше появляется специалистов по прикладным разделам.

2.2.2. Симеон Дени Пуассон

Важный вклад в развитие математических наук, механики и физики внёс ученик и последователь Лагранжа и Лапласа – **Симеон Дени Пуассон** (Siméon Denis Poisson, 1781–1840). Пуассон родился 21 июня 1781 г. в г. Питивье (близ Орлеана). Начальное

образование получил под руководством отца, далее учился в военной школе в Фонтенбло, где благодаря учителю математики получил хорошее математическое образование, позволившее ему получить наивысшую оценку при поступлении в 1898 г. в ППШ. Вскоре профессора Лаплас и Лагранж обратили внимание на талантливого студента и способствовали тому, чтобы молодой ученый был оставлен в ППШ в качестве репетитора.

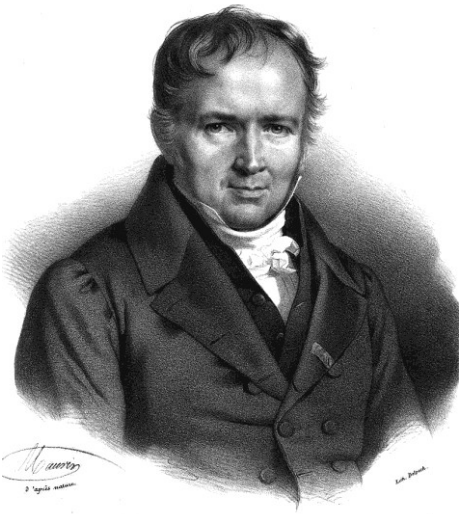


Рис. 31. Симеон Дени Пуассон

В 1802 г. Пуассон был назначен адъюнкт-профессором, в 1806 – профессором (на место Фурье), с 1809 г. был профессором Парижского университета, с 1812 г. – астрономом в Бюро долгот, с 1816 г. – профессором рациональной механики факультета наук, а с 1820 г. – членом совета Парижского университета и наблюдателем над преподаванием математики во всех коллежах Франции. При Людовике XVIII он был возведён в бароны, награждён орденом Почетного легиона, а при короле Луи-Филиппе стал пэром Франции. Пуассон был членом большинства европейских и американских научных обществ и академий

наук (с 1812 – членом Парижской академии наук, с 1826 – Петербургской).

Пуассон с особой теплотой и заботой относился к своим родителям, был женат (с 1817), имел двух сыновей и двух дочерей, отличался добропорядочностью, пунктуальностью и широтой интересов (любил театр, литературу, изучал историю наук). Он не любил путешествовать, предпочитая «сидячую жизнь за столом», но был прекрасным лектором и любил свою педагогическую работу, о чем свидетельствует его известное высказывание: «Жизнь украшается двумя вещами – занятием математикой и ее преподаванием». Научное наследие Пуассона включает порядка 350 публикаций по разным разделам математики, математической физики, электростатики и магнетизма, теоретической и небесной механики, теории упругости и гидромеханики. Его наиболее известными учениками были **Доминик Франсуа Жан Араго** (1786–1853), **Мишель Шаль** (1793–1880), **Жозеф Лиувилль** (1809–1892) и **Петер Густав Лежён-Дирихле** (1805–1895).

Симеон Дени Пуассон умер 25 апреля 1840 г. в возрасте 58 лет в местечке Со (предместье Парижа). «*В нём были соединены гений, трудолюбие и математическая учёность*», – писал о нём его первый биограф Франсуа Араго. Именем Пуассона назван кратер на Луне, а в физико–математических науках – «распределение Пуассона», «биномиальное распределение Пуассона», «скобки Пуассона», «интегралы Пуассона», «коэффициент Пуассона», «уравнение Пуассона», «теоремы Пуассона», «формула суммирования Пуассона», «пуассоновский процесс (поток)», «ядро Пуассона», «регрессии Пуассона», «нули Пуассона».

В научном творчестве Пуассон был продолжателем традиций аналитической механики Эйлера, Даламбера, Лагранжа и Лапласа. Это подтверждает его первый большой труд «Трактат по механике» (1811, второе издание – 1833), первый том которого продолжает идеи «Аналитической механики», исправляя некоторые неточности и ошибки этого трактата. Однако механику Пуассон излагает как физическую науку. Автор приводит решения

различных задач физики, астрономии, артиллерии (в частности, полёт снаряда и отдачу орудия).

Второй том «Трактата» посвящен решению задачи о движении тела с одной неподвижной точкой. Пуассон получил три первых интеграла (живых сил, момента количества движения, моментов относительно оси симметрии тела) и определил характер изменения углов нутации и прецессии. В «случае Эйлера» (тело совершает регулярную прецессию) угол нутации постоянен, а углы прецессии и собственного вращения изменяются пропорционально времени. В случаях «Пуансо» и «Лагранжа–Пуассона» задача решается в эллиптических функциях времени.

В первом издании «Аналитической механики» Лагранж ограничился геометрическими квадратурами. Второе издание второго тома «Аналитической механики», подготовленное Жаком Филиппом Мари Бинэ (1786–1856), где были опубликованы аналогичные результаты, вышло только в 1816 г. (после смерти Лагранжа). Поэтому «случай Лагранжа», в задаче о движении тела с неподвижной точкой, несмотря на более позднюю публикацию, справедливее называть «случаем Лагранжа–Пуассона». Теории моментов инерции, эллипсоида инерции посвящены работы Гюйгенса, Эйлера, Даламбера, Лагранжа, Пуансо, Пуассона, Бинэ, Коши, Ампера и их многочисленных последователей.

Научное наследие Пуассона очень многообразно. В работах по теоретической и небесной механике доказывается устойчивость планетарных движений, выводятся формулы возмущенного движения («формулы Пуассона»), доказывается теорема («теорема Пуассона»), по которой выражение, составленное из двух интегралов уравнений динамики («скобки Пуассона»), не зависит от времени, но только от элементов орбит. Дальнейшее развитие получили публикации Пуассона по теории притяжения, электростатике и магнетизму. Электрический потенциал зависит от величины и расположения зарядов в пространстве. В 1811 г. Пуассон вывел дифференциальное уравнение, связывающее потенциал с плотностью распределения зарядов. Это

уравнение является одним из основных в современной теории потенциала (раздела математической физики).

Важную роль играют его работы по теории упругости и гидромеханике. Пуассон обобщил уравнения Навье-Стокса на случай движения сжимаемой вязкой жидкости с учетом теплопередачи, обобщил уравнения теории упругости на анизотропные тела, решил ряд задач теории упругости, колебаний, ввёл коэффициент, учитывающий свойства материала упругого тела («коэффициент Пуассона» связывает относительные изменения поперечных и продольных размеров деформируемого тела). Как математик он известен работами по теории рядов, теории неопределённых интегралов, вариационному исчислению, математической физике, теории вероятностей (сформулировал теорему, являющуюся частным случаем закона больших чисел («теорема Пуассона»), одну из предельных теорем, предложил распределение вероятностей случайных величин («распределение Пуассона»)).

2.2.3. Уильям Роуэн Гамильтон

Выдающийся ирландский математик, механик, физик и астроном **Уи́льям Ро́уэн Га́мильтон** (William Rowan Hamilton, 1805–1865) ещё при жизни был признан одним из лучших математиков XIX в. Уильям родился в Дублине 4 августа 1805 г. Он был четвёртым ребёнком из девяти детей юриста Арчибальда Гамильтона и его жены Сары Хаттон. Однако уже в годовалом возрасте из-за финансовых затруднений и плохого здоровья родителей он был передан на воспитание дяде (брату отца) – Джеймсу Гамильтону, который и занимался его воспитанием.

С ранних лет Уильям проявил необыкновенные способности. С 3 лет он свободно читал и начал осваивать арифметику, в 7 лет он знал латынь, греческий и древнееврейский языки, в 12 лет знал уже 12 языков (персидский, арабский, санскрит и другие), в 13 лет он написал руководство по сирийской грамма-

тике. В этом была заслуга хорошего лингвиста дяди Джеймса. В десятилетнем возрасте Гамильтон изучил латинский перевод «Начал» Евклида, в 13 лет он прочёл «Универсальную арифметику», а в 16 лет – большую часть «Математических начал натуральной философии» Ньютона. Одновременно он знакомился с работами Клеро и Лапласа (в «Небесной механике» он даже обнаружил логическую ошибку).

Рис. 32. Уильям Роуэн Гамильтон

В 1815–1823 гг. Уильям учился в школе, затем поступил в Тринити-колледж Дублинского университета. Там он показал столь блестящие способности (первый по всем предметам), что в 1827 г., ещё 22-летним студентом, был назначен профессором астрономии (читал курс небесной механики) и королевским астрономом Ирландии (что автоматически означало по совместительству пост директора Дансинкской обсерватории). Этот пост Гамильтон занимал на протяжении 38 лет (до конца жизни).

В 1833 г. Гамильтон женился на Хелен Бэйли. У них родились два сына и дочь, но брак оказался не слишком удачным.

В 1835 г. за открытия в оптике и по совокупности научных заслуг вице-король Ирландии возвёл Гамильтона в рыцарское достоинство, назначил ежегодное пособие в 200 фунтов, а Лондонское королевское общество наградило его (совместно с Фарадеем) Королевской медалью. В 1837 г. Гамильтон был избран президентом Ирландской королевской академии наук и членом-корреспондентом Петербургской академии наук (за работу «Об общем методе в динамике»).

Весной 1865 г. здоровье Гамильтона стало быстро ухудшаться, и 2 сентября в возрасте 60 лет он скончался. Гамильтон отличался удивительной работоспособностью. Его рабочий день длился не менее 12 часов. Круг его научных интересов не был широк. Он мало путешествовал (был в Лондоне, Париже), но вёл научную переписку, увлекался литературой, философией и был глубоко верующим человеком. Имя Гамильтона носят многие механико-математические понятия, теории, теоремы, принцип, уравнения.

В начале XIX в. вновь обострился интерес ученых XVII–XVIII вв. (П. Ферма, Р. Декарта, Х. Гюйгенса, И. Ньютона, Г.В. Лейбница) к изучению оптических явлений, свойств и принципов движения света, к выявлению аналогий между движением света и движениями реальных тел. В научной среде не было единства взглядов на физическую сущность света. Одни (Ньютон и его сторонники) считали свет потоком частиц (тел), а другие (Гюйгенс и его последователи) ассоциировали его с волновым движением среды («эфира»). Но если свет представляет собой движение частиц, то и законы этого движения должны совпадать с законами движения реальных тел.

В конце XVII–XVIII вв. идея оптико-механической аналогии уже использовалась в работах И. Бернулли, П. Мопертюи, Л. Эйлера. В начале XIX в. важную роль в создании теоретической оптики и теории эфира играли работы Лапласа (теория двойного лучепреломления в исландском шпате), Томаса Юнга (1773–1829), Огюстена Жана Френеля (1788–1827), Огюстена

Луи Коши (1789–1857), Джорджа Грина (1793–1841) (волновая теория света), Джеймса Мак-Каллага (MacCullagh, 1809–1847) и создателей теории упругости (эфир как упругая среда). Кстати, именно **Томас Юнг ввел в науку термин «энергия»**, вскоре укоренившийся в механике как замена понятий «живые силы», «мертвые силы», а **Джордж Грин в 1822 г. ввёл термин «потенциал».**

Поэтому не удивительно, что первые научные увлечения Гамильтона были связаны с оптикой. «*Моей целью*, – писал он одному из своих коллег, – *было не открывать новые феномены, не улучшать конструкции оптических инструментов, но с помощью дифференциального исчисления преобразовать геометрию света, посредством установления единого метода для решения всех проблем этой науки*» [11]. Он надеялся создать теорию оптических явлений, которая не зависела бы от физической природы света и обладала бы такой же «красотой, эффективностью и гармонией», что и аналитическая механика Лагранжа. Для этого Гамильтон показывает, что все оптические законы могут быть выведены из чрезвычайно общего и плодотворного вариационного принципа, примененного к некоторой «характеристической функции» (интеграл от действия), которая характеризует конкретную оптическую систему.

Оптический принцип наименьшего времени (Ферма) через века получил развитие в механике в виде принципа наименьшего действия. Гамильтон, применив этот принцип к оптическим явлениям, вернул (через 200 лет) обновлённую идею Ферма в оптику. Впоследствии теория Гамильтона нашла широкое применение в геометрической оптике и теории оптических приборов. Но не менее важными оказались и физические представления Гамильтона о природе света. Синтез проблем оптики и механики, проявившийся в работах Гамильтона, далее оказался плодотворным в работах по фотонной теории света Луи де Бройля (1892–1987), пришедшего к концепции корпускулярно-волнового дуализма, и исследованиях Эрвина Шрёдингера

(1887–1961), разработавшего волновую механику и получившего для волновой функции основное уравнение квантовой механики – уравнение Шрёдингера.

Описанные вариационные методы для задач оптики Гамильтон развил применительно к общей задаче механики. Статья «Об общем методе динамики» (1834) и её продолжение (1835) посвящены выводу нового вида уравнений движения. В работах предшественников Гамильтона главное внимание уделялось методу построения уравнений движения точки, тела, системы на основе законов Ньютона или уравнений Лагранжа. Но часто эти дифференциальные уравнения второго порядка были столь сложными, что их точное (аналитическое) решение (ради чего они и строились) оказывалось невозможным. Не всегда помогало и наличие общих интегралов. Гамильтон получил новую систему уравнений движения, в которой число уравнений возросло в два раза, но это были дифференциальные уравнения не второго, а первого порядка. Более того, эти уравнения (без интегрирования) сразу давали вид траектории точки.

Суть идеи Гамильтона состояла в использовании принципа Мопертюи–Лагранжа для системы n точек ($3n$ координат), для которой существует интеграл живых сил (энергии)

$$T = U + H,$$

где T – кинетическая энергия, U – силовая функция, H – константа. Новшество было в том, что наряду с основным движением, определяемым начальными положениями и скоростями точек, рассматривается бесконечно близкое движение, отличающееся от основного другими начальными условиями (бесконечно близкими к основным). В результате преобразований и введения некоторой функции

$$V = \int_0^t 2T dt,$$

как функции начальных, конечных координат и H, Гамильтон получает систему не $3n$ уравнений второго порядка, а систему

$6n$ уравнений первого порядка, в которой скорости и «скорости начальных точек» выражаются через функцию V, названную автором «характеристической». Кроме этих уравнений используется и формула $\frac{\partial V}{\partial H} = t$. Эта формула позволяет выразить H через прочие аргументы характеристической функции. После подстановки этого выражения в $6n$ уравнений можно сразу получить выражения для координат точек как функций времени и начальных условий. Функция V определяется как интеграл дифференциального уравнения в частных производных первого порядка, являющегося математическим выражением интеграла энергии.

Рассуждая об особенностях своего метода, Гамильтон отличает, что принцип наименьшего (стационарного) действия Мопертюи–Лагранжа получен в предположении постоянства начальных условий и H. Его же уравнения, а значит, и соответствующий им новый принцип, предполагают возможность варьирования этих величин. Этот принцип он не формулирует явно, но предлагает назвать его «законом переменного действия». В современной механике он известен как «принцип Гамильтона».

Данный метод автор демонстрирует на примере решения задач о движении под действием сил притяжения двух и трёх точек. В конце первой статьи Гамильтон вводит ещё одну функцию S, которую во второй статье называет «главной функцией». Он предлагает представлять функцию V в виде $V = t \cdot H + S$, где

$$S = \int_0^t (T + U)\,dt,$$

и далее записывает ранее полученные уравнения движения в терминах главной функции (вместо V). Используя выражение для главной функции, принцип Гамильтона можно представить в виде $\delta S = 0$. Поэтому главная функция может быть названа «действием по Гамильтону».

Во второй из названных статей Гамильтон приводит новую форму уравнений движения. Развивая методы теории возмущений Лагранжа и Пуассона, он из принципа стационарного действия получает уравнения Лагранжа, систему $6n$ уравнений движения («уравнения Гамильтона», «канонические уравнения»):

$$\dot{q}_i = \frac{\partial H}{\partial p_i}, \ \dot{p}_i = -\frac{\partial H}{\partial q_i},$$

где $i = 1,...,3n$ – обобщенные импульсы, и, используя выражение, позднее названное «скобками Пуассона», дифференциальное уравнение в частных производных для определения главной функции S

$$\frac{\partial S}{\partial t} + H\left(q_i^0, p_i^0, \frac{\partial S}{\partial q_i}, \frac{\partial S}{\partial p_i}\right) = 0 .$$

При этом функция S уже представляется как функция обобщенных координат, начальных данных и обобщенных импульсов p_i (не скоростей!). Функция H сейчас называется функцией Гамильтона.

В 1846 г. Гамильтон ввёл в механику **понятие годографа** – линии, описываемой концом вектора с началом в неподвижном полюсе. Теория годографа была им развита для произвольной векторной функции скалярного аргумента. Годограф даёт наглядное представление изменений величины и направления вектора с течением времени.

Важным событием в творчестве Гамильтона стало открытие в 1843 г. **понятия кватерниона.** Это открытие было закономерным продолжением теории комплексных чисел, опубликованной им в «Теории алгебраических пар» (1835). Исследованию кватернионов, т.е. обобщению системы комплексных чисел, он посвятил оставшиеся годы своей жизни. Комплексное число $x + iy$ можно ассоциировать с точкой на плоскости. Желая обобщить понятие комплексного числа на пространственные точки, Гамильтон ввёл символы i, j, k, кото-

рые по аналогии с i обладают свойствами $i^2 = j^2 = k^2 = -1$; $ij = -ji = k,\ jk = -kj = i,\ ki = -ik = j$. Из этих символов и прямоугольных координат x, y, z точки в пространстве Гамильтон составил выражение $a = xi + yi + xk$, которое назвал *вектором.*

Если перемножить два вектора a_1 и a_2, воспользовавшись свойствами символов $i,\ j,\ k$, то получим

$$K = -(x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2) + fi + gi + hk,$$

где $f = y_1z_2 - y_2z_1;\ g = z_1x_2 - z_2x_1;\ h = x_1y_2 - x_2y_1$.

Выражение K Гамильтон назвал **кватернионом**, а выражение $(x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2)$ – **скаляром**. В процессе исследования свойств кватернионов он ввел понятие «векторной функции точки» (понятие векторного поля появилось позднее) и оператор «набла» ∇ (сам Гамильтон называл его словом «атлед»).

В Великобритании теорию кватернионов встретили с большим энтузиазмом и на какое-то время она даже стала обязательным элементом математического образования. Наибольший вклад в дальнейшее развитие этой теории и векторного исчисления внес немецкий математик, физик и философ Герман Гроссман (1809–1877). Гамильтоновы символы $i,\ j,\ k$ стали называться **ортами** – единичными безразмерными векторами вдоль осей x, y, z соответственно. Под вектором стали понимать отрезок, имеющий направление (стрелку); было определено **скалярное** $ab = ab\cos\varphi = x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2$ и **векторное (геометрическое)** произведение векторов $a \cdot b$ (вектор, перпендикулярный a и b, модуль (длина) которого равен $ab\sin\varphi$, а проекции – f, g, h), где a и b – модули векторов a и b, а φ – наименьший угол между ними.

В современных физико-математических науках понятия вектора, векторного исчисления получили самое широкое применение. Одним из первых векторное исчисление для изложения механики стал использовать французский механик и математик **Поль Аппель** (1855–1930).

2.2.4. Карл Густав Якоби

Важный вклад в развитие механика Гамильтона внёс Карл Густав Якоб Якоби (1804–1851).

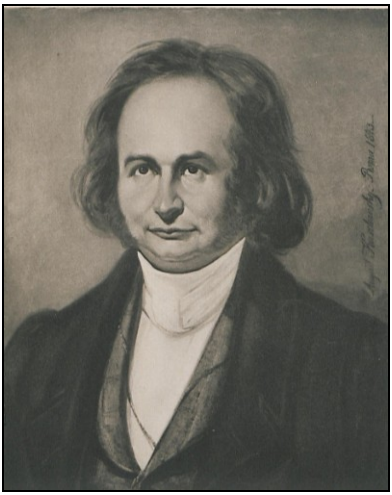


Рис. 33. Карл Густав Якоби

Он родился 10 декабря 1804 г. в г. Потсдаме (Пруссия) в интеллигентной и благополучной семье богатого банкира, в которой было четверо детей (дочь и три сына). Младший брат Якоби пошел по стопам отца, а старший (Мориц) стал знаменитым российским академиком – физиком, профессором университетов Тарту (с 1835) и Петербурга (с 1837), известным как Борис Семёнович Якоби (1801–1874).

Начальное образование Якоби получил под руководством дяди и в местной гимназии, а в 16 лет он стал студентом Берлинского университета. До поступления в университет Якоби носил имя Жак-Симон (Jacques-Simon). В студенческие годы он сменил веру с иудейской на христианскую (на протестантскую) и, соответственно, имя на Карл-Густав Якоб. Его успехи в языках (особенно в древнегреческом), истории, математике были

превосходными. Он самостоятельно изучал работы Эйлера, Лагранжа, Лапласа и Гаусса.

В 21 год он защитил докторскую диссертацию о разложении рациональных функций на простейшие дроби и вскоре стал приват-доцентом (читал дифференциальную геометрию) Берлинского университета. Здесь он обнаружил незаурядные педагогические и научные способности. В 1827 г. Якоби был приглашён на должность профессора в университет г. Кёнигсберга (ныне Калининград), где проработал до 1842 г. В 1831 г. Якоби женился, в его семье родились пять сыновей и три дочери. В 1843 г. по причине ухудшения здоровья Якоби вернулся в Берлин, где занимался научно-педагогической деятельностью, вместе с П.Г.Л. Дирихле (1805–1859), Я. Штейнером (1796–1863), Ф.Г. Миндингом (1806–1885) он содействовал подъему берлинской математической школы.

Сейчас ясно, что расцвет немецкой математической школы во второй половине XIX в. был в значительной мере предопределён трудами Якоби. Его отличало исключительное трудолюбие и полное отсутствие завистливости. Для него, как и для Эйлера, Лагранжа, математика оставалась аналитическим искусством, доставляющим удовольствие. Можно заметить, что общепринятое обозначение частной производной круглым «∂», изредка применявшееся ранее Лежандром, после работ Якоби стало общепринятым. Но он был знаменит и как талантливый преподаватель, стремящийся стимулировать в студентах творческие наклонности к самостоятельному мышлению. Отличительной чертой его лекций была живая связь собственных научных исследований с учебным материалом. Учениками Якоби считали себя Л.О. Гессе, Г.Р. Кирхгоф, Р.Ф.А. Клебш, Ш. Эрмит, Ж. Лиувилль, А. Кэли и другие видные учёные.

Якоби вел активную научную переписку, в частности, с российскими математиками М.В. Остроградским, Н.Д. Брашманом, И.Д. Соколовым и другими, был членом многих европейских академий наук (Берлинской, Парижской, Петербургской, Мад-

ридской, Венской, Лондонского королевского общества). Научные заслуги Якоби в теории эллиптических функций, теории чисел, линейной алгебры, вариационного исчисления, дифференциальных уравнений, аналитической механики нашли отражение в его именных теоремах, функциях, уравнениях, интегралах, матрицах, определителях, символах. Именем Якоби назван кратер на Луне.

В 1837 г. Якоби опубликовал небольшую статью, посвященную развитию метода Гамильтона. И далее его интерес к поиску новых, универсальных способов нахождения интегралов систем уравнений движения не ослабевал. После встречи с Гамильтоном (1842) Якоби в том же году прочитал в Кёнигсбергском университете курс лекций, в котором были изложены результаты Гамильтона и его собственных исследований. Эти «Лекции по динамике», содержащие основные результаты Якоби по механике, были изданы Клебшем через 16 лет после смерти автора (в 1866).

Первые семь лекций книги Якоби посвящает изложению известных в то время принципов механики: принципу сохранения движения центра тяжести системы, принципу живой силы, принципу площадей и принципу наименьшего действия. В восьмой и девятой лекциях приводится принцип Гамильтона и вывод его канонических уравнений для любых механических систем, имеющих силовую функцию, которая может зависеть от времени. Здесь Якоби упоминает имя Пуассона, первым (в статье 1808 г. о методе вариации произвольных постоянных) использовавшим в уравнениях движения и выражении лагранжиана не обобщённые скорости ($\dot{q}$), а обобщенные импульсы (p). При этом автор указывает на наличие очевидных интегралов в случае, когда некоторые координаты являются циклическими (не входят в выражение кинетической энергии).

Начиная с десятой лекции автор развивает теорию «последнего множителя» систем обыкновенных дифференциальных уравнений, являющуюся обобщением теории Эйлера об интег-

рирующем множителе. Якоби показывает, каким образом можно в целом ряде случаев построить с помощью «последнего множителя» всю систему n независимых интегралов. Изложив подробно теорию этого множителя, он применяет ее к решению ряда механических задач. В 19-й и последующих лекциях, исходя из вариационного принципа Гамильтона, излагается метод интегрирования уравнения с частными производными первого порядка («уравнение Гамильтона-Якоби»), известный ныне как «метод Гамильтона-Якоби». В 20-й лекции была установлена аналогичность поиска полного интеграла уравнения Гамильтона-Якоби решению системы канонических уравнений (теорема о том, что канонические уравнения являются уравнениями характеристик уравнения Гамильтона-Якоби, т.е. интегральные поверхности указанного уравнения в частных производных состоят из интегральных кривых системы канонических уравнений, определяющих движение механической системы). Далее этот метод применяется к ряду задач небесной механики.

В 26-й лекции Якоби излагает теорию эллиптических координат и показывает их использование для нахождения геодезических линий эллипсоида, в задаче построения карт, при выводе основной теоремы Абеля. Последние лекции книги посвящены изложению методов интегрирования нелинейных уравнений в частных производных первого порядка, ставших классическими. Автор вычисляет «скобки Пуассона» для гамильтоновых интегралов канонической системы, т.е. для интегралов, полученных путём решения соответствующего уравнения в частных производных, и с помощью этих результатов строит теорию возмущений для канонических систем. «Скобки Пуассона» используются для получения (по двум известным интегралам) неограниченного числа новых интегралов системы уравнений движения.

Книга Якоби не утратила свой ценности до наших дней. Упростив, обобщив теорию Гамильтона, Якоби придал ей современную форму, ставшую классической. Принцип стационар-

ного действия в форме Якоби, содержащий только геометрические элементы движения, в некоторых случаях (например, когда требуется определить траекторию движения) имеет свои преимущества. Многие результаты, полученные автором, получили дальнейшее развитие, уже давно вошли в учебники по математическому анализу и теоретической механике.

2.2.5. Вариационные принципы механики и новые уравнения движения

Изучая свойства отражения света от плоскости, Герон Александрийский установил, что углы падения и отражения света равны. Этот феномен он объяснял тем, что природа вынуждает отраженный свет двигаться по кратчайшему расстоянию. В XVII в. Ферма переформулировал эту мысль: время прохождения света от точки в одной среде к точке в другой среде минимально. Мопертюи, считая движение материальной точки аналогичным движению светового луча, сформулировал мысль о том, что движение тел природы происходит в соответствии с «принципом наименьшего действия»: при движении тела его «действие» минимально. Под «действием» он понимал сумму произведений масс, скоростей и пройденных путей всех точек тела. Этот принцип он считал главным принципом всех явлений природы.

Далее эта мысль была поддержана Д. Бернулли и Эйлером. Она сообразовывалась и с задачами об изопериметрической линии, о брахистохроне, решенными в конце XVII в. Я. и И. Бернулли, Лопиталем, Ньютоном, Лейбницем. Эйлер, независимо от Мопертюи, показал, что при движении точки в центральном поле сил интеграл действия $\left(\int m\upsilon ds = \int m\upsilon^2 dt\right)$ будет иметь наименьшее значение. Позднее Эйлер и Лагранж установили, что из условия минимальности интеграла действия методом вариационного исчисления можно получить уравнения

движения системы точек. Объединение принципов Даламбера и наименьшего действия позволило Лагранжу придать новый облик теоретической механике. Идеи (например, замены второго закона Ньютона неким физическим принципом) и методы аналитической механики Лагранжа получили дальнейшее развитие в трудах Пуассона, Гамильтона, Якоби, Остроградского и многочисленных математиков и механиков XIX–XX вв.

Понятия вариации переменной величины, функции, произвольной постоянной в XIX в. приобретают первостепенное значение. Появившись из потребности математического выражения свойств движения тел, принципов механики, они стали основой образования нового раздела математики – вариационного исчисления. Развитие понятия вариации (появление иных определений) привело к появлению новых принципов механики. Принципы, устанавливающие минимальность интеграла действия на некотором интервале времени, получили название интегральных принципов. Принципы, устанавливающие минимальность некоторой величины в данный момент времени, стали называться дифференциальными. Оба вида принципов устанавливают некоторые признаки (их физический смысл может быть различным), свойственные только действительному движению (или равновесию) тел.

В основе всех дифференциальных принципов лежит принцип Даламбера–Лагранжа (общее уравнение механики), утверждающий, что

$$\sum \left(F_n - m_n \ddot{r}_n\right) \delta r_n = 0,$$

где n – число точек; F_n – равнодействующая сил, действующих на точку с массой m_n; δr_n – вариация (виртуальное перемещение) радиуса-вектора точки r_n. Наиболее общий дифференциальный принцип механики был сформулирован в 1829 г. Гауссом.

Выдающийся немецкий математик, астроном, физик, геодезист **Карл Фридрих Гаусс** (1777–1855) родился 30 апреля

1777 г. в г. Брауншвейге. Он был единственным сыном бедных родителей. В школьные годы он поражал учителей выдающимися способностями к изучению математики и языков (латыни, французского, английского), за что, по ходатайству учителя математики Мартина Бартельса (1739–1836), был награжден стипендией герцога Брауншвейгского на обучение в гимназии (1788–1795) и в Геттингенском университете (1795–1798). Здесь Карл изучает работы Ньютона, Эйлера, Даламбера, Лагранжа и окончательно определяет свои математические интересы.

Рис. 34. Карл Фридрих Гаусс

Отметим, что в 1808 г. Мартин Федорович Бартельс переехал в Россию. До 1820 г. он работал профессором Казанского университета, долгие годы вёл переписку с Гауссом, а в студенческие годы Н.И. Лобачевского был его учителем. В 1820 г. Бартельс переехал в г. Дерпт (Тарту, Юрьев), где до конца жизни работал профессором чистой и прикладной математики.

В 1798 г. Гаусс вернулся в Брауншвейг и жил там до 1807 г. Герцог продолжал опекать молодого гения, в частности, он пожаловал Гауссу неплохую стипендию и оплатил издание его

докторской диссертации (защищена в 1799 г. в университете Хельмштедта), в которой впервые была доказана основная теорема алгебры. После защиты диссертации Гаусс работал приват-доцентом университета в Брауншвейге, а в 1806 г., по рекомендации Александра фон Гумбольдта, Гаусс был назначен профессором и директором обсерватории Гёттингенского университета. Эти должности он занимал до самой смерти – 23 февраля 1855 г. Современники вспоминали Гаусса как жизнерадостного, дружелюбного человека, с отличным чувством юмора.

Для творчества Гаусса характерна широта научных интересов и органичная связь между его работами по теоретической и прикладной математике, физике и астрономии. Его труды: «Арифметические исследования» (1801), «Теория движения небесных тел, обращающихся вокруг Солнца по коническим сечениям» (1809), «Общие исследования о кривых поверхностях» (1827), «Общая теория сил притяжения и отталкивания, действующих обратно пропорционально квадрату расстояния» (1839), «Диоптрические исследования» (1840), «Исследования о предметах высшей геодезии» (1847) и другие – оказали большое влияние на последующее развитие:

– алгебры (доказательство основной теоремы алгебры);

– теории чисел;

– теории квадратичных форм (первое доказательство квадратичного закона взаимности);

– дифференциальной и неевклидовой геометрии (внутренняя геометрия поверхностей);

– математического анализа;

– теории функций комплексного переменного;

– теории вероятностей;

– физики (развил теорию капиллярности, теоретическую оптику, в 1832 г. создал аналог абсолютной системы мер (СГС; длина – 1 мм, время – 1 с., масса – 1 мг), заложил основы математической теории электромагнетизма (ввел понятие потенциала электрического поля), изобрел магнитометр, совместно с Вебером построил первый в Германии телеграф);

– геодезии;

– методов обработки результатов наблюдений (метод наименьших квадратов);

– многих разделов астрономии (вычислил орбиты малых планет Церера, Паллада и комета 1812 г.).

Именем Гаусса назван кратер на Луне, малая планета, вулкан в Антарктиде (Гауссберг), единица измерения магнитной индукции, одна из фундаментальных астрономических постоянных (постоянная Гаусса) и многие математические понятия: гауссова кривизна, гауссовы целые числа, гипергеометрическая функция Гаусса, интерполяционная формула Гаусса, квадратурная формула Гаусса–Лагерра, метод Гаусса (решения систем линейных уравнений, численного интегрирования), распределение Гаусса (нормальное распределение), отображение Гаусса, прямая Гаусса, ряд Гаусса, теорема Гаусса–Остроградского (в векторном анализе), формула Гаусса–Бонне (о гауссовой кривизне).

Гаусс был членом многих европейских академий наук (Петербургской, Парижской, Шведской, Лондонского королевского общества), вёл активную научную переписку со многими европейскими учеными. Его достижения в математике и астрономии высоко ценили Пьер Лаплас, Карл Якоби, Уильям Гамильтон, Нильс Хенрик Абель (1802–1829), Янош Бойаи (1802–1860), Эварист Галуа (1811–1832), Карл фон Штаудт (1798–867), Вильгельм Вебер (1804–1891). Учениками Гаусса были Георг Фридрих Бернхард Риман (1826–1866), Рихард Юлиус Вильгельм Дедекинд (1831–1916), Фридрих Вильгельм Бессель (1784–1846), Август Фердинанд Мёбиус (1790–1868). По образу и подобию внутренней геометрии поверхностей Гаусса была создана многомерная риманова геометрия.

Гаусс публиковал только полностью завершенные работы, поэтому многие его результаты были обнаружены в дневниковых записях уже после его смерти. Это привело к тому, что приоритет некоторых его открытий в неевклидовой геометрии (Лобачевский, Бойаи), в теории кватернионов (Гамильтон), в

теории эллиптических функций (Якоби, Абель), в методе наименьших квадратов (Лежандр), в законе распределения простых чисел (Лежандр) сейчас принадлежит другим ученым.

В небольшой статье «Об одном новом общем законе механики» (1829) Гаусс сформулировал новый вариационный принцип механики для систем с идеальными связями (принцип наименьшего принуждения): «движение системы материальных точек, связанных между собой произвольным образом и подверженных любым влияниям, в каждое мгновение происходит в наиболее совершенном, какое только возможно, согласии с тем движением, каким обладали бы эти точки, если бы все они стали свободными, то есть происходит с наименьшим возможным принуждением, если в качестве меры принуждения, применённого в течение бесконечно малого мгновения, принять сумму произведений массы каждой точки на квадрат величины её отклонения от того положения, которое она заняла бы, если бы была свободной». Строгого математического обоснования принципа автор не привел.

Для аналитического оформления данного принципа большое значение имела статья **Германа Шеффлера** (1820–1903) «О Гауссовом основном законе механики» (1858), в которой автор переопределил «принуждение» (нем. Zwang) следующим образом (в современных обозначениях):

$$Z = \sum \frac{1}{2m_i}\left(F_i - m_i \ddot{r}_i\right)^2 ,$$

где m_i – масса i-й точки, F_i – равнодействующая приложенных к ней активных сил, $\ddot{r}_i$ – допустимое ускорение данной точки. Под «допустимыми ускорениями» здесь понимаются такие ускорения точек системы, которые в данном её состоянии можно реализовать, не нарушая связей; действительные ускорения (возникающие под действием реально приложенных к точкам системы сил) представляют собой частный случай допустимых ускорений.

После этого принцип Гаусса обрёл ту форму, которая используется при его изложении и в современных курсах теоретической механики: «При действительном движении механической системы с идеальными связями принуждение Z принимает значение, наименьшее из всех возможных значений при движениях, совместимых с наложенными связями». То есть для действительного движения

$$\delta Z = \sum \left(F_i - m_i \ddot{r}_i\right) \delta \ddot{r}_i = 0 .$$

Этот принцип применим к широкому кругу механических систем (консервативных, неконсервативных, голономных и неголономных) и является наиболее общим дифференциальным вариационным принципом. Поэтому он часто используется при выводе уравнений движения неголономных систем.

Важный вклад в развитие теоретической механики, в частности, принципа Гаусса, сделал выдающийся немецкий физик **Рудольф Генрих Герц** (1857–1894). Генрих родился в благополучной семье коммерсанта, адвоката и сенатора, рано обнаружил интерес к наукам, учился в Мюнхенском и Берлинском университетах (ученик Германа фон Гельмгольца (1821–1894) и Густава Кирхгофа (1824–1887)).

Рис. 35. Рудольф Генрих Герц

Герц прожил только 36 лет, но оставил яркий след в истории современной физики и механики. Его важнейшие достижения – открытие и экспериментальное изучение свойств (скорость распространения, преломление, отражение, интерференция, дифракция, поляризация) электромагнитных волн (1888), описание внешнего фотоэффекта (разрядка конденсатора при освещении его пластин светом), изобретение первого передатчика («вибратор Герца») и приёмника электромагнитных сигналов – получили бурное теоретическое и практическое развитие в XX в.

Любопытно отметить, что сам Герц считал свои открытия бесполезными для практического использования. Но вскоре выяснилось, что это не так и первая беспроводная передача звукового радиосигнала (А.С. Попов, 18 декабря 1897) состояла из двух слов: «Генрих Герц». Прибор Александра Степановича Попова (1859–1906) состоял из установки для учебной демонстрации опытов Герца, построенной для учебных целей в 1889 г., и вибратора Герца, исполнявшего роль передатчика. В 1930 г. именем Герца названа единица частоты колебаний.

Основные идеи механики Герца изложены в книге «Принципы механики, изложенные в новой связи» (1894), в которой автор привёл геометрическую интерпретацию принципа «наименьшего принуждения» Гаусса. Для «изображающей точки» M с координатами $\sqrt{m}\,x_i$, $\sqrt{m}\,y_i$, $\sqrt{m}\,z_i$ в евклидовом пространстве $3n$-измерений (n – число материальных точек, $m = m_i$ – масса i-й точки) условие принципа Гаусса можно преобразовать в условие минимума кривизны её геодезической траектории (по аналогии с кривизной траектории точки, двигающейся в 3-мерном пространстве). Таким образом, аналитическое выражение принципа Гаусса (при наложенных связях) аналогично геометрическому требованию наименьшей кривизны (наибольшего радиуса кривизны) траектории изображающей точки. Иными словами, траектория изображающей точки, в соответствии со связями, должна быть «наиболее прямой». Такова суть «принципа наименьшей кривизны» Герца.

Книга Герца явилась важным событием в истории механики конца XIX в. В ней вновь предпринимается попытка пересмотра основ механики, отказа от понятия силы (заменой его понятием реакции связи), вводятся ясные определения голономных и неголономных связей, устанавливаются особенности, взаимосвязь и сферы применения принципов наименьшего (стационарного) действия в форме Лагранжа, Гамильтона, Якоби, а также принципов Гаусса и Герца. Герц отвергал различие между потенциальной и кинетической энергией, утверждал, что есть только один вид энергии – кинетическая энергия и только один вид материи – материальная точка.

