

Гордеева Варвара Юрьевна

**ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ТЕРМО- И
КОНЦЕНТРАЦИОННО-КАПИЛЛЯРНЫХ ЭФФЕКТОВ НА
ДИНАМИКУ ТОНКОГО СЛОЯ ИСПАРЯЮЩЕЙСЯ ПОЛЯРНОЙ
ЖИДКОСТИ**

01.02.05 – Механика жидкости, газа и плазмы

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Пермь 2014

Работа выполнена в ФГБОУ ВПО «Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет»

Научный руководитель:

кандидат физико-математических наук, доцент,
Люшнин Андрей Витальевич

Официальные оппоненты:

Любимова Татьяна Петровна
доктор физико-математических наук, профессор,
Институт механики сплошных сред УроРАН,
заведующий лабораторией вычислительной гидродинамики

Перминов Анатолий Викторович,
кандидат физико-математических наук, доцент,
ФГБОУ ВПО «Пермский национальный исследовательский
политехнический университет», кафедра общей физики, доцент

Ведущая организация:

ФГБОУ ВПО «Вятский государственный университет»,
г. Киров

Защита состоится « » _____ 2015 года в _____ на заседании
диссертационного совета Д 212.189.06 при ФГБОУ ВПО «Пермский
государственный национальный исследовательский университет» по адресу:
г. Пермь, ул. Букирева, 15, зал заседаний Ученого совета.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Пермского
государственного национального исследовательского университета и на
сайте www.psu.ru

Автореферат разослан « » _____ 2014 года

Ученый секретарь
диссертационного совета,
к.ф.-м.н., доцент

В.Г.Гилев

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Объект исследования и актуальность работы. Диссертация посвящена исследованию поверхностных явлений в тонких пленках полярной жидкости. Наиболее распространенной и известной полярной жидкостью является вода. Жидкости называются «полярными» из-за строения их молекул, представляющих собой электрический диполь. Полярные жидкости характеризуются тем, что на границе раздела с другими объектами – газами и твердыми телами – образуется двойной электрический слой молекул, вносящий дополнительный электрохимический потенциал и способный оказывать влияние на движение в приповерхностном слое. Это свойство оказывается особенно заметным в тонких пленках. Тонкие жидкие пленки используются в микробиореакторах при биологических и химических исследованиях, в нанотехнологиях, при выращивании кристаллов, в технических приложениях в виде различных покрытий и при обработке электронных печатных плат, в медицине при исследованиях и диагностике различных заболеваний.

Особенностью полярных жидкостей является то, что в некотором диапазоне толщин (порядка сотен ангстрем) свободная энергия Гиббса немонотонно зависит от толщины пленки, благодаря чему слой имеет два устойчивых значения толщины. При испарении пленка, имевшая изначально одну из устойчивых толщин, не будет истончаться, а вместо этого объем испаряющейся жидкости будет уменьшаться за счет движения фронта.

На данный момент имеется лишь немного информации о движении тонких пленок при наличии двойного электрического слоя. Нет подробного описания одновременного влияния межмолекулярных и электрических сил на движение в тонком приповерхностном слое у границы раздела «жидкость-газ» в полярных жидкостях, поэтому тема диссертационной работы является актуальной.

Цели и задачи исследования.

Целью работы является теоретическое исследование испарения тонкой пленки полярной жидкости, лежащей на твердой подложке и ограниченной сверху свободной границей жидкость-газ, при наличии термокапиллярного и концентрационно-капиллярного эффектов.

Для достижения указанной цели были поставлены следующие задачи:

1. Создание в рамках длинноволнового приближения теоретической модели поведения свободной поверхности тонкой пленки полярной жидкости при наличии термокапиллярных явлений.

2. С использованием линейной теории устойчивости исследовать эволюцию поведения тонкой пленки полярной жидкости при наличии термокапиллярного эффекта на свободной поверхности.

3. Создание теоретической модели поведения свободной поверхности тонкой пленки полярной жидкости в присутствии поверхностно-активного вещества.

4. Исследование влияния концентрационно-капиллярного эффекта на устойчивость тонкой пленки полярной жидкости.

