

на правах рукописи

Буркова Екатерина Николаевна

**ПРОСТРАНСТВЕННАЯ СЕГРЕГАЦИЯ ЧАСТИЦ В
КОНЦЕНТРИРОВАННОЙ МАГНИТНОЙ ЖИДКОСТИ:
ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ**

01.02.05 – Механика жидкости, газа и плазмы

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Пермь – 2014

Работа выполнена в Пермском государственном национальном исследовательском университете (ПГНИУ) на кафедре общей физики

Научный руководитель:

доктор физико-математических наук, профессор
Пшеничников Александр Федорович

Официальные оппоненты:

Браун Дмитрий Анатольевич, доктор физико-математических наук, доцент, ФГБОУ ВПО «Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет», заведующий кафедрой теоретической физики и компьютерного моделирования

Саранин Владимир Александрович, доктор физико-математических наук, профессор, ФГБОУ ВПО «Глазовский государственный педагогический институт имени В.Г.Короленко», профессор кафедры физики и дидактики физики

Ведущая организация:

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Северо-Кавказский федеральный университет»

Защита состоится 9 декабря 2014 года в 15:15 часов на заседании диссертационного совета Д 212.189.06 в Пермском государственном национальном исследовательском университете, зал заседаний ученого совета (614990, Пермь, ГСП, ул. Букирева, 15).

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Пермского государственного национального исследовательского университета. Электронная версия текста диссертации и автореферата доступна на сайте ПГНИУ по адресу: <http://www.psu.ru>.

Автореферат разослан «___» октября 2014 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета
кандидат физико-математических наук, доцент



В. Г. Гилев

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Объект исследования и актуальность работы. Диссертация посвящена численному исследованию сегрегации частиц в концентрированной магнитной жидкости, в магнитном и гравитационном полях. Синтезированные в середине 60-х годов прошлого столетия, магнитные жидкости (коллоидные растворы ферри- или ферромагнитных частиц) обладают высокой текучестью и способностью взаимодействовать с магнитным полем, что делает их привлекательными материалами для использования в промышленности и медицине. На сегодняшний день магнитные жидкости используются в уплотнителях вращающихся валов, громкоговорителях, подшипниках, демпферах, магнитожидкостных сепараторах цветных металлов, тепло- и массообменных аппаратах, контрольно-измерительных устройствах. Они играют важную роль в научных исследованиях по молекулярной диагностике, лечению и мониторингу лечения различных заболеваний.

В большинстве технических устройств магнитная жидкость находится под влиянием гравитационного и магнитного полей. В результате седиментации (дрейфа частиц под действием силы тяжести) и магнитофореза (дрейфа частиц в неоднородном магнитном поле) первоначально однородная магнитная жидкость расслаивается по концентрации коллоидных частиц, что приводит к неоднородности физических свойств магнитной жидкости и нежелательному изменению технологических параметров. В отсутствии свободной конвекции единственным механизмом, препятствующим сегрегации, является градиентная диффузия, интенсивность которой определяется степенью неоднородности жидкости и межчастичными взаимодействиями (стерическими, магнитодипольными и гидродинамическими). На сегодняшний день имеется лишь ограниченная информация о процессах сегрегации частиц и расслоении магнитных жидкостей в силовых полях. В большинстве моделей, описывающих магнитофорез и диффузию дисперсных частиц в магнитной жидкости, используется приближение разбавленных растворов (объемная доля магнитной фазы не превышает 3%, и малая начальная восприимчивость коллоидных частиц), в рамках которого магнитные частицы рассматриваются как невзаимодействующие друг с другом. Проблема массообмена в концентрированных магнитных жидкостях до сих пор не получила подробного освещения ни в российских, ни в зарубежных работах. Тема диссертационной работы является поэтому **актуальной**.

Цель работы – численное исследование сегрегации частиц в концентрированных магнитных жидкостях, связанной с магнитофорезом и седиментацией частиц. Основное внимание уделено выяснению роли межчастичных взаимодействий и размагничивающих полей. Исследуются структура концентрационных и магнитных полей в прямоугольной полости с магнитной жидкостью и взаимодействие магнитной жидкости с погруженными в нее телами.

Научная новизна диссертации заключается в том, что:

- разработан алгоритм численного моделирования процессов массопереноса в магнитной жидкости, позволяющий описать процессы диффузии, магнитофореза и седиментации дисперсных частиц в магнитной жидкости с учетом размагничивающих полей, стерических и магнитодипольных взаимодействий.
- численно решена задача определения сил, действующих на постоянный магнит, помещенный в прямоугольную полость с концентрированной магнитной жидко-

стью. Приведена зависимость результирующей силы, действующей на магнит, от его смещения из положения равновесия, параметра агрегирования и концентрации частиц. Показано, что учет магнитофореза и межчастичных взаимодействий может привести к многократному изменению этой силы.

— решена задача о концентрационном и магнитном полях в магнитной жидкости, когда единственной причиной сегрегации частиц является собственное (размагничивающее) поле магнитной жидкости. Показано, что размагничивающее поле способно привести к сильной пространственной неоднородности (десятки процентов) магнитной жидкости.

— исследованы динамические пальцеобразные структуры, возникающие в процессе перехода магнитной жидкости из состояния с однородным распределением концентрации в состояние с сильной сегрегацией частиц при большой энергии магнитодипольных взаимодействий. Показано, что для получения корректного решения задачи в уравнение массопереноса необходимо ввести дополнительное слагаемое, аналогичное добавке Кана-Хилларда.

Практическая ценность работы заключается в том, что полученные в диссертации результаты могут быть использованы при разработке и/или модернизации устройств, использующих магнитную жидкость в качестве рабочей.

Научная ценность заключается в демонстрации важной роли межчастичных взаимодействий и размагничивающих полей в процессах массообмена в концентрированных магнитных жидкостях.

Автор выносит на защиту выводы о том, что:

1. Силы, действующие на постоянный магнит в прямоугольной полости с магнитной жидкостью, зависят от интенсивности магнитофореза и диффузии частиц, размагничивающих полей и межчастичных взаимодействий. Учет магнитофореза и межчастичных взаимодействий может привести к многократному изменению расчетных значений этой силы.

