

На правах рукописи

Попов Евгений Андреевич

**ТРЕХМЕРНЫЕ КОНВЕКТИВНЫЕ ЭФФЕКТЫ
В УЗКИХ ПОЛОСТЯХ**

01.02.05 – Механика жидкости, газа и плазмы

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Пермь – 2014

Работа выполнена на кафедре теоретической физики Пермского государственного национального исследовательского университета

Научный руководитель:

Демин Виталий Анатольевич, доктор физико-математических наук,
доцент

Официальные оппоненты:

Иванова Алевтина Алексеевна, доктор физико-математических наук, профессор, Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет, Ведущий научный сотрудник Лаборатории вибрационной гидромеханики

Паршакова Янина Николаевна, кандидат физико-математических наук, Институт механики сплошных сред УрО РАН, научный сотрудник Лаборатории вычислительной гидродинамики

Ведущая организация:

Национальный исследовательский Томский государственный университет

Защита состоится “__” _____ 201_ г. в 15¹⁵ на заседании диссертационного совета Д 212.189.06 при Пермском государственном национальном исследовательском университете по адресу: 614990, г. Пермь, ул. Букирева, 15, зал заседаний Ученого совета.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Пермского государственного национального исследовательского университета и на сайте <http://www.psu.ru>.

Автореферат разослан “__” _____ 2014 г.

Ученый секретарь диссертационного
совета, к.ф.-м.н., доцент

В.Г. Гилев

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность работы Конвективные процессы в природе и технологических приложениях часто отличает сложная пространственная картина и поведение во времени, для описания которых требуется прямое трехмерное численное моделирование. С другой стороны, специфика геометрии иногда позволяет упростить расчет гидродинамических течений, сведя его к двумерной или одномерной постановке, как в случае тонких слоев или узких каналов. Однако, как показывает практика, существуют пограничные гидродинамические задачи, характеризующиеся, на первый взгляд, чрезвычайно простой геометрией, но, тем не менее, выходящие за рамки простого двумерного или одномерного приближения. Более того, в случае невозможности применения приближений плоских или одномерных траекторий при изучении течений в тонких слоях или каналах их описание начинает требовать чрезвычайно больших вычислительных ресурсов, так как начинает играть роль эффект несоизмеримости отдельных размеров расчетной области. Анализ довольно большого числа задач показывает, что сформулировать более или менее универсальные рецепты для оптимизации численной процедуры, позволяющие упростить моделирование рассматриваемых процессов, чрезвычайно сложно. Однако определенные рекомендации и подходы к решению подобных проблем все же можно выработать. Обсуждению именно таких ситуаций в гидродинамике и посвящена данная диссертация. Какие-то задачи, включенные в работу, были инициированы экспериментами, а какие-то обнаружались чисто теоретически в ходе сравнения результатов двумерного и полного трехмерного численного моделирования.

Следует отметить, что в последние годы быстрое развитие современной вычислительной техники в совокупности с развитием численных методов и достижениями в области оптимизации алгоритмов стремительно возросли. Эти глобальные процессы в естественных науках были прогнозируемы, но успехи оказались все равно впечатляющими. Как следствие, достигнутые возможности в области компьютерного моделирования оказались востребованными при изучении различных нетривиальных трехмерных конвективных эффектов в тонких полостях. С другой стороны, не потеряли актуальность и различные методы теоретической физики, позволяющие максимально упростить описание рассматриваемых процессов. Их применение дает возможность изучить эффект в “чистом виде”, позволяет получить строгие закономерности, лежащие в основе физических явлений в виде аналитических формул, которые допускают простую интерпретацию. По сути, современный научный подход к исследованию какого-нибудь сложного процесса должен включать упрощенный аналитический анализ физических законов рассматриваемых явлений и полное численное моделирование. Только так можно добиться комплексного описания самого явления и всего многообразия сопутствующих вторичных деталей.

Целью работы является численное и аналитическое исследование различных трехмерных конвективных эффектов, возникающих за счет движения однородных и многокомпонентных жидкостей в тонких слоях и каналах при задании неоднородности температуры на стенках полости, воздействии высоко-

частотных вибраций, седиментации, наличии явления термодиффузии или просто создании начальной неоднородности концентрации компонентов в объеме. Наибольшее внимание было уделено анализу степени трехмерности в конвективных задачах, выявлению наиболее характерных отличительных свойств 3D течений и методикам их расчета.

Научная новизна результатов

1. Новыми являются результаты аналитического и численного исследования влияния высокочастотных поступательных вибраций на устойчивость механического квазиравновесия и нелинейные режимы течения бинарной жидкости в ячейке Хеле – Шоу при ориентации оси вибраций под произвольным углом в плоскости широких граней.

2. В ходе прямого 3D численного моделирования проведена апробация новой модели тепловой конвекции трехкомпонентного коллоидного раствора. В роли несущей среды выступает бинарная жидкость с возможностью термодиффузионного перераспределения молекулярных составляющих, а третьим компонентом являются частицы размером в интервале от микро- до нанометров, действие которых проявляется через эффект седиментации. Путем расчета параметра порядка обнаружено явление регулярной повторяемости во времени нестационарного нарушения симметрии у автоколебательного четырехвихревого течения с перезамыканием угловых вихрей в ячейке Хеле – Шоу.

3. В широком диапазоне управляющих параметров верифицировано приближение плоских траекторий, традиционно применяющееся для ячейки Хеле – Шоу при расчете конвективных движений в подогреваемом снизу вертикальном слое.

4. На основе трехмерных численных расчетов в плоскости безразмерных параметров чисел Прандтля и Грасгофа построена карта режимов всплытия тепловых плюмов в тонком вертикальном слое при локальном центральном подогреве снизу под действием силы тяжести.

5. Проведено трехмерное численное моделирование взаимодействия плюмов в тонком вертикальном слое, подогреваемом снизу несколькими локализованными источниками тепла. На основе анализа поля давления в массиве жидкости дано объяснение взаимодействию плюмов друг с другом и близлежащей узкой вертикальной гранью полости.

6. Численно изучен гидродинамический процесс вытеснения легкой жидкости тяжелой в тонком горизонтальном слое конечных размеров, порождаемый неравновесным начальным распределением по плотности при наличии эффекта взаимной растворимости сред. Проведено 3D моделирование концентрационной конвекции, возникающей в областях с неустойчивой стратификацией вблизи границы раздела между встречными потоками. Получены различные количественные характеристики течения, в том числе, скорость движения границ раздела в зависимости от разности плотностей жидкостей.

Автор защищает

1. Аналитические и численные результаты решения задачи устойчивости механического квазиравновесия бинарной смеси с учетом термодиффузии в

- ячейке Хеле – Шоу при наличии силы тяжести и поступательных вибраций, ось которых произвольно ориентирована в плоскости широких граней.
2. Результаты трехмерного численного моделирования автоколебательного четырехвихревого течения бинарной жидкости-носителя с коллоидными частицами в качестве наполнителя в подогреваемой снизу ячейке Хеле – Шоу. Описание явления нарушения симметрии этого течения и количественные данные расчета параметра порядка.
 3. Классификацию тепловых плюмов в тонком вертикальном слое и трехмерную картину их движения при локальном нагреве снизу.
 4. Карту режимов всплытия тепловых плюмов в плоскости безразмерных параметров: чисел Прандтля и Грасгофа, полученную для тонкого слоя с большим гидродинамическим сопротивлением.
 5. Результаты трехмерного численного моделирования всплытия плюмов от нескольких локальных источников тепла и теоретические положения, обосновывающие их взаимодействие.
 6. Трехмерный расчет картины взаимного вытеснения двух растворимых жидкостей вследствие заданной разности плотностей при наличии силы тяжести.

