

ФГБОУ ВО УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГОРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

На правах рукописи



Исламгалиев Дмитрий Владимирович

**МЕТОД СПОНТАННОЙ ПОЛЯРИЗАЦИИ С УЧЕТОМ
ПЕРЕКРЕСТНЫХ И ПАРНЫХ ЭФФЕКТОВ ПОЛЕЙ В НЕОДНОРОДНЫХ
СРЕДАХ ПРИ ИНТЕРПРЕТАЦИИ ДАННЫХ КАРОТАЖА СКВАЖИН**

Специальность: 1.6.9 – «Геофизика»

Диссертация на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Научный руководитель:
кандидат технических наук
Ратушняк А.Н.

Екатеринбург, 2024

Содержание работы

ВВЕДЕНИЕ	4
ГЛАВА 1. Физико-химические основы, применяемые в каротаже методом спонтанной поляризации	11
1.1. Основы каротажа методом ПС	11
1.2. Адсорбция и удельная поверхность	12
1.3. Диффузионно-адсорбционный потенциал	15
1.4. Радиус ионов	17
1.5. Твердость горных пород	18
1.6. Двойной электрический слой	20
1.7. Вязкость	22
1.8. Буровые растворы	25
1.9. Обзор методов вычисления потенциала ПС на оси скважины	28
ГЛАВА 2. Электрическое поле адсорбции, диффузии и течения	32
2.1. Основы математического моделирования	32
2.2. Электрическое поле адсорбции	33
2.3. Вычисление электрического потенциала через телесный угол	37
2.4. Вычисление электрического потенциала в проводящей неоднородной среде	39
2.5. Поправочный коэффициент для определения величины адсорбционного потенциала	44
2.6. Электрический потенциал течения	47
2.7. Электрический потенциал диффузии	52
2.8. Диффузия при конвективном переносе вещества	60

ГЛАВА 3. Численное решение систем интегральных уравнений	63
3.1. Приведение систем интегральных уравнений к системам линейных алгебраических уравнений	63
3.2. Алгоритм решения систем интегральных уравнений методом осреднения функциональных поправок	71
3.3. Алгоритм расчетов интегральных формул	73
3.4. Тензорная и векторная функции Грина	76
ГЛАВА 4. Результаты математического моделирования с помощью программных комплексов	80
4.1. Программный комплекс «SP-AT»	80
4.2. Программный комплекс «PS-C»	90
4.3. Программный комплекс «Paletka_PS»	97
4.4. Программный комплекс «PS-F»	100
4.5. Программный комплекс «PS-DT»	104
4.6. Программные комплексы «PS-D» и «PS-DK»	107
4.7. Вклад в потенциал ПС потенциалов адсорбции, диффузии и течения	112
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	116
ЛИТЕРАТУРА	118
ПРИЛОЖЕНИЕ.	
Обозначения и размерности физических величин и констант	138

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы исследований. Метод спонтанной поляризации или метод потенциалов собственной поляризации (ПС) является одним из старейших и основных геофизических методов каротажа, применяемый для изучения геологического строения пород, пройденных геологоразведочными скважинами. Широкое производственное применение метода началось еще в первой трети прошлого века после экспериментов, проведенных братьями Шлюмберже и советским ученым Итенбергом С.С. на нефтяных месторождениях Чечни на Северном Кавказе.

Метод ПС прост и эффективен для выделения пластов-коллекторов нефти и газа. Потенциал ПС – это измерения разности потенциалов между электродами, один из которых является неподвижным и находится около устья скважины, а второй – перемещается по стволу скважины [38,79,129]. Производственная эффективность метода ПС может существенно увеличиться благодаря разработанной в последнее время фундаментальной физико-химической теории, позволяющей усовершенствовать интерпретацию метода ПС [94]. Изменение величины потенциала ПС связано с фундаментальными положениями физики поверхностных явлений, физической и коллоидной химии [94], так как возникает нарушение электрической нейтральности раствора в пористой среде вследствие неспецифической адсорбции твердой фазой ионов одного знака из жидкой фазы.

При поисках и разведке нефтегазовых месторождений ведущая роль отводится геолого-геофизической интерпретации результатов исследований скважин для получения достоверной информации о запасах. В связи с этим актуальным направлением является повышение эффективности геофизических исследований путем развития физико-теоретических исследований основ методов каротажа, а также разработки и применения новых технологий обработки данных и их интерпретации.

Степень разработанности темы исследований.

Исследованиями в области геофизических исследований скважин (ГИС), и, в частности, теории метода ПС занимались как, отечественные так и зарубежные ученые: Абрикосов А. И., Астраханцев Ю. Г., Вендельштейн Б. Ю., Иванов В. Т., Иголкина Г. В., Дахнов В. Н., Ельцов И. Н., Итенберг С. С., Квинке Г., Колесников В. П., Колосов А. Л., Кормильцев В. В., Кузьмичев О. Б., Мамяшев В. Г., Ратушняк А. Н., Светов Б. С., Сквородников И. Г., Снежко О.М., Сурнев В. Б., Теплухин В. К., Титов К. В., Ревил А., Фрумкин А. Н., Шеин Ю.Л., Эпов М. И. и другие ученые.

До настоящего времени применительно к скважинным измерениям методом ПС теоретически и экспериментально широко исследовался эффект электрического поля адсорбции. В настоящей работе даны оценки численных величин поля адсорбции, диффузии и течения в геологической среде и их вклад в измеряемый суммарный электрический потенциал.

Цель исследований: уточнение результатов интерпретации каротажа скважин методом спонтанной поляризации с учетом перекрестных и парных полей в неоднородных средах для определения фильтрационно-емкостных свойств и удельной поверхности горных пород.

Задачи исследований.

Разработать и программно реализовать общую алгоритмическую основу для определения фильтрационно-емкостных свойств (ФЕС) горных пород по данным каротажа методом спонтанной поляризации.

Использовать уравнение потенциала адсорбции, создаваемым двойным электрическим слоем, на границе твердое тело–жидкость с учетом физико-геометрических и электрохимических параметров среды (таких как вязкость, удельная электропроводность и адсорбция).

Рассчитать электрическое поле 3D-неоднородных моделей для перекрестных и парных эффектов потенциальных полей, описывающих случаи электрических полей течения и диффузии, в том числе для диффузии при дополнительном конвективном переносе.

Научная новизна.

1. Разработана программа для ЭВМ, реализующая алгоритм численного решения методом осреднения функциональных поправок для прямой задачи расчета электрического потенциала, создаваемого двойным слоем в неоднородной среде с цилиндрической симметрией.

2. Разработаны вычислительные программы, реализующие метод конечных разностей для численного решения систем интегральных уравнений Фредгольма.

3. Выполнено математическое моделирование для перекрестных и парных потенциальных полей применительно к изучению электрического поля эффектов адсорбции, диффузии и течения флюида.

Теоретическая и практическая значимость.

1. Разработана электронная палетка определения поправочного коэффициента (программный комплекс «Paletka_PS») для перехода от значений измеренного электрического потенциала спонтанной поляризации ПС на оси скважины напротив пласта-коллектора к истинной величине адсорбционного потенциала пород.

2. Созданы программные комплексы для ЭВМ для проведения математического моделирования парных и перекрестных эффектов потенциальных полей применительно к каротажу методом ПС: «PS-C», «PS-F», «PS-DT», «PS-DK» и «PS-D», «SP-AT».

Выполненные исследования соответствуют современному уровню развития теории и практики прикладной геофизики, а созданные программные комплексы могут применяться для интерпретации материалов скважинных геофизических исследований методом спонтанной поляризации.

Методология и методы исследования. Методологической основой проведенных исследований послужили принципы классической теории поля, геомеханики и коллоидной химии. Методы исследования заимствованы из математической физики: теория дифференциальных уравнений в частных производных, теория обобщенных функций, теория интегральных уравнений и методы их численного решения.

Положения, выносимые на защиту:

1. Разработана и программно реализована математическая модель электрического поля адсорбции в виде плотности функции Лагранжа в методе спонтанной поляризации.
2. Предложен и реализован способ восстановления собственного адсорбционного потенциала горных пород по измеренному в скважинах потенциалу электрического поля спонтанной поляризации с учетом парных и перекрестных эффектов полей адсорбции, диффузии и течения.
3. Разработаны программные комплексы для моделирования прямых задач расчета потенциала спонтанной поляризации на оси скважины, позволяющие определить вклад в электрическое поле адсорбции от парных и перекрестных эффектов электрических полей диффузии и течения.

Достоверность. Сопоставление результатов численного моделирования, основанных на методах решения интегральных уравнений, не противоречат результатам других методов расчета.

Часть работы проводилась по договору между ИГф УрО РАН с ООО «Кога-лымНИПИнефть» № 253.08.210-3 2009 г. на тему: «Разработка методики оценки фильтрационно–емкостных свойств пород с использованием лабораторных измерений диффузионно–адсорбционного потенциала на образцах керна горных пород», где автор диссертации принимал участие со стороны ИГф УрО РАН.

В настоящее время программный комплекс «SP-AT» используется ООО «Радо» для интерпретации данных каротажа методом спонтанной поляризации.

Личный вклад автора. Работа подготовлена по результатам изучения потенциальных полей, выполненных в период с 2009 по 2023 год.

Автором выполнена разработка и создание программных комплексов с использованием различных численных методов решения систем интегральных уравнений.

Численные эксперименты, выполненные для интерпретации данных каротажа методом спонтанной поляризации, проведены автором под руководством научного руководителя к.т.н. А. Н. Ратушняка.

Публикации. Основные результаты исследований отражены в 30 научных работах, в том числе 5 – в рецензируемых научных журналах, рекомендованных Высшей аттестационной комиссией (на год издания статьи), одна – в научном журнале библиографической и реферативной базе данных Scopus и 24 работы (статьи и доклады) в РИНЦ. Получено семь свидетельств о государственной регистрации программ для ЭВМ.

Апробация работы.

Результаты работы докладывались и обсуждались на:

- Международном научно-промышленном симпозиуме «Уральская горная школа – регионам» (УГГУ, 12-21 апреля 2010);
- XII Уральской молодежной научной школе по геофизике (Пермь, ГИ УрО РАН, 21-25 марта 2011);
- Международной научно-промышленной конференции «Уральская горная школа – регионам» (Екатеринбург, УГГУ, 4-13 апреля 2011);
- Шестых научных чтениях Ю.П. Булашевича. «Глубинное строение, геодинамика, тепловое поле Земли, интерпретация геофизических полей», (Екатеринбург, ИГФ УрО РАН, 12-17 сентября 2011);
- II Международном симпозиуме «Геофизика XXI века» (Екатеринбург, УГГУ, 24-25 ноября 2011);
- Международной научно-промышленной конференции «Уральская горная школа – регионам» (Екатеринбург, УГГУ, 16-25 апреля 2012);
- XIII Уральской молодежной научной школе по геофизике (Екатеринбург, ИГФ УрО РАН, 23-27 апреля 2012);
- XIV Уральской молодежной научной школе по геофизике (Екатеринбург, ИГФ УрО РАН, 18-22 марта 2013);
- IX Международной научно-практической конкурс-конференции молодых специалистов «ГЕОФИЗИКА-2013» (Санкт-Петербург, СПбГУ, 7-11 октября 2013);
- X Всероссийская научная конференция с международным участием (Самара, СамГТУ, 25-27 мая 2016);

- XVIII Уральской молодежной научной школе по геофизике (Пермь, ГИ УрО РАН, 14-18 марта 2017);
- Международной научно-промышленной конференции «Уральская горная школа – регионам» (Екатеринбург, УГГУ, 9-18 апреля 2018).
- XX Уральской молодежной научной школе по геофизике (Пермь, ГИ УрО РАН, 18-22 марта 2019);
- XIX Международной научно-промышленной конференции «Уральская горная школа – регионам» (Екатеринбург, УГГУ, 24-25 мая 2021).
- XI научных чтениях Ю.П. Булашевича. «Глубинное строение, геодинамика, тепловое поле Земли, интерпретация геофизических полей», (Екатеринбург, ИГФ УрО РАН, 20-24 сентября 2021);
- XXIII Уральской молодежной научной школе по геофизике (Екатеринбург, ИГФ УрО РАН, 21-25 марта 2022);
- XX Всероссийской научно-промышленной конференции «Уральская горная школа – регионам» (Екатеринбург, УГГУ, 11-12 апреля 2022);
- 49 сессия Международного семинара им. Д.Г. Успенского - В.Н. Страхова. Вопросы теории и практики геологической интерпретации гравитационных, магнитных и электрических полей (Екатеринбург, ИГФ УрО РАН, УГГУ, 23-27 января 2023);
- XXIV Уральской молодежной научной школе по геофизике (Пермь, ГИ УрО РАН, 20-24 марта 2023);
- XXI Всероссийской научно-промышленной конференции «Уральская горная школа – регионам» (Екатеринбург, УГГУ, 10-11 апреля 2023).

Структура и объём работы. Диссертационная работа состоит из оглавления, введения, четырех глав, заключения, приложения и списка литературы из 186 наименований. Диссертация изложена на 139 страницах машинописного текста, содержит 24 рисунка и 17 таблиц.

Благодарности. Автор благодарит научного руководителя кандидата технических наук, заведующего лабораторией электрометрии Института геофизики УрО РАН Ратушняка Александра Николаевича за неоценимую всестороннюю по-

мощь, поддержку, советы и за ценные замечания. Автор выражает признательность профессору, доктору физико-математических наук, заведующему кафедрой математики Уральского государственного горного университета Сурневу Виктору Борисовичу за проведение совместных исследований при построении математической модели генерации электрического поля.

ГЛАВА 1

ФИЗИКО-ХИМИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ, ПРИМЕНЯЕМЫЕ В КАРОТАЖЕ МЕТОДОМ СПОНТАННОЙ ПОЛЯРИЗАЦИИ

Причиной возникновения во всем окружающем пространстве электрического потенциала самопроизвольной поляризации (ПС) являются электрические поля за счет явлений адсорбции, диффузии ионов и фильтрации флюидов.

Главным образом появление электрического поля в скважинах, пробуренных на нефть и газ, обусловлено явлением адсорбции зарядов на границах твердой и жидкой фаз и возникновение собственного адсорбционного потенциала пористых пород в виде двойного слоя зарядов. Величина адсорбционного потенциала среды определяется величиной среднего размера пор, т.е. удельной поверхностью и концентрацией солей в растворе жидкости, заполняющей поры. Происхождение этих потенциалов широко исследовано на лабораторных моделях и по измерениям на образцах керна пород, извлекаемого из скважин в процессе бурения [37,38,79,151].

1.1. Основы каротажа методом ПС

“Метод спонтанной поляризации (ПС) – это метод электрического каротажа геологоразведочных скважин, основанный на изучении электрического поля, самопроизвольно возникающего в горных породах” [17,37,79].

Общая схема метода ПС выглядит следующим образом: один электрод является неподвижным и находится около устья скважины, а второй – перемещается по стволу скважины. Разность между этими электродами и есть измерение потенциала ПС [38,79,129].

Кривая потенциала самопроизвольной поляризации (метода ПС) обычно записывается одновременно с другими методами комплекса исследований

скважин, в том числе методов сопротивлений. Измерение кривой ПС (то есть определение величины разности потенциалов ПС) осуществляется в милливольтгах.

На диаграммах ПС не указывают линию отчета, а лишь ставят только масштаб регистрации разности потенциалов (мВ/см), так как невозможно учесть все сторонние разности потенциалов в цепи измерительных электродов. Кривая ПС может лишь отразить, как изменяется потенциал по скважине. Под «линией глин» понимают значение потенциала напротив мощных пластов глин. А под амплитудой потенциала ПС (кривой $\alpha_{ПС}$) понимают отклонение кривой ПС от «линии глин». Напротив песчаников отмечается наибольшая амплитуда потенциала ПС, а при увеличении глинистости амплитуда ПС снижается. Поэтому, кривая ПС очень надежно разделяет между собой пласты по степени их пористости [79, 147].

Так как метод ПС является обязательным при проведении геофизических исследований скважин в России, то существует достаточное количество аппаратуры для определения потенциала ПС, например, такие как КСП-43, КСП-ГК-43 производства ВНИИГИС, ИНГЕО [116], Нефтегазгеофизика [147] и др.

1.2. Адсорбция и удельная поверхность

Классическое определение адсорбции: «адсорбцией называют концентрирование вещества у поверхности двух фаз» [12,27,114,143]. Под концентрированием следует понимать увеличение концентрации или плотности веществ или ионов. Для положения адсорбируемого вещества используют два термина. Под термином «адсорбатив» понимают «вещество, которое поглощается во время адсорбции» [12,27,114,143], под термином «адсорбат» имеют в виду уже «поглощенное вещество, т.е. процесс адсорбции завершен» [12,27,143], «адсорбент – это фаза, на которой протекает адсорбция, в результате которой образуется поверхность» [12,27,114,143].

Надо отметить, что в коллоидной химии есть одно из определений адсорбции [114]:

$$A = Ch, \quad (1.1)$$

где C – концентрация вещества в поверхностном слое, моль/м³ или кг/м³; h – толщина поверхностного слоя, м.

При этом принято толщину поверхностного слоя брать равной $h = 10^{-10}$ м. Данная формула применима для поверхностей жидкость–жидкость (Ж–Ж).

Имеются еще две формулы расчета адсорбции [12,27,114,143]:

$$A = \frac{n}{m} \text{ и } A = \frac{n}{S}, \quad (1.2)$$

где n – количество вещества (ионов), моль; m – масса адсорбента, кг; S – площадь адсорбента, м².

Нам более интересна первая формула, так как в коллоидной химии для расчета адсорбции используется размерность моль/кг.

Максимальная оценка адсорбции монослоя (слой толщиной в одну молекулу) находится по формуле [12,27,35,50,114,143]:

$$A_{\infty} = \frac{S_{\text{уд}} \cdot 10^{-6}}{N_A \cdot \omega}, \quad (1.3)$$

где $S_{\text{уд}}$ – удельная поверхность, м²/кг; N_A – постоянная Авогадро, равная $6.022 \cdot 10^{23}$ 1/моль; ω – площадь, занимаемая одним ионом (или одной молекулой) в монослое, м². Если все величины имеют размерность, соответствующую системе СИ, необходимо умножить на коэффициент 10^{-6} .

Удельная поверхность – это один из показателей, определяющие адсорбционные свойства пород. Удельная поверхность связывают с основными фильтрационно-емкостными характеристиками, такими как коэффициент пористости, коэффициент проницаемости, водонасыщенность и нефтенасыщенность [20]. Величина удельной поверхности связана также и со структурой пористости. Точно определить удельную поверхность возможно в лабораторных условиях. Основные работы по определению удельной поверхности и связи с другими фильтрационно-

емкостными характеристиками опубликовали Б.Ю. Вендельштейн [20,21], М.М. Эланский [21], Хилл и Милберн [83].

Площадь поверхности на стенке скважины возьмем за величину $\omega = \pi r_i^2$, где r_i – радиус ионов, м (порядок обычно составляет 10^{-10} м) так как рассматриваем двойной электрический слой. При рассмотрении пор берут $\omega = 4\pi r_i^2$. В зависимости от условий (температуры, давления, пористости, проницаемости, площадь, занимаемая ионами и других факторов) твердой поверхности величина адсорбции изменяется $A = (0.05 \div 0.995) A_\infty$. В установившемся состоянии можно принять $A \cong A_\infty$. В настоящее время публикуются работы [156,173,175,183], имеющие целью уточнить величину адсорбции в нестационарном состоянии. Представим значения удельных поверхностей горных пород и минералов в таблице 1.1 по работам [39,123].

Таблица 1.1

Значения удельной поверхности горных пород и минералов [44]

Горная порода, минерал	$S_{уд}, 10^3 \text{ м}^2/\text{кг}$
Песчаник; алевролит	0.04 – 10
Каолинит	15 – 30
Иллит	60 – 80
Аргиллит (глина)	200 – 800

Рассмотрим скважину как однородную область внутри двойного электрического слоя с сопротивлением промывочной жидкости или бурового раствора.

Промывочная жидкость (или буровой раствор) содержит жидкую и твердую фазы. Пусть частицы твердой фазы имеют сферическую форму, тогда удельная поверхность задается по формуле [28]

$$S_{уд} = \frac{S}{V \cdot \rho_{пж}} = \frac{3\pi R^2}{\pi R^3 \cdot \rho_{пж}} = \frac{3}{R \cdot \rho_{пж}} = \frac{6}{D \cdot \rho_{пж}}, \left[\frac{\text{м}^2}{\text{кг}} \right], \quad (1.4)$$

где R – радиус частицы твердой фазы, S – площадь поверхности частицы твердой фазы, V – объем поверхности частицы твердой фазы, $\rho_{пж}$ – плотность промывочной жидкости, $\text{кг}/\text{м}^3$, D – диаметр частицы твердой фазы, м.

Плотность промывочной жидкости обычно составляет 1210–1270 кг/м³, а удельная поверхность (в зависимости от размеров частиц твердой фазы) имеет порядок 10³ – 10⁶ м²/кг. После нахождения удельной поверхности можно перейти к адсорбции [12,14,27,114,160,169].

1.3. Диффузионно-адсорбционный потенциал

Формула (1.1) позволяет при выводе разности потенциалов между двумя электролитами, разделенными тонкой проницаемой перегородкой, записать соотношение по формуле В. Нернста в виде [19,37,44,79,129,174]:

$$E_{\text{Д}} = \frac{RT}{zF} \cdot \frac{u_k - u_a}{u_k + u_a} \cdot \ln \frac{C_1}{C_2}, \quad (1.5)$$

где R – универсальная газовая постоянная, равная 8.314 Дж/(моль·°К); T – абсолютная температура, °К; z – валентность; F – постоянная Фарадея, равная 95484.5 Кл/моль; u_k – подвижность катионов, м²/(В·с) или м²/(Ом·моль); u_a – подвижность анионов, м²/(В·с) или м²/(Ом·моль); C_i – концентрация электролитов, моль/м³; $i = 1, 2$. [19,37,44,79,129,174]

В геофизике для определения потенциала спонтанной поляризации (ПС) используют мембранный (диффузионный-адсорбционный) потенциал, по виду схожий с формулой Нернста [19,37,44,79,94,129,181]:

$$E_{\text{ДА}} = K_{\text{ДА}} \cdot \lg \frac{C_1}{C_2} = K_{\text{ДА}} \cdot \lg \frac{\rho_2}{\rho_1}, \quad (1.6)$$

где $K_{\text{ДА}}$ – коэффициент диффузионно-адсорбционной активности; ρ_i – удельные электрические сопротивления растворов (промывочной жидкости и пластовой воды), Ом·м.

Концентрированный раствор $NaCl$ зарядится отрицательно, если в качестве мембраны использовать глину, при этом экспериментально определяется коэффициент диффузионной активности. При температуре в 291° Кельвин коэффициент диффузионной активности составляет примерно 45 мВ [41].

Попадая в поры горной породы (состоящей из минералов-диэлектриков) электрически нейтральный раствор электролита приобретает заряд. Вследствие адсорбции или гидролиза твердая фаза вблизи стенок пор начинают преобладать катионы или анионы, в результате чего на границе двух фаз (твердой фазы и жидкости) образуется двойной электрический слой. Проведены исследования определения величин собственного потенциала двойного слоя в горных породах с различным диаметром пор, приведенные в работах [130,145].

Формула (1.2) приемлема для двух жидких сред с различными концентрациями солей, разделенных проницаемой перегородкой. Но для границы «жидкость–твердое тело» снижается эффективность данной формулы, так как она в полной мере не учитывает характеристики твердой фазы [37]. Также необходимо учитывать пластичные характеристики горных пород.

1.4. Радиус ионов

При образовании двойного электрического слоя (ДЭС) происходит ионная адсорбция. То есть, адсорбат состоит из молекул, катионов и анионов. Возьмем модифицированную модель Ленгмюра, заключающуюся в том, что ДЭС состоит из монослоев по обе границы раздела. При ионной адсорбции действуют так называемые лиотропные ряды. Каждый ряд связан со способностью к адсорбции, определяющейся валентностью (величиной заряда) и радиусом иона (с образованием удельной поверхности на контакте с ДЭС). Исключением является лишь катион водорода, он более адсорбируем среди всех катионов [143,170].

Пример:

Катионы: $H^+ > Al^{3+} > Ca^{2+} > K^+ > Na^+$.

Анионы: $O^{2-} > Cl^- > F^-$.