2. Во внешнем однородном магнитном поле распределение частиц в исследуемой полости зависит от формы полости и ориентации внешнего поля. Возникающее при этом размагничивающее поле может привести к перепаду концентраций в полости, превышающих среднюю концентрацию в два - три раза.

3. В процессе перехода системы из начального однородного состояния в стационарное неоднородное возникают долгоживущие пальцеобразные структуры с непрерывно увеличивающимся волновым числом. Рост волнового числа может быть ограничен введением в уравнение магнитодиффузии дополнительного слагаемого Кана-Хилларда.

Обоснованность и достоверность. Достоверность результатов обеспечивается хорошо продуманной методикой расчетов, серией тестовых опытов с различным шагом сетки и различными начальными условиями, хорошей согласованностью результатов с известными данными других авторов, полученными ранее для некоторых предельных ситуаций.

Личный вклад автора. Автору принадлежит: численное решение трех различных по постановке, краевых задач по расслоению магнитной жидкости во внешних силовых полях (магнитном и гравитационном); самостоятельная разработка и апробирование всех программ, проведение соответствующих расчетов, обработка и оформление результатов, активное участие в написании статей; выступление с устными докладами по теме диссертации на научных семинарах и конфе-

конференциях различного уровня.

Публикации и апробация работы. Основные результаты диссертационного исследования опубликованы в 14 печатных работах, в том числе две статьи в научных журналах, входящих в перечень ВАК. Результаты работы доложены и обсуждены на XVII-ой и XVIII-ой Зимних школах по механике сплошных сред (г. Пермь, 2011, 2013), на III и IV Всероссийской научной конференции «Физико-химические и прикладные проблемы магнитных дисперсных наносистем» (Ставрополь, 2011, 2013), Международной научной Плесской конференции по нанодисперсным магнитным жидкостям» (Плес, 2012), Всероссийской конференции молодых ученых «Неравновесные процессы в сплошных средах» (Пермь, 2011), Всероссийской научной школы молодых ученых «Волны и вихри в сложных средах» (Москва, 2012), Российской конференции по магнитной гидродинамике (Пермь, 2012), Краевой научно-практической конференция «Физика для Пермского края» (Пермь, 2009, 2010, 2012), на Пермском городском гидродинамическом семинаре (Пермь, 2013, 2014).

Структура работы и объем. Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и списка литературы. Общий объем диссертации составляет 110 страниц машинописного текста, она содержит 35 рисунков и 175 ссылок на литературные источники.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Во **введении** показана актуальность проблемы, сформулирована цель работы, указаны научная новизна, практическое значение и дана общая характеристика работы.

Первая глава носит обзорный характер. В ней обсуждаются основные особенности магнитных жидкостей: ее характеристики, состав, виды взаимодействия дисперсных частиц, зависимость начальной восприимчивости от концентрации дисперсных частиц, размагничивающие поля, образование агрегатов и т.д. Основное внимание уделено теоретическим и экспериментальным работам по исследованию магнитофореза, седиментации и градиентной диффузии.

Из обзора литературы следует, что на сегодняшний день еще не создана единая теория, позволяющая описать градиентную диффузию во всем диапазоне возможных концентраций. Наиболее остро стоит проблема описания высококонцентрированных магнитных жидкостей с учетом межчастичных взаимодействий.

Вторая глава посвящена методике расчета сегрегации дисперсных частиц в магнитной жидкости с учетом размагничивающих полей, выводу алгебраических уравнений для решения уравнения магнитофореза методом контрольных объемов, проверке метода и сходимости численного решения.

Задачи о сегрегации частиц рассматриваются на примере вытянутого цилиндра квадратного или прямоугольного сечения с твердыми непроницаемыми стенками, заполненного магнитной жидкостью (рис.1). Конвективные течения отсутствуют. Единственным механизмом, выравнивающим концентрацию частиц внутри полости, является градиентная диффузия. Внешнее поле для простоты изложения в данной главе считается однородным. Учет неоднородности внешнего поля в дальнейшем не представляет проблем и сводится к замене размагничивающего поля на сумму полей. Сложность решения задачи о сегрегации частиц в кон-

центрированных магнитных жидкостях связана с взаимным влиянием концентрационных и магнитных полей друг на друга: диффузионная и магнитная части задачи должны поэтому решаться совместно.

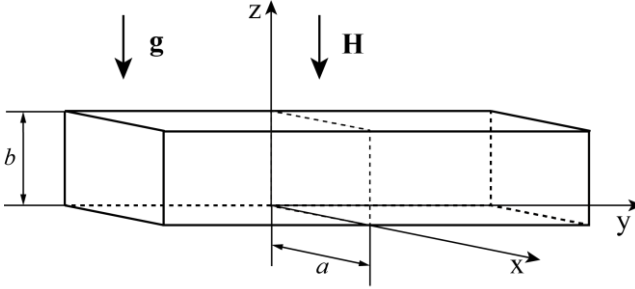


Рис. 1 – Геометрия полости с магнитной жидкостью.

Для расчета концентрационного поля используется уравнение массопереноса, предложенное в [1], которое учитывает магнитодипольные, стерические и гидродинамические взаимодействия между частицами

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = -\text{div} \left\{ D_0 K(\varphi) \left[\varphi L(\xi_e) \nabla(\xi_e) + \varphi G_\gamma \mathbf{e} - \left[1 + \frac{2\varphi(4-\varphi)}{(1-\varphi)^4} - \varphi \frac{\partial^2(\varphi^2 G)}{\partial \varphi^2} \right] \nabla \varphi \right] \right\}. \quad (1)$$

$$G(\lambda, \varphi) = \frac{4}{3} \lambda^2 \frac{(1 + 0.04 \lambda^2)}{(1 + 0.308 \lambda^2 \varphi)} \frac{(1 + 1.28972 \varphi + 0.72543 \varphi^2)}{(1 + 0.83333 \lambda \varphi)}. \quad (2)$$