Достоверность материала, изложенного в диссертации, подтверждается его совпадением в предельных случаях с уже известными теоретическими результатами; наличием качественного и количественного соответствия экспериментальным данным; тестированием расчетных сеток на сходимость по всем важнейшим локальным и интегральным характеристикам.

Практическая значимость работы Результаты третьей и четвертой глав могут оказаться востребованными при совершенствовании конвективного датчика низкочастотных ускорений, ключевая идея разработки которого основана на геометрии Хеле – Шоу¹.

Материал пятой главы имеет скорее фундаментальное значение, и позволяет объяснить неожиданное конвективное поведение, наблюдавшееся в пограничных слоях двух взаиморастворимых жидкостей с разными плотностями в ходе установления устойчивой стратификации в тонком горизонтальном слое.

Все результаты, полученные в диссертации, могут способствовать более глубокому пониманию гидродинамических процессов, которые имеют место в природе и технологических приложениях, а также развитию методов управления конвективными и другими комбинированными течениями однородных и многокомпонентных жидкостей. В подтверждение востребованности результатов диссертации укажем, что часть исследований по ее тематике выполнялась при поддержке грантов РФФИ под названиями: “Конвективные процессы в зоне смешивания встречных потоков реагирующих жидкостей” (рук. А.И. Мизев, ИМСС УрО РАН, г. Пермь) и “Колебательные конвективные процессы в нано- и микрожидкостях в микрофлюидических системах: анализ и контроль” (рук. Б.С. Марышев, ИМСС УрО РАН, г. Пермь).

¹ Бабушкин И.А., Демин В.А., Дягилев Р.А., Путин Г.Ф. // Патент на изобретение № 2421735 С2 “Акселерометр” // 20.06.2011.

Апробация работы Основные результаты диссертационной работы докладывались на следующих научных семинарах и конференциях: Всероссийская конференция молодых ученых “Неравновесные процессы в сплошных средах”, Пермь, 2012; Российская конференция по магнитной гидродинамике, Пермь, 2012; XVIII Зимняя школа по механике сплошных сред, Пермь, 2013; Пермский гидродинамический семинар им. Г.З. Гершуни и Е.М. Жуховицкого, Пермь, 2013, 2014; Всероссийская конференция по математике и механике, Томск, 2013; “Пермские гидродинамические научные чтения”, Пермь, 2013; Международная конференция “Advanced Problems in Mechanics”, Санкт-Петербург, 2014; Международная конференция “XII Забабахинские научные чтения”, Снежинск, 2014. Кроме того, автор диссертации прошел стажировку по теме “Основы использования свободных пакетов SALOME, OpenFOAM и ParaView при решении задач механики сплошных сред”, которая проходила в Институте системного программирования РАН, Москва, 2012.

Публикации Основные результаты исследований изложены в 17 работах. В том числе пять статей опубликовано в журналах из списка ВАК [1-5], три статьи – в журналах, индексируемых системой РИНЦ [6-8] и девять публикаций – в сборниках тезисов научных конференций [9-17].

Личный вклад В совместных работах [1,2,5], включающих сравнение теории и эксперимента, автору диссертации принадлежит расчетная часть. В теоретических работах [3-4], [6-17] соискатель участвовал в постановке задач, выполнял расчеты, проводил совместно с научным руководителем обобщение результатов и принимал непосредственное участие в подготовке публикаций.

Структура и объем диссертации Диссертация состоит из 5^{ти} глав, заключения и списка литературы, включающего 111 наименований. В работе имеется 56 рисунков и 6 таблиц. Общий объем диссертации равен 141 странице.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Первая глава представляет собой введение в область исследования и краткое описание диссертации. **Во второй главе** проведен обзор литературы по тематике диссертационной работы и изложен вывод классических осредненных уравнений термовибрационной конвекции бинарной смеси с учетом эффекта Соре при наличии силы тяжести², которые в дальнейшем использовались для расчета колебательных и стационарных течений в ячейке Хеле – Шоу:

$$\partial \vec{v} / \partial t + (\vec{v} \nabla) \vec{v} = -\nabla p + \Delta \vec{v} + \text{Gr}(T + C) \vec{\gamma} + \text{Gr}_v(\vec{W} \nabla) [(T + C) \vec{n} - \vec{W}], \quad (1)$$

$$\partial T / \partial t + (\vec{v} \nabla) T = \text{Pr}^{-1} \Delta T, \quad \partial C / \partial t + (\vec{v} \nabla) C = \text{Sc}^{-1} (\Delta C + \varepsilon \Delta T), \quad \text{div} \vec{v} = 0, \quad (2)$$

$$\text{rot} \vec{W} = (\nabla T + \nabla C) \times \vec{n}, \quad \text{div} \vec{W} = 0. \quad (3)$$

Здесь \vec{v} , p , T , C – осредненные поля скорости, давления, температуры и концентрации легкого компонента; \vec{W} – амплитуда пульсационной компоненты скорости, \vec{n} – направление оси вибраций. Система (1-3) содержит безразмерные параметры: число Грасгофа, его вибрационный аналог, далее – числа

² Gershuni G.Z., Kolesnikov A.K., Legros J.-C., Myznikova B.I. On the Vibrational Convective Instability of a Horizontal, Binary-mixture Layer with Soret Effect // J. Fluid Mech., 1997.

Прандтля и Шмидта, а также дополнительный безразмерный параметр, описывающий действие термодиффузии в смеси

$$\text{Gr} = \frac{g\beta_1\theta d^3}{\nu^2}, \text{Gr}_V = \frac{(b\Omega d\beta_1\theta)^2}{2\nu^2}, \text{Pr} = \frac{\nu}{\chi}, \text{Sc} = \frac{\nu}{D}, \varepsilon = \frac{\beta_2}{\beta_1}\alpha_T,$$

где ν – коэффициент кинематической вязкости, g – ускорение силы тяжести, $\vec{\gamma}$ – единичный вектор, направленный по вертикали вверх; β_1 и β_2 – соответственно, коэффициент теплового расширения и коэффициент, связывающий изменение плотности с изменением концентрации; χ и D – коэффициенты температуропроводности и диффузии; b, Ω – амплитуда и частота вибраций, α_T – коэффициент термодиффузии.

В третьей главе изучено влияние высокочастотных вибраций на устойчивость квазиравновесия бинарной смеси относительно возмущений в виде крупномасштабного одновихревого течения. Рассматривалась полость в форме прямоугольного параллелепипеда, один из линейных размеров которого много меньше двух других (рис. 1). Такую полость принято называть ячейкой Хеле – Шоу. Полость помещена в однородное поле тяжести и находится под действием вибраций, ось которых лежит в плоскости широких граней. Горизонтальные грани предполагаются изотермичными, узкие вертикальные – идеально теплоизолированными. На широких гранях поддерживается постоянный равновесный градиент температуры. Узкие вертикальные грани считаются свободными и недеформируемыми. В безразмерных единицах полутолщины ячейки d ее параметры будут иметь следующие обозначения: толщина ячейки 2, высота H (варьировалась в пределах от 20 до 42), длина L (менялась от 10 до 22). Единичный вектор \vec{n} имеет компоненты $(\cos \alpha, \sin \alpha, 0)$. На широких гранях справедливо условие прилипания. В § 3.1 из системы (1-3) выводятся уравнения в терминах функций тока для отклонений от равновесного решения. Согласно процедуре Галеркина – Канторовича, искомые скалярные поля разлагаются в ряды по пространственным базисным функциям с амплитудами, зависящими от времени (в качестве базисных используются тригонометрические функции). После интегрирования системы уравнений по объему полости была получена система обыкновенных дифференциальных уравнений для амплитуд, зависящих от времени. В § 3.2 представлены аналитические результаты, полученные в ходе решения стационарной задачи для положительной (нормальной) и отрицательной (аномальной) термодиффузии при вибрациях различной интенсивности и направления. На рис. 2 изображены зависимости амплитуды функции тока от числа Грасгофа, полученные с помощью ма-