Научная новизна диссертации заключается в том, что:

- в рамках длинноволнового приближения выведены уравнения эволюции тонкой жидкой пленки с учетом межмолекулярных и электрических сил, при наличии термо- и концентрационно-капиллярных эффектов;
- выведено уравнение эволюции поверхностной концентрации растворенного в полярной жидкости поверхностно-активного вещества;
- разработан алгоритм численного моделирования испарения пленки полярной жидкости с учетом термокапиллярного и концентрационно-капиллярного эффектов на свободной поверхности;
- показана зависимость скорости движения фронта между двумя участками пленки разной толщины от скорости испарения. Показано, что при высоких значениях параметра капиллярности этот фронт движется даже при отсутствии испарения;
- численно исследована устойчивость фронта между двумя участками пленки по отношению к продольным и поперечным возмущениям при наличии теплового эффекта Марангони. Установлено, что при повышении безразмерного числа Марангони возникает пальцеобразная неустойчивость;
- численно исследована устойчивость тонкого слоя полярной жидкости в присутствии поверхностно-активных веществ на свободной поверхности. Установлено, что при наличии концентрационно-капиллярного эффекта пленка перестает быть разделенной на участки с разной толщиной, приобретая одну равномерную толщину;
- показано, что испарение повышает устойчивость тонкого слоя жидкости.

Практическая ценность работы. Результаты работы могут найти применение в дальнейших исследованиях полярных жидкостей и капиллярных явлений. В технологии результаты работы могут использоваться в микробиологии, в нанотехнологиях с применением жидких реагентов, в микроэлектронике.

Достоверность результатов работы подтверждается серией тестовых опытов с различными начальными условиями и хорошим

соответствием результатов численного моделирования экспериментальным данным, доступным в открытой печати.

Основные положения, выносимые на защиту:

1. Результат численного моделирования, показывающий, что тонкая пленка полярной жидкости имеет два устойчивых состояния с различными значениями толщины.
2. Результат численного моделирования, показывающий, что в процессе испарения объем жидкости уменьшается за счет уменьшения площади более толстого участка слоя жидкости.
3. Вывод о том, что вследствие термокапиллярного эффекта профиль фронта между пленками разной толщины изменяет форму: возникает пальцеобразная неустойчивость.
4. Результат о влиянии поверхностно-активного вещества на устойчивость тонкой пленки полярной жидкости: вследствие концентрационно-капиллярного эффекта участки с большей толщиной исчезают, остается ровный слой с меньшей устойчивой толщиной.
5. Вывод о том, что повышение числа Марангони, описывающего капиллярный эффект, приводит к снижению устойчивости пленки в обоих случаях.
6. Вывод о том, что испарение повышает устойчивость тонкого слоя полярной жидкости.

Публикации. По теме диссертации опубликовано 8 научных работ, в том числе 3 статьи в научных журналах из перечня ВАК [1-3].

Личный вклад автора. Автору принадлежит: теоретическое решение двух задач об испарении тонкой жидкой пленки при наличии поверхностных капиллярных явлений в рамках длинноволнового приближения; разработка численных моделей испаряющейся пленки, написание и апробирование программ по этим моделям, проведение расчетов, обработка и оформление результатов; подготовка публикаций. Постановка задач, обсуждение и интерпретация результатов проводилась совместно с научным руководителем.

Апробация работы. Основные результаты диссертационной работы докладывались на конференциях: «6th Conference of the International Marangoni Association» (Haifa, 2012), «Зимняя школа по механике сплошных сред» (Пермь, 2013), международная конференция “Fluxes and structures in fluids”, (Санкт-Петербург, 2013), «8th International Topical Team Workshop on Two-Phase Systems for Ground and Space Applications» (Bremen, 2013), «Современные проблемы математики и ее прикладные аспекты» (Пермь, 2013).

Структура и объем работы. Диссертационная работа состоит из введения, трех глав, заключения и списка использованной литературы,

включающего 193 наименования. Общий объем диссертации составляет 155 страниц, включая 28 рисунков и 3 таблицы.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обоснована актуальность исследования, определены цели и задачи исследования, показана научная и практическая значимость работы.

Первая глава диссертационной работы посвящена исследованию текущего состояния исследованности проблемы тонких жидких пленок. Рассмотрены как экспериментальные, так и теоретические работы отечественных и зарубежных авторов. Сделан вывод о том, что и экспериментально, и теоретически разными авторами были исследованы движение, испарение и другие процессы в тонких жидких пленках, но крайне мало работ было написано с учетом электрохимического взаимодействия в полярных жидкостях, в том числе с учетом термокапиллярного и концентрационно-капиллярного влияния поверхности раздела «жидкость-газ».