Величину радиусов ионов (анионов и катионов) можно взять из справочных материалов [13,25,100,119,171,182]. Надо отметить, что в зависимости от способа

получения, величины радиусов ионов различны. Для расчетов возьмем значения ионных радиусов по Шенону [13,25,100,171,182], в случае их отсутствия – по Бокию [13,100,119]. В таблице 1.2 расчеты строились при координационном числе, равном 6.

Таблица 1.2

Ионы	Ионные радиусы [44]							
	Cl^-	F^-	O^{2-}	H^+	Al^{3+}	Ca^{2+}	K^+	Na^+
	Радиус ионов, 10^{-10} м							
по Шенону [13,25,100,171,182]	1.81	1.33	1.4	–	0.54	1	1.38	1.02
по Мелвину-Хьюзу [100]	1.811	1.294	–	–	0.55	1.051	1.341	1.012
по Гольдшмидту [100]	1.81	1.36	1.4	1.53	0.57	0.99	1.33	0.97
по Полингу-Хаггинсу [100]	–	1.36	–	–	0.5	0.99	1.33	0.97
по Ингольду [100]	1.81	1.36	1.76	2.08	0.72	0.99	1.33	0.95
по Бокию [13,100,119]	1.81	1.33	1.36	1.36	0.57	1.04	1.33	0.98

По экспериментальным данным определены предельные молярные подвижности λ_i^{\max} и абсолютные скорости движения ионов u_i^{\max} , представленные в таблице 1.3. Формула Стокса оценивает связь молярных подвижностей и абсолютных скоростей с радиусом ионов [128,143,152]:

$$\lambda_i^{\max} = \frac{z_i \cdot e \cdot F}{6\pi \cdot \eta \cdot r_i}, \quad u_i^{\max} = \frac{z_i \cdot e}{6\pi \cdot \eta \cdot r_i} \cdot \frac{E}{l}, \quad (1.8)$$

где z_i – заряд иона; e – элементарный заряд, $1.6 \cdot 10^{-19}$ Кл; η – динамическая вязкость растворителя, кг/(м·с). R_i – радиус иона, м; E/l – градиент напряженности единичного электрического поля, 1 В/м.

Таблица 1.3

Предельные молярные подвижности и абсолютные скорости движения ионов в водных растворах при температуре 25°C [171,44]

Ионы	Cl^-	F^-	K^+	Na^+
λ_i^{\max} , 10^{-4} См·м ² ·моль ⁻¹	76.35	55.4	73.5	50.8
u_i^{\max} , 10^{-8} м ² / (В·с)	7.91	5.7	7.6	5.2

По формуле Стокса, чем больше молярные подвижности и скорости ионов, тем меньше должны быть радиусы ионов. Такие радиусы называли гидродинамическими или «стоксовскими» [152,153]. Но у некоторых ионов он меньше, чем кристаллографический (таблица 1.4), что невозможно. Поэтому необходимо использовать так называемые гидратированные радиусы ионов, приведенные в таблице 1.4, полученные по данным лабораторных исследований [9,136]. В дальнейшем примем допущение использовать предельные молярные подвижности и абсолютные скорости ионов.

Таблица 1.4

Гидродинамические и гидратированные радиусы ионов [44]

Радиус ионов, 10^{-10} м	Cl^-	F^-	K^+	Na^+
Гидродинамические [153]	1.2	1.68	1.21	1.08
Гидратированные [9,136]	2.28	2.87–2.89	2.81–2.85	3.39–3.41

1.5. Твердость горных пород

Для вычисления электрического потенциала на границе «твердое тело–жидкость» необходимо учитывать такую характеристику, как твердость пород, которая позволит определить, насколько породы готовы сохранить свою целостность (свой объем) под внешним давлением (напряжением), оказываемым на данную породу [1,132]. Используя инструмент, который носит название штамп, можно определить твердость пород. Штамп вдавливается в поверхность образца горной породы и выкалывает часть горной породы, называемую лункой. В настоящее время аппаратура, предназначенная для определения твердости, строит графики нагрузки от глубины внедрения штампа [1,132]. По методике Л.А. Шнейдера, можно выделить четыре основных вида пород по типу разрушений: хрупкие, хрупко-пластичные, высоко-пластичные, сильнопористые. Высоко-пластичные и сильнопористые не дают общего хрупкого разрушения, и граница разрушения пород является достаточно условной. Для сильнопористых горных пород эту проблему можно решить увеличением размеров штампа или применить метод одно-

осного сжатия и растяжения. Для высокопластичных пород граница является достаточно условной, так как данные породы могут терять форму, но при этом сохраняют объем [1,132].

Таблица 1.5

Классификация по твердости горных пород [1,132,44]

Характеристика пород	Категория	$P_{ш}$, МПа	P_m , Мпа	Горная порода
Мягкие; малоабразивные	1	<100	<40	Алевролит, галечник, гипс, глина, глинистый сланец, глинок, известняк, песок, супесь, суглинок и др.
	2	100-250	40-110	
	3	250-500	110-250	
Средней крепости и твердости; умеренной абразивности и абразивные	4	500-1000	250-550	Андезит, аргиллит, апатит, гиллит, известняк, диабаз, доломит, магнетит, туф, песчаник, сиенит, скарн и др.
	5	1000-1500	550-850	
	6	1500-2000	850-1200	
	7	2000-3000	1200-1900	
	8	3000-4000	1900-2500	
Крепкие, твердые и абразивные	9	4000-5000	2500-3500	Габбро, гранит, диорит, кварц, кремль, порфирит, нифелино-сиенит, скарн рудный, роговик, яшма и др.
	10	5000-6000	3500-4200	
	11	6000-7000	4200-5100	
	12	>7000	>5100	

Твердость по штампу определяется по максимальному значению напряжения для выкола лунки из горной породы [1,132]:

$$P_{ш} = \frac{F_m}{S}, \quad (1.9)$$

где F_m – максимальная сила при выколе лунки, Н; S – площадь поперечного сечения штампа, мм² (от 2 до 5 мм²).

В случае, если порода обладает пластичными свойствами, то по достижению упругих деформаций (по закону Гука), возникают пластические деформации, сопротивляющиеся разрушению горной породы. Предел текучести – нагрузка

(напряжение), соответствующая переходу упругих деформаций в пластические, и вычисляется [1,132]:

$$P_m = \frac{F_m}{S}, \quad (1.10)$$

где F_m – сила, соответствующая переходу упругих деформаций в пластические, Н; S – площадь поперечного сечения штампа, мм² (от 2 до 5 мм²).

Для пластичных пород твердость по штампу лишь определяет существенное изменение формы (штамп вдавит толщину образца горной породы больше, чем 0.2% по сравнению с исходным состоянием), но не объема.

В таблице 1.5 представлена классификация по твердости горных пород и соответствующие твердость по штампу и предел текучести по Л.А. Шнейдеру [1,132].

1.6. Двойной электрический слой

“Два сближенных друг к другу слоя электрических зарядов разного знака, но с одинаковой поверхностной плотностью, возникающие на границе раздела двух фаз” [23] называют двойным электрическим слоем (ДЭС), при этом ДЭС электронейтрален. Электрический потенциал изменяется скачком при пересечении ДЭС.

В 1878 году Кольрауш, измеряя электропроводность растворов, заметил, что при переменном токе граница между электродом и раствором является чем-то вроде электрического конденсатора большой емкости. Чтобы объяснить возникновение потенциала протекания в 50-х годах XIX века Георг Квинке предложил гипотезу двойного слоя. При изучении поляризации Гельмгольц в 1881 г. высказал предположение о возникновении на границе электрод – раствор двойного электрического слоя (ДЭС) зарядов [115].

Луи Гюи отверг гипотезу модели Гельмгольца, что ионы расположены в фиксированном положении в двойном слое. Также Гюи предположил, что на

ионы действуют силы, связанные с тепловым движением молекул. Данная модель вошла в историю как модель диффузного двойного слоя Гюи-Чапмена [115]. В 1924 г. Отто Штерн объединил модели Гельмгольца и Гюи-Чапмена и предложил учитывать, что адсорбция может происходить и под влиянием химических сил. Данная модель удовлетворяла экспериментам и давала объяснение явлению перезарядки поверхности [115].

Но всё же в модели Штерна были и недостатки: не было учтено взаимодействие частиц, которые могут образовать двойной слой, и адсорбционный слой отождествлялся с диффузионным. Дональд Грэм в 40-х годах XX века смог устранить эти недостатки, определил и показал, что существуют две плоскости Гельмгольца и емкость диффузного слоя (являющиеся как бы конденсаторами) в пространстве между поверхностью металла или твердого тела и раствором [115].

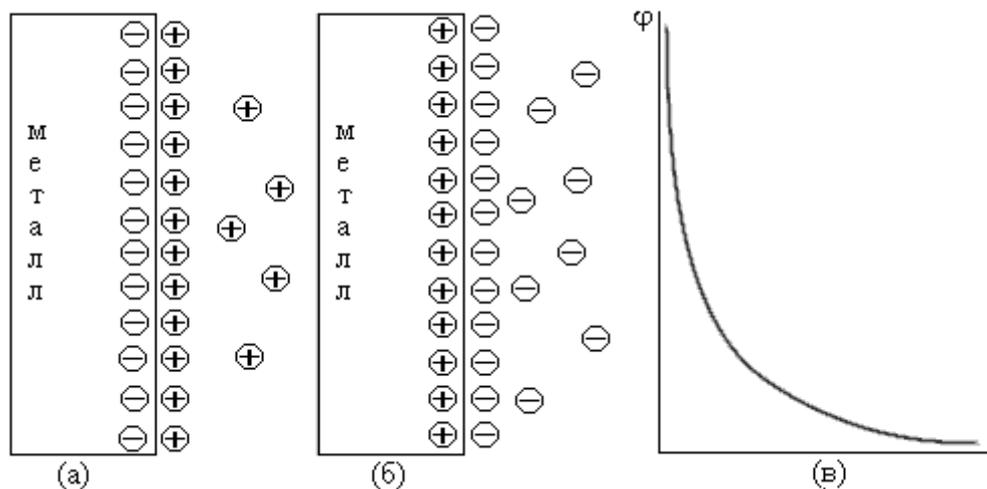


Рис. 1.1. Схема двойного электрического слоя (а) и (б); распределение заряда в объеме электролита (в) [5]

Модель Гельмгольца–Гюи–Чепмена–Штерна–Грэма [124,126,143,167] описывает скачок потенциала в плотной части двойного электрического слоя (ДЭС) в виде:

$$\Delta\varphi = \Delta\psi + \Delta\chi, \quad (1.11)$$

где $\Delta\psi$ – скачок потенциала, обусловленный зарядом электрода, $\Delta\chi$ – скачок потенциала, связанный с ориентацией адсорбционных диполей воды.

Теория модели Гельмгольца–Гуи–Чепмена–Штерна–Грэма рассматривает ДЭС в качестве конденсатора, она получила название электронной теории ДЭС [126,143,181]. Но данную теорию очень трудно применять на практике в геофизике в связи со сложностью определения параметров, входящих в уравнения данной теории.

Также существует адсорбционное уравнение Гиббса, которое получено исходя из классической термодинамики [30,166]. Но проблемой является то, что с помощью существующих методов невозможно получить удовлетворительный результат решения таких уравнений или аппроксимацию их решения.

Может создаться ситуация и с, так называемым, потенциалом нулевого заряда (нулевой точки), когда поверхность металла не заряжается. В электрохимии понятие нулевого заряда было введено А.Н. Фрумкиным [115]. Если же концентрация ионов металла (или твердой фазы) в растворе (или жидкости) не равновесна (рис. 1.1), то возникает двойной электрический слой и появляется разность электрических потенциалов, или гальвани-потенциал [5,130,144].

Проблемами ДЭС занимался и А. Эйнштейн [148,164], показавший возникновение потенциала на границе двух сред. Также стоит отметить работы французского ученого Андре Ревила, который продолжает уточнять параметры слоев ДЭС, возникающих потенциалов и возможные существующие корреляционные связи [155,176-179].

1.7. Вязкость

Вязкость – это характеристика (параметр, явление) жидкостей и газов, определяющая внутреннее трение между слоями для данных агрегатных состоя-

ний. Вязкость является одним из параметров, определяющих адсорбционный потенциал [57,94].

В геофизических исследованиях скважин (ГИС) вместо динамической и кинематической вязкости используют условную вязкость. Для измерения условной вязкости используют вискозиметр. Измерения вискозиметра производят в секундах, которые связаны с градусами условной вязкости ($^{\circ}\text{ВУ}$).

Для измерения вязкости промывочной жидкости, согласно ГОСТ 33213–2014 [33], используют следующие приборы:

- Вискозиметр Марша;
- Вискозиметр прямой индикации.

Вискозиметр Марша с мерной кружкой в качестве накопителя должен откалиброван на вытекание 946 мл пресной воды при температуре 21 ± 3 $^{\circ}\text{C}$ за 26 ± 0.5 с (состоит из конусообразной воронки с выходным отверстием). К вискозиметру Марша прилагается мерная кружка емкостью не менее 946 мл, секундомер и термометр с диапазоном измерений от 0 $^{\circ}\text{C}$ до 105 $^{\circ}\text{C}$. Для выполнения работы необходимо закрыть отверстие пальцем и залить пробу бурового раствора в вертикально установленную воронку. Требуется налить такое количество бурового раствора, чтобы он достигал нижней части сита. Затем отпустить палец и засечь время до тех пор, пока уровень бурового раствора в кружке не достигнет 946 мл. Затем измерить температуру раствора в $^{\circ}\text{C}$. Затем внести в отчет сведения время с точностью до секунды и температуру бурового раствора с точностью до градуса.”[33]

После этого по специальным таблицам можно перейти к динамической и кинематической вязкостям. Динамическая вязкость измеряется в Па·с или кг/(м·с). Кинематическая вязкость измеряется $\text{м}^2/\text{с}$.

Вискозиметр прямой индикации используется для определения пластической и эффективной вязкости. Сам раствор помещается в кольцевое пространство между ротором и внешним цилиндром. Затем, за счет вращения цилиндра и ротора можно определить данные характеристики бурового раствора.

Пластическую вязкость (PV) можно посчитать по формуле [33]

$$\eta_p = R_{600} - R_{300} \quad (1.13)$$

где R_{300} – показания шкалы вискозиметра при 300 об/мин;

R_{600} – показания шкалы вискозиметра при 600 об/мин.

Эффективную вязкость (ΔV) можно посчитать по формуле [33]

$$\eta_a = \frac{R_{600}}{2} \quad (1.14)$$

Пластическая и эффективная вязкости измеряются в Па·с или кг/(м·с).

Также существуют вискозиметры, определяющие кажущиеся вязкости по Брукфильду, перевод единиц в условную вязкость или в кинематическую и динамическую вязкость описан в ГОСТ 25271-93 [31].

Для нефти и нефтепродуктов, согласно ГОСТ 33-2016 [32], используют вискозиметры, которые измеряют кинематическую вязкость. Полученные данные должны удовлетворять прецизионности метода, т.е. определяемости (повторяемости результатов на одном и том же вискозиметре), повторяемости (результатов совершающим одним и тем же оператором) и воспроизводимости (результатов в различных лабораториях на различных вискозиметрах), а также данные термометров не должны расходиться. Каждый из параметров прецизионности допускает расходимость не больше, чем на одного деления один раз в 20 повторениях.

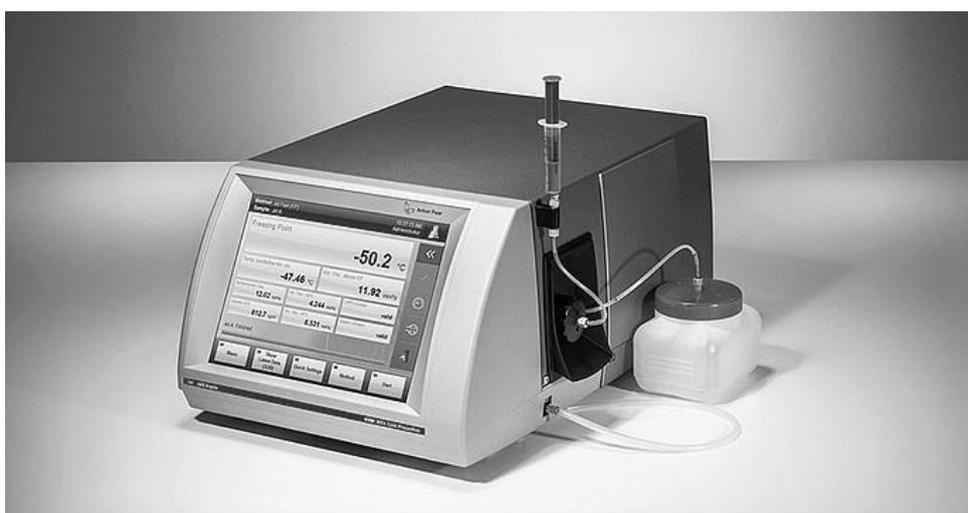


Рис. 1.2. Вискозиметры Штабингера SVM™ X001 [125]

Для определения динамической вязкости и плотности нефти (нефтепродуктов и других жидкостей), а в дальнейшем и кинематической вязкости используют вискозиметры Штабингера [32]. Правда их стоимость превышает 500 тыс. рублей, в связи, с тем, что такие вискозиметры только иностранного производства [125]. Вискозиметр подсчитывает вязкость без участия человека. При использовании вискозиметров, их производитель компания «Anton Paar» (Австрия) допускает 0.1% погрешность воспроизводимости кинематической вязкости и 0.35% погрешность повторяемость вязкости [125]. Определение вязкости на отечественных вискозиметрах [32] производится с участием человека.

1.8. Буровые растворы

Буровые растворы влияют на скорость бурения скважины [7,8,29,50,82,154,159,161,163,172], а также могут влиять на устойчивость состояния стенок ствола скважины и ввод скважины в эксплуатацию. Буровой раствор может исказить фильтрационно-емкостные характеристики пластов, продуктивных на углеводородное сырье, и последующие результаты геофизических исследований скважин (ГИС) будут искажены. Требуется оценить степень влияния буровых растворов на примере каротажа методом спонтанной поляризации (ПС). Перечислим свойства бурового раствора в таблице 1.6 [16,50,81,112,137]. И в зависимости от типа горных пород выбирают тот или иной буровой раствор. Приведем классификацию буровых растворов в таблице 1.7 [16,50,80,81,112].

Перевод условной вязкости $^{\circ}ВУ$, из секунд в градусы ВУ, осуществляется по формуле [33,34]

$$^{\circ}ВУ = \frac{t_p}{t_6}, \quad (1.15)$$

где t_p – время протекания раствора через вискозиметр типа ВБР-1 (при 20°C) [32,112] или вискозиметр Марша (при 21°C) [32,112];

t_g – время протекания чистой воды через вискозиметр типа ВБР-1 (при 20°C), считается равным $15 \pm 0,5$ с [32,112], или вискозиметр Марша (при 21°C), считается равным 26 ± 3 с [32,112].

Таблица 1.6

Свойства бурового раствора [16,50,81,112,137]

Свойство	Физические величины
термодинамические и тепло-физические [16,50,81,137]	плотность
	удельная теплоемкость
	коэффициент теплопроводности
	термический коэффициент объемного расширения
коллоидно-реологические [16,50,81,137]	условная вязкость
	пластовая вязкость
	динамическое напряжение сдвига
	эффективная вязкость
	статическое напряжение сдвига;
	коэффициент и коллоидальности твердой фазы
	показатель коллоидальности твердой фазы
	показатель консистенции
	показатель неньютоновского поведения
	касательное напряжение сдвига
показатель седиментации	
фильтрационные [16,50,81,137]	показатель фильтрации
	толщина фильтрационной корки
электрические [16,81,137]	удельное электрическое сопротивление (электропроводность)
	напряжение электропробоя

Также используются градусы Энглера (°E) в Германии, секунды Редвуда (R) в Великобритании, градусы Барьбье во Франции, секунды Сейболта (SUS) для маловязких жидкостей и секунды Сейболта-Фурол (SFS) для высоковязких жидкостей. Перевод из одних в другие единицы осуществляется через номограммы. [112,184,186].

Классификацию буровых растворов [16,50,80,81,112].

Буровые растворы		
водные [16,50,81]	на пресной и морской воде [16,50,81]	вода; нестабилизированные суспензии; гуматные; лигносульфатные; хромлигносульфатные
	полимерные недиспергирующие [16,50,81]	с малым содержанием твердой фазы; безглинистые
	ингибирующие [16,50,81]	кальцевые (известковые, гипсоизвестковые, хлоркальцевые); калиевые (хлоркалиевые, калиево-гипсовые); обработанные солями трехвалентных металлов (алюминизированные, алюмокалиевые); силикатные (малосиликатные); гидрофобизирующие (с кремнийорганической добавкой, обработанные мылами жирных кислот); хлормагниевого; хлорнатриевые
	соленасыщенные [16,50,81]	необработанные глинистые суспензии; стабилизированные; гидрогели; тяжелые жидкости
растворы на нефтяной основе [16,80,81]	безводные [16,80,81]	известково-битумные растворы (ИБР); на основе органоглин (растворы на углеводородной основе)
	инвертные эмульсии [16,80,81]	эмульсионный известково-битумным раствор (ЭИБР); высококонцентрированный инвертный эмульсионный раствор (ВИЭР); термостойкий инвертно-эмульсионный раствор (ТИЭР); термостойкая инвертная эмульсия на основе порошкообразного эмульгатора эмульсина (ЭК-1); на основе гудронов
газообразные [16,81,112]	газы	воздух, выхлопные газы двигателей внутреннего сгорания (ДВС), природный газ
		пены

Переход от условной вязкости, измеряемой в градусах ВУ ($^{\circ}ВУ$) к кинематической вязкости осуществляется по формулам:

- при кинематической вязкости до $120 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$ (или до $16^{\circ}ВУ$) [32,34]

$$\nu = \left(7.31 \cdot \text{°BY} - \frac{6.31}{\text{°BY}} \right) \cdot 10^{-6}; \quad (1.16)$$

➤ при кинематической вязкости больше $120 \cdot 10^{-6}$ м²/с (или больше 16°BY) [32,34]

$$\nu = 7.4 \cdot \text{°BY} \cdot 10^{-6}. \quad (1.17)$$

Тогда динамическая вязкость равна [32,158,184,186]

$$\eta = \rho_0 \nu, \quad (1.18)$$

где ρ_0 – плотность бурового раствора, кг/м³, г/см³.

В настоящее время существуют вискозиметры Штабингера [32,125,186], которые определяют плотность, кинематическую и динамическую вязкости в автоматическом режиме.

1.9. Обзор методов вычисления потенциала ПС на оси скважины

Решение задачи расчета электрического потенциала на оси скважины, создаваемого двойным слоем зарядов на границе среда-скважина для пачки электрически неоднородных пластов различной мощности и удельным электрическим сопротивлением (УЭС) зон проникновения различного диаметра, может быть, найдено только численными методами. К настоящему времени построены конечно-разностные сеточные модели А.Л. Колосовым, А.И. Абрикосовым и О.Б. Кузьмичевым [2,41,85,102,148]. Известны полуаналитические методы, развиваемые В.Т. Ивановым [42]. Также существует решение прямой задачи интегро-интерполяционным методом или методом баланса [102]. Ю.Л. Шеин и О.М. Снежко получили решение прямой задачи в виде краевой задачи, состоящей из дифференциальных уравнений и граничных условий, сводящейся к решению методом конечных разностей (сеток) [147]. Обратная задача Ю.Л. Шеин и О.М. Снежко была решена методом минимизации функционала [147].

Методом сеток удобно пользоваться в модели трех пластов с мощным средним пластом, т.к. точность решения высока при больших расстояниях между узлами сетки и решение по времени занимает небольшое время. Но когда средний пласт тонкий, то шаг между узлами сетки необходимо сгущать, а это – соответственно увеличение времени расчетов, точность результата существенно уменьшается.

Решение прямой задачи методом объемных векторных интегральных уравнений использовалось авторами [94] для изучения электрического поля модели трех пластов, причем средний пласт являлся тонким.

Расчет методом интегральных уравнений по сравнению с сеточными методами, напротив, для вычисления модели тонкого среднего пласта занимает небольшое время расчета. При мощном среднем пласте число элементов становится большим и соответственно это сказывается на времени расчета.