Прочие виды энергии (потенциальная, электромагнитная,…) являются кинетическими энергиями невидимых материальных точек. Различие между видами энергии определяется связями, налагаемыми на положения и скорости точек. Все движения связаны с инерцией материи, а связи влияют лишь на направление движения, но не на величину живой силы. Мысли были оригинальными, но по этому поводу в предисловии к «Механике» Герца Гельмгольц написал, что автор нигде не привёл хотя бы простого случая, примера вводимых им невидимых движений с наложенными на них своеобразными связями [11, с. 280].

Изложенные принципы по способам варьирования подразделяются на две группы: в принципах возможных перемещений, Даламбера–Лагранжа в некоторый момент времени варьируется положение r_i системы, а в принципах Гаусса и Герца варьируются ускорения $\ddot{r}_i$ системы при постоянных r_i и $\dot{r}_i$. Промежуточное место между этими двумя группами занимает принцип Журдена, в котором в момент t варьируются скорости $\dot{r}_i$ при постоянных r_i. В момент $t+dt$ возможные перемещения $\delta r_i = \delta\dot{r}_i dt$ и принцип Даламбера–Лагранжа принимает вид

$$\sum\left(F_i - m_i\ddot{r}_i\right)\delta\dot{r}_i = 0 .$$

Автор этого принципа – английский математик и механик **Филипп Эдвард Бертран Журден** (1879–1919), как и Герц,

прожил короткую жизнь. Принципам механики он посвятил две статьи, опубликованные в 1908 и 1913 гг. Кроме этого, он известен как автор работ по математическому анализу, математической логике, теории множеств и истории математики. Известно, что Журден планировал переиздать труды И. Ньютона, но этим планам не суждено было сбыться.

У. Гамильтон наибольшее внимание уделил поиску нового метода интегрирования уравнений динамики, и его система формул, определяющих характеристики движения с помощью одной главной функции, давала ответ на эту проблему. Но в процессе описания и доказательств своего метода он получил ещё один важный результат, на котором не акцентировал внимания. Он получил интегральный вариационный принцип (позднее получивший название «принцип Гамильтона»):

$$\delta\int_t^t (T+U)dt = \delta\int_t^t (T-V)dt = \delta\int_t^t Ldt = 0\,,$$

где T – кинетическая энергия, U – силовая функция, V – потенциальная энергия, L – кинетический потенциал или лагранжиан. Принцип Гамильтона далее привлёк внимание многих его последователей и позволил получить новые важные результаты.

Развитие идей Лагранжа, Гамильтона, Якоби, Гаусса и их последователей, появление новых дифференциальных и интегральных принципов механики для систем с различными связями (голономными, неголономными, односторонними, двусторонними, стационарными, нестационарными) для конкретных классов задач (при наличии циклических координат, определенных видов сил, в частности, диссипативных) привело к появлению новых видов уравнений движения, к необходимости поиска эффективных методов их построения и анализа.

Новым принципам, методам построения и решения новых уравнений движения посвящены многие работы **М.В. Остроградского** (1801–1862), **М.И. Талызина** (1819 – после 1868), **Г. Гельмгольца** (1821–1894), **Г. Кирхгофа** (1824–1887),

У. Томсона (лорд Кельвин; 1824–1907), **Э. Рауса** (1831–1907), **П.Г. Тэта** (Тэйт; 1831–1901), **Дж.У. Гиббса** (1839–1903, ввел понятие «фазовое пространство»), **Д. К. Бобылева** (1842–1917), **Д.В. Стретта** (лорд Релей; 1842–1919), **Н.Е. Жуковского** (1847–1921), **С.В. Ковалевской** (1850–1891), **П. Аппеля** (1855–1930), **Г.К. Суслова** (1857–1935), **О.Л. Гёльдера** (1859–1937), **С.А. Чаплыгина** (1869–1942), **Е.А. Болотова** (1870–1922), **П.В. Воронца** (1871–1923), **Г. Гамеля** (1877–1954), **Е.Е. Слуцкого** (1880–1948), **И. Ценова** (1883–1967), **Г. Вейля** (1885–1955), **Н.Г. Четаева** (1902–1959), **В.В. Румянцева** (1921–2007) и др.

2.2.6. Кинематика

Бурное индустриальное развитие, начавшееся в Европе и США в XVIII в., привело к появлению (изобретению) многочисленных достаточно сложных машин и механизмов, исследование свойств которых проводилось не только экспериментальными, но и физико-математическими методами. Механизмы для передачи, преобразования движения, создаваемого двигателем, в движение рабочих органов машин и механизмов нуждались в надёжных математических методах расчета величин перемещений, скоростей, ускорений, силовых и иных физических характеристик (напряжений, деформаций, температур) рабочих органов и всех элементов машин и механизмов. Знание этих параметров позволяло дать оценку надежности, безопасности используемых механизмов.

По этой причине большинство книг и статей XVIII–XIX вв., посвящённых описанию машин и механизмов, значительное внимание уделяли изложению математических способов расчета механических характеристик механизмов. Эти публикации, начиная с «Новой механики» П. Вариньона, и составили основу нового направления развития механики, получившего название «индустриальная механика». А больная часть

опубликованных работ касалась исследования движения тех или иных частей механизмов (ползунов, кривошипов, шестерёнок, блоков, тросов,…) без обсуждения причин их движения, без учёта действующих сил, моментов сил, импульсов. Позднее это направление развития механики получило название **«кинематика»** (от древнегреческого *kinema* – движение, *kinematos* – двигающийся).

Необходимость создания такого научного направления, посвященного геометрическим свойствам движения тел, была осознана Л. Эйлером, а далее была поддержана Л. Карно [11, с. 154]. Но первоначально термин «кинематика» появился в 1834 г. в вышедшем в Париже «Эссе по философии наук» А.М. Ампера. Под кинематикой автор понимал «…*науку, которая рассматривает сами по себе движения, наблюдаемые нами в окружающих телах и, особенно, в устройствах, называемых машинами,…*» [11, с. 155]. Таким образом, механика, с античных времён состоявшая из одной статики (науки о равновесии тел под действием сил), в XVII в. была дополнена динамикой (наукой о движении тел под действием сил), а в XIX в. она пополнилась кинематикой (наукой о механико-геометрических свойствах движения тел). Это трёхглавие классической механики сохраняется и поныне.

Одним из первых, начавших внедрять идею Ампера в учебную и научную практику, был профессор Парижского университета Ж.В. Понселе. Свой курс «Физической и экспериментальной механики» он начинал с кинематики, в которой определялось движение, способы задания движения, сложения движений, вводились понятия скорости и ускорения. И только после этого рассматривались механические свойства изучаемых механизмов. Следует отметить, что именно в этот период на смену понятию «ускорительная сила» (у ученых XVII–XVIII вв. и некоторых их последователей), которое ассоциировалось с понятием ускорения единичной массы, пришло понятие «ускорение», не связанное с понятием массы.

В качестве примера введения понятия ускорения точки можно привести фрагмент «Курса механики и машин, преподаваемом в Парижской политехнической школе» (1865) профессора **Э. Бура** (Edmond Bour, 1832–1866). Рассмотрим проекцию закона движения точки $x = x(t)$ на ось x. Если функция $x = x(t)$ разложима в ряд Маклорена, то

$$x = A + Bt + Ct^2 + Dt^3 + \ldots,$$

откуда $\frac{dx}{dt} = \upsilon_x = B + 2Ct + 3Dt^2 + \ldots$; $\frac{d}{dt}\upsilon_x = a_x = +2C + 6Dt + \ldots$.

Подставляя в эти формулы $t = 0$, получим, что $B = \upsilon_{x0}$, $C = \frac{1}{2}a_{x0}$, где υ_x и a_x – проекции скорости и ускорения на ось x (υ_{x0} и a_{x0} – начальные значения скорости и ускорения).

Величина скорости точки (на плоскости, в пространстве) определялась в соответствии с формулами для определения длины отрезка по его проекциям на оси координат. Аналогично определялась величина абсолютного ускорения. Бур пишет: «*…Рассмотрением полного ускорения мы обязаны генералу Понселе; оно имеет в кинематике очень большое значение*» [11, с. 157]. В качестве подтверждения этих слов он приводит несколько теорем-утверждений: ускорение проекции движущейся точки на какую-либо неподвижную ось есть проекция полного ускорения на эту ось; полное ускорение проекции движущейся точки на неподвижную плоскость равно проекции полного ускорения движущейся точки на эту плоскость; касательное ускорение равно прямоугольной проекции полного ускорения на касательную.

В кинематике точки появились понятия системы координат (отсчёта), задания движения точки в декартовой системе координат, в проекциях на оси естественного трёхгранника (касательная, нормаль, бинормаль), траектории и закона движения, абсолютного и относительного движения, скорости, ускорения. При изучении движения тел к кинематическим понятиям дви-

жения точек добавились такие кинематические характеристики, как угловая скорость, угловое ускорение тела. Все кинематические понятия и законы имели ясное математическое представление в виде функций, формул, уравнений.

В 1830 г. известный французский геометр **Мишель Шаль** (M. Chasles, 1793–1880) ввёл понятие мгновенного центра вращения (мгновенного центра скоростей), предложил метод построения мгновенных центров и показал, что самым общим случаем движения твёрдого тела является винтовое движение (как суперпозиция поступательного и вращательного). А в следующем году **Гаспар Кориолис** (G. Coriolis, 1792–1843) аналитически получил выражения для скорости и ускорения в абсолютном движении. Он показал, что абсолютная скорость является суммой относительной и переносной скоростей, а абсолютное ускорение складывается из относительного, переносного и добавочного ускорений. Добавочное ускорение позднее получило название «ускорение Кориолиса». Естественное место в кинематике твёрдого тела заняли «кинематические формулы Эйлера», полученные задолго до возникновения кинематики. Богатым кинематическим содержанием была наполнена и «Новая теория вращения тел», опубликованная Л. Пуансо в 1834 г.

Дальнейшее развитие кинематики было связано с использованием математического аппарата векторного и тензорного исчисления, теории кватернионов, с изучением кинематических свойств разнообразных механизмов и машин, с адаптацией кинематики применительно к задачам механики сплошных сред.

2.2.7. Идеи устойчивости движения

Теоретический аппарат механики в XIX в. пополнился целым рядом новых разделов. В частности, теорией устойчивости движения, некоторые понятия которой начали формироваться в предшествующие века. В задачах статики давно возник вопрос об устойчивости равновесия – о том, насколько долго и при ка-

ких условиях может сохраняться состояние равновесия тела, некоторой конструкции, механизма? Об этом думали Архимед (устойчивость равновесия рычага, плавающих тел), И. Неморарий, Л. да Винчи, Дж. Кардано, С. Стевин, Э. Торричелли (равновесие двух связанных тел будет устойчиво, если их общий центр тяжести находится в самом низком положении). В конце XVII в. – Вариньон, а позднее – Лагранж и Лежён-Дирихле (Johann Peter Gustav Lejeune Dirichlet, 1805–1859), доказали, что положение изолированного равновесия консервативной системы точек будет устойчиво, если в нём потенциальная энергия минимальна.

Вопрос об устойчивости неизбежно возник и в динамике. И это был далеко не праздный, не только теоретический вопрос. Снаряд, вылетевший из пушечного ствола, обязательно ли он будет двигаться по расчетной траектории? Особенно, если принять во внимание, что начальные данные могут быть не точны, что при движении снаряда возможно действие случайных, непредвиденных факторов-сил (порыв ветра, случайное соударение с другим телом…). Если миллионы лет космические тела совершают движения по своим орбитам, то означает ли, что так будет всегда? Есть ли угроза существованию Солнечной системы, целостности формы планеты Земля, на которой мы живём? Говоря об устойчивости Солнечной системы, как правило, имеют в виду устойчивость движения больших планет на бесконечном или очень большом, сравнимом с ее возрастом, интервале времени. Под крайними проявлениями неустойчивости понимаются уход из Солнечной системы, падение на Солнце или столкновение с другой планетой (такие события могут существенно изменить структуру и динамику Солнечной системы). Целостность формы планеты существенно зависит от угловой скорости её вращения вокруг собственной оси. Каковы условия возникновения и устойчивости существующей формы?

Первые ответы на эти вопросы давали публикации Ньютона, Клеро, Эйлера (малые колебания около положения равнове-

сия), Лагранжа (считал движение устойчивым, если оно происходит в ограниченной области пространства; продолжил теорию малых колебаний), Лапласа (теория возмущений в небесной механике; теорема об устойчивости Солнечной системы (1773); «устойчивость по Лапласу»), Пуассона, в 1809 г. показавшего, что во втором приближении решение для большой полуоси траектории планеты может содержать тригонометрические слагаемые с амплитудой, пропорциональной времени. Соответствующее определение устойчивости по Пуассону требует, чтобы частица за бесконечное время бесконечное число раз проходила через сколь угодно малую окрестность начальной точки. В конце XIX в. проблемам устойчивости Солнечной системы, формам тел вращения были посвящены некоторые работы **Анри Пуанкаре** (Jules Henri Poincaré; 1854–1912).

В период промышленной революции XVIII–XIX вв. проблема устойчивого движения большое значение приобрела в технике. Появление и быстрое распространение сначала паровых, а позднее и двигателей внутреннего сгорания привело к проблеме регулирования и сохранения числа оборотов вала двигателя. Для регулирования первых паровых двигателей небольшой мощности шотландским инженером-изобретателем **Джеймсом Уаттом** (James Watt, 1736–1819) был предложен достаточно эффективный механизм центробежного регулятора, позволявшего устойчиво сохранять заданные обороты. Но с увеличением мощности двигателей эти регуляторы не всегда обеспечивали надёжное регулирование, иногда даже разгоняли двигатели, что часто приводило к авариям. Теоретические исследования **Д. Ма́ксвелла** (James Clerk Maxwell, 1831–1879), **И.А. Вышнегра́дского** (1832–1895) и других ученых способствовали к появлению критериев устойчивости работы автоматического регулятора и созданию теории автоматического регулирования.

Для ответов на вопросы устойчивости движения и равновесия, неизменности формы и прочностных характеристик тел был

необходим новый математический аппарат, новая теория. Первые попытки оценки устойчивости движения в работах **О.И. Сомова** (1815–1876), **Дж. Максвелла**, **Э. Рауса** (Edward John Routh, 1831–1907; «Трактат об устойчивости заданного состояния движения…» (1877)), **И.А. Вышнеградского, А. Пуанкаре** (качественная теория дифференциальных уравнений, 1881–1886), **Н.Е. Жуковского** («О прочности движения» (1882)), **А. Гурвица** (Adolf Hurwitz, 1859–1919) сводились к использованию теории малых колебаний. Точнее – к оценке устойчивости дифференциальных уравнений движения по уравнениям первого приближения, устойчивость которых зависит от вида корней соответствующего характеристического (алгебраического) уравнения. Было установлено, что решение дифференциального уравнения будет устойчивым, если все корни характеристического уравнения имеют отрицательные действительные части. Однако оценка устойчивости по первому приближению не давала гарантии устойчивости исходной системы, да и не существовало общепринятого определения устойчивости (каждый автор понимал его немного по-своему).

Важнейший вклад в создание современной теории устойчивости внес **Александр Михайлович Ляпунов** (1857–1918). Магистерская диссертация А.М. Ляпунова была посвящена задаче о фигуре однородной жидкой массы, образующейся под влиянием равномерного вращения около некоторой неподвижной оси, сформулированной ещё Ньютоном. Ньютон и Маклорен установили, что при некоторых условиях этими фигурами являются эллипсоиды вращения; позднее Якоби показал, что это могут быть и некоторые формы трёхосных эллипсоидов. Но чтобы составить представление о действительно существующих эллипсоидальных фигурах равновесия, нужно было среди теоретических решений Маклорена и Якоби найти устойчивые. Это пытались сделать многие известные учёные – Лиувилль, Риман, Томсон, Тэт. Так 1883 г. вышло в свет новое издание первого тома «Natural philosophy» Томсона и Тэта, в котором без доказательств

излагались результаты по этому вопросу. Но А.М. Ляпунов первым дал точное решение этой задачи.

Однако мировую славу А.М. Ляпунову принесла не магистерская диссертация, а его обобщающая работа «Общая задача об устойчивости движения», опубликованная в Харькове в 1992 г. и ставшая основой его докторской диссертации. В ней Ляпунов дал основные определения (возмущённого движения, устойчивости, асимптотической устойчивости, неустойчивости), вскоре ставшие общепринятыми, и изложил два метода исследования систем уравнений на устойчивость. По Ляпунову, движение считается устойчивым, если все возможные движения, мало отличающиеся от него в начальный момент времени, в последующем также будут мало отклоняться от него на всем интервале времени движения. Если же найдется хотя бы одно движение, в начальный момент мало отличающееся от исследуемого, которое постепенно, пусть и через большой промежуток времени, заметно отклонится от него (более чем на некоторую заданную величину), то исследуемое движение неустойчиво.

Первый метод Ляпунова, основанный на изучении общих или частных решений уравнений первого приближения (однородной линейной системы уравнений), сводится к непосредственному исследованию возмущённого движения. Чаще всего этот метод пригоден для систем с постоянными или периодическими коэффициентами. Второй метод Ляпунова основан на использовании так называемых V-функций («функций Ляпунова»), обладающих определёнными свойствами, по изменению которых (с учётом уравнений движения) можно сделать вывод об устойчивости или неустойчивости решения исходной системы уравнений движения. Выбор функции V является самостоятельной задачей. Например, для консервативной системы точек роль этой функции может играть её полная энергия. С точки зрения механики, устойчивость по Ляпунову можно рассматривать как устойчивость движения системы точек на бесконечном промежутке времени по отношению к мгновенным (в начальный момент) возмущениям начальных условий.

Диссертация Ляпунова была написана на русском языке, поэтому для зарубежных ученых она стала известна только после публикации в 1897 г. некоторых результатов в «Journal des mathematiques». Всеобщее признание диссертации получили только после их перевода на французский, немецкий и английский языки. А.М. Ляпунов был избран почётным профессором Петербургского, Харьковского и Казанского университетов, иностранным членом нескольких европейских академий наук и почётным членом математических обществ (Харьковского, Московского и др.).

Теория устойчивости изначально формировалась как частная математическая теория, однако в XX столетии она стала самостоятельным разделом не только механики, но и математики. Точнее – тех её разделов, которые связаны с построением и анализом математических моделей в технике, естественных, социальных и иных науках. Развитию идей Ляпунова (асимптотическая устойчивость, орбитальная устойчивость, техническая устойчивость, устойчивость систем с запаздыванием, устойчивость форм деформируемых тел, устойчивость движения тел, частично заполненных жидкостью, устойчивость для систем дифференциально-разностных уравнений, устойчивость гироскопов…) посвящены многочисленные исследования отечественных (Н.Г. Четаев, И.Г. Малкин, К.П. Персидский, Е.А. Барбашин, В.И. Зубов, Н.Н. Красовский, М.А. Айзерман, А.И. Лурье, Г.И. Дубошин, Г.В. Каменков, Н.Д. Моисеев, В.И. Арнольд, Д.В. Булгаков и др.) и зарубежных учёных (Ж. Ла-Саль, Р. Калман, Дж. Пирсон, Ж. Адамар, А. Кнезер, П. Пенлеве, Д. Биркгоф, Л. Чезари…).

2.2.8. Механика тел переменной массы

В классической механике одной из важнейших характеристик тела является его вес, его тяжесть. И среди физических, технических задач до XIX в. было мало таких, в которых необходимо

было учитывать возможность изменения веса, силы тяжести тел в связи с изменением их массы. Поэтому вес, как правило, считался неизменным. Но уже в конце XVIII века появились механико-математические задачи, в которых невозможно было пренебрегать изменением массы движущихся тел. Например, задачи, связанные с изучением движения реактивных снарядов, барабанов-катушек при разматывании (наматывании) нитей, рулонов бумаги или ткани, земных (тающая льдина, айсберг) и небесных (кометы) тел с переменной массой.

Первое упоминание об использовании в Китае пороховых снарядов («огненные копья») относится к 960 г. (хроника «Тумлян Канму»). В 1232 г. у китайцев были ракетные установки для залпового огня и ракеты с дальностью поражения до 9 километров (их применяли при обороне Пекина от монголов). Позднее, в битвах с «крестоносцами», аналогичное оружие использовали и арабские войска. Описание ракет (слово «ракета» для пороховых снарядов в 1373 г. предложил итальянец Муратори) встречается в работах по фортификации, артиллерии, пиротехнике, в описании проектов транспортных средств, в том числе полета на Луну многих ученых Италии, Германии, Франции, Англии, России, Польши и других стран.

Известно, что ещё во второй половине XVIII в. в Индии (Ост-Индская кампания) использовались ракеты, представлявшие собой железную гильзу, наполненную порохом (весом от 3 до 6 килограммов), к которой прикреплялась бамбуковая палка-стабилизатор длиной до 2,5 метра. Эти ракеты служили для казни индуистов, христиан, не желавших принимать ислам (неверных привязывали к нескольким «ракетам» и пытались запустить в небо), а также для обороны крепостей и в качестве зажигательных снарядов. В начале XIX в. подобные боевые ракеты (ракеты Конгрэва) были на вооружении и в английской армии. Такого типа снаряды имели дальность полёта до 2,5 километра (использовались при бомбардировке Булони, Копенгагена). В России, ещё при Петре I, для изучения реактивного движения

было создано «Ракетное заведение». А в XIX в. под руководством инженера-артиллериста К.И. Константинова (1819–1871) было налажено производство российских боевых ракет.

Описанию и изучению ракет, принципов их движения были посвящены работы **Жака-Филиппа де Монжери** (Jacques-Philippe Merignon de Montgery, 1782–1839, Франция), **Уильяма Мура** («Трактат о движении ракет», 1810–1813, Англия), **Георга Франца Августа фон Бюкуа** (1781–1851, Чехия), **Константина Ивановича Константинова** («О боевых ракетах», 1856, Россия), **Николая Ивановича Кибальчича** (1853–1881, проект пилотируемого порохового ракетного летательного аппарата, Россия), **Константина Эдуардовича Циолковского** (1857–1935, Россия) и более поздних исследователей. Так в 1897 г. К.Э. Циолковский опубликовал свою знаменитую формулу для величины скорости ракеты (в пустоте, при отсутствии внешних сил) в зависимости от отношения масс топлива и ракеты и относительной скорости отделяющихся частиц. Далее он опубликовал несколько работ, посвященных устройству и режимам полета ракет.

В середине XVIII в. Д. Бернулли и Эйлер предложили использовать силу вытекающей струи жидкости (об этой силе ранее писал Ньютон) для создания водомётного (гидрореактивного) судового двигателя. В математическом описании действия водомётного двигателя (в работах 1752, 1753, 1756, 1761, 1771 гг.) Эйлер получил и использовал дифференциальные уравнения, учитывающие переменность массы. Действию водомётных двигателей, гидрореактивных турбин, отдаче артиллерийских орудий были посвящены некоторые публикации Ж.Л. Лагранжа, С.Д. Пуассона и других учёных.

В XIX в. к задачам описания движения ракет добавились новые технические задачи. Развитие массового машинного производства рулонных товаров (нитей, верёвок, тканей, бумаги, проволоки, тросов) привело к необходимости создания теории вращения тел (валов, барабанов, катушек, веретён) переменной

массы (масса рулона бумаги при её наматывании на вал возрастает, при сматывании – убывает).

Одним из первых попытку построения математической теории движения тел (точек) переменной массы предпринял чешский ученый Г. фон Бюкуа. В 1812 г. он получил уравнение движения точки, в котором присутствует производная изменения массы по времени. Однако в этой работе, к сожалению, ставшей известной только в следующем веке, нет ни ясного описания физического принципа движения объекта переменной массы, ни строгого доказательства полученного уравнения. Наиболее значительные результаты для построения теории движения тел переменной массы (переменного состава) были получены **Иваном Всеволодовичем Мещерским** (1859–1935) в его магистерской диссертация «Динамика точки переменной массы» (1897).

В основу своей теории, кроме традиционных законов Ньютона, Иван Всеволодович положил гипотезу близкодействия (контактного взаимодействия) частиц, суть которой сводится к отождествлению присоединения или отбрасывания частиц с ударом тел. Отделение частицы массой dm от точки (тела) массой m аналогично удару, в результате которого частица получает относительную скорость υ_r, а точка (тело) теряет количество движения $dm\upsilon_r$. Это позволяет записать второй закон Ньютона в виде

$$m\frac{d\upsilon}{dt}-(u-\upsilon)\frac{dm}{dt}=F\ ,$$

где υ – абсолютная скорость точки, u – абсолютная скорость отбрасываемой частицы, $\upsilon_r=u-\upsilon$, F – главный вектор внешних сил. Полученное уравнение является обобщением второго закона Ньютона на случай изучения движения точки переменной массы. И второй закон Ньютона оказывается частным случаем полученного уравнения при $m=const$ и $u=0$.

В статье «Уравнения движения точки переменной массы в общем случае» («Известия Петроградского политехнического института», 1904) это уравнение было дополнено слагаемым, соответствующим изменению количества движения в случае одновременного присоединения частиц.

Полученные уравнения далее были использованы для решения конкретных задач. В частности, автор рассмотрел случай действия центральных сил, случай, когда масса меняется, но $u = 0$. Изучая действие центральных сил, Мещерский заложил основы небесной механики тел переменной массы, рассмотрел поведение точки при заданных конкретных видах закона изменения массы, сформулировал первые обратные задачи (найти закон изменения массы для заданных сил и траектории движения). Среди результатов решённых задач есть и «формула Циолковского» (для движения точки переменной массы в однородном поле тяжести). Но можно достаточно уверенно утверждать, что оба автора получили свои результаты самостоятельно.

В связи с интенсивным развитием в XX в. самолётостроения, появлением новых транспортных средств, военной реактивной техники (баллистические ракеты, системы залпового огня, гранатомёты), непрерывно усложняющимися задачами освоения околоземного пространства и исследования Солнечной системы механика тел переменной массы (переменного состава) получила бурное развитие в работах ученых и инженеров. В свою очередь, и развитие механики тел переменного состава стало стимулом для появления и совершенствования новых типов самолётов, ракет, вооружений, новых двигателей, технологий, видов топлива, задач и теорий управления движением тел. Всё это привело к тому, что механика тел переменного состава стала важным разделом современной теоретической механики.

2.3. Механика и физика

2.3.1. Механика жидкости и газа

Многие столетия центрами внимания изобретателей, философов были твёрдые тела (камни, обожжённая глина, дерево для постройки жилищ, плательных средств), каменные, деревянные, металлические инструменты и механизмы, предназначенные для выполнения конкретных видов работ. Чтобы сделать лук, научиться далеко и метко стрелять, нужно было понимание принципов его действия и причин движения стрел в воздушной среде. Для постройки и эксплуатации каналов, акведуков, лодок, плотов, парусных судов, разнообразных мельниц, пневматических механизмов («Пневматика» Герона) были необходимы знания законов гидростатики, движения воды и воздуха по трубам, величин сил сопротивления воды, давления ветра на парус, на лопасти мельниц определённой формы. После XV в., в связи с бурным развитием кораблестроения (в эпоху Великих географических открытий), артиллерии, эти проблемы приобретают первостепенное значение и к ним добавляются задачи внешней и внутренней баллистики.

Первоначально необходимые теоретические сведения (экспериментально открытые законы) касались конкретных технических устройств и способов их эксплуатации. Они содержались в трактатах, посвященных описанию устройства и правил эксплуатации технических приспособлений. Со временем некоторые из теоретических выводов, практически подтвердившиеся, получили статус общих законов и излагались уже в трактатах естествено-научного, математического и философского содержания.

Одним из первых был закон, сформулированный Архимедом. Закон утверждал, что всякое тело, погруженное в воду, выталкивается из неё с силой, равной весу вытесненной воды. Важно отметить, что объектом внимания ученого стало не только

тело, но и среда, в которой оно находится. Постепенно жидкости и газы стали интересовать исследователей не только в качестве среды обитания твердых тел, но и как самостоятельные объекты исследования. Почему вода в реке течет, а в озере или пруду нет? Как влияет сопротивление воды на движение лодки? Как использовать силу ветра для управления парусным судном, ветряной мельницей? Эти и многие другие вопросы возникали у древних и средневековых ученых, строителей гидротехнических сооружений (каналов, плотин, водопроводов), насосов, водяных часов, сифонов, многочисленных пневматических устройств, больших и малых парусных и вёсельных судов.

Известный механик, математик и строитель гидротехнических сооружений Симон Стевин в конце XVI в. сформулировал принцип отвердевания жидкости, согласно которому давление на поверхности мысленно выделенного в жидкости «сосуда» не зависит от того, является ли «сосуд» жидким или твёрдым. Этот принцип позволил Стевину обосновать закон сообщающихся сосудов, закон Архимеда, рассчитывать давление воды на боковые стенки и на дно сосуда произвольной формы.

Важную роль в понимании физической природы сплошной среды, в частности жидкости, сыграли идеи Галилея, изложенные им в работах «Рассуждения о телах, пребывающих в воде» (1612) и «Беседах и математических доказательствах, касающихся двух новых отраслей науки» (1638). В представлениях Галилея, изложенных в первой из публикаций, жидкость – это «*агрегат частиц, не связанных, а только прилегающих друг к другу*». «*В жидкой среде, в воздухе, воде и других жидкостях, нет противодействия разделению (частиц), но все они малейшей силой разделяются и проникаются*». Эти частички очень мелкие, в пределе это тела-точки, плотно заполняющие некоторое пространство.

В первой половине XVII в. Паскаль сформулировал ещё один важный закон гидростатики: давление на некоторую площадку, погружённую в жидкость, не зависит от её ориентации в

данной точке. Впервые закон был опубликован в 1663 г. Позднее он использовался и для двигающихся жидкостей. Торричелли, применяя закон падающих тел (Галилея), установил скорость воды, вытекающей из отверстия у дна сосуда ($\upsilon^2 = 2gh$, где h – высота сосуда), показал, что вытекающая из отверстия струя должна двигаться по параболе, доказал существование атмосферного давления и изобрел первый барометр (прибор для измерения атмосферного давления).

Французский физик Эдм Мариотт (1620–1684) в 1676–1681 гг. опубликовал трактат «Очерки по физике», в котором, в частности, рассматривал движение жидкостей и газов. В 1679 г. он сформулировал закон о зависимости между объёмом и давлением газа в сосуде («закон Бойля–Мариотта»). Позднее выяснилось, что на 17 лет раньше этот результат был получен англичанином Робертом Бойлем (1627–1691). Поэтому в механику он вошёл как «закон Бойля–Мариотта»: при неизменных температуре и массе идеального газа произведение давления газа на его объём постоянно.

Законы Архимеда, Паскаля и Торричелли долгие годы составляли основу механики покоящейся жидкости – гидростатики. Но в XVII в. появились задачи, связанные с изучением не только равновесия и не только воды, но и движения произвольных жидкостей. Например, движение крови по сосудам в организмах животных и человека. Второй важной задачей оказался вопрос о происхождении и форме нашей планеты. Он не был праздным. По гипотезе, ставшей тогда популярной, планета Земля произошла от вращающейся вокруг её оси жидкой массы, окружающей твёрдое ядро. Поэтому возникли тревожные, будоражившие умы многих, в том числе и далёких от науки людей, вопросы о возможности конца света по причине разрушения Земли вследствие её вращения вокруг своей оси (о поведении некоего жидкого эллипсоида вращения).

Размышляя о вращении жидкого эллипсоида, Гюйгенс пришёл к выводу, что равнодействующая гравитационных и

центробежных сил в каждой точке будет перпендикулярна поверхности вращающейся жидкой массы. Это позволило задать вопрос о форме нашей планеты. Ньютон в третьей книге своих «Начал» использовал свой принцип равенства центральных «столбов» жидкости: если один «столб» направлен по оси вращения планеты, а другой «столб» – по радиусу плоскости экватора, то они пересекаются в центре Земли и их действие уравновешивается. В начале XVIII в. ответ на вопрос о форме Земли и её устойчивости попытались дать К. Маклорен (установил устойчивость сплюснутого у полюсов эллипсоида вращения) и А. Клеро.

В трактате «Теория фигуры Земли, основанная на началах гидростатики» (1743) Клеро вместо двух ньютоновых «столбов» рассматривал каналы произвольной формы, выделенные внутри жидкости. Суть его принципа была созвучна идеям Гюйгенса и Ньютона. Она сводилась к тому, что равновесие в канале (и во всём вращающемся жидком теле) возможно только при уравновешивании усилий во всех частях жидкого канала. Записав это условие в виде уравнения, Клеро сделал первый шаг в математизацию гидростатики и установил устойчивость вращающегося жидкого эллипсоида (под которым подразумевалась Земля). Понятие «усилия» Эйлер позднее заменил понятием «давление жидкости». И тогда принцип Клеро получил новую формулировку: разность давлений, взятая по всему ходу канала, должна быть равна нулю. В разные годы к этим проблемам обращались Ж.Л. Даламбер, Л. Эйлер, П.С. Лаплас, А.М. Лежандр, С.Д. Пуассон и другие ученые.

В XVIII в. начинается эра воздухоплавания. В 1709 г. бразилец, переехавший в Лиссабон (Португалия), Бартоломеу Лоуранс де Гусман (1685–1724) получил патент на изобретение «воздушного корабля» – бумажного шара, наполненного горячим воздухом. В 1709 г. (8 августа) он продемонстрировал португальскому королю полёт этого шара. Далее идею создания воздушного шара подхватили французы – братья Монгольфье:

Жозеф-Мишель (1740–1810) и Жак-Этьен (1745–1799). В 1783 г. они изготовили воздушный шар (из холста, оклеенного изнутри бумагой), наполняемый горячим воздухом («монгольфьер»). В первый полёт (5 июня 1783) шар пролетел за 10 минут на высоте 500 метров около 2 километров. Второй полет (19 сентября 1783) проходил в присутствии короля Людовика XVI. Первыми пассажирами шара были овца, курица и утка, которые за те же 10 минут благополучно пролетели около 4 километров. Третий (первый пилотируемый!) полёт состоялся в Париже 21 ноября 1783 г. За 25 минут полёта на высоте около километра Пилатр де Розье и маркиз Дарланд перелетели через Сену и пролетели на монгольфьере около 9 километров.

В том же году французским инженером Жаком Шарлем (G.A.C. Charles, 1746–1823) был создан воздушный шар, наполненный водородом («шарльер»). 27 августа 1783 г. этот шар совершил первый полет над Парижем, а 1 декабря того же года Жак Шарль и инженер Николя-Луи Робер совершили пилотируемый полёт. Шарль был не только конструктором, но и учёным. В механику газа вошёл «закон Шарля»: при постоянном объёме давление идеального газа прямо пропорционально его абсолютной температуре (1787). Ещё ранее (в конце XVII в.) качественно этот закон был сформулирован Г. Амонтоном, а в 1801 г. его переоткрыл англичанин Джон Дальтон (1766–1844). В 1802 г. француз Жозеф Луи Гей-Люссак (1778–1850) впервые опубликовал этот закон. Начало эры воздухоплавания стало важным стимулом для дальнейшего изучения движения летательных аппаратов и развития гидродинамики.

В первой половине XVIII в. представления Галилея и других атомистов о свойствах сплошной среды трансформировались. Во-первых, изучение поведения множества дискретных частиц-шариков было заменено изучением поведения мысленно выделенных жидких объёмов сплошной среды, жидких элементов. И. Бернулли, Д. Бернулли, Л. Эйлер, Ж.Л. Даламбер и их последователи в качестве жидких объемов рассматривали не

конечные элементы (тела-частицы), а абстрактные математические объекты – стягивающиеся в точку бесконечно малые объёмы жидкости (элементарные кубики, параллелепипеды, тетраэдры…). Этот переход к бесконечно малым объемам открыл путь к использованию анализа бесконечно малых для построения не только теоретической (математической) гидродинамики, но и всей механики сплошных сред.

Вторым важным достижением стало формирование понятия внутреннего давления среды. Со времён Архимеда под этим понималось вертикальное давление, которое отождествлялось с весом жидкой массы. Опыты с жидкостями в сосудах, теоретические рассуждения С. Стевина («Начала гидростатики», 1586), Б. Паскаля («Трактат о равновесии жидкостей», 1663), И. Ньютона («Математические начала…», 1687) привели к установлению изотропных свойств внутреннего давления в каждой точке покоящейся жидкости (газа), сформулированных законом Паскаля. Через полвека Д. Бернулли распространил этот закон на движущуюся сплошную среду, а далее Л. Эйлер выразил понятие внутреннего давления скалярной функцией координат геометрической точки (точки пространства, занятой жидкостью) и времени, превратив его в характеристику распределения давлений в пространстве (поле давлений) и времени. Это идея оказалась исходной для появления других важнейших понятий поля (поля сил, поля скоростей, поля температур…), потенциальной функции (потенциала) и формирования общей теории поля в работах учёных XIX в.

Изучению свойств и движений жидкостей и газов посвящена вторая книга «Начал» Ньютона. Автор предлагает целый ряд новых понятий, задач и теорий, связанных с описанием и использованием упругости воздуха, вытекания жидкости из отверстия в сосуде, движения волн в воде, колебаний воды в трубе, сопротивления телам при их движении в разреженных или плотных средах, распространения звука в воздухе, внутреннего трения жидкостей. Многие результаты этой книги не получили

дальнейшего развития, но привлекли внимание многочисленных последователей Ньютона. Как писал К. Трусделл, «*Блестяще искренняя, но, в конце концов, полностью неудовлетворительная Книга II спланировала области и определила задачи для многих исследований в области механики следующего века*» [9, с. 121].

В 1738 г. Даниил Бернулли опубликовал в Страсбурге уже упоминавшийся обширный (более 400 страниц) трактат «Гидродинамика или записки о силах и движениях жидкости». После этого издания механика пополнилась термином «гидродинамика», под которым автор понимал совокупность гидростатики и гидравлики (науки о движении жидкости в каналах и трубах). В книге описывается простейшая модель идеальной жидкости (все частицы в поперечном сечении трубы имеют одинаковую скорость – «гипотеза параллельных сечений»), закладываются основы кинетической теории газов, а для решения разнообразных задач гидростатики, гидравлики, внутренней баллистики используется закон сохранения живых сил. Здесь же решается задача об определении давления p в некотором сечении трубы, по которой со скоростью υ движется установившийся поток несжимаемой жидкости постоянной плотности p. Полученное автором уравнение (в современной интерпретации)

$$\frac{1}{2}\upsilon^2 + \frac{\rho}{p} + gh = const ,$$

где g – ускорение силы тяжести, h – высота относительно горизонтальной плоскости, ныне известное как «уравнение или интеграл Бернулли», выражает закон сохранения живых сил (кинетической и потенциальной энергии) и позволяет решать многие задачи гидротехники и динамики газов. Некоторые идеи и задачи «Гидродинамики» далее развивались в трудах И. Бернулли, Ж.Л. Даламбера, Л. Эйлера, Ж.Л. Лагранжа и их современников.

Через 5 лет Иоганн Бернулли издал трактат «Гидравлика, впервые открытая и доказанная на чисто механических основа-

ниях» (1743). Ему нужно было вернуть статус самого знаменитого геометра Европы, неофициально полученный после смерти Ньютона и пошатнувшийся после выхода «Гидродинамики» его сына. Здесь автор развивает и усложняет некоторые задачи «Гидродинамики», использует новые подходы и методы их решения. В частности, он пытается разделить задачи кинематики и динамики течения жидкости, вводит понятие внутренней силы, действующей в поперечном сечении трубки, получает «уравнение Бернулли» (по аналогии с решением задачи о «цепной линии», где роль давления в трубке жидкости играло натяжение в гибкой нити). Этой идеей аналогии дальше воспользовался и Эйлер при решении некоторых инженерных задач (о помпах, водяных колёсах, тепловой конвекции и др.).