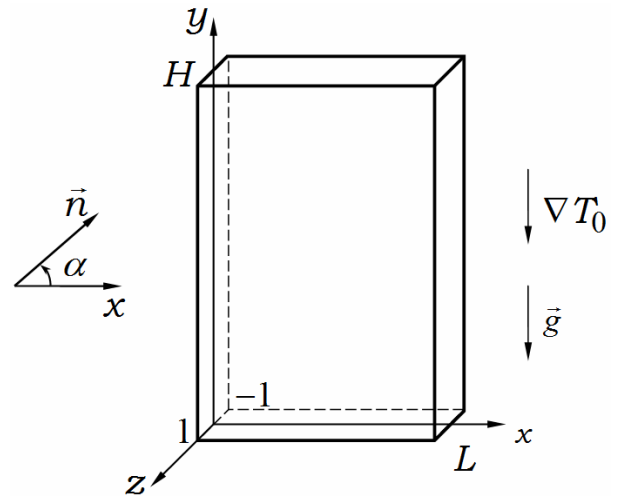


Рис.1. Геометрия задачи

тоторо много меньше двух других (рис. 1). Такую полость принято называть ячейкой Хеле – Шоу. Полость помещена в однородное поле тяжести и находится под действием вибраций, ось которых лежит в плоскости широких граней. Горизонтальные грани предполагаются изотермичными, узкие вертикальные – идеально теплоизолированными. На широких гранях поддерживается постоянный равновесный градиент температуры. Узкие вертикальные грани считаются свободными и недеформируемыми. В безразмерных единицах полутолщины ячейки d ее параметры будут иметь следующие обозначения: толщина ячейки 2, высота H (варьировалась в пределах от 20 до 42), длина L (менялась от 10 до 22). Единичный вектор \vec{n} имеет компоненты $(\cos \alpha, \sin \alpha, 0)$. На широких гранях справедливо условие прилипания. В § 3.1 из системы (1-3) выводятся уравнения в терминах функций тока для отклонений от равновесного решения. Согласно процедуре Галеркина – Канторовича, искомые скалярные поля разлагаются в ряды по пространственным базисным функциям с амплитудами, зависящими от времени (в качестве базисных используются тригонометрические функции). После интегрирования системы уравнений по объему полости была получена система обыкновенных дифференциальных уравнений для амплитуд, зависящих от времени. В § 3.2 представлены аналитические результаты, полученные в ходе решения стационарной задачи для положительной (нормальной) и отрицательной (аномальной) термодиффузии при вибрациях различной интенсивности и направления. На рис. 2 изображены зависимости амплитуды функции тока от числа Грасгофа, полученные с помощью ма-

тематического пакета Maple 11, позволяющего проводить аналитические вычисления. На рисунках присутствуют фрагменты в увеличенном масштабе, иллюстрирующие припороговую область, т.е. характер возбуждения конвекции.

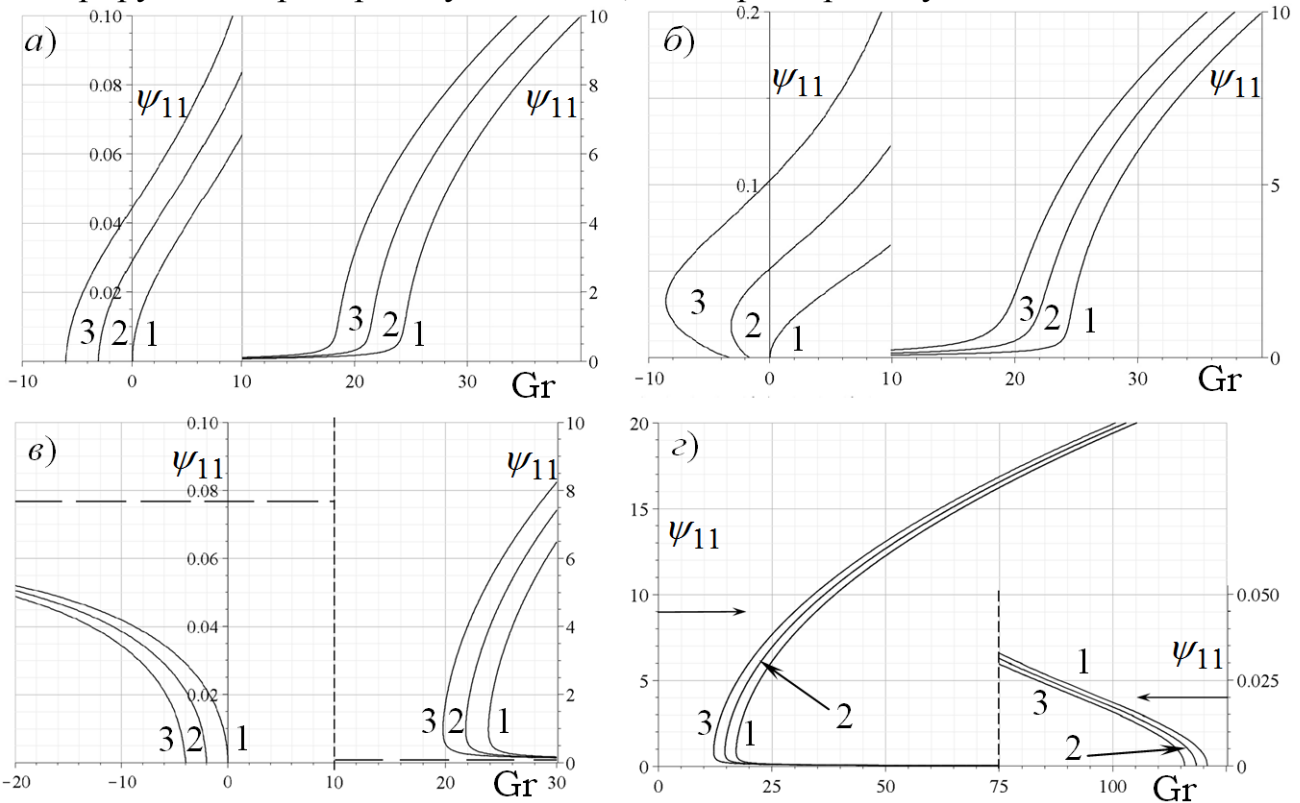


Рис. 2. Амплитудные кривые для параметров $H = 20, L = 10, Pr = 7, Sc = 2100, 1 - Gr_v = 0; 2 - Gr_v = 50, 3 - Gr_v = 100$, а) горизонтальные вибрации $\alpha = 0^\circ, \varepsilon = 0.21$; б) $\alpha = 30^\circ, \varepsilon = 0.21$; в) сильная отрицательная термодиффузия $\varepsilon = -0.21, \alpha = 0^\circ$; г) модельное число Шмидта $Sc = 50, Pr = 10, \varepsilon = -0.01$