Во второй главе диссертационной работы была поставлена задача численного моделирования тонкой пленки полярной теплопроводной жидкости, лежащей на твердой равномерно нагретой подложке и ограниченной сверху свободной деформируемой границей «жидкость-газ». Поверхностное натяжение межфазной границы прямо пропорционально зависит от температуры.

Под «тонкой пленкой» понимается слой жидкости толщиной порядка 10-100 Å, в котором отсутствует объемная часть и перекрываются межфазные слои «твердое тело-жидкость» и «жидкость-газ». В таких слоях становятся существенными силы межмолекулярного взаимодействия (силы Ван-дер-Ваальса). Кроме того, в полярных жидкостях, наряду с длиннодействующими молекулярными, присутствуют и короткодействующие полярные силы, которые возникают благодаря двойному электрическому слою. При испарении тонкого слоя воды (вода является полярной жидкостью) экспериментально установлено, что при некотором значении толщины первоначально плоская поверхность спонтанно разделяется на участки с двумя разными устойчивыми толщинами.

Для вывода уравнения эволюции пленки использовались уравнения Навье-Стокса, сохранения массы и уравнение теплопроводности:

$$\rho(\partial_t \vec{v} + \vec{v} \nabla \vec{v}) = -\nabla(p + \varphi) + \mu \nabla^2 \vec{v}, \quad (1)$$

$$\nabla \vec{v} = 0, \quad (2)$$

$$\rho c(\partial_t T + \vec{v} \nabla T) = k_{th} \nabla^2 T, \quad (3)$$

где v – скорость жидкости, p – давление, c – теплоемкость, T – температура, k_{th} – коэффициент теплопроводности, ρ – плотность жидкости, φ – химический потенциал, μ – коэффициент динамической вязкости жидкости. На границе раздела «жидкость-газ» используются кинематическое уравнение и уравнение деформируемой поверхности. На межфазной границе «твердое тело-жидкость» скорость жидкости имеет нулевое значение.

Чтобы включить в задачу межмолекулярные взаимодействия и действие двойного электрического слоя, химический потенциал был записан в таком виде:

$$\varphi = \frac{dg}{dh} = \frac{A}{6\pi h^3} - \frac{S^p}{l_0} \exp \frac{d_0 - h}{l_0} \quad (4)$$

где A – постоянная Гамакера, S^p – параметр адсорбции ионов из подложки в жидкость, d_0 – радиус молекулярного взаимодействия, l_0 – дебаевская длина.

При выводе уравнения эволюции пленки было использовано длинноволновое приближение, которое основывается на геометрии задачи. Длинноволновое приближение заключается в том, что продольный масштаб задачи (например, длина волны вдоль деформируемой поверхности) полагается много большим поперечного масштаба, например, средней толщины слоя. Отношение толщины слоя к длине волны полагается очень малым, и вводится так называемый лубрикационный, или геометрический коэффициент. После этого проводится обезразмеривание задачи, при котором, благодаря учету геометрии, уравнение существенно упрощается.

В ходе работы было получено следующее безразмерное уравнение эволюции пленки:

$$\partial_t h + \frac{MaB}{2} \nabla \left(\frac{h^2 \nabla h}{(1+Bh)} \right)^2 + \nabla \left(\frac{h^3}{3} \nabla \left(Ca \nabla^2 h - \frac{1}{h^3} + e^{-\chi h} \right) \right) + \Omega \left(\frac{1}{h^3} - e^{-\chi h} - \nabla^2 h - S \right) = 0 \quad (5)$$

где Ma – число Марангони, B – число Био для теплообмена жидкости и газа, Ca – капиллярное число, χ – безразмерный химический потенциал поверхности «жидкость-твердое тело», Ω – безразмерный параметр испарения, S – параметр химического потенциала газовой фазы.

По этому уравнению при помощи метода Кранка-Николсона была построена система конечно-разностных уравнений и написана программа для решения этой системы. При написании программы использовались

граничные условия $h_x = h_{xxx} = 0$ при $x = 0, m$, то есть первая и третья пространственные производные толщины h равны нулю на границах области. Программа выдает профиль жидкости, получаемый через заданное время при заданных параметрах.