Через год после выхода трактата И. Бернулли Даламбер опубликовал «Трактат о равновесии движения жидкостей» (1744). Как и в своей «Динамике», автор предлагал избегать понятия силы, пытался сводить задачи гидродинамики к гидростатике, недостаточно ясно выражал свои идеи (начиная с названия книги), однако привёл корректные дифференциальные уравнения в частных производных для осесимметричных и плоских безвихревых движений жидкости (основываясь на уравнениях равновесия идеальной жидкости в частных производных, полученных Клеро), ввёл понятие комплексной скорости (как функции комплексной координаты точки плоского безвихревого течения) несжимаемой жидкости, установил отсутствие сопротивления телу, движущемуся равномерно и прямолинейно в покоящейся идеальной жидкости («парадокс Даламбера», по терминологии Эйлера). Продолжением этой тематики стал «Очерк об общей природе ветров» (1746), за который Даламбер получил награду Берлинской академии наук. В 1750 г. он вновь претендовал на награду за «Очерк о новой теории сопротивления жидкостей». И хотя Д. Бернулли критически отнёсся к новым сочинениям конкурента и в премии было отказано, в 1752 г. эта книга была опубликована.

Интерес Эйлера к задачам гидродинамики возник ещё в Базеле, а далее он получил развитие (под влиянием Даниила Бернулли) после его переезда в Петербург. Однако первые публикации Эйлера появились значительно позднее, в берлинский период его жизни. Сначала это были публичные отклики на статьи и книги Иоганна и Даниила Бернулли, Даламбера, решение (по поручению Петербургской академии наук) конкретных задач, связанных с конструкцией кораблей, их управляемости, устойчивости, задач из области баллистики (движение снаряда с учётом сопротивления среды). Эйлер участвовал в консультировании строительства каналов в Пруссии, описании устройства реактивных гидравлических машин (например, «сегнерова колеса»).

Этим проблемам посвящена его переписка с многочисленными коллегами, а также большие трактаты: «Морская наука» (1743), «Новые принципы артиллерии, содержащие определение силы пороха вместе с исследованием различия в сопротивлении воздуха при быстрых и медленных движениях» (1748), «Принципы движения жидкостей» (1752), «Общие начала состояния равновесия жидкостей», «Общие начала движения жидкостей», «Продолжение исследований по теории движения жидкостей» (1753–1755), «Более полная теория машин, приводимых в движение реакцией воды» (1754), «Начала движения жидкостей» (1756–1757), «О принципах движения жидкости» (1770).

В качестве математического аппарата для описания свойств, равновесия и движения жидкости использовались уравнения в частных производных. Это был тогда новый вид дифференциальных уравнений, и Эйлер впервые дал описание некоторых их типов, а также сформулировал методы их интегрирования. Эйлеру принадлежит один из первых выводов уравнения неразрывности (сплошности) жидкости (1752):

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial \upsilon}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}=0\,,$$

(где x, y, z – координаты частицы в неподвижной системе отсчёта («эйлеровы координаты»), а u, υ, w – компоненты скоро-

сти в той же системе координат), вывод основной системы дифференциальных уравнений движения идеальной жидкости и многие другие основополагающие результаты. Вывод уравнений движения был основан на использовании теоремы об изменении количества движения точки применительно к жидким и газообразным средам. Точнее – к изменению количества движения $(m\upsilon)$ элементарного объёма $dx\,dy\,dz$ жидкости или твёрдого тела.

Следует отметить, что начиная с «Начал» Ньютона и «Гидродинамики» Д. Бернулли, установилась специфика математической постановки задач гидромеханики в виде системы двух уравнений (неразрывности и движения). После публикаций И. Бернулли в качестве уравнений движения стали использовать не только его уравнения и уравнения Торричелли, но чаще уравнения, выражающие либо второй закон Ньютона, либо закон сохранения живых сил Лейбница. А уравнения неразрывности записывались не так, как это делали Ньютон, Д. Бернулли, Клеро (в виде конечных формул), а в виде дифференциального уравнения. Впервые они были поучены Даламбером и Эйлером независимо друг от друга, у каждого в своём виде, почти одновременно и опубликованы в 1752 г.

Более точные уравнения движения (в проекциях на координатные оси), уравнение неразрывности и уравнение, связывающее давление, плотность и температуру, были опубликованы Эйлером в 1757 г. («Общие принципы движения жидкостей»). Таким образом, Эйлером и Даламбером было положено начало аналитической механике сплошной среды. Следует добавить, что в работе 1754 г. Эйлер впервые использовал ускорение, которое Г. Кориолис ввел только в 1831 г., а в его (Эйлера) работах по математическому моделированию водомётных двигателей, опубликованных в 1753–1771 гг., впервые получены уравнения движения, учитывающие переменность массы тела.

В трактате 1770 г. Эйлер опубликовал новый вид уравнений движения жидкости, далее получивших название «уравнений движения в форме Лагранжа». Новый вид уравнений был

следствием иного подхода к изучению движения жидкости, основанного на представлении жидкости в виде множества траекторий элементарного объёма жидкости (по аналогии с движением точки по её траектории).

Важную роль в формировании теоретической гидромеханики играли экспериментальные исследования. Наглядным примером развития экспериментальной гидромеханики были работы по исследованию сопротивления движению судов, проводимые во Франции Ш. Боссю (1730–1814), М.Ж.А.Н. Кондорсе (1743–1794) и Ж.Л. Даламбером в экспериментальном бассейне Мезьерской военно-инженерной школы в 1775–1777 гг. Целью проводимых опытов была проверка гипотез Ньютона, установление истинных причин сопротивления воды движению судов (в открытых водоёмах и закрытых каналах) в зависимости от их формы, определение численных коэффициентов сопротивления движению. Итоги исследований докладывались на заседаниях Парижской академии наук и были опубликованы («Новые исследования сопротивления жидкости», Париж, 1777).

Дальнейшее развитие гидромеханики идеальной жидкости, подведение итогов её развития в XVIII в. связано с именем Лагранжа. В «Аналитической механике» приводится исторический обзор принципов гидростатики, анализ результатов предшественников и современников. Особо выделяя заслуги Даламбера и Эйлера (первенство Даламбера и ясное изложение результатов Эйлером), Лагранж приводит новую форму уравнений движения и условий несжимаемости жидкости (на основе принципа Даламбера, принципа виртуальных скоростей (перемещений) и в предположении параллельности слоёв жидкости), получает уравнения для волн в канале (неглубоком бассейне).

Первые результаты приближенной теории длинных волн на поверхности тяжелой жидкости (уравнение распространения волн, формула скорости их распространения, носящие сейчас его имя) были получены Лагранжем в 1781 г. Теория волнового движения потребовалась для решения задач, связанных с изуче-

нием качки, сопротивления движению корабля на волнении, приливных волн в каналах и реках. П.С. Лаплас разработал теорию волн на поверхности жидкости, изучал приливно-отливные движения и вопросы капиллярности.

В 1815–1816 гг. Коши и Пуассон заложили фундамент теории волн малой амплитуды. **Огюстен Луи Коши** родился в год Великой французской революции (1789) в семье обеспеченного парижского адвоката. Загородный дом отца находился по соседству с имениями Лапласа и Бертолле, в гости к которым часто приезжал Лагранж. С этими соседями Огюстен был знаком с раннего детства, а они не могли не заметить его необычную одарённость. В школьные годы он получил прекрасное гуманитарное образование (изучал языки, историю, литературу). В 1807 г. Огюстен блестяще окончил Парижскую политехническую школу, в 1810 – Школу мостов и дорог и далее работал инженером на строительстве Урского канала, моста в Сен–Клу, порта в Шербурге. В 1813 г. Коши вернулся в Париж и продолжил механико-математические работы, начатые ещё в Шербурге.

Рис. 36. Огюстен Луи Коши

Первая научная публикация Огюстена была посвящена геометрии, но вскоре его внимание привлекли вопросы описания поведения жидкостей (в 1815 г. он доказал теорему Лагранжа о сохранении безвихревого течения идеальной баротропной жидкости в поле консервативных сил), а далее спектр его научных интересов непрерывно расширялся, охватив практически все важнейшие направления развития математических наук в XIX в.

Исключительно важным для него оказался 1816 г. В этом году 27-летний Огюстен получил первую премию Парижской академии наук (за теорию волн на поверхности тяжёлой жидкости), по указу короля был назначен членом Парижской академии наук (на место изгнанного Г. Монжа), а также стал профессором Парижской политехнической школы и Парижского университета (Сорбонны). Однако воспринятые им от отца монархистские убеждения далее неоднократно вынуждали его менять место службы и жизни. После 1830 г. он жил в Швейцарии, Италии, Чехии, путешествовал по европейским странам (на правах воспитанника внука короля Карла X) и только в 1838 г. вновь вернулся в Париж. И все эти годы до момента смерти в 1857 г. Коши вел напряжённую научную деятельность.

Его научное наследие огромно (около 800 работ!). Оно, как и творчество Л. Эйлера, охватывает и стало основой большинства разделов современной математики и механики. Коши впервые дал строгое определение основных понятий математического анализа (предела, бесконечно малой величины, непрерывности функции, производной, дифференциала, интеграла, сходимости ряда, радиуса сходимости и других), в области комплексного анализа создал теорию интегральных вычетов, опубликовал фундаментальные работы по теории чисел, алгебре, геометрии, дифференциальным уравнениям (обыкновенным и в частных производных), оптике, волновой теории света и механике сплошных сред (МЖГ и МТДТ). В современных физико-математических науках хорошо известны многие понятия, фор-

мулы, теоремы, уравнения, неравенства, распределения, теории, носящие его имя.

Многие работы Коши, в частности, публикации по волновой теории, получили дальнейшее развитие в творчестве его современников и последователей: М.В. Остроградского (1801–1862), Дж.Б. Эри (1801–1892), Дж. Грина (G. Green, 1793–1841), Дж.Г. Стокса (1819–1903), У.Д.М. Рэнкина (1820–1872), У. Томсона (1824–1907), Дж.У. Рэлея (1842–1919), Дж.Г. Дарвина (1845–1912). Существует легенда о его негативной роли в судьбе Нильса Хенрика Абеля (1802–1829) и Эвариста Галуа (1811–1832), но хорошо известна и его поддержка молодого М.В. Остроградского. Ещё при жизни он был признан выдающимся учёным, кавалером ордена Почётного легиона, членом Лондонского королевского общества, Петербургской и других европейских академий наук. А в наши дни, наряду с другими выдающимися учёными Франции, портрет Коши помещен на Эйфелей башне в Париже.

Другой важнейшей теорией механики идеальной жидкости конца XVIII–начала XIX в. стала теория вихревых движений, развивающая результаты Лагранжа, Коши и Пуассона. Создание учения о вихревом движении обычно связывают с именем известного немецкого ученого **Германа Людвига Фердинанда фон Гельмгольца** (H.L.F. von Helmholtz, 1821–1894).

Гельмгольц родился в 1821 г. в Потсдаме в семье учителя гимназии. В 1742 г. он окончил медико-хирургический институт, далее служил военным врачом, занимал преподавательские должности (преподавал анатомию и физиологию) в Берлинской академии художеств, в университетах Кёнигсберга, Бонна, Гейдельберга.

Научные интересы Гельмгольца не ограничивались вопросами физиологии. С не меньшим интересом он относился к проблемам физики, акустики, психологии, философии. В 1870 г. Гельмгольц был избран членом Прусской академии наук, а в 1871 г.переехал в Берлин, заняв кафедру физики, оказавшуюся

вакантной после смерти знаменитого Генриха-Густава Магнуса (Heinrich-Gustav Magnus, 1802–1870). В 1877 г. он стал директором физического института Берлинского университета (в Шарлотенбурге), в 1888 г. – президентом физико-технического императорского ведомства. Научная деятельность Гельмгольца получила широкое признание в Германии и многих других странах, где работали его многочисленные ученики (среди них было много и российских ученых).

Рис. 37. Герман Людвиг Фердинанд фон Гельмгольц

В брошюре «О сохранении силы» (1847) Гельмгольц приводит обоснование закона сохранения энергии, ранее (в 1842) сформулированного Юлиусом Робертом фон Майером (J.R. von Mayer, 1814–1878). В 1858 г. была опубликована работа «Об интеграле гидродинамических уравнений, соответствующих вихревому движению», в которой он доказал основные теоремы о движении вихрей в идеальной жидкости и привел их геометрическую интерпретацию. Важный вклад в дальнейшее развитие этой теории внесли **Густав Кирхгоф** (G.R. Kirchhoff,

1824–1887; «Лекции по математической физике», 1876), **Эужeнио Бельтрами** (Eugenio Beltrami, 1835–1900), **Вальтер Грёбли** (W. Gröbli, 1852–1903) и **Джозеф Томсон** (J.J. Thomson, 1856–1940).

Развитие математической и экспериментальной гидродинамики, практические запросы гидравлики и гидротехники неизбежно привели к обобщению и уточнению модели идеальной жидкости, связанных с внедрением новых понятий вязкости и сжимаемости жидкости. Это привело к зарождению в 20-х гг. XIX в. двух новых разделов, имеющих большое значение для современной гидродинамики: динамики вязкой жидкости и газовой динамики.

Наиболее значительный вклад в основы теории движения вязкой жидкости внесли экспериментальные исследования французских ученых **Пьера Купле** (Couple des Tatreaux Pierre, умер в 1744), Антуана Шези (1718–1798), **Шарля Боссю, Шарля Кулона, Генри Пито** (Pitot Henry, 1695–1771), а также теоретические работы **Луи Мари Анри Навье** (1785–1836) и английского механика и математика **Джорджа Габриеля Стокса** (G.G. Stokes, 1819–1903). Основываясь на результатах, опубликованных в 1821 г. Навье, а позднее Коши и Пуассоном, Стокс сформулировал закон линейной зависимости напряжений от скоростей деформации и получил окончательную форму уравнения пространственного движения вязкой жидкости (уравнение Навье–Стокса).

Практические и теоретические задачи изучения движения и сопротивления вязких жидкостей в трубах и каналах (теоретическое решение этой задачи в 1846 г. дал Стокс), задачи физики, химии нефти и других аналогичных веществ, учение о трении в машинах стимулировали дальнейшее развитие гидродинамики. Так, в 1840–1842 гг. французским физиком и врачом **Жаном Луи Мари Пуазёйлем** (J. L.M. Poiseuille, 1799–1869) были проведены эксперименты и получен закон движения вязкой жидкости (крови) в трубках (сосудах) очень малого диаметра (капиллярах). Годом раньше (в 1839) этот закон был открыт немецким

физиком **Го́ттхильфом Ха́геном** (Gotthilf Heinrich Ludwig Hagen, 1797–1884), поэтому позднее он получил название «закона Хагена–Пуазёйля». В 1876–1883 гг. англичанин **Осборн Рейнольдс** (Osborne Reynolds, 1842–1912) экспериментально установил критерий перехода ламинарного течения жидкости в трубе круглого сечения в турбулентное.

Теоретическая и практическая газовая динамика развивались параллельно с гидродинамикой вязкой жидкости, зарождением термодинамики и акустики. В 1847 г. австрийский математик и физик **Кристиан Допплер** (Christian Doppler, 1803–1853) установил принципиальные особенности движения газа со сверхзвуковыми скоростями (наличие линий возмущения и ударных волн). Он также известен как автор «эффекта Доплера» (приближение источника света или звука к наблюдателю увеличивает наблюдаемую частоту колебаний, отдаление её уменьшает), который он обосновал на основе волновой теории. В 1852 г. немецкий ученый **Генрих Густав Магнус** (Heinrich–Gustav Magnus, 1802–1870) обнаружил эффект возникновения поперечной силы («эффект или сила Магнуса»), действующей на тело, вращающееся в набегающем на него потоке жидкости или газа.

Особенности сверхзвукового движения газа, теоретически открытые Допплером, после 1881 г. были экспериментально обнаружены и изучены австрийским физиком **Эрнстом Махом** (Ernst Mach,1838–1916). Так появилось число Маха (M – отношение локальной скорости потока к местной скорости звука), определяющее границу до и сверх звуковых движений тела (самолёта, ракеты) в газовом потоке (или газового потока, обтекающего тело). Еще ранее этот критерий до и сверх звуковых движений был установлен Эйлером (в 1745), а в 1868–1869 гг. им пользовался русский баллистик **Николай Владимирович Майевский** (1823–1892), изучавший теорию движения артиллерийских снарядов (включая сопротивление воздуха).

Во второй половине XIX в. шотландский инженер и физик **Уильям Рэнкин** (William John Macquorn Rankine. 1820–1872)

построил полную теорию действия паровой машины, ввёл термины «потенциальная энергия», «адиабатический и изотермический процессы», «адиобата», заложил основы теории скачка уплотнения (1870), устанавливающей связь между давлением и плотностью газа до и после звукового барьера. Французский профессор механики **Пьер-Анри Югонио** (Гюгоньо, Pierre-Henri Hugoniot, 1851–1887), исследуя процессы расширения газов при стрельбе из артиллерийских орудий, в 1885 г. вывел уравнение ударной волны («уравнение Югонио–Рынкина» или «ударная адиобата») и получил условия на поверхности разрыва (соотношения, характеризующие ударные волны, связывающие скачки физических величин при переходе через данную поверхность).

Дальнейшее развитие теоретической и экспериментальной механики жидкостей и газов диктовалось новыми задачами астрономии, авиации, артиллерии, строительства и изучения динамики и статики новых кораблей (надводных и подводных судов), ракет, автомобилей, ветровых и гидроэлектростанций, гидротехнических сооружений XX в.

2.3.2. Механика деформируемых твердых тел

На протяжении всей истории Человечества люди понимали, что различные тела могут обладать различными свойствами. Так, глиняная заготовка на гончарном круге для изготовления посуды может менять свою форму (деформироваться), а камень или кирпич из обожжённой глины при давлении или ударе не деформируется, а разрушается. Расширение практики строительства (жилищ, дорог, мостов, оборонительных, культовых сооружений), развитие разнообразных отраслей техники с неизбежностью привели к необходимости изучения свойств разнообразных (природных, искусственно созданных) материалов и конструкций. Естественно, первые выводы о свойствах тел делались на основе теоретических гипотез и практического опыта

строительства (вспомним древние пирамиды, храмы, мосты, Вавилонскую башню, Александрийский маяк), использования инструментов, орудий и машин.

Первые попытки не рассуждений о свойствах, как это делали **И. Неморарий, Л. да Винчи**, а точного математического описания деформаций тел обычно связывают с именем **Г. Галилея.** В его знаменитом трактате «Беседы и математические доказательства, касающиеся двух новых отраслей науки, относящихся к механике и местному движению» (1638) излагаются основы сопротивления материалов и строительной механики. В частности, в первых двух диалогах-беседах он рассуждает о способности сплошных и полых балок сопротивляться их изгибу. Описывая свойства бруса, лежащего на двух опорах, автор утверждает, что его изгибная прочность пропорциональна площади поперечного сечения бруса и не зависит от его длины. Изучая сопротивление изгибу консольной балки, он ошибочно считает, что сопротивление должно равномерно распределяться по её поперечному сечению.

Следующий важный шаг в открытии законов деформаций тел сделал **Роберт Гук.** В его знаменитом труде «О восстановительной способности или об упругости, объясняющей силу упругих тел» (1678) был сформулирован вывод о пропорциональности удлинений упругих тел (пружин, струн, стержней) приложенным к ним силам («закон Гука»). Позднее этот закон подтвердил **Эдм Мариотт.** В XVII–XVIII вв. большинство задач из области сопротивления материалов решались с использованием закона Гука и некоторых дополнительных гипотез.

В 1673 г. **Антуан Паран** (1666–1716) установил закон распределения напряжений по сечению изогнутой балки и сформулировал гипотезу о возможности замены фрагмента висящей, закреплённой на двух опорах нити (типа моста), двумя силами натяжения, приложенными к оставшейся части. Эта гипотеза позволила **Якобу Бернулли** в 1691–1704 гг. найти уравнение изогнутой оси бруса («цепной линии», линии изгиба). К задаче

о «цепной линии» также обращались Лейбниц (1684), И. Бернулли, Вариньон, Паран (1713), Д. Бернулли и Эйлер. В приложении к работе «Метод нахождения кривых линий» (1744) Эйлер решил ряд задач, связанных с нахождением линий изгиба брусьев. В частности, он решал задачи о продольном изгибе колонны под действием осевой сжимающей силы, о колебаниях стержней и струн. Аналогичные задачи (в этот же период 40-х гг. XVIII в.) были рассмотрены **Д. Бернулли и Даламбером.**

Особую ценность представляют работы о малых колебаниях натянутой однородной струны. Дифференциальное уравнение в частных производных этой задачи первым записал Даламбер. Он же (в 1747) получил решение в виде суммы двух произвольных функций, определяемых по начальной форме струны и начальному распределению скоростей её точек. **Эйлер**, развивая метод Даламбера (метод характеристик), показал (в 1748) свой графический способ построения формы струны в любой момент времени по начальным условиям. Д. Бернулли в 1753 г. представлял решение уравнения (колебания струны) в виде тригонометрического ряда (в виде суммы бесконечного числа главных синусоидальных колебаний – «принцип суперпозиции»).

Это были первые шаги в создании математической физики как теории (постановки, классификации) и решения задач уравнений в частных производных. Далее (после 1760) последовали более сложные задачи о колебаниях мембран, пластин, воздуха в трубах и др. В последней трети XVIII в. к их постановке и решению подключился и Лагранж. Экспериментальные исследования свойств материалов проводились Р. Реомюром (1683–1757), П. Мушенбруком (1692–1761), Б.Ф. Белидором (1697–1761), Ж.Л. Бюффоном (1707–1788), Ш. Кулоном (1736–1806), П. Жираром (1765–1836), А. Навье (1785–1836).

Важнейшие первые шаги по созданию математической теории упругости были сделаны членами Парижской академии наук Пуассоном, **Навье и Коши** в 20–30-х гг. XIX в. В 1819 г. **С.Д. Пуассон** – ученик и последователь Лагранжа – получил

решение одномерной задачи теории упругости (решения для двумерного и трехмерного случаев были опубликованы в 1829–1831 гг.). Но отсчет истории механики твёрдых деформируемых тел принято вести от мемуара Анри Навье «Мемуар о законах равновесия и движения упругих твёрдых тел», представленного им 14 мая 1821 г. Парижской академии наук.

Пользуясь гипотезой Лапласа о молекулярном строении тел, Навье вывел первые уравнения равновесия и движения деформируемого тела как совокупности молекул, между которыми действуют силы притяжения (гравитации) и отталкивания (по причине теплового взаимодействия). Упругость тел обосновывалась свойствами притяжения и отталкивания молекул. Молекулярная модель лежала и в основе построения волновой теории света (Юнг, Френель, Араго). Общность первых теорий упругости и оптики вполне объяснима. Френель рассматривал световой эфир как твердое тело.

В сентябре 1822 г. Парижской академии наук был представлен мемуар Огюстена Коши «Исследование равновесия и внутреннего движения твёрдых тел и жидкостей, упругих и неупругих» (опубликован в 1823), в котором предлагался континуальный подход к механике сплошной среды. Автор ввел понятие напряжения на площадке, представил его через три составляющие по осям координат и рассматривал напряженное состояние в точке упругого тела. Рассматривая силы, действующие на элементарный объем, он получил уравнения равновесия сплошной среды в напряжениях, ввел главные деформации, эллипсоид деформаций, утверждал, что направления главных деформаций и напряжений совпадают, а их величины связаны пропорциональной зависимостью.

В 1828 г. Коши опубликовал ещё две статьи по той же тематике. В первой он ввёл шесть компонент будущего тензора деформаций (ранее они встречались в гидромеханике Эйлера и Лагранжа). Их он выражал через производные от трех проекций вектора смещения для произвольной деформируемой среды.

Здесь же получены выражения для удлинения любого линейного элемента и вводятся главные удлинения по трём взаимно перпендикулярным направлениям главных осей деформации. Во второй из статей Коши изучает будущий тензор напряжений, используя молекулярную модель упругого тела. Следует иметь в виду, что терминов «вектор» и «тензор» тогда ещё не было, но очевидно, что их будущее появление было подготовлено использованием новых понятий, введённых Коши.

В 1829 г. Пуассон привел 36 коэффициентов, определяющих зависимость шести компонентов напряжения от шести компонентов деформации. Через 10 лет (в 1839) Грин на основе принципов Даламбера и виртуальных скоростей, почерпнутых им из «Аналитической механики» Лагранжа, и введя понятие упругого потенциала, получил зависимости между деформациями и напряжениями для упругого анизотропного тела. В его уравнениях, полученных из условия существования полного дифференциала упругого потенциала (как следствия невозможности «перпетуум мобиле»), число независимых модулей упругости в общем случае равнялось 21 (в случае изотропного упругого тела остаются только два независимых модуля упругости и получаются уравнения, приведенные в первом мемуаре Коши).

В 1845 г. свой вывод уравнений теории упругости, используя континуальный подход (Эйлера–Коши) и гипотезу о линейной зависимости компонент напряжений от компонент деформаций, дал Дж.Г. Стокс. Для изотропного тела он получил две упругие постоянные. Далее вопрос о количестве этих констант обсуждался в работах самого Пуассона, а также Ламе («Лекции по математической теории упругости твёрдых тел», 1852), У. Томсона, Сен-Венана, М. Борна. В публикации 1858 г. **Г. Кирхгоф** рассматривал проблему существования и единственности решения задач теории упругости.

Параллельно с формированием теоретических основ теории упругости создавались и методы решения практических задач. Задачи о растяжении бесконечной призмы, кручении бесконеч-

ного кругового цилиндра, равновесии шара под действием взаимного притяжения его частиц, равновесии полого круглого цилиндра и шара под действием внутреннего и внешнего давления были рассмотрены в «Мемуаре о внутреннем равновесии однородных твёрдых тел» (1831) **Габриеля Ламе** (Gabriel Lamé, 1795–1870) и **Эмиля Клапейрона** (Benoît Paul Émile Clapeyron, 1799–1864) в период их пребывания в Петербурге. Далее к задачам исследования упругого шара и цилиндра (сплошного, полого), к методам разложения решения по сферическим и цилиндрическим функциям обращались и многие другие авторы.

Исследованию влияния неравномерности нагревания тела на его напряжённое состояние были посвящены публикации **Жана-Мари Дюамеля** (Duhamel, 1797–1872) «Мемуар о расчёте молекулярных действий, развиваемых изменениями температуры в твёрдых телах» (1738) и «Второй мемуар о термомеханических феноменах» (1837). С этих работ начались исследования по термоупругости тел.

В 1828–1829 гг. Коши и Пуассон заложили основы теории изгиба тонких стержней; Коши получил приближённые формулы для кручения тонких прямоугольных стержней, создав предпосылки для построения **Адемаром Сен–Венаном** (A.J.C.B. de Saint-Venan, 1797–1886) в 1840–1850 гг. общей теории изгиба и кручения призматических стержней. Работы Сен–Венана были продолжены его учеником **Жозефом Буссинеском** (J.V. Boussinesq, 1842–1929) – автором большого трактата «Использование потенциалов в изучении равновесия и движения упругих тел» (1885), в котором рассмотрен целый ряд задач для бесконечных тел, на поверхности или внутри малой области которых заданы силы или смещения.

Первые публикации по плоским задачам теории упругости появились во второй половине XIX в. Одними из первых были трактат **Альфреда Клебша** (R.F.A. Clebsch, 1833–1872) «Теория упругости твёрдых тел» (1862), в 1883 г. переведённый Сен-Венаном на французский язык, публикации **Х.С. Головина**

(1844–1904), **Дж. Эри** (G.B. Airy, 1801–1892), **Дж. Максвелла** (J.C. Maxwell, 1831–1879), **Дж. Мичелла** (A.G.M. Michell, 1863–1940), **Г. Герца**. Однако наибольший прогресс в этом направлении исследований был получен только в XX в. с использованием теории аналитических функций.

Внимание многих учёных XIX в. привлекли задачи колебаний струн, стержней, пластин, оболочек, распространения колебаний в упругой среде. Интерес к этим задачам был связан не только с потребностями сугубо инженерных расчетов, но и с попытками построения механической теории эфира, который по гипотезам той эпохи ассоциировался с упругим телом. В 1828 г. Пуассон показал, что в упругой среде возмущение распространяется посредством волн двух видов: поперечных и продольных. В поперечных волнах плотность среды остается постоянной и происходит только смещение одних частей среды относительно других, а в продольных распространяется волна сжатия – разрежения среды. Среди важнейших работ этого направления можно назвать статьи английских учёных **Дж. Грина** (G. Green, 1793–1841), **Дж. Стрэтта** (лорд Рэлей, J. Strutt, Lord Rayleigh, 1842–1919), **М. Дюамеля**, **Дж. Стокса**, **Г. Гельмгольца**, **Г. Кихгофа**, **А. Лява**, **Э. Матье.** Многие достижения теории колебаний, теории упругости твёрдых деформируемых тел были отражены в первом томе «Теории звука» лорда Рэлея, изданной в Лондоне в 1877 г. (второе издание – 1894).

Наряду с задачами колебаний тел, внимание многих ученых привлекли и задачи, связанные с исследованием удара твёрдых тел. Одна из первых публикаций в этом направлении появилась в 1807 г. («Курс лекций по натуральной философии и механических искусств»). Её автором был **Т. Юнг.** Далее исследованиями действия ударной нагрузки занимались Стокс, Сен-Венан (поперечный и продольный удар стержней, 1883), Буссинеск (продольный удар тяжелого тела по стержню), Югонио и Герц. Рассматривая соударение двух упругих шаров, Герц вычислил продолжительность удара и возникающие напряжения.

Важным направлением исследований стало использование энергетических и вариационных принципов. Понятие энергетического потенциала, формировавшееся в работах **Я. Риккати** (1750), **А. Навье** (1821), **Дж. Грина** (1837), **У. Томсона** (1855), теорема Э. Клапейрона (о равенстве работы внешних сил на смещениях удвоенной энергии упругой деформации тела), высказанная в начале 30-х гг. (опубликована в 1852 г. в «Лекциях по математической теории упругости твёрдых тел» Г. Ламе), оказались основой новой ветви теории упругости и удобным инструментом решения некоторых новых задач, в частности, строительной механики, статически неопределимых систем (работы Э. Клапейрона, О. Мора, Ж.А. Бресса, А. Клебша, К. Кульмана, Л. Кремоны).

В XIX в. сформировались представления о двух различных процессах разрушения: хрупкого и сдвигового (пластического). Изучение пластического разрушения привело к появлению модели твёрдого тела с неидеальной упругостью. Для последующего развития механики деформируемых тел были важны публикации Дж. Стокса, Дж. Максвелла, У. Томсона, В. Фойхта, В. Вольтерра, А. Треска, послужившие базой для разработки Сен-Венаном основ математической теории пластичности, созданных на гипотезах:

1) несжимаемости материала;

2) совпадения направлений максимальной скорости скольжения и наибольшего касательного напряжения;

3) постоянства максимального касательного напряжения.

Важным событием XIX в. стало возникновение нового математического аппарата и соответствующей символики. В современной механике широко используются математические понятия вектора и тензора, появление которых было неразрывно связано с развитием теоретической механики и механики сплошных сред. Такие понятия, как скорость, ускорение, сила, момент силы, характеризуются не только численной величиной (числом), точкой приложения, но и направлением. Использование

для их описания векторов (отрезков прямой, имеющих точку приложения и направление) представляется абсолютно естественным. Возникнув в недрах механики, понятие вектора далее стало полноценным математическим объектом векторного анализа, созданного трудами **У.Р. Гамильтона** (в 1845 г. ввёл термины «вектор», «скаляр», скалярное произведение», «векторное произведение», изображал векторы направленными отрезками – стрелками), **Г.Г. Грассмана** (1809–1877), **Дж.У. Гиббса** (1839–1903), **О. Хевисайда** (1850–1925; в 1891–1892 гг. ввёл термины «орт», «набла», обозначал векторы жирным шрифтом), **У.К. Клиффорда** (1845–1879, в 1878 г. ввёл термины «дивергенция», «ротор»).

Вторым важнейшим математическим понятием, ставшим неотъемлемой частью современной механики, является понятие тензора. Гамильтон использовал термин «тензор» для выражения длины вектора. Однако к началу XX в. этот термин по инициативе немецкого физика и механика **Вольдемара Фойгта** (1850–1919) приобрёл совершенно иной смысл. В 1898–1903 гг. Фойгт использовал термин «тензор» (от латинского *tensus* – напряжённый, растягиваемый) для описания механических напряжений.

Понятие тензора возникло как адаптация применительно к задачам механики понятия «матрицы», введённого **Дж. Сильвестром** в 1850 г. для обозначения некоторой прямоугольной таблицы элементов. Развитие теории матриц, создававшейся для исследования систем линейных алгебраических уравнений, а также «систем с индексами» (алгебраических квадратичных форм, дифференциальных квадратичных форм в геометрии) началось ещё в середине XVIII в. Примерами «систем с индексами» стали и теоретические работы XIX в. по гидромеханике и механике твёрдого деформируемого тела.

Значительный вклад в создание теории матриц внесли **Г. Крамер** (1704–1752, теория определителей), **К.Ф. Гаусс, О. Коши, У.Р. Гамильтон, А. Кэли** (1821–1895), **Дж. Сильвестр**

(1814–1897), **К. Вейерштрасс** (1815–1897), **Г.Ф.Б. Риман** (1826–1866), **Ф.Г. Фробениус** (1849–1917), **М.Э.К. Жордан** (1838–1922). В 1886–1901 гг. итальянец **Г. Риччи-Курбастро** (1853–1925) создал новый математический аппарат, названный им «абсолютным дифференциальным исчислением». Дальнейшее развитие этого исчисления в работах **Т. Леви-Чивиты** (1873–1941), **Э.Б. Кристоффеля** (1829–1900), **Фойгта** (одним из первых дал матричное представление координат тензоров второго и четвёртого рангов, задающих физические свойства различных типов кристаллов) привело к появлению тензорного исчисления. Новое исчисление, в котором векторы и тензоры имеют не только математические свойства, но и определённый физический смысл, нашло применение во многих разделах физико-математических наук (в теории относительности, теории римановых пространств, кристаллофизике, электродинамике, дифференциальной геометрии, аналитической механике и механике сплошной среды).

Но, как и в случае с МЖГ, ещё более важные достижения МТДТ были получены в XX в. Это было откликом на появление новых задач, новых материалов и новых методов экспериментального и математического исследования.

2.3.3. Влияние среды и новая концепция механики

В далёкой древности было осознано и практически подтверждено, что **состояние покоя или движения тела зависит не только от его собственных свойств (формы, размеров, веса, состава), не только от взаимодействия с другими телами, но и от свойств (вида и состояния) окружающего его пространства, окружающей среды.** Первые философские теории предполагали, что и сами тела являются производными от среды их обитания: воды, огня, воздуха, апейрона – эфира, элементарных частиц-атомов.

В представлениях Аристотеля окружающая среда представлялась как трёхмерное геометрическое пространство, заполненное телами. А воздух, обтекающий движущееся тело при его движении, может быть и причиной движения тела (летящей стрелы, брошенного камня). Было установлено, что вода, воздух препятствуют перемещению в них тел. Но парус, раздуваемый ветром, можно использовать для перемещения судна по воде или, как предлагал С. Стевин, колесной повозки по земле. Поток воды может перемещать судно, вращать колесо мельницы. Движение светового луча зависит от свойств среды распространения. Таким образом, законы движения (равновесия) тел должны отражать и свойства, и воздействие на тела материальной физической среды, в которой происходит движение.

В работах средневековых философов-номиналистов, профессоров Оксфордского и Парижского университетов, мы видим новое представление о движении тел, наделённое переменными качественными и количественными характеристиками. Переменность характеристик движения связывалась с причиной движения («импетусом»), с изменениями времени и пройденного пути («количество движения»). Следует обратить внимание на появление настоятельной необходимости осознания понятия времени. Время становится одной из важнейших характеристик движения тел в пространстве. Именно тогда появляются, говоря современным языком, представления о движении тела с постоянной, переменной скоростью, представления о скорости как о пути, проходимом в единицу времени («качество движения»).

Со времён Архимеда законы механики сводились к уравнениям, следующим из геометрических свойств тел. Условия равновесия тел не требовали понятия времени, а законы движения носили качественный, философский характер. Принципиальное отличие механики от геометрии началось только с осознания понятия времени как характеристики, атрибута любых перемен, включая перемещение в пространстве (движение). Не случайно Лагранж считал, что механику можно трактовать как геометрию

четырёх измерений, рассматривая в качестве четвёртого измерения время. Любые изменения, в том числе и перемещение в пространстве, характеризуются изменением времени. Геометрия – это механика, в которой остановлено время. Античная геометрия была больше наукой о свойствах тел, чем наукой о свойствах пространства. Поэтому Аристотелева «Физика» (его механика) была наукой о пространственных формах тел и свойствах их движения.

В конце XVI – первой половине XVII в. становится популярной идея существования всеобщего свойства взаимного притяжения (отталкивания) всех тел природы. Сторонниками этих представлений были Б. Телезио (1509–1588), Ф. Патрици (1529–1527), Д. Бенедетти (1530–1590), Т. Браге (1546–1601), У. Гильберт (1544–1603), Г. Галилей, И. Кеплер, Р. Декарт и многие их современники. Идея взаимного притяжения тел была популярна (во второй половине XVII в. она становится общепринятой), но эта была лишь гипотеза, нуждающаяся в подтверждении. Поэтому интерес к установлению физической причины притяжения, определению закона, математической формулы, устанавливающей величину интенсивности (силы) притяжения, был чрезвычайно высок. И это был не праздный, не только теоретический интерес. Речь шла об установлении одного из важнейших законов Природы.

Уильям Гильберт, описывая магнитные свойства железных тел («О магните, магнитных телах и большом магните – Земле», 1600), утверждал, что все тела Вселенной обладают аналогичными магнитными свойствами и что Земля и все планеты двигаются вокруг Солнца по причине их взаимного притяжения. Магнитными свойствами взаимодействия Земли и Луны он объяснял морские приливы и отливы. Величину магнитного взаимодействия он предлагал выражать через относительное расстояние между телами и утверждал, что эта величина (сила) обратно пропорциональна их относительному расстоянию.

Идея Аристотеля о «стремлении тел к естественному месту» в Средние века была отвергнута. Ей на смену в первой половине

XVII в. пришла реанимированная Декартом идея о существовании во Вселенной «эфира» – некоторой всепроникающей, не ощущаемой нами среды (нематериального вместилища всех тел), передающей действие одного тела на другое и являющейся причиной возникновения сил притяжения (отталкивания). Пустое геометрическое пространство трёх измерений заменялось трёхмерным физическим пространством, заполненным нематериальной средой, обладающей определёнными свойствами. Ставшие быстро популярными (особенно во Франции!) идеи декартовых жидкости-эфира, механических вихрей эфира просуществовали несколько десятилетий, но в XVIII в. им на смену приходит идея эфира, постепенно сложившаяся у И. Ньютона.

Механический жидкий эфир картезианцев для Ньютона был неприемлем. Он считал невозможным передачу движений, взаимодействие материальных тел на расстоянии через посредство некоторой нематериальной субстанции. Эфир у Ньютона материален, это некоторая пористая среда, в которой тела двигаются без сопротивления. Эта среда действует по своим (немеханическим) законам. Она состоит из мельчайших бесконечно твёрдых частиц, которые невозможно наблюдать (они меньше частиц света), но которые наделены силами взаимодействия. Эти силы распространяются через пустоту между частицами-шариками и могут изменяться: в зависимости от расстояния между частицами они могут переходить из одного «качества» (притяжение, отталкивание) в другое.