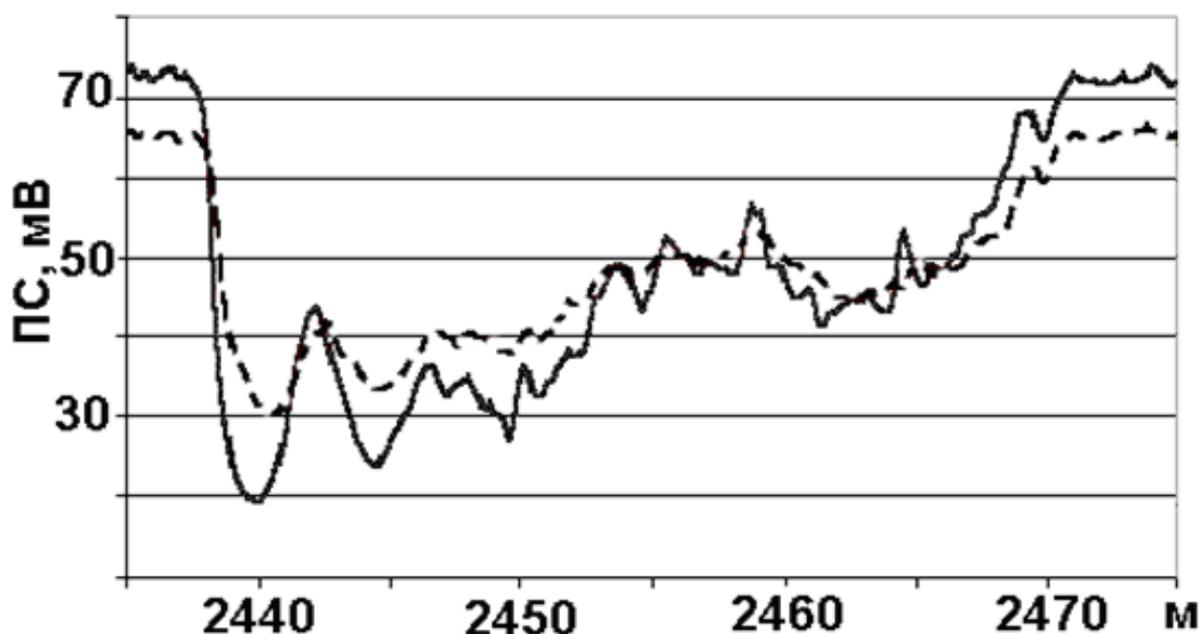


Рис. 1.3. Диаграмма каротажа ПС в скважине 164 (а) Когалымского месторождения. Сплошная линия – сразу после проходки, штриховая – через две недели. Материалы предоставлены И.Н. Ельцовым [94]

В настоящей работе для изучения электрического поля в среде, неоднородной по физико-геометрическим свойствам, создаваемого сторонним

источником поля (потенциалы адсорбции) и сторонними полями (потенциалы диффузии и потенциалы течения) используется метод объемных векторных интегральных уравнений. [94]

Если спустя некоторое время после проведения измерений в скважине величины ПС, заново провести каротаж методом ПС, то каротажная диаграмма ПС может существенно измениться (рис 1.3 и 1.4). Данные изменения могут быть обусловлено нестационарной диффузией вещества и фильтрацией флюида. На диаграммах (рис 1.3 и 1.4) хорошо наблюдаются сползание кривых потенциала ПС как в сторону увеличения, так и уменьшения значений потенциала.

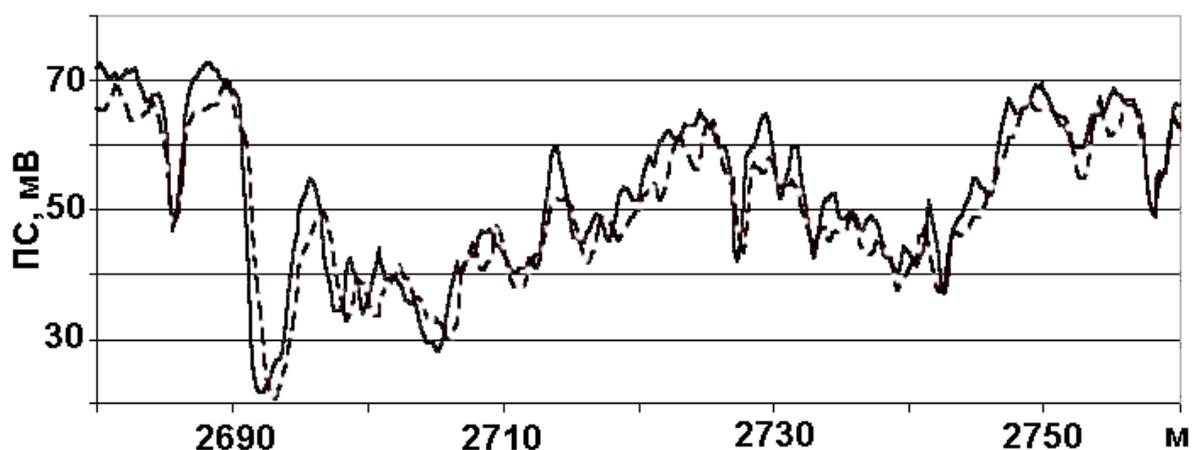


Рис. 1.4. Диаграмма каротажа ПС в скважине 6113 (б) Когалымского месторождения. Сплошная линия – сразу после проходки, штриховая – через две недели. Материалы предоставлены И.Н. Ельцовым [94]

В практике зарубежных и отечественных исследований в последнее время изучается возможность оценки по данным каротажа ПС не только коэффициента пористости, но и проницаемости пород. Изучение корреляционной зависимости между этими параметрами и ранее многократно подчеркивалась и исследовалась различными исследователями [37,40,79].

Для связи коэффициента пористости и коэффициента проницаемости применяют “концепцию гидравлических единиц потока (коллектора)” [108] при описании фильтрационно-емкостных свойств (ФЕС). В соответствии с этой

теорией пытаются разделить геологическую среду на классы, где внутри одного класса связь ФЭС считается постоянной. Для этого рассчитывают индикатор гидравлической единицы (FZI), используя значения коэффициентов пористости и проницаемости, полученные по образцам керна [97,140]:

$$FZI = 0.0314 \sqrt{\frac{k_{np}}{k_n} \frac{1 - k_n}{k_n}}, \quad (1.19)$$

где FZI – “индикатор гидравлической единицы (Flow zone indicator)” [108]; k_n – коэффициент пористости; k_{np} – коэффициент проницаемости. В случае, когда значения FZI близки, то и выделяют “классы гидравлических единиц потока для исследуемого месторождения” [97,139]. Но чаще всего трудно выделить такие зависимости с достаточной достоверностью (вероятностью), и применять этот метод (идею) просто нельзя.

Заключение:

1. Приведен обзор методов вычисления электрического потенциала ПС на оси скважины в среде, неоднородной по электрическим свойствам, от двойного слоя зарядов, возникающих за счет адсорбции.

2. Рассмотрены такие физико-химические характеристики горных пород как вязкость, удельная поверхность и радиус ионов, оказывающие влияние на измеряемый потенциал спонтанной поляризации.

3. Приведен обзор применяемых буровых растворов и дан анализ их физических свойств. Выполнен переход от условной вязкости к кинематической и динамической вязкостям, пользуясь действующими ГОСТами.

ГЛАВА 2

ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОЛЕ АДСОРБЦИИ, ДИФФУЗИИ И ТЕЧЕНИЯ

2.1. Основы математического моделирования

С точки зрения общей схемы математического моделирования сначала построим модель объекта исследования, в которой учитываются по возможности все существенные связи и взаимодействия элементарных объектов, на которые разбивается исследуемый объект, а также объекта с внешней средой [133]. Модель объекта строится в виде “функции объекта”, в качестве которой в механике фигурирует или функция Лагранжа, или функция Гамильтона. В полевой теории в качестве модели строится соответствующая плотность функции Лагранжа или Гамильтона. Далее, используя принцип Гамильтона в обобщённой на полевые теории форме и основную лемму вариационного исчисления – Лемму Лагранжа, получают полевые уравнения движения. Так как основные этапы схемы построения общей полевой модели известны [133], то лишь коротко обозначим эти этапы, а основное внимание уделим построению плотности функции Лагранжа. Подчеркнем, что, так как математическая модель генерации электрического поля в процессе течения или диффузии флюида должна строиться в рамках полевого подхода, то в качестве функции объекта следует взять, например, плотность функции Лагранжа, что приведёт к лагранжевой теории процесса.

Основой построения математической модели процесса эволюции объекта в рамках полевой теории является обобщённый принцип Гамильтона, который формулируется следующим образом [133].

При заданных значениях полевых функций на гиперповерхности Σ , которая ограничивает некоторую область V , изменение непрерывной среды в 4-х мерном пространстве событий (три пространственных координаты и время) происходит таким образом, что функционал действия S принимает стационарное значение, то есть выполняется необходимое условие стационарности [133]:

$$\delta S = \delta \int_{-\infty}^{+\infty} L dt = \delta \int_{-\infty}^{+\infty} \int_V \Lambda d\mathbf{x} dt = \delta \int_{-\infty}^{+\infty} \iiint_V \Lambda dx^1 dx^2 dx^3 dt = 0. \quad (2.1)$$

Предполагается, что плотность функции Лагранжа (лагранжиан) имеет вид

$$\Lambda = \Lambda \left(q^j, \frac{\partial q^j}{\partial x^\alpha}, \frac{\partial q^j}{\partial t}, \mathbf{r}, t \right), \quad (2.2)$$

где латинский индекс $j=1, 2, \dots, n$ нумерует полевые функции q^j , а греческий индекс $\alpha=1, 2, 3$ – декартовы координаты в евклидовом пространстве R^3 .

Если переписать вариационный принцип (2.1) в виде [133]:

$$\delta S = \delta \int_{-\infty}^{+\infty} \iiint_V \Lambda \left(q^j, \frac{\partial q^j}{\partial x^\alpha}, \frac{\partial q^j}{\partial t}, \mathbf{r}, t \right) d\mathbf{x} dt = 0, \quad (2.3)$$

и найти вариацию функционала действия, воспользовавшись рядом стандартных выкладок [118], то используя обобщённый вариант основной леммы вариационного исчисления (леммы Лагранжа), приходим к уравнению движения непрерывной среды в форме Лагранжа следующего вида [133]:

$$\frac{\partial \Lambda}{\partial q^j} - \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial \Lambda}{\partial \left(\frac{\partial q^j}{\partial t} \right)} \right) = 0, \quad (j=1, 2, \dots, n). \quad (2.4)$$

Таким образом, построение математической модели процесса генерации электрического поля движением флюида (течением или диффузией в пористой среде) будет полностью закончено, если будет построена плотность функции Лагранжа (лагранжиан) в виде (2.2).

2.2. Электрическое поле адсорбции

Электрическое поле адсорбции возникает за счет возникновения устойчивого равновесия потенциалов ионов и катионов на границе твердой и жидкой сред. Плотность потока анионов, катионов и молекул выражаются

формулой [44]:

$$q = WgradA, \quad (2.5)$$

где A – адсорбция, моль/кг; W – параметр пласта твердой части и жидкости, кг/(м·с).

Параметр W запишем в виде суммы [44]:

$$W = \omega_{жс}\eta + \omega_m Y, \quad \omega_{жс} = \frac{m_{жс}}{m_m + m_{жс}}, \quad \omega_m = \frac{m_m}{m_m + m_{жс}}, \quad (2.6)$$

где η – динамическая вязкость, кг/(м·с); Y – параметр твердой части пласта, кг/(м·с); $\omega_{жс}$ – доля жидкости в пласте; ω_m – доля твердой части в пласте.

Перейти к параметру Y можно, используя формулу [44]:

$$Y = P_{ш} \cdot \frac{r^2}{u \cdot \frac{RT}{zF}} = \frac{P_{ш} r^2 zF}{uRT}, \quad (2.7)$$

где $P_{ш}$ – твердость по штампу (по Л.А. Шрейнеру), Па; r – радиус иона, м; u – скорость ионов в единичном электрическом поле (подвижность ионов), м²/(В·с); R – универсальная газовая постоянная, 8.314 Дж/(моль·°К); T – абсолютная температура, °К; z – валентность; F – постоянная Фарадея, 95484.5 Кл/моль.

Надо отметить, что в скважине, в которой содержится промывочная жидкость, $W = \eta$.

Для нахождения адсорбционного потенциала для модели «твердое тело–жидкая фаза» воспользуемся математическим аппаратом в виде плотности функции Лагранжа, который позволит получить дифференциальное уравнение нестационарной адсорбции, зависящей от времени и координат пространства. В общем виде плотность функции Лагранжа представляется в виде [18,44,61,133]:

$$\Lambda = w_k - w_p, \quad (2.8)$$

где $w_k = \frac{1}{2} \alpha v^2$ – плотность кинетической энергии адсорбатива (движущихся

анионов, катионов и молекул со средней скоростью v), моль/(м·с²);

$\alpha = \frac{\bar{\rho}}{M}$ – молярный объем анионов, катионов и молекул, моль/м³;

$\bar{\rho}$ – плотность анионов, катионов и молекул, кг/м³;

M – молярная масса анионов, катионов и молекул, кг/моль;

$w_p = \frac{1}{2\alpha} \mathbf{q}^2$ – плотность потенциальной энергии перемещения адсорбата

(ионов, катионов и молекул), моль/(м·с²).

Используя преобразования [18,44,61]:

$$\delta \mathbf{v} = \delta \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial t} = \frac{\partial(\delta \mathbf{r})}{\partial t}, \delta \mathbf{v}^2 = 2\mathbf{v} \delta \mathbf{v},$$

$$\int_{t_1}^{t_2} \alpha \mathbf{v} \delta \mathbf{v} dt = \int_{t_1}^{t_2} \alpha \mathbf{v} \frac{\partial(\delta \mathbf{r})}{\partial t} dt = \alpha \mathbf{v} \delta \mathbf{r} \Big|_{t_1}^{t_2} - \int_{t_1}^{t_2} \alpha \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} \delta \mathbf{r} dt = - \int_{t_1}^{t_2} \alpha \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} \delta \mathbf{r} dt.$$

При отсутствии окольных путей $\delta \mathbf{r}(t_1) = \delta \mathbf{r}(t_2) = 0$ запишем вариацию плотности кинетической энергии в виде:

$$\delta w_k = -\alpha \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} \delta \mathbf{r}.$$

Так как вариация квадрата плотности потока равна:

$$\delta \mathbf{q}^2 = 2\mathbf{q} \operatorname{div}(\mathbf{q}) \delta \mathbf{r},$$

то вариация потенциальной энергии имеет вид:

$$\delta w_p = \frac{\mathbf{q}}{\alpha} \operatorname{div}(\mathbf{q}) \delta \mathbf{r}.$$

Тогда уравнение нестационарной адсорбции примет вид [44]:

$$\alpha \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \frac{\mathbf{q}}{\alpha} \operatorname{div}(\mathbf{Wgrad}A) = 0, \quad (2.9)$$

откуда в установившемся состоянии [44]:

$$\operatorname{div}(\mathbf{Wgrad}A) = 0. \quad (2.10)$$

Умножим левую часть этого уравнения на $\frac{zF}{\sigma}$, получим

$$\frac{zF}{\sigma} \cdot \operatorname{div}(\mathbf{Wgrad}A) = \operatorname{div} \left(\frac{zF \mathbf{Wgrad}A}{\sigma} \right) = \operatorname{div} \mathbf{E},$$

где σ – удельная электропроводность, См/м;

\mathbf{E} – напряженность электрического поля, В/м.

В результате получим уравнение непрерывности электрического поля [44] в однородной среде $div \mathbf{E} = 0$, или, с учетом $\sigma = const$,

$$div \mathbf{i} = 0 \quad (2.11)$$

при

$$\mathbf{E} = \frac{zFWgradA}{\sigma}. \quad (2.12)$$

Тогда адсорбционный потенциал будет представлен формулой [44]:

$$U = -\frac{zFWA}{\sigma}. \quad (2.13)$$

В формуле для адсорбционного потенциала (2.13) можно учесть разность чисел переноса анионов и катионов, за счет их различной подвижности [48]:

$$n_{nl} = \frac{u_{nl}}{u_{nl} + u_{np}}, \quad n_{np} = \frac{u_{np}}{u_{nl} + u_{np}}, \quad (2.14)$$

где u_{nl} – подвижность ионов, возникающих на поверхности пласта, $m^2/(B \cdot c)$; u_{np} – подвижность ионов, возникающих со стороны промывочной жидкости, $m^2/(B \cdot c)$.

Как ранее отмечалось, в качестве подвижностей ионов будем использовать абсолютные скорости ионов. Тогда поток анионов, катионов можно выразить формулой:

$$\mathbf{q} = nWgradA, \quad (2.15)$$

где n – число переноса ионов.

Уравнение нестационарной адсорбции примет вид [44]:

$$\alpha \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\mathbf{q}}{\alpha} div(nWgradA) = 0, \quad (2.16)$$

а потенциал двойного слоя [72] в стационарном состоянии для метода спонтанной поляризации (ПС) можно записать в виде [44]:

$$U_{адс} = \pm F \left(\frac{n_{nl} z_{nl} W_{nl} A_{nl}}{\sigma_{nl}} - \frac{n_{np} z_{np} W_{np} A_{np}}{\sigma_{np}} \right), \quad (2.17)$$

где W_{nl} – суммарный параметр пласта твердой части и жидкости, $кг/(м \cdot c)$; W_{np} – вязкость промывочной жидкости, $кг/(м \cdot c)$; A_{nl} – адсорбция, создаваемая слоем ионов, возникающих на поверхности пласта, моль/кг; A_{np} – адсорбция, создаваем...

мая слоем ионов, возникающих со стороны промывочной жидкости, моль/кг; z_{nl} – валентность ионов, возникающих на поверхности пласта, м²/ (В·с); z_{np} – валентность ионов, возникающих со стороны промывочной жидкости, м²/ (В·с); σ_{nl} – удельная электропроводность пласта, См/м; σ_{np} – удельная электропроводность промывочной жидкости, См/м.

В формуле (2.17) знак плюс, если на поверхности пласта возникнут анионы, а со стороны промывочной жидкости – катионы, и знак минус, если на поверхности пласта возникнут катионы, а со стороны промывочной жидкости – анионы.

2.3. Вычисление электрического потенциала через телесный угол

Скачки потенциалов ΔU возникают на границах сред с цилиндрической и плоской формами поверхностей. Потенциал на оси скважины диаметром d_c , создаваемый сторонним электрическим полем определяется величиной телесного угла, под которым виден скачок потенциала ΔU . Тогда воспользуемся формулой для расчета потенциала [48,51], выражаемого через телесный угол:

$$U = \frac{1}{4\pi V} \int E_{CT} \frac{r}{r^3} dV = \frac{1}{4\pi} \int_S \frac{\Delta U}{r^2} dS = \frac{1}{4\pi} \sum_{i=1}^N \Delta U^i \Omega_i,$$

$$U = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \Delta U^i \left(1 - \frac{H_i}{\sqrt{d_c^2/4 + H_i^2}} \right), \quad (2.18)$$

где $i = \overline{1, N}$ – количество поверхностей, разграничивающие различные среды с различной концентрацией вещества; Ω_i – телесные углы, разграничивающие различные среды; d_c – диаметр скважины, м; H_i – мощность пластов, м.

Расчет потенциала на оси скважины по формуле (2.17) справедлив для модели среды, представленной на рис. 2.1.

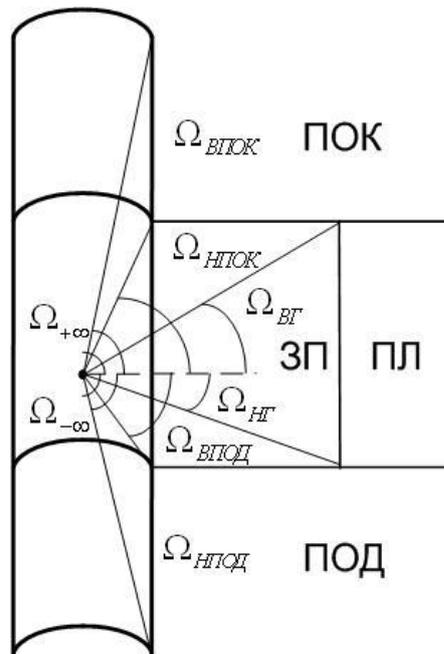


Рис. 2.1. Модель покрывающих (ПОК) и подстилающих (ПОД) пород, продуктивного пласта (ПЛ) и зоны проникновения (ЗП) [48,51]

Слагаемые, входящие в расчетную формулу для потенциала (2.18), имеют вид [48,51]:

– напротив продуктивного пласта U_1 :

$$U_1 = \frac{\Delta U_{\text{ПОК}}}{4\pi} (\Omega_{\text{ВГ}} - \Omega_{\text{ВПОК}}) + \frac{\Delta U_{\text{ПЛ}}}{4\pi} (4\pi - \Omega_{\text{ВГ}} - \Omega_{\text{НГ}}) + \frac{\Delta U_{\text{ПОД}}}{4\pi} (\Omega_{\text{НГ}} - \Omega_{\text{НПОД}});$$

– напротив покрывающего пласта U_2 :

при $\Omega_{\text{НГ}} \leq \Omega_{\text{НПОК}}$

$$U_2 = \frac{\Delta U_{\text{ПОК}}}{4\pi} (4\pi - \Omega_{\text{ВПОК}} - \Omega_{\text{НПОК}}) + \frac{\Delta U_{\text{ПЛ}}}{4\pi} (\Omega_{\text{НПОК}} - \Omega_{\text{НГ}}) + \frac{\Delta U_{\text{ПОД}}}{4\pi} (\Omega_{\text{НГ}} - \Omega_{\text{НПОД}});$$

при $\Omega_{\text{НГ}} > \Omega_{\text{НПОК}}$

$$U_2 = \frac{\Delta U_{\text{ПОК}}}{4\pi} (4\pi - \Omega_{\text{ВПОК}} - \Omega_{\text{НПОК}}) + \frac{\Delta U_{\text{ПОД}}}{4\pi} (\Omega_{\text{НГ}} - \Omega_{\text{НПОД}});$$

– напротив подстилающего пласта U_3 :

при $\Omega_{\text{ВГ}} \leq \Omega_{\text{ВПОД}}$

$$U_3 = \frac{\Delta U_{\text{ПОК}}}{4\pi} (\Omega_{\text{ВГ}} - \Omega_{\text{ВПОК}}) + \frac{\Delta U_{\text{ПЛ}}}{4\pi} (\Omega_{\text{ВПОД}} - \Omega_{\text{ВГ}}) + \frac{\Delta U_{\text{ПОД}}}{4\pi} (4\pi - \Omega_{\text{НПОД}} - \Omega_{\text{ВПОД}});$$

при $\Omega_{ВГ} > \Omega_{ВПОД}$

$$U_3 = \frac{\Delta U_{ПОК}}{4\pi} (\Omega_{ВПОД} - \Omega_{ВПОК}) + \frac{\Delta U_{ПОД}}{4\pi} (4\pi - \Omega_{НПОД} - \Omega_{ВПОК}),$$

где $\Omega_{ВПОК}$, $\Omega_{НПОК}$, $\Omega_{ВГ}$, $\Omega_{НГ}$, $\Omega_{ВПОД}$, $\Omega_{НПОД}$, $\Omega_{+\infty}$, $\Omega_{-\infty}$ – телесные углы (рис.2.3);

$\Delta U_{ПОК}$, $\Delta U_{ПОД}$, $\Delta U_{ПЛ}$ – скачки диффузионного потенциала покрывающего, подстилающего и продуктивного пластов, B .

Если подстилающий и покрывающий пласты считать безграничными, то можно заменить $\Omega_{ВПОД}$ и $\Omega_{НПОД}$ на $\Omega_{+\infty}$ и $\Omega_{-\infty}$.

Данный расчет применим, в случае, как для однородной среды, так и в отсутствие у продуктивного пласта зоны проникновения. Также можно не ограничиваться одним продуктивным пластом во вмещающей среде, а смоделировать неоднородную среду, сопоставимую в скважинах, для которых производят каротаж.

2.4. Вычисление электрического потенциала в проводящей неоднородной среде

Рассмотрим модель (рис. 2.2), содержащую: покрывающие (ПОК) и подстилающие (ПОД) породы; продуктивный пласт (ПЛ) с зоной проникновения (ЗП); промывочную жидкость (ПЖ) в скважине. В общем случае это пачка электрически неоднородных по удельным электрическим сопротивлениям (УЭС) пластов различной мощности, пересеченных скважиной. Скважину можно рассматривать как бесконечный цилиндр постоянного радиуса.