Здесь $K(\varphi)$ – относительная гидродинамическая подвижность, $D_0 = b_0 kT$ – эйнштейновское значение коэффициента диффузии, $L(\xi) = \text{cth}(\xi) - 1/\xi$ – функция Ланжевена, $\xi_e = \mu_0 m H_e / kT$ – параметр Ланжевена, определенный через напряженность H_e эффективного поля, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м, $\lambda = \mu_0 m^2 / 4\pi d^3 kT$ – параметр агрегирования (отношение энергии магнитодипольных взаимодействий к энергии теплового движения), m, d – магнитный момент и полный диаметр частицы с защитной оболочкой, соответственно, $G(\lambda, \varphi)$ – относительный вклад магнитодипольных взаимодействий в плотность свободной энергии, G_γ – обратная высота барометрического распределения. Подвижность $K(\varphi)$ аппроксимируется степенной функцией Рассела $K(\varphi) = (1 - \varphi)^{6.5}$. Первое слагаемое в (1) отвечает за магнитофорез, второе – за седиментацию частиц в гравитационном поле, третье – за диффузию, четвертое – за стерические взаимодействия и последнее – за эффективное притяжение частиц, связанное с магнитодипольными взаимодействиями. В отсутствии гравитационного поля второе слагаемое отсутствует. Уравнение (1) записано в безразмерной форме. За единицу длины выбрана высота b полости, а за единицу времени – время затухания концентрационных возмущений b^2 / D_0 .

Интенсивность магнитофореза и намагниченность жидкости M определяются эффективным магнитным полем H_e согласно модифицированной модели эффективного поля второго порядка, справедливой в достаточно широком диапазоне параметров [2, 3]

$$M(H) = mnL(\xi_e), \quad H_e = H + \frac{M_L(H)}{3} \left[1 + \frac{1}{48} \frac{dM_L(H)}{dH} \right], \quad M_L = mnL(\xi), \quad (3)$$

где $n = 6\varphi/\pi d^3$ – числовая плотность частиц, M_L – намагниченность жидкости, вычисленная в рамках ланжевеновского приближения.

Для вычисления размагничивающего поля применяется метод узкой щели [4]. В этом методе используется то обстоятельство, что в узкой щели, вырезанной в пробной элементарной ячейке и содержащей пробную точку $P(x, z)$, продольная компонента напряженности совпадает с продольной компонентой напряженности в самом теле. Такое же соотношение выполняется для поперечной компоненты индукции, что является прямым следствием граничных условий для индукции и напряженности магнитного поля. Компоненты напряженности магнитного поля в точке $P(x, z)$ определяются суммированием компонент напряженности магнитных полей, созданных в этой точке всеми ячейками расчетной области, а вклад пробной ячейки, содержащей точку $P(x, z)$, вычисляется отдельно.

Динамическое уравнение массообмена (1) решается численно методом контрольных объемов в двумерной постановке. Стационарные решения получались методом установления. Основными параметрами, определяющими интенсивность магнитофореза и структуру концентрационных полей, выступали средняя по объему концентрация $\langle \varphi \rangle$, параметр Ланжевена ξ_0 , определенный через внешнее поле, и параметр агрегирования λ . В качестве начального условия использовалось однородное распределение частиц. Равновесное неоднородное распределение частиц в полости устанавливалось в полости через некоторое время в диапазоне от 5 до 50 безразмерных единиц в зависимости от значений параметра агрегирования. Основные расчеты выполнены на сетках: 31×31 (полость квадратного сечения) и 15×75 (полость прямоугольного сечения). Тестовые расчеты, проведенные на более густых сетках, показали, что погрешность расчетов концентрации не превышает 0.1 % (рис. 2). Вариации начальных условий также не влияли на установившиеся профили.

В третий главе численно решена задача определения сил, действующих на постоянный магнит, помещенный в прямоугольную полость с однородной в начальный момент времени концентрированной магнитной жидкостью (рис. 3). Интерес к подобным задачам связан, в частности, с проблемой стабильности эксплуатационных параметров магнитожидкостного сепаратора, разделяющего частицы цветных металлов по плотности, и магнитожидкостного акселерометра, в котором в качестве инерционной

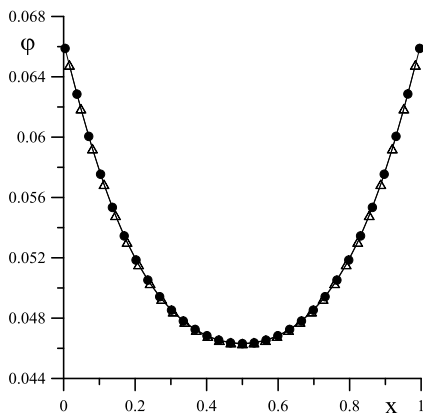


Рис. 2 – Распределение концентрации в средней части полости квадратного сечения вдоль оси x . Внешнее однородное магнитное поле направлено по оси z . $\langle \varphi \rangle = 0.05$, $\lambda = 2$, $\xi_0 = 6$. Δ – сетка 31×31 , $\bullet$ – сетка 121×121 .

массы используется постоянный магнит или немагнитное тело, левитирующее в магнитной жидкости. Причиной неустойчивости является магнитофорез частиц, осложненный межчастичными взаимодействиями и влиянием размагничивающих полей. Геометрия задачи, рассматриваемой в этой главе, соответствует простейшему МЖ-акселерометру, предложенному Р. Розенцвейгом: постоянный магнит левитирует в полости с магнитной жидкостью. Ускоренное движение полости приводит к смещению магнита, величина которого зависит от ускорения, конфигурации магнитного поля и физических свойств жидкости.

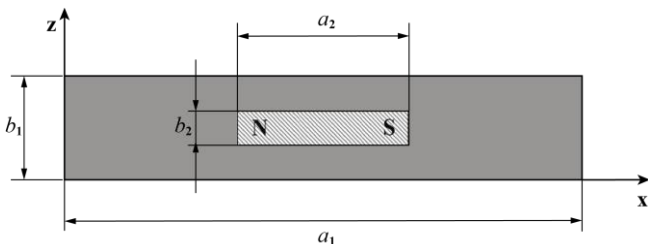


Рис. 3 – Геометрия полости с магнитной жидкостью и постоянным магнитом.