Большинство деталей касательно физических свойств эфира по Ньютону сейчас представляет только историческое значение. Однако в конце XVII в. его объяснения существования гравитации казались вполне правдоподобными. Ньютон считал, что как следствие взаимного отталкивания (на малых расстояниях) частиц материи в разных частях пространства эфир может сгущаться или разрежаться, т.е. плотность эфира в разных частях пространства может быть различной. Проникая внутрь материального тела, эфир (благодаря своей разрежённости) увеличивает

свою плотность. Это и является причиной существования силы тяжести материальных тел: из области более плотного эфира тела вытесняются, выталкиваются в область с меньшей плотностью (как выталкивающая сила, действующая на тело, погружённое в жидкость). И величина этой гравитационной силы обратно пропорциональна квадрату взаимного расстояния между телами.

Математическое доказательство формулы величины этой силы, данное в «Началах» Ньютона, было убедительным, но оставался вопрос: существуют ли доказательства гипотезы её происхождения? Развивая взгляды Ньютона, известный философ И. Кант (I. Kant, 1724–1804) считал (и он приводил философское доказательство), что эта сила изначально присуща всей материи, всем телам. Её источником является существующая, но нематериальная среда – эфир, которую он иногда называл «теплородом».

Иной ответ на этот вопрос оказался связанным с новым представлением о понятии «среда». В центре внимания оказался вопрос не о свойствах физического пространства-среды, в которой происходит движение тел (вода, воздух), а о свойствах геометрического пространства, которое долгие столетия ассоциировалось с пустотой, лишённой каких-либо физических свойств. Важнейший вклад в понимание глубинной связи между свойствами пространства (в общем случае многомерного) и распространённой в нём материи внесли создатели новой дифференциальной геометрии: К.Ф. Гаусс (1777–1855, «Общие исследования о кривых поверхностях», 1827), Н.И. Лобачевский (1792–1856, «О началах геометрии», 1828), Я. Бойяи (1802–1860), Г.Г. Грассман (1809–1877, «Учение о протяжённости», 1844), Б. Риман (1826–1866, «О гипотезах, лежащих в основе геометрии», 1854) и его последователи: Э. Кристоффель (1829–1900), Э. Бельтрами (1835–1900) и Р.О.С. Липшиц (1832–1903).

Но уже в XVIII–XIX вв. некоторые идеи механики Ньютона стали представляться как недостаточно обоснованные, требующие существенных уточнений и дополнений. В подтверждение этого достаточно вспомнить публикации парижских академиков

Н. Мальбранша (1638–1715; трёхтомный трактат «Поиск истины … во избежание ошибок в науке», 1712), А. Клеро, П.Л.М. Мопертюи, дискуссии о понятиях меры движения и силы (И. Ньютон, Г.В. Лейбниц, К. Маклорен, П. Вариньон, И. Бернулли, Д. Бернулли, Л. Эйлер, Ж.Л. Даламбер, Ж.Л. Лагранж). С появлением новых математических понятий (переменной величины, бесконечно малой, функции, потенциала, вектора, матрицы, тензора, оператора…) и методов математического анализа изменился и математический аппарат механики. Механика из геометрической превращается в аналитическую, в стиле работ Эйлера, Даламбера, Лагранжа, Лапласа, Пуансо, Пуассона, Гамильтона и их последователей.

Во второй половине XIX в. идеи устройства эфира, свойств пространства – времени приобретают первостепенное значение. Значительный вклад в формирование новых физических представлений о свойствах пространства, времени, материи, их математического выражения внесли П.С. Лаплас, Ш.-О. Кулон (Ch.-Au. de Coulomb, 1736–1806), О. Коши, С.Д. Пуассон, И. Кант, Т. Юнг (Th. Young, 1773–1829), О. Френель (A.J. Frenel, 1788–1827), Дж. Грин (G. Green, 1793–1841), Дж. Мак–Каллаг (J. MacCullagh, 1809–1847), Дж.Стокс (G.G. Stokes, 1810–1903), Ю.Р. фон Майер (J.R. von Mayer, 1814–1878), Дж.П. Джоуль (J.P. Joule, 1818–1889), Г.Л.Ф. фон Ге́льмго́льц (H.L.F. von Helmholtz, 1821–1894), У. Томсон (W. Thomson, Lord Kelvin, 1824–1907), Г.Р. Кирхгоф (G.R. Kirchhoff, 1824–1887), Дж. Максвелл (J.C. Maxwell, 1831–1879), Дж. Стрэт (Рэлей, J. Strutt, Lord Rayleigh, 1842–1919), Дж.Дж. Томсон (J.J. Thomson, 1856–1940) и их современники.

В трудах основоположников новой физики речь шла уже не столько о движении твёрдых тел, жидкостей или газов, сколько о гравитационных и электромагнитных явлениях, о волновых и корпускулярных свойствах звука, света, электричества. Новые физико-математические понятия (энергия (Т. Юнг), поле, потенциал), законы сохранения (Майер, Гельмгольц, Джоуль) появляются как результат осмысления физической природы тепла,

света, звука, экспериментов по распространению возмущений (волн) в эфире (Араго, Юнг, Френель, Эрстед), а также теоретических (математических) работ англичанина Д. Грина, ирландца Д. Мак-Каллага и немца К. Гаусса, ставших продолжением исследований Коши и Пуассона по распространению волн в упругой среде. Появляется представление о силе не только как о первичном понятии, как о величине действия одного тела на другое, но и как о производной некой фундаментальной величины – потенциала, как о величине действия на тело силового поля в конкретной точке пространства.

Джорджа Грина часто считают прямым продолжателем ньютоновских традиций и основателем знаменитой кембриджской физической школы второй половины XIX в. (Кельвин, Стокс, Рэлей, Максвелл, Дж. Томсон, Лармор, Ляв). Грин родился в 1793 г. в г. Ноттингеме (Англия) в семье булочника, позднее приобретшего свою мельницу.

Рис. 38. Джордж Грин

Заботы о выживании с детства вынуждали его быть помощником, а позднее и преемником отцовских забот. Эти заботы

помешали ему получить систематическое школьное образование. Механико-математическое образование он получил как самоучка, изучая в Ноттингемской публичной библиотеке труды Лапласа, Лагранжа, Кулона, Пуассона, ученых Лондонского королевского общества.

Формально Грин не был женат, однако у него и его неофициальной жены Джейн Смит (1802–1877) было семеро детей (2 сына и 5 дочерей). В 1833 г., в сорокалетнем возрасте, он поступил в Кембриджский университет (колледж Гонвилла и Кайюса), где через 4 года получил степень бакалавра («с почётом»), а далее, до своей кончины в 1841 г., продолжил там служить в качестве члена колледжа и профессора-экзаменатора.

Научное наследие Грина включает всего 10 работ. Его первый трактат «Опыт применения математического анализа к теориям электричества и магнетизма» (1828) долго оставался незамеченным (только в 1845 г. на него обратил внимание У. Томсон), Это была первая попытка построения единой математической теории электромагнетизма, в которой впервые установлена связь между поверхностными и объёмными интегралами. Руководящим принципом теории Грина стал принцип Даламбера–Лагранжа, изложенный в «Аналитической механике» Лагранжа. В качестве универсального инструмента для своей теории Грин использует функцию, которую он назвал «потенциальной функцией».

Подобная функция в середине XVIII в. встречалась в работах по механике и гидродинамике (она тогда не имела специального наименования) в трудах Даламбера (после 1743), Эйлера (1755, 1756), в теории тяготения Лагранжа (после 1773) и Лапласа (после 1782). Позднее эта функция использовалась Пуассоном в работах по электростатике и магнетизму. Но Дж. Грин превратил эту функцию в мощный инструмент для описания волновых процессов в акустике, оптике, гидродинамике, для изучения зависимости между деформациями и напряжениями в упругих телах, для описания понятия поля (сил, скоро-

стей, деформаций и других параметров). В 1840 г. Гаусс предложил для неё более краткое название – «потенциал», ставшее основой нового раздела математики – теории потенциала.

Рис. 39. Джеймс Мак-Каллаг

Теория Грина была удовлетворительной лишь для изотропных сред. Теорию, применимую для кристаллов, предложил **Мак-Каллаг.** Биографические сведения о Джеймсе Мак-Каллаге (James MacCullagh, Дж. Мак-Куллах) так же скудны, как и в случае Дж. Грина. Известно, что Джеймс родился в Ирландии в 1809 г. в семье бедного фермера. В 1824 г. он стал студентом Тринити-колледжа Дублинского университета, и вся его дальнейшая судьба (профессор математики, с 1842 г.– заведующий кафедрой натуральной философии, с 1843 г. – член Лондонского королевского общества) и научная деятельность были связаны с этим колледжем. Возможно, что Джеймс был знаком с У. Гамильтоном, который был на 4 года старше его, и окончил тот же колледж, и также всю жизнь работал в нём профессором. Известно, что Мак-Каллаг с детства страдал приступами «умственного расстройства», никогда не был женат, не имел детей, но был ярым католиком и националистом. В 1847 г. (в возрасте

38 лет), узнав о провале его кандидатуры на выборах (от партии националистов) в Ирландский парламент, он впал в депрессию и покончил жизнь самоубийством.

В начале XIX в. Юнг, а чуть позднее Френель и Мак-Каллаг, высказали гипотезу о том, что свет представляет собой поперечные (перпендикулярные направлению распространения луча) колебания (волны) некоторой среды (абсолютно несжимаемого упругого тела). И это, кажущееся странным, представление о свойствах светового эфира, в котором совершают движение механические тела, внесло существенные перемены в теоретические основы классической механики. Публикации по теории волн Пуассона, Коши, Грина, Мак-Каллага и их современников заложили основу для создания электродинамики в трудах физиков второй половины XIX в. На смену теории светового эфира в начале XX в. пришла теория относительности А. Эйнштейна.

К контактным силам давления, соударения тел добавляются силы, распространённые в пространстве, действующие в разных точках пространства и математически определяемые некоторой функцией пространственных координат («потенциальной функцией»). Названная работа Грина состояла, в современных представлениях, в определении потенциальной энергии светового эфира. Сила гравитационного притяжения в каждой точке пространства становится производной потенциальной энергии эфира. Сила утрачивает физический смысл только меры взаимодействия между телами, становясь ещё и физической характеристикой силового поля.

Однако, наряду с попытками расширения понятия силы, вновь становится популярной и идея отказа от этого понятия. Наиболее известными сторонниками этой идеи были немецкие ученые Густав Кирхгоф и его ученик Генрих Герц. Кирхгоф не отвергал понятие силы полностью, но считал его вторичным, производным от потенциальной энергии. Как уже отмечалось, Герц был сторонником замены понятия силы понятием связей. Если точнее – представления силы как меры интенсивности

действия связей. Ещё ранее (в 1844) похожую идею в «Учении о протяженности» высказывал его соотечественник Г.Г. Грассман. Но далее идея трансформации, отказа от традиционного понятия силы не получила всеобщей поддержки.

Все физические явления (включая оптические, электрические, магнитные) и теории до середины XIX в. имели механическое толкование. Но уже в конце века выяснилась, что многие явления имеют другую физико-химическую природу и не могут быть описаны только с позиций классической механики. Оказалось, что все тела имеют более сложную, чем молекулярно-атомную структуру. Было установлено, что атом («*atomos*» в переводе с древнегреческого означает «неделимый») имеет сложную структуру, представленную движением и взаимодействием субатомных (элементарных) частиц (сейчас их открыто более 350), поведение которых не описывается законами классической механики. В конце XIX – начале XX в. экспериментальными и теоретическими работами Дж. Максвелла, Дж. Томсона, П. и М. Кюри, А. Эйнштейна, Э. Резерфорда и других выдающихся учёных были заложены основы новой физики. Произошли радикальные перемены в представлениях об устройстве Вселенной, о свойствах пространства – времени, о структуре и свойствах тел, появились новые теории и разделы естествознания и математики.

Ну а классическая механика, достигнув к началу XX в. значительных высот в развитии своих физических основ и математического аппарата, утратила лидирующие позиции в описании физической картины мира, сохранив за собой статус теоретического фундамента быстро развивающихся сфер новой гражданской и военной техники, машиностроения, разнообразных отраслей строительства, оборонной и других видов промышленности. Как теоретический фундамент огромного количества важнейших задач технического развития современного общества теоретическая механика, механика сплошных сред и все их современные разделы остаются важнейшими в нынешней системе физико-математических наук.

2.4. Индустриальная механика

2.4.1. Механика и техника

Одним из важнейших стимулов развития науки всегда было практическое использование её результатов. Для механики во все времена главными стимулами её развития были два источника её задач и проблем: мир Вселенной – Природы и рукотворный мир техники. Длительный период относительного застоя в развитии техники древнего мира, начиная со средних веков, сменяется постепенным ускорением технического развития общества. Строительство жилищ, храмов и других сооружений общественного, культурного, хозяйственного или военного значения, сухопутных и водных транспортных средств, изготовление разнообразных инструментов, оружия, хозяйственного инвентаря, украшений – всё это требовало разнообразных научных знаний об их свойствах, о свойствах материалов, из которых они изготовлялись и способах их использования.

Однако системное использование научных знаний началось сравнительно недавно. Оно началось после возникновения системы образования и систематизации разнообразных знаний в виде системы наук. Современные научные знания как квинтэссенция многовекового человеческого опыта собирались по крупицам, систематизировались на протяжения всей истории человечества. Этот процесс продолжается и сейчас. Но ещё задолго до появления систем научных знаний (наук), научных книг по математике, механике, физике, биологии и другим наукам люди умели бороться с болезнями, выращивать урожаи зерновых культур, овощей и фруктов, разводить домашний скот, строить жилища, пирамиды и величественные храмы, каналы и дороги, морские и речные корабли. Они делали это, руководствуясь своим опытом, своими представлениями о свойствах тел и природных явлений, опытом предков, простейшими математическими расчётами.

Свой опыт многие инженеры-практики передавали следующим поколениям, например, публикуя научные трактаты – описания строительных конструкций, подъемно-транспортных машин, разнообразных мельниц и механизмов. Из этих сочинений мы узнаём о технических достижениях времён Аристотеля, Архимеда, Герона, Паппа, Витрувия, об архитектурных шедеврах (роскошных соборах, дворцовых комплексах европейских и восточных столиц), уникальных водных каналах, технических изобретениях средневековья, описанных в сочинениях Д. Валла (1447–1500), Л. да Винчи (1451–1519), А. Дюрера (1471–1528), Г. Агриколы (Г. Бауэр, 1494–1555), Н. Фонтана (Тарталья, 1500–1557), Д. Кардано (1501–1576), А. Рамелли (1530–1590), С. де Ко (С. де Косс, 1576–1630), К. Шотта (1608–1666), С. Стевина.

В трактате знаменитого немецкого художника Альбрехта Дюрера «Наставления к укреплению городов» (1525) разработана теория фортификации и заложены основы проекционного черчения, без которого невозможно изображение будущих строительных объектов и механизмов. В книге известного горного инженера и ученого Георга Агриколы «О горном деле и металлургии в двенадцати книгах» (1556) подробно описана горно-металлургическая техника тех времён: рудничные подъемные установки, приводы, использующие труд человека и животных, водоотливные и водоподъемные установки, водяные колёса.

О технологическом уровне итальянского средневековья убедительно свидетельствуют многочисленные технические проекты **Леонардо да Винчи.** Эти проекты можно считать прообразами таких современных технических средств, как механизмы для передачи и преобразования движения (ременные передачи, конические, спиральные, ступенчатые сцепления), парашют, вертолёт, прожектор, пулемёт, дельтаплан, танк, водолазный костюм (скафандр), велосипед, робот, автомобиль, спасательный круг, станки (ткацкий, пресс для формовки слитков и другие), параболическое зеркало, очки. Судя по его записям, он интересовался движением тела по наклонной плоскости, принципом действия рычага (условиями равновесия механизмов,

арочных архитектурных конструкций), способами определения центра тяжести тел (тетраэдра, произвольной пирамиды), законами гидростатики и трения (рассматривал роликовые опоры, подшипники), падением тел, полётом птиц, пришёл к пониманию невозможности вечного движения. Идеи номиналистов, «количественные наблюдения» Н. Кузанского в творчестве Л. да Винчи приобретают черты устойчивой тенденции к математизации естественнонаучных и технических знаний.

Рис. 40. Фрагмент из книги «Театры машин» (1613)
Генриха Цейзинга (ок.1560–1613)

Многие средневековые механизмы были описаны в трудах **Джироламо Кардано.** В частности, он первым подробно описал «карданов подвес» и «карданный вал», о которых ранее упоминали Герон и Л. да Винчи, разработал теорию зубчатых зацеплений и кинематику многих механизмов. Никколо Тарталья

исследовал движение пушечного ядра и первым установил, что его траектория является кривой линией (не содержит прямолинейных участков, как считалось ранее).

Один из преемников Леонардо да Винчи – итальянский военный инженер, ученый-механик **Агостино Рамелли** – в 1588 г. опубликовал в Париже (на итальянском и французском языках) трактат «Различные и искусные машины благородного и знаменитого Капитана Агостино Рамелли», где привел описание и иллюстрации многих машин и механизмов, более 100 из которых являются разнообразными мельницами, грузоподъёмными или водоподъёмными устройствами, использовавшими «книжные» колёса, водяные насосы различных типов, кривошипно-шатунные и кулисные устройства, червячные передачи, зубчатые зацепления. Позднее эта книга неоднократно переиздавалась.

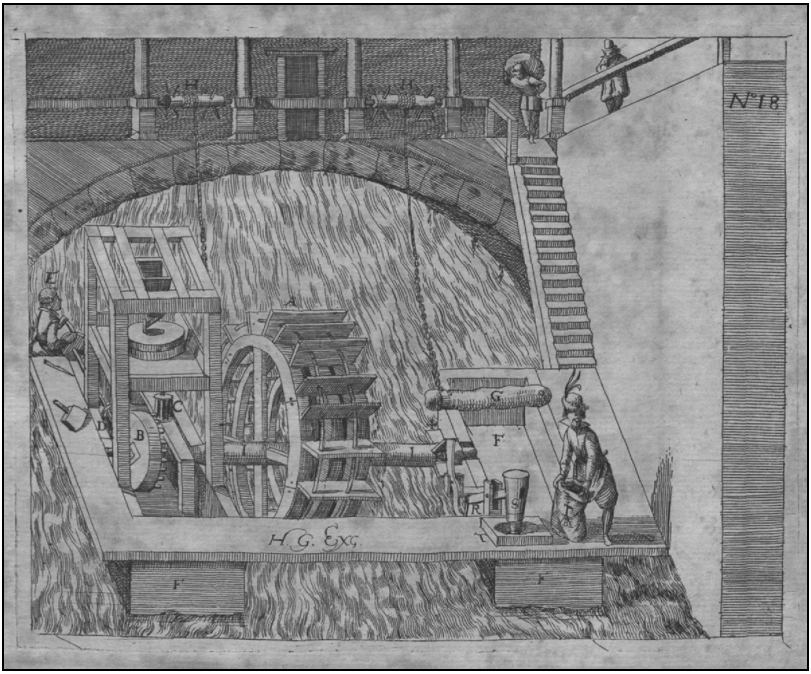


Рис. 41. Фрагмент из книги «Театры машин» (1613)
Генриха Цейзинга (ок.1560–1613)

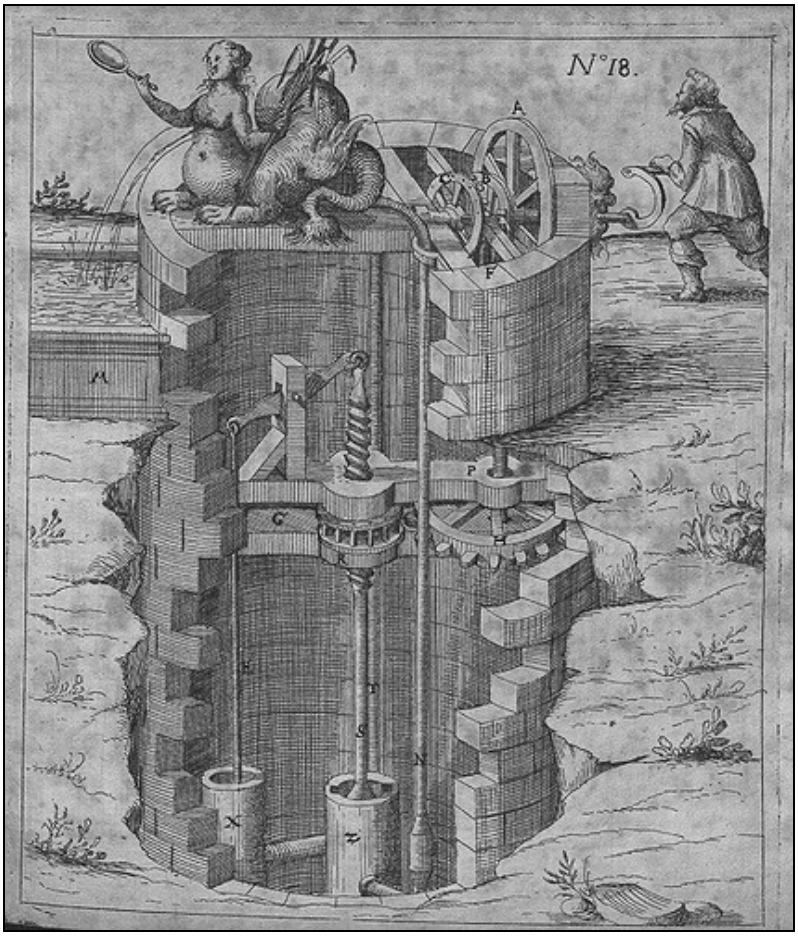


Рис. 42. Фрагмент из книги «Театры машин» (1613)
Генриха Цейзинга (ок.1560–1613)

Французский инженер **Саломон де Ко** (Salomon de Causs) был автором многих гидравлических и пневматических автоматов. В 1615 г. он опубликовал книгу «Причины движущих сил различных машин», в которой, в частности, приведены чертежи машины, приводящейся в действие паром. Но, как выяснилось позднее, в 1601 г. чертежи подобной машины были уже опубли-

кованы итальянским врачом, физиком, алхимиком, драматургом **Джамбаттистой делла Порте** (1535–1615). **Каспар Шотт** и Магдебурский бургомистр **Отто фон Герике** (1602–1686) известны как изобретатели и авторы многочисленных экспериментов с водяными и воздушными насосами.

Следует отметить, что с середины XVI в особую значимость в науке приобретают экспериментальные исследования. Это не было чем-то абсолютно новым. Активным пропагандистом использования в науке математики и экспериментальных исследований был ещё профессор Парижского и Оксфордского университетов Роджер Бэкон, живший в XIII в. Но на рубеже XVI и XVII вв. возник новый всплеск интереса к научным экспериментам и разработке более эффективных машин. В значительной мере в этом была заслуга знаменитого английского учёного, философа и государственного деятеля (лорда-канцлера Англии в 1618–1621 ггж) Френсиса Бэкона (1561–1626), объявившего физику «матерью всех наук». Протестуя против засилья схоластики в европейской науке и университетах, Бэкон был сторонником наук, приносящих пользу обществу. Он одобрял науки, построенные на основе индуктивного метода, под которым понимал получение знаний (теоретических выводов) не из абстрактных рассуждений, а из наблюдений и экспериментальных исследований.

Научными экспериментами занималось большинство известных ученых XVI–XVIII вв. Свои эксперименты они устраивали не только в стенах лабораторий, но часто проводили и большие натурные эксперименты. Достаточно напомнить об опытах С. Стевина (равновесие тел на наклонной плоскости, устойчивость насыпей, падение тел), о многолетних астрономических наблюдениях Т. Браге и Г. Галилея, об опытах Г. Галилея (движение шаров по наклонному жёлобу, по столу, по падению с Пизанской башни, по колебаниям маятника, по оптике и созданию телескопа), Б. Паскаля (по определению разницы атмосферных давлений у основания горы и на её вершине),

Р. Декарта, Дж. Уоллеса, К. Рена, Х. Гюйгенса (изучение удара шаров), об оптических опытах И. Ньютона и Х. Гюйгенса, о более 1000 разнообразных опытов, организованных Р. Гуком в Лондонском королевском обществе, опытах О. фон Гереке (по разрыванию полушарий, из которых откачан воздух), Г. Амонтона (по установлению коэффициентов сухого трения), Ш. Боссю (по определению оптимальной скорости вращения водяных колёс, формы их лопаток, сопротивления движущихся судов), А. Парана (исследование ветряных колёс, определение зависимости силы давления на лопасти от угла их наклона и скорости ветра), о первых полётах на воздушных шарах и мн. др.

И даже если сейчас есть сомнения в реальности некоторых из описанных опытов, очевидно, что они заменялись мысленными экспериментами, позволяющими получить некоторые теоретические выводы. Начиная с XVIII в., большинство ученых-механиков можно было условно разделить на два типа: экспериментаторов и теоретиков. Механики-экспериментаторы изобретали новые, совершенствовали уже известные строительные конструкции, машины и механизмы, устраивали опыты для проверки своих гипотез. А механики-теоретики были уже не философами-схоластами, а математиками-прикладниками.

На протяжении столетий люди использовали для обработки земли, животноводства, ведения войн, подъема и перемещения тяжестей, строительства, украшения жилищ и создания предметов быта разнообразные орудия труда, инструменты. В Средние века существовали разные виды мельниц: для помола зерна, производства бумаги, пороха, распиловки брёвен, дробления руды, сверления, шлифования, полирования. В результате многовекового совершенствования технического арсенала инструментов, механизмов, транспортных средств, географических открытий XV–XVI вв. человечество приобрело новый импульс своему развитию.

Потребности освоения заморских территорий потребовали создания более надежных, быстроходных и грузоподъёмных

судов, более совершенных способов управления и навигации. Начиная с XV в., в Италии, Нидерландах, Франции, Испании, Австрии и других странах велось активное строительство не только кораблей, зданий, но и разнообразных гидротехнических сооружений (каналов, плотин, мостов, дамб, шлюзов, водоёмов), крепостей, дорог, больших церковных соборов и мечетей. Некоторые из этих проектов были масштабными стройками, в которых наряду с традиционными орудиями и инструментами использовались и достаточно сложные строительные механизмы и машины.

Но важнейшие перемены в техническом перевооружении общества наступили только в XVIII в., когда на смену кустарному, штучному производству разнообразных товаров, инструментов, предметов быта, оружия в небольших мануфактурах пришло их массовое, промышленное производство на больших фабриках и заводах. Качественно и количественно изменилась продукция промышленности, появились новые машины, механизмы, новые формы организации производства.

Важным техническим событием стало изобретение в 1735 г. англичанином **Джоном Уайеттом** (Wyatt, 1700–1766) прядильной машины, позволяющей получать пряжу без помощи пальцев. Предыдущие изобретения, как правило, были связаны с заменой или облегчением физической силы человека. Это изобретение не столько облегчало физические усилия, сколько позволяло начать массовое производство пряжи с минимальным участием человека. Станок Уайетта обычно связывают с началом промышленной революции в Англии, которая далее распространялась по всему миру. Её суть состояла в изобретении и совершенствовании новых станков, машин и механизмов различного назначения, облегчавших труд рабочих, повышавших качество и количество выпускаемой продукции.

С древних времён в большинстве машин использовалась мускульная сила человека, животных или привод от водяных или ветряных колёс. В период революции на смену разнообраз-

ным мельницам, приводимым в движение силой человека, животных, воды или ветра, приходит универсальный двигатель – паровая машина. С появлением паровых, а позднее и более совершенных двигателей внутреннего сгорания, технический облик и производительность машин резко изменились. Перемены, начавшиеся в текстильной промышленности, вскоре появились и во многих других отраслях промышленности и сельского хозяйства, началась повсеместная замена ручного труда машинным производством.

Новая текстильная промышленность, металлургия, машиностроение, транспорт, а позднее и другие отрасли промышленности, за короткий промежуток времени (порядка 100 лет) радикально изменили образ жизни и перспективы развития большинства стран Европы и Америки. Около новых фабрик и заводов постепенно складываются новые города (отток сельского населения в промышленные центры!), начинается бурное развитие торговли, строительства, транспорта. В 1804 г. был построен первый паровоз, а в 1807 г. американским инженером-изобретателем **Робертом Фултоном** (1765–1815) – первый пароход. В наиболее развитых странах появляются первые технические учебные заведения (школы, училища, институты, академии) и учёные, занятые изучением, совершенствованием и созданием огромного разнообразия новых технических средств.

Первая паровая машина была построена в 1680 г. французским инженером **Дени Папеном** (1647–1712) при участии Христиана Гюйгенса. Она представляла собой цилиндр с поршнем, поднимавшимся под действием пара и опускавшимся под давлением атмосферы. В 1698 г. был запатентован водяной насос английского изобретателя **Томаса Севери** (1650–1715). Устранив недостатки этого изобретения, **Томас Ньюкомен** (1663–1729) в 1712 г. создал более совершенный двигатель (машины Севери и Ньюкомена предназначались для выкачивания воды из шахт, но Ньюкомен так и не получил свой патент).

Важный вклад в дальнейшее совершенствование паровых двигателей внёс шотландский инженер, член Эдинбургского королевского общества, Лондонского королевского общества и Парижской академии наук **Джеймс Уатт** (James Watt). Джеймс родился в 1736 г. в очень благополучной и обеспеченной шотландской семье. Его отец и мать были прекрасно образованы. Отец строил корабли, на корабельной пристани построил первый подъемный кран, держал склад корабельных принадлежностей, вёл морскую торговлю, сам создавал и чинил различные приборы и механизмы. Начальное образование Джеймс получил дома. В детские годы он увлекался химическими опытами, астрономией, любил строить самодельные модели и механизмы, за что получил звание «мастер золотые руки».

Рис. 43. Джеймс Уатт

Далее он продолжил образование в гимназии, но после смерти матери и расстройства дел у отца ему пришлось самому заботиться о своём будущем. После нескольких лет скитаний (Лондон, Глазго) Джеймс получил работу в мастерской университета города Глазго, где и обнаружился его изобретательский талант. В 1769 г. Уатт получил патент на усовершенствованную

машину Ньюкомена. Далее он наладил производство своих машин, а в 1782 г., после усовершенствований, превратил её в универсальный двигатель (предназначенный не только для подъёма воды), снабжённый универсальным центробежным регулятором («регулятор Уатта», 1784). Этот изобретательский и предпринимательский проект оказался весьма успешным. Его двигатели выпускались массовым тиражом и использовались на транспорте и во многих отраслях промышленности.

Уатт умер в 1819 г. За 83 прожитых года он заслужил признание коллег и всемирную славу выдающегося изобретателя. В его честь воздвигнуты памятники, его портрет есть на английской денежной купюре в 50 фунтов, на марках, его именем назван кратер на Луне. В механику он ввёл единицу измерения мощности – «лошадиная сила», а позже его именем была названа единица мощности – «ватт».

Значительный вклад в дальнейшее усовершенствование двигателя Уатта внесли американский инженер-конструктор **Оливер Эванс** (1755–1819), в 1789 г. получивший патент США на изобретение первого автомобиля, и британский изобретатель **Ричард Тревитик** (1771–1833). В 1800 г. он получил патент на «машину высокого давления» и с 1801 г. начал создавать модели паровых повозок для шахтных нужд. Именно он в 1804 г. построил в Южном Уэльсе первый узкоколейный паровоз, усовершенствованный вариант которого в 1808 г. уже развивал скорость до 30 км/ч.

Но история парового двигателя оказалась очень короткой. Параллельно с его совершенствованием происходило создание более эффективного двигателя внутреннего сгорания. Первый такой двигатель в 1860 г. (для моторной лодки) разработал французский инженер Этьен Ленуар (1822–1900). Двигатель работал на смеси воздуха и светильного газа. Вскоре у него появились последователи, и через 25 лет (в 1885) немецкие инженеры **Готлиб Даймлер** (1834–1900) и **Вильгельм Майбах** (1846–1929) сконструировали лёгкий бензиновый карбюраторный дви-

гатель, который они использовали для создания первого мотоцикла (1885), прототипа автомобиля (1886), моторной лодки (1887) и самодвижущейся кареты – автомобиля (1889). В 1888 г. их двигатель осуществлял движение воздушного шара, а с начала XX в. эти двигатели стали устанавливать на дирижаблях торговой марки «Цеппелин».

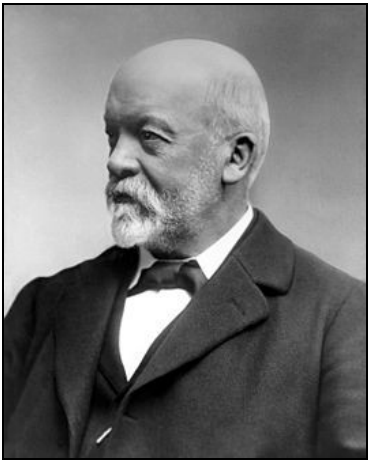


Рис. 44. Готлиб Даймлер

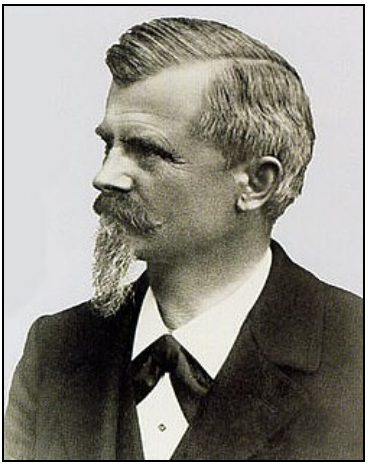


Рис. 45. Вильгельм Майбах

Любопытно отметить, что Даймлер и Майбах были не конкурентами, а близкими друзьями (со студенческих лет), создателями первого автомобиля под торговой маркой «Мерседес» (1899). А трёхлучевая звезда, ставшая торговым символом этого бренда, символизировала неограниченные возможности использования их двигателей на суше, на воде и в воздухе. С 1922 г. Майбах начал выпускать дорогие лимузины торговой марки «Майбах», но ни он, ни его друг никогда не владели личными автомобилями.

Но поиск более совершенных двигателей продолжался. Французский физик и математик Николя Леонар Сади Карно (1796–1832) в 1824 г. сформулировал идею «цикла Карно»: в максимально экономичной «тепловой машине» быстрым сжати-

ем (изменением объёма) можно нагреть рабочее тело до температуры горения топлива. В 1892 г. немецкий механик **Рудольф Дизель** (1858–1013) получил патент, а в 1897 г. построил, экономичный двигатель внутреннего сгорания, работающий по этому принципу самовоспламенения распылённого топлива в среде разогретого при сжатии воздуха. В качестве топлива использовалась нефть, но позднее спектр видов топлива был расширен (все фракции перегонки нефти от керосина до мазута, некоторые продукты природного происхождения: рапсовое, пальмовое масло, фритюрный жир и др.). Дизельный двигатель быстро получил достаточно широкое распространение на речных и морских судах, тепловозах, грузовых автомобилях, автобусах, тракторах, дизельных электростанциях. С конца XX в. его усовершенствованный вариант стали использовать и на легковых автомобилях.

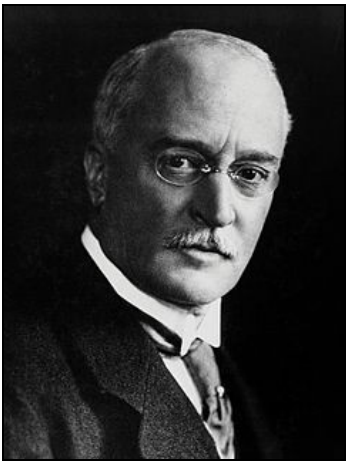


Рис. 46. Рудольф Дизель

С развитием электрификации появились разнообразные электродвигатели постоянного тока (1834, Б.С. Якоби), переменного тока (1888, Н. Тесла), трёхфазные асинхронные (1889, М.О. Доливо-Добровольский). До сих пор достаточно популяр-

ны пневмодвигатели и гидравлические машины. В XX в. появились реактивные, воздушно-реактивные, газотурбинные, ионные, плазменные, ядерные и многие другие двигатели, свидетельствующие о бурном развитии технической оснащённости нашей цивилизации. И в создании всех видов современных двигателей невозможно обойтись без построения и анализа математических моделей их принципов действия, особенностей практического использования и их конструкционных материалов.

2.4.2. Теоретические основы механики машин

Если сравнивать технические достижения Античности, времён Арабского халифата с миром европейских технических достижений конца XIX в., то вывод о реальности технического прогресса становится очевидным. Большинство достижений древних греков и римлян можно было описать в одном трактате. Техническим достижениям XIX в. уже посвящались многочисленные тома энциклопедий и специальных книг по устройству, принципам действия, особенностям эксплуатации разнообразных машин и механизмов. Формирование теории машин и механизмов (ТММ) начиналось инженерами-изобретателями, но её дальнейшее развитие было неразрывно связано с творчеством ученых – механиков, математиков, физиков, химиков, металлургов (материаловедов).

Бурные процессы технического перевооружения многих сфер жизни общества в период промышленной революции проходили параллельно с развитием математики, механики, физики, астрономии, теоретических наук, касающихся устройства Вселенной, природы, общества, техники и человека. Новые вызовы цивилизации требовали теоретического описания, осмысления, повышения эффективности разнообразной техники с целью дальнейшего облегчения и улучшения практической жизни и деятельности людей. Появляется потребность в инженерном образовании, включающем не только практический опыт и навыки

организации промышленного производства, но и теоретические научные знания.

Для этих целей во многих странах Европы появились технические учебные заведения. В 1718 г. в Праге была открыта Инженерная школа, которая в 1787 г. была преобразована в Школу гражданских инженеров. А в 1806 г. на базе этой школы возник Политехнический институт. В 1815 и 1824 гг. аналогичные институты появились в Вене и Берлине. Для подготовки специалистов горного дела (добыча и переработка угля, руды) были открыты горные школы в Брауншвейге (1745), Фрайберге, Клаустале, Саксонская инженерная академия (1743), послужившая образцом для создания в 1748 г. Мезьерской военно-инженерной школы во Франции. Еще раньше во Франции была создана «Национальная школа мостов и дорог» (1747), несколько позднее – «Национальная высшая горная школа» (1783) и «Парижская политехническая школа» (ППШ, 1794).

Первоначально большинство школ создавались как средние учебные заведения для подготовки техников, мастеров. Но далее многие из них преобразовывались в высшие технические учебные заведения для подготовки инженеров и учёных, работающих в технических областях. Самым наглядным примером была ППШ, в которой математической, теоретической подготовке инженеров уделялось первостепенное внимание. И как следствие, стали появляться инженеры-теоретики, учёные, занимающиеся изучением новой техники, инженерных сооружений, прикладными вопросами и методами математики, механики, физики, химии.

Как уже отмечалось, в Парижской академии наук XVII–XVIII вв. были ученые-механики, занимающиеся инженерными проблемами техники, и ученые-геометры, создававшие современную математику и математический аппарат теоретической механики. Как и в прошлые века, научные интересы инженеров XVII в. состояли в описании и объяснении принципов работы технических устройств и строительных конструкций. Но уже в

XVIII в. многие инженеры-механики предпочитали строить свои научно-технические теории, создавать новые машины и механизмы не только исходя из экспериментов, жизненного опыта и интуиции, но и на основе физических законов Галилея, Роберваля, Паскаля, Уоллиса, Мариотта, Гюйгенса, Гука, Ньютона, Амонтона и теоретических работ «геометров» – Декарта, Гюйгенса, Лейбница, Я., И. и Д. Бернулли, Вариньона, Эйлера, Даламбера.

Со времён Древней Греции было известно, что в круге радиус R дуга s и соответствующий ей угол α связаны уравнением $s = \alpha \cdot R$. Механическим аналогом этого геометрического равенства была формула для скорости υ v точки, удалённой от центра круга на расстояние R, если круг вращается вокруг своей оси с угловой скоростью ω: $\upsilon = \omega \cdot R$. Эти два уравнения устанавливают философскую, физическую связь между геометрией и механикой.