Как отмечалось в главе 1, наиболее существенный вклад в измеряемый на оси скважин потенциал спонтанной поляризации (ПС) создает электрическое поле адсорбционного потенциала. Двойной слой электрических зарядов, возникающих в результате адсорбции зарядов одного знака на границе скважина – порода

(стенке скважины) и на границах твердой и жидкой фаз в порах вмещающих пород, является источником поля.

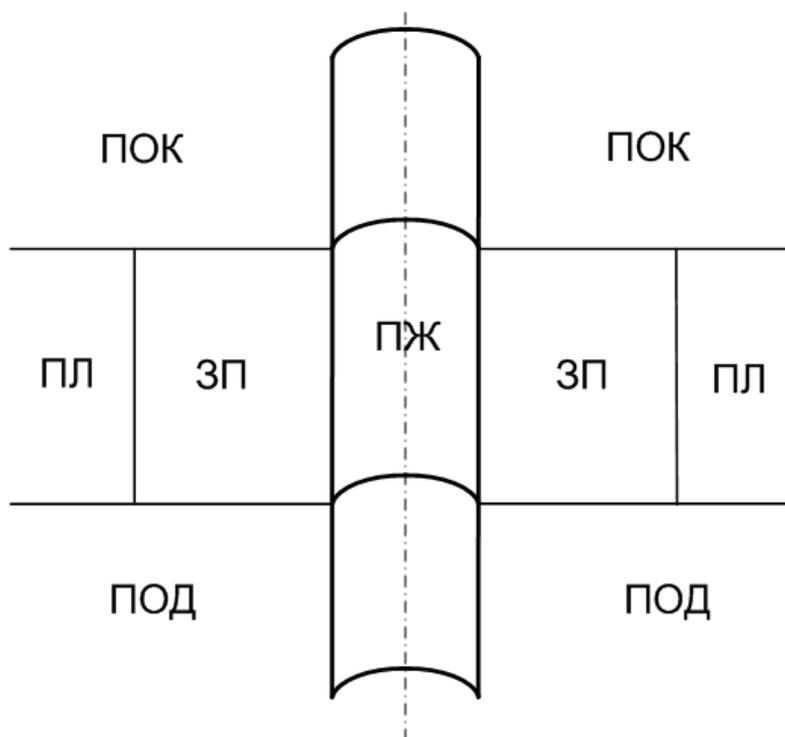


Рис 2.2. Модель покрывающих (ПОК) и подстилающих (ПОД) пород, продуктивного пласта (ПЛ), зоны проникновения (ЗП) и скважины с промывочной жидкостью (ПЖ) [51,53,54,64]

Измеряемое поле обусловлено электрическим полем, создаваемым двойным слоем электрических зарядов (адсорбцией), в случае отсутствия диффузии растворов солей из пористых пород в скважину (равновесное состояние) и слабом дебите флюидов из проницаемых пород.

В этом случае электрический потенциал, измеряемый на оси скважины, складывается из потенциала, создаваемого двойным слоем зарядов в однородной по удельной электропроводности среде U^0 и аномального потенциала U_a за счет перераспределения электрического поля в неоднородных пластах.

Из уравнений (2.10-2.11) следует, что в неоднородной среде $\sigma(\mathbf{r}) = \sigma_0 + \Delta\sigma$ электрический потенциал удовлетворяет уравнению Пуассона [98]:

$$\Delta U = -\frac{1}{\sigma_0} \mathbf{div} [(\sigma - \sigma_0) \mathbf{E} + \mathbf{i}_{CT}],$$

где σ и σ_0 – удельные электропроводности неоднородностей и вмещающей среды, см/м, решение которого записывается в виде известного интеграла Пуассона [139]. Считая, что потенциал U^0 нормального поля создается только источником стороннего тока \mathbf{i}_{CT} в однородной среде, а именно двойным слоем зарядов, образующимся за счет явления адсорбции, после преобразований получим интегральную формулу для расчета потенциала [94]:

$$U = U^0 + U_a = U^0 + \frac{1}{4\pi v} \int \left(\frac{\sigma}{\sigma_0} - 1 \right) \mathbf{E} \mathbf{grad}_{\mathbf{M}} \frac{1}{R} dV, \quad (2.19)$$

где $U^0 = U^0(\mathbf{r}_i)$ – электрический потенциал в однородной среде, создаваемый двойным слоем зарядов (нормальный потенциал), В; U_a – аномальный потенциал, В; $\mathbf{A} = \mathbf{r}_i(x_1, x_2, x_3)$ – точки наблюдений; $\mathbf{M} = \mathbf{r}_j(x_1^0, x_2^0, x_3^0)$ – точки объема; индекс \mathbf{M} означает дифференцирование по точкам объема неоднородной среды; $R = |\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|$.

Для расчета потенциала ПС на оси скважины U по формуле (2.19) необходимо определить величину напряженности электрического поля \mathbf{E} в точках объема V , т.е. предварительно необходимо решить интегральное уравнение для напряженности электрического поля [91] $\mathbf{E} = -\mathbf{grad} U$ [94]:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}^0 - \frac{1}{4\pi} \mathbf{grad}_{\mathbf{A}} \int \left(\frac{\sigma}{\sigma_0} - 1 \right) \mathbf{E} \mathbf{grad}_{\mathbf{M}} \frac{1}{R} dV, \quad (2.20)$$

где $\mathbf{E}^0 = \mathbf{E}^0(\mathbf{r}_i)$ – напряженность электрического поля в однородной среде, создаваемая двойным слоем зарядов (нормальное поле), В/м; индекс \mathbf{A} означает дифференцирование по точкам наблюдений.

Двойной слой зарядов создает в окружающем однородном пространстве потенциал (нормальный), описываемый формулой для телесного угла [92]:

$$U^0 = \frac{1}{4\pi} \int_S (U_{CT} \mathbf{n}) \cdot \mathbf{grad}_{\mathbf{M}} \frac{1}{R} dS,$$

где \mathbf{n} – вектор нормали, U_{CT} – собственный потенциал двойного слоя зарядов, который можно преобразовать к объемному интегралу

$$U^0 = \frac{1}{4\pi} \int_{V_c} \mathbf{E}_{CT} \cdot \mathbf{grad}_M \frac{1}{R} dV_c, \quad (2.21)$$

где $\mathbf{E}_{CT} = \frac{U_{CT}}{\Delta \mathbf{l}}$ – напряженность электрического поля между обкладками двойного слоя толщиной $\Delta \mathbf{l}$ по направлению нормали к поверхности двойного слоя, dV_c – элемент объема.

Для расчета градиента потенциала нормального поля от двойного слоя зарядов на поверхности цилиндрической формы, выразим напряженность через объемный интеграл [94]

$$\mathbf{E}^0 = -\frac{1}{4\pi} \mathbf{grad}_A \int_{V_c} \mathbf{E}_{CT} \mathbf{grad}_M \frac{1}{R} dV_c. \quad (2.22)$$

Задачей решения объемного векторного интегрального уравнения (2.22) является определение величин градиентов потенциала поля в точках внутри объема $r \in V$, “полагая, что сторонние токи расположены вне проводника, и только они создают нормальное поле \mathbf{E}^0 и U^0 , а аномальное электрическое поле создается лишь проводящим объемом V ” [90].

Формулы для расчета напряженности электрического поля и потенциала для цилиндрической симметрии среды можно представить в следующем виде [94]:

$$\begin{cases} E_\rho = E_\rho^0 + \int_V \left(\frac{\sigma}{\sigma_0} - 1 \right) (E_\rho G_{\rho\rho_0} + E_z G_{\rho z_0}) dV, \\ E_z = E_z^0 + \int_V \left(\frac{\sigma}{\sigma_0} - 1 \right) (E_\rho G_{z\rho_0} + E_z G_{zz_0}) dV, \end{cases} \quad (2.23)$$

$$U = U^0 + \int_V \left(\frac{\sigma}{\sigma_0} - 1 \right) (E_\rho G_{\rho_0} + E_z G_{z_0}) dV, \quad (2.24)$$

где $E_\rho, E_z, E_\rho^0, E_z^0$ – составляющие ρ и z напряженности электрического поля в неоднородной и однородной среде соответственно, $G_{\rho\rho_0}, G_{\rho z_0}, G_{z\rho_0}, G_{z z_0}$ – компоненты тензорной функции Грина, G_{ρ_0}, G_{z_0} – компоненты векторной функции Грина.

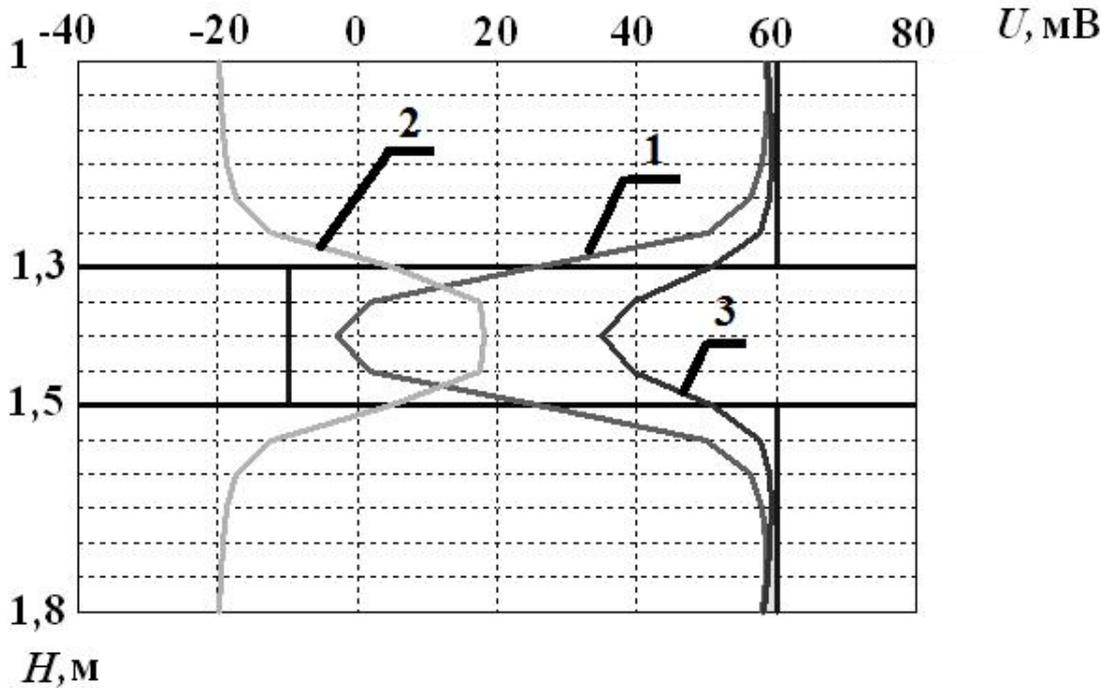


Рис. 2.3. Кривые ПС в скважине. Цифры на кривых: 1 – нормальный потенциал U^0 , 2 – аномальный потенциал U_a , связанный с влиянием электропроводности пласта, 3 – суммарный потенциал U [78,122]

На рис. 2.3 представлен пример расчета потенциала ПС напротив пласта пониженной электропроводности [94] для задачи с цилиндрической симметрией, программно реализующий выражения (2.19–2.24) с помощью зарегистрированного в государственном реестре программного комплекса для ЭВМ «Программный комплекс PS-C» [122].

В случае однородного по электропроводности пространства потенциал U^0 нормального поля на оси скважины, создаваемый двойными слоями каждого из трех пластов (кривая 1). Для учета неоднородной по электропроводности среды следует добавить аномальный потенциал U_a (кривая 2). Например, аномальный

потенциал U_a возникает в случае пониженной электропроводности пласта-коллектора, и будет сглаживать аномалию. В результате суперпозиции нормального и аномального потенциалов будет получен суммарный потенциал (кривая 3).

2.5. Поправочный коэффициент для определения величины адсорбционного потенциала

Одной из задач метода ПС является “переход от значений электрического потенциала ПС, измеряемого на оси скважины напротив середины пласта-коллектора (обычно это песчаники с высокой пористостью), к истинной величине адсорбционного потенциала пород пласта” [94].

Значение адсорбционного потенциала для продуктивного пласта найдем по формуле [37,78,79,94,102,103,129]:

$$U_{АДС} = U_{ПЛ} \cdot \nu_{изм}, \quad (2.25)$$

где $U_{ПЛ}$ – значения потенциала, измеренного напротив середины продуктивного пласта, мВ; $\nu_{изм}$ – поправочный коэффициент за влияние диаметра скважины, мощности пластов, диаметра зоны проникновения фильтрата промывочной жидкости в пласт, удельного сопротивления пласта, промывочной жидкости и вмещающих пород при помощи палеток Шлюмберже [37,78,79,94,102,103,129] или электронных палеток.

Недостатками палеточного метода являются высокая трудоемкость, низкая технологичность и несовершенный учет различия в свойствах подстилающих и перекрывающих пород. [78]

Вследствие разных факторов (в нашем случае сопротивления) потенциал глин, который снимаем с каротажной диаграммы, может просто не выйти на уровень $U_{АДС}^Г$ (произойдет дрейф или смещение нуля), в результате этого также может сместиться потенциал $U_{ПЛ}$ измеряемого пласта, т.е. исправленное значение

потенциала напротив середины измеряемого пласта необходимо ввести следующим образом [78]:

$$U_{ПЛ} = U_{ПЛ} + \frac{U_{АДС}^{ГПОК} + U_{АДС}^{ГПОД}}{2} - \frac{U_{АДС}^{ГПОК} + U_{АДС}^{ГПОД}}{2}, \quad (2.26)$$

где $U^{ГПОК}, U^{ГПОД}$ – значения потенциалов, измеренные напротив середины покрывающего и подстилающего пластов, мВ; $U_{АДС}^{ГПОК}, U_{АДС}^{ГПОД}$ – адсорбционный потенциал покрывающего и подстилающего пластов, мВ.

Исходные данные основываются на совокупности геолого-геофизических параметров, получаемых как методом ПС, так и с помощью других методов каротажа скважин. Такими данными являются: диаметр скважины (по результатам метода кавернометрии), диаметр и удельное электрическое сопротивление (УЭС) зоны проникновения пласта (по данным методов высокочастотного индукционного каротажного изопараметрического зондирования (ВИКИЗ) и бокового каротажного зондирования (БКЗ)), УЭС промывочной жидкости (по данным резистивиметрии), УЭС пласта, УЭС покрывающих и подстилающих пород (по данным методов ВИКИЗ, БКЗ и кажущегося сопротивления (КС)). [78]

Для перехода от значений измеренного электрического потенциала ПС на оси скважины напротив пласта-коллектора к истинной величине адсорбционного потенциала пород создана электронная палетка вычисления поправочного коэффициента (программный комплекс «Paletka_PS»). [66]

Программный комплекс «Paletka_PS» [66] на основе физико-геометрических параметров среды, определяемых по данным материалов комплекса методов каротажа, и результатов измерения потенциала спонтанной поляризации в геологоразведочной скважине, определяет величину поправочного коэффициента $\nu_{изм}$ и рассчитывает исправленное значение величины адсорбционного потенциала пласта. [66]

Значения поправочного коэффициента $\nu_{изм}$ хранятся в виде матрицы

числовых значений с размерностью 9, образованной 11 параметрами:

$$h/d_c, d_{зп}/d_c, \rho_{пок}/\rho_c, \rho_{пл}/\rho_c, \rho_{под}/\rho_c, \rho_{зп}/\rho_c, U_{под}/U_{пок}, U_{пл}/U_{пок}, v_{изм},$$

где h – мощность пласта, м; $d_c, d_{зп}$ – диаметры скважины и зоны проникновения, м; $\rho_{пок}, \rho_{пл}, \rho_{под}, \rho_{зп}, \rho_c$ – удельные сопротивления покрывающего, продуктивного, подстилающего пластов, зоны проникновения и промывочной жидкости, Ом·м; $U_{под}, U_{пок}, U_{пл}$ – потенциалы подстилающего, покрывающего и продуктивного пластов, мВ. [78]

Расчет поправки построен на основе многомерной интерполяционной формулы Лагранжа [22] при $i \geq 2$:

$$v_{изм} = \prod_{j=1}^m \left[v_1^j \cdot \frac{(x^j - x_2^j) \cdot (x^j - x_3^j) \cdot \dots \cdot (x^j - x_n^j)}{(x_1^j - x_2^j) \cdot (x_1^j - x_3^j) \cdot \dots \cdot (x_1^j - x_n^j)} + \right. \\ \left. + v_2^j \cdot \frac{(x^j - x_1^j) \cdot (x^j - x_3^j) \cdot \dots \cdot (x^j - x_n^j)}{(x_2^j - x_1^j) \cdot (x_2^j - x_3^j) \cdot \dots \cdot (x_2^j - x_n^j)} + \dots + v_n^j \cdot \frac{(x^j - x_1^j) \cdot (x^j - x_2^j) \cdot \dots \cdot (x^j - x_{n-1}^j)}{(x_n^j - x_1^j) \cdot (x_n^j - x_2^j) \cdot \dots \cdot (x_n^j - x_{n-1}^j)} \right] \quad (2.27)$$

где j – фактор, $j = \overline{1, m}$; i – количество значений для каждого фактора, $i = \overline{1, n(j)}$; $n(j)$ – количество значений по каждому фактору; x_i^j – значения для каждого фактора; x^j – интерполирующая величина по каждому фактору.

При $i = 2$ получим (как частный случай) [22]:

$$v_{изм} = \prod_{j=1}^m \left[v_1^j \cdot \frac{(x^j - x_2^j)}{(x_1^j - x_2^j)} + \dots + v_2^j \cdot \frac{(x^j - x_1^j)}{(x_2^j - x_1^j)} \right]. \quad (2.28)$$

Вместо x_i^j и x^j могут выступать однозначные функции на конечных или бесконечных интервалах, например экспоненциальные или логарифмические.

2.6. Электрический потенциал течения

Эффект возникновения электрического поля при протекании жидкости в проницаемой среде в 1859 году обнаружил Георг Квинке. Это явление получило название потенциала течения [10,115]. Течение жидкости и положительный дебит флюида в геологоразведочных скважинах возникает за счет превышения литостатического давления горных пород над гидростатическим давлением флюида [37,98].

Фильтрационный потенциал можно оценить формулой Гельмгольца, которая характеризует связь между избыточным давлением (гидродинамическое поле) и возникающем электрическим полем [143]:

$$\Delta U_F = \frac{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon \cdot \zeta}{\mu \cdot \sigma} \Delta P = L \cdot \Delta P, \quad (2.29)$$

где ΔU_F – скачок фильтрационного потенциала, В; $\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ – электрическая постоянная, Ф/м; ε – относительная диэлектрическая проницаемость; ζ – дзета-потенциал, В; $\mu \approx 10^{-3}$ – динамическая вязкость флюида (воды), Па·с; σ – удельная электропроводность пласта, См/м; ΔP – избыточное давление, Па, L – коэффициент потенциала течения, В/Па.

Рассмотрим модель (рис. 2.1) покрывающих (ПОК) и подстилающих (ПОД) пород, продуктивного пласта с неизменной частью (ПЛ) и зоной проникновения (ЗП), а также промывочной жидкостью (ПЖ) в скважине. В общем случае это пачка неоднородных по физическим свойствам пластов различной мощности, пересеченных скважиной. Скважину можно рассматривать как бесконечный цилиндр постоянного радиуса.

Аномальный потенциал U_a , входящий в (2.19), может быть обусловлен не только перераспределением токов на электрических неоднородностях среды, но и избыточными плотностями токов сторонней природы неэлектрического происхождения (токами конвекции, диффузии и т.п., в зависимости от происхождения), который можно представить выражением [92]:

$$U_a = \frac{1}{4\pi V} \int \mathbf{F} \mathbf{grad}_M \frac{1}{R} dV, \quad (2.30)$$

где \mathbf{F} – вектор поляризации, В/м.

Рассмотрим токи, возникающие при течении флюидов под действием избыточного давления. Плотности сторонних токов связаны с градиентами давления P соотношениями [98]

$$\mathbf{i}_{CT} = \sigma L \mathbf{grad} P \quad \text{и} \quad \mathbf{i}_{CT}^0 = \sigma_0 L_0 \mathbf{grad} P_0,$$

где \mathbf{i}_{CT} и \mathbf{i}_{CT}^0 – плотности сторонних токов, соответственно в объеме V и во вмещающей среде, А/м²; P и P_0 – давление в объеме V и во вмещающей среде, Па; L и L_0 – коэффициенты потенциала течения, в объеме V и во вмещающей среде, В/Па.

Выражение для вектора поляризации \mathbf{F} определим с помощью закона Дарси [104]

$$\mathbf{v} = -\frac{c}{\mu} \mathbf{grad} P \quad (2.31)$$

(\mathbf{v} – скорость течения Дарси, м/с; c – гидравлическая проницаемость, м²; μ – динамическая вязкость флюида, Па·с) и условия непрерывности нормальной к поверхности объема составляющей скорости v_n и v_{0n} течения Дарси

$$v_{0n} = -\frac{c_0}{\mu} \frac{\partial P_0}{\partial n} = -\frac{c}{\mu} \frac{\partial P}{\partial n} = v_n,$$

где c и c_0 – гидравлические проницаемости неоднородного объема и среды, м².

После преобразований получим вектор поляризации вида [92,94-96]:

$$\mathbf{F} = \left(\frac{\sigma}{\sigma_0} L - L_0 \frac{c}{c_0} \right) \mathbf{grad} P,$$

подставляя который в (2.30), получим выражение для аномального потенциала токов течения [95]:

$$U_a = \frac{1}{4\pi V} \int \left[\left(\frac{\sigma}{\sigma_0} L - \frac{c}{c_0} L_0 \right) \mathbf{grad}_M P \right] \mathbf{grad}_M \frac{1}{R} dV.$$

Добавляя к аномальному потенциалу токов течения аномальный потенциал (2.10), учитывающий влияние электрических неоднородностей, а также потенциал источника давления в однородной среде (нормальный потенциал или потенциал источника давления в однородной среде U^0) получим суммарный потенциал (потенциал течения) вида [91,92]:

$$U_F = U^0 + \frac{1}{4\pi} \int_V \left[\left(\frac{\sigma}{\sigma_0} - 1 \right) \mathbf{E} + \left(\frac{\sigma}{\sigma_0} L - \frac{c}{c_0} L_0 \right) \mathbf{grad}_M P \right] \mathbf{grad}_M \frac{1}{R} dV, \quad (2.32)$$

$$U^0 = -L_0 \cdot P_0. \quad (2.33)$$

где P_0 – давление, развиваемое источником флюида в однородной вмещающей среде с проницаемостью c_0 , Па. [91,92]

Величину напряженности электрического поля $\mathbf{E} = -\mathbf{grad}U$ для точек объема V можно определить из формулы (2.27) в виде интегрального уравнения, учитывающего аномальные плотности токов [92,94]:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}^0 - \frac{1}{4\pi} \mathbf{grad}_A \int_V \left[\left(\frac{\sigma}{\sigma_0} - 1 \right) \mathbf{E} + \left(\frac{\sigma}{\sigma_0} L - L_0 \frac{c}{c_0} \right) \mathbf{grad}_M P \right] \mathbf{grad}_M \frac{1}{R} dV, \quad (2.34)$$

где нормальное электрическое поле \mathbf{E}^0 обусловлено источником давления в однородной среде [92,94]:

$$\mathbf{E}^0 = L_0 \cdot \mathbf{grad} P_0. \quad (2.35)$$

Коэффициенты потенциалов течения L и L_0 определяются фильтрационно-емкостными характеристиками пород и могут быть определены экспериментально [40].