Таким же образом была построена система конечно-разностных уравнений и написана программа для ее решения в трехмерном случае. Была получена картина тонкого слоя с пальчиковой неустойчивостью в начальной стадии. На рисунке 1 показан результат трехмерного моделирования при следующих параметрах: $\chi = 1.085$, $S = -0.003$, $\Omega = 0.07$, $Ma = 100$. Моделирование было выполнено на сетке с шагом по времени $\Delta t = 0.001$. Для проверки точности схемы расчеты были выполнены на сетке размером 100×100 и с практически тем же результатом: разница составила менее 2%.

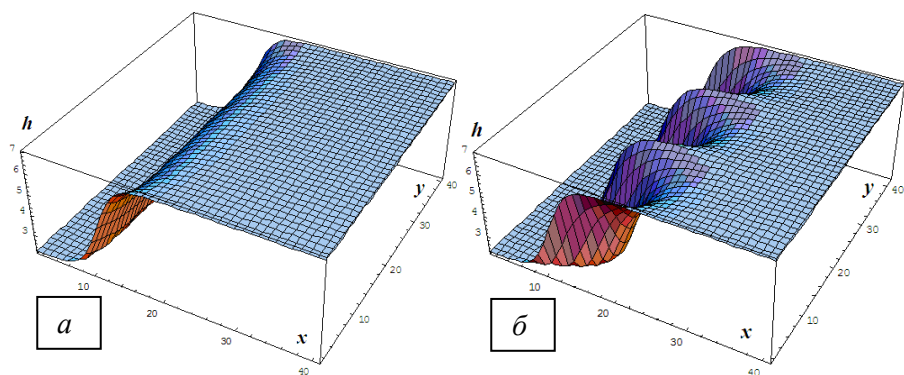


Рис. 1 – Трехмерная модель фронта жидкой пленки с образованием «пальчиковой» неустойчивости: *а* – начальная фаза, *б* – формирующиеся «пальцы». Параметры моделирования: $\chi = 1.085$, $S = -0.003$, $\Omega = 0.07$, $Ma = 100$.

На рис. 2а, полученном в результате численного моделирования при малых числах Марангони, видно, что на границе фронта между двумя устойчивыми значениями толщины возникает вздутие, «бугор». При увеличении безразмерного числа Марангони (рис. 2б) вздутие исчезает. И наконец, при значении $Ma = 100$ (рис. 2в) фронт жидкости начинает «пропадать» — из-за высокого значения градиента поверхностного натяжения начинает уменьшаться толщина более толстого участка.