Из рис. 2а и б видно, что в отсутствие вибрационного воздействия при положительной термодиффузии конвекция возбуждается мягко, а при наличии любых негоризонтальных вибраций возбуждение конвекции происходит жестко, так же как в случае отрицательной термодиффузии. Конвекция может возникнуть при значениях числа Грасгофа меньших, чем критическое число, полученное из линейной задачи устойчивости. Причем область подкритичности наиболее ярко выражена при промежуточных углах наклона оси вибраций. Для аномальной термодиффузии существует два вида амплитудных кривых в зависимости от величины ε . На рис. 2г изображены амплитудные кривые с вытянутой зоной подкритичности, а в конце есть точка пересечения, соответствующая границе устойчивости относительно бесконечно малых монотонных возмущений. Для кривых подобного вида величина ε как правило мала. При сильной отрицательной термодиффузии (рис. 2в) амплитудные кривые претерпевают разрыв, теперь в правой области нет точки пересечения, а, следовательно, справа и нет границы устойчивости относительно бесконечно малых монотонных возмущений. Появляется горизонтальная асимптотика, к которой стремятся все кривые независимо от интенсивности и направления вибраций. Малым значениям амплитуды функции тока ψ_{11} соответствуют линии на левой

части графика, построенной с более крупным разрешением. Эти линии полностью расположены в области отрицательных чисел Грасгофа, что означает возможность слабого конвективного движения при нагреве сверху. Выход на этот слабый стационарный конвективный режим происходит через пикообразные выбросы. Значения точки разрыва получены аналитически в пределе больших чисел Грасгофа:

$$\psi_{11}^2 = \frac{2\pi^2 L^2}{Sc^2 Pr} \cdot \frac{(\text{Pr} \pi^2 s + 8\text{Sc} e) \varepsilon + \text{Pr} \pi^2 s}{(32/3 - \pi^2) \varepsilon - \pi^2}. \quad (4)$$

Для набора параметров, соответствующего рис. 2в, имеем значение асимптотики $\psi_{11} = 0.077$. Также получено условие для термодиффузионного параметра, при котором возможно устойчивое слабое одновихревое течение при отрицательных числах Грасгофа

$$\varepsilon < -\left(1 + \frac{8e\text{Sc}}{\pi^2 s \text{Pr}}\right)^{-1}, \quad \varepsilon > \left(\frac{32}{3\pi^2} - 1\right)^{-1}, \quad (\varepsilon_* \approx 12.4).$$

Значение термодиффузионного параметра 12.4, скорее всего, недостижимо: подобных жидких смесей в природе вероятно не существует, поэтому остается лишь одно отрицательное критическое значение ε . Оценивая его для модельного числа Шмидта $\text{Sc} = 50$, получаем $\varepsilon_* \approx -0.0116$. На рис. 2г термодиффузионный параметр равен $\varepsilon = -0.01$, поэтому на графике отсутствует разрыв амплитудных кривых и существует граница устойчивости относительно бесконечно малых монотонных возмущений в области положительных чисел Грасгофа. Параграф 3.3 посвящен изучению влияния геометрических размеров полости на пороговое значение возникновения одновихревого течения. Расчеты проводились для параметров: $\text{Pr} = 7$, $\text{Sc} = 2100$. Результаты табуляции формул приведены на рис. 3.

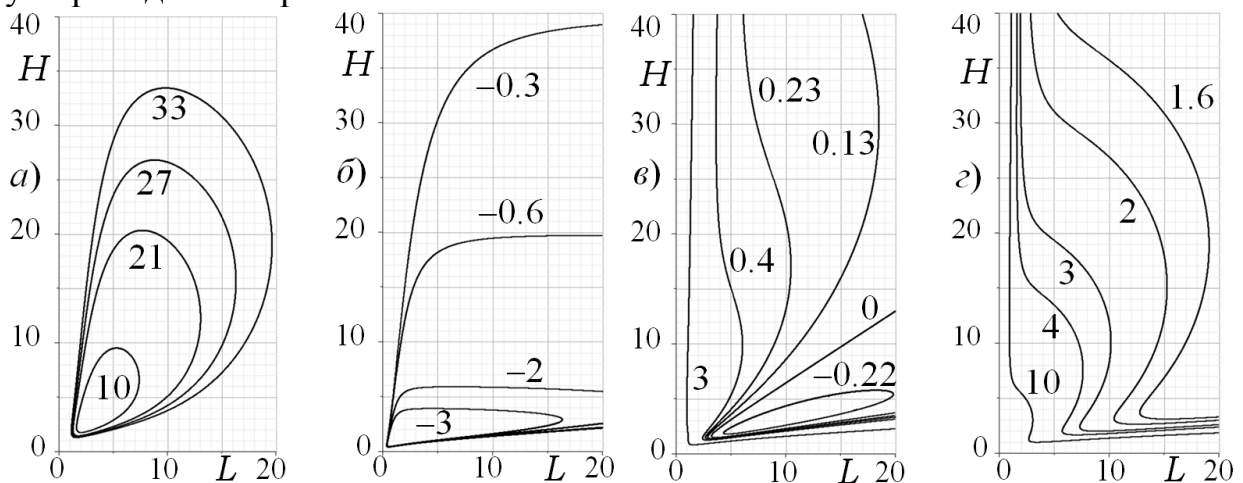


Рис. 3. Изолинии критического числа Грасгофа а) $\alpha = 0^\circ$, $\varepsilon = 0$, $\text{Gr}_v = 50$; б) $\alpha = 0^\circ$, $\varepsilon = 0.21$, $\text{Gr}_v = 10$; в) $\alpha = 60^\circ$, $\varepsilon = 0.21$, $\text{Gr}_v = 10$; г) $\alpha = 90^\circ$, $\varepsilon = 0.21$, $\text{Gr}_v = 50$

В § 3.4 получены границы устойчивости квазиравновесия по отношению к бесконечно малым монотонным и колебательным возмущениям. В случае положительной термодиффузии граница устойчивости одновихревого течения

относительно бесконечно малых монотонных возмущений находится значительно ниже границы устойчивости относительно бесконечно малых колебательных возмущений. Таким образом, монотонные возмущения являются наиболее “опасными” при положительной термодиффузии. В случае отрицательной термодиффузии, наиболее “опасными” являются уже не монотонные, а колебательные возмущения. Тем не менее, граница монотонной устойчивости нужна для классификации нестационарных решений. Сплошные линии и точки на рис. 4 образуют гистерезисную область, в которой будет “жестко” возникать конвекция. Из рис. 4а видно, что эта область наиболее широка при промежуточных углах наклона оси вибраций. Кроме этого, рассмотрен случай сильной отрицательной термодиффузии и получены границы устойчивости для колебательных возмущений.

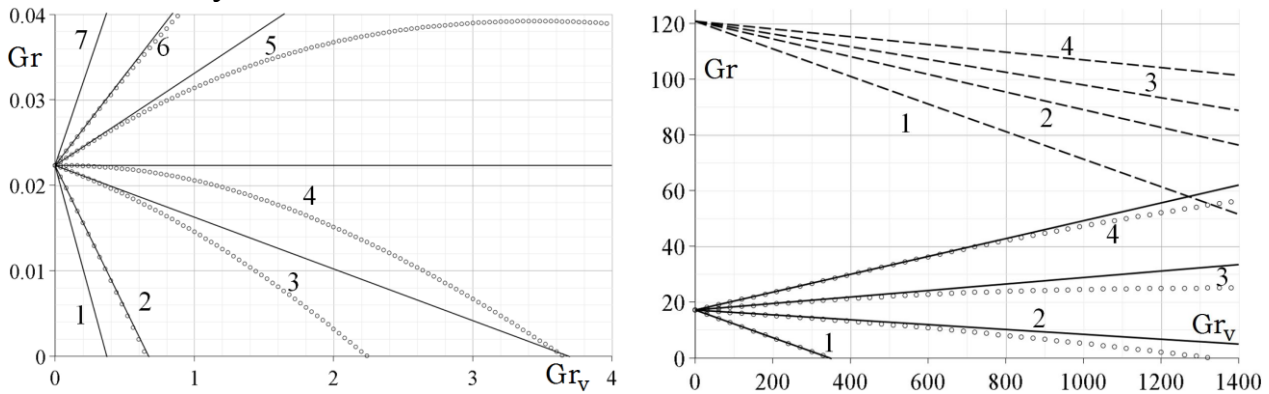


Рис. 4. Границы устойчивости одновихревого течения (прямые линии) и границы гистерезисной области (точки) а) границы монотонной устойчивости для положительной термодиффузии ($\varepsilon = 0.21$) при разных углах наклона оси вибраций. Кривые 1-7 соответствуют $\alpha = 0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 48^\circ, 54^\circ, 60^\circ, 90^\circ$; б) границы колебательной неустойчивости (сплошные линии) и границы монотонной устойчивости (штриховые линии) для отрицательной термодиффузии ($\varepsilon = -0.01$) для разных углов. Кривые 1-4 соответствуют $\alpha = 0^\circ; 45^\circ; 60^\circ; 90^\circ$.