Формулы для расчета напряженности электрического поля и потенциала течения (фильтрационного потенциала) для цилиндрической симметрии среды можно представить в следующем виде [74,94]:

$$\left\{ \begin{array}{l} E_{\rho} = E_{\rho}^0 + \int_V \left[\left(\frac{\sigma}{\sigma_0} - 1 \right) (E_{\rho} G_{\rho\rho_0} + E_z G_{\rho z_0}) + \left(\frac{\sigma}{\sigma_0} L - \frac{c}{c_0} L_0 \right) (grad_{\rho} P \cdot G_{\rho\rho_0} + \right. \\ \left. + grad_z P \cdot G_{\rho z_0}) \right] dV, \\ E_z = E_z^0 + \int_V \left[\left(\frac{\sigma}{\sigma_0} - 1 \right) (E_{\rho} G_{z\rho_0} + E_z G_{zz_0}) + \left(\frac{\sigma}{\sigma_0} L - \frac{c}{c_0} L_0 \right) (grad_{\rho} P \cdot G_{z\rho_0} + \right. \\ \left. + grad_z P \cdot G_{zz_0}) \right] dV. \end{array} \right. \quad (2.36)$$

$$U_F = U^0 + \int_V \left[\left(\frac{\sigma}{\sigma_0} - 1 \right) (E_{\rho} G_{\rho_0} + E_z G_{z_0}) + \left(\frac{\sigma}{\sigma_0} L - \frac{c}{c_0} L_0 \right) (grad_{\rho} P \cdot G_{\rho_0} + grad_z P \cdot G_{z_0}) \right] dV, \quad (2.37)$$

где E_{ρ} , E_z , E_{ρ}^0 , E_z^0 – составляющие ρ и z напряженности электрического поля в неоднородной и однородной средах, $grad_{\rho} P$, $grad_z P$ – составляющие ρ и z градиента давления, $G_{\rho\rho_0}$, $G_{\rho z_0}$, $G_{z\rho_0}$, G_{zz_0} – компоненты тензорной функции Грина, G_{ρ_0} , G_{z_0} – компоненты векторной функции Грина.

Для расчетов напряженности электрического поля течения, согласно уравнению (2.29), необходимо предварительно решить задачу определения градиента давления P внутри объема V , неоднородного по проницаемости.

В неоднородной по проницаемости среде $c = c_0 + \Delta c$ градиент давления удовлетворяет уравнению Пуассона [92,94-96]

$$\Delta P = -\mathbf{div} \left[\frac{c - c_0}{c_0} \mathbf{grad} P + \frac{\mathbf{q}_{CT}^{\phi}}{c_0} \right],$$

решение которого записывается в виде известного интеграла Пуассона [139].

Считая, что нормальное давление P_0 создается источником сторонней плотности потока \mathbf{q}_{CT}^{ϕ} в однородной среде, после преобразований получим интегральную формулу для расчета давления [94]

$$P = P_0 - \frac{1}{4\pi} \int_V \left(\frac{c}{c_0} - 1 \right) \mathbf{grad}_M P \mathbf{grad}_M \frac{1}{R} dV.$$

Переходя к градиенту давления P в неоднородной по проницаемости среде, получим интегральное уравнение, подобное уравнению (2.20) [92,94]:

$$\mathbf{grad}_A P = \mathbf{grad}_A P_0 - \frac{1}{4\pi} \mathbf{grad}_A \int_V \left[\left(\frac{c}{c_0} - 1 \right) \mathbf{grad}_M P \right] \mathbf{grad}_M \frac{1}{R} dV. \quad (2.38)$$

Когда слои для модели безграничны по простиранию, то под объемом V понимается сумма объемов пластов, неоднородных по проницаемости. Характер перетоков между пластами определяется свойствами пластов и источником давления.

Формулы для расчета градиента давления для цилиндрической симметрии среды можно представить в следующем виде [94,74]:

$$\begin{cases} grad_{\rho} P = grad_{\rho} P_0 + \int_V \left(\frac{c}{c_0} - 1 \right) \left(grad_{\rho} P \cdot G_{\rho\rho_0} + grad_z P \cdot G_{\rho z_0} \right) dV, \\ grad_z P = grad_z P_0 + \int_V \left(\frac{c}{c_0} - 1 \right) \left(grad_{\rho} P \cdot G_{z\rho_0} + grad_z P \cdot G_{zz_0} \right) dV, \end{cases} \quad (2.39)$$

где $grad_{\rho} P$, $grad_z P$, $grad_{\rho} P_0$, $grad_z P_0$ – составляющие ρ и z градиента давления в неоднородной и в однородной по проницаемости среде соответственно.

Переходя к градиенту давления P_0 по закону Дарси (2.31), определим градиенты давления P из решения интегрального уравнения (2.39), затем определим напряженность электрического поля фильтрации E из решения интегрального уравнения (2.34) и с помощью выражения (2.32) рассчитаем потенциал, создаваемый течением флюида в среде неоднородной по электрическим и гидродинамическим свойствам.

Полученная последовательность решения двух векторных объемных интегральных уравнений является строгой и учитывает парный физический эффект потенциальных полей.

Для изучения аномального потенциала, вызванного только фильтрацией флюида, решение можно существенно упростить, положив всю среду однородной по электропроводности ($\sigma = \sigma_0$) и градиенты давления P , определенные из решения уравнения (2.39), подставить в формулу для расчета аномального потенциала

фильтрации (2.37).

Алгоритмы расчетов потенциальных полей в трехмерно-неоднородных средах для парных и перекрестных эффектов полей рассмотрены в работе [120].

Против различных литологических разностей возникают потенциалы фильтрации. Чаще всего против проницаемых пластов наблюдается увеличение отрицательной аномалии ПС. Необходимо учитывать фильтрационные потенциалы, создаваемые средним пластом, при притоке фильтрата или поглощения бурового раствора. Лишь, когда электропроводность пласта мала, то и величиной фильтрационных потенциалов можно пренебречь [94].

2.7. Электрический потенциал диффузии

Диффузионный потенциал является неотъемлемой частью измеряемого в геологоразведочных скважинах электрического потенциала ПС. После проходки скважин возникает неравновесное состояние, связанное с различной концентрацией растворенных солей в промывочной жидкости скважины и пористых пластах, что приводит к началу процесса диффузии, и появлению диффузионного электрического потенциала.

Формулой В.Нернста, которая справедлива для слабых растворов соли, можно описать величину скачка диффузионного потенциала ΔU_D на границе сред с различной концентрацией вещества или электролита [79,129,130]

$$\Delta U_D = \frac{RT}{zF} \cdot \frac{u_k - u_a}{u_k + u_a} \ln \left(\frac{C_1}{C_2} \right), \quad (2.40)$$

где R – универсальная газовая постоянная, $R = 8,314$ Дж/(моль·°К); T – абсолютная температура, °К; z – валентность анионов; F – число Фарадея, $F = 9,65 \cdot 10^4$ Кл/моль; C_1, C_2 – концентрации электролита в средах, кг-экв/м³; u_k, u_a – подвижности катионов и анионов; см/с.

Концентрации пластовых флюидов, которые обычно минерализованы и со-

держат ионы различных солей, приводят к одному составу, эквивалентному $NaCl$ с учетом валентности ионов [79,129,130].

Переходя к напряженности электрического поля диффузии [79]

$$\mathbf{E}_{CT} = \Delta n \frac{RT}{zF} \mathbf{grad} \left[\ln \left(\frac{C_1}{C_2} \right) \right],$$

откуда для плотности стороннего тока получим

$$\mathbf{i}_{CT} = \sigma \cdot \mathbf{E}_{CT} = \sigma \cdot \Delta n \frac{RT}{zF} \cdot \mathbf{grad} \left[\ln \left(\frac{C_1}{C_2} \right) \right],$$

где \mathbf{E}_{CT} – напряженность электрического поля диффузии, В/м; Δn – разность чисел переноса анионов и катионов; \mathbf{i}_{CT} – плотность стороннего тока диффузии, А/м²; σ – удельная электропроводность электролита в порах горной породы, См/м.

При равенстве нулю числа переноса аниона или катиона, считая, что удельные электропроводности растворов пропорциональны различным концентрациям вещества, выражение для скачка диффузионного потенциала можно упростить [79]:

$$\Delta U_D \approx \frac{RT}{zF} \ln \left(\frac{C_1}{C_2} \right) = K_{DA} \lg \left(\frac{\sigma_1}{\sigma_2} \right), \quad (2.41)$$

где K_{DA} – коэффициент диффузионной активности; σ_1, σ_2 – удельные электропроводности электролита в средах, См/м.

Выразим в формуле (2.36) отношение концентраций анионов и катионов через разность чисел переноса ионов. Согласно [142], отношение удельных электропроводностей электролитов пропорционально

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{\mu_k + \bar{\mu}_a}{2} = \mu_a, \quad (2.42)$$

где μ_a, μ_k – коэффициенты концентрации анионов и катионов; $\bar{\mu}_a$ – коэффициент концентрации анионов, с учетом зарядов плотной части двойного электрического слоя.

Отсюда получим формулу связи между разностью чисел переноса Δn и от-

ношениями концентраций C_a/C_k [48,51]:

$$n_a = \frac{\bar{\mu}_a}{\mu_k + \bar{\mu}_a} = \frac{2\mu_a - \mu_k}{2\mu_a}; \quad n_k = \frac{\mu_k}{\mu_k + \bar{\mu}_a} = \frac{\mu_k}{2\mu_a};$$

$$\Delta n = n_a - n_k = \frac{\bar{\mu}_a - \mu_k}{\mu_k + \bar{\mu}_a} = \frac{\mu_a - \mu_k}{\mu_a} = 1 - \frac{\mu_k}{\mu_a};$$

$$\frac{C_a}{C_k} = \frac{1 + \Delta n}{1 - \Delta n} \quad \text{при } \Delta n \in (-1; 1) \quad (2.43)$$

где n_a, n_k – числа переноса анионов и катионов, соответственно.

Таблица 2.1

Диффузионный потенциал для единичной валентности анионов [48,51]

Разность чисел переноса	Скачок диффузионного потенциала (мВ)
0	0
0,1	0,51
0,2	2,05
0,3	4,69
0,4	8,56
0,5	13,88
0,6	21,01
0,7	30,67
0,8	44,4
0,9	66,94
0,99	132,38

Тогда формула для скачка диффузионного потенциала примет вид [48,51]:

$$\Delta U_D \approx \Delta n \frac{RT}{zF} \ln \left(\frac{1 + \Delta n}{1 - \Delta n} \right) \quad \text{при } \Delta n \in (-1; 1). \quad (2.44)$$

В таблице 2.1 приведены величины скачка диффузионного потенциала при значениях разности чисел переноса $\Delta n \in [0; 0,99]$ [48,51].

Выражение (2.36) можно использовать для оценки величины электрическо-

го потенциала на оси скважины, пересекающей пласты, обладающие различным диффузионным потенциалом, без учета электрических неоднородностей и различной пористости среды. Скачки диффузионных потенциалов ΔU_D возникают на границах сред с цилиндрической и плоской формами поверхностей. Тогда расчет диффузионного потенциала на оси скважины по формуле (2.18) справедлив для модели среды, представленной на рис. 2.1.

Согласно другому описанию [48], сторонняя напряженность диффузии изначально уже есть в тонком слое. Мощность диффузионной зоны уменьшается, а напряженность в ней растет из-за увеличения градиента концентрации по мере восстановления фильтра. С течением времени градиент концентрации увеличивается по мере приближения диффузионной зоны к стенке скважины.

Диффузионный потенциал без учета конвективного переноса затрудняет точное определение адсорбционного потенциала. Так как диффузионный потенциал положительный, он накладывается на аномалию в кривой ПС, чем и приводит к увеличению истинного значения потенциала продуктивного пласта.

Рассмотрим модель (рис. 2.1) покрывающих (ПОК) и подстилающих (ПОД) пород, продуктивного пласта с неизменной частью (ПЛ) и зоной проникновения (ЗП), а также промывочной жидкостью (ПЖ) в скважине. В общем случае это пачка неоднородных по коэффициенту пористости пластов различной мощности, пересеченных скважиной. Определим искажения стационарного потока диффундирующего растворенного вещества, вызванные неоднородной пористостью среды.

Плотность потока вещества удовлетворяет закону Фика [143]:

$$\mathbf{q} = -k_n D \text{grad } C, \quad (2.45)$$

где \mathbf{q} – плотность потока, кг-экв/м²; k_n – коэффициент пористости среды; D – коэффициент диффузии, м²/с; C – концентрация растворенного вещества, кг-экв·м⁻³.

При решении диффузионной задачи коэффициент диффузии D будем считать постоянным, так его значения в порах и растворителе практически совпадают, за исключением ультра- и микропор, но в нашем решении задачи ультра- и микропоры учитываться не будут.

Пусть концентрация непрерывна, тогда для нормальной составляющей плотности потока вещества, исходя из уравнения его непрерывности на границе сред с различной пористостью, справедливо соотношение [92,94]:

$$k_{n0} \frac{\partial C_0}{\partial n} = k_n \frac{\partial C}{\partial n},$$

составляющая вектора поляризации по нормали к границе раздела сред равна

$$F_n = \frac{\partial C}{\partial n} - \frac{\partial C_0}{\partial n} = \left(1 - \frac{k_{n0}}{k_n}\right) \frac{\partial C}{\partial n},$$

откуда весь вектор поляризации \mathbf{F} равен [92,94]:

$$\mathbf{F} = \left(1 - \frac{k_n}{k_{n0}}\right) \mathbf{grad} C, \quad (2.46)$$

где k_{n0} – коэффициент пористости однородной среды.

В неоднородной пористой среде $k_n = k_{n0} + \Delta k_n$ градиент концентрации удовлетворяет уравнению Пуассона [92-96]:

$$\Delta C = -\mathbf{div} \left[\frac{k_n - k_{n0}}{k_{n0}} \mathbf{grad} C + \frac{\mathbf{q}_{CT}^e}{k_{n0}} \right],$$

решение которого записывается в виде известного интеграла Пуассона [139].

Считая, что концентрация C_0 создается источником сторонней плотности потока \mathbf{q}_{CT}^e в однородной среде, после преобразований получим интегральную формулу для расчета концентрации [94]

$$C = C_0 - \frac{1}{4\pi} \int_V \left(\frac{k_n}{k_{n0}} - 1 \right) \mathbf{grad}_M C \mathbf{grad}_M \frac{1}{R} dV \quad (2.47)$$

и интегральное уравнение для определения градиента концентрации внутри неоднородной среды [92]

$$\mathbf{grad}_A C = \mathbf{grad}_A C_0 - \frac{1}{4\pi} \mathbf{grad}_A \int_V \left(\frac{k_n}{k_{n0}} - 1 \right) \mathbf{grad}_M C \mathbf{grad}_M \frac{1}{R} dV, \quad (2.48)$$

здесь C_0 – концентрация диффундирующего вещества в отсутствие неоднородности, кг-экв/м³; индексы \mathbf{A} и \mathbf{M} означают дифференцирование по точкам наблюдений (\mathbf{A}) или по точкам объема (\mathbf{M}) неоднородной среды.

Формулы для расчета концентрации и её градиента для цилиндрической симметрии можно представить в следующем виде [92,94]:

$$C = C_0 + \int_V \left(\frac{k_n}{k_{n0}} - 1 \right) \left(\text{grad}_\rho C \cdot G_{\rho 0} + \text{grad}_z C \cdot G_{z0} \right) dV, \quad (2.49)$$

$$\begin{cases} \text{grad}_\rho C = \text{grad}_\rho C_0 + \int_V \left(\frac{c}{c_0} - 1 \right) \left(\text{grad}_\rho C \cdot G_{\rho\rho 0} + \text{grad}_z C \cdot G_{\rho z 0} \right) dV, \\ \text{grad}_z C = \text{grad}_z C_0 + \int_V \left(\frac{c}{c_0} - 1 \right) \left(\text{grad}_\rho C \cdot G_{z\rho 0} + \text{grad}_z C \cdot G_{zz 0} \right) dV, \end{cases} \quad (2.50)$$

где $\text{grad}_\rho C$, $\text{grad}_z C$, $\text{grad}_\rho C_0$, $\text{grad}_z C_0$ – составляющие ρ и z градиента концентрации в неоднородной и однородной по концентрации среде соответственно, $G_{\rho\rho 0}$, $G_{\rho z 0}$, $G_{z\rho 0}$, $G_{zz 0}$ – компоненты тензорной функции Грина, $G_{\rho 0}$, G_{z0} – компоненты векторной функции Грина.

Для вычисления электрического потенциала, создаваемого диффузией вещества, воспользуемся формулой для аномального потенциала, создаваемого аномальным сторонним током (2.19), где плотности сторонних токов в неоднородной и однородной среде связаны с диффузией вещества соотношениями [94,130]:

$$\mathbf{i}_{CT} = k_n \beta \mathbf{grad} C, \quad \mathbf{i}_{CT}^0 = k_{n0} \beta_0 \mathbf{grad} C; \quad (2.51)$$

если $\beta = RT(u_a - u_k) = \frac{1}{2} z F D [1 - \Delta n^2] \Delta n$, где $R = 8.314$ – универсальная газовая постоянная, Дж/(моль · °К); $F = 96485$ – постоянная Фарадея, Кл·моль⁻¹; T – абсолютная температура, °К; $u_a - u_k$ – разность скоростей движения аниона и катиона в единичном электрическом поле, м²/(В·с); z – валентность анионов; $D \approx 2 \cdot 10^{-9}$ – коэффициент диффузии для двух пористых сред, м²/с; Δn – разность чисел переноса анионов и катионов. [94,130]

Изменение величины просвета между заряженными стенками пор приводит к изменению коэффициента β , который следует учитывать для получения точного расчета поля диффузии.

Из решения интегрального уравнения для градиента концентрации (2.48) можно определить величины сторонних токов диффузии (2.51) и рассчитать диффузионный потенциал на оси скважины, которая примет вид [92,94]:

$$U_D = U^0 + \frac{1}{4\pi\sigma_0} \int_V [k_n\beta - k_{n0}\beta_0] \mathbf{grad}_M C \mathbf{grad}_M \frac{1}{R} dV, \quad (2.52)$$

где U^0 – диффузионный потенциал в однородной пористой среде:

$$U^0 = -\frac{k_{i0}\beta_0}{\sigma_0} C_0. \quad (2.53)$$

Для неоднородной по электропроводности среды интегральная формула диффузионного потенциала и интегральное уравнение для напряженности электрического поля диффузии в пористой среде примут вид [94,77]:

Для неоднородной по электропроводности среды интегральная формула диффузионного потенциала и интегральное уравнение для напряженности электрического поля диффузии в пористой среде примут вид [91,94,77]:

$$U_D = U^0 + \frac{1}{4\pi} \int_V \left[\left(\frac{\sigma}{\sigma_0} - 1 \right) \mathbf{E} + \frac{k_n(\beta - \beta_0)}{\sigma_0} \mathbf{grad}_M C \right] \mathbf{grad}_M \frac{1}{R} dV. \quad (2.54)$$

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}^0 - \frac{1}{4\pi} \mathbf{grad}_A \int_V \left[\left(\frac{\sigma}{\sigma_0} - 1 \right) \mathbf{E} + \frac{k_n(\beta - \beta_0)}{\sigma_0} \mathbf{grad}_M C \right] \mathbf{grad}_M \frac{1}{R} dV, \quad (2.55)$$

где нормальное электрическое поле \mathbf{E}^0 в однородной по пористости среде

$$\mathbf{E}^0 = \frac{k_{n0}\beta_0}{\sigma_0} \mathbf{grad} C_0. \quad (2.56)$$

Для расчета диффузионного потенциала (2.50) необходимо рассчитать напряженность электрического поля течения (2.51), предварительно рассчитав градиент концентрации C по формуле (2.44) внутри неоднородного объема V .

Формулы для расчета напряженности электрического поля и диффузионного потенциала для цилиндрической симметрии получают следующий вид [77]:

$$\left\{ \begin{array}{l} E_{\rho} = E_{\rho}^0 + \int_V \left[\left(\frac{\sigma}{\sigma_0} - 1 \right) (E_{\rho} G_{\rho\rho 0} + E_z G_{\rho z 0}) + \frac{k_n (\beta - \beta_0)}{\sigma_0} (grad_{\rho} C \cdot G_{\rho\rho 0} + \right. \\ \left. + grad_z C \cdot G_{\rho z 0}) \right] dV, \\ E_z = E_z^0 + \int_V \left[\left(\frac{\sigma}{\sigma_0} - 1 \right) (E_{\rho} G_{z\rho 0} + E_z G_{zz 0}) + \frac{k_n (\beta - \beta_0)}{\sigma_0} (grad_{\rho} C \cdot G_{z\rho 0} + \right. \\ \left. + grad_z C \cdot G_{zz 0}) \right] dV, \end{array} \right. \quad (2.57)$$

$$U_D = U^0 + \int_V \left[\left(\frac{\sigma}{\sigma_0} - 1 \right) (E_{\rho} G_{\rho 0} + E_z G_{z 0}) + \frac{k_n (\beta - \beta_0)}{\sigma_0} (grad_{\rho} C \cdot G_{\rho 0} + \right. \\ \left. + grad_z C \cdot G_{z 0}) \right] dV. \quad (2.58)$$

Надо отметить, при увеличении минерализации можно более точно определить диффузионный потенциал, в связи с уменьшением удельного электрического сопротивления фильтрата промывочной жидкости и более точно определить диффузионный перенос вещества.

Под влиянием конвекции равновесное состояние устанавливается достаточно быстро, в том числе и диффузионного процесса. В случае же отсутствия конвекции, что встречается достаточно редко, диффузионный процесс приводит к устойчивому равновесному состоянию среду “скважина–пласт”, тогда можно вычислить распределение концентрации диффузионного вещества в полярных координатах [94]

$$C(r, t) = C_0 + \frac{C_{н\text{я}с} - C_0}{2Dt} \int_0^b \exp \left[-\frac{r^2 + \xi^2}{4Dt} \right] \cdot I_0 \left(\frac{r\xi}{2Dt} \right) \xi d\xi, \quad (2.59)$$

при начальных условиях $C(r, 0) = C_0$ при $r \geq b$ и $C(r, 0) = C_{н\text{я}с}$ при $r < b$, где b – радиус зоны проникновения, м; D – коэффициент диффузии, м²/с; $C_{н\text{я}с}$ – концентрация вещества в промывочной жидкости, кг-экв/м³; C_0 – концентрация вещества в пласте, кг-экв/м³; t – время, с; I_0 – модифицированная функция Бесселя нулевого порядка; ξ – переменная интегрирования.

2.8. Диффузия при конвективном переносе вещества

При наличии конвекции диффундирующего вещества необходимо использовать уравнение неразрывности плотности потока при конвективной диффузии в пористой среде [6,91,94]

$$\operatorname{div}(-k_n D \operatorname{grad} C + \mathbf{q}_{CT}^6 + \mathbf{v}C) = 0,$$

где \mathbf{v} – скорость течения Дарси, если $\operatorname{div} \mathbf{v} = 0$ [91].

Величина аномальной концентрации (2.49) имеет дополнительное слагаемое [92,77]:

$$C_a = -\frac{1}{4\pi} \int_V \frac{\mathbf{v} \operatorname{grad}_M C - \mathbf{v}_0 \operatorname{grad}_M C_0}{D} \frac{1}{R} dV.$$

Считая, что концентрация C_0 создается источником сторонней плотности потока \mathbf{q}_{CT}^6 в однородной среде, после преобразований получим интегральную формулу для расчета концентрации [94]

$$\begin{aligned} C = C_0 - \frac{1}{4\pi} \int_V \left(\frac{k_n}{k_{n0}} - 1 \right) \cdot \operatorname{grad}_M C \cdot \operatorname{grad}_M \frac{1}{R} dV + \\ + \frac{1}{4\pi} \int_V \frac{\mathbf{v} \operatorname{grad}_M C - \mathbf{v}_0 \operatorname{grad}_M C_0}{D} \frac{1}{R} dV. \end{aligned} \quad (2.60)$$

где: \mathbf{v} и \mathbf{v}_0 – скорости течения Дарси внутри неоднородности и в однородной среде, м/с.

Переходя к градиенту, получим интегральное уравнение внутри неоднородной среды вида [92,94,77]

$$\begin{aligned} \operatorname{grad}_A C = \operatorname{grad}_A C_0 - \frac{1}{4\pi} \operatorname{grad}_A \int_V \left(\frac{k_n}{k_{n0}} - 1 \right) \cdot \operatorname{grad}_M C \cdot \operatorname{grad}_M \frac{1}{R} dV + \\ + \frac{1}{4\pi} \int_V \frac{\mathbf{v} \operatorname{grad}_M C - \mathbf{v}_0 \operatorname{grad}_M C_0}{D} \operatorname{grad}_M \frac{1}{R} dV. \end{aligned} \quad (2.61)$$

Определение скорости \mathbf{v} внутри неоднородности и в однородной среде выполняется согласно закону Дарси (2.26) для чего требуется решить уравнение (2.31) [92,94,77].