Вторая формула, устанавливая связь между линейной (точки) и угловой (тела, круга) скоростями, позволяет найти скорость произвольной точки колеса, если известна его угловая скорость и расстояние точки до оси. Если представить механизм, состоящий из двух соприкасающихся шестерёнок (кругов), эта формула дает возможность найти соотношение их угловых скоростей, описать передачу вращения одного тела другому. С помощью механизмов, подбирая соотношения радиусов колёс между собой, можно получать более быстрое или более медленное вращение, т.е. можно передавать вращательное движение, преобразовывать вращательное движение колеса шестерёнки, «кривошипа» в поступательное движение «ползуна» и наоборот. И формулы «геометрии движения» позволяют определять неизвестные величины (скорости, перемещения, радиусы) по заданным параметрам.

Теоретические основы учения о машинах были заложены учеными конца XVII–XVIII вв. В год выхода «Начал» Ньютона **Пьер Вариньон** опубликовал свой первый трактат «Проект но-

вой механики с обсуждением мнения М. Борелли по поводу свойств весов (тел), подвешенных на нитях» (Paris, 1687). Окончательная редакция этого трактата была опубликована в двух томах через 3 года после смерти автора под заголовком «Новая механика или статика, проект которой был опубликован в 1687 г.» (1725). В первом томе вводятся основные понятия, определения, аксиомы и обозначения. Машина или механизм определяется как приспособление для передвижения тел, устанавливаются правила операций с силами и моментами сил, методы нахождения неизвестных сил, скоростей, расстояний, проходимых перемещаемым грузом, по известным внешним силам и с учетом конструктивных особенностей машин.

Важно отметить, что Вариньон не только пытается решить конкретные технические задачи, но он создаёт общую теорию равновесия для произвольных (подобных) машин и механизмов. Таким образом, он является одним из основоположников современной статики. Для решения задач, возникающих при использовании «верёвочных машин» (блоков, полиспастов), при изучении поведения, ветровой нагрузки парусов, условий равновесия строительных конструкций, Вариньон предложил новый метод «верёвочного многоугольника», позднее вошедший в механику под названием «метода графостатики». Этот метод был основан на сформулированных им принципах сложения сил (моментов сил) и виртуальных скоростей, получивших далее широкое распространение при изучении действия машин и механизмов.

Теоретический анализ действия (движения) и эффективности машин и механизмов, гидротехнических сооружений, с учетом их конструктивных особенностей, влияния трения, сопротивления среды, условий эксплуатации, становится настоятельной необходимостью. Так в 1729 г. появился учебник для инженеров-строителей «Инженерная наука при фортификационных работах и в гражданском строительстве» **Бернара де Белидора** (Bernard Forest de Belidor, 1697–1761), в 1737–1753 гг. его же четырехтомный трактат «Гидравлическая архитектура или

искусство управления …», в 1724–1734 гг. – девятитомное сочинение «Театр машин» немецкого инженера **Якова Леупольда** (Leupold, 1674–1727).

Авторитетным механиком начала XVIII в. был уже упоминавшийся **Антуан Паран,** одним из первых сформулировавший проблему эффективности (будущего коэффициента полезного действия) водяных двигателей и их водяных колёс. Он же был первым исследователем ветряных колёс. Предположив, что давление ветра (сила, действующая на лопасть) пропорционально квадрату его скорости и квадрату синуса «угла атаки» (угол между направлением ветра и плоскостью лопатки), он нашёл эффективную величину «угла атаки» (55°44´). Позднее исследования Парана были продолжены Маклореном, Д. Бернулли, английским инженером **Джоном Смитоном** (John Smeaton, 1724–1792) и Эйлером (он уточнил величину «угла атаки»).

В середине века **Л. Эйлер** улучшил конструкцию и разработал теорию прообраза гидравлической турбины – «сегнерова колеса», создал теорию зацеплений и метод построения эвольвентных профилей зубьев. В мемуарах «О машинах вообще» (1753) и «Принципы теории машин» (1763) он сформулировал основные проблемы теории машин, указав, в частности, что машину следует изучать не в состоянии покоя, а в состоянии движения. **Г. Монж** и **Л. Карно** установили, что основной функцией машины является передача и преобразование движений. Начертательная геометрия Монжа должна была стать одним из способов описания устройства машин и механизмов. Заключительная глава «Элементарного учебника статики…» Монжа, которую можно считать одной из первых по новой механике, была посвящена теории машин. Книга многократно переиздавалась, была переведена на многие языки. В качестве простых машин указываются три: рычаг, наклонная плоскость и веревка.

Лазар Карно сделал первую попытку создания динамики машин с учетом сил инерции. Эту идею он реализовал в книге «Опыт о машинах вообще» (1783), дополненное издание которой вышло в 1803 г. в Париже под названием «Основные принципы

равновесия и движения». Карно даёт своё определение машин, формулирует основные принципы их действия, вводит понятие работы (определяет её как произведение силы на перемещение и называет «действием мощности»), различает силы действующие, сопротивляющиеся и инерции (особенно детально обсуждается сущность сил инерции). Основным законом движения машин Карно считал закон «живых сил» $\left(\frac{1}{2}m\upsilon^2 = ph\right)$.

Первым учебником по теории машин и механизмов стала книга **Х.М. Ланца** (Joze Mario de Lanz) и **А. Бетанкура** (A. Betancourt, 1758–1824) «Эссе о конструкции машин», изданная в 1808 г. в ППШ (по рекомендации Монжа и Ашетта). Она отражала идеи Монжа и содержала классификацию «элементарных машин». Одновременно с ней была издана «Программа курса элементарных машин» Ж.Н.П. Ашетта. **Жан Никола Пьер Ашетт** (J.N.P. Hachette, 1769–1834) был учеником Монжа, профессором ППШ по курсу ТММ. Он известен как автор работ по начертательной геометрии и «Элементарного курса машин» (1811). Книга Ашетта отличалась от учебника Ланца и Бетанкура (в 1819 и 1840 гг. он был дополнен и переиздан Ланцем) использованием не только кинематических, но и динамических характеристик машин.

Французский инженер, в 1822–1840 гг. – профессор Парижской школы шахт (École des Mines de Paris), – **Андре Гениво** (Andre Guenyveau, 1782–1861) в 1810 г. опубликовал трактат «Опыт науки о машинах», в котором приводится теоретическое осмысление принципов действия машин. Сожалея о том, что идеи аналитической механики Лагранжа не применимы к машинам, он намечает программу создания теории машин как самостоятельной науки, построенной на основании опыта, наблюдений, при помощи математического анализа и законов механики. Он первым разделил все машины на два класса: энергетические и рабочие (механизмы, обеспечивающие передачу определённых движений) машины.

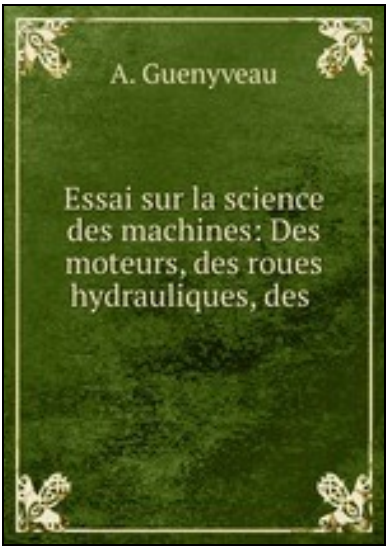


Рис. 47. А. Гениво. Титульный лист

Известными специалистами по индустриальной механике, динамике машин был бельгиец, профессор (и директор) Парижской консерватории искусств и ремёсел **Жирар Иосиф Кристиан** (Christian, 1776–1832) – автор трёхтомного «Трактата индустриальной механики» (1822–1825). Кристиан выдвигает тезис о существовании двух механик: индустриальной и рациональной (теоретической). Первая не является практическим приложением второй, она достаточно самостоятельна и как теория, опирающаяся на опыт и наблюдения, на свои принципы и правила, сформулированные применительно к описанию тех или иных механизмов, только частично заимствует некоторые законы рациональной механики. Поэтому автор не использует сложный математический аппарат, уравнения движения, но приводит много опытных данных, представляемых в виде таблиц. Проблемы динамики машин и кинематики механизмов он рассматривает отдельно.

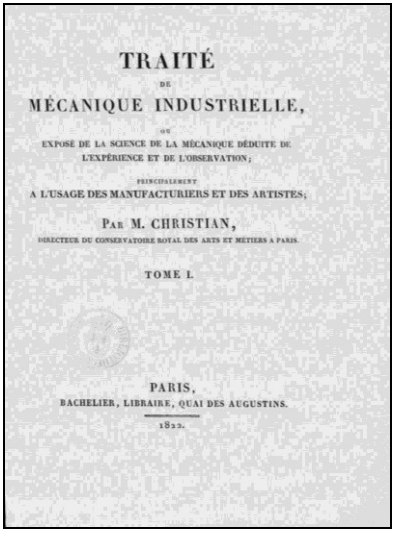

TRAITÉ
DE
MÉCANIQUE INDUSTRIELLE,
OU
EXPOSÉ DE LA SCIENCE DE LA MÉCANIQUE DÉDUITE DE L'EXPÉRIENCE ET DE L'OBSERVATION;
PRINCIPALEMENT
A L'USAGE DES MANUFACTURIERS ET DES ARTISTES;
PAR M. CHRISTIAN,
DIRECTEUR DU CONSERVATOIRE ROYAL DES ARTS ET MÉTIERS A PARIS.
TOME I.
PARIS,
BACHELIER, LIBRAIRE, QUAI DES AUGUSTINS.
1822.

Рис. 48. Ж. Кристиан. Титульный лист

Пьер Шарль Франсуа Дюпен (Dupin, 1784–1873) в 19 лет (в 1803) окончил ППШ и стал морским инженером. Но, будучи учеником Монжа, вскоре вернулся к научной деятельности. В 1813 г. он опубликовал свой первый трактат «Развитие геометрии для продолжения практической геометрии Монжа», за который в 1818 г. был принят в состав Парижской академии наук. С 1816 по 1819 г. Дюпен жил в Англии, занимаясь статистическими, экономическими исследованиями и прикладной механикой. В 1819 г. он стал профессором Консерватории искусств и ремёсел, где читал лекции по механике машин и механизмов для промышленников, мастеров, низшего и среднего технического персонала. В 1822 г. вышла его книга «Приложение геометрии и механики к морскому делу, мостам и дорогам», в которой в простой и ясной форме изложена геометрическая теория устойчивости равновесия плавающих тел. За свою долгую жизнь (88 лет) Дюпен неоднократно заседал в законодательных собраниях, в 1834 г. был морским министром, при Наполеоне III был сенатором. В 1825–1826 гг. Дюпен издал трёхтомный курс

«Геометрия и механика технических искусств и ремёсел», посвящённый описанию многочисленных механизмов, их свойств и принципов работы.

Рис. 49. Пьер Шарль Франсуа Дюпен

Принято считать, что термин «индустриальная механика» принадлежит ученику Монжа **Жану Виктору Понселе** (1788–1867). Ж.В. Понселе родился в г. Меце, который в качестве пограничной крепости был своего рода центром военно-инженерного дела (как и г. Мезьер). В 1810 г. окончил ППШ, в 1812 – Инженерную школу в Меце и был призван в армию. В том же году, участвуя в походе на Россию, лейтенант инженерных войск Понселе был тяжело ранен, попал в плен и до 1814 г. жил в Саратове. Занимаясь на досуге наукой, он готовил рукопись «Трактата о проективных свойствах фигур». После возвращения во Францию с 1815 г. начал преподавать в военной школе в Меце, где пропагандировал использование русских счетов, с которыми познакомился в плену (во Франции в это время вычисления производились обычно «на бумажке»), и продолжил работу над рукописью трактата, который представлял собой

возврат от аналитических методов исследования к геометрическим (первый том трактата был напечатан в 1822 г.).

Рис. 50. Жан Виктор Понселе

В 1824 г. военный министр предложил ему стать профессором Мецской артиллерийско-инженерной школы по курсу практической механики. Понселе быстро увлёкся новой тематикой, посетил фабрики и заводы во Франции (Рошфоре, Ангулеме, Сен-Этьене, Страсбурге), Бельгии, Германии и написал сначала «Курс механики, примененный к машинам» (Мец, 1826), а затем более элементарно изложенное «Введение в индустриальную физическую или экспериментальную механику» (1829), написанное на основании его лекций. В 1834 г. Ж.В. Понселе стал членом Парижской академии наук (в 1842 – президентом), с 1838 по 1848 г. был профессором прикладной механики факультета наук Парижского университета, а с 1848 г. до выхода на пенсию (1850) – командиром (бригадным генералом) ППШ, депутатом Национального собрания Французской Республики.

Основные работы Понселе относятся к проективной и аналитической геометрии (трактаты 1864, 1866 гг.), индустриальной и экспериментальной механике. Он считается одним из основоположников динамики машин. Одновременно с Г. Кориолисом он

ввел в механику понятие **работы силы,** разработал новый тип лопастей водяных колёс, создал теоретические основы расчёта турбин и маховиков. В кинематике машин Понселе был последователем Д.А. Борньи.

Джузеппе Антонио Борньи (1781–1863) был профессором университета Павии, членом Туринской академии наук. В 1818–1820 гг. он издал в Париже восьмитомное сочинение по теории машин «Полный курс механики в приложении к технике». Это была настоящая энциклопедия машиноведения начала XIX в. Первый том был посвящен общим вопросам теории машин, 2–5-й тома – подъёмным, строительным, гидравлическим, строительным машинам (соответственно), 6-й – машинам из различных производств, 7-й – текстильным машинам и 8-й – автоматам и теотральным машинам. Позднее им были написаны «Словарь механики в приложении к технике» (1823) и «Теория элементарной механики». Аналитические исследования Борньи больше опирались не на работы Монжа, а на публикации Эйлера. Он развивал структурную идею Эйлера, поддержанную Ашеттом, для случая элементарной машины.

Борньи устанавливает, что каждая машина состоит из частей, имеющих шесть порядков: приемники, передачи, модификаторы, основания, регуляторы и операторы (рабочие органы). Изучение двигателей (различные модификации приложения силы животных, воды, ветра, сгораемых субстанций) выделяется в отдельную главу. Каждый порядок делится на классы, классы – на типы (genres), виды (especes), разновидности (varietes). Элементарные машины представлены Борньи схематически и сведены в таблицы в соответствии с принятой им систематикой.

Гаспар Густав де Кориолис (Gaspard-Gustave de Coriolis, 1792–1843) родился в Париже, в семье капитана королевской армии. После казни короля в 1792 г. семья переехала в Нанси, где Гаспар-Густав окончил школу. В 1808 г. он поступил, а в 1810 окончил ППШ, в 1812 г. – Школу мостов и дорог и начал службу в качестве инженера. В 1816 г., после смерти отца,

Кориолис вернулся в Париж и по рекомендации Коши стал репетитором, затем профессором математического анализа и механики, а с 1838 г. – директором ППШ по учебной работе. С 1828 г. он был профессором Центральной школы искусств и ремёсел, а в 1836 г. (после смерти Навье) занял его место профессора прикладной механики в Школе мостов и дорог и академика Парижской академии наук.

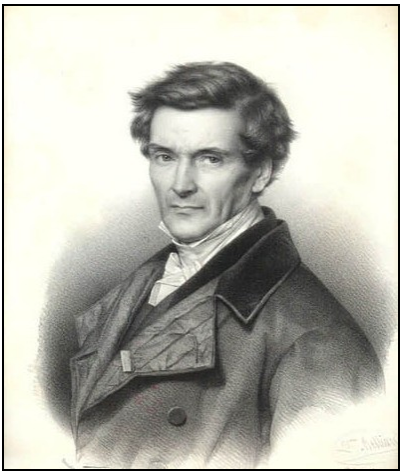


Рис. 51. Гаспар Густав де Кориолис

Основные работы относятся к аналитической, индустриальной механике и метеорологии. В трактате «Курс механики твердых тел и расчета мощности машин» (1829), задуманном как полное изложение прикладной механики, Кориолис дал **определение понятия работы силы и ввел коэффициент $\frac{1}{2}$ в выражение живой силы $\left(m\upsilon^2\right)$.** При изложении закона живых сил автор разъясняет вопрос о потерях, вызываемых трением, в теории удара приводит с доказательством теорему Карно; большая глава посвящена учёту трения в зубчатых колёсах, винтах, трению качения, жёсткости канатов.

В 1835 г. в «Исследовании о приложении принципа живых сил в относительных движениях системы тел» Кориолис сформулировал теорему о полном ускорении, состоящем из суммы трёх ускорений: переносного, относительного и добавочного, ныне носящего его имя (ускорение Кориолиса). В 1844 г. был издан большой (367 с.) «Трактат по механике твёрдых тел и расчёту эффектов машин». На русский язык переведен его любимый труд «Математическая теория явлений биллиардной игры» (1835), где он поставил задачу о движении шаров по плоскости при наличии трения и дал изящные и остроумные аналитические и графические решения этой задачи.

Видным представителем геометрических методов индустриальной механики был **Мишель Шаль** (Michel Chasles 1793–1880) – тоже выпускник ППШ, а позднее известный геометр, историк математики, профессор ППШ (с 1841) и Сорбонны (с 1846), академик Парижской академии наук (с 1851) и других европейских академий (Петербургской – с 1861, лауреат медали Копли (1865).

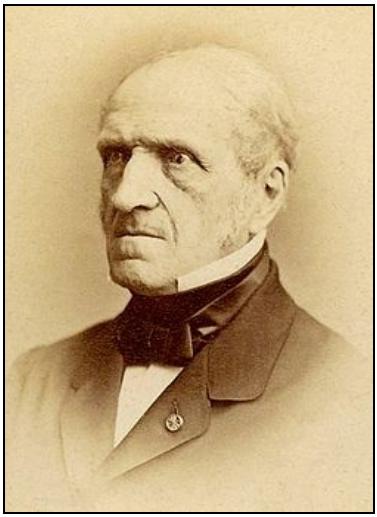


Рис. 52. Мишель Шаль

Основные произведения Шаля – «Исторический обзор о происхождении и методах в геометрии, в частности, относящихся к современной геометрии» (1830) и «Курс высшей геометрии». В теоретической механике с его именем связаны две кинематические теоремы: о мгновенном центре скоростей и винтовом движении твердого тела.

Обобщив теорему Коши о перемещении фигуры по плоскости, Шаль предложил метод построения мгновенных центров вращения (скоростей) для двигающихся фигур, исследовал некоторые геометрические свойства бесконечно малого движения свободного тела в пространстве, ввел несколько новых понятий (фокус, характеристика плоскости, сопряжённые прямые) и создал новое научное направление – вычислительную геометрию.

Начиная со времён Античности изучение устройства машин и механизмов сопровождалось геометрическим описанием движений их частей (без обсуждения причин, вызывающих движения). Эта традиция продолжилась и в индустриальной механике при обсуждении чисто кинематических характеристик движения тех или иных механизмов. Кинематический анализ движения тел, важность которого ранее была осознана Эйлером, Монжем, Л. Карно, благодаря работам творцов индустриальной механики всё больше приобретал вид самостоятельного раздела теоретической (рациональной) механики. В «Геометрии положения» (1803) Карно прямо пишет: «*Механика и гидравлика в огромной мере упростились бы, если бы была развита теория геометрических движений*».

Идея Карно, классификации движений в книгах Ашетта, Ланца и Бетанкура, Понселе, Кориолиса были воспринята **Андре-Мари Ампером** (A.-M. Ampere, 1775–1836) – автором гипотезы о природе магнетизма, создателем первой теории электромагнитных явлений, которого Дж. Максвелл назвал «Ньютоном электричества». Ампер родился в Лионе в достаточно обеспеченной семье прокурора. Он рано научился читать (в 4 года), и книги, в частности, «Энциклопедия» Дидро и Даламбера (к 14

годам он прочитал все 28 томов), избавили его от необходимости где-либо учиться. Книги он не просто читал, а критически изучал, творчески обдумывал каждое сочинение, таким образом пристрастившись к самостоятельной научной работе.

Рис. 53. Андре-Мари Ампер

Но в 1793 г. отец был казнён на гильотине и семейная жизнь решительно изменилась. Андре-Мари был вынужден начать трудовую деятельность. Он работал преподавателем математики в Лионе и Бурге, проводил разнообразные опыты, начал писать научные сочинения для Лионской и Парижской академий наук. На него обратил внимание П.С. Лаплас, и в 1804 г. Ампер переехал в Париж, заняв сначала должность репетитора (по математике), а затем и профессора математического анализа ППШ. С 1810 г. к этому добавилась должность главного инспектора университета. В 1814 г. Ампер стал членом Парижской академии наук (как геометр). Избрание в Академию существенно расширило сферу его научных интересов и повлияло на их смещение в сторону исследования электрических и магнитных явлений. В 1824 г. Ампер был избран профессором кафедры общей и экспериментальной физики Коллеж де Франс.

Сейчас мы знаем Ампера как основоположника электродинамики (термин введён им), раскрывшего природу магнетизма (возникает по причине движения электрических зарядов), как автора понятия «электрический ток», в честь которого названа единица тока – «ампер». Но он был известен и как химик, геолог, биолог и философ. В 1834 г. он издал первый том трактата «О философии наук или аналитическом изложении естественной классификации всех человеческих знаний». Второй том был издан сыном Ампера уже после его смерти. Именно в этом сочинении появляются новые термины: **«кинематика»** (от греческого «кинема» – движение), «кибернетика» (наука об общих законах управления), «электростатика», «электродинамика», «соленоид», обоснованно определяемые Ампером как новые разделы науки.

Согласно Амперу, кинематика должна быть и частью теоретической механики, и прикладной дисциплиной, изучающей механизмы. Статика должна следовать за кинематикой, потому что движение можно наблюдать, а о силах мы судим только по вызываемым ими движениям. «*Кроме того*, – пишет Ампер в своём трактате, – *удобно, чтобы соотношения между виртуальными скоростями были уже вычислены в кинематике, чтобы статика могла их использовать при определении условий равновесия различных систем сил*».

До Ампера, ещё в 1803 г., мысль о науке о движении тел без учета действия сил высказывал в своей книге польский философ **Хёне-Вронский** (Hoene-Wronski J.M., 1776–1853). Он называл такую науку «форономия». Однако и его книга, и позднее появившаяся в малоизвестном журнале «Sphynx» (Марсель, 1818) статья остались незамеченными. Идеи Ампера были встречены положительно и уже 1838 г. нашли своё отражение в курсе «Физической и экспериментальной механики» Понселе, который он читал для студентов Сорбонны. С той поры кинематика начала принимать облик самостоятельной науки.

Разработку понятий кинематики механизмов продолжил профессор Кембриджского университета **Роберт Уиллис (Виллис,** Robert Willis, 1800–1875). Роберт родился в Лондоне в семье королевского медика Роберта Дарлинга Уиллиса. С детских лет отличался разнообразными интересами, играл на музыкальных инструментах, хорошо рисовал, разбирался в устройстве различных механизмов. И это многообразие увлечений и интересов он сохранил на всю жизнь.

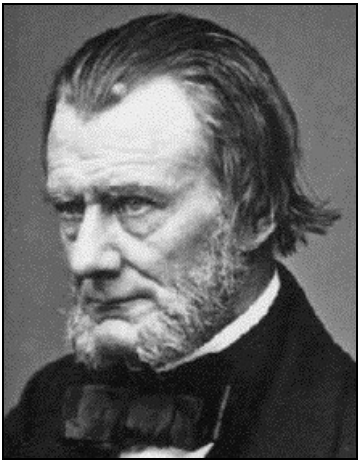


Рис. 54. Роберт Уиллис

В 19 лет он получил патент на усовершенствование педали арфы, в 21 год опубликовал секрет устройства шахматного автомата. В 1822 г. поступил в Кай-колледж Кембриджского университета, в 1826 г. получил степень бакалавра и продолжил работу в университете, в 1829 г. был рукоположен в сан священника, дьякона, в 1830 г. стал членом Королевского общества. К этому времени он был уже автором известных публикаций, блестящим лектором, уважаемым преподавателем и ученым. В 1837 г. был избран профессором прикладной механики Кай-колледжа, в 1853 г. – Горной школы в Лондоне. Уиллис был не менее известен и как архитектор, археолог, автор блестящих

научных трудов и популярных лекций по строительной механике, акустике, истории архитектуры.

В 1841 г. в Лондоне вышел его знаменитый трактат «Принципы механизмов» (второе издание в 1870), посвященный систематизации и кинематическому исследованию многих механизмов. В основу своей классификации Уиллис кладёт отношение скоростей или отношение направлений ведущего и ведомого звеньев механизма, а также его элементарную форму. Это приводит к выделению четырёх групп механизмов: соприкосновение качением, соприкосновение скольжением, механизмы с гибкими передачами, шарнирные механизмы.

Дальнейшее развитие систематизации, кинематики и динамики механизмов и машин связно с именами **Гаспара Прони** (1755–1839), **Франтишека Иосифа Герстнера** (1756–1832), **Карла Христиана Лангсдорфа** (1757–1834), **Иоганна Генриха Поппе** (1776–1854), **Жана Батиста Беланже** (1790–1874), **Андреаса фон Баумгартнера** (1793–1855), **Карло Игнацио Джулио** (Guiulio, 1803–1859), **Фердинанда Якоба Редтенбахера** (1809–1863), **Шарля Пьера Лабуляэ** (Laboulaye, 1813–1886), **Шарля Жиро** (1818–1879), **Анри Амэ Резаля** (1828–1890), **Эдмонда Бура** (Edmond Bour, 1832–1866), **Гатона де ла Гупийера** (1833–1927), **Франца Рело** (Reuleaux, 1829–1905), **Пафнутия Львовича Чебышева** (1821–1894), **Артура Кели** (Arthur Cayley, 1821–1895), **Джеймса Джозефа Сильвестера** (Sylvester, 1814–1897), **Франца Грасгофа** (Grashof, 1826–1893), **Людвига Бурместера** (1840–1927) и других математиков и механиков, чьи работы значительно расширили сферу применения и теоретическую базу механики.

В частности, работы немецких ученых Ю. Вейсбаха и Ф. Редтенбахера способствовали появлению нового раздела науки о машинах – «детали машин» (узлы машин рассматриваются как реальные физические тела). Ф. Рело подходил к изучению и расчёту машин, исходя из их формы, механических законов прочности деталей машин.

Значительный вклад в развитие ТММ внесли российские учёные П.Л. Чебышев, И.А. Вышнеградский, П.О. Сомов, Н.Е. Жуковский, Л.В. Ассур, В.П. Горячкин, Н.И. Мерцалов.

С конца XIX в. теоретическая механика, механика жидкости и газа, механика твёрдых деформируемых тел и их новые разделы становятся реальной теоретической основой новой техники.

ГЛАВА 3.
МЕХАНИКА В РОССИИ

3.1. Из истории образования и науки в России

История формирования российской государственности гораздо короче историй древнейших стран. Это объясняется особенностями географического, климатического характера этой северной страны. А после присоединения к европейской части Руси сибирских, дальневосточных и приполярных земель важной особенностью стал и огромный размер её территории. Многочисленные самобытные народы, проживающие на этой земле, имели существенные различия в своём историческом, культурном, техническом развитии. Можно заметить, что восточные народы дольше придерживались своих исторически сложившихся традиций, верований, образа жизни, ведения хозяйства, навыков жилищного строительства, использования инструментов и оружия. Жители западных российских земель, сохраняя самобытность, больше тяготели к традициям европейских стран. Этому способствовала географическая близость, более тесные культурные и научные связи.

Первыми публичными образовательными заведениями на Руси в X–XIII вв. были училища при княжеских дворцах, церквях и монастырях в Киеве, Новгороде, Переяславле, Чернигове, Суздале и других городах. После XIV в., следуя европейским традициям, училища стали именоваться школами (по аналогии с древнегреческими, латинскими – *schola*, французскими – *l'école*,

немецкими – *schule*, итальянскими – *scuola*, английскими – *school*). От слова «школа» произошло и понятие «схоластика». Как и в европейских школах, основу образования в монастырских, церковно-приходских школах составляли тривиум (грамматика, риторика, диалектика) и квадриум (арифметика, геометрия, музыка и астрономия).

Напомним, что первые университеты в Италии, Франции, Англии появились в XI–XIII вв. В XV–XVI вв. многие европейские города с населением в 10 и более тысяч человек имели свои университеты. В России это произошло позднее. В 1632 г. была открыта Киево-Могилянская коллегия, в 1701 г. переименованная в академию, а в 1687 г. по ее образцу в Москве была создана Славяно-греко-латинская академия. В академиях преобладало религиозно-историческое образование, а естественно-научному, математическому образованию уделялось очень мало внимания.

Радикальные перемены в системе российского общего и профессионального образования произошли в период правления Петра I. Так после 1701 г. в Москве появились Школа математических и навигационных наук (1701), Хирургическая школа (1706), Инженерная и Артиллерийская школы (1711–1712), приказные, гарнизонные и другие школы. Позднее аналогичные учебные заведения появились и в Петербурге: Морская академия (1715), Медицинская школа (1716). В 1725 г. в разных городах России уже работали 42 «цифирные школы», обеспечивавшие начальное обучение математике, около 50 духовных епархиальных школ, дававших религиозно-гуманитарное образование, на Урале (по инициативе В.Н. Татищева) появились горнозаводские школы.

В Петербурге в 1731 г. открылся Кадетский корпус, в 1759 г. – Пажеский корпус. Это были привилегированные учебные заведения для детей дворянского сословия, в которых готовили не только офицеров, но и гражданских чиновников. Кадеты изучали иностранные языки (французский, немецкий, латинский), светские манеры, математику, историю, географию,

фортификацию, фехтование. Выпускники корпуса имели преимущественное право служить в гвардии или в специальных войсках.

Важным событием было создание в 1725 г. Петербургской академии наук и художеств, а при ней университета и гимназии. Указ был подписан Петром I 8 февраля 1724 г., но официальное открытие состоялось уже после смерти императора (8 февраля 1725). Одним из инициаторов создания академии был Г.В. Лейбниц, но в подготовке к её открытию участвовали и другие зарубежные учёные. Главную роль в подготовке к открытию Академии играл лейб-медик императора Лаврентий Лаврентьевич Блюментрост (1692–1755).

Рис. 55. Здание Петербургской академии наук
на Васильевском острове

18 декабря 1725 г. императрица Екатерина I, взошедшая на трон после Петра I, объявила указ об открытии Академии и назначении первых академиков. Президентом Академии был назначен Л.Л. Блюментрост, секретарём и библиотекарем – Иван

Данилович Шумахер (1690–1761), конференц-секретарём – Христиан Гольдбах (1690–1764). Первый состав академии был полностью иностранным. В числе первых 15 академиков-профессоров были известные ученые: ученик Якоба Бернулли Я. Герман (1678–1733) – по классу высшей математики; Г.Б. Бильфингер (1693–1750) – по классу физики; Н. Бернулли (1695–1726) – по классу механики; Д. Бернулли (1700–1782) – по классу физиологии; Ж.Н. Делиль (1688–1768) – по классу астрономии. В 1727 г. состав Академии пополнили Л. Эйлер и Г.В. Крафт (1701–1754).

К середине XVIII в. в состав Академии входили: библиотека, музей Кунсткамера, астрономическая обсерватория, физический и минералогический кабинеты, химическая лаборатория, анатомический театр, ботанический сад, мастерские, художественные классы, типография, географический департамент. Научная работа велась по трём главным направлениям («классам»): математическому, физическому (естественному) и гуманитарному. Привлечение к работе в Академии известных учёных, их активная научная деятельность и многочисленные публикации быстро создали Петербургской академии славу одной из лучших академий Европы, а её академики получили европейское признание.

Яркими событиями были организованные Академией географические экспедиции по северным и дальневосточным границам России, участие в реформе российского образования, подготовке преподавательских кадров и издании учебников. Особенностью Петербургской академии наук, отличавшей её от европейских академий, была совместная работа с университетом. Все члены Академии считались профессорами университета и были обязаны вести педагогическую деятельность, готовя себе смену и вовлекая в научную деятельность своих учеников. В университете не было факультетов, кафедр, образование велось на латинском или немецком языках и соответствовало научным интересам профессоров.

Академический университет первоначально размещался (вместе с гимназией) на Троицком подворье, а с 1764 г. в доме баронов Строгановых (на Тучковой набережной). В 1726 г. в университете обучалось 8 студентов, в 1733–1738 гг., в 1752–1720 гг., в 1758 г. – 16 студентов, большинство из которых были иностранцами. Позднее в него стали переводить некоторых студентов гимназий, Славяно-греко-латинской академии. Одним из таковых был и **М.В. Ломоносов** (1711–1765), в 1758–1765 гг. занимавший пост ректора университета. Работа университета была организована плохо. «*При Академии Наук не только настоящего университета не было, но ни образа, ни подобия университета не видно*», – писал в 1757 г. Ломоносов. В 1766 г. университет фактически прекратил своё существование. В 1770–1805 гг. (до окончательного закрытия) академический университет и академическая гимназия были объединены под названием Училище академии.

Рис. 56. И.И. Шувалов

Ещё одним важнейшим событием XVIII в. стало открытие Императорского Московского университета. В 1754 г. блестяще образованный вельможа **Иван Иванович Шувалов** (1727–1797)

и академик Михаил Васильевич Ломоносов подготовили проект создания университета в составе трёх факультетов, десяти кафедр и гимназии (с отделениями для дворян и разночинцев). Поддержка проекта была гарантирована тем, что дворянский клан Шуваловых в середине XVIII в. был одним из самых могущественных в России. Генерал-адъютант И.И. Шувалов был фаворитом императрицы Елизаветы Петровны, имел высокие титулы и звания (но отказался от титула графа), его двоюродные братья были генерал-фельдмаршалами, старший – главой тайной канцелярии, а младший – главой правительства.

Указом императрицы Елизаветы Петровны 23 января 1755 г. («Татьянин день») предписывалось создание в Москве университета в составе философского (базового) юридического и медицинского факультетов. Продолжительность образования на факультете – три года. Первым куратором был назначен И.И. Шувалов (вторым был Л.Л. Блюментрост). Для руководства текущими делами назначалась канцелярия под руководством директора. Для размещения факультетов и канцелярии выделялось здание «Аптекарского дома» у Воскресенских ворот Китай-города. Через куратора, осуществлявшего подбор профессоров и общий надзор за деятельностью, университет подчинялся непосредственно Императрице и Сенату, а профессора считались чиновниками, находящимися на преподавательской службе.

В первые годы преподавание велось в основном на латыни. Многие профессора были иностранцами. В период правления Екатерины II университет переехал в новое здание – «университетский квартал» на Моховой улице. В 1804 г. университет был передан из ведения Сената в Министерство народного просвещения, был принят новый устав, предполагающий регулярную выборность ректора, деканов, профессоров и узаконивший структуру из 28 кафедр четырёх отделений (факультетов): нравственных и политических наук, **физико-математических наук,** словесных наук, врачебных и медицинских наук.

В тот период по количеству образовательных учреждений Россия отставала от развитых европейских стран, но уже с начала XIX в. положение начинает меняться. В 1774 г. в Петербурге было открыто первое высшее техническое учебное заведение – Горное училище, позднее ставшее Горным кадетским корпусом, Институтом корпуса горных инженеров (с 1833), Горным институтом (с 1866). В 1809 г. был организован Корпус и Институт инженеров путей сообщения. Это было исключительно важным событием для быстро развивающейся транспортной инфраструктуры великой страны. В 1819 г. были открыты Николаевское инженерное и Михайловское артиллерийское училища, позднее ставшие военными академиями. К этим вузам позднее добавились Институт гражданских инженеров, Технологический институт, Московское высшее техническое училище, технические, политехнические, сельскохозяйственные, педагогические и другие институты крупных российских годов.

К концу 1917 г. в России было около 100 государственных вузов (14 университетов и большое количество технических, педагогических, военных, сельскохозяйственных и других специализированных институтов, академий, высших женских курсов). По количеству выпускаемых дипломированных специалистов Россия совсем незначительно уступала Германии, Франции, Англии и другим европейским странам. Качество выпускаемых специалистов также соответствовало мировому уровню. Об этом свидетельствуют научно-технические достижения и успехи российских инженеров и учёных начала XX в., в том числе и тех, кто был вынужден после 1917 г. покинуть Россию.

Развитие механики в России началось с работ первых академиков Петербургской академии наук, профессоров-механиков (математиков, физиков, астрономов) первых отечественных университетов, академий и институтов, с первых переводных книг по механике и математическим наукам.

Первым отечественным учебником механики принято считать «Науку статическую или механику» **Григория Григорье-**

вича Скорнякова-Писарева (Писарев, ?–1747). Точная дата рождения Григория Григорьевича неизвестна, но в 1696 г. он был солдатом бомбардирской роты Преображенского полка. В 1697 г. сопровождал князя И. Урусова в Италию, а затем по распоряжению Петра I был направлен в Берлин, где изучал математику, механику и инженерные науки. В 1699 г. Писарев вернулся в Россию, получил чин сержанта и занимался теоретическим обучением солдат бомбардирской роты.

Рис. 57. Г.Г. Скорняков-Писарев

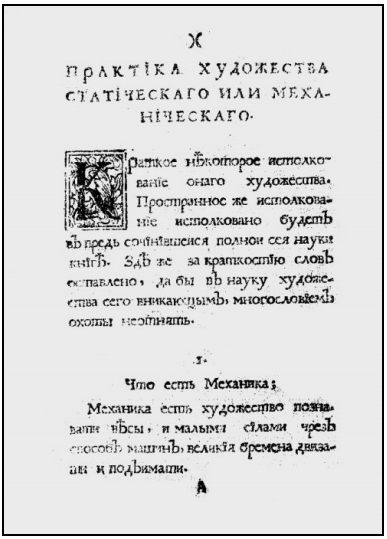
Как командир Преображенского полка, Петр I обратил внимание на талантливого, образованного подчинённого, давал ему разнообразные поручения и всячески способствовал его продвижению по военной, а далее и гражданской службе. Став офицером, командиром роты, Григорий Григорьевич лично участвовал во многих боевых сражениях (под Гродно, под Выборгом, в Полтавской битве). В 1706 г. в Смоленске организовывал его оборону, подбирал суда для сплава артиллерии по Днепру и

Двине, вёл гидрографические изыскания по постройке канала между ними. В 1713 г. он был назначен начальником артиллерии Петербургского гарнизона, а в следующем году получил предписание открыть в столице школу для обучения артиллерии 20 лучших выпускников Московской навигационной школы. С этого начинается история Морской академии, в которой Григорий Григорьевич преподавал артиллерию и механику.

В последние годы жизни Петра I Скорняков-Писарев входил в круг приближённых императора. В 1716 г. он получил звание майора, в 1718 г. – полковника, был награждён имением и назначен руководителем строительства каналов: Лиговского (по его собственному проекту), Ладожского, а также между Лаватью, Днепром и Западной Двиной. В следующем году, уже в звании генерал-майора, он был назначен президентом Морской академии, сменив на этой должности первого президента – графа Андрея Артамоновича Матвеева (1666–1728). Ему неоднократно приходилось исполнять судебные действия (в том числе касающиеся царицы-инокини Елены и сына императора). 18 января 1722 г. Скорняков-Писарев был назначен обер–прокурором Сената.