В § 3.5-3.7 изучены нестационарные решения в широком диапазоне управляющих параметров. Среди различных нестационарных решений для положительной термодиффузии можно выделить регулярный колебательный режим и пикообразные выбросы, через которые происходит выход на стационарное одновихревое течение. Получены амплитуда и частота установившихся колебаний в зависимости от интенсивности и направления вибраций (рис. 5).

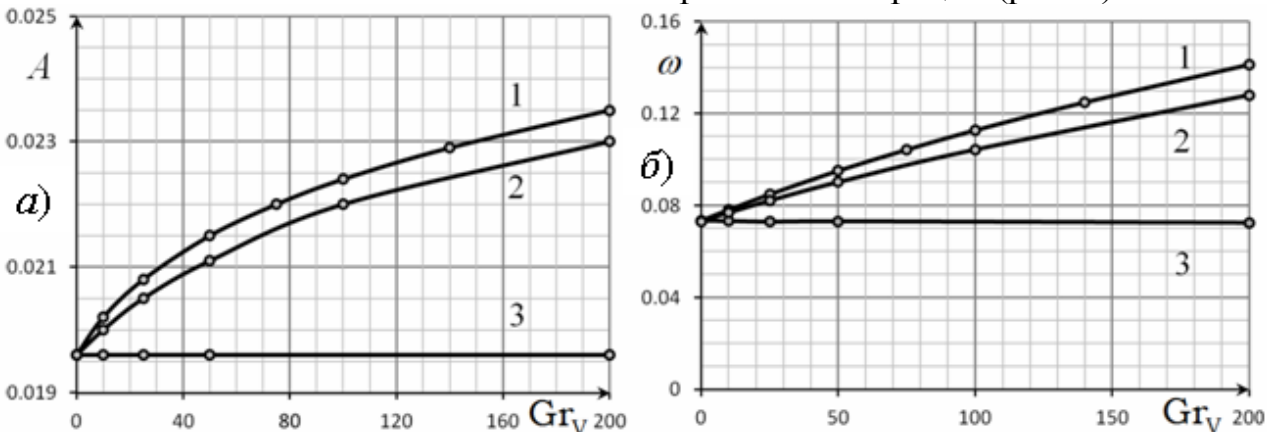


Рис. 5. Нестационарные решения; в), з) амплитуда и частота колебаний в зависимости от вибрационного числа Грасгофа

Для отрицательной термодиффузии классифицированы переходные течения по способу выхода на стационарную конвекцию. В случае сильной отрицательной термодиффузии также получены пикообразные выбросы в области отрицательных чисел Грасгофа; регулярные колебательные режимы и нерегулярные, при которых происходит смена закрутки одновихревого течения. В § 3.8 приводится краткая характеристика программного пакета OpenFOAM, предназначенного для моделирования задач механики сплошных сред. Проведено тестирование пакета на задаче тепловой конвекции в ячейке Хеле – Шоу. Получено хорошее согласие с известными теоретическими данными и экспериментом. В § 3.9 проведено полное 3D численное моделирование тепловой конвекции бинарной жидкости-носителя с микрочастицами под действием силы тяжести в ячейке Хеле – Шоу. Трехкомпонентная среда моделировалась уравнениями, аналогичными приближению Буссинеска:

$$\begin{aligned} \partial \vec{v} / \partial t + (\vec{v} \nabla) \vec{v} &= -\rho^{-1} \nabla p + \nu \Delta \vec{v} + g (\beta_T T + \beta_C C - \beta_\phi \phi) \vec{y}, \\ \partial T / \partial t + (\vec{v} \nabla) T &= \chi \Delta T, \quad \text{div} \vec{v} = 0, \\ \partial C / \partial t + (\vec{v} \nabla) C &= D_C (\Delta C - \alpha_T \Delta T), \quad \partial \phi / \partial t + (\vec{v} \nabla) \phi = D_\phi \Delta \phi + U \nabla \phi \vec{y}. \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь C – концентрация легкого молекулярного компонента в несущей жидкости, ϕ – концентрация коллоидных частиц; β_T – коэффициент теплового расширения, β_C и β_ϕ – параметры, связывающие изменения плотности с изменениями концентраций легкого молекулярного компонента и микрочастиц; D_C и D_ϕ – коэффициенты диффузии легкого компонента смеси и микрочастиц, соответственно; параметр U – скорость оседания микрочастиц. На твердых границах полости накладывается условие отсутствия потока легкого компонента жидкости-носителя. Для концентрации частиц на боковых стенках справедливо условие непроницаемости. На верхнем и нижнем торцах накладывается граничное условие третьего рода, чтобы скомпенсировать седиментационный поток и обеспечить неизменной среднюю концентрацию частиц в полости $y=0, H: \partial \phi / \partial y + U \phi / D_\phi = 0$. Вследствие конечности теплопроводности стенок температура на боковых гранях также удовлетворяет условию третьего рода. Размеры полости принимались равными $L = 20$ мм, $H = 40$ мм, $d = 2$ мм. Количество ячеек в расчетной сетке 25:31:7 и соответствует координатным осям x, y, z . Данное количество узлов было предопределено возможностями доступного персонального компьютера. В ходе расчетов было обнаружено нарушение симметрии автоколебательного четырехвихревого режима относительно вертикальной оси. Для количественной характеристики этой асимметрии вводится параметр порядка на основе обработки поля температуры. Именно с наличием микрочастиц в бинарной смеси можно связать нарушение симметрии этого течения, так как в их отсутствие четырехвихревой режим в расчетах является симметричным. Нарушение симметрии в статистически среднем смысле не наблюдается при малой скорости оседания $\sim 10^{-8}$ м/с, которая характерна для наночастиц. Лишь при относительно большой скорости оседания ($\sim 10^{-6}$ м/с), характерной для микрочастиц современных порошкообразных ви-

зуализаторов, течение становится несимметричным. На рис. 6 видно сильное регулярно возникающее смещение параметра порядка в обе стороны. Поочередно возникают движения с большими левыми или правыми вихрями.