Формулы для расчета концентрации и ее градиента при цилиндрической симметрии среды можно представить при учете конвективного переноса в следующем виде [77]:

$$C = C_0 + \int_V \left(\frac{c}{c_0} - 1 \right) \left(grad_{\rho} C \cdot G_{\rho 0} + grad_z C \cdot G_{z_0} \right) dV + \int_V \frac{1}{D} \left((v_{\rho} grad_{\rho} C - v_{0\rho} \cdot grad_{\rho} C_0) + (v_z grad_z C - v_{0z} \cdot grad_z C_0) \right) dV, \quad (2.63)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} grad_{\rho} C = grad_{\rho} C_0 + \int_V \left(\frac{c}{c_0} - 1 \right) \left(grad_{\rho} C \cdot G_{\rho\rho 0} + grad_z C \cdot G_{\rho z_0} \right) dV + \\ \quad + \int_V \frac{1}{D} \left((v_{\rho} grad_{\rho} C - v_{0\rho} \cdot grad_{\rho} C_0) \cdot G_{\rho 0} + (v_z grad_z C - v_{0z} \cdot grad_z C_0) \cdot G_{z_0} \right) dV, \\ grad_z C = grad_z C_0 + \int_V \left(\frac{c}{c_0} - 1 \right) \left(grad_{\rho} C \cdot G_{z\rho 0} + grad_z C \cdot G_{zz 0} \right) dV + \\ \quad + \int_V \frac{1}{D} \left((v_{\rho} grad_{\rho} C - v_{0\rho} \cdot grad_{\rho} C_0) \cdot G_{\rho 0} + (v_z grad_z C - v_{0z} \cdot grad_z C_0) \cdot G_{z_0} \right) dV. \end{array} \right. \quad (2.64)$$

v_{ρ} , v_z , $v_{0\rho}$, v_{0z} – составляющие скорости течения Дарси в неоднородной и в однородной средах соответственно.

Парный эффект действия двух потенциальных полей – диффузии и дополнительного переноса вещества фильтрацией флюидов из проницаемых пластов в скважину обуславливает последовательность определения диффузионного потенциала на оси скважины (2.54) путем предварительного решения интегрального уравнения для градиента давления P (2.38), расчета скоростей течения Дарси внутри неоднородности и в однородной среде \mathbf{v} и \mathbf{v}_0 по закону Дарси (2.31), решения второго интегрального уравнения для определения градиента концентрации C (2.61) внутри неоднородной среды и расчета напряженности электрического поля диффузии (2.50).

Заключение:

1. С использованием общих принципов теории поля, геомеханики и коллоидной химии построена математическая модель, позволяющая определить величину адсорбционного потенциала на оси скважины.

2. Электрический потенциал адсорбции складывается из потенциала, создаваемого источником в виде двойного слоя зарядов в однородной проводящей среде и аномального потенциала за счет перераспределения электрического поля в среде, неоднородной по удельному сопротивлению.

3. Описаны интегральные уравнения и формулы для парных и перекрестных эффектов потенциальных полей (электрического поля течения и диффузии) в неоднородной по физическим свойствам среде с использованием цилиндрической симметрии для дальнейшего их решения.

4. Создана электронная палетка вычисления поправочного коэффициента (программный комплекс «Paletka_PS») для перехода от значений измеренного электрического потенциала спонтанной поляризации ПС на оси скважины напротив пласта-коллектора к истинной величине адсорбционного потенциала пород. Расчет поправки построен на основе многомерной интерполяционной формулы Лагранжа.

ГЛАВА 3

ЧИСЛЕННАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ РЕШЕНИЯ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

3.1. Приведение систем интегральных уравнений к системам линейных алгебраических уравнений

Приведем алгоритм решения системы интегральных уравнений (2.20), (2.38), (2.48), которые представим в обобщенном виде

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}^0 + \mathbf{grad}_A \int_V \alpha \mathbf{F} \mathbf{grad}_M \frac{1}{R} dV \quad (3.1)$$

или в матричном виде для точек $\mathbf{r}_i(x_1, x_2, x_3)$ и $\mathbf{r}_j(x_1^0, x_2^0, x_3^0)$ в трехмерном пространстве:

$$F_m(\mathbf{r}_i) = F_m^0(\mathbf{r}_i) + \int_V \alpha(\mathbf{r}_j) G_{mn}(\mathbf{r}_i/\mathbf{r}_j) F_n(\mathbf{r}_j) dV, \quad (3.2)$$

где: $F_m(\mathbf{r}_i)$ – составляющие градиента потенциала поля в точке \mathbf{r}_i ;

$F_m^0(\mathbf{r}_i)$ – составляющие градиента потенциала поля стороннего источника в однородной среде в отсутствие неоднородности;

$\alpha(\mathbf{r}_j)$ – относительный физический параметр, характеризующий среду и неоднородный локальный объект для данного поля в точке \mathbf{r}_j , например для электрического поля

$$\alpha(\mathbf{r}_j) = \frac{\sigma(\mathbf{r}_j)}{\sigma_0} - 1 = \frac{\Delta\sigma(\mathbf{r}_j)}{\sigma_0},$$

$\sigma(\mathbf{r}_j)$, σ_0 – удельные электропроводности неоднородностей и вмещающей среды, См/м;

$G_{mn}(\mathbf{r}_i/\mathbf{r}_j)$ – компоненты тензорной функции Грина, отражающей взаимное влияние точек \mathbf{r}_i и \mathbf{r}_j :

$$G_{mn}(\mathbf{r}_i/\mathbf{r}_j) = -\frac{1}{4\pi} \frac{\partial^2}{\partial(\mathbf{r}_i)_m \partial(\mathbf{r}_j)_n} \frac{1}{R},$$

если

$$R = |\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|, \quad i, j = \overline{1, N}, \quad m, n = \overline{1, 3}.$$

Решим систему интегральных уравнений (3.1) или (3.2), т.е. для этого требуется найти $F_m(\mathbf{r}_i)$, поэтому для начала выразим $F_m^0(\mathbf{r}_i)$ [90]:

$$F_m(\mathbf{r}_i) - \int_V \alpha(\mathbf{r}_j) G_{mn}(\mathbf{r}_i/\mathbf{r}_j) F_n(\mathbf{r}_j) dV = F_m^0(\mathbf{r}_i). \quad (3.3)$$

Представим $F_m(\mathbf{r}_i)$, применяя дельта-функцию Дирака $\delta(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j)$ [90]

$$F_m(\mathbf{r}_i) = \int_{-\infty}^{+\infty} F_m(\mathbf{r}_j) \delta(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j) dV, \quad (3.4)$$

и преобразуем, применяя символ Кронекера [90]

$$\delta_{mn} = \begin{cases} 0, & \text{при } m \neq n; \\ 1, & \text{при } m = n, \end{cases} \quad (3.5)$$

то получим

$$\int_V \sum_{n=1}^3 [\delta_{mn} \delta(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j) - \alpha(\mathbf{r}_j) G_{mn}(\mathbf{r}_i/\mathbf{r}_j)] F_n(\mathbf{r}_j) dV = F_m^0(\mathbf{r}_i).$$

Представим интеграл по объему в виде интегральной суммы при разбиении на бесконечно малые объемные ячейки, т.е. $V = \sum_{j=1}^N V_j$, если $N \rightarrow \infty$, где $\alpha(\mathbf{r}_j)$ и

$F_m(\mathbf{r}_j)$ будем считать постоянными внутри каждой ячейки [90,121]. Тогда

$$\sum_{j=1}^N \sum_{n=1}^3 \left[\int_{V_j} \delta_{mn} \delta(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j) dV_j - \int_{V_j} \alpha(\mathbf{r}_j) G_{mn}(\mathbf{r}_i/\mathbf{r}_j) dV_j \right] F_n(\mathbf{r}_j) = F_m^0(\mathbf{r}_i).$$

Пусть

$$\hat{G}_{mn}(\mathbf{r}_i/\mathbf{r}_j) = \int_{V_j} G_{mn}(\mathbf{r}_i/\mathbf{r}_j) dV_j, \quad (3.6)$$

то получим

$$\sum_{j=1}^N \sum_{n=1}^3 \left\{ \delta_{mn} \delta_{\mathbf{r}_i \mathbf{r}_j} - \alpha(\mathbf{r}_j) \hat{G}_{mn}(\mathbf{r}_i/\mathbf{r}_j) \right\} \cdot F_n(\mathbf{r}_j) = F_m^0(\mathbf{r}_i).$$

Обозначив для сокращения записи аргументы r_i и r_j как i и j , получим:

$$\sum_{j=1}^N \sum_{n=1}^3 \left\{ \delta_{mn} \delta_{ij} - \alpha(j) \hat{G}_{mn}(i/j) \right\} \cdot F_n(j) = F_m^0(i). \quad (3.7)$$

Пусть

$$\hat{G}_{mn}(\mathbf{r}_i/\mathbf{r}_j) = \int_{V_j} G_{mn}(\mathbf{r}_i/\mathbf{r}_j) dV_j, \quad (3.6)$$

то получим

$$\sum_{j=1}^N \sum_{n=1}^3 \left\{ \delta_{mn} \delta_{\mathbf{r}_i \mathbf{r}_j} - \alpha(\mathbf{r}_j) \hat{G}_{mn}(\mathbf{r}_i/\mathbf{r}_j) \right\} \cdot F_n(\mathbf{r}_j) = F_m^0(\mathbf{r}_i).$$

Обозначив для сокращения записи аргументы r_i и r_j как i и j , получим:

$$\sum_{j=1}^N \sum_{n=1}^3 \left\{ \delta_{mn} \delta_{ij} - \alpha(j) \hat{G}_{mn}(i/j) \right\} \cdot F_n(j) = F_m^0(i). \quad (3.7)$$

Рассматривая элемент $A_{mn}(i, j) = \delta_{mn} \delta_{ij} - \alpha(j) \hat{G}_{mn}(i/j)$, каждый из которых размерностью $N * N$, а F_m^0 и F_m – векторы, размерностью N , если $m, n = \overline{1, 3}$, то получим систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) для описания интегрального уравнения:

$$\begin{Bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{Bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_1^0 \\ F_2^0 \\ F_3^0 \end{Bmatrix}, \quad (3.8)$$

или

$$[\mathbf{A}] \cdot [\mathbf{F}] = [\mathbf{F}^0], \quad (3.9)$$

где \mathbf{A} является основной матрицей размерностью $3N \times 3N$, \mathbf{F} – вектор-столбец неизвестных размерностью $3N \times 1$ и \mathbf{F}^0 – вектор-столбец свободных членов размерностью $3N \times 1$. Если $i = j$ и $m = n$, то такие элементы равны единице, а если $i = j$ и $m \neq n$ – нулю. Если $i \neq j$, то такие элементы равны $-\alpha(j) \hat{G}_{mn}(i/j)$. [90]

При наличии осевой симметрии и использовании цилиндрических координат, где точки $\mathbf{r}_i(x_1, x_2, x_3) \equiv \mathbf{r}_i(\rho, \varphi, z)$ и $\mathbf{r}_j(x_1^0, x_2^0, x_3^0) \equiv \mathbf{r}_j(\rho_0, \varphi_0, z_0)$, отсутствуют компоненты напряженностей поля F_φ^0 и F_φ , уменьшается размерность матрицы системы линейных уравнений до $2N \times 2N$. Это позволит уменьшить время расчетов [94]. Уравнение (3.7) примет следующий вид:

$$\sum_{j=1}^N \sum_{n=1}^2 \left\{ \delta_{mn} \delta_{ij} - \alpha(j) \hat{G}_{mn}(i/j) \right\} \cdot F_n(j) = F_m^0(i). \quad (3.10)$$

Рассматривая элемент $A_{mn}(i, j) = \delta_{mn} \delta_{ij} - \alpha(j) \hat{G}_{mn}(i/j)$, каждый из которых размерностью $N \times N$, а F_m^0 и F_m – векторы, размерностью N , если $m, n = \overline{1, 2}$, то получим СЛАУ для описания интегрального уравнения [90]:

$$\begin{Bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{31} & A_{32} \end{Bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_1^0 \\ F_3^0 \end{Bmatrix} \quad \text{или} \quad \begin{Bmatrix} A_{\rho\rho} & A_{\rho z} \\ A_{z\rho} & A_{zz} \end{Bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} F_\rho \\ F_z \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_\rho^0 \\ F_z^0 \end{Bmatrix} \quad (3.11)$$

или

$$[\mathbf{A}] \cdot [\mathbf{F}] = [\mathbf{F}^0], \quad (3.12)$$

где \mathbf{A} является основной матрицей размерностью $2N \times 2N$, \mathbf{F} – вектор-столбец неизвестных размерностью $2N \times 1$ и \mathbf{F}^0 – вектор-столбец свободных членов размерностью $2N \times 1$. Если $i = j$ и $m = n$, то такие элементы равны единице, а если $i = j$ и $m \neq n$ – нулю. Если $i \neq j$, то такие элементы равны $-\alpha(j) \hat{G}_{mn}(i/j)$. [90]

Для обеспечения требуемой погрешности вычислений для получения результата (3.12) был выбран метод исключения Гаусса, как наиболее быстрый по сравнению с итерационным методом или методом осреднения функциональных поправок, которые занимали намного большее время. Относительные различия методов составляют погрешность $\delta = 5\%$. Для реализации других СЛАУ для получения результата также был выбран метод исключения Гаусса.

Приведем алгоритм решения системы интегральных уравнений (2.34), (2.55), которые представим в обобщенном виде

$$\mathbf{T} = \mathbf{T}^0 + \mathbf{grad}_A \int_V (\alpha \mathbf{T} + \beta \mathbf{F}) \mathbf{grad}_M \frac{1}{R} dV \quad (3.13)$$

или в матричном виде для точек $\mathbf{r}_i(x_1, x_2, x_3) \equiv \mathbf{r}_i(\rho, \varphi, z)$ и

$\mathbf{r}_j(x_1^0, x_2^0, x_3^0) \equiv \mathbf{r}_j(\rho_0, \varphi_0, z_0)$ при наличии осевой симметрии и использовании

цилиндрических координат:

$$T_m(\mathbf{r}_i) = T_m^0(\mathbf{r}_i) + \int_V G_{mn}(\mathbf{r}_i/\mathbf{r}_j) [\alpha(\mathbf{r}_j) T_n(\mathbf{r}_j) + \beta(\mathbf{r}_j) F_n(\mathbf{r}_j)] dV, \quad (3.14)$$

где $T_m(\mathbf{r}_i)$, $F_n(\mathbf{r}_i)$ – составляющие градиента величины по осям трехмерной системы координат в точке \mathbf{r}_i ; $T_m^0(\mathbf{r}_i)$ – составляющие градиента величины стороннего источника поля в однородной среде в отсутствие неоднородности; $\alpha(\mathbf{r}_j)$, $\beta(\mathbf{r}_j)$ – относительные физические параметры, характеризующие неоднородный локальный объект в точке \mathbf{r}_j ; $G_{mn}(\mathbf{r}_i/\mathbf{r}_j)$ – компоненты тензорной функции Грина.

Обозначим $\hat{T}_m^0(\mathbf{r}_i) = T_m^0(\mathbf{r}_i) + \int_V G_{mn}(\mathbf{r}_i/\mathbf{r}_j) F_n(\mathbf{r}_j) dV$ и получим уравнение в виде:

$$T_m(\mathbf{r}_i) = \hat{T}_m^0(\mathbf{r}_i) + \int_V G_{mn}(\mathbf{r}_i/\mathbf{r}_j) \alpha(\mathbf{r}_j) T_n(\mathbf{r}_j) dV$$

Решим систему интегральных уравнений (3.13) или (3.14), т.е. для этого требуется найти $T_m(\mathbf{r}_i)$, поэтому для начала выразим $T_m^0(\mathbf{r}_i)$ [90]:

$$T_m(\mathbf{r}_i) - \int_V \alpha(\mathbf{r}_j) G_{mn}(\mathbf{r}_i/\mathbf{r}_j) T_n(\mathbf{r}_j) dV = \hat{T}_m^0(\mathbf{r}_i). \quad (3.15)$$

Представим $F_m(\mathbf{r}_i)$, применяя дельта-функцию Дирака $\delta(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j)$ (3.4) и преобразуем, применяя символ Кронекера (3.5) [90], то получим

$$\int_V \sum_{n=1}^2 [\delta_{mn} \delta(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j) - \alpha(\mathbf{r}_j) G_{mn}(\mathbf{r}_i/\mathbf{r}_j)] T_n(\mathbf{r}_j) dV = \hat{T}_m^0(\mathbf{r}_i). \quad (3.16)$$

Представим интеграл по объему в виде интегральной суммы при разбиении

на бесконечно малые объемные ячейки, т.е. $V = \sum_{j=1}^N V_j$, если $N \rightarrow \infty$, где $\alpha(\mathbf{r}_j)$ и

$T_m(\mathbf{r}_j)$ будем считать постоянными внутри каждой ячейки [90,121]. Тогда

$$\sum_{j=1}^N \sum_{n=1}^3 \left[\int_{V_j} \delta_{mn} \delta(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j) dV_j - \int_{V_j} \alpha(\mathbf{r}_j) G_{mn}(\mathbf{r}_i/\mathbf{r}_j) dV_j \right] F_n(\mathbf{r}_j) = F_m^0(\mathbf{r}_i).$$

Используя (3.6) получим

$$\sum_{j=1}^N \sum_{n=1}^2 \left\{ \delta_{mn} \delta_{\mathbf{r}_i \mathbf{r}_j} - \alpha(\mathbf{r}_j) \hat{G}_{mn}(\mathbf{r}_i/\mathbf{r}_j) \right\} \cdot T_n(\mathbf{r}_j) = \hat{T}_m^0(\mathbf{r}_i).$$

Обозначив для сокращения записи аргументы \mathbf{r}_i и \mathbf{r}_j как i и j , получим:

$$\sum_{j=1}^N \sum_{n=1}^2 \left\{ \delta_{mn} \delta_{ij} - \alpha(j) \hat{G}_{mn}(i/j) \right\} \cdot T_n(j) = \hat{T}_m^0(i). \quad (3.17)$$

Рассматривая элемент $A_{mn}(i, j) = \delta_{mn} \delta_{ij} - \alpha(j) \hat{G}_{mn}(i/j)$, каждый из которых размерностью $N \times N$, а F_m^0 и F_m – векторы, размерностью N , если $m, n = \overline{1, 2}$, то получим СЛАУ для описания интегрального уравнения [90]:

$$\begin{Bmatrix} A_{\rho\rho} & A_{\rho z} \\ A_{z\rho} & A_{zz} \end{Bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} T_\rho \\ T_z \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \hat{T}_\rho^0 \\ \hat{T}_z^0 \end{Bmatrix} \quad (3.18)$$

или

$$[\mathbf{A}] \cdot [\mathbf{T}] = [\hat{\mathbf{T}}^0], \quad (3.19)$$

где \mathbf{A} является основной матрицей размерностью $2N \times 2N$, \mathbf{T} – вектор-столбец неизвестных размерностью $2N \times 1$ и $\hat{\mathbf{T}}^0$ – вектор-столбец свободных членов размерностью $2N \times 1$. Если $i = j$ и $m = n$, то такие элементы равны единице, а если $i = j$ и $m \neq n$ – нулю. Если $i \neq j$, то такие элементы равны $-\alpha(j) \hat{G}_{mn}(i/j)$. [90]

Приведем алгоритм решения системы интегральных уравнений (2.61), которое представим в обобщенном виде

$$\mathbf{K} = \mathbf{K}^0 + \mathbf{grad}_A \int_V \alpha \mathbf{K} \mathbf{grad}_M \frac{1}{R} dV + \int_V (\eta \mathbf{F} \mathbf{K} + \mu \mathbf{F}^0 \mathbf{K}^0) \mathbf{grad}_M \frac{1}{R} dV \quad (3.20)$$

или в матричном виде для $\mathbf{r}_i(x_1, x_2, x_3) \equiv \mathbf{r}_i(\rho, \varphi, z)$ и $\mathbf{r}_j(x_1^0, x_2^0, x_3^0) \equiv \mathbf{r}_j(\rho_0, \varphi_0, z_0)$

при наличии осевой симметрии и использовании цилиндрических координат:

$$\begin{aligned} K_m(r_i) = & K_m^0(r_i) + \int_{V_j} \alpha(\mathbf{r}_j) G_{mn}(\mathbf{r}_i/\mathbf{r}_j) K_n(\mathbf{r}_j) dV_j \\ & + \int_V [\eta(\mathbf{r}_j) F_n(\mathbf{r}_j) K_n(\mathbf{r}_j) + \mu(\mathbf{r}_j) F_n^0(\mathbf{r}_j) K_n^0(\mathbf{r}_j)] G_n(\mathbf{r}_i/\mathbf{r}_j) dV, \end{aligned} \quad (3.21)$$

где $K_m(\mathbf{r}_i)$, $F_n(\mathbf{r}_i)$ – составляющие градиента величины по осям трехмерной системы координат в точке r_i ; $K_m^0(\mathbf{r}_i)$, $F_n^0(\mathbf{r}_i)$ – составляющие градиента величины стороннего источника поля в однородной среде в отсутствие неоднородности; $\alpha(\mathbf{r}_j)$, $\eta(\mathbf{r}_j)$, $\mu(\mathbf{r}_j)$ – относительные физические параметры, характеризующие неоднородный локальный объект в точке \mathbf{r}_j ; $G_{mn}(\mathbf{r}_i/\mathbf{r}_j)$ – компоненты тензорной функции Грина; $G_n(\mathbf{r}_i/\mathbf{r}_j)$ – вектор-функция Грина.

Обозначим $\hat{K}_m^0(\mathbf{r}_i) = K_m^0(\mathbf{r}_i) + \int_V \mu(\mathbf{r}_j) F_n^0(\mathbf{r}_j) K_n^0(\mathbf{r}_j) G_n(\mathbf{r}_i/\mathbf{r}_j) dV$ и получим

уравнение в виде:

$$\begin{aligned} K_m(\mathbf{r}_i) = & \hat{K}_m^0(\mathbf{r}_i) + \int_V G_{mn}(\mathbf{r}_i/\mathbf{r}_j) \alpha(\mathbf{r}_j) K_n(\mathbf{r}_j) dV \\ & + \int_V \eta(\mathbf{r}_j) F_n(\mathbf{r}_j) K_n(\mathbf{r}_j) G_n(\mathbf{r}_i/\mathbf{r}_j) dV \end{aligned}$$

Решим систему интегральных уравнений (3.20) или (3.21), т.е. для этого требуется найти $K_m(\mathbf{r}_i)$, поэтому для начала выразим $K_m^0(\mathbf{r}_i)$ [90]:

$$\begin{aligned} K_m(\mathbf{r}_i) - \int_V \alpha(\mathbf{r}_j) G_{mn}(\mathbf{r}_i/\mathbf{r}_j) K_n(\mathbf{r}_j) dV - \\ - \int_V \eta(\mathbf{r}_j) F_n(\mathbf{r}_j) K_n(\mathbf{r}_j) G_n(\mathbf{r}_i/\mathbf{r}_j) dV = \hat{K}_m^0(\mathbf{r}_i). \end{aligned} \quad (3.22)$$

Представим $F_m(r_i)$, применяя дельта-функцию Дирака $\delta(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j)$ (3.4) и преобразуем, применяя символ Кронекера (3.5) [90], то получим

$$\int \sum_{n=1}^2 [\delta_{mn} \delta(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j) - \alpha(\mathbf{r}_j) G_{mn}(\mathbf{r}_i/\mathbf{r}_j) - \eta(\mathbf{r}_j) F_n(\mathbf{r}_j) G_n(\mathbf{r}_i/\mathbf{r}_j)] K_n(\mathbf{r}_j) dV = \hat{K}_m^0(\mathbf{r}_i). \quad (3.23)$$

Представим интеграл по объему в виде интегральной суммы при разбиении на бесконечно малые объемные ячейки, т.е. $V = \sum_{j=1}^N V_j$, если $N \rightarrow \infty$, где $\alpha(\mathbf{r}_j)$, $\eta(\mathbf{r}_j)$, $F_n(\mathbf{r}_j)$ и $K_m(\mathbf{r}_j)$ будем считать постоянными внутри каждой ячейки [90,121]. Тогда

$$\sum_{j=1}^N \sum_{n=1}^2 \left[\int_{V_j} \delta_{mn} \delta(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j) dV_j - \int_{V_j} \alpha(\mathbf{r}_j) G_{mn}(\mathbf{r}_i/\mathbf{r}_j) dV_j - \int_{V_j} \eta(\mathbf{r}_j) F_n(\mathbf{r}_j) G_n(\mathbf{r}_i/\mathbf{r}_j) dV_j \right] K_n(\mathbf{r}_j) = \hat{K}_m^0(\mathbf{r}_i).$$

Используя (3.6) и

$$\hat{G}_n(\mathbf{r}_i/\mathbf{r}_j) = \int_{V_j} G_n(\mathbf{r}_i/\mathbf{r}_j) dV_j, \quad (3.24)$$

получим

$$\sum_{j=1}^N \sum_{n=1}^2 \left\{ \delta_{mn} \delta_{\mathbf{r}_i \mathbf{r}_j} - \alpha(\mathbf{r}_j) \hat{G}_{mn}(\mathbf{r}_i/\mathbf{r}_j) - \eta(\mathbf{r}_j) \hat{G}_n(\mathbf{r}_i/\mathbf{r}_j) F_n(\mathbf{r}_j) \right\} K_n(\mathbf{r}_j) = \hat{K}_m^0(\mathbf{r}_i),$$

Обозначив для сокращения записи аргументы \mathbf{r}_i и \mathbf{r}_j как i и j , получим:

$$\sum_{j=1}^N \sum_{n=1}^2 \left\{ \delta_{mn} \delta_{ij} - \alpha(j) \hat{G}_{mn}(i/j) - \eta(n, j) \hat{G}_n(i/j) F_n(j) \right\} K_n(j) = \hat{K}_m^0(i), \quad (3.25)$$

используя (3.6), (3.10-3.12) и (3.24).