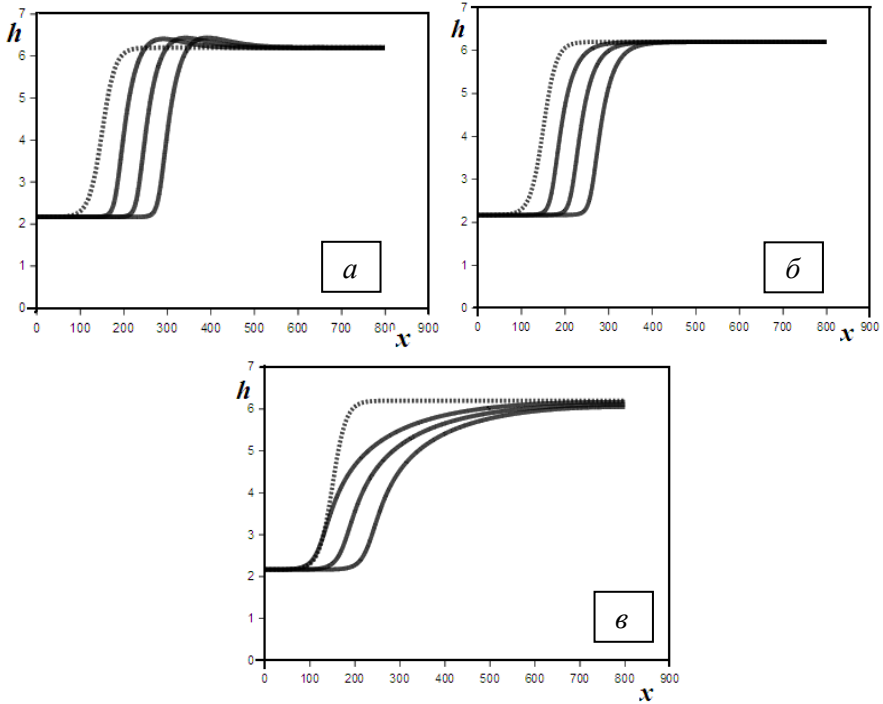


Рис. 2 – Профили тонкой жидкой пленки, полученные в результате численного моделирования при различных значениях числа Марангони (*a* – $Ma=1$; *б* – $Ma=10$; *в* – $Ma=100$). Значения других параметров: $\Omega=0.07$, $\chi = 1.085$, $B = 0.001$, $S = -0.003$.

Был проведен линейный анализ устойчивости пленки по отношению к продольным и поперечным возмущениям фронта. Для этого к стационарному значению толщины пленки h_0 добавлялось возмущение $\tilde{h} = \tilde{h}_0(\delta t + ikx)$, и были выведены следующие дисперсионные соотношения $\delta(k)$:

$$\delta + k^4 \frac{Ca h_0^3}{3} - k^2 \left(\frac{Ma B h_0}{2} + \frac{1}{h_0} - \frac{\chi h_0^3}{3} e^{-\chi h_0} - \Omega \right) + \Omega \left(\frac{3}{h_0^4} + \chi e^{-\chi h_0} \right) = 0 \quad (6)$$

Полученные дисперсионные соотношения для поперечных возмущений при различных значениях безразмерного числа Марангони изображены на рисунке 3. Оказалось, что при высоких числах

Марангони появляются зоны неустойчивости фронта, а повышение параметра испарения повышает устойчивость пленки.

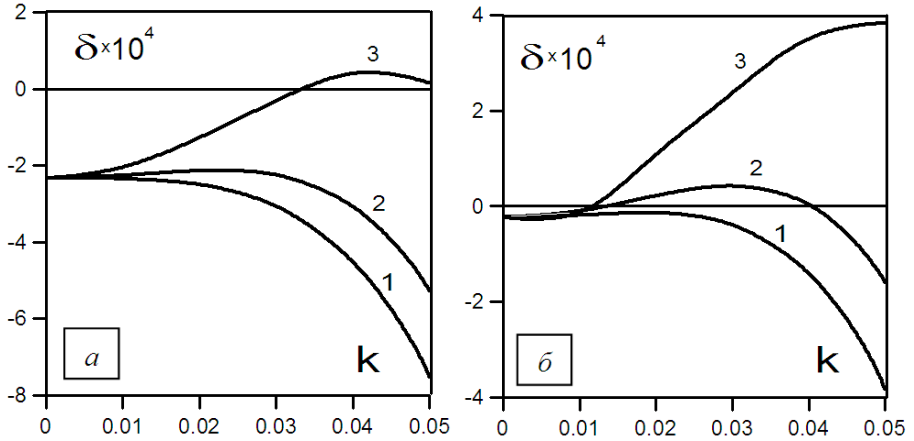


Рис. 3 – Дисперсионные соотношения $\delta(k)$ при различных значениях числа Марангони: 1 – $Ma = 1$, 2 – $Ma = 30$, 3 – $Ma = 100$; под буквами *a* и *б* приведены случаи $\Omega = 0.07$ и $\Omega = 0.007$, соответственно. Значения остальных параметров: $\chi = 1.085$, $S = -0.003$, $B = 0.001$.

В третьей главе была поставлена задача численно исследовать тонкую пленку полярной жидкости с добавлением растворимого поверхностно-активного вещества (ПАВ) в концентрации много ниже критической концентрации мицеллообразования (ККМ). В отличие от второй главы работы, поверхностное натяжение зависит не от температуры, а от поверхностной концентрации ПАВ.