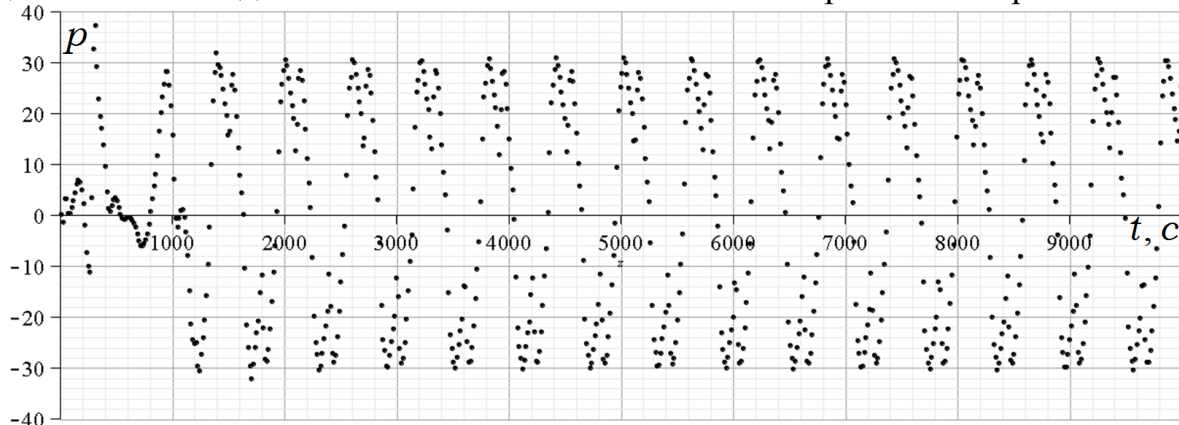


Рис. 6. Параметр порядка в разные моменты времени при $U = 10^{-6}$ м/с, $T_H = 28$ °С

В четвертой главе проведено численное моделирование динамики тепловых плюмов в тонком вертикальном слое при центральном подогреве снизу. В § 4.1 содержится постановка задачи и основные уравнения. Приведены результаты тестовых расчетов с целью определения сходимости расчетной процедуры. Течение в вертикальном слое описывается системой стандартных уравнений тепловой конвекции для несжимаемой жидкости в приближении Буссинеска³. Расчеты проводились на суперкомпьютере ПГНИУ с помощью пакета OpenFoam для полости с геометрическими размерами $L = 24$ мм, $H = 32$ мм, $d = 4$ мм, ширина линейного нагревателя полагалась равной $l = 2$ мм. Показано, что характерные зависимости для вязкого и температурного пограничных слоев ножки плюма описываются формулами

$$\delta_v \sim \sqrt[4]{\nu^2 y / g \beta \theta}, \quad \delta_v / \delta_T \sim \text{Pr}.$$

Физические параметры сред во всех сериях вычислений соответствовали гептану, керосину, воздуху и ртути. В § 4.2 выделены четыре основных режима всплытия плюмов (рис. 7): вязко-теплопроводный (а), невязко-теплопроводный (б), вязко-нетеплопроводный (в), невязко-нетеплопроводный (г). Систематизация с делением плюмов на четыре типа имеет глубокий физический смысл. Показано, что классификация, предложенная ранее для двумерной модели⁴, работает и в случае щелевых зазоров, но при этом наблюдаются отличия, связанные с наличием сильного гидродинамического трения на широких гранях полости. Наиболее отчетливо различие в природе плюмов проявляется при анализе толщины пограничных слоев. Конечность размеров нагревателя и наличие боковых граней полости приводят к нарушению стандартных закономерностей в скорости расширения струи. Тем не менее, для достаточно малых размеров термоэлемента, экстраполируя линии пограничных слоев внутрь ножки плюма,

³ Гершуни Г.З., Жуховицкий Е.М. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. М.: Наука, 1972.

⁴ Hier Majumder C. A., Yuen D. A. and Vincent A. Four Dynamical Regimes for a Starting Plume Model // J. Phys. Fluids, 2004.

можно выделить точку над нагревателем, которая могла бы играть роль эффективного точечного источника тепла. На основании проведенного анализа пограничных слоев получена карта режимов всплытия тепловых плюмов (рис. 8).

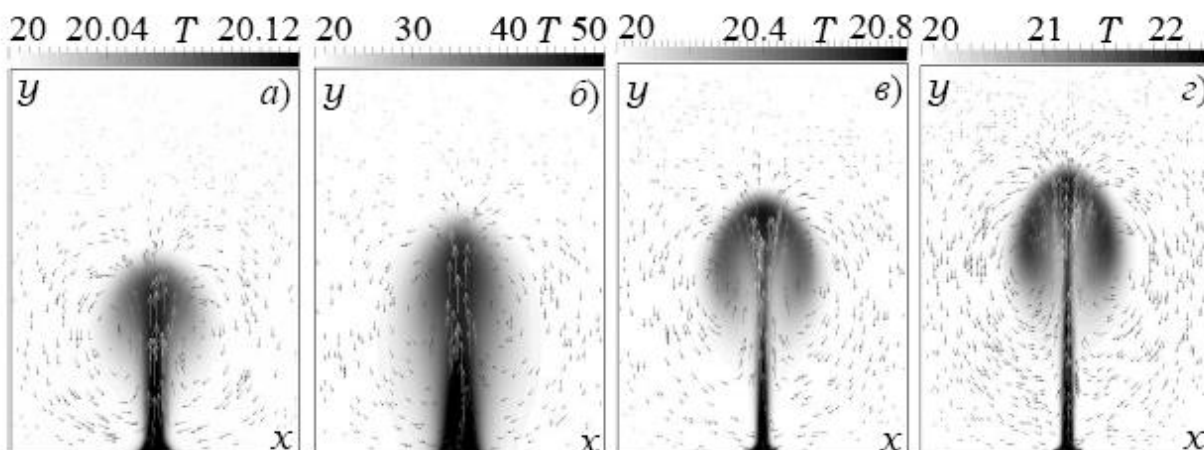


Рис. 7. Плюмы. Поля температуры и скорости на центральном срезе
Число Рэлея $Ra = g\beta AH^4/\nu\chi$, посчитано через высоту полости, A – характерный вертикальный градиент температуры. Карта режимов на рис. 8 построена по той же методике и приблизительно такому же количеству расчетных точек, как это было сделано ранее для двумерных плюмов. В § 4.3 численно изучено взаимодействие нескольких одновременно всплывающих плюмов в узком вертикальном слое. Дано объяснение взаимодействию плюмов друг с другом и с близлежащей узкой вертикальной гранью полости. Показано, что струйное течение плюма создает в своей окрестности область пониженного давления, за счет чего ножки близлежащих плюмов притягиваются (рис. 9). Шляпки плюмов не имеют тенденции к слиянию, т.к. перед их полусферическими фронтами формируется область повышенного давления. Кроме этого, рассмотрено взаимодействие одного плюма с узкой вертикальной

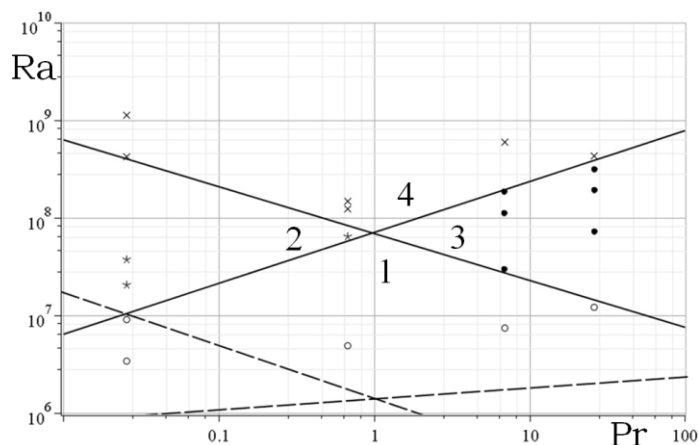


Рис. 8. Карта режимов; 1 – вязко-теплопроводный, 2 – невязко-теплопроводный, 3 – вязко-нетеплопроводный, 4 – невязко-нетеплопроводный; штриховые линии – результаты двумерного численного моделирования⁴

гранью, взаимодействие четырех синхронно и асинхронно всплывающих плюмов. В каждом случае анализ поля давления также объясняет картину взаимодействия конвективных струй.