Рассматривая элемент $A_{mn}(i, j) = \delta_{mn} \delta_{ij} - \alpha(j) \hat{G}_{mn}(i/j) - \eta(j) \hat{G}_n(i/j) F_n(j)$, каждый из которых размерностью $N * N$, а $\hat{K}_m^0(i)$ и K_m – векторы, размерностью N , если $m, n = \overline{1, 2}$, то получим СЛАУ для описания интегрального уравнения [90]:

$$\begin{Bmatrix} A_{\rho\rho} & A_{\rho z} \\ A_{z\rho} & A_{zz} \end{Bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} K_{\rho} \\ K_z \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \hat{K}_{\rho}^0 \\ \hat{K}_z^0 \end{Bmatrix} \quad (3.26)$$

или

$$[\mathbf{A}] \cdot [\mathbf{K}] = [\hat{\mathbf{K}}^0], \quad (3.27)$$

где \mathbf{A} является основной матрицей размерностью $2N \times 2N$, \mathbf{K} – вектор-столбец неизвестных размерностью $2N \times 1$ и $\hat{\mathbf{K}}^0$ – вектор-столбец свободных членов размерностью $2N \times 1$. Если $i = j$ и $m = n$, то такие элементы равны единице, а если $i = j$ и $m \neq n$ – нулю. Если $i \neq j$, то такие элементы равны $-\alpha(j)\hat{G}_{mm}(i/j) - \eta(j)\hat{G}_n(i/j)F_n(j)$. [90]

3.2. Алгоритм решения систем интегральных уравнений методом осреднения функциональных поправок

Для обеспечения существенно меньшей погрешности вычислений для решения систем интегральных уравнений был выбран метод осреднения функциональных поправок [106,131], который примерно на 30-40% медленнее метода исключения Гаусса [22,92] при одном и том же выбранном шаге, но намного точнее. Чтобы достигнуть той же точности методом исключения Гаусса нужно уменьшить шаг дискретизации примерно в 10 раз. Плюс ко всему, в отличие от метода последовательных приближений (итерационного метода) условия сходимости могут не выполняться.

Приведем алгоритм решения интегральных уравнений (2.20), (2.34), (2.38), (2.48), (2.55), (2.61) которые представим в обобщенном виде

$$\mathbf{W} = \mathbf{W}^0 + \mathbf{grad}_A \int_V \alpha \mathbf{W} \mathbf{grad}_M \frac{1}{R} dV + \mathbf{Q} \quad (3.28)$$

или в матричном виде для $\mathbf{r}_i(x_1, x_2, x_3) \equiv \mathbf{r}_i(\rho, \varphi, z)$ и $\mathbf{r}_j(x_1^0, x_2^0, x_3^0) \equiv \mathbf{r}_j(\rho_0, \varphi_0, z_0)$

при наличии осевой симметрии:

$$W_m(\mathbf{r}_i) = W_m^0(\mathbf{r}_i) + \int_V \alpha(\mathbf{r}_j) G_{mn}(\mathbf{r}_i/\mathbf{r}_j) W_n(\mathbf{r}_j) dV + Q_m(\mathbf{r}_i). \quad (3.29)$$

где $W_m(\mathbf{r}_i)$, $W_n(\mathbf{r}_i)$ – составляющие градиента соответствующего потенциала поля по осям трехмерной системы координат в точке \mathbf{r}_i ; $W_m^0(\mathbf{r}_i)$, $Q_m(\mathbf{r}_i)$ – составляющие градиента соответствующего потенциала поля стороннего источника в однородной среде в отсутствие неоднородности; $\alpha(\mathbf{r}_j)$ – относительные физические параметры, характеризующие неоднородный локальный объект в точке \mathbf{r}_j ; $G_{mn}(\mathbf{r}_i/\mathbf{r}_j)$ – компоненты тензорной функции Грина.

Преобразуем данное выражение, используя (3.6), $\bar{W}_m^0(\mathbf{r}_i) = W_m^0(\mathbf{r}_i) + Q_m(\mathbf{r}_i)$,

$$\hat{V}_{mn}(\mathbf{r}_i/\mathbf{r}_j) = \alpha(\mathbf{r}_j) \hat{G}_{mn}(\mathbf{r}_i/\mathbf{r}_j), \quad V_m^n = \sum_{j=1}^N \sum_{n=1}^2 \hat{V}_{mn}(\mathbf{r}_i/\mathbf{r}_j),$$

$$D = \begin{pmatrix} 1 - hV_\rho^p & 1 - hV_z^p \\ 1 - hV_\rho^z & 1 - hV_z^z \end{pmatrix} \quad (3.30)$$

где D_j^i – алгебраическое дополнение матрицы D , h – шаг по оси z .

Тогда на первом шаге находим коэффициенты приближения [59,61,106,131]

$$\xi_m^1 = \frac{1}{\det D} \sum_{n=1}^2 D_m^n \sum_{m=1}^N \bar{W}_m^0(\mathbf{r}_i), \quad (3.31)$$

и значения функции

$$W_m^1(\mathbf{r}_i) = \bar{W}_m^0(\mathbf{r}_i) + \sum_{j=1}^N \sum_{n=1}^2 \xi_n^1 D_n^m. \quad (3.32)$$

Для второго и последующих шагов используем следующую итерационную схему [60,61,106,131]:

сначала находим коэффициенты приближения ξ_m^t

$$\xi_m^t = \frac{1}{\det D} \sum_{n=1}^2 D_n^m \sum_{p=1}^2 \sum_{j=1}^N \sum_{n=1}^2 \hat{V}_{mn}(\mathbf{r}_i/\mathbf{r}_j) \left[\delta_{j-1}^p(\mathbf{r}_j) - \xi_{j-1}^p \right], \quad (3.33)$$

и значения функции на этом шаге

$$W_m^t(\mathbf{r}_i) = \bar{W}_m^0(\mathbf{r}_i) + \sum_{p=1}^2 \sum_{s=1}^N \sum_{n=1}^2 \hat{V}_{mn}(\mathbf{r}_i/\mathbf{r}_j) \left[W_{s-1}^p(\mathbf{r}_j) + \xi_s^p \right], \quad (3.34)$$

где $\delta_n^t(\mathbf{r}_j) = W_n^t(\mathbf{r}_j) - W_n^{t-1}(\mathbf{r}_j)$; $\delta_n^1(\mathbf{r}_j) = W_n^1(\mathbf{r}_j)$; $t=2,3,\dots$

ξ_m^t – коэффициенты приближения на t -м шаге;

$W_m^t(\mathbf{r}_i)$, $W_n^t(\mathbf{r}_j)$ – значения функций на t -м шаге.

3.3. Алгоритм расчетов интегральных формул

Приведем алгоритм расчетов интегральных формул (2.19), (2.47), которые представим в обобщенном виде как

$$Y = Y^0 + \int_V \alpha \mathbf{F} \mathbf{grad}_M \frac{1}{R} dV \quad (3.35)$$

или в матричном виде для точек $\mathbf{r}_i(x_1, x_2, x_3) \equiv \mathbf{r}_i(\rho, \varphi, z)$ и $\mathbf{r}_j(x_1^0, x_2^0, x_3^0) \equiv \mathbf{r}_j(\rho^0, \varphi^0, z^0)$ при наличии осевой симметрии:

$$Y(\mathbf{r}_i) = Y^0(\mathbf{r}_i) + \int_V \alpha(\mathbf{r}_j) G_n(\mathbf{r}_i/\mathbf{r}_j) F_n(\mathbf{r}_j) dV, \quad (3.36)$$

где $Y(\mathbf{r}_i)$ – составляющие величины по осям системы координат в точке \mathbf{r}_i ;

$Y^0(\mathbf{r}_i)$ – составляющие величины стороннего источника поля в однородной среде

в отсутствие неоднородности;

$G_n(\mathbf{r}_i/\mathbf{r}_j)$ – вектор-функция Грина

$$G_n(\mathbf{r}_i/\mathbf{r}_j) dV_j = \frac{1}{4\pi} \frac{\partial}{\partial(\mathbf{r}_j)_n} \frac{1}{R}, \text{ если } R = |\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|, i, j = \overline{1, N}, m, n = \overline{1, 2}.$$

Преобразуем уравнение (3.36), используя метод моментов [24,101]. Разобьем объем $V = \sum_{j=1}^N V_j$ на N элементов ($N \rightarrow \infty$), в пределах которых величины

$F_n(\mathbf{r}_j)$ и $\alpha(\mathbf{r}_j)$ будем считать постоянными для точек \mathbf{r}_j . Для текущей точки \mathbf{r}_i имеем, используя (3.24)

$$Y(\mathbf{r}_i) = Y^0(\mathbf{r}_i) + \sum_{j=1}^N \alpha(\mathbf{r}_j) \sum_{n=1}^2 \hat{G}_n(\mathbf{r}_i/\mathbf{r}_j) F_n(\mathbf{r}_j), \quad (3.37)$$

где $F_n(\mathbf{r}_j)$ подставим из (3.10–3.12).

Приведем алгоритм расчетов интегральных формул (2.32), (2.54), которые представим в обобщенном виде как

$$J = J^0 + \int_V (\alpha \mathbf{T} + \beta \mathbf{F}) \mathbf{grad}_M \frac{1}{R} dV \quad (3.38)$$

или в матричном виде для точек $\mathbf{r}_i(x_1, x_2, x_3) \equiv \mathbf{r}_i(\rho, \varphi, z)$ и

$\mathbf{r}_j(x_1^0, x_2^0, x_3^0) \equiv \mathbf{r}_j(\rho_0, \varphi_0, z_0)$ при наличии осевой симметрии и использовании цилиндрических координат:

$$J(\mathbf{r}_i) = J^0(\mathbf{r}_i) + \int_V [\alpha(\mathbf{r}_j) \mathcal{I}_n(\mathbf{r}_j) + \beta(\mathbf{r}_j) F_n(\mathbf{r}_j)] G_n(\mathbf{r}_i/\mathbf{r}_j) dV, \quad (3.39)$$

где $J(\mathbf{r}_i)$ – составляющие величины по осям трехмерной системы координат в точке \mathbf{r}_i ; $J^0(\mathbf{r}_i)$ – составляющие величины стороннего источника поля в однородной среде в отсутствие неоднородности.

Преобразуем уравнение (3.39), используя метод моментов [24,101], подобные выводу формулы (3.36). Разобьем объем $V = \sum_{j=1}^N V_j$ на N элементов ($N \rightarrow \infty$), в пределах которых величины $F_n(\mathbf{r}_j)$, $\alpha(\mathbf{r}_j)$, $T_n(\mathbf{r}_j)$ и $\beta(\mathbf{r}_j)$ будем считать постоянными для точек \mathbf{r}_j . Для текущей точки \mathbf{r}_i имеем

$$J(\mathbf{r}_i) = J^0(\mathbf{r}_i) + \sum_{j=1}^N \alpha(\mathbf{r}_j) \sum_{n=1}^2 \hat{G}_n(\mathbf{r}_i/\mathbf{r}_j) \mathcal{I}_n(\mathbf{r}_j) + \sum_{j=1}^N \beta(\mathbf{r}_j) \sum_{n=1}^2 \hat{G}_n(\mathbf{r}_i/\mathbf{r}_j) F_n(\mathbf{r}_j), \quad (3.40)$$

где $F_n(\mathbf{r}_j)$ и $T_n(\mathbf{r}_j)$ подставим из (3.10–3.12) и (3.17–3.19) соответственно.

Приведем алгоритм расчетов интегральных формул (2.27), (2.50), которые

представим в обобщенном виде как

$$M = M^0 + \int_V \alpha \mathbf{K} \mathbf{grad}_M \frac{1}{R} dV + \int_V \left(\eta \mathbf{F} \mathbf{K} + \mu \mathbf{F}^0 \mathbf{K}^0 \right) \frac{1}{R} dV \quad (3.41)$$

или в матричном виде для точек $\mathbf{r}_i(x_1, x_2, x_3) \equiv \mathbf{r}_i(\rho, \varphi, z)$ и $\mathbf{r}_j(x_1^0, x_2^0, x_3^0) \equiv \mathbf{r}_j(\rho_0, \varphi_0, z_0)$ при наличии осевой симметрии и использовании цилиндрических координат:

$$M(\mathbf{r}_i) = M^0(\mathbf{r}_i) + \int_V \alpha(\mathbf{r}_j) K_n(\mathbf{r}_j) G_n(\mathbf{r}_i/\mathbf{r}_j) dV_j + \int_{V_j} \left(\eta(\mathbf{r}_j) F(\mathbf{r}_j) K(\mathbf{r}_j) + \mu(\mathbf{r}_j) F^0(\mathbf{r}_j) K^0(\mathbf{r}_j) \right) dV, \quad (3.42)$$

где $M(\mathbf{r}_i)$ – составляющие величины по осям трехмерной системы координат в точке \mathbf{r}_i ; $M^0(\mathbf{r}_i)$ – составляющие величины стороннего источника поля в однородной среде в отсутствие неоднородности.

Преобразуем уравнение (3.42), используя метод моментов [24,101], подобные выводу формулы (3.35) и (3.39). Разобьем объем $V = \sum_{j=1}^N V_j$ на N элементов ($N \rightarrow \infty$), в пределах которых величины $F_n(\mathbf{r}_j)$, $\alpha(\mathbf{r}_j)$, $T_n(\mathbf{r}_j)$ и $\beta(\mathbf{r}_j)$ будем считать постоянными для точек \mathbf{r}_j . Для текущей точки \mathbf{r}_i имеем

$$M(\mathbf{r}_i) = M^0(\mathbf{r}_i) + \sum_{j=1}^N \alpha(\mathbf{r}_j) \sum_{n=1}^2 \hat{G}_n(\mathbf{r}_i/\mathbf{r}_j) K_n(\mathbf{r}_j) + \sum_{j=1}^N \beta(\mathbf{r}_j) \sum_{n=1}^2 F_n(\mathbf{r}_j) K_n(\mathbf{r}_j) + \sum_{j=1}^N \mu(\mathbf{r}_j) \sum_{n=1}^2 F_n^0(\mathbf{r}_j) K_n^0(\mathbf{r}_j), \quad (3.43)$$

где $F_n(\mathbf{r}_j)$, $F_n^0(\mathbf{r}_j)$, $K_n(\mathbf{r}_j)$, $K_n^0(\mathbf{r}_j)$ подставим из (3.10-3.12) и (3.25-3.27) соответственно.

3.4. Тензорная и векторная функции Грина

Обозначим

$$G = -\iiint_{V_0} \frac{dV_0}{R} = -\iiint_{V_0} \frac{\rho_0 d\rho_0 dz_0 d\varphi_0}{\sqrt{\rho^2 + \rho_0^2 + (z - z_0)^2 - 2\rho\rho_0 \cos(\varphi - \varphi_0)}}, \quad (3.44)$$

где V_0 – объем; \mathbf{r} – радиус; $\mathbf{r}_i(\rho, \varphi, z)$ и $\mathbf{r}_j(\rho_0, \varphi_0, z_0)$ – точки наблюдений и объема с координатами в цилиндрической системе координат.

Рассмотрим случай осевой симметрии, когда можно принять $\varphi - \varphi_0 = \alpha_0 = \pi - 2\beta$, α_0, β – углы [111].

$$\begin{aligned} G &= 2 \iint \int_0^\pi \frac{\rho_0 d\rho_0 dz_0 d\alpha_0}{\sqrt{\rho^2 + \rho_0^2 + (z - z_0)^2 - 2\rho\rho_0 \cos\alpha_0}} = \\ &= 4 \iint \int_0^{\pi/2} \frac{\rho_0 d\rho_0 dz_0 d\beta}{\sqrt{(\rho + \rho_0)^2 + (z - z_0)^2 - 4\rho\rho_0 \sin^2\beta}} = 4 \iint \frac{K}{R} \rho_0 d\rho_0 dz_0, \end{aligned} \quad (3.45)$$

где K – полный эллиптический интеграл первого рода,

$$K = \int_0^{\pi/2} \frac{d\beta}{\sqrt{1 - \frac{4\rho\rho_0 \sin^2\beta}{(\rho + \rho_0)^2 + (z - z_0)^2}}} \quad \text{или} \quad K = \int_0^{\pi/2} \frac{d\beta}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2\beta}},$$

$$\text{при } k^2 = \frac{4\rho\rho_0}{(\rho + \rho_0)^2 + (z - z_0)^2} = \frac{4\rho\rho_0}{R^2}, \quad R^2 = (\rho + \rho_0)^2 + (z - z_0)^2.$$

Введем обозначения компонентов векторной функции Грина [94]

$$G_{\rho_0} = 4 \iint \frac{\partial}{\partial \rho_0} \left(\frac{K}{R} \right) \rho_0 d\rho_0 dz_0, \quad G_{z_0} = 4 \iint \frac{\partial}{\partial z_0} \left(\frac{K}{R} \right) \rho_0 d\rho_0 dz_0, \quad (3.46)$$

и компонентов тензорной функции Грина [94]

$$G_{\rho\rho_0} = 4 \frac{\partial}{\partial \rho} \iint \frac{\partial}{\partial \rho_0} \left(\frac{K}{R} \right) \rho_0 d\rho_0 dz_0, \quad G_{\rho z_0} = 4 \frac{\partial}{\partial \rho} \iint \frac{\partial}{\partial z_0} \left(\frac{K}{R} \right) \rho_0 d\rho_0 dz_0, \quad (3.47)$$

$$G_{z\rho_0} = 4 \frac{\partial}{\partial z} \iint \frac{\partial}{\partial \rho_0} \left(\frac{K}{R} \right) \rho_0 d\rho_0 dz_0, \quad G_{zz_0} = 4 \frac{\partial}{\partial z} \iint \frac{\partial}{\partial z_0} \left(\frac{K}{R} \right) \rho_0 d\rho_0 dz_0.$$

Выполним интегрирование и в результате компоненты векторной функции Грина и компоненты тензорной функции Грина для расчета потенциала на оси скважины ($\rho = 0$) примут вид [51,55,57,64]:

$$G_{\rho_0} = 2\pi(z - z_0) \ln\left(\rho_0 + \sqrt{\rho_0^2 + (z - z_0)^2}\right) \Big|_{\rho_{01}}^{\rho_{02}} \Big|_{z_{01}}^{z_{02}}, \quad (3.48)$$

$$G_{z_0} = 2\pi\sqrt{\rho_0^2 + (z - z_0)^2} \Big|_{z_{01}}^{z_{02}} \Big|_{\rho_{01}}^{\rho_{02}}. \quad (3.49)$$

Компоненты тензорной функции Грина, примут вид [94]:

$$G_{z\rho_0} = -2 \int_{\rho_{01}}^{\rho_{02}} \left[\frac{R_3^2}{R_1^2} E - K \right] \frac{d\rho_0}{R} \Big|_{z_{01}}^{z_{02}}, \quad (3.50)$$

$$G_{\rho z_0} = \frac{2}{\rho} \int_{\rho_{01}}^{\rho_{02}} \left[\frac{R_2^2}{R_1^2} E - K \right] \frac{\rho_0 d\rho_0}{R} \Big|_{z_{01}}^{z_{02}}, \quad (3.51)$$

$$G_{zz_0} = -4 \int_{\rho_{01}}^{\rho_{02}} \frac{E(z - z_0)\rho_0 d\rho_0}{R_1^2 R} \Big|_{z_{01}}^{z_{02}}, \quad (3.52)$$

$$G_{\rho\rho_0} = \frac{2}{\rho} \int_{\rho_{01}}^{\rho_{02}} \left[\frac{R_2^2}{R_1^2} E - K \right] \frac{\rho_0 dz_0}{R} \Big|_{\rho_{01}}^{\rho_{01}} - \frac{2}{\rho} \int_{\rho_{01}}^{\rho_{02}} \int_{z_{01}}^{z_{02}} \left[\frac{R_2^2}{R_1^2} E - K \right] \frac{dz_0 d\rho_0}{R}, \quad (3.53)$$

где E – полный эллиптический интеграл второго рода

$$E = \int_0^{\pi/2} \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \beta} \cdot d\beta, \quad R_1 = \sqrt{(\rho - \rho_0)^2 + (z - z_0)^2},$$

$$R_2 = \sqrt{\rho_0^2 - \rho^2 + (z - z_0)^2}, \quad R_3 = \sqrt{\rho^2 - \rho_0^2 + (z - z_0)^2}.$$

Для всех компонент тензорной функции Грина находится точка с сингулярной особенностью при $\rho = \rho_0$, $z = z_0$. Эта проблема устраняется при решении СЛАУ и была описана в работах [45,46,134,185].

Пусть $t \rightarrow 0$, $\rho - \rho_0 = at$, $z - z_0 = bt$, где a , b – константы. Рассмотрим

подынтегральную функцию, например, для компоненты тензорной функции Грина G_{zz_0} при $\rho = \rho_0$, $\rho \neq 0$, $z = z_0$:

$$f(G_{zz_0}) = -4 \frac{E(z - z_0) \rho_0}{R_1^2 R} = -4 \frac{\int_0^{\pi/2} \sqrt{1 - \frac{4\rho^2 \sin^2 \beta}{4\rho^2 + b^2 t^2}} d\beta \cdot bt \cdot \rho}{[a^2 t^2 + b^2 t^2] \sqrt{4\rho^2 + b^2 t^2}}$$

Окружим данную точку цилиндром малого размера:

$$\Delta V = \pi(\Delta\rho)^2 \Delta z = \pi(\rho - \rho_0)^2 (z - z_0) = \pi(at)^2 bt = a^2 b \pi t^3.$$

Тогда

$$\lim_{t \rightarrow 0} G_{zz_0} \cdot \Delta V = \lim_{t \rightarrow 0} -4 \frac{\int_0^{\pi/2} \sqrt{1 - \frac{4\rho^2 \sin^2 \beta}{4\rho^2 + b^2 t^2}} d\beta \cdot bt \cdot \rho}{[a^2 t^2 + b^2 t^2] \sqrt{4\rho^2 + b^2 t^2}} a^2 b \pi t^3.$$

Величина полного эллиптического интеграла второго рода составляет:

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow 0} \int_0^{\pi/2} \sqrt{1 - \frac{4\rho^2 \sin^2 \beta}{4\rho^2 + b^2 t^2}} d\beta &= \int_0^{\pi/2} \sqrt{1 - \frac{4\rho^2 \sin^2 \beta}{4\rho^2}} d\beta = \int_0^{\pi/2} \sqrt{1 - \sin^2 \beta} d\beta = \\ &= \int_0^{\pi/2} \cos \beta d\beta = \sin \beta \Big|_0^{\pi/2} = 1. \end{aligned}$$

Очевидно, что $\lim_{t \rightarrow 0} G_{zz_0} \cdot \Delta V = 0$. Для других компонент тензорной функции Грина

можно получить аналогичный вывод при $\rho = \rho_0$, $\rho \neq 0$, $z = z_0$:

$$\lim_{t \rightarrow 0} G_{\rho z_0} \cdot \Delta V = 0, \quad \lim_{t \rightarrow 0} G_{z \rho_0} \cdot \Delta V = 0, \quad \lim_{t \rightarrow 0} G_{\rho \rho_0} \cdot \Delta V = 0.$$

Поэтому, несмотря на сингулярность функции, системы уравнений, описанные во второй и третьей главах, можно решать численными методами, при этом решение СЛАУ будет единственным.

Заключение:

1. Описан алгоритм решения систем интегральных уравнений методом осреднения функциональных поправок и методом исключения Гаусса для

градиентов потенциалов полей, включая случаи парных и перекрестных эффектов, размерностью $2N \times 2N$.