Однако вскоре судьба Григория Григорьевича круто изменилась. При всех его достоинствах и талантах он был наделён очень жёстким и неуживчивым характером. Публичная ссора с вице-канцлером П.П. Шафировым (1669–1739), недовольство Петра I медленным темпом строительства Ладожского канала стали причиной его отстранения от должностей обер-прокурора, президента Морской академии, лишения всех званий и имений. После смерти Петра I у Писарева возник конфликт с князем А.Д. Меньшиковым (1673–1729), закончившийся для него в 1727 г. повторным лишением всех должностей, наград, званий и ссылкой в Якутию. В 1731–1740 гг. он был начальником Охотского порта, и только в 1741 г. царица Елизавета Петровна вернула Григория Григорьевича в Петербург, ему были возвращены его ордена, генеральское звание и имущество.

В историю отечественной механики Григорий Григорьевич Скорняков-Писарев вошёл как автор первого русскоязычного учебника по механике, предназначенного для учащихся Морской академии. Идея издания механики на русском языке была высказана Петром I ещё в 1708–1709 гг. Речь шла о переводе на русский язык книги И.Х. Штурма «Mathesis juvenalis» (1702). Сначала этот перевод был поручен А.А. Виниусу, затем Я.В. Брюсу, но оба перевода оказались неудачными. После этого перевод был поручен Скорнякову-Писареву. В 1720 г. он передал свой перевод Петру I, который лично внес в него несколько поправок и передал для издания. В феврале 1722 г. книга (36 страниц текста и 21 чертёж) была издана.



Х

ПРАКТІКА ХУДОЖЕСТВА СТАТІЧЕСКАГО ИЛИ МЕХАНІЧЕСКАГО.

Краткое нѣкоторое истолкованіе онаго художества. Пространное же истолкованіе истолковано будетъ въ предь сочінившеися полнои сея науки книгѣ. Здѣ же за краткостію словъ оставлено, да бы въ науку художества сего вникающымъ, многословіемъ охоты неотнять.

1.

Что есть Механика;

Механика есть художество познавати вѣсы, и малыми сілами чрезъ способъ машинъ, великія бремена двизати и подъимати.

А

Рис. 58. Страница из учебника по механике Г.Г. Скорнякова-Писарева

Изложение материала было кратким, но простым, ясным и понятным. С этой книгой в русском языке появились первые механические термины: механика, статика, машина, рычаг, клин, ворот, колесо и др. Автор знакомит учащихся с видами и

действием простых машин, пользуясь сложением и разложением сил (правилом параллелограмма), правилом рычага подробно разбирает числовые примеры.

Ещё раньше «Механики» Скорнякова-Писарева в России появилась знаменитая книга преподавателя Московской школы математических и навигационных наук, а позднее Морской академии, Леонтия Филипповича Магницкого (1669–1739) – «Арифметика, сиречь наука числительная с разных диалектов на славенский язык переведеная и воедино собрана, и на две книги разделена» (1703). Это был не просто первый учебник математики, а первая энциклопедия математических знаний того времени на русском языке.

Совершенно очевидно, что дальнейшее развитие российского военно-морского, технического образования (открытие новых школ, институтов и академий, расширение действующих учебных заведений) требовало издания новых учебников, справочников и подготовки соответствующих преподавателей. В первой трети XVIII в. начали появляться переводные (русскоязычные) книги технического содержания, книги по физике, географии и другим наукам. Преподавание физико-математических и технических наук осуществлялось, в основном, иностранными (немецкими, французскими) преподавателями. Подготовкой отечественных преподавателей во второй половине XVIII в. занимались сами академии и институты, Московский университет и Петербургское академическое училище – бывший академический университет, вскоре ставший педагогическим институтом.

3.2. Механики и математики XVIII века

Отечественные исследования в области механики начались с открытием Петербургской академии наук. Подготовка к её открытию длилась более 10 лет, начиная с первых обсуждений этой идеи Петром I и Г.В. Лейбницем. Одним из первых в

эти обсуждения был вовлечён знаменитый немецкий философ и математик, ученик и последователь Лейбница, профессор университетов Галле и Марбурга – Христиан Вольф (…). В 1721 г. Петр I послал своего библиотекаря И.Д. Шумахера в путешествие по европейским странам с целью привлечения в будущую российскую академию наук самых известных учёных. И одним из первых в списке Шумахера был профессор Х. Вольф. Сам Х. Вольф после долгих раздумий, выдвижения неприемлемых условий отклонил предложение о переезде, но вызвался быть помощником в подборе академиков для будущей академии.

Будущим академикам предлагались очень выгодные условия жизни и работы. Однако большинство из тех, кого рекомендовал Вольф, в итоге отвергли предложение о переезде. Одних пугал суровый российский климат, других – бытовая неустроенность в строящемся городе на Неве, а кто-то, воспользовавшись этим предложением, смог улучшить свои позиции по имеющемуся месту службы. В 1727 г. в письме Л. Эйлеру Вольф назвал Петербургскую академию «раем для учёных». Но «раем» она оказалась не для всех.

Почти половина прибывших из Германии и Швейцарии первых академиков, рекомендованных Х. Вольфом, были известными учёными-механиками (математиками, физиками, астрономами). Спектр их научных интересов был обширен: принципы механики, механика точки, механика твёрдого тела, механика жидкости и газа, небесная механика, теория упругости и сопротивления материалов, теория машин, теория корабля и другие разделы механики. С 1728 г. Академия начала издание (на латинском языке) ежегодного сборника трудов «Комментарии Петербургской академии наук». Принимая во внимание состав авторского коллектива первых выпусков, легко понять, почему это издание очень быстро приобрело популярность в научных кругах, а вся Академия – авторитет одного из ведущих научных центров Европы.

Якоб Герман (Jakob Hermann, 1678–733) был первым и старшим из прибывших в Петербург иностранных академиков. В год приезда в Россию он уже был членом Берлинской (1701) и Болонской (1708) академий, а позднее стал и членом Парижской академии наук (1733). Как и Эйлер, он родился в Базеле, окончил Базельский университет (учился у Якоба Бернулли). По рекомендации Лейбница он публиковал свои работы в журнале «Acta Eruditorum», в 1707 г. получил место профессора математики Падуанского университета, а с 1713 г. работал профессором университета Франкфурта-на-Одере.

Рис. 59. Якоб Герман

Именно академику Я. Герману была оказана честь выступить на первом заседании Конференции (13 ноября 1725) Петербургской академии наук, и именно его статьёй открывается первый выпуск «Комментариев». С приездом Эйлера в Петербург Герман оказывал младшему коллеге, земляку и родственнику (мать Эйлера была троюродной сестрой Германа) всяческую поддержку.

Герман был автором многих известных работ по математике и механике. В первых шести выпусках «Комментариев» им опубликованы 17 статей по различным проблемам математического анализа, геометрии, по динамике точки, колебаниям маятников, учёту сопротивления среды. Его важнейшей книгой считается «Форономия, или о силах и движениях тел твёрдых и жидких» (Амстердам, 1716). Форономией автор называл науку о силах, т.е. механику. В книге используется принцип (он был сформулирован в более ранних работах), позволяющий сводить динамические задачи к статическим. Принцип Германа был развитием похожей идеи Я. Бернулли. Далее этим принципом пользовался и Эйлер. По этой причине первоначально принцип получил название «принцип Германа–Эйлера» или «Петербургский принцип». После дальнейшего развития этой идеи Даламбером принцип вошёл в механику как «принцип Даламбера». Эйлер высоко ценил «Форономию» и часто ссылался на эту книгу Я. Германа, ставя её в один ряд с «Началами» Ньютона и «Механикой» Вариньона.

Николай Бернулли, к сожалению (отец Иоганн Бернулли возлагал на него большие надежды), скончался в Петербурге в 1726 г. А его младший брат Даниил проработал в Академии почти восемь лет (1725–1733), заполненных изучением разнообразных проблем механики и математики. Ежегодно в «Комментариях» появлялись его работы о принципах сложения и разложения сил, о связи центра колебаний и центра тяжести тела, о действии жидкостей на движущиеся тела, о колебаниях стержней, о малых колебаниях струны и других механических проблемах.

С именами **Даниила Бернулли** и Леонарда Эйлера связаны первые отечественные работы по механике жидкости. В Петербурге Даниил задумал и подготовил к изданию свою знаменитую «Гидродинамику, или записки о силах и движениях жидкостей», изданную им в Страсбурге в 1738 г. После возвращения летом 1733 г. в Швейцарию и всю оставшуюся жизнь Даниил не прерывал связей с Академией (ему было присвоено звание почетного

члена Академии, установлена ежегодная пенсия в 200 рублей), переписывался с её учёными, продолжал публиковать работы в «Комментариях» (из 75 работ его научного наследия 50 были опубликованы в «Комментариях»).

Но самым известным математиком и механиком Петербургской академии наук был **Леонард Эйлер**. В Петербурге он прожил большую часть свой жизни (с 1727 по 1741 и с 1766 по 1783). Он активно участвовал в деятельности академии (выступал на заседаниях Конференции, публиковал статьи и книги, участвовал в экспертизе технических проектов, в подготовке первых карт России), преподавал в академическом университете, вел обширную переписку с европейскими учеными и государственными деятелями.

Даже в берлинский период творчества Эйлер находил возможность участвовать в делах российской Академии: вел переписку с коллегами (в том числе с М.В. Ломоносовым), публиковал и редактировал статьи в «Комментариях», принимал участие в судьбе молодых учёных – будущих академиков: С.К. Котельникова, С.Я. Румовского, М.Е. Головина, Н.И. Фусса, А.И. Лекселя, С.Е. Гурьева и других, выполнял поручения по приобретению научного оборудования.

Как основоположник многих новых направлений развития механики, математики, астрономии, физики, технических наук, Эйлер оставил огромное научное наследие, определившее развитие мировой науки на многие годы. При жизни он в шутку говорил, что его труды будут публиковать ещё 20 лет после его смерти. Но он ошибся. Его труды издавались Академией почти 80 лет. По подсчётам его биографов, в Германии им было опубликовано около 300 работ и более 500 книг и статей опубликовано в период его жизни в России. Таков был его вклад в развитие российской и мировой науки.

Состав учёных Петербургской академии наук постепенно менялся (на то были как объективные, так и субъективные причины). После 1728 г. власть в Академии почти целиком была

сосредоточена в руках И.Д. Шумахера, чья деятельность одобрялась далеко не всеми. Некоторые из академиков ждали срока окончания контракта для того, чтобы покинуть Петербург. В 1731 г. этим правом воспользовались Я. Герман и Г.Б. Бильфингер. Им на смену в составе академии стали появляться молодые, в том числе и отечественные, учёные (к концу века они составляли уже большинство членов Академии). Расширялся спектр проводимых исследований, увеличивалось число публикаций. В период с 1726 по 1830 г. было издано 360 книг (монографий, учебных пособий) и статей по различным проблемам механики.

Значительную часть этого списка составляли работы Л. Эйлера, которые касались большинства проблем механики того времени. Из всего научного наследия Эйлера более 160 публикаций относятся к теоретическим проблемам механики (о пространстве, о природе материи и сил, о принципе наименьшего действия, об уравнениях механики), к механике точки и твёрдого тела, удару, давлению, трению, теории упругости и сопротивлению материалов, небесной механике, механике жидкости и газа. Порядка 40 работ посвящены различным областям прикладной механики: теории машин и механизмов, баллистике, гидравлике, теории корабля. Некоторые из перечисленных трудов были написаны в Берлине, но их развитие мы видим в петербургских изданиях Эйлера и его научных наследников.

После Г.Б. Бильфингера академиком по классу теоретической и экспериментальной физики стал его ученик выпускник Тюбингенского университета **Георг Вольфганг Крафт** (1701–1754). Почти за 20 лет пребывания в Петербурге он издал около 60 работ по разным проблемам физики, механики, математики, астрономии, метеорологии. Но его научные статьи не были столь значительны, как его популярные статьи и выступления. Крафт много внимания уделял преподавательской деятельности в гимназии. Им были подготовлены учебные пособия по геометрии, механике, физике, географии, которые позднее были пере-

ведены на русский язык. В частности, В.Е. Ададуров перевёл его «Краткое введение в изучение простых машин и их устройство» (1738). Позднее был издан русский перевод его учебника по физике, который в основном был посвящён механике (законам движения тел, учёту сил сопротивления среды, простым машинам).

Василий Евдокимович Ададуров (1709–1780) был сыном новгородского дворянина. Получив прекрасное образование в Новгородском духовном училище, Славяно-греко-латинской академии, в гимназии и университете при Петербургской академии наук, он зарекомендовал себя не только как прекрасный математик, но и как талантливый знаток языков и переводчик. Был автором переводов многих латинских, немецких и французских книг. В 1733 г. он первым из русских учёных стал членом (адъюнктом) Петербургской академии наук (по кафедре высшей математики под руководством Л. Эйлера). В 1736 г. ему был поручен надзор за учащимися академической гимназии, прибывшими из Москвы, среди которых был и М.В. Ломоносов, а в 1744 г. он был назначен преподавателем русского языка будущей императрице Екатерине II. После коронации Екатерины II в 1762 г. Ададуров был назначен куратором Московского университета, получил пост сенатора. В его обязанности входило многое: подбор университетских профессоров (в том числе иностранных), подготовка (обучение) за границей русских учёных, комплектование университетской библиотеки и другие заботы. В 1778 г. он был избран почетным академиком Петербургской академии наук.

Одной из важнейших проблем России XVIII в. было создание эффективной системы образования. Импульс, полученный от петровских реформ, потребовал большого количества квалифицированных русскоязычных преподавателей (математиков, механиков, физиков, географов,…) и учебников по всем разделам науки. Поэтому большинство молодых отечественных ученых, поступавших в Академию в середине и во второй половине XVIII в., были увлечены не только научными задачами, но и

подготовкой, переводами учебников, преподаванием своих наук в открывавшихся и уже существовавших учебных заведениях. В области механики и математических наук это были уже названный В.Е. Ададуров, С.К. Котельников (1723–1806), Я.П. Козельский (1729–1794), М.Е. Головин (1756–1790), С.Е. Гурьев (1766–1813), В.И. Висковатов (1779–1812), С.Я. Румовский (1734–1812), И.А. Эйлер (1734–1800), Н.И. Фусс (1755–1825). К этому следует добавить, что уже с конца века в некоторых учебных заведениях появляются профессора, не входившие в состав Академии, но активно занимавшиеся научным творчеством.

Семён Кириллович Котельников был сыном солдата Преображенского полка. В 1741 г. он поступил в академическую гимназию, где, по мнению профессора Г.В. Рихмана (1711–1753), проявил особые склонности к физико-математическим наукам. В 1751 г. он был принят в адъюнкты Академии и направлен в Берлин, где в течение четырёх лет работал под руководством Л. Эйлера. После возвращения (в 1756) в Петербург он был назначен на должность профессора высшей математики. Написанные им научные работы не были значительными (по механике их только две), но его учебные пособия по механике и математике, переводы на русский язык книг зарубежных учёных пользовались большой популярностью. На протяжении многих лет они использовались не только учащимися университета и Морского корпуса, где он вел преподавание, но и в других учебных заведениях.

В качестве примера можно назвать книги: «Молодой геодет, или первые основания геодезии» (1766), «Первые основания математических наук…» (1766), «Сокращения первых оснований математики» (1770–1771), «Книга, содержащая в себе учение о равновесии и движении тел» (1774). «Сокращения…» – это перевод 2-томного трактата Х. Вольфа с дополнением элементами математического анализа. Значительная часть этой книги посвящена описанию механических устройств. Последняя

из названных книг в основном посвящена изложению статики (12 из 14 глав). В доказательствах теорем о равновесии машин автор пользуется принципом возможных перемещений, при описании равновесия нитей использует аппарат исчисления бесконечно малых, в последней главе излагается теория трения.

Десятью годами раньше в Петербурге были изданы книги «Арифметические предложения» (1764) и « Механические предложения» (1764) **Якова Павловича Козельского.** Яков Павлович был выпускником Киево-Могилянской академии (1750), петербургской академической гимназии и университета (1754). Его преподавательская деятельность началась в университете, но с начала 60-х гг. он был преподавателем математики и механики Инженерного и Артиллерийского кадетских корпусов, для которых и были изданы его книги.

Книга по механике охватывала не только статику, но и динамику. Пять первых глав книги были посвящены равновесию и движению твёрдых тел, равновесию на наклонной плоскости, описанию движения маятников, теории удара тел и другим теоретическим вопросам, а оставшиеся три главы – описанию принципов действия простых и сложных машин, а также свойствам трения. Следует отметить, что эта книга не была буквальным переводом какого-то одного автора. В предисловии Козельский пишет, что это его собственное сочинение, написанное по материалам книг Лакайля, Буге, Вольфа, Белидора, Озанама, Камю и Леопольда.

Михаил Евсеевич Головин родился в Архангельской губернии в крестьянской семье. Его матерью была сестра М.В. Ломоносова, который и поспособствовал поступлению Михаила в гимназию (1765), а потом и в университет. Математику ему преподавал сам Л. Эйлер, вскоре ставший его научным наставником. В 1776 г. Михаил Евсеевич был избран адъюнктом академии и занимал эту должность до 1786 г. (покинул академию в звании её почётного члена). М.Е. Головин был одним из ближайших помощников Эйлера и пропагандистом его творче-

ства. Он вёл запись рукописей статей и книг, которые ему диктовал ослепший учитель, переводил на русский язык и снабжал комментариями труды Эйлера («Морская наука»), Ж. Лаланда и других иностранных учёных, издал учебные пособия для народных училищ по арифметике, геометрии, механике («Руководство по механике» (1785)) и архитектуре. В последние годы своей короткой жизни (34 года) он работал в Петербургском главном народном училище, Учительской семинарии и в Комиссии по учреждению народных училищ.

Известным российским механиком, математиком, физиком был старший сын Л. Эйлера – **Иоганн Альбрехт Эйлер.** Иоганн-Альбрехт родился в 1734 г. в России, затем вместе с отцом переехал в Берлин, а в 1766 г. они вместе вернулись в Петербург. К этому времени он был уже известным учёным, автором многих статей, членом Берлинской академии наук, поэтому он был избран в состав Петербургской академии наук, а вскоре стал её конференц-секретарём. Круг научных интересов И.А. Эйлера был достаточно обширен, некоторые его работы были отмечены престижными премиями Петербургской академии наук (за работы по небесной механике) и зарубежных научных обществ. Он был одним из первых отечественных учёных, чьи заслуги были отмечены в 1786 г. государственной наградой – орденом Святого Владимира IV степени.

Знаменитым российским математиком и механиком был ещё один родственник Л. Эйлера, известный в России как **Николай Иванович Фусс** (Nicolaus Fuss), – муж одной из дочерей И.А. Эйлера (у него было 13 детей – внуков Л. Эйлера). Фусс родился в Базеле (Швейцария) в 1755 г., в 6 лет поступил в школу, а в 13 лет – в университет. В 1772 г. по просьбе своего университетского профессора и научного руководителя Д. Бернулли он выехал в Петербург для оказания помощи ослепшему Л. Эйлеру. Семнадцатилетний Фусс поселился в доме Эйлера и стал его секретарём: вел всю его обширную переписку, читал вслух математические статьи и книги, выполнял расчетные работы,

записывал тексты, которые ему диктовал его новой наставник. Но вскоре он начал и свою самостоятельную научную деятельность под руководством Л. Эйлера.

В 1774 г. Н. Фусс был избран адъюнктом (по классу математики) Академии, а в 1783 г. (за полгода до смерти Л. Эйлера) – действительным членом (академиком). В тот же год он получил место профессора математики в Сухопутном кадетском корпусе, а в 1796 г. получил такое же назначение и в Морской кадетский корпус. В 1799 г. Николай Иванович принял российское гражданство (Эйлер всегда оставался гражданином Швейцарии), а после смерти его тестя И.А. Эйлера (в 1800) занял его пост конференц-секретаря Петербургской академии наук. Далее (с 1826 по 1855 г. этот пост занимал его старший сын Павел Николаевич Фусс (1798–1855) – правнук (по материнской линии) Л. Эйлера).

Николай Иванович Фусс был автором большого двухтомного учебного пособия «Начальные основания чистой математики» (1810–1812) и многочисленных научных публикаций по механике, геометрии, тригонометрии, дифференциальным уравнениям. Он был членом многих европейских академий наук и научных обществ, занимал важные государственные должности (с 1810 по 1818 г. фактически был президентом Академии), как член разнообразных советов активно участвовал в реформировании Академии и всей системы российского образования.

Первоначальный проект появившегося в 1755 г. в Москве университета в составе философского, медицинского и юридического факультетов не предполагал преподавания в нём математических наук. Однако потребности преподавания физики вскоре вынудили пересмотреть первоначальные планы. В 1757 г. было принято решение начать на философском факультете преподавание курса прикладной математики с основами теоретической механики.

Для этой цели в Москву на должность адъюнкта был приглашён выпускник Геттингенского университета **Иоганн Иоахим**

Юлиус Рост (1726–1791), известный далее как профессор Иван Акимович Рост. И.А. Рост начал читать (на латинском языке) свой курс по учебнику, который одновременно содержал арифметику, геометрию, алгебру, тригонометрию, оптику, сферическую тригонометрию, астрономию, географию, общую механику, гидростатику, аэрометрию и архитектуру. Под механикой понималась только статика, элементы высшей математики отсутствовали, насущные проблемы механики того времени не обсуждались. Научных трудов по механике И.А. Рост не публиковал (его интересы были сосредоточены на коммерции).

В 1785 г. на кафедре прикладной математики начал работать выпускник Киевской духовной академии и философского факультета Московского университета **Михаил Иванович Панкевич** (1757–1812). После защиты в 1788 г. диссертации о гидравлических машинах Михаил Иванович стал магистром философии и свободных наук, а в 1791 г. сменил И.А. Роста на посту профессора кафедры прикладной математики. С приходом на кафедру Панкевича началось преподавание (на русском языке) математического анализа, а также больших курсов механики и гидравлики. После появления в университете (в 1804) физико-математического отделения Панкевич трижды избирался его деканом. В 1812 г. первый отечественный профессор механики Московского университета погиб в рядах ополченцев, оборонявших Москву от наполеоновских войск.

3.3. Российские механики XIX века

3.3.1. Реформа образования и академии

Значительные перемены в российском образовании и науке произошли по инициативе императора Александра I. В 1802 г. было организовано Министерство народного просвещения, в состав которого входило Главное правление училищ.

Первым министром (1802–1810) был граф Петр Васильевич Завадовский (1739–1812). Членами совета при Правлении были знаменитые учёные, организаторы образования, в число которых входили уже известные ученики Л. Эйлера академики Н.И. Фусс и С.Я. Румовский.Впервые в России была сформирована четкая система государственного (бесплатного) образования всех слоёв населения и сформулированы правила её функционирования. Как показали события следующих десятилетий, внедрение этой системы было осложнено многими трудностями («хотели как лучше, а получилось как всегда»).

Вся система российского образования делилась на 4 ступени: приходские училища, уездные училища, гимназии, университеты. В приходских училищах в течение года детей учили основам религии, чтению, письму и счёту. В уездных училищах (для мелких торговцев, ремесленников, зажиточных крестьян) в течение 2 лет осуществлялась подготовка к гимназии (закон Божий, арифметика, геометрия, грамматика, география, начальная физика и естествознание). В гимназиях в основном учились (4 года) дети дворянского сословия для подготовки к службе или поступлению в университет. Трёхлетняя учёба в университете позволяла получить высшее образование.

В соответствии с указом императора от 24 января 1803 г. «Об учреждении учебных округов, …» вся территория России делилась на шесть территориальных округов (Московский, Петербургский, Дерптский, Виленский, Казанский и Харьковский) под управлением существовавших и планируемых к открытию университетов. В губернских городах планировалось открытие университетов и гимназий, в уездных городах – уездных училищ. В Москве, Вильно (Вильнюс) и Дерпте (Тарту, Юрьев) уже были университеты, получившие в 1802 г. статус Императорских и солидные государственные субсидии (130 000 р. в год). В 1804 г. был открыт Императорский университет в Казани, в 1805 – в Харькове. В Петербурге в 1804 г. появился Педагогический институт, выросший из Учительской семинарии (существовав-

шей с 1786), Учительской гимназии (образованной в 1803), в 1819 г. ставший Петербургским Императорским университетом. Поначалу в его состав входило только три отделения: юридических и философских наук, исторических и словесных наук, математических и физических наук.

В 1835 г. управление системой образовательных заведений России было изменено. Количество образовательных округов было увеличено в два раза, а главой округа уже считался не попечитель из числа членов петербургского Правления училищ и не ректор университета, а назначаемый в центральной губернии чиновник (попечитель), которому подчинялись все учебные заведения его территории (в неё входило несколько соседних губерний), включая университеты. К 1915 г. количество образовательных округов было увеличено до 15.

Первым попечителем Казанского учебного округа был назначен академик С.Я. Румовский. Степан Яковлевич родился в 1734 г. в сельской семье священника (недалеко от г. Владимира). После окончания академической гимназии и университета он был оставлен в Академии в должности адъюнкта по классу астрономии. Представленная им работа («задача Кеплера») получила высокую оценку Л. Эйлера, и с 1754 по 1756 г. Румовский, по направлению Академии, учился у Эйлера в Берлине и жил в его доме.

После возвращения в Петербург его деятельность была очень разнообразной. В качестве профессора он преподавал математику и астрономию (небесную механику) в академическом университете (1760–1767), выезжал в далёкие астрономические экспедиции (1761–1769), заведовал географическим департаментом и астрономической обсерваторией академии (1766–1803), был инспектором Греческого кадетского корпуса (1776–1783), занимался подготовкой учителей навигации Морского кадетского корпуса (с 1798), в 1800–1803 гг. был вице–президентом Петербургской академии наук.

Как ученый С.Я. Румовский был автором около 50 статей и учебных пособий по математике («Сокращения математики»

(1760)), астрономии и небесной механике, был сторонником преподавания наук на русском языке и много внимания уделял переводам на русский язык сочинений Л. Эйлера и других учёных («Естественная история» Ж.Л.Л. Бюффона (1707–1788), летописи П.К. Тацита (ок. 55–ок. 120)).

В 1803 г., когда Румский был назначен попечителем Казанского учебного округа, в его состав входили Вятская, Казанская, Самарская, Саратовская, Симбирская, Астраханская губернии, Урал, вся Сибирь и Средняя Азия. Главной заботой С.Я. Румовского в этот период было создание Казанского университета: подготовка его устава, нахождения финансовых средств, помещений, создание материальной базы (включая библиотеку), подбор первых профессоров и преподавателей, организация приёма студентов. Первыми студентами Казанского университета в 1805 г. стали выпускники Казанской гимназии (в их числе и братья Лобочевские), находившейся в ведении Московского университета. Гимназия вошла в состав нового университета, поэтому его первыми профессорами стали преподаватели гимназии.

Реформа образования коснулась и Московского университета. В 1804 г. был принят новый Устав, появилось отделение (факультет) физических и математических наук, была провозглашена выборность профессоров, а управление университетом доверялось Учёному совету (в него входили наиболее уважаемые профессора) во главе с ректором. Первым деканом нового факультета и профессором кафедры прикладной математики был М.И. Панкевич. В 1812–1832 гг. курс прикладной математики вёл доктор прикладной математики, профессор Ф.И. Чумаков (1783–1837), а в 1832–1834 гг. – профессор (с 1836 по 1848 – декан, с 1848 по 1851 г. – ректор университета) Д.М. Перевощиков (1790–1880). В 1834 г. в Москву переехал Н.Д. Брашман (1796–1866), который через год был утверждён в должности профессора кафедры прикладной математики.

Первым попечителем Харьковского учебного округа и Харьковского университета, открытого императорским указом

(одновременно с Казанским университетом) в 1804 г., был граф С.О. Потоцкий (1762–1829). Как член совета при Правлении училищ он был противником открытия в Петербурге, где уже было много учебных заведений, нового университета и ратовал за открытие новых университетов на периферии империи. Первых профессоров для университета подбирал сам Потоцкий.

В соответствии с Уставом в состав университета были включены отделения физических и математических наук, словесных наук, нравственных и политических наук, врачебных и медицинских наук и 25 кафедр. Одним из первых профессоров университета стал математик Т.Ф. Осиповский (1766–1832). До 1813 г. Тимофей Фёдорович преподавал в Харьковском университете курсы математики и механики, позднее был известен как автор ряда трудов по математике и механике, в том числе перевода «Небесной механики» П.С. Лапласа. С 1813 по 1820 г. он был ректором Харьковского университета.

Виленский университет был одним из старейших в Европе. Как высшее учебное заведение он был узаконен в Вильне в 1579 г. В 1802 г. его структура была похожа на структуру других российских университетов, но это был самый богатый и многочисленный российский университет. Дерптский университет (с 1894 – Юрьевский) ведёт историю с 1662 г. В 1802 г. в его состав входили богословское, философское, врачебное и юридическое отделения. Физико-математический факультет был частью философского отделения. Устав Дерптского университета несколько отличался от таковых остальных российских университетов. Он предусматривал больше независимости от Министерства просвещения, но более жёсткую внутреннюю дисциплину для студентов и преподавателей, разрешал преподавание на немецком языке (это был язык большинства преподавателей и студентов), присуждение учёных степеней и званий. В 20-х гг. в нём был сильный преподавательский состав, что вскоре создало Дерптскому университету славу кузницы преподавательских кадров для многих российских вузов.

Кроме названных, в XIX в. были открыты университеты: Александровский (Турку, 1827), Киевский (им. Св. Владимира, 1834), Варшавский (1863), Новороссийский (Одесса, 1864), Сибирский (Томск, 1878). В середине XIX века в российских университетах обучалось более 3700 студентов. Ещё в 1764 г. в Петербурге был учрежден пансионат для девочек из благородных семей (позднее – Смольный институт). Подобные институты благородных девиц далее появились во многих городах (Москве, Казани, Харькове, Астрахани, Нижнем Новгороде, Одессе, Саратове, Оренбурге, Тифлисе, Киеве и др.). В конце века в России стали появляться Высшие женские курсы, в которых давалось хорошее, в том числе математическое, образование.

Специалистов технических, естественно-научных, сельскохозяйственных отраслей, для нужд коммерции, образования, медицины готовили институты. В 1809 г. в Петербурге был открыт Институт корпуса инженеров путей сообщения, в 1819 – Петербургское Главное инженерное училище (в 1855 г. стало Николаевской инженерной академией). В 1830 г. открыто Архитектурное училище, в 1832 – Технологический институт и Училище гражданских инженеров, в 1734 – Институт корпуса горных инженеров, в 1735 – Межевой институт. В 1814 г. в Москве была открыта духовная академия, а в 1868 – Московское техническое училище. Военное образование давали кадетские корпуса и академии.

В 1803 г. император Александр I утвердил новый «Регламент Императорской Академии Наук». Академия была передана в ведение Министерства просвещения. Из её состава были официально выведены уже не существовавшие университет и гимназия, все академики были распределены по двум классам: физико-математическому и историко-филологическому. У Академии появились новые печатные издания, был расширен штат академиков и членов-корреспондентов. В 20-х гг. Академия переехала в новое здание, в 30-х гг. в её состав входили Ботанический, Зоологический, Этнографический, Минералогический,

Азиатский, Египетский и Нумизматический музеи (некоторые позднее стали отделами Эрмитажа). В 1839 г. была открыта Пулковская астрономическая обсерватория. Следующие регламенты (устав, штаты) Академии были утверждены императором Николаем I в 1830 и 1836 гг.

3.3.2. Механики и математики Петербургской академии наук

Важный этап в развитии отечественной механики и математических наук начался с избрания в Академию наук М.В. Остроградского. **Михаил Васильевич Остроградский** родился 24 сентября 1801 г. в семье помещика Полтавской губернии. В 1809 г. его отдали учиться в Полтавскую гимназию, а в 1817 г. он стал студентом физико-математического факультета Харьковского университета.

Рис. 60. М.В. Остроградский

Отличные результаты учёбы позволяли ему окончить факультет со степенью кандидата наук и в 1820 г. «на отлично» сдать все необходимые экзамены. Однако за непосещение лекций

по богословию Совет университета усмотрел в его поведении «вольнодумство» и в следующем году он был лишен не только права стать кандидатом наук, но и аттестата об окончании университета. На это решение косвенно повлияло и то, что научным руководителем Михаила был ректор Т.Ф. Осиповский, к тому времени окончательно испортивший отношения с попечителем Харьковского учебного округа.

В 1820 г. ректор Т.Ф. Осиповский был уволен из университета, но продолжал поддерживать своего ученика и после переезда в Москву. По совету Тимофея Фёдоровича Остроградский решил продолжить образование в Париже. С 1822 по 1828 г. Михаил Васильевич учился в Сорбонне, ППШ, Коллеж де Франс. Он слушал лекции Лапласа, Коши, Фурье, Ампера, Пуансо, Бинэ, Пуассона, Лежандра, подружился со Штурмом. В 1826 г. он стал профессором коллежа Генриха IV и представил Парижской академии наук свою первую научную работу («О распространении волн в цилиндрическом бассейне»), получившую высокую оценку Коши.

В 1828 г. Михаил Васильевич вернулся в Россию, переехал в Петербург с репутацией перспективного ученого-математика. Эту репутацию поддерживал и помогал ему в обустройстве петербургский академик-математик Эдуард Давыдович Коллинз (1791–1840), известный как правнук Л. Эйлера (сын А.-Ш.У. Коллинз – дочери А.И. Эйлера), директор Петришуле, учитель математики будущего царя Александра II и наставник В.Я. Буняковского (1804–1889). Виктор Яковлевич Буняковский в 1820–1826 гг., как и Остроградский, учился в Париже и вскоре после возвращения в Петербург был избран в Академию.

В Петербурге М.В. Остроградский получил место преподавателя в Главном инженерном училище, в Институте корпуса инженеров путей сообщения и, при поддержке конференц-секретаря Академии П.Н. Фусса (ещё одного внука Л. Эйлера), был избран адъюнктом Петербургской академии наук по классу прикладной математики. Через два года он был избран экстраор-

динарным, а в 1831 г. – ординарным академиком (по прикладной математике) Петербургской (Императорской) академии наук.

Более 30 лет М.В. Остроградский вел активную научную, педагогическую и общественную деятельность. Он регулярно выступал на академических конференциях, ежегодно публиковал научные труды, тематика которых была достаточно разнообразной (дифференциальное и интегральное исчисление, вариационное исчисление, алгебра, дифференциальные уравнения, теория чисел, теория вероятностей, баллистика, аналитическая механика, теория упругости, гидромеханика), готовил отзывы и рецензии на присылаемые в Академию исследования и рукописи публикаций. Остроградский деятельно участвовал в разнообразных мероприятиях Академии: в чтении публичных лекций, во многих экспертизах и работе комиссий (по введению григорианского календаря, по астрономическому определению координат мест, по использованию электромагнитных сил для движения судов (проект Б.С. Якоби), по введению десятичной системы мер, весов и монет).

В разные годы Михаил Васильевич преподавал в Николаевской инженерной академии (и училище), Морском кадетском корпусе, Институте инженеров путей сообщения, Главном педагогическом институте, Главном артиллерийском училище и других учебных заведениях Петербурга. Он был назначен главным наблюдателем за преподаванием математики в военных учебных заведениях и учебных заведениях Корпуса инженеров путей сообщения. Как профессор он подготовил и издал несколько учебных пособий по аналитической механике, алгебре, геометрии, теории определённых интегралов. Общий список его публикаций включает более 100 наименований.

Михаил Васильевич был женат (с 1831), в его семье было трое детей (сын и две дочери), которых он очень любил. Он отличался высоким ростом, громким голосом, отличной памятью, был находчивым, интересным и остроумным собеседником, любил литературу (прекрасно владел русским, украинским и фран-

цузским языками). Во время второй поездки в Париж он, по неосторожности, потерял правый глаз. Учениками М.В. Остроградского считали себя известные российские ученые Н.П. Петров, И.А. Вышнеградский, А.Н. Тихомандрицкий, Е.И. Бейер, Д.М. Деларю, Е.Ф. Сабинин. Остроградский был почётным членом многих зарубежных академий наук (Американской, Римской, Парижской, Туринской) и почетным доктором нескольких университетов. Михаил Васильевич скончался в Полтаве 1 января 1862 г.

Очевидно, что на формирование научных интересов М.В. Остроградского повлияло знакомство с работами Эйлера, Даламбера, Лагранжа, его коллег и учеников, у которых он учился в Париже. К этому следует добавить, что в первой половине XIX в. уже издавалось достаточно много научных монографий и журналов, в которых публиковались статьи Гаусса, Пуассона, Гамильтона, Якоби и других его современников (Гамильтон и Якоби даже были младше его). Поэтому неудивительно, что большинство его работ были посвящены развитию идей и методов аналитической механики и связанных с ней разделов математических наук.

Одной из основ механики является закон параллелограмма сил. Со времён С. Стевина и Ж.П. Роберваля попытки доказательства этого закона предпринимали многие известные учёные: Х. Гюйгенс, П. Вариньон, И. Ньютон, Г.В. Лейбниц, П.С. Лаплас, С.Д. Пуассон и др. В «Лекциях по аналитической механике» М.В. Остроградский первым из отечественных механиков предложил свой вариант доказательства этого закона. После него свои доказательства предложили П.Л. Чебышев, В.Г. Имшенецкий, Н.Е. Жуковский, С.А. Чаплыгин, А.А. Фридман.

Основополагающим методом вывода уравнений движения и равновесия Лагранж считал принцип возможных перемещений. Он использовал этот принцип для систем с идеальными двусторонними связями. Михаил Васильевич расширил сферу применения этого принципа на случай односторонних нестационарных идеальных связей и даже неголономных связей.

Пользуясь своим методом (предложив своё определение возможного перемещения), он получил аналог уравнений Лагранжа первого рода и привёл решения нескольких конкретных задач (падение тяжёлой точки на внешнюю часть круглой поверхности, равновесие верёвочного многоугольника, гибкой нерастяжимой нити, несжимаемой жидкости).

Большой цикл работ Остроградского посвящён принципу наименьшего действия. Его предшественниками по формулировке и использованию этого принципа были Герон, П. Ферма, И. Бернулли, П. Мопертюи, Л. Эйлер, Ж.Л. Лагранж, У.Р. Гамильтон. Интегральный принцип стационарности и канонические уравнения движения, опубликованные Гамильтоном в 1834–1835 гг., неявно предполагали, что система точек либо свободна, либо наложенные на неё связи стационарны (система может быть и несвободна, но кинетическая энергия считается однородной функцией второго порядка обобщённых скоростей). В этих предположениях рассматривался и вопрос об интегрировании полученных уравнений динамики.

В 1836 г. К. Якоби опубликовал свой метод решения системы канонических уравнений, сводящийся к интегрированию одного уравнения в частных производных. Речь шла об описании свободных систем точек. В «Лекциях», изданных Якоби через шесть лет, он обобщил свой метод на случай несвободных механических систем, однако доказательство соответствующей теоремы не было опубликовано. В 1848 г. М.В. Остроградский (независимо от Якоби) опубликовал своё определение понятия вариации и обобщил метод Якоби на случай, когда на систему наложены нестационарные связи. Кроме этого, он рассмотрел вопрос о вариации интеграла от функции, содержащей производные любых порядков, и доказал свою теорему для общего типа уравнений движения. Традиционные уравнения динамики оказались частным случаем этих уравнений.

Свои методы М.В. Остроградский использовал для построения теории и решения практических задач по удару тел.

Его уравнения являются обобщением результатов Л. Карно для случая абсолютно неупругого удара двух тел. Исследования Пуассона по баллистике (движение сферического снаряда) получили продолжение и в творчестве Остроградского. Работы, начатые им по заданию артиллерийского ведомства, далее продолжили Н.В. Маиевский (создатель теории движения продолговатого снаряда), Н.А. Забудский, В.М. Трофимов, П.Л. Чебышев, Н.Е. Жуковский, С.А. Чаплыгин, А.Н. Крыллов.