В пятой главе изучается гидродинамический процесс вытеснения легкой жидкости тяжелой в тонком изотермическом горизонтальном слое конечных размеров, порождаемый неравновесным начальным распределением по плотности при наличии эффекта взаимной растворимости сред. Численно проведено 3D моделирование концентрационной конвекции, возникающей в областях

с неустойчивой стратификацией вблизи границы раздела между встречными потоками. В § 5.1 приводится постановка задачи. Рассматривается вертикальная ячейка Хеле – Шоу, заполненная целиком двумя взаиморастворимыми жидкостями. Тяжелая жидкость заливалась в нижнюю часть, а легкая – в верхнюю половину полости. Два слоя жидкости, лежащие один на другом, представляют собой устойчиво стратифицированную конвективную систему.

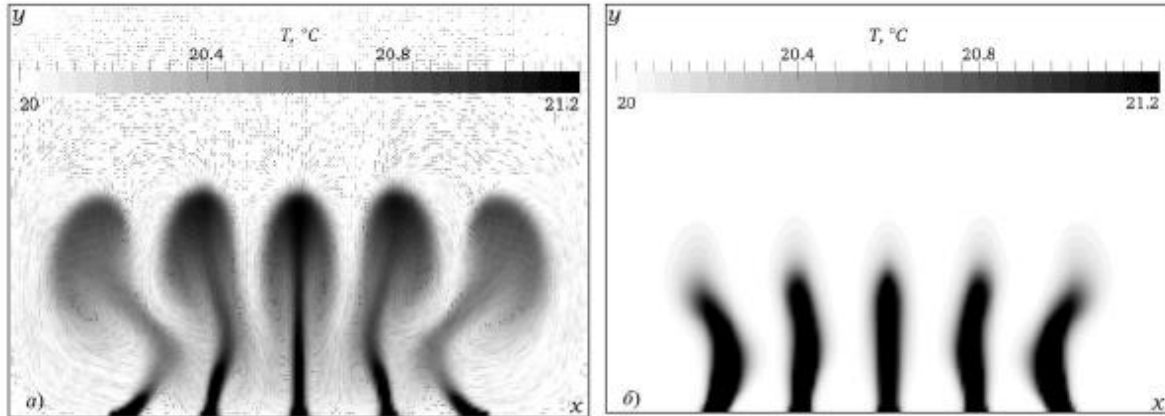


Рис. 9. Взаимодействие пяти плюмов вязко – нетеплопроводного типа; а) срез посередине, б) на широкой грани полости

Вслед за этим прямоугольную полость быстро кладут горизонтально на широкие грани, и система становится неустойчивой. Появляется ступенчатое распределение по плотности в горизонтальной плоскости. В § 5.2 приведены уравнения и граничные условия, выполнены тестовые расчеты с целью определения сходимости расчетов. Использовалась система уравнений концентрационной конвекции, аналогичная приближению Буссинеска. В качестве начального распределения концентрации использовалась функция ошибок:

$$\partial \mathbf{V} / \partial t + (\mathbf{V} \nabla) \mathbf{V} = -\rho^{-1} \nabla p + \nu \Delta \mathbf{V} - g \beta_c C \gamma, \quad \text{div } \mathbf{V} = 0, \quad (6)$$

$$\partial C / \partial t + (\mathbf{V} \nabla) C = D \Delta C, \quad C|_{t=0} = C_0 (\text{erf}((0.5H - y)/l) + 1) / 2. \quad (7)$$

Расчеты проводились для параметров, которые соответствовали реальным жидкостям, используемым в эксперименте ($\nu \approx 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$, $D \approx 10^{-9} \text{ м}^2/\text{с}$, $\beta_c = 0.1$). Размеры полости $L = 24 \text{ мм}$, $H = 80 \text{ мм}$, $d = 4 \text{ мм}$; рабочая сетка 211:351:47. Спиральные концентрационно-адвективные валы, ось которых продольна направлению движения жидкостей, образуются, когда фронты проходят от середины полости расстояние, приблизительно равное $H/4$ (для отношения $d/H = 0.05$). При виде сверху (рис. 10) структуры в погранслоях возникают вдали от боковых торцов, что свидетельствует о проявлении объемного “рэлеевского” механизма неустойчивости. Время зарождения вторичного течения, т.е. промежуток времени от начала формирования основного течения и появлением неустойчивости сильно зависит от разности плотностей. Данные экспериментов и расчеты хорошо согласуются по этому пункту. Чем больше $\Delta \rho$, тем скорее формируется вторичное течение. В момент возникновения спиральных структур скорость концентрационных фронтов скачком падает. Количественное сравнение результатов численного моделирования с экспериментом проводилось по таким важным, измеряемым в процессе движения концентрационно-

го фронта характеристикам, как длина волны спиральных структур и время их возникновения (рис. 11а и 11б).

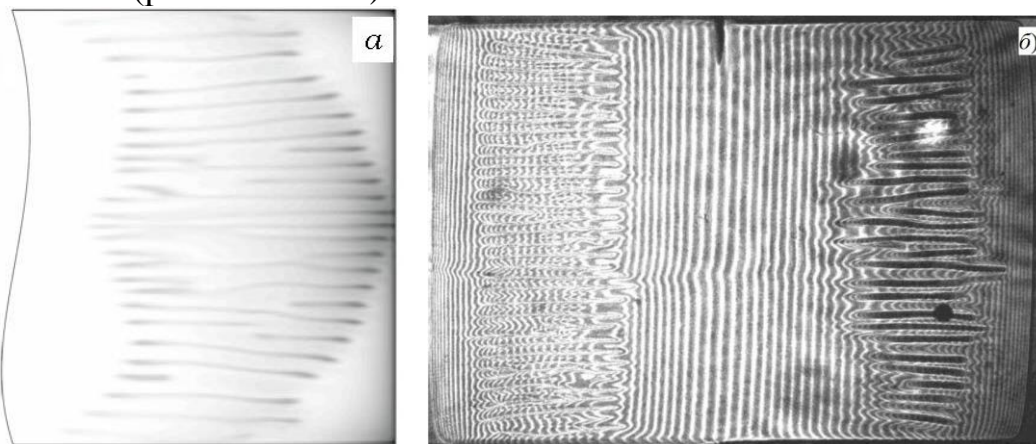


Рис. 10. Спиральные структуры: поле концентрации (вид сверху): *а*) расчет при $t = 9$ с, $\Delta\rho = 0.04$ г/см³ (представлена только правая часть полости); *б*) экспериментальная интерферограмма с учетом осреднения по толщине слоя; черная клиновидная метка указывает положение середины полости (опыты К.Г. Костарева, А.И. Мизева и Е.А. Мошевой)