По условию задачи жидкость изотермическая, а для исследования динамики концентрации ПАВ используются уравнения диффузии объемной и поверхностной концентрации, а также уравнение обмена между объемом и поверхностью:

$$\partial_t c + \vec{v} \nabla c = D_b \nabla^2 c, \quad (7)$$

$$\partial_t \Gamma + \nabla_s \cdot (\vec{v}_s \Gamma) + H \Gamma (\vec{v} \cdot \vec{n}) = D_s \nabla^2 \Gamma + J, \quad (8)$$

$$J = c(\vec{v} - \vec{v}_s) \cdot \vec{n} - D_b \nabla c \cdot \vec{n} = k_1 c - k_2 \Gamma, \quad (9)$$

где c , Γ – объемная и поверхностная концентрации, D_b , D_s – объемный и поверхностный коэффициенты диффузии, J – параметр обмена ПАВ между объемом и поверхностью, H – кривизна поверхности, $\vec{n}$ – нормаль

к поверхности, $\vec{v}_s$ – скорость вдоль поверхности, ∇_s – градиент вдоль поверхности.

С использованием длинноволнового приближения были получены уравнения эволюции профиля пленки и поверхностной концентрации ПАВ:

$$\begin{aligned} \partial_t h - \partial_x \left[\frac{h^3}{3} \left(-Ca \partial_x^2 h + \frac{1}{h^3} - e^{-\chi h} \right) \right] - Ma_c \partial_x \left(\partial_x \Gamma \frac{h^2}{2} \right) + \\ + \Omega \left(\frac{1}{h^3} - e^{-\chi h} - \partial_x^2 h - S \right) = 0 \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} (\beta + h) \partial_t \Gamma = \partial_x \Gamma h^2 \partial_x \left(-Ca \partial_x^2 h + \frac{1}{h^3} - e^{-\chi h} \right) \left(\frac{\beta}{2} + \frac{h}{3} \right) + \\ + Ma_c (\partial_x \Gamma)^2 h \left(\beta + \frac{h}{2} \right) + \frac{\beta \partial_x^2 \Gamma}{Pe_s} + \frac{\partial_x (h \partial_x \Gamma)}{Pe_b} \end{aligned} \quad (11)$$

где h – толщина пленки, Ma_c – концентрационное число Марангони, описывающее поверхностный эффект градиента концентрации ПАВ, S – химический потенциал пара над пленкой, Pe_s , Pe_b – соответственно поверхностное и объемное число Пекле, которое показывает диффузию ПАВ, Γ – поверхностная концентрация ПАВ, Ω – параметр испарения, β – параметр адсорбции-десорбции ПАВ между поверхностью и объемом жидкости, Ca – капиллярное число.

По этим уравнениям при помощи полуявной схемы Кранка-Николсона была построена система конечно-разностных уравнений, которая решалась численно методом прогонки. В результате численного моделирования были получены профили тонкой пленки, испарявшейся в течение $t = 30\,000$. На рисунке 4 видно, что при достаточно высоких числах Марангони и Пекле структура слоя разрушается, образуя множество неровностей, и пленка постепенно приобретает меньшую из двух возможных толщин, которая соответствует минимуму свободной энергии. Также из рисунка 4 видно, что чем выше число Марангони, тем быстрее происходит процесс разрушения.