В состоянии механического равновесия, сила, действующая на магнит, равна по величине силе $\mathbf{F}$, действующей со стороны магнитной жидкости на стенки полости. Эту силу можно найти, проинтегрировав по внутренней поверхности полости силы давления и приняв во внимание добавки, связанные с магнитным скачком давления на границе двух сред. Согласно [5]:

$$\mathbf{F} = \oint_s \left(p + \frac{\mu_0}{2} M_n^2 \right) d\mathbf{S}, \quad p = \mu_0 \int_0^H M(H) dH, \quad (4)$$

где M_n — нормальная компонента намагниченности. Если магнит находится в центре полости, распределение давления по ее внутренней поверхности симметричное, и результирующая сила, действующая на магнит, равна нулю. Это положение магнита соответствует минимуму потенциальной (магнитоэстетической) энергии системы — магнит самоцентрируется. Смещение магнита из положения равновесия нарушает симметричность поля H и приводит к появлению квазиупругой силы.

Главная проблема, связанная с применением формулы (4), состоит в том, что намагниченность, входящая в (4), сама является неизвестной функцией координат. Она зависит от напряженности поля H в жидкости и объемной доли φ коллоидных частиц, которые, в свою очередь, зависят от намагниченности. Это приводит к необходимости численного решения системы связанных уравнений (1) – (3), включающих процедуру расчета размагничивающих полей и уравнения, описывающего поле, создаваемое постоянным магнитом.

Задача реализована в двумерной постановке в трех вариантах: **в первом варианте** не учитываются межчастичные взаимодействия и размагничивающие поля (приближение разбавленных растворов), а также магнитофорез; **во втором** решение получено в приближении разбавленных растворов, но с учетом магнитофореза и диффузии частиц; **в третьем** учитываются магнитофорез, диффузия, размагничивающие поля и межчастичные взаимодействия. В качестве основной характеристики постоянного магнита был выбран параметр Ланжевена ξ_0 , определенный через напряженность магнитного поля на торце магнита.

Влияние магнитофореза на квазиупругую силу, возникающую при смещении магнита из центрального положения, продемонстрировано на рис. 4 (x_0 – координата центра магнита). Кривые 1 – 3 на рисунке соответствуют трем вариантам задачи, перечисленным выше. Решение задачи в приближении разбавленных растворов без учета магнитофореза (кривая 1) предсказывает многократно завышенное значение возвращающей силы. Учет магнитофореза приводит к многократному уменьшению намагниченности жидкости и магнитного давления на границах полости и уменьшению квазиупругой силы примерно на порядок (кривая 2). Наконец, кривая 3 на рис. 4 демонстрирует суммарный эффект, связанный с межчастичными взаимодействиями и размагничивающими полями. Это влияние разнонаправленное. Стерические взаимодействия (эффекты исключенного объема) препятствуют сегрегации частиц и, тем самым, увеличивают расчетное значение квазиупругой силы. Магнитодипольные взаимодействия, напротив, усиливают сегрегацию частиц (квазиупругая сила уменьшается), но, кроме того, увеличивают намагниченность жидкости (сила растет). Размагничивающее поле ослабляет квазиупругую силу во всех случаях.

На рис. 5 приведена зависимость квазиупругой силы от параметра агрегирования при фиксированном относительном смещении магнита, равном 0,84, и средней концентрации частиц $\langle \varphi \rangle = 0.1$. Все кривые демонстрируют монотонный рост: с увеличением λ увеличивается намагниченность жидкости и, соответственно, квазиупругая сила. Разница между кривыми 1 и 2 обусловлена влиянием

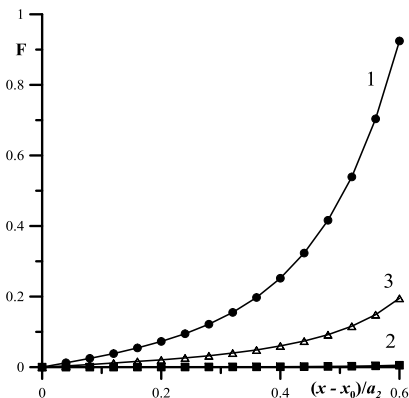


Рис. 4 – Квазиупругая сила, действующая на магнит, в зависимости от его смещения из центрального положения; $\langle \varphi \rangle = 0.1$, $\xi_0 = 13$, $\lambda = 2$. Номера кривых соответствуют трем вариантам решения задачи.

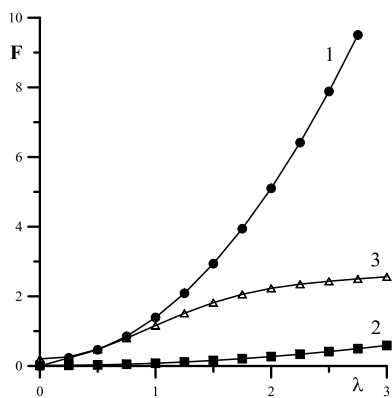


Рис. 5 – Квазиупругая сила, действующая на магнит, в зависимости от параметра агрегирования при фиксированном смещении магнита 0.84. $\langle \varphi \rangle = 0.1$, $\xi_0 = 13$.

магнитофореза, а разница между кривыми 2 и 3 — влиянием межчастичных взаимодействий и размагничивающего поля. Видно, что воздействие этих факторов очень сильное, и пренебрежение ими может привести к систематической ошибке в сотни процентов. Кроме того, у кривой 3 видна тенденция к насыщению, вызванная межчастичными взаимодействиями, а у кривых 1 и 2 эта тенденция, есте-

ственно, не наблюдается.

Как видно из уравнения (3), универсальной мерой влияния магнитодипольных взаимодействий на равновесную намагненность в области слабых полей служит произведение λ и φ , то есть ланжевеновская восприимчивость $\chi_L = 8\lambda < \varphi >$. Квазиупругая сила, действующая на левитирующий магнит, этому правилу, строго говоря, не подчиняется, так как в уравнения (1), (2) параметры λ и φ входят по отдельности. Тем не менее, величина χ_L остается главным безразмерным параметром, определяющим силу F . На рис. 6 приведена зависимость квазиупругой силы от средней концентрации частиц φ при разных значениях λ , но кривые построены в координатах (χ_L, F) . Видно, что при фиксированном значении χ_L изменение λ в 2.5 раза приводит к изменению силы только на 20 – 30%.