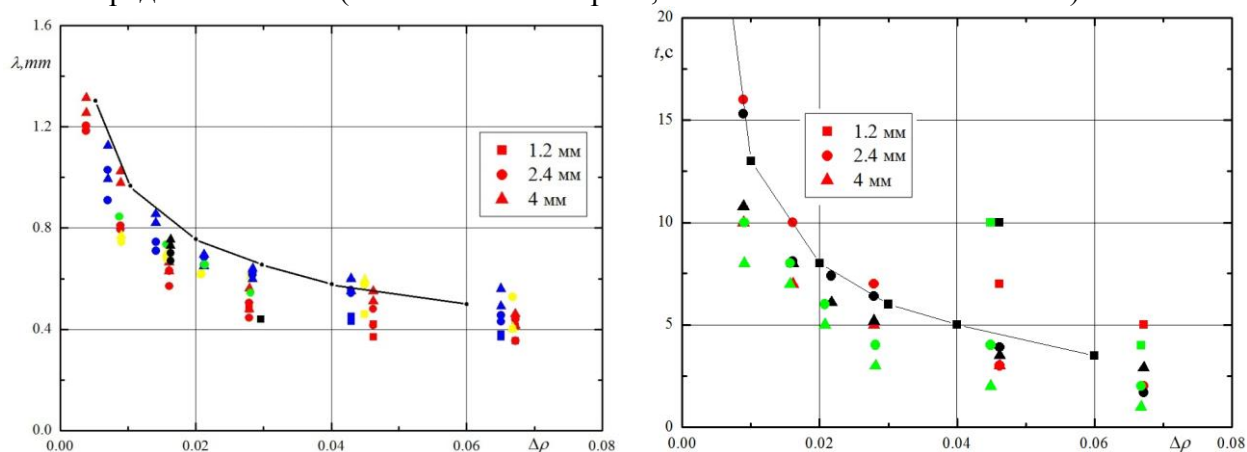


Рис. 11. Зависимость от разности плотностей $\Delta\rho$. Сравнение численных (черные линии) и экспериментальных результатов (цветные точки): *а*) среднее расстояние между спиральными валами (длина волны λ); *б*) время возникновения спиральных валов

В § 5.3 изучено поведение концентрационных фронтов вытеснения при малых числах Шмидта. Уравнения концентрационной конвекции в определенном смысле аналогичны классической задаче об адвективном течении, поэтому можно ожидать, что кроме неустойчивости относительно спиральных возмущений в концентрационной задаче может иметь место неустойчивость относительно плоских возмущений. Однако плоских конвективных валов во встречных потоках обнаружено не было.

В заключении представлены выводы и основные результаты диссертации.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ

1. Аналитически и численно получены результаты по линейной устойчивости механического квазиравновесия и нелинейным режимам вибрационной конвекции бинарной смеси в ячейке Хеле – Шоу с учетом термодиффузии в поперечном сечении полости при наличии силы тяжести и поступательных вибраций, ось которых произвольно ориентирована в плоскости широких граней.
2. Выполнено 3D численное моделирование автоколебательного четырехвихревого течения бинарной жидкости-носителя с добавлением коллоидных частиц в подогре-

ваемой снизу ячейке Хеле – Шоу. Описано явление нарушения симметрии этого течения и получены количественные данные расчета параметра порядка.

3. Проведена классификация тепловых плюмов в тонком вертикальном слое и представлена трехмерная картина их движения при локальном нагреве снизу.

4. Получена карта режимов всплытия тепловых плюмов для тонкого вертикального слоя с большим гидродинамическим сопротивлением в плоскости безразмерных параметров Прандтля и Грасгофа. Выполнен 3D расчет картины синхронного и асинхронного всплытия плюмов от нескольких локальных источников тепла и предложены теоретические положения, объясняющие их взаимодействие.

5. На основе 3D численного моделирования описан и объяснен процесс взаимного вытеснения двух растворимых жидкостей вследствие заданной разности плотностей при наличии силы тяжести.

СПИСОК ПУБЛИКАЦИЙ

1. Глухов А.Ф., Демин В.А., Мальгачева И.А., Попов Е.А. Тепловая конвекция феррожидкости в узких каналах // Известия ТПУ, Сер. Энергетика, Т.320, №4, 2012. С.41-45.
2. Глухов А.Ф., Демин В.А., Попов Е.А. Тепловая конвекция магнитной наносuspension в узких каналах // Изв. РАН, Механика жидкости и газа, №1, 2013. С.41-51.
3. Гаврилов К.А., Демин В.А., Попов Е.А. Режимы всплытия тепловых плюмов в вертикальном слое // Вычислительная механика сплошных сред. Т.6, №3, 2013, С.261-268.
4. Гаврилов К.А., Демин В.А., Попов Е.А. Движение и взаимодействие трехмерных плюмов в тонком вертикальном слое // Вестник ТГУ, Сер. Матем. и мех., №3 (29), 2014, С.45-56.
5. Демин В.А., Костарев К.Г., Мизев А.И., Мошьева Е.А., Попов Е.А. О конвективной неустойчивости встречных потоков двух взаиморастворимых жидкостей // Нелинейная динамика, Т.10, №2, 2014, С.1-14.
6. Глухов А.Ф., Демин В.А., Попов Е.А. Термовибрационная конвекция бинарной смеси в ячейке Хеле – Шоу // Вестник Пермского ун-та, Сер. Физика. Вып. 2(20), 2012, С. 12-18.
7. Гаврилов К.А., Демин В.А., Попов Е.А. Моделирование трехмерных конвективных течений с помощью пакета OpenFOAM // Вестник Пермского ун-та, Сер. Математика, механика, информатика. Вып. 3(11), 2012, С. 23-28.
8. Гаврилов К.А., Демин В.А., Попов Е.А. Динамика тепловых плюмов в ячейке Хеле – Шоу // Вестник Пермского ун-та, Сер. Физика. Вып. 4(22), 2012, С. 29-33.
9. Гаврилов К.А., Демин В.А., Попов Е.А. Динамика тепловых плюмов в ячейке Хеле – Шоу // Всерос. конф. “Неравновесные процессы в сплошных средах”. Тез. докл., Пермь, Россия, 2012, С. 62.
10. Глухов А.Ф., Демин В.А., Попов Е.А. Теоретическое исследование тепловой конвекции феррожидкости в связанных каналах // Рос. конф. по магнитной гидродинамике. Тез. докл., Пермь, 2012, С. 29.
11. Демин В.А., Попов Е.А. Механизмы колебательной конвекции в бинарных смесях при малых надкритичностях // XVIII Зимняя школа по мех. сплош. сред. Тез. докл., Пермь, Россия, 2013, С. 112.
12. Гаврилов К.А., Демин В.А., Попов Е.А. Конвективные течения в ячейке Хеле – Шоу при точечном подогреве; устойчивость и приложения // XVIII Зимняя школа по мех. сплош. сред. Тез. докл., Пермь, 2013, С. 82.
13. Гаврилов К.А., Демин В.А., Попов Е.А. Динамика и взаимодействие трехмерных плюмов в ограниченных полостях // “Всерос. конф. по математике и механике”. Тез. докл., Томск. 2013, С. 162.
14. Демин В.А., Попов Е.А. Точные решения некоторых задач математической физики по конвекции многокомпонентных жидкостей // “Всерос. конф. по матем. и мех.”. Тез. докл., Томск. 2013, С. 163.
15. Бабушкин И.А., Гаврилов К.А., Демин В.А., Карпухин И.Э., Попов Е.А. Конвекция в ячейке Хеле – Шоу // “Пермские гидродинамические научные чтения”. Тез. докл., Пермь, Россия. 2013. С. 6.
16. Demin V.A., Kostarev K.G., Mizev A.I., Mosheva E.A., Popov E.A. Secondary Convective Structures of Mixture Concentration in a Counter Propagating Fluxes // Int. Summer School – Conference “Advanced Problems in Mechanics”. Abstr. St.-Petersburg, Russia. 2014. p. 101.
17. Демин В.А., Попов Е.А. Ламинарные режимы перемешивания в простых конвективных системах // Междунар. конф. “XII Забабахинские научные чтения”. Тез. докл., Российский федеральный ядерный центр – ВНИИТФ, Снежинск, Россия. 2014, с. 20-21.

Подписано в печать _____ 2014 г. Формат 60x84/16. Усл. печ. л. 0.9. Тираж 100 экз.

Отпечатано в типографии Пермского государственного университета, г. Пермь, ул. Букирева, 15.