Большой цикл работ М.В. Остроградского посвящен математическим проблемам. Важную роль в математической физике играет полученная им формула, позволяющая преобразовывать n-кратный определённый интеграл в $(n-1)$-кратный. При $n=3$ эта формула, называемая «формулой Гаусса–Остроградского», имеет вид

$$\iiint\limits_{(V)}\left(\frac{\partial P}{\partial x}+\frac{\partial Q}{\partial y}+\frac{\partial R}{\partial z}\right)dV=\iint\limits_{(S)}\left(P\cos(n,x)+Q\cos(n,y)+R\cos(n,z)\right)dS\ .$$

А при $n=2$ получаем формулу Остроградского:

$$\iint\limits_{(S)}\left(\frac{\partial Q}{\partial x}-\frac{\partial P}{\partial y}\right)dx\,dy=\int\limits_{(\Gamma)}\left(P\,dx+Q\,dy\right).$$

Михаил Васильевич опубликовал фундаментальные исследования по вариационному исчислению, по выводу уравнений распространения тепла в жидкостях (продолжил работы Фурье, Лапласа и Пуассона), по распространению волн в цилиндрическом бассейне, по теории притяжения, по теории колебаний упругих тел, по теории вероятностей.

Богатый педагогический опыт М.В. Остроградского нашёл отражение в его учебных изданиях, которыми долгие годы пользовались многие преподаватели и студенты российских вузов. В 1831 г. были изданы его курсы лекций по небесной механике, по дифференциальному исчислению, в 1837 г. появились «Лекции по аналитической механике», «Руководство к начальной геометрии». В отзыве на это «Руководство» философ-

материалист Н.Г. Чернышевский (1828–1889) написал, что эта книга не нуждается в рекомендациях, потому что на ней указано имя М.В. Остроградского.

Первый вариант «Лекций по аналитической механике» был написан по материалам лекций, которые Остроградский читал в 1834 г. в Институте инженеров путей сообщения. Аналогичный курс, который он читал в 1852 г. в Главном педагогическом институте, уже существенно отличался от предыдущего. Его новые «Лекции по аналитической механике», составленные на основе собственного педагогического опыта, классических работ Лагранжа, Фурье, Пуассона, Гамильтона, Якоби, имели большое значение для популяризации физико-математических наук в России. Своими учебными изданиями, исследованиями по математике, аналитической механике Михаил Васильевич Остроградский заложил основы российской школы механико-математических наук.

Рис. 61. Н.Д. Брашман

Важная роль в развитии отечественной механики, её преподавания в учебных заведениях принадлежит профессору Московского университета, члену-корреспонденту Петербургской

академии наук (с 1855) Н.Д. Брашману (1796–1866). **Николай Дмитриевич Брашман** родился в Чехии (в Моравии, недалеко от г. Брно) в купеческой семье, учился в Венском политехническом институте и в Венском университете. После окончания (в 1821) он был оставлен в университете в должности репетитора высшей математики, но вскоре переехал во Львов, а далее – в Петербург, в качестве домашнего учителя в семье князя С.М. Голицина. С 1824 г. он преподавал математику и физику в Петропавловском училище (Главном немецком училище св. Петра) и его научной покровительницей стала Евдокия Ивановна Голицина (1780–1850) – жена С.М. Голицина, любительница механики и математических наук, автор книги «Analyse des forces».

В марте 1825 г. Брашман получил назначение в Казанский университет в качестве адъюнкта физико-математических наук. В его обязанности входило преподавание чистой математики, сферической астрономии и механики. Лекции по механике он читал по конспектам Н.И. Лобачевского (декана физико-математического факультета, ставшего в 1827 г. ректором университета). Кроме преподавательской деятельности, он исполнял и некоторые административные поручения (надзирателя при гимназии, инспектора студентов). В Казани он приобрёл репутацию добросовестного сотрудника, отличного профессора и учёного. Это позволило ему в 1834 г. переехать в Москву. Он был избран экстраординарным, а на следующий год – ординарным профессором кафедры прикладной математики физико–математического факультета Московского университета. В этой должности, совмещая её с многочисленными служебными поручениями, он проработал до выхода в отставку (в 1864).

Главную часть курса прикладной математики, который Брашман читал почти 30 лет, составляла механика. Его теоретический курс был построен на книгах и статьях Лагранжа, Пуансо, Понселе, Остроградского и других его современников. При этом значительное внимание уделялось и чисто прикладным задачам теории машин, строительной механики, баллистики.

Как блестящий оратор и знаток механики, математических наук он вовлёк в круг своих научных интересов многих будущих отечественных ученых, профессоров вузов и заложил основы дальнейшего преподавания этих наук в Московском университете. При нём и по его инициативе в 1863 г. кафедра прикладной математики была переименована в кафедру теоретической и практической механики. После Н.Д. Брашмана кафедра теоретической и практической механики (с 1866) перешла профессору **Фёдору Алексеевичу Слуцкому.**

Научное наследие Н.Д. Брашмана составляет 26 трудов по геометрии («Курс аналитической геометрии», 1836, удостоен Демидовской премии), теории вероятностей, теории функций, дифференциальным уравнениям, оптике, гидравлике и механике («Теоретическая механика». Т. 1, 1859). Он был организатором и первым президентом Московского математического общества, инициатором издания «Математического сборника». Его учениками были П.Л. Чебышев (1821–1894), О.И. Сомов (1815–1876), А.С. Ершов (1818–1867), Ф.А. Слуцкий (1841–1897), М.Ф. Окатов (1829–1901), В.Я. Цингер (1836–1907), И.И. Рахманинов (1826–1893, будущий профессор Киевского университета).

Александр Степанович Ершов родился в Рязанской губернии в семье обедневшего дворянина. После окончания Рязанской гимназии, а затем физико-математического факультета Московского университета (1839) он был направлен в Петербург для продолжения образования в Технологическом институте и Институте корпуса инженеров путей сообщения. Дальнейшее образование он получил в Германии, Франции и Англии, где слушал лекции известных ученых (Ж.В. Понселе, А. Морена, Ж.Б. Беланже, Т. Оливье и других) в Парижском университете, Консерватории искусств и ремёсел, знакомился с организацией производства на текстильных предприятиях Лидса и Манчестера.

После возвращения в Москву он работал преподавателем математики и механики в 3-й Московской гимназии (с 1843), с 1844 г. начал преподавать механику в Московском университете.

После защиты магистерской диссертации (руководитель – Н.Д. Брашман) последовательно занимал должности доцента, адъюнкта, профессора кафедры начертательной геометрии и механики физико-математического факультета. После смерти Ершова практическую механику читал магистр чистой математики (позднее – профессор механики) **Фёдор Евплович Орлов** (1842–1892), создавший на факультете прекрасный кабинет механических моделей (для нужд курса ТММ).

А.С. Ершов известен как автор нескольких научных статей, диссертации «О воде как о двигателе» (1844) и первого отечественного учебника по ТММ «Основания кинематики или элементарное учение о движении вообще и о механизме машин в особенности (1854). С 1845 г. Ершов читал лекции (до 1854), был инспектором классов (1855–1859), директором (1859–1867) в Московском ремесленном учебном заведении и был одним из инициаторов преобразования этого учебного заведения в Императорское Московское техническое училище (ныне МГТУ им. Баумана). Им был составлен первый проект Устава будущего Высшего технического училища. Но этот Устав был утверждён только в 1868 г., уже после смерти А.С. Ершова.

Осип (Иосиф) Иванович Сомов родился 13 июня 1815 г. в селе Отрада Клинского уезда Московской губернии. В 1835 г. он окончил физико-математический факультет Московского университета со степенью кандидата и в 1835–1841 гг. преподавал в Московском коммерческом училище и Дворянском институте. В 1838 г. за работу «Теория определённых алгебраических уравнений высших степеней» он был удостоен Демидовской премии Петербургской академии наук. После защиты в 1841 г. магистерской диссертации (руководитель Н.Д. Брашман) О.И. Сомов переехал в Петербург, заняв должность адъюнкт-профессора Петербургского университета.

В 1847 г. он защитил докторскую диссертацию и был вторично награждён Демидовской премией. Но уже через три года он был снова удостоен этой премии за работу «Основания тео-

рии эллиптических функций». В 1852 г. Сомов был избран членом-корреспондентом, а в 1862 – ординарным академиком Петербургской академии наук. С 1856 г. он – ординарный профессор, с 1866 – почётный профессор Петербургского университета, в 1848–1869 гг. – профессор Института корпуса инженеров путей сообщения, в 1849–1862 гг. – профессор Института корпуса горных инженеров.

Рис. 62. И. И. Сомов

Большинство работ О.И. Сомова относится к математическому анализу и теоретической механике (к задаче движения тела около неподвижной точки, теории малых колебаний). Как один из основоположников векторного исчисления он был сторонником его использования в механике. В частности, в книге «Рациональная механика» (ч.1–2, 1872–1877) излагаются основы векторной алгебры и векторного анализа.

Достойным продолжателем научного наследия О.И. Сомова стал его сын – **Павел Иосифович (Осипович) Сомов** (1852–1919), выпускник Петербургского университета, работавший профессором многих петербургских и варшавских вузов. Основные работы П.О. Сомова были посвящены теории машин и

механизмов, векторному исчислению, винтовому исчислению и теоретической механике.

Одним из самых известных отечественных математиков и механиков XIX в. был **Пафнутий Львович Чебышёв.** Пафнутий родился 16 мая 1821 г. в с. Окатово Калужской губернии в семье дворянина, богатого землевладельца, участника войны 1812 г. и взятия Парижа (в 1814) Л.П. Чебышёва. В 1832 г. семья переехала в Москву. Начальное образование Пафнутий получил в семье, и его дальнейшее образование проходило под руководством лучших московских учителей, обучавших его на дому. В 1837 г. Пафнутий Львович начал изучение математики в Московском университете. Его наставником стал профессор Н.Д. Брашман. В 1841 г. Чебышёв окончил университет и, несмотря неожиданно возникшие в семье материальные трудности (отец был разорён), он продолжил занятия наукой и в 1846 г. защитил магистерскую диссертацию.

Рис. 63. П.Л. Чебышев

В следующем году он переехал в Петербург, где получил место адъюнкт-профессора Петербургского университета и вскоре подружился с В.Я. Буняковским, О.И. Сомовым и всей

его семьёй. Для получения права чтения лекций Чебышёву пришлось защитить ещё одну магистерскую диссертацию, а в 1850 г., после защиты в 1849 г. докторской диссертации «Теория сравнений», он получил должность профессора университета. В его обязанности входило чтение лекций по теории чисел, высшей алгебре, геометрии, теории эллиптических функций, теории вероятностей и практической механике.

Во время командировки в Великобританию, Францию и Бельгию (в 1852) Чебышёв познакомился со многими известными учеными (О. Коши, Ж. Лиувилль, Л. Фуко, Ш. Эрмит, Дж. Сильвестр, А. Кэли и другими), их трудами и получил новый импульс для творческого развития своих научных планов. И уже в следующем 1853 г. академики П.Н. Фусс, В.Я. Струве, Б.С. Якоби, В.Я. Буняковский представили П.Л. Чебышёва к избранию в адъюнкты Петербургской академии наук. Через три года он был избран экстраординарным академиком, а ещё через три года, по рекомендации академиков В.Я. Буняковского, М.В. Остроградского, Э.Х. Ленца, Б.С. Якоби, А.Я. Купера и О.В. Струве, – ординарным академиком.

Научное наследие П.Л. Чебышёва было весьма разнообразным, но наиболее выдающиеся результаты были получены в теории чисел, теории вероятностей, теории ортогональных многочленов, теории равномерных приближений, ТММ и математической теории синтеза механизмов. Важной особенностью его творчества было сочетание сугубо теоретических научных интересов с конкретными практическими задачами. К числу последних относились проблемы баллистики, проблемы создания разнообразных механизмов для преобразования движений (вращательного – в поступательное, вращательного – в другое вращательное, поступательного – во вращательное и другие).

После Крымской войны в российской артиллерии начался переход к использованию нарезных орудий и продолговатых снарядов. К решению новых баллистических проблем были привлечены ученые, в числе которых и П.Л. Чебышёв. Выпол-

няя это поручение, он получил приближённую формулу дальности полёта снаряда, спроектировал несколько типов снарядов и разработал методы интерполирования траекторий, позволившие создать таблицы стрельбы. За эти работы в 1859 г. Чебышев был награждён орденом, а в 1870 г. был избран почётным членом Артиллерийской академии (с 1867 он был членом Главного артиллерийского управления).

Интерес к проблемам ТММ появился у П.Л. Чебышёва после знакомства с работами Г. Монжа, Ж. Ашетта, А. Бетанкура, Х.М. Ланца, А. Гениво, Ж.В. Понселе, Р. Виллиса. Ближе к середине века на смену этим работам описательного содержания появились исследования Ф. Савари, Т. Оливье, М. Шаля, получившие название «кинематической геометрии». Основной вклад в ТММ (в механику) П.Л. Чебышёва состоит в конструировании новых механизмов и создании общих аналитических методов исследования механизмов на основе их научно обоснованной классификации.

Многие шарнирно-рычажные механизмы были предназначены для преобразования вращательного движения «кривошипа» в поступательное движение «ползуна». Подобные механизмы были важной частью паровых машин, широко использовавшихся в XIX в. Большинство изобретателей, включая Дж. Уатта, подбирали размеры частей своих механизмов эмпирически. Это приводило к значительным энергетическим потерям и частым поломкам механизмов из-за неизбежно возникающих в деталях машин внутренних напряжений, деформаций растяжения или сжатия.

В ТММ существуют две основные задачи: 1) анализ существующего механизма и 2) синтез (проектирование) нового механизма по заданным условиям его работы. К задачам анализа относятся определение геометрических параметров (траекторий точек), а также расчёт кинематических и динамических характеристик элементов механизма (линейных и угловых скоростей и ускорений, величин сил, моментов, давлений, включая динами-

ческие реакции пар). Задача синтеза значительно сложнее и важнее для практики. Как и задача анализа, она может быть геометрического, кинематического или динамического характера.

П.Л. Чебышёвым создано новое направление в синтезе механизмов, получившее название «метрического синтеза по Чебышеву». Его суть сводится к следующему: если механизм данного простейшего типа удовлетворяет поставленным условиям только приближённо, то необходимо подобрать его размеры так, чтобы наибольшая получаемая погрешность была наименьшей из всех возможных для механизмов данного типа. Решение этой задачи даёт созданная П.Л. Чебышёвым теория наилучшего приближения функций.

Многочисленные статьи и книги П.Л. Чебышева по теории чисел, по математическому анализу, по теории вероятностей, теории приближения функций, геометрии, ТММ принесли ему и российской науке мировую известность. Он изобрёл более 40 новых механизмов, во Всемирных выставках участвовали сконструированные им паровая машина (1876, Филадельфия), «стопоходящая машина» (1878, Париж), «самокатное кресло», «автоматический арифмометр», механизмы для сортировки зерна и преобразования движений (1893, Чикаго). Его ученики и последователи, среди которых были известные академики А.А. Марков, Н.Я. Сонин, А.М. Ляпунов, профессора петербургских вузов, составили знаменитую во второй половине XIX в. Петербургскую математическую школу П.Л. Чебышёва.

Пафнутий Львович Чебышёв работал в Петербургском университете до 1882 г., но научное творчество он не прерывал до самой кончины 8 декабря 1894 г. Его имя сейчас носят многие математические объекты (уравнение, неравенство, бином, функция, механизмы …), научные премии и награды, кратер на Луне, астероид, улицы многих российских городов. Почетный член 25 самых авторитетных в мире академий наук и научных обществ, он был удостоен нескольких российских орденов и французского ордена «Почётного легиона». Но ещё важнее то,

что его работы вошли в золотой фонд мировой науки и получили дальнейшее развитие в творчестве многих российских и зарубежных учёных XX в.

3.3.3. Механика в российских университетах и институтах

В XIX в. в России шёл бурный процесс организации высшего технического, педагогического, военного и сельскохозяйственного образования. В начале века был острый дефицит преподавательских кадров (математиков, механиков, физиков, преподавателей специальных дисциплин), который восполнялся приглашёнными зарубежными преподавателями и профессорами. Но уже к середине века в большинстве вузов работали отечественные профессора и учёные. Большинство вузов находилось в Петербурге, но постепенно новые институты, академии стали появляться в Москве и периферийных городах.

Наглядным примером является организация в 1809 г. в Петербурге Института корпуса инженеров путей сообщения. Институт был открыт на базе кадетского корпуса и предназначался для подготовки инженеров – будущих проектировщиков, строителей российских сухопутных дорог, водных путей и гидротехнических сооружений. Институт был закрытым полувоенным учебным заведением с восьмилетним сроком обучения (вместе с гимназическим этапом). Выпускникам присваивалось звание инженера путей сообщений и, в зависимости от результатов учёбы, присваивалось и воинское звание «поручик» (по первому разряду) или «подпоручик» (по второму разряду).

Первым генеральным инспектором Института был назначен известный испанский и французский учёный (автор одного из первых курсов ТММ), инженер-строитель, организатор заводов и учебных заведений генерал-лейтенант **Августин Августинович Бетанкур** (1758–1824). За годы жизни в России (1808–1824) А.А. Бетанкур участвовал в перестройке Тульского оружейного завода, в постройке «пушечного дома» в Казани,

гостиного двора Нижегородской ярмарки, первого моста через Неву, Исаакиевского собора, в обустройстве центральной набережной Петербурга и других проектах, занимал ряд ответственных государственных должностей.

Среди первых профессоров были два профессора чистой математики и два профессора прикладной и строительной математики. Одним из них был академик **В.И. Висковатов.** В числе первых преподавателей были французские инженеры – выпускники Парижской школы мостов и дорог, направленные в Петербург по договорённости между российским и французским императорами (Александром I и Наполеоном). Под руководством профессора П.И. Собко в институте была организована первая в России научно-учебная вузовская лаборатория механики. В последующие годы в институте работали многие известные ученые-механики. Так, в 1820–1830 гг. здесь работали знаменитые французские профессора-механики **Б.П.Э. Клайперон** (1799–1864) и **Г. Ламе** (1795–1870).

Университетский Устав 1803 г. предполагал открытие физико-математических отделений. В Московском университете, где уже были профессора математики и механики, в 1804 г. было открыто физико-математическое отделение с кафедрами чистой и прикладной математики, учебно-научные лаборатории, началась научная деятельность. Первым деканом и профессором механики нового факультета был назначен уже упоминавшийся М.И. Панкевич. После его гибели в 1812 г. курс механики в Московском университете читал выпускник университета, профессор и декан физико-математического отделения (1827–1830) **Фёдор Иванович Чумаков** (1783–1837). Его курс лекций был ориентирован на использование «Трактата механики» С.Д. Пуассона, который он перевёл на русский язык. Ф.И. Чумаков также известен как автор учебных пособий по механике, математике и как переводчик «Курса математики, изданного на французском языке Беллавенем для употребления в военных школах» в трёх частях (1817–1821).

После Ф.И. Чумакова в 1832–1833 гг. курс механики (прикладной математики) читал выпускник Казанского университета профессор **Дмитрий Матвеевич Перевощиков,** долгие годы исполнявший обязанности декана физико-математического факультета и ректора Московского университета. В своих лекциях по механике, опубликованных в «Учёных записках Московского университета» за 1934 г., Дмитрий Матвеевич использовал трактаты Лагранжа и Прони. В 30-х гг. был восстановлен (после разгрома в 1812 г.) и пополнен новыми моделями, приборами физический кабинет. В 1834 г. механику начал преподавать переехавший из Казани профессор Н.Д. Брашман.

В новых университетах (Казанском и Харьковском) процесс становления физико-математических факультетов растянулся на несколько лет. Так, в Казани первый профессор математики появился только в 1808 г. И им был учитель К.Ф. Гаусса профессор **Мартин Фёдорович Бартельс** (1769–1836). С 1808 по 1820 г. он преподавал в университете все математические дисциплины, астрономию и механику. Среди первых студентов Казанского университета – учеников Бартельса – оказались будущие научные знаменитости:

– **Н.И. Лобачевский** (1792–1856) – математик, создатель неевклидовой геометрии, будущий ректор Казанского университета;

– **И.М. Симонов** (1794–1855) – астроном, будущий член-корреспондент Академии наук, ректор Казанского университета;

– **Д.М. Перевощиков** (1788–1880) – астроном, математик, механик, будущий академик Петербургской академии наук и ректор Московского университета.

В 1820 г. М.Ф. Бартельс переехал в Дерптский университет, где создал научную школу по дифференциальной геометрии. В 1826 г. он был избран членом-корреспондентом Петербургской академии наук. А в Казанском университете его преемником стал Н.И. Лобачевский. Далее известными профессорами физико-математического факультета были **А.Ф. Попов** (1815–1879, ученик и преемник Н.И. Лобачевского, специалист по гид-

ростатике и гидродинамике, член-корреспондент Академии наук), **П.И. Котельников** (1809–1879, ученик М.Ф. Бартельса, В. Струве, Я. Штейнера и П.Г. Дирихле), **Ф.М. Суворов** (1845–1911), **А.В. Васильев** (1753–1929), **Д.М. Синцов** (1867–1946), **А.П. Котельников** (1865–1944).

Преподавание математических дисциплин в Харькове также началось с 1808 г., после приезда немецкого профессора астрономии Иоганна Сигизмунда Готфрида Гута (1763–?). Через два года И.С.Г. Гут переехал в Дерптский университет и кафедру чистой и прикладной математики занял профессор Т.Ф. Осиповский – будущий учитель М.В. Остроградского. В 1813 г., когда Осиповский был избран ректором университета, он передал кафедру своему ученику – Николаю Михеевичу Архангельскому, который был профессором этой кафедры до 1835 г. В 1816 г. **Н.М. Архангельский** перевёл на русский язык учебник «Основания механики» Л.Б. Франкера, по которому долгие годы велось преподавание механики. Им были сделаны также переводы статики С.Д. Пуассона, трудов Г. Прони и Л. Эйлера.

После 1835 г. механику в разные годы преподавали профессора **Н.Д. Дьяченко** (в 1835–1839), **Г.В. Гречина** (в 1839–1840), **И.Д. Соколов** (в 1840–1865) – один из талантливых учеников М.В. Остроградского. Григорий Власович Гречина перевёл с французского «Механику» С.Д. Пуассона, а Иван Дмитриевич Соколов был известен как автор нескольких статей и одного из первых отечественных учебников по аналитической механике – «Динамика. Ч.1; Ч.2» (1860, Харьков). В 1863 г. в Харьковском университете была создана отдельная кафедра механики (теоретической и практической) и её профессором был избран **Даниил Михайлович Деларю** (1811–1868). С 1872 по 1881 г. кафедру механики возглавлял **Василий Григорьевич Имшенецкий** (1832–1892), в 1885–1902 гг. – **Александр Михайлович Ляпунов** (1857–1918), а после 1902 г. – его выдающийся ученик Владимир Андреевич Стеклов (1864–1926).

Известным петербургским механиком был **Иван Алексеевич Вышнеградский** (1832–1895). Иван Андреевич родился 1 января 1832 г. в Вышнем Волочке. В 1845 г. окончил Тверскую духовную семинарию, в 1851 – физико-математический факультет Главного педагогического института (с серебряной медалью). В институте он изучал физику под руководством Э.Х. Ленца, математические науки – под руководством М.В. Остроградского. После института он преподавал математику в кадетском корпусе и продолжал научную работу под руководством М.В. Остроградского. Итогом научных исследований стала защита в 1854 г. в Петербургском университете магистерской диссертации («О движении системы материальных точек, определяемой полными дифференциальными уравнениями», оппонентами были П.Л. Чебышёв и О.И. Сомов). Далее (до 1859 г.) он работал преподавателем математики и механики в Михайловском артиллерийском училище и Артиллерийской академии.

Рис. 64. И.А. Вышнеградский

В 1859–1862 гг., как претендент на звание и должность профессора и в соответствии с традициями того времени, он был

в заграничной командировке (Германия, Франция, Бельгия, Великобритания) для пополнения своего научного багажа и установления научных связей. По возвращении в Петербург И.А. Вышнеградский был утверждён в должности профессора Артиллерийской академии и Технологического института. Иван Алексеевич был не только теоретиком, но и талантливым инженером-конструктором, предпринимателем, организатором и государственным деятелем. С 1869 г. он был членом правлений различных обществ (и стал миллионером), в 1875–1880 гг. – директором Петербургского технологического института, с 1886 – членом Государственного совета и Комитета финансов, с 1887 по 1892 г. – министром финансов. В 1888 г. И.А. Вышнееградский был избран почетным академиком Петербургской академии наук.

Своей педагогической деятельностью И.А. Вышнеградский стал главою целого поколения отечественных инженеров-машиностроителей. Среди его учеников можно назвать Н.П. Петрова (1836–1920) и В.Л. Кирпичева (1845–1913). **Николай Павлович Петров** в студенчестве был учеником М.В. Остроградского, но свою инженерную деятельность начал под руководством И.А. Вышнеградского. Николай Павлович известен как основоположник гидродинамической теории смазки, автор более 80 научных работ, профессор Петербургского технологического института (с 1871), лауреат Ломоносовской премии (1884), заместитель министра путей сообщения (с 1893), почетный член Петербургской академии наук (с 1894), Председатель Русского технического общества (1896–1905), член Государственного совета (с 1900), инженер-генерал-лейтенант. Он был удостоен многих научных и государственных наград и званий.

Выпускник Михайловской артиллерийской академии **Виктор Львович Кирпичев** известен как профессор Петербургского технологического (1870–1884) и Петербургского политехнического институтов (1903–1913), как основатель и первый директор Харьковского технологического института (1885–1898) и

Киевского политехнического института (1898–1902), как автор многих работ по теоретической механике, сопромату, строительной механике, ТММ и популяризатор механики. Его книги: «Основания графической статики» (1902), «Лишние неизвестные в строительной механике» (1903), «Беседы о механике» (1907) – неоднократно переиздавались.

Как учёный И.А. Вышнеградский считается основоположником отечественной школы теории автоматического регулирования. Известно, что первый автоматический регулятор был создан русским изобретателем И.И. Ползуновым для его «огнедействующей машины» (1765). Но это был регулятор поплавкового типа. Через 19 лет Дж. Уатт запатентовал свой центробежный регулятор, практическое действие которого было достаточно ненадёжным. Статические и динамические физико-математические модели, предложенные И.А. Вышнеградским, позволили понять и устранить многие дефекты центробежных регуляторов. Продолжателями этого направления исследований стали многие отечественные и зарубежные учёные: Н.Е. Жуковский (1847–1921), Я.И. Грдина (1871–1931), А.И. Сидоров (1866–1931), А. Стодола (1859–1942) и мн. др.

Известным российским специалистом по теоретической механике был **Василий Григорьевич Имшенецкий** (1832–1892). Василий Григорьевич родился в семье врача Ижевского оружейного завода Вятской губернии. После переезда семьи в Казань Василий учился в казанской гимназии и затем поступил на математическое отделение физико-математического факультета Казанского университета. После окончания в 1853 г. факультета (со степенью кандидата и золотой медалью) он был оставлен в его родной гимназии для работы в качестве преподавателя математических наук и продолжил начатую ещё в студенчестве научную деятельность под руководством тогда известного механика, математика и физика, профессора Александра Фёдоровича Попова. В 1860 г. В.Г. Имшенецкий был приглашен А.Ф. Поповым для чтения лекций по его кафедре, а

в 1862–1864 гг. был командирован за границу. В Парижском университете он слушал лекции по математической физике, теории упругости Габриеля Ламе (1795–1870), в Коллеж де Франс и Высшей нормальной школе – по теории потенциала, дифференциальным уравнениям и аналитической механике Жозефа Луи Франсуа Бертрана (1822–1900) и Жозефа Альфреда Серре (1819–1885) , в Политехнической школе – лекции Жозефа Лиувилля (1809–1882) и Жана Мари Констана Дюамеля (1797–1872).

Вскоре после возвращения в Казань Василий Григорьевич сдал магистерские экзамены, защитил диссертацию, которую писал во время парижской командировки, и был утвержден приват-доцентом кафедры математики Казанского университета. В 1868 г., после защиты докторской диссертации, он был утверждён в должности профессора, однако в 1871 г. был вынужден покинуть кафедру. В следующем году он получил приглашение занять должность профессора кафедры теоретической механики Харьковского университета. В этой должности В.Г. Имшенецкий состоял до переезда в 1882 г. в Петербург. Переезд был связан с тем, что в 1881 г., по инициативе академиков П.Л. Чебышёва, и В.Я. Буняковского, он был избран академиком Петербургской академии наук. В начале мая 1892 г. В.Г. Имшенецкий был назначен профессором Технологического института, но 5 июня 1892 г. он скоропостижно скончался.

Многие научные публикации В.Г. Имшенецкого относятся к небесной механике (он решил задачу Ж.Г. Дарбу (1842–1917) определения величины силы притяжения Солнца), интегрированию дифференциальных уравнений механики (Гамильтона. Гамильтона–Якоби), доказательству правила параллелограмма. Но не менее значительной была его педагогическая и организаторская деятельность по созданию математических обществ в Казанском и Харьковском университетах, по популяризации в России механики и математических наук.

Все выпускники физико-математического факультета Петербургского университета, учившиеся в конце XIX – начале

XX в., с уважением вспоминали профессора **Дмитрия Константиновича Бобылева** (1842–1917). Д.К. Бобылев родился в Харьковской губернии в генеральской семье, и отец мечтал видеть его офицером. Окончив в 1860 г. кадетский корпус, а затем Михайловскую артиллерийскую академию (1862), Дмитрий получил направление в гвардейскую конную артиллерию, но после 1864 г. отказался от продолжения военной карьеры. В 1866–1867 гг. на правах «вольного слушателя», он посещал лекции по математике и физике в Петербургском университете, сдал экзамены на степень кандидата и был оставлен для подготовки к профессорскому званию.

Рис. 65. Д.К. Бобылев

В 1871 г., после защиты первой диссертации (1870), Дмитрий Константинович получил должность приват-доцента, в 1873 г. стал магистром физики, а в 1876 – доцентом кафедры механики (после отставки О.И. Сомова). Но уже через два года он был избран экстраординарным профессором (одновременно и профессором механики Института путей сообщения), а в 1886 – ординарным профессором Петербургского университета. Д.К. Бобылев был талантливым педагогом, автором учебников

по теоретической механике, гидростатике, теории упругости. Особенно популярен был его «Курс аналитической механики» (Т.1–2. СПб., 1880–1884).

Как учёный-механик, член-корреспондент Петербургской академии наук, он был известен трудами по физике и гидродинамике: рассмотрел гидродинамическое давление жидкости; методом Кирхгофа получил решение задачи о давлении струйного потока на стенки обтекаемого клина, дал оригинальную формулировку теоремы живых сил для вязкой жидкости и обобщение теоремы Кориолиса на случай подвижной среды. Учениками и последователями Д.К. Бобылева были многие известные ученые и инженеры, наиболее знаменитыми из которых стали А.М. Ляпунов, И.В. Мещерский и Г.К. Суслов.

После переезда В.Г. Имшенецкого в Петербург кафедра механики Харьковского университета четыре года оставалась вакантной. В 1885 г. её занял **Александр Михайлович Ляпунов** (1857–1918).

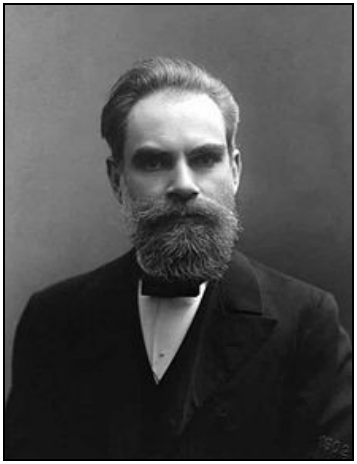


Рис. 66. А.М. Ляпунов

Дворянская семья Ляпуновых жила в Казани. Там отец Александра Михайловича окончил гимназию, затем (в 1839) фи-

зико-математический факультет Казанского университета (со степенью кандидата и серебряной медалью) и был оставлен в нём для работы в качестве преподавателя астрономии. В 1850 г. М.В. Ляпунов был назначен директором университетской астрономической обсерватории, но в 1855 г. он был вынужден покинуть университет. Семья переехала в Ярославль, Михаил Васильевич был назначен директором Демидовского лицея и всех училищ Ярославской губернии. Здесь в Ярославле и родился его старший сын Александр – будущий знаменитый математик и механик.

Начальное образование Александр и его братья получили в семье, а через два года после смерти отца (в 1868) семья переехала в Нижний Новгород, и Александр продолжил образование в Нижегородской гимназии. После окончания гимназии (в 1876, с золотой медалью) он стал студентом физико-математического факультета Петербургского университета. В студенческие годы А.М. Ляпунов слушал лекции Д.И. Менделеева (1834–1907), И.М. Сеченова (1829–1905), А.Н. Коркина (1737–1908), К.А. Поссе (1847–1928), Е.И. Золотарёва (1847–1878), но наибольшую роль в его судьбе сыграли П.Л. Чебышёв и Д.К. Бобылев, ставшие его научными руководителями.

В год окончания университета (1880) А.М. Ляпунов был удостоен золотой медали за работу по гидростатике (в 1881 г. она была опубликована в двух статьях) и по рекомендации научного руководителя Д.К. Бобылева был оставлен на кафедре механики для подготовки к профессорскому званию. В 1882 г., после сдачи Ляпуновым магистерских экзаменов, П.Л. Чебышёв предложил ему тему будущей магистерской диссертации – исследование эллипсоидальных форм равновесия вращающейся жидкости. Предложенная тема диссертации была продолжением исследований Клеро, Лиувилля, Римана, Томсона, Тэта, посвященных фигурам равновесия вращающейся жидкости. Магистранту предстояло установить, какие, кроме эллипсоида, возможны формы равновесия при увеличении угловой скорости вращения жидкости.

В 1884 г. состоялась защита диссертации «Об устойчивости эллипсоидальных форм равновесия вращающейся жидкости», и в следующем году А.М. Ляпунов был утверждён в должности приват-доцента Петербургского университета. Однако вскоре пришло предложение занять кафедру механики Харьковского университета, и он переехал в Харьков. В 1886 г. Александр Михайлович женился на Наталье Рафаиловне Сеченовой, которая приходилась ему двоюродной сестрой (была дочерью родной сестры его отца, которая была женой Р.М. Сеченова – старшего брата знаменитого физиолога И.М. Сеченова).

Харьковский период жизни А.М. Ляпунова оказался до предела заполненным научной и преподавательской деятельностью. До 1890 г. ему пришлось читать все лекционные курсы и вести все практические занятия кафедры механики. Но, несмотря на очевидную учебную перегрузку, он не мог прервать свою научную деятельность. Опубликовав серию статей по устойчивости движения механических систем, теории потенциала и движению твёрдого тела в жидкости, в сентябре 1892 г. он защитил в Московском университете докторскую диссертацию «Общая задача об устойчивости движения» (оппонентами были профессора Н.Е. Жуковский и Б.К. Млодзеевский).

После защиты диссертации Александр Михайлович получил (в 1893) должность ординарного профессора Харьковского университета. В декабре 1900 г. Петербургская академия наук избрала А.М. Ляпунова членом-корреспондентом. А через год, после избрания его в мае 1902 г. ординарным академиком по кафедре прикладной математики, остававшейся вакантной после смерти П.Л. Чебышёва, Александр Михайлович переехал в Петербург. Здесь 45-летний академик отказался от преподавательской деятельности и полностью посвятил себя науке. Летом 1917 г. Ляпуновы вынужденно переехали в Одессу (у жены Александра Михайловича было тяжелое заболевание лёгких), и осенью 1918 г. Ляпунов начал читать лекции в Новороссийском (Одесском) университете. Но переезд не дал желаемого резуль-

тата. В последний день октября 1918 г. жена скончалась, а через три дня Александр Михайлович покончил жизнь самоубийством.

А.М. Ляпунов был автором работ по гидромеханике, теории вероятностей, но мировую известность он приобрёл как основоположник теории устойчивости движения. Его идейными предшественниками по задачам, критериям и методам исследования устойчивости были Э. Торричелли, И. Ньютон, К. Маклорен, А. Клеро, Ж.Л. Даламбер, Л. Эйлер, Ж.Л. Лагранж, Л. Пуансо, С.Д. Пуассон, Г.П. Лежен–Дирихле, О.И. Сомов, И.А. Вышнеградский и многие другие ученые XVIII–XIX вв. Ближе всех к исследованиям Ляпунова были публикации английского механика Э.Дж. Рауса (Routh, 1831–1912), Н.Е. Жуковского (1847–1921) и французского учёного А. Пуанкаре (1854–1912). Однако первое точное, ставшее общепризнанным определение понятия устойчивости и два метода исследования дифференциальных уравнений на устойчивость были предложены А.М. Ляпуновым. Его докторская диссертация «Общая задача об устойчивости движения» в 1892 г. была опубликована в Харькове и позднее переиздавалась зарубежными издательствами на французском, английском и немецком языках.

А.М. Ляпунов ещё при жизни стал известным учёным. Кроме Петербургской академии наук он состоял почётным членом многих научных обществ, академий, университетов. Созданная им теория устойчивости в следующем XX в. получила бурное теоретическое развитие и дала огромное количество практических приложений, связанных с появлением и развитием новых отраслей военной и гражданской техники (космонавтики, авиации, автомобильного, железнодорожного и водного транспорта). Сейчас теория устойчивости является неотъемлемой частью современного физико-математического образования.

Важную роль в истории отечественной механики сыграл **Николай Егорович Жуковский.** Он родился 17 января 1847 г. во Владимирской губернии в потомственной семье военных. Отец был военным инженером-путейцем, дед был русским офи-

цером – участником войны 1812 г. Рано научившийся читать, Николай увлекался чтением книг Чарльза Диккенса, Вальтера Скотта, Жюля Верна. В 1864 г. он окончил четвёртую Московскую гимназию (с серебряной медалью) и стал студентом физико-математического факультета Московского университета. Здесь Николай Егорович слушал лекции профессоров-механиков Ф.А. Слудского и В.Я. Цингера, определивших его первые научные интересы и о которых он позднее вспоминал с неизменной теплотой и благодарностью.

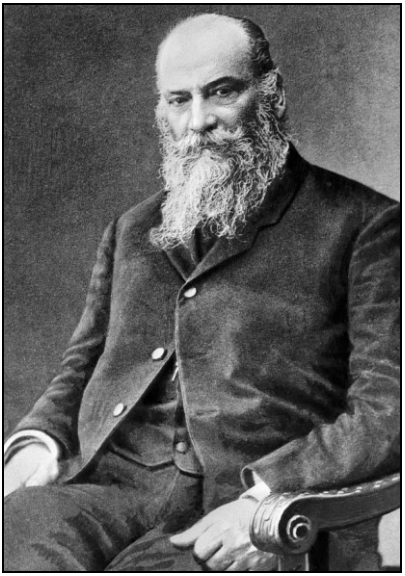


Рис. 67. Н.Е. Жуковский

В 1868 г. Жуковский окончил университет по специальности «прикладная математика» и пытался продолжить образование в Петербургском институте путей сообщения (где ранее учился его отец). Но по состоянию здоровья и некоторым другим обстоятельствам вынужден был вернуться в Москву. С 1870 г. он работал преподавателем физики во второй женской гимназии, сдал магистерские экзамены и с 1872 г. преподавал

математику и механику в Высшем техническом училище (МВТУ) и Московской академии коммерческих наук. Через два года (в 1874) он получил должность доцента кафедры аналитической механики МВТУ, а в 1877 г., после защиты магистерской диссертации («Кинематика жидкого тела», 1876), получил возможность пройти стажировку в Париже, где он познакомился с уже известными учеными А.Э. Резалем (1828–1896), М. Леви (1838–1910), Ж.Г. Дарбу (1842–1917) и, тогда ещё молодым математиком, А. Пуанкаре (1854–1912). В 1879 г. Жуковский стал сверхштатным профессором кафедры механики МВТУ.