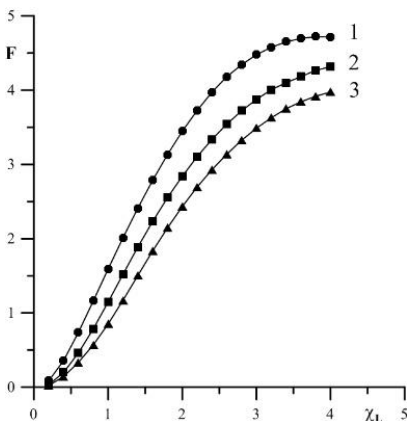


Рис. 6 – Квазиупругая сила, действующая на магнит, в зависимости от ланжевеновской восприимчивости исходной жидкости при относительном смещении магнита 0.84 и $\xi_0 = 13$. Кривая 1 соответствует $\lambda = 1$; 2 – $\lambda = 2$; 3 – $\lambda = 2.5$. Задача в полной постановке.

Для оценки степени неоднородности системы был выбран коэффициент сегрегации частиц K – отношение максимального перепада концентрации к минимальному значению концентрации: $K = \varphi_{\max}/\varphi_{\min} - 1$. На рис. 8 приведена зависимость коэффициента сегрегации частиц от параметра агрегирования λ во внешнем магнитном поле в полости квадратного сечения. Видно, что эффекты сегрегации очень сильны. Благодаря им локальные концентрации частиц могут отличаться друг от друга на сотни процентов. При высоких значениях напряженности внешнего поля ($\xi_0 = 6$) зависимость $K(\lambda)$ становится очень крутой, что может рассматриваться как признак расходимости в области $\lambda \approx 3$ (кривая 1 на рис. 8). Потенциально такая расходимость может появиться вследствие спинодального распада, приводящего к расслоению жидкости на слабо- и сильноконцентрированные области с резкой границей между ними. Причиной расслоения являются магнитодипо-

В четвертой главе исследуются магнитные и концентрационные поля в полости квадратного и прямоугольного сечения, вытянутой вдоль горизонтальной оси. Внешнее магнитное поле полагается однородным, поэтому размагничивающее поле является единственной причиной сегрегации частиц. В этом случае равновесная структура концентрационного поля оказывается чувствительной к ориентации внешнего магнитного поля (рис. 7). В продольном («горизонтальном») поле, в центральной части полости размагничивающее действие собственного поля минимальное и концентрация частиц наибольшая. Самая низкая концентрация частиц наблюдается вблизи боковых торцов полости. В поперечном поле картина обратная – частицы вытесняются из центральной области из-за большого размагничивающего поля и концентрируются вблизи торцевых поверхностей.

льные межчастичные взаимодействия. В области умеренных значений параметра Ланжевена $\xi_0 = 4$ (кривая 2) коэффициент сегрегации изменяется немонотонно с ростом энергии взаимодействий, а при больших параметрах λ начинает уменьшаться (кривая 2 на рис. 8). Отметим, однако, что к результатам, полученным в области $\lambda > 3$, нужно относиться с некоторой осторожностью в силу того, что область применимости уравнения массообмена (1) ограничена условием $\lambda < 2$.

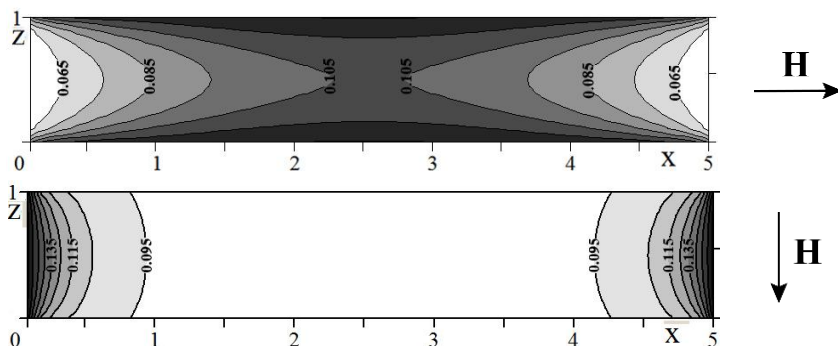


Рис. 7 – Изолинии равной концентрации в прямоугольной полости при продольной (вверху) и поперечной (внизу) ориентации магнитного поля. $\lambda = 2.5$, $\xi_0 = 6$, $\langle \varphi \rangle = 0.1$.

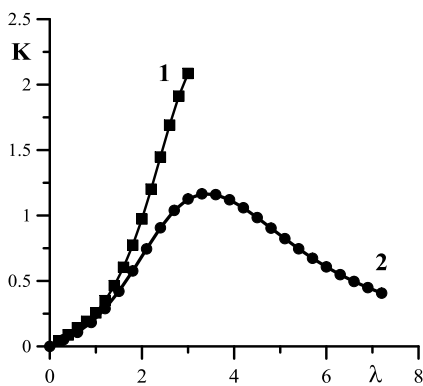


Рис. 8 – Коэффициент сегрегации частиц в зависимости от параметра агрегирования в полости квадратного сечения. $\langle \varphi \rangle = 0.1$. Кривая 1 соответствует $\xi_0 = 6$; 2 – $\xi_0 = 4$.

Для оценки влияния гравитационного поля на сегрегацию частиц используется уравнение массообмена (1) с учетом всех слагаемых. Гравитационная седиментация дисперсных частиц приводит к тому, что в магнитной жидкости устанавливается со временем неоднородное по вертикали распределение частиц (в случае разбавленных растворов переходящее в барометрическое), а наложение магнитного поля существенно усложняет эту картину. Результаты расчетов представлены

В пятой главе рассматривается задача о пространственном перераспределении дисперсных частиц в магнитной жидкости, заполняющей длинный цилиндр квадратного сечения с непроницаемыми границами, во внешних магнитном и гравитационном полях. Сегрегация частиц под действием гравитационного поля намного слабее, нежели в результате магнитофореза, и ее обычно не учитывают. Однако процессы седиментации при длительном хранении магнитной жидкости, процесс центрифугирования и тепловая конвекция в магнитной жидкости представляют собой важные исключения. В последнем случае даже очень слабое расслоение жидкости по концентрации частиц может привести к качественно новым эффектам [6].