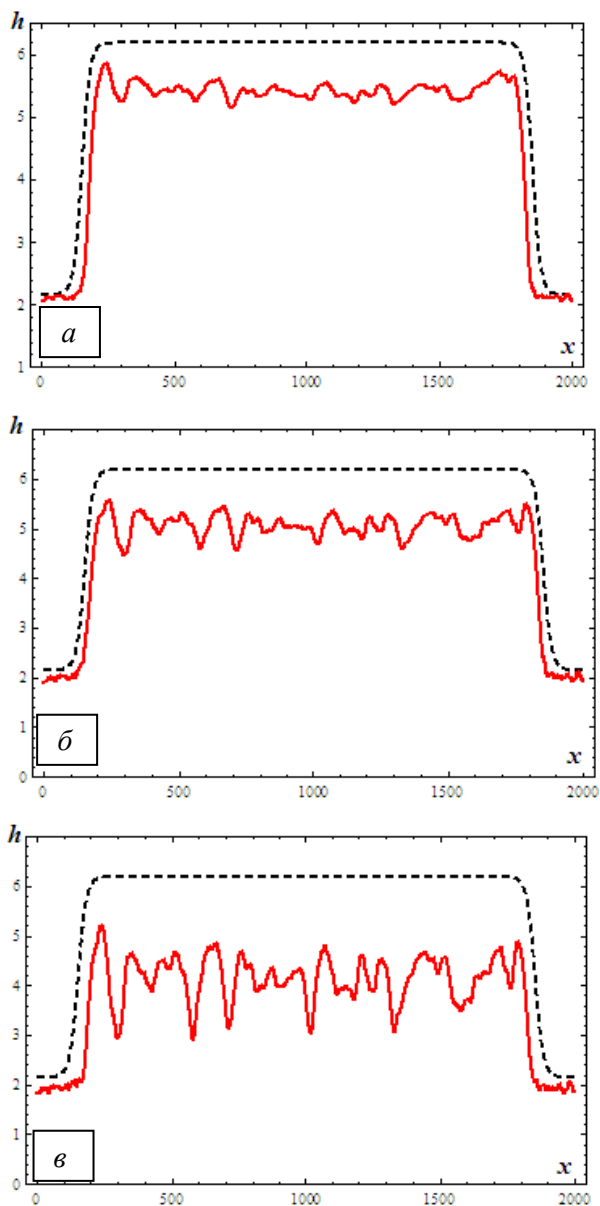


Рис. 4 – Профили жидкой пленки по прошествии времени $t = 30\,000$ при $Pe_s = Pe_b = 25$, $\chi = 1.085$, $\Omega = 0.01$, $\beta = 0.001$: *a* – при $Ma = 300$, *б* – при $Ma = 600$, *в* – при $Ma = 800$. Пунктирной линией показано начальное положение профиля.

По этому случаю также был проведен линейный анализ устойчивости по отношению к возмущениям как пленки, так и концентрации сурфактанта. Для анализа устойчивости рассматривалось такое состояние системы, при котором начальные величины толщины h и концентрации Γ имеют постоянные значения h_0 и Γ_0 , и вводились возмущения в виде $\exp(\lambda t + i k x)$, где λ – декремент возмущений, а k – волновое число. Подставив эти возмущения в уравнения эволюции (10)–(11), получили задачу на собственные значения:

$$\begin{pmatrix} \lambda + \frac{4}{3}k^4Ca + k^2L_{21} + L_{01} & \frac{1}{2}k^2Ma_c \\ -k^4Ca & (\beta + 1)\lambda + k^2L_{22} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \tilde{h} \\ \tilde{\Gamma} \end{pmatrix} = 0 \quad (12)$$

где

$$L_{21} = \frac{\chi}{3}e^{-\chi}(2 - \chi) + \Omega + Ma_c, \quad L_{01} = \Omega(1 - e^{-\chi} - S),$$

$$L_{22} = \left(\frac{\beta}{2} + \frac{1}{3}\right)(\chi e^{-\chi} - 3) + Ma_c\left(\beta + \frac{1}{2}\right) + \frac{\beta}{Pe_s} + \frac{2}{Pe_b}.$$

Оказалось, что, как и в предыдущей задаче, эффект Марангони оказывает дестабилизирующее действие, а стабилизирующим фактором выступает испарение, что можно увидеть на рисунке 5.

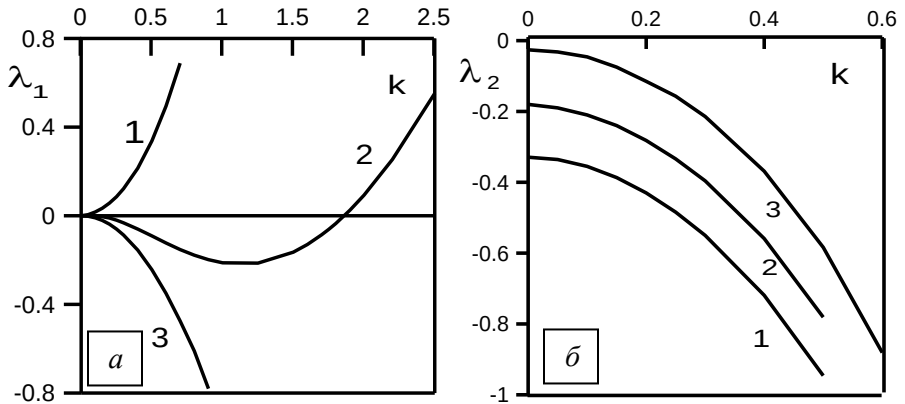


Рис. 5 – Дисперсионные соотношения $\lambda(k)$: а) для концентрации ПАВ при различных значениях числа Марангони, 1 – $Ma=5$, 2 – $Ma=1.8$ и 3 – $Ma=0.01$; б) для толщины пленки при различных значениях параметра испарения, 1 – $\Omega=0.125$, 2 – $\Omega=0.07$ и 3 – $\Omega=0.001$. Значения других параметров: $Pe_s=Pe_b=25$, $\chi=1.085$; $\beta=0.001$; $S=-0.003$.