В 1882 г. Николай Егорович защитил докторскую диссертацию («О прочности движения»). Под «прочностью» понималось понятие, близкое современному – «устойчивость». С 1885 г. он начал преподавать гидромеханику в Московском университете (с 1886 – как экстраординарный, далее – ординарный профессор кафедры прикладной механики), с той поры вся его дальнейшая педагогическая деятельность была связана с Московским университетом и МВТУ. По итогам преподавания механики Н.Е. Жуковский подготовил «Курс теоретической механики» и сборник задач по механике, которые первоначально издавались литографическим образом, а позднее – типографским.

Круг научных интересов Н.Е. Жуковского был очень обширен. За период 1862–1890 гг. им было опубликовано 36 работ по механике, астрономии и математике. Это теоретические исследования и практические задачи, посвящённые удару тел, равновесию гибкой нити, принципу наименьшего действия, устойчивости движения, уравнениям Гамильтона–Якоби, ТММ, публикации по теории гироскопов и динамике тела, вращающегося около неподвижной точки, кинематике жидкостей, движению тел с полостями, наполненными жидкостью, гидравлическому удару в водопроводных трубах, гидродинамической теории трения, движению вязкой жидкости, теории движения подпочвенных жидкостей, вихревой теории гребного винта, аэродинамике, по актуальным проблемам науки, техники и исто-

рии механики. Николай Егорович часто выступал с докладами как перед любителями наук, так и на заседаниях научных и технических обществ. В 1894 г. он был избран членом-корреспондентом Петербургской академии наук, но в 1900 г. отказался от чести быть избранным в академики (по существовавшим тогда порядкам академику надлежало жить в Санкт-Петербурге).

В конце XIX в. многие изобретатели и учёные были увлечены идеей создания летательных аппаратов. Уже была разработана принципиальная схема планера (Дж. Кейли, 1799), существовали действующие модели простейших самолётов (в том числе с двигателем внутреннего сгорания), учёные пользовались такими понятиями, как «подъёмная сила», «лобовое сопротивление», пытались понять природу этих сил и способы их нахождения. В 1866 г. было создано Королевское навигационное общество Великобритании, в 1871 г. Ф.Г. Венхеном была построена первая аэродинамическая труба. Среди многочисленных энтузиастов-авиаторов был и известный русский инженер, контр-адмирал А.Ф. Можайский (1825–1890). Его самолет (с двумя паровыми двигателями) в 1882 г. оторвался от земли, но вскоре рухнул на крыло.

С конца 80-х гг. XIX в. в механическом кабинете Московского университета Н.Е. Жуковский и его единомышленники начали работы по исследованию проблем воздухоплавания. В 1890 г. Николай Егорович выступил на VIII съезде естествоиспытателей и врачей с докладом «О теории летания». Далее на заседании «Общества любителей естествознания» был сделан доклад «О летательном аппарате О. Лилиенталя», а в 1891 г. опубликована статья «О парении птиц», в которой была доказана теоретическая возможность осуществления «мёртвой петли» и других фигур высшего пилотажа. В механическом кабинете под руководством Н.Е. Жуковского его сотрудники, студенты строили модели летающих аппаратов (игрушек, змеев, планеров, самолётов), проводили опыты по определению сопротивления воздуха (при падении тел).

В 1902 г. на средства и в имении Дмитрия Павловича Рябушинского (1882–1962) (Кучино, под Москвой) была построена первая аэродинамическая труба, а в 1904 г. там начал работу первый в мире Аэродинамический институт (предшественник ЦАГИ). В 1906 г. аэродинамическая труба появилась в МВТУ, а в 1909 – в университете.

Одновременно с разнообразной организационной работой в 1904–1911 гг. Николай Егорович заложил теоретические основы авиации. Он решил основную задачу аэродинамики того периода (нашёл величину подъёмной силы крыла), построил ряд профилей и исследовал их аэродинамические свойства. С 1912 г. появились работы по вихревой теории воздушного гребного винта (пропеллера). Жуковский дал предложения по наиболее разумной форме лопасти винта (она должна напоминать форму крыла) и предложил метод расчёта величины силы тяги, развиваемой винтом.

С 1909 г. в МВТУ Жуковский начал читать первый в мире курс лекций по теории воздухоплавания, который позднее был издан и даже переведён на французский язык. В следующем году в МВТУ была открыта аэродинамическая лаборатория и организовано Московское общество воздухоплавателей. В 1918 г. под руководством Н.Е. Жуковского был создан Центральный аэрогидродинамический институт (ЦАГИ). В деятельности этих организаций Жуковский, его многочисленные коллеги и ученики (С.А. Чаплыгин, А.Н. Туполев, Б.С. Стечкин, А.А. Архангельский, В.П. Ветчинкин, Г.Х. Сабинин, Б.Н. Юрьев, Л.С. Лейбензон) принимали самое деятельное участие.

За многолетнюю творческую и педагогическую деятельность Н.Е. Жуковский неоднократно награждался государственными наградами, был почётным членом многих научных обществ. Его именем названы: город Жуковский в Московской области, улицы многих городов, мемориальный дом-музей, ЦАГИ, Военно-воздушная инженерная академия, кратер на Луне, кафедра механики в МГТУ им. Баумана, научные стипендии,

премии и медали, о нём снято три фильма и написано несколько научно-биографических книг.

В России, как и во многих других странах, долгие годы существовали запреты на образование для женщин. В конце XIX в. эти запреты перестали быть абсолютными. В столице и некоторых других городах существовали женские курсы, специальные школы, женские пансионаты, училища, гимназии, институты, но они не могли удовлетворить запросы всех желающих, к тому же женщины не имели возможности учиться в университетах, гражданских и, уж тем более, в военных учебных заведениях.

Одним из сторонников и инициаторов развития женского образования в России был Николай Алексеевич Вышнеградский (1821–1872) – старший брат академика И.А. Вышнеградского, профессор Главного педагогического института, Павловского женского института и директор Мариинского женского училища (с 1858). Н.А. Вышнеградский составил на имя министра просвещения Представление – обоснование необходимости развития женского образования, открытия женских училищ. В итоге был издан императорский указ (5 марта 1856) Александра II о разработке уставов и открытии в губернских городах женских училищ 1-го и 2-го разрядов (приближенных к гимназиям). С 1872 г. в России стали открываться частные (платные) женские гимназии, а в 1878 г. в Петербурге были открыты Бестужевские женские курсы, которые иногда считают первым российским университетом для женщин (в год открытия в нём было около 800 девушек). И тем не менее, для получения желаемого образования многие российские женщины были вынуждены ехать за границу.

Так поступила и **Софья Васильевна Ковалевская.** Софья Васильевна родилась в Москве 15 января 1850 г. Её отец Василий Васильевич Корвин-Круковский (1803–1875) был потомственным русским офицером, генерал-лейтенантом артиллерии, выходцем из дворянской фамилии польского происхождения.

Мать – Елизавета Фёдоровна Шуберт (1820–1879) имела немецкие корни, получила блестящее музыкальное и общее образование (владела четырьмя европейскими языками). Она была дочерью знаменитого генерала от инфантерии, почётного члена Петербургской академии наук (ученого-геодезиста) Ф.Ф. Шуберта (1789–1865) и внучкой не менее знаменитого астронома, математика, геодезиста, академика Петербургской академии наук Ф.И. Шуберта (1758–1825).

Рис. 68. С.В. Ковалевская

С 1858 г. семья жила в большом барском доме имения Палибино (ныне Великолукский район Псковской области). Софья была младшей дочерью в семье Корин-Круковских. Её старший брат умер в младенчестве, старшая сестра Анна (1843–1887, в замужестве – Anna Jaclard) стала писательницей и революционеркой (участницей Парижской коммуны). О судьбе младшего брата Фёдора (1855–1920) известно, что он стал чиновником, утратив отцовское имение и наследство, приветствовал Октябрьскую революцию и скончался в Петербурге в полной нищете. Начальное образование Анна, Софья и Фёдор получили в

родительском доме в Палибино, где их учителем был И.И. Малевич.

В 1866 г. Софья, вместе с матерью и старшей сестрой, впервые побывала за границей (в Швейцарии). После возвращения (в 1867) в Россию они поселились в Петербурге, где сёстры познакомилась с Ф.М. Достоевским, а Соня продолжила заниматься математикой (аналитической геометрией и математическим анализом) под руководством выпускника Николаевской морской академии, преподавателя математических наук Морского училища и женских педагогических курсов А.Н. Страннолюбского (1839–1903). Обе сестры мечтали получить высшее образование. Но тогда это можно было сделать только в заграничном университете. Для выезда за границу незамужняя женщина должна была иметь разрешение отца, а замужняя – согласие мужа.

По каким-то соображениям сёстры решили не спрашивать разрешения отца (хотя он был достаточно образованным и любящим отцом), а избрать второй путь. Было решено, что Анна заключит фиктивный брак с их знакомым Владимиром Онуфриевичем Ковалевским (1842–1883). Владимир Онуфриевич получил хорошее образование в Петербурге (знал несколько иностранных языков), занимался издательским бизнесом, а его имение было недалеко от Палибино. Ковалевский тоже мечтал поехать за границу и согласился заключить фиктивный брак, но в качестве невесты выбрал Софью. В 1868 г. отец с большим трудом дал согласие на брак Сони (жених ему не понравился) и она вместе с мужем выехала в Вену, а оттуда в Германию.

Следующие два года Соня посещала лекции Г. Гельмгольца, Г. Кирхгофа, П.Д.Г. Дюбуа-Реймона (1831–1889) и Л. Кенигсбергера (1837–1921) в Гейдельбергском университете, а в 1870 г. они с мужем переехали в Берлин, где работал знаменитый математик Карл Вейершрасс (1815–1897). Вскоре выяснилось, что Берлинский университет не принимает женщин, поэтому можно было рассчитывать только на частные уроки профессора. Пона-

чалу Вейерштрасс к этой идее отнёсся без энтузиазма, но, устроив будущей ученице строгий экзамен, был удивлён её талантами, образованностью и согласился. Общение с выдающимся учёным оказалось очень плодотворным для Софьи Васильевны. Сначала она встречалась с учителем два раза в неделю, но далее они встречались по мере необходимости и часто обменивались письмами. Вскоре Вейерштрасс проникся к юной очаровательной и очень талантливой ученице самыми искренними симпатиями. О её успехах он сообщал всем своим коллегам и ученикам, среди которых было много известных учёных-математиков.

В 1870–1873 гг. С.В. Ковалевская встречалась с сестрой (в Париже участвовала в Коммуне), с родителями (в Швейцарии), с подругами Е.Ф. Литвиновой, Ю.В. Лермонтовой, А.М. Евреиновой (в Германии, Швейцарии), которые также покинули Россию ради получения образования (в университете и политехническом институте г. Цюриха не было запретов для обучения женщин). И все эти годы она упорно занималась математикой, опубликовала несколько статей, которые вылились в диссертацию (тема была предложена Вейерштрассом – «К теории дифференциальных уравнений»), и в 1874 г. (по просьбе Вейерштрасса – заочно и без экзаменов) ей была присуждена учёная степень доктора философии Геттингенского университета («с высшей похвалой»!). Основу диссертации составляли три статьи: « К теории уравнений в частных производных», «Дополнения и замечания к исследованию Лапласа о форме кольца Сатурна», «О приведении одного класса абелевых интегралов третьего ранга к интегралам эллиптическим».

Муж Софьи Васильевны – Владимир Онуфриевич – был не только всесторонне образованным, но и удивительно активным, переполненным идеями и планами человеком. Он увлекался не только политической и революционной деятельностью, но и палеонтологией, геологией, биологическими науками, вместе с Софьей Васильевной побывал в Лондоне, где встречался с Ч. Дарвиным. Вместе с женой участвовал в Парижской комму-

не, сдал экзамен в Йенском университете, в 1872 г. получил степень доктора философии по классу биологических наук, совершил длительное путешествие по городам Австрии, Германии, Швейцарии, Франции, Италии.

В 1874 г. Ковалевские решили вернуться в Россию, в Петербург, где провели следующие шесть лет. В Петербурге они вращались в кругу учёных и писателей (Д.И. Менделеев (1834–1907), П.Л. Чебышёв, И.В. Сеченов (1829–1905), А.М. Бутлеров (1828–1886), И.С. Тургенев (1818–1883), Ф.М. Достоевский (1821–1881) и др.). Софья пыталась найти работу преподавателя математики в университете, но ей это не удалось (даже несмотря на поддержку академика Чебышёва). В семье начались материальные трудности. Она вынуждена была приостановить свои математические исследования, начала литературную деятельность, вместе с мужем стала сотрудничать с газетой «Новое время», публикуя в ней театральные рецензии и научные обзоры (об использовании солнечной энергии, оптики, печатных машинок, о перспективах воздухоплавания, «говорящего телеграфа» (телефона), о процессе брожения, сущности ферментов, зарождения жизни).

В 1875 г. умер её отец, но оставленное им наследство не смогло поправить возникшие в семье финансовые проблемы. В 1878 г. в семье Ковалевских родилась дочь, которую назвали в честь матери Соней, а в следующем году умерла мать Софьи Васильевны. Стремясь обеспечить материальное положение семьи, Владимир Онуфриевич, начиная с 1875 г., предпринимал безуспешные попытки получить место доцента в Санкт-Петербургском университете, участвовал в некоторых сделках сомнительного содержания, в 1879 г. получил ложное обвинение в шпионской деятельности, его положение с каждым годом только усложнялось. В 1880 г. семья переехала в Москву, и в 1881 г. В.О. Ковалевский получил место доцента кафедры геологии и палеонтологии Московского университета. Однако нарастающие суммы долгов, разлад в семейных отношениях при-

вели его в безысходное состояние, и весной 1883 г. он покончил жизнь самоубийством.

В 1875 г. переписка С.В. Ковалевской и К. Вейерштрасса прервалась на три года, но уже с осени 1878 г. она возобновилась с новой силой. Учитель писал о своих житейских бедах и научных планах, предлагал новые задачи, приглашал приехать в Берлин, и это воскресило в ней былой интерес к математическим проблемам. В 1880–1883 гг. Ковалевская сделала ещё одну попытку получить место преподавателя (получила отказ из Московского университета), успешно выступила с докладом на математической секции VI съезда естествоиспытателей и врачей в Петербурге, несколько раз выезжала в Берлин (к Вейерштрассу) и в Париж (к сестре Анне, к подруге – М.В. Янковской).

На съезде естествоиспытателей в январе 1880 г. С.В. Ковалевская встретилась с учеником Вейерштрасса профессором Гельсингфорсского университета Магнусом Густавом Миттаг-Леффлером (1846–1927) – одним из наиболее известных математиков своего времени, уважаемым профессором и крупным организатором науки. Это была их вторая встреча. До этого они встречались в Санкт-Петербурге, куда Миттаг-Леффлер приезжал по поручению Вейерштрасса. И уже тогда он был восхищён её природными талантами и красотой. С той поры началась их постоянная переписка.

В одном из писем своему другу профессору-математику Мальмстену Миттаг-Леффлер писал: «*Как женщина она очаровательна. Она красива, и когда говорит, ее лицо озаряется выражением женственной доброты и высокой интеллектуальности, которые не могут не вызвать восхищения. Ее манеры просты и естественны, без какого-либо педантизма или аффектированной учености... Как ученая она отличается редкой ясностью и точностью выражений и исключительно быстрой сообразительностью. Нетрудно убедиться в глубине, какой она достигла в своих занятиях, и я вполне понимаю, что Вейерштрасс считает ее лучшим из своих учеников*».

Во время встречи в 1881 г. с Вейерштрассом Миттаг-Леффлер высказал ему мысль о возможном приглашении С.В. Ковалевской для работы в должности доцента или профессора математического отделения нового университета в Стокгольме, в котором Миттаг-Леффлеру была предложена должность заведующего кафедрой. Далее эту идею Миттаг-Леффлер обсуждал в переписке с Ковалевской и получил её принципиальное согласие (с просьбой не торопить события). Но в 1883 г. ситуация резко изменилась. Софья Васильевна тяжело пережила смерть мужа (эта весть настигла её в Париже). Вернувшись в Москву, добилась (через суд) его реабилитации, в сентябре она выступила на VII съезде естествоиспытателей и врачей (в Одессе) с докладом «О преломлении света в кристаллах» и уже в ноябре выехала в Стокгольм.

Появление в Стокгольмском университете (Высшей школе) женщины-доцента стало событием не только для Швеции, но и для всей Европы. В первом семестре 1884 г. ей предстояло прочитать (на немецком языке) факультативный спецкурс по теории уравнений в частных производных. Это был её первый педагогический опыт, который осложнялся тем, что немецкий язык она знала хуже французского. Но, вопреки опасениям, весь семестр прошел благополучно, студенты поблагодарили её за интересные лекции, и со следующего семестра С.В. Ковалевская стала официальным профессором кафедры математики (с ней был заключен пятилетний контракт на работу в качестве профессора).

За восемь лет работы в Стокгольмском университете С.В. Ковалевская прочла 12 курсов лекций: по теории уравнений с частными производными, об алгебраических, абелевых и эллиптических функциях (по Вейерштрассу), по теории движения твердого тела (1886/87), о кривых, определяемых дифференциальными уравнениями (по Пуанкаре, 1887/88); по приложению анализа к теории чисел и др. По просьбе заведующего

кафедрой, все свои лекции Софья Васильевна представляла ему (до выступления) в письменном виде.

Кроме учебной работы, С.В. Ковалевская вела активную научную, литературную и общественную деятельность. Она стала членом редколлегии созданного Митттаг-Лефлером в 1882 г. международного научного журнала «Acta mathematica». В этой роли она редактировала статьи, вела переписку с авторами, участвовала в поиске источников финансирования журнала, в учреждении научной премии и золотой медали имени короля Швеции за выдающиеся работы по высшему математическому анализу. Софья Васильевна стала главным помощником Миттаг-Леффлера в претворении его разнообразных амбициозных планов. Много внимания она уделяла и участию в деятельности женских и других общественных объединений Стокгольма.

Летом 1885 г. в Высшей школе скончался профессор механики и Ковалевской, в дополнение к её математической нагрузке, было поручено чтение лекций по теоретической механике. Интерес к математическим проблемам механики у Софьи Васильевны был и раньше, но задача о вращении тела около неподвижной точки, результаты Л. Эйлера, Ж.Л. Лагранжа привлекли её особое внимание. Будучи в Париже (летом 1886), она рассказала о своих достижениях в решении этой задачи своим французским коллегам Ш. Эрмиту (1822–1901), Ж.Л.Ф. Бертрану (1822–1900), М.Э.К. Жордану (1838–1922) и Ж.Г. Дарбу (1842–1917). Интерес парижских академиков был связан с тем, что Институт Франции планировал объявить конкурс на решение этой задачи, а им как членам жюри предстояло определить победителя.

Весь 1887 г. оказался очень напряжённым и тяжёлым. Софья Васильевна была занята чтением лекций, задачей о вращении твёрдого тела около неподвижной точки, писала новые литературные сочинения, письма, занималась организационной деятельностью. Осенью в Париже умерла старшая сестра Анна.

В 1888 г. в очередной раз (за 50 лет с момента первого объявления) был объявлен конкурс на соискание медали и премии

Бордена. Шарль Лоран Борден был нотариусом и любителем наук. В 1835 г. он завещал Институту Франции ренту в 15 000 франков, которая должна была распределяться поровну между пятью академиями Франции для награждения победителей научных конкурсов. Темы конкурсных работ, согласно завещанию Бордена, должны были иметь целью общественные интересы, благо Человечества, прогресс науки и национальную честь. Темой математического конкурса была – «За усовершенствование в каком-нибудь важном пункте теории движения твёрдого тела».

К осени на конкурс было представлено 15 работ, а в декабре был объявлен победитель – С.В. Ковалевская. Премия и медаль были вручены неизменным секретарём Академии Ж.Л.Ф. Бертраном в торжественной обстановке на заседании Института Франции. Это было выдающееся достижение. С этого момента С.В. Ковалевская стала не только известной, но и знаменитой. По предложению комиссии, за особую значимость результатов премия была увеличена с 3000 до 5000 франков. В следующем году Софье Ковалевской также была присуждена премия Шведской академии наук за дополнительные исследования задачи о вращении твердого тела (всего по этой теме она опубликовала три статьи).

Волею случая в 1887 г. Софья Васильевна познакомилась с однофамильцем своего бывшего мужа – профессором Максимом Максимовичем Ковалевским (1851–1916), приехавшим в Швецию из России. М.М. Ковалевский был богат, силён, прекрасно образован, отличался независимостью суждений, в студенческих кругах имел репутацию блестящего лектора (историка, юриста, социолога, экономиста), но некоторые его мысли и высказывания не одобрялись руководством Московского университета и министром просвещения. Это и послужило причиной того, что он был уволен из Московского университета («за отрицательное отношение к русскому государственному строю») и вынужден был покинуть Россию.

Следующие 15 лет М.М. Ковалевский жил за границей (в Лондоне, Париже, на собственной вилле близ Ниццы, в США), занимался научной работой и читал лекции в университетах Стокгольма, Парижа, Оксфорда, Брюсселя, Чикаго. В 1901 г. он был одним из основателей Русской высшей школы общественных наук (в Париже), где для российских политиков-оппозиционеров читали лекции С.А. Муромцев, П.Б. Струве, Г.В. Плеханов, В.И. Ленин и другие теоретики марксизма (сам он был лично знаком и переписывался с К. Марксом и Ф. Энгельсом). В 1905 г. М.М. Ковалевский вернулся на Родину. Вскоре он стал профессором Петербургского университета, Политехнического института, академиком Петербургской академии наук, активным участником политической и общественной жизни (был депутатом Первой Государственной думы, членом Государственного совета, ректором института имени П.Ф. Лесгафта, инициатором создания нескольких общественных организаций, партий, в 1912 г. был номинирован на Нобелевскую премию).

Быстро возникшие взаимные симпатии Софьи Васильевны и Максима Максимовича, казалось бы, определяли общее семейное будущее двух известных учёных. Именно по этому сценарию развивались их отношения в 1887–1889 гг., когда они много времени проводили вместе (путешествовали, обсуждали научные и житейские проблемы, строили планы на будущее). Но к концу 1890 г. выяснилось, что ни одна из сторон не готова пожертвовать своим научным будущим ради общего счастья. Они оба были слишком увлечены своими творческими, научными идеями и планами. Охлаждение отношений стало неизбежностью, но дружеские отношения продолжались.

Срок контракта С.В. Ковалевской с Высшей школой Стокгольма подходил в 1889 г. к концу. После огромного умственного и физического напряжения, связанного с переездом в Швецию, частыми путешествиями, трагическими событиями, подготовкой научных публикаций, учебных лекций в начале

1889 г., когда она ещё была в Париже, Софья Васильевна ясно ощутила огромное физическое переутомление, необходимость в отдыхе. В период дружеского общения с М.М. Ковалевским, с парижскими учёными у Ковалевской возникла мысль о переезде во французскую столицу. Всем этим она поделилась с Миттаг-Леффлером и попросила его о полугодовом (до лета 1889) отпуске, который планировала провести в Париже. Стараниями её покровителя отпуск был предоставлен, и, кроме этого, С.В. Ковалевская была переизбрана профессором Стокгольмского университета на пожизненный срок.

Летом 1889 г. по ходатайству французских математиков министр народного образования Франции наградил Ковалевскую (и Пуанкаре) почетным знанием «Офицер народного образования» (высшая награда министерства). А осенью П.Л. Чебышев хлопотал о её избрании в действительные члены Петербургской академии наук. Президент Академии ответил отказом. Однако обращение академиков Чебышева, Имшенецкого и Буняковского об избрании её членом-корреспондентом Академии наук было поддержано. В ноябре 1889 г. П.Л. Чебышёв лично поздравил Софью Васильевну с присвоением этого почётного звания. Вскоре поздравление прислал и Вейерштрасс. Приглашения для работы в Париже (она надеялась на место преподавателя в Нормальной женской школе) Ковалевская так и не получила.

1889/90 учебный год Софья Васильевна провела в Стокгольме (кроме каникул в январе, которые она провела во Франции), а летом они с Максимом Максимовичем два с половиной месяца путешествовали по Европе (по Голландии, Германии, Швейцарии, Италии). В сентябре 1890 г. она, как всегда с энтузиазмом, начала в Стокгольме новый учебный год. Но, судя по её письмам, она жаловалась на частые головные боли, общее недомогание. Январские каникулы 1891 г. они с Ковалевским провели в Италии. В конце января Софья Васильевна выехала из Канн в Париж, далее – в Берлин. По пути от Берлина до Сток-

гольма она сильно простудилась, но не придала этому особого значения. Приехав домой, она успела прочитать одну лекцию, посетить своих друзей и получить ещё одно переохлаждение. Врачи констатировали воспаление лёгких. 10 февраля 1891 г. С.В. Ковалевская скончалась.

Все, кто знал Софью Васильевну, отмечали её выдающиеся человеческие качества, природную любознательность, скромность и открытость. Коллеги и ученики ценили её обширное и глубокое образование, талант ученого, яркого профессора, наделенного проницательным, парадоксальным умом и необычной широтой интересов. Её смерть стала трагической неожиданностью для всех, кто её знал и любил. Вскоре появились многочисленные статьи и книги, посвящённые её жизни и творчеству (первая была издана через год её подругой и сестрой Миттаг-Леффлера – А.Ш. Леффлер), в 1896 г. на её могиле в Стокгольме был установлен памятник.

Задача о вращении твёрдого тела вокруг неподвижной точки впервые появилась в работах Л. Эйлера. Для механики абсолютно твёрдого тела она имела как важное общее теоретическое значение, так и практическое приложение (из неё выросла современная теория гироскопов). В 1758 г. Эйлер получил систему трёх дифференциальных уравнений второго порядка, описывающих вращательное движение тела около неподвижной точки, и обнаружил, что аналитически найти её общее решение не представляется возможным. Но он получил решение для простейшего случая, когда центр тяжести тела совпадает с неподвижной точкой.

Следующий шаг в решении этой задачи в 1788 г. сделал Ж.Л. Лагранж. Он нашёл интегралы для случая, когда тело симметрично относительно оси вращения (два главных момента инерции равны), а его центр тяжести находится на оси вращения. А далее многочисленные попытки механиков и математиков найти новые интегралы движения были безуспешными почти 100 лет.

Интерес к задаче о вращении тела возник у Ковалевской в 1881, и в 1886 г. она уже могла показать первые результаты, но окончательное решение было получено только летом 1888 г. Она получила аналитическое решение для случая симметричного тела вращения, у которого главные моменты инерции (A, B, C) связаны соотношением: $A = B = 2C$, а центр тяжести находится в экваториальной плоскости эллипсоида инерции тела. Этот результат она изложила в письмах Миттаг-Леффлеру и парижскому профессору Шарлю Эрмиту. После публикации результатов Ковалевской интерес к задаче о вращении твёрдого тела вокруг неподвижной точки возрос с ещё большей силой. Но все дальнейшие успешные попытки решения уравнений Эйлера касались только частных случаев этой задачи.

«Случай Ковалевской» сейчас излагается во всех учебниках теоретической механики. А имя первой российской женщины-математика С.В. Ковалевской увековечено в названии лунного кратера, астероида, на почтовых марках, в многочисленных статьях, книгах и документально-художественных фильмах, её имя носят научные премии и улицы многих городов.

С развитием машинного производства, возникновением новых физических задач появилась необходимость в исследовании движения тел, масса которых может меняться в процессе движения. Таких задач оказалось достаточно много. Вал (катушка, веретено, барабан), на который намотана нить или рулон бумаги (ткани), меняет свою массу при разматывании нити, рулона (масса убывает). При наматывании нити или рулона масса катушки или рулона возрастает. Меняет массу сосуд, из которого вытекает жидкость, айсберг, тающий при движении в океане, комета, двигающаяся вокруг Солнца, ружьё, из которого вылетает пуля. Уже отмечалось, что одним из первых задачи о движении тел с переменной массой (описание водомётных двигателей) решал Л. Эйлер в середине XVIII в. Но в XIX в. возникла необходимость в создании общей теории движения тел переменной массы (сейчас часто говорят «переменного состава»). И

наиболее значительные результаты для построения этой теории были получены **Иваном Всеволодовичем Мещерским** (1859–1935).

Рис. 69. И.В. Мещерский

Иван Всеволодович родился 10 августа 1859 г. в Архангельске. После окончания приходского и уездного училищ он с золотой медалью завершил обучение в Архангельской гимназии и в 1878 г. поступил на математическое отделение физико-математического факультета Петербургского университета. В эти годы там работали профессора П.Л. Чебышёв, А.Н. Коркин (1837–1908), К.А. Поссе (1847–1928), Д.К. Бобылев. После окончания факультета (в 1882) по инициативе Бобылева Мещерский был оставлен на кафедре механики для подготовки к профессорскому званию. Через четыре года, продолжая научные интересы своего учителя, он опубликовал свою первую научную работу по гидродинамике, а в 1889 г. сдал экзамены на учёную степень магистра прикладной математики. Тогда экзамены сдавали в течение трёх дней. В первый день – по математике, во второй – по механике, в третий день

претендент писал письменную работу, тема которой объявлялась в день экзамена. Мещерскому досталась тема: «Метод Гамильтона–Якоби и его применение к решению некоторых задач».

В следующем году, получив должность приват-доцента кафедры механики, он начал свою педагогическую деятельность. Кроме университета, он преподавал механику в институте инженеров путей сообщения, а в 1891 г. был назначен профессором механики Петербургских высших женских курсов. В этой должности он оставался до 1919 г. (до слияния курсов с университетом). Но с 1902 г. основным местом работы Мещерского стал недавно открытый Санкт-Петербургский политехнический институт. Именно его лекцией по теоретической механике 16 октября 1902 г. началась учебная деятельность этого института.

В январе 1893 г., на заседании Петербургского математического общества, состоялось первое выступление И.В. Мещерского, посвящённое механике точки переменной массы. В том же году под названием «Один частный случай задачи Гюльдена» его доклад был опубликован в немецком журнале «Astronomische Nachrichten». Но полное изложение «Динамики точки переменной массы» было издано И.В. Мещерским только в 1897 г. Это была его диссертация на соискание учёной степени магистра прикладной математики, которую он защитил в том же году. В 1904 г. в «Известиях Петербургского политехнического института» были опубликованы «Уравнения движения точки переменной массы в общем случае». В этой статье он установил и исследовал общее уравнение движения точки, масса которой изменяется как от присоединения, так и от отделения материальных частиц (сейчас это – «уравнение Мещерского»).

И.В. Мещерский знаменит и как выдающийся профессор механики, воспитавший большое количество специалистов-механиков, не только знающих теоретические основы этой науки, но и владеющих основными методами решения многочисленных технических задач. При кафедре механики политехнического института Иван Всеволодович создал учебный кабинет,

в котором были собраны многочисленные приборы, модели, наглядные пособия, позволяющие лучше понять законы и задачи механики.

И.В. Мещерский был первым теоретиком и практиком преподавания механики в вузах нашей страны. Написанный им «Курс теоретический механики» (М.; Л: ОНТИ, 1930) был очень популярен, так как предлагал разумную систематизацию учебного материала и способствовал подъёму научного уровня преподавания теоретической механики. Но особой популярностью пользовался подготовленный им сборник задач по механике (первое издание вышло в 1914 г.). Этот задачник уже более века остаётся востребованым не только в нашей стране, но и во многих зарубежных странах (переведён на английский, французский и другие языки).

Иван Всеволодович Мещерский прожил 76 лет (умер 7 января 1935). Он не увидел триумфального продолжения его теоретических идей применительно к современным задачам реактивного движения в авиации, ракетостроении, судостроении, в других отраслях техники. Его имя не очень популярно в зарубежных странах, так как его результаты позднее были получены некоторыми зарубежными учёными (например, **Т. Леви-Чевита** (1873–1941)). Но наступление эры освоения космоса, широкого использования реактивной авиации было бы невозможно без теоретических основ механики точки переменной массы, заложенных И.В. Мещерским. Уравнения Мещерского, как и главные теоретические результаты Н.Е. Жуковского, А.М. Ляпунова, С.В. Ковалевской, стали классикой современной механики.

Здесь названы имена только наиболее ярких российских представителей механики и математических наук XIX в. В действительности же в отечественных университетах, технических и военных вузах, в Петербургской академии наук работали многие замечательные ученые, профессора, внесшие важный вклад в развитие мировой науки и готовившие замечательную научную смену для дальнейшего развития российской промышлен-

ности, техники, науки и образования. В следующем XX в. мировая наука пополнилась многими новыми разделами математики и механики, новыми научными коллективами, в которых работали многочисленные отечественные учёные и специалисты. Технические достижения России в XX в., научные успехи её учёных – математиков и механиков определили её почётное место в числе наиболее развитых стран мира.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

История механики и математических наук является важной составляющей истории Человечества. Это история возникновения первых технических приспособлений, история развития разума, логики человеческого мышления, это история начала использования и развития абстрактных образов реальных тел и явлений в поисках истинных законов устройства этого Мира, законов и свойств мира технических изобретений. Изучение этой истории необходимо для дальнейшего развития теоретической и прикладной математики, создания новых физико-математических теорий устройства Вселенной, исследования новых природных явлений, для успешного развития современной техники и выявления её перспективных направлений.

Первоначально механика как наука о простейших технических приспособлениях носила описательный характер. К концу XIX в. она стала одной из важнейших физико-математических наук, опирающейся на развитую систему понятий, аксиом, законов, математических и экспериментальных методов исследования явлений, поведения (включая прогнозирование поведения) тел природы и технических объектов. Учёные научились открывать (формулировать) законы как общие правила отдельных явлений, создавать математические теории, отражающие реальные процессы и свойства тел и явлений.

Основное содержание книги посвящено истории развития классической механики, ставшей, наряду с развитием современных разделов математики, основой возникновения механики сплошных сред и многочисленных новых разделов механики,

математики и физики. В изложении материала авторы стремились придерживаться общепринятой хронологической последовательности возникновения основных понятий, законов и теорий современной механики, более подробно описывая научные события и достижения учёных XVII–XIX вв. При этом значительное внимание уделяли не только изложению теоретического материала, но и, в воспитательных целях, поучительным биографическим фактам из жизни выдающихся учёных прошлых времён.

Нетрудно заметить, какой значительный шаг в своём развитии сделала классическая механика за XVIII–XIX вв. Но ещё большие перемены произошли в XX в. О современной механике уже трудно говорить как о некогда единой науке. Сейчас это обширный комплекс достаточно самостоятельных теоретических и экспериментальных разделов механики сплошных сред, механики композиционных материалов, аналитической механики, теории устойчивости, теории оптимального управления движением, механики систем твёрдых тел, механики гироскопических систем, механики разнообразных современных строительных конструкций и транспортных средств (включая космические, надводные, подводные), вычислительных методов и их реализации применительно к конкретным задачам. История этих разделов механики ещё не написана, поэтому её нет в этой книге. Но эта будущая история развития механики после XIX в. неизбежно будет уточнением и продолжением событий, описанных в этой книге.

ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ

1. Механики XVIII – начала XIX века.
2. Вклад Мопертюи в механику.
3. Вклад Буге и Клеро в механику.
4. Творчество Даниила Бернулли.
5. Вклад Леонадро Эйлера в механику.
6. Жан Лёрон Даламбер.
7. Вклад Шарля Боссю в механику.
8. Механика Гаспара Монжа.
9. Вклад Лазара Карно в механику.
10. Жозеф Луи Лагранж.
11. Вклад Шарля Кулон в механику.
12. Вклад Гаспара Прони в механику.
13. Вклад Жана Фурье.
14. Развитие механики в Парижской политехнической школе.
15. Развитие небесной механики в XVII – XIX веках.
16. Вклад Луи Пуансо в теоретическую механику.
17. Вклад Пуассона в теоретическую механику.
18. Вклад Гамильтона в теоретическую механику.
19. Вклад Якоби в теоретическую механику.
20. Вариационные принципы механики.
21. Развитие идей устойчивости движения.
22. Механика тел переменной массы.
23. Механика жидкости и газа.
24. Механика деформируемых твердых тел.
25. Развитие математики и механики в России в XVIII веке.
26. Развитие механики в России в XIX веке.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Яковлев В.И.* Начала механики. М.; Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая механика», 2005. 352 с.

2. *Яковлев В.И.* Математические начала. М.; Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая механика», 2005. 224 с.

3. *Тюлина И.А.* История и методология механики. М: Изд-во МГУ, 1979. 282 с.

4. *Тюлина И.А., Чиненова В.Н.* История механики сквозь призму развития идей, принципов и гипотез. М.: Кн. дом «Либроком», 2013. 256 с.

5. *Боголюбов А.Н.* Механика в истории человечества. М.: Наука, 1978. 151 с.

6. *Григорьян А.Т.* Механика от античности до наших дней. М.: Наука, 1974. 479 с.

7. *Бугаенко Г.А., Маланин В.В., Яковлев В.И.* Механика. М.: Юрайт, 2016. 368 с.

8. *Яковлев В.И., Остапенко Е.Н.* История и методология механики. Математика и механика Древнего мира. Пермь, 2018. 124 с.

9. *Яковлев В.И., Остапенко Е.Н.* История и методология механики. Механика и математика Средневековья. Пермь, 2018. 134 с.

10. *Яковлев В.И., Остапенко Е.Н.* История и методология механики. Основы классической механики. Пермь, 2019. 218 с.

11. *Трусделл К.* Очерки по истории механики / пер. с англ. Е.В. Богатыревой; под ред. А.В. Борисова. М.; Ижевск, 2002. 316 с.

12. История механики. С конца XVIII века до середины XX века. М.: Наука, 1972. 413 с.

13. *Погребысский И.Б.* От Лагранжа к Эйнштейну. Классическая механика XIX века. М.: Янус, 1996, 400 с.

14. *Григорьян А.Т.* Механика в России. М.: Наука, 1978. 192 с.

15. *Кирсанов В.С.* Научная революция XVII века. М.: Наука, 1987. 342 с.

16. *Меркин Д.Р.* Краткая история классической механики. М.: Физматлит, 1994. 159 с.

17. Механика в Московском университете. М.: Айрис-пресс, 2005. 350 с.

18. *Веселовский И.В.* Очерки по истории теоретической механики. М.: ЛКИ, 2010. 288 с.

19. http://www.e-reading.club/bookreader.php/1039884/Polubarinova-Kochina_-_Sofya_Vasilevna_Kovalevskaya.html (дата обращения: 30.03.2019).

20. https://biblio-online.ru/viewer/D47F0C46-FA6E-4C67-9955-C31207C87D30#page/1 (дата обращения: 30.03.2019).

Учебное издание

Яковлев Вадим Иванович
Остапенко Елена Николаевна

История и методология механики. Развитие механики в XVIII–XIX веках

Учебное пособие

Редактор *Л. А. Богданова*
Корректор *Л. С. Рассанова*
Компьютерная верстка и дизайн:
Е. Н. Остапенко, В. Ф. Селезнёв

Объем данных 6,7 Мб
Подписано к использованию 26.08.2019

Размещено в открытом доступе
на сайте www.psu.ru
в разделе НАУКА / Электронные публикации
и в электронной мультимедийной библиотеке ELiS

Издательский центр
Пермского государственного
национального исследовательского университета
614990, г. Пермь, ул. Букирева, 15