на рис. 9 и 10 при одинаковых значениях параметров системы и внешних полей ($G_\gamma = 2$, $\xi_0 = 4$, $\lambda = 2.8$) и относительно невысокой концентрации ($\langle \varphi \rangle = 0.05$). Исследования показали, что в зависимости от взаимной ориентации двух полей сегрегация частиц может либо усиливаться, либо ослабляться.

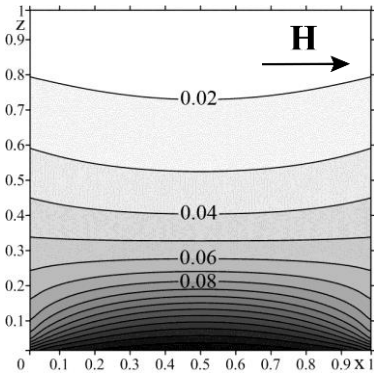


Рис. 9 – Изолинии равной концентрации в полости квадратного сечения при горизонтальной ориентации магнитного поля. $G_\gamma = 2$, $\xi_0 = 4$, $\langle \varphi \rangle = 0.05$, $\lambda = 2.8$.

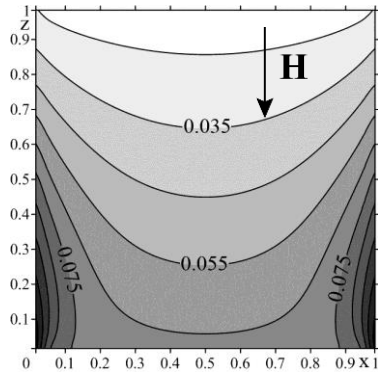


Рис. 10 – Изолинии равной концентрации в полости квадратного сечения при вертикальной ориентации магнитного поля. $G_\gamma = 2$, $\xi_0 = 4$, $\langle \varphi \rangle = 0.05$, $\lambda = 2.8$.

На рис. 9 представлена картина изолиний концентрации при горизонтальной ориентации внешнего магнитного поля. Результирующее магнитное поле принимает максимальное значение на горизонтальных границах полости, к которым и дрейфуют коллоидные частицы. Гравитационное поле, в свою очередь, «прижимает» частицы к нижней границе. Это приводит к тому, что в полости устанавливается градиентное распределение частиц, напоминающее барометрическое, но с существенно большим коэффициентом сегрегации.

При вертикальной ориентации магнитного поля возникает «конкуренция» за частицы. Суммарное магнитное поле достигает максимального значения на вертикальных границах полости, где в отсутствие гравитационного поля возникает тонкий пограничный слой с высокой концентрацией частиц. При наличии гравитационного поля частицы из верхней части полости смещаются вниз, и в центральной части устанавливается распределение, аналогичное барометрическому. Пограничный слой с высокой концентрацией частиц деформируется и остается лишь в нижней части полости (рис. 10).

В отсутствие внешнего магнитного поля, седиментация частиц приводит к формированию двух горизонтальных слоев с различной концентрацией и большим вертикальным градиентом концентрации на диффузной границе между ними. При наложении вертикального магнитного поля эта диффузная граница ведет себя подобно свободной границе магнитной жидкости: она становится неустойчивой и сменяется волнообразным (пальцеобразным) квазистатическим рельефом. В классической задаче Розенцвейга об устойчивости свободной границы этот рельеф существует сколь угодно долго, а критическое волновое число определяется простой формулой

$$k^* = \sqrt{\rho g / \alpha},$$

где α – коэффициент поверхностного натяжения на свободной границе жидкости [6]. Отличие нашей задачи состоит в размытости границы раздела между слоями с разной концентрацией и в отсутствии поверхностного натяжения как такового. Эти две особенности имеют важное следствие, проявляющееся при численном моделировании: волновое число случайно возникших возмущений непрерывно увеличивается со временем, пока период пространственных возмущений не сравняется с периодом сетки. Типичный вид «стационарных» периодических структур в гравитационном и магнитном полях приведен на рис.11. Аналогичная картина изолиний концентрации наблюдается в градиентном магнитном поле в отсутствие гравитационного поля (рис. 12). Магнитное поле полагалось максимальным на нижней границе полости, а на верхней границе на порядок слабее. Минимальный период возмущений был ограничен только периодом сетки, используемой в численном эксперименте.

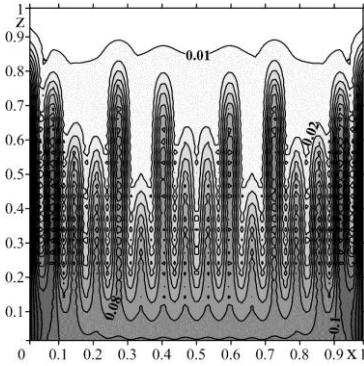


Рис. 11 – Изолинии равной концентрации в полости квадратного сечения при вертикальной ориентации **однородного** магнитного поля. $\lambda = 3.8$, $G_\gamma = 5$, $\langle \varphi \rangle = 0.05$, $\xi = 5$. Сетка 31×31 .

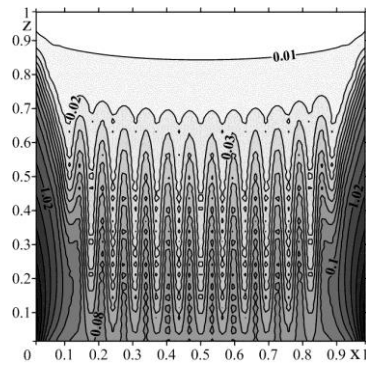


Рис. 12 – Изолинии равной концентрации в полости квадратного сечения при вертикальной ориентации **неоднородного** магнитного поля. $\lambda = 4.5$, $G_\gamma = 0$, $\langle \varphi \rangle = 0.05$, $\xi_{z=1} = 0.5$, $\xi_{z=0} = 6.5$. Сетка 31×31 .