В заключении приведены основные результаты и выводы работы.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ

1. Теоретически исследовано испарение тонкой пленки полярной жидкости на твердой подложке со свободной деформируемой поверхностью «жидкость-газ» при наличии капиллярных явлений. В рамках длинноволнового приближения получены уравнения эволюции пленки.

2. Разработаны и апробированы алгоритмы и программы для численного моделирования испаряющейся тонкой пленки полярной жидкости на твердой подложке при наличии термо- и концентрационно-капиллярного эффекта.

3. Теоретически исследована устойчивость пленки при наличии термокапиллярности. Установлено, что термокапиллярные явления снижают устойчивость фронта движения жидкости между двумя участками пленки, имеющими разную толщину, по отношению к продольным и поперечным возмущениям.

4. Теоретически исследована устойчивость пленки при наличии поверхностно-активного вещества. Установлено, что ПАВ снижает устойчивость пленки и приводит к разрушению участка с большей толщиной.

5. Установлено, что испарение повышает устойчивость тонкого слоя полярной жидкости.

СПИСОК ПУБЛИКАЦИЙ

Статьи в ведущих рецензируемых журналах из Перечня ВАК:

1. Gordeeva V.Yu., Lyushnin A.V. Influence of Marangoni instability on evaporation of the polar liquid film // *European Physical Journal, Special Topics*. 2013. – Vol. 219. – P.45-49.
2. Гордеева В.Ю., Люшнин А.В. Влияние термокапиллярного эффекта на динамику и устойчивость движения испаряющейся тонкой пленки // *Журнал технической физики*, 2013. – Т. 83, Вып. 3. – С. 41-47; Gordeeva V.Yu., Lyushnin A.V. Influence of the thermocapillary effect on the dynamics and stability of motion of a thin evaporating film // *Technical Physics* 2013. – Vol. 58, N.3. – P.351-357.
3. Гордеева В.Ю., Люшнин А.В. Особенности испарения тонкого слоя воды в присутствии растворимого сурфактанта // *Журнал технической физики*. 2014. – Т. 84, Вып. 5. – С. 28-34.; Gordeeva V.Yu., Lyushnin A.V. Peculiarities of Evaporation of a Thin Water Layer in the Presence of a Solvable Surfactant // *Technical Physics* 2014. – Vol. 59, N.5. – P.656-662.

Статьи в журналах, сборниках и трудах конференций:

4. Гордеева В.Ю., Люшнин А.В. Влияние термокапиллярного эффекта на скорость распространения фронта тонкого слоя испаряющейся полярной жидкости // Конвективные течения: сборник научных статей / Под общ. ред. В.Г. Козлова. – Пермь: ПГГПУ. – 2011 – С. 53-59.
5. Люшнин А.В., Гордеева В.Ю. Исследование устойчивости движения фронта испаряющейся тонкой водяной пленки при наличии растворимого сурфактанта // Конвективные течения: сборник научных статей / Под общ. ред. В.Г. Козлова. – Пермь: ПГГПУ, 2013. – Вып. 6. – С. 9-17.
6. Гордеева В.Ю., Люшнин А.В. Исследование влияния поверхностно-активного вещества на движение тонкого слоя жидкости в длинноволновом приближении // XVIII Зимняя школа по механике сплошных сред, Пермь, 18 – 19 февраля 2013 г. Тезисы докладов. – Пермь, 2013. – С. 105.
7. Gordeeva V.Yu., Lyushnin A.V. The motion of spreading surfactant on thin film of polar liquids // Proceeding of International Conference “Fluxes and structures in fluids”, June 25-28, 2013, Saint-Peterburg. - M.: MAKSPress, 2013. - P.122-125.
8. Gordeeva V.Y., Lyushnin A.V. Study of the effect of spreading surfactants on thin films of polar liquids // Book of abstracts of 8th International Topical Team Workshop on Two-Phase Systems for Ground and Space Applications. September 16-19, 2013, Bremen. – Universität Bremen Press, 2013. - P.82-83.