Этот очевидный артефакт был устранен модификацией уравнения массопереноса в магнитной жидкости, путем введения в него дополнительных слагаемых, моделирующих поверхностное натяжение на диффузной границе. Для учета диффузного слоя с большими градиентами концентрации было использовано слагаемое из модифицированного уравнения Кана-Хилларда [7], для изотермической квазинесжимаемой жидкости, которым было дополнено уравнение массообмена (1). Появление добавки связано с возрастанием плотности свободной энергии в областях с большими градиентами концентрации. Она хорошо работает для тонких пленок, размер которых имеет порядок сотен размеров молекул или частиц. Добавка Кана-Хилларда к плотности потока коллоидных частиц имеет вид

$$\mathbf{j} = k_h \nabla \left[\frac{1}{\varphi} \nabla (\varphi \nabla \varphi) \right], \quad (5)$$

где k_h - постоянная Кана-Хилларда.

При малых градиентах концентрации слагаемое (5) вносит незначительный вклад в поток частиц и его можно не учитывать, как это делалось ранее. Однако при высоких градиентах концентрации и больших значениях параметра агрегирования, когда коэффициент диффузии достаточно мал, эту добавку необходимо учитывать.

С учетом добавки (5) уравнение (1) превращается в уравнение четвертого порядка:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = -\text{div} \left\{ D_0 K(\varphi) \left[\varphi L(\xi_e) \nabla(\xi_e) + G_\gamma \mathbf{e} \left[1 + \frac{2\varphi(4-\varphi)}{(1-\varphi)^4} - \varphi \frac{\partial^2(\varphi^2 G)}{\partial \varphi^2} \right] \nabla \varphi \right] + K_h \left[\frac{1}{\varphi} \nabla(\varphi \nabla \varphi) \right] \right\},$$

где $K_h = k_h / (b^2 D_0)$ – безразмерный комплекс, равный отношению потока Кана-Хилларда (5) к диффузионному потоку. При толщине диффузионного слоя в один миллиметр $K_h \approx 10^{-8}$. Ясно, что такой слабый эффект не может оказать заметного воздействия на реальные системы с магнитными жидкостями. Исключение составляет случай, когда магнитодипольные и/или Ван-дер-Ваальсовы межчастичные взаимодействия приводят к фазовому переходу и в системе возникает диффузионный слой с характерной толщиной в десятки доли микрометра. Ниже проведены расчеты для модельной ситуации, соответствующей $K_h \approx 10^{-4}$ с единственной целью – продемонстрировать роль дополнительного слагаемого в процессах магнитодиффузии и формировании квазипериодических структур.

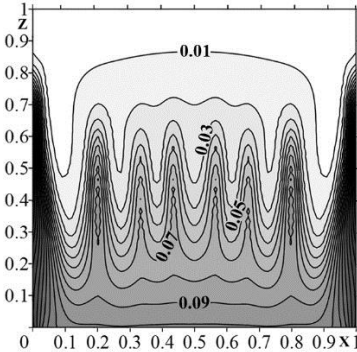


Рис. 13 – Изолинии равной концентрации при однородных внешних полях. $\lambda = 3.8$, $\langle \varphi \rangle = 0.05$, $G_\gamma = 5$, $\xi_0 = 5$. Сетка 31×31 .

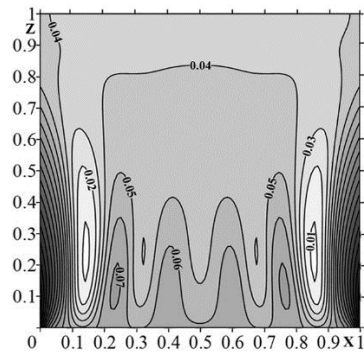


Рис. 14 – Изолинии равной концентрации при неоднородном внешнем магнитном поле. $\lambda = 4.5$, $\langle \varphi \rangle = 0.05$, $\xi_{z=0} = 6.0$, $\xi_{z=1} = 0.000001$, $G_\gamma = 0$. Сетка 31×31 .

После модификации уравнения (1) картина изолиний существенно изменяется. В полости возникают пальцеобразные структуры, количество и размер кото-

рых зависят только от силовых полей и параметра агрегирования, что демонстрируют рис. 13 и 14. Увеличение узлов сетки приводит к росту числа задействованных точек для формирования одного пика, и более гладкому профилю. Характерное волновое число не изменяется.

Отметим, что наблюдавшиеся нами пальцеобразные структуры нестационарны. Спустя некоторое время диффузионные процессы разрушают их, и система приходит к равновесному распределению, качественно похожему на те, что изображены на рис. 9 и 10.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ

1. Численно, в двумерной постановке решена задача определения сил, действующих на постоянный магнит, помещенный в прямоугольную полость с концентрированной магнитной жидкостью. В общем случае результаты расчета зависят от интенсивности магнитофореза и диффузии частиц, размагничивающих полей и межчастичных взаимодействий. Рассчитаны размагничивающее поле и поле концентрации коллоидных частиц. Определена результирующая сила, действующая на магнит, при различном смещении его из положения равновесия, различных значениях параметра агрегирования и концентрациях частиц. Продemonстрирована очень сильная зависимость результатов расчета от выбора теоретической модели. Показано, в частности, что учет магнитофореза и межчастичных взаимодействий может привести к многократному изменению результирующей силы.

2. Для оценки роли размагничивающих полей решена задача о сегрегации частиц в длинном цилиндре прямоугольного сечения, помещенном в однородное внешнее поле. В этом случае размагничивающее поле является единственной причиной пространственной неоднородности раствора. Концентрационные поля рассчитаны для продольной и поперечной ориентации внешнего поля и продемонстрировано их качественное отличие. Рассчитан коэффициент сегрегации частиц в зависимости от параметра агрегирования. Показано, что размагничивающее поле может привести к перепаду концентраций в полости, превышающему среднюю концентрацию в два - три раза.

3. Решена динамическая задача о сегрегации частиц в полости квадратного сечения при совместном действии магнитного и гравитационного полей. Показано, что в процессе перехода системы из начального однородного состояния в стационарное неоднородное возникают долгоживущие пальцеобразные структуры с непрерывно увеличивающимся волновым числом. Для ограничения волнового числа в уравнение магнитодиффузии введено дополнительное слагаемое Кана-Хилларда. Появление пальцеобразных структур объясняется конкуренцией гравитационных и магнитостатических сил в диффузионном слое между областями с низкой и высокой концентрацией частиц. Наблюдаемое явление, таким образом, является диффузионным аналогом неустойчивости Розенцвейга свободной границы магнитной жидкости в вертикально ориентированном магнитном поле.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ДИССЕРТАЦИИ ОПУБЛИКОВАНЫ В РАБОТАХ:

А) статьи в журналах из Перечня ВАК Минобрнауки РФ:

1. A.F. Pshenichnikov, E.N. Burkova Effect of demagnetizing fields on particle spatial distribution in magnetic fluids // *Magnetohydrodynamics*. – 2012. – Vol. 48, N 3. – P. 243–253.
2. А. Ф. Пшеничников, Е. Н. Буркова О силах, действующих на постоянный магнит, помещенный в прямоугольную полость с магнитной жидкостью // *Вычислительная механика сплошных сред*. – 2014. – Т. 7, № 1. – С. 5–14.

Б) статьи в реферируемых журналах, сборниках и трудах конференций

3. Пшеничников А.Ф., Буркова Е.Н. О сегрегации частиц в магнитной жидкости в однородных магнитном и гравитационном полях // *Вестник Пермского университета. Серия: Физика*. – 2012. – Вып. 19. – С. 29–38.
4. Буркова Е.Н., Пшеничников А.Ф. Пространственное распределение частиц в магнитной жидкости в магнитном поле // *Всероссийская научная школа молодых ученых «Волны и вихри в сложных средах»*. Москва. – 2012. – С. 32–35.
5. Пшеничников А.Ф., Буркова Е.Н. О формировании периодических концентрационных структур в магнитной жидкости // *Всероссийская научная школа молодых ученых «Волны и вихри в сложных средах»*. Москва. – 2012. – С. 175–177.
6. Буркова Е.Н., Пшеничников А.Ф. О периодических концентрационных структур в магнитной жидкости // *15-я Международная Плесская конференция по нанодисперсным магнитным жидкостям*. Плес. – 2012. – С. 124–129.
7. Буркова Е.Н. Периодические структуры в магнитных жидкостях // *Краевая научно-практическая конференция «Физика для Пермского края»*. Пермь. – 2012. – Вып. 5. – С. 45–48.
8. Пшеничников А.Ф., Буркова Е.Н. О влиянии размагничивающих полей на пространственное распределение частиц в магнитной жидкости // *III Всероссийская научная конференция «Физико-химические и прикладные проблемы магнитных дисперсных наносистем»*. Ставрополь. – 2011. – С. 140–145.
9. Буркова Е.Н., Пшеничников А.Ф. Численное моделирование магнитожидкостного акселерометра // *IV Всероссийская научная конференция «Физико-химические и прикладные проблемы магнитных дисперсных наносистем»*. Ставрополь. – 2013. – С. 25–31.

В) Тезисы докладов

10. Буркова Е.Н., Пшеничников А.Ф. Магнитофорез и седиментация частиц в концентрированных магнитных жидкостях // *Краевая научно-практическая конференция. «Физика для Пермского края»*. Пермь. – 2010. – Вып. 3. – С. 9–10.
11. Буркова Е.Н., Пшеничников А.Ф. Задача о концентрационных структурах в плоском слое магнитной жидкости // *«XVII Зимняя школа по механике сплошных сред»*. Пермь. – 2011. – С.62.
12. Буркова Е.Н., Пшеничников А.Ф. О периодических структурах в магнитной жидкости // *«XVIII Зимняя школа по механике сплошных сред»*. Пермь. – 2013. – С.64.

13. Буркова Е.Н., Пшеничников А.Ф. О концентрационной стратификации магнитной жидкости под действием размагничивающих полей // Российская конференция по магнитной гидродинамике. Пермь. – 2012. – С. 20.
14. Буркова Е.Н., Пшеничников А.Ф. Задача о концентрационных структурах в плоском слое магнитной жидкости // Всероссийской конференции молодых ученых «Неравновесные процессы в сплошных средах» Пермь. – 2011. – С. 17.

СПИСОК ЦИТИРУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Pshenichnikov A. F., Elfimova E. A., Ivanov A. O. Magnetophoresis, sedimentation, and diffusion of particles in concentrated magnetic fluids // J. Chem. Phys. – 2011, – Vol. 134, N 18. – P. 184508.
2. Ivanov A. O., Kuznetsova O. B. Magnetic properties of dense ferrofluids: An influence of interparticle correlations // Phys. Rev. E. – 2001. – Vol. 64, N 4. – P. 401–405.
3. Ivanov A. O. et al. Magnetic properties of polydisperse ferrofluids: A critical comparison between experiment, theory, and computer simulation // Phys. Rev. E. – 2007. – Vol. 75, N 6. – P. 061405.
4. Pshenichnikov, A. F. Computation of demagnetizing fields and particle distribution in magnetic fluid with inhomogeneous density // J. Magn. Magn. Mater. – 2012. – Vol. 324, N 7. – P. 1342–1347.
5. Розенцвейг, Р. Феррогидродинамика : пер. с англ. – М. : Мир, 1989. – 356 с.
6. Шлиомис, М. И. Магнитные жидкости // Успехи физических наук. — 1974. — Т. 112, вып. 3. — С. 427—458.
7. Anderson D. M., McFadden G. B., Wheeler A. A. Diffuse-interface methods in fluid mechanics // Annu. Rev. Fluid Mech. – 1998. – Vol. 30, N 1. – P. 139–165.

Подписано в печать 07.10.2014 г. Формат 60×90/16.
Усл. печ. л. 1. Тираж 100 экз. Заказ № ____.
Типография Пермского государственного национального
исследовательского университета.
614990, г. Пермь, ул. Букирева, 15.