2. Приведен дискретный вид интегральных формул для расчетов потенциалов полей в неоднородной среде, включая случаи парных и перекрестных эффектов полей.

ГЛАВА 4

РЕЗУЛЬТАТЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ С ПОМОЩЬЮ ПРОГРАММНЫХ КОМПЛЕКСОВ

Программные комплексы написаны на языке FORTRAN стандарта Fortran-90 в визуальной среде Fortran Power Station и языке Паскаль в визуальной среде Borland Delphi 7.0, с использованием лицензионного программного обеспечения, предоставленного Институтом геофизики УрО РАН: MSDN Подписка «Developer Academic Alliance». Идентификатор подписчика 700765438.

4.1. Программный комплекс «SP-AT»

Созданное программное обеспечение в виде программного комплекса «SP-AT» предназначено для расчета двойного электрического потенциала на оси скважины, создаваемого источником в виде электрического слоя в слоистой электрически неоднородной среде, реализующее выражения (2.6)-(2.17).

Программный комплекс «SP-AT» [71] является программной реализацией прямой трехмерной задачи для модели с цилиндрической симметрией и производит расчет потенциала на оси скважины по заданным физико-геометрическим характеристикам среды и пласта. В числе физико-геометрических факторов, влияющих на величину потенциала, кроме мощностей пластов учитываются диаметры скважины и удельные электропроводности раствора, пластов (рис.4.1) [71].

Программный комплекс «PS-AT» представляет собой основной каталог, в котором расположены рабочие исполняемые exe-файлы, а также подкаталоги для хранения вспомогательных файлов [71]:

- файлы с исходными данными и описанием их структуры, где исходными данными являются: h – мощность пласта, м; d_c – диаметры скважины, м; удельные сопротивления пластов и промывочной жидкости, Ом·м; $U_{под}$,

– потенциалы пластов, мВ [111];

- файлы с протоколом исходных данных и результатов расчетов, где результатом является электрический потенциал ПС;
- файл с описанием программного комплекса.

Состав программного комплекса:

- командный файл для запуска в графическом режиме работы «SP_AT.exe», содержащий возможность ввода исходных физико-геометрических данных;
- программа обработки исходных физико-геометрических данных «INPUT_P.EXE»;
- программа графического изображения геометрии модели «INPUT_GRAF_AT.EXE»;
- программы расчета электрического потенциала ПС на оси скважины в слоистой среде до шести пластов («U3-AT.exe», «U4-AT.exe», «U5-AT.exe», «U6-AT.exe»).
- программа графического представления результатов расчетов электрического потенциала и напряженности на оси скважины «GRAF_AT.EXE» (рис 4.1);

На рис 4.1 представлены интерфейсы программного комплекса «PS-AT».

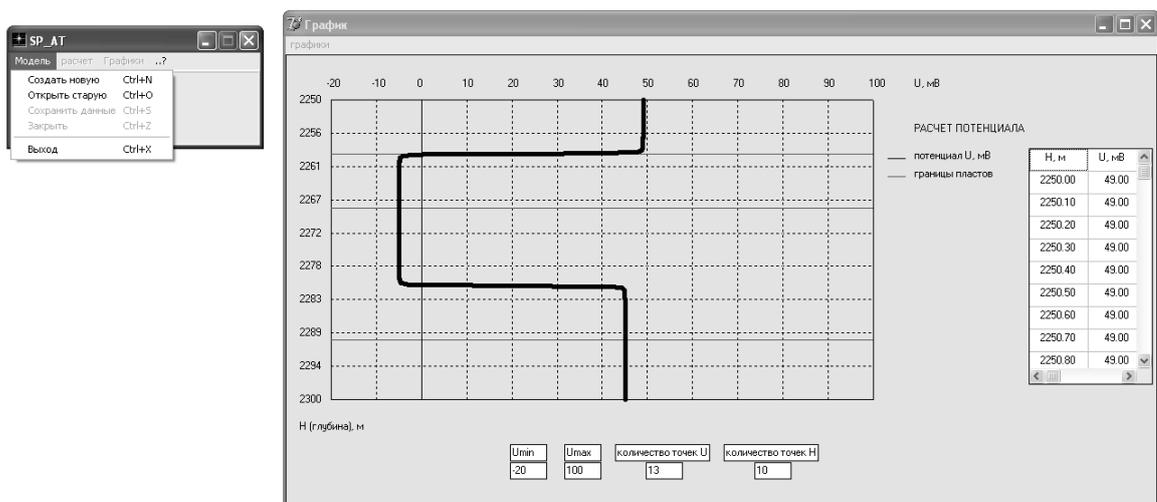


Рис. 4.1. Интерфейсы программного комплекса «PS-AT» [71]

Исследуем влияния буровых растворов (таблица 4.1) и оценим величину адсорбционного потенциала по данным, приведенным Булатовым А.И. в [16]. Будем считать, что радиус скважины составил 0,1 м. В таблице 1 представлен переход условной вязкости к °ВУ и кинематической вязкости.

Таблица 4.1

Исходные характеристики буровых растворов [50]

Буровой раствор	Условная вязкость, с	Плотность, г/см ³	°ВУ	Кинематическая вязкость, 10 ⁻⁶ м ² /с
техническая вода	15	1	1	1
нестабилизированные суспензии	25–50	1.05–1.24	1.67–3.33	8.39–22.47
гуматные	20–60	1.03–2.2	1.33–4	5–27.6
лигносульфатные	18–40	1.06–2.2	1.2–2.67	3.5–17.1
полимерные не-диспергирующие	20–60	1.03–2	1.33–4	5–27.6
известковые с высоким рН	18–30	1.08–2.2	1.2–2	3.5–11.5
известковые с низким рН	25–40	1.04–2.2	1.67–2.67	8.4–17.1
безглинистые со-лестойкие	20–60	1.1–1.12	1.33–4	5–27.7
гипсоизвестковые	25–40	1.04–2.2	1.67–2.67	8.4–17.1
силикатные	20–40	1.05–2	1.33–2.67	5–17.1
гидрофобизирующие	18–20	1.06–1.18	1.2–1.33	3.5–5
необработанные глинистые суспензии	20–40	1.2–2	1.33–2.67	5–17.1
стабилизированные соленостойкие	20–60	1.2–2	1.33–4	5–27.7
раствор на основе гидрогеля магния	20–40	1.2–2	1.33–2.67	5–17.1
ЭК-1	150–200	1.03–2.1	10–13.33	72.5–97

Используя данные таблицы 4.1, в таблице 4.2 получены динамическая вязкость и удельная поверхность.

Полученные характеристики буровых растворов [50]

Буровой раствор	Динамическая вязкость, 10^{-3} кг/(м·с)	Удельная поверхность, 10^3 м ² /кг
техническая вода	1	20
нестабилизированные суспензии	8.9–26.5	16.1–19
гуматные	5.1–60.9	9–19.4
лигносульфатные	3.7–37.7	16.1–18.9
полимерные недиспергирующие	5.1–55.3	10–19.4
известковые с высоким рН	4.2–23	9–18.5
известковые с низким рН	8.7–37.7	9–19.2
безглинистые солестойкие	5.5–31	17.8–18.2
гипсоизвестковые	8.7–37.7	9–19.2
силикатные	5.2–34.3	10–19
гидрофобизирующие	3.7–6	16.9–18.9
необработанные глинистые суспензии	6–34.3	10–16.7
стабилизированные солестойкие	6–55.3	10–16.7
раствор на основе гидрогеля магния	6–34.3	10–16.7
ЭК–1	79.7–109	9.5–19.4

В таблице 4.3 приведены результаты расчетов величин адсорбции и потенциалов, создаваемых на границах бурового раствора с глинами и продуктивными породами-коллекторами углеводородов (песчаниками или алевролитами) при различных числах переносов (0.6 и 0.4). [50]

При применении растворов на пресной и морской воде [80] потенциал уменьшается до 4 мВ, на полимерных растворах – до 6 мВ, на соленасыщенных растворах – до 10 мВ, на углеводородной основе – до 40 мВ. Существенное влияние на потенциал растворов обусловлено значительным вкладом вязкости применяемой жидкости. Эти величины являются достаточно существенными при интерпретации данных каротажа методом спонтанной поляризации (ПС) при определении фильтрационно-емкостных параметров продуктивных пластов и требуют учета [50].

Адсорбция и потенциал, вызванные буровым раствором [50]

Буровой раствор	УЭС, Ом·м	Адсорбция, 10 ⁻⁶ моль/кг	Потенциал, мВ	Адсорбция, 10 ⁻⁶ моль/кг	Потенциал, мВ
Разность чисел переноса		0.6		0.4	
техническая вода	1	0.16	0.01	0.1	0.04
нестабилизированные суспензии	2	0.26–0.3	0.27–0.94	0.82–0.97	0.56–2
гуматные	2	0.15–0.31	0.09–2.2	0.46–0.99	0.18–4.6
лигносульфатные	2	0.26–0.3	0.11–1.3	0.82–0.96	0.23–2.8
полимерные недиспергирующие	2	0.16–0.31	0.1–2	0.5–0.99	0.2–4.2
известковые с высоким рН	2	0.15–0.3	0.07–0.8	0.46–0.94	0.15–1.7
известковые с низким рН	2	0.15–0.31	0.15–1.35	0.46–0.98	0.31–2.8
безглинистые соленостойкие	2	0.29–0.3	0.18–1	0.9–0.93	0.38–2.2
гипсоизвестковые	2	0.15–0.31	0.15–1.35	0.46–0.98	0.31–2.8
силикатные	2	0.16–0.31	0.1–1.2	0.51–0.97	0.2–2.6
гидрофобизирующие	2	0.27–0.3	0.12–0.13	0.86–0.96	0.25–0.27
необработанные глинистые суспензии	4	0.16–0.27	0.22–2.2	0.51–0.85	0.47–4.5
стабилизированные соленостойкие	4	0.16–0.27	0.22–3.5	0.51–0.85	0.47–7.2
раствор на основе гидрогеля магния	4	0.16–0.27	0.22–2.2	0.51–0.85	0.47–4.5
ЭК-1	6	0.15–0.31	4.2–12	0.48–0.99	9–25

Рассмотрим модель, содержащую: покрывающий пласт мощностью 10 метров, три тонких пласта, продуктивный пласт мощностью 21,5 метров и подстилающий пласт мощностью 12 метров, пересеченные скважиной диаметром 0,2 м, где находится промывочная жидкость (ПЖ). В общем случае это пачка электрически однородных по удельным электрическим сопротивлениям (УЭС) пластов с различной мощностью и удельной поверхностью, содержащих пластовую жидкость,

пересеченных скважиной. Скважину можно рассматривать как бесконечный цилиндр постоянного радиуса [44]. Пластовую и промывочную жидкости следует рассматривать как среды с различными числами переноса [72]. В таблице 4.4 выбраны параметры модели, а в таблице 4.5 задается адсорбционный потенциал напротив середины пласта на контакте твердой и жидкой фаз.[44]

Таблица 4.4

Данные модели [44]

Параметры		$H, \text{ м}$	$S_{\text{уд}}, 10^3 \text{ м}^2/\text{кг}$		$W, 10^{-3} \text{ кг}/(\text{м}\cdot\text{с})$		$\sigma, \text{ См}/\text{м}$	
Глина	ПЖ	1070–1080	637	32	25	13	0.18	0.5
Песчаник	ПЖ	1086.5–1108	5.2	32	50	13	0.01	0.5
Глина	ПЖ	1108–1120	687	32	25	13	0.18	0.5

Таблица 4.5

Адсорбционный потенциал [44]

$H, \text{ м}$	$r_i, 10^{-10} \text{ м}$		n		$U, \text{ мВ}$		$U_{\text{адс}}, \text{ мВ}$
1070–1080	2.28	3.41	0.6	0.4	52.2	0.2	52
1086,5–1108	3.41	2.28	0.4	0.6	4.5	0.5	–4
1108–1120	2.28	3.41	0.6	0.4	56.2	0.2	56

Для апробации нашей модели использовались материалы (рис. 4.2) ПФ «Севергазгеофизика», в которых представлены каротажные диаграммы методов кажущего сопротивления (КС), спонтанной поляризации (ПС) и нейтрон-нейтронного каротажа по тепловым нейтронам (ННК-Т) [129]. В связи с недостаточной информацией по каротажной диаграмме адсорбционный потенциал пластов песчаников в интервалах глубин 1080–1082 м, 1082–1085.5 м, 1085.5–1086.5 м зададим равным 10 мВ, 20 мВ и 39 мВ. Влиянием песчаников на глубине 1109 м будем пренебрегать. Параметр W для глин можно оценивать до $100 \cdot 10^{-3} \text{ кг}/(\text{м}\cdot\text{с})$ по данным, полученным в работах [43,107], при добавлении электролита к пластичной глине, чтобы придать ей текучесть. [44]

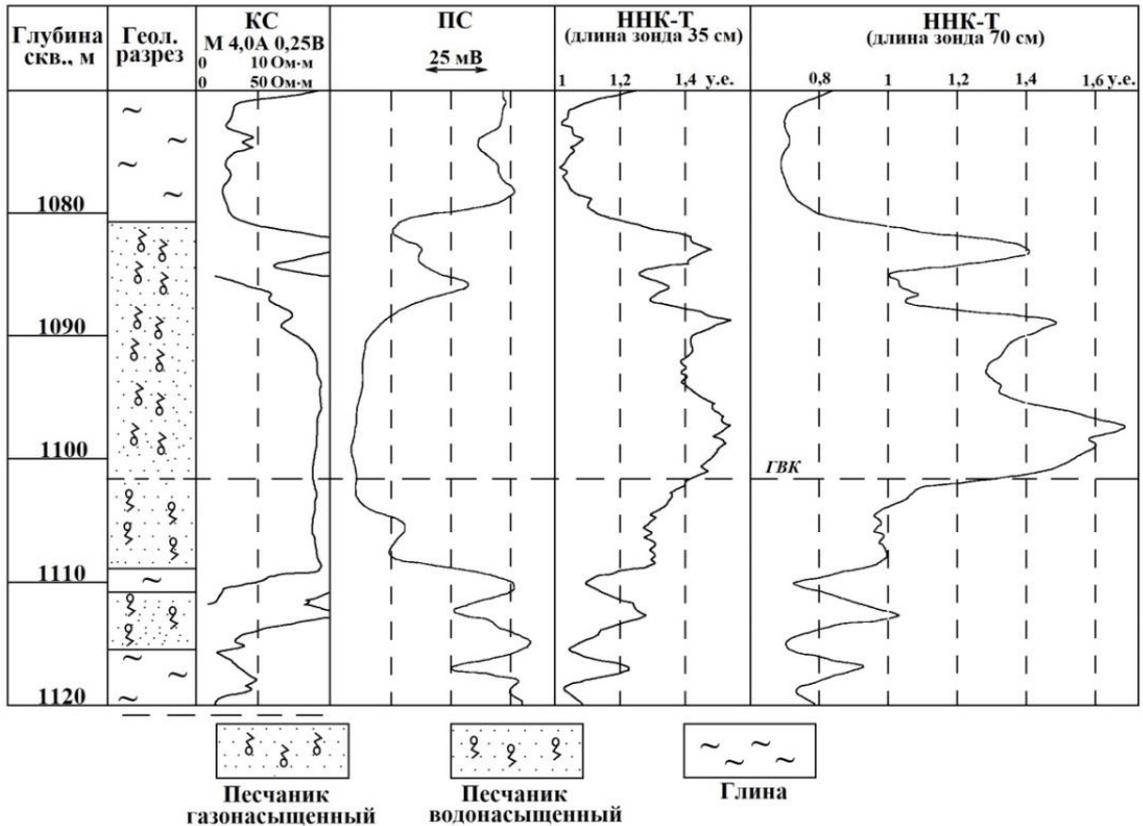


Рис. 4.2. Каротажная диаграмма методов КС, ПС, ННК-Т по материалам ПФ «Севергазгеофизика» [129,44]

В первом приближении пластовую воду и промывочную жидкость можно считать растворами $NaCl$. Тогда используемый катион Na^+ , а анион Cl^- . Надо отметить, в виду большей подвижности анионов, чем у катионов, напротив глинистых пород истинная величина адсорбционного потенциала положительна, а у пород-коллекторов – отрицательна [19], в результате $U_{пок}=52\text{мВ}$, подстилающего пласта – $U_{под}=56\text{мВ}$, а продуктивного пласта – $U_{прод}=-4\text{ мВ}$. [44]

Рассчитанный потенциал ПС напротив мощных пластов незначительно отличается от измеренной величины потенциала [72]. Как видно, данные достаточно хорошо согласуются с теоретической кривой, представленной на рис. 4.3, используя программный комплекс «SP-AT» [71]. Значения $\alpha_{ПС}$ для нашей модели и данной каротажной диаграммы на середине пластов отличаются не больше, чем на 3 мВ, что является допустимым, учитывая погрешность метода. Также не учитываются диффузионный, фильтрационный и окислительно-восстановительный

потенциалы, которые могут изменить измеряемую величину потенциала до 15 мВ.
[44]

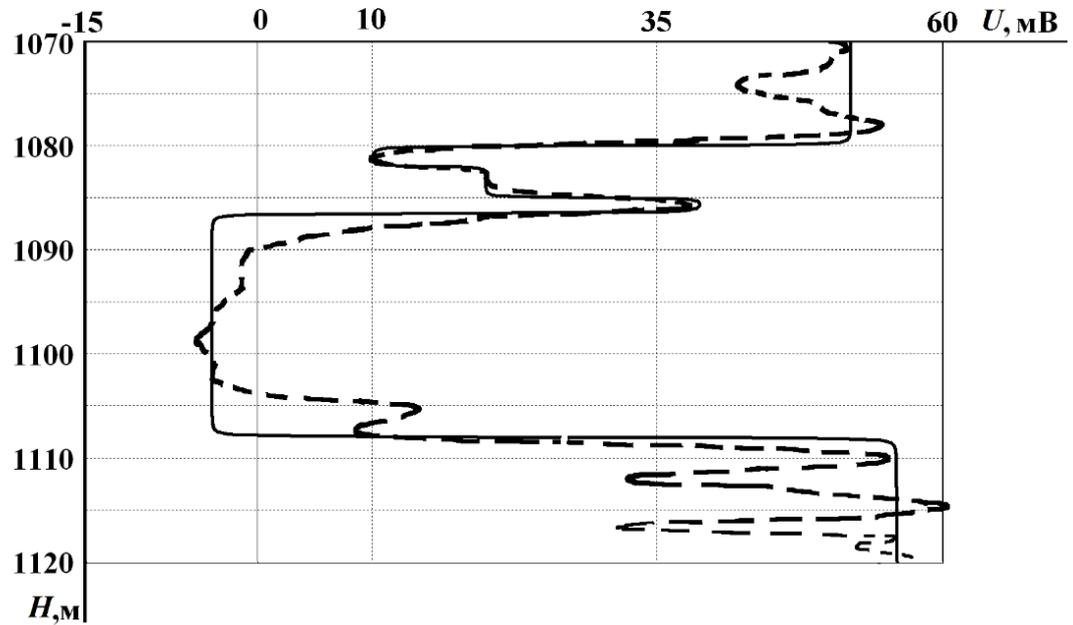


Рис. 4.3. Кривые потенциала ПС на оси скважины.

Штриховая линия – измеренная (по материалам ПФ «Севергазгеофизика» [129]);
сплошная линия – теоретическая [44]

Для более точной интерпретации полученной каротажной диаграммы для тонких пластов требуется вносить поправочный физико-геометрический коэффициент через палетки [37,79,102,129] или использовать электронную палетку [66], что позволит учесть удельные электрические сопротивления каждого из пластов. Также необходимо учитывать влияние диаметра зоны проникновения, обладающей своим электрическим сопротивлением, что даст более плавное изменение величины потенциала по оси скважины [44]. Каротажная диаграмма (рис. 4.2) не содержит данных бокового каротажа [129].

Рассмотрим модель, содержащую: покрывающий пласт мощностью 9 метров, продуктивный пласт мощностью 22 метра и подстилающий пласт мощностью 16 метров, пересеченные скважиной диаметром 0.2 м, где находится промысловая жидкость (ПЖ). В общем случае это пачка электрически однородных по удельным электрическим сопротивлениям (УЭС) пластов с различной мощно-

стью, содержащих пластовую жидкость, пересеченных скважиной. Скважину можно рассматривать как бесконечный цилиндр постоянного радиуса. Пластовую и промывочную жидкости следует рассматривать как среды с различными числами переноса. [56,72]

Для сравнения нашей модели использовались материалы (рис. 4.4) скважины 41 Тепловской площади (Тюменская область) [94]. На глубине 1263 м оказываемым влиянием плотных карбонатных пород будем пренебрегать, так как данный тонкой прослой никак не отразился на каротажной диаграмме ПС. [56,72]

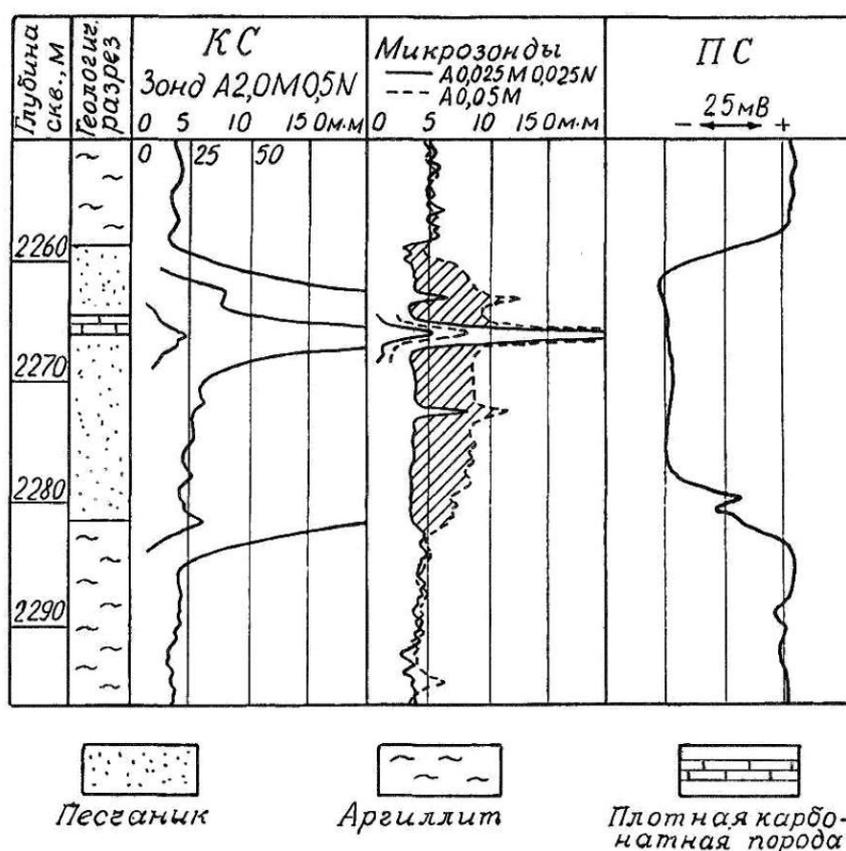


Рис. 4.4. Каротажная диаграмма методов КС, МГЗ, МПЗ, ПС скважины 41 Тепловской площади (Тюменская область) [94]

В таблице 4.6 выбраны параметры модели, а в таблице 4.7 задается адсорбционный потенциал напротив пород на контакте твердой и жидкой фаз. [56,72]

Данные модели [56,72]

Параметры		$H, \text{ м}$	$S_{\text{уд}}, 10^3 \text{ м}^2/\text{кг}$		$W, 10^{-3} \text{ кг}/(\text{м}\cdot\text{с})$		$\sigma, \text{ См}/\text{м}$	
Аргиллит	ПЖ	2250–2259	780	16	25	20	0.22	0.5
Песчаник	ПЖ	2259–2281	9.5	16	55	20	0.04	0.5
Аргиллит	ПЖ	2281–2297	720	16	25	20	0.22	0.5

Таблица 4.7

Адсорбционный потенциал [56,72]

$H, \text{ м}$	$r_i, 10^{-10} \text{ м}$		n		$U, \text{ мВ}$		$U_{\text{адс}}, \text{ мВ}$
2250–2259	2.28	3.41	0.6	0.4	52.2	0.2	52
2259–2281	3.41	2.28	0.4	0.6	2.3	0.3	-2
2281–2297	2.28	3.41	0.6	0.4	48.2	0.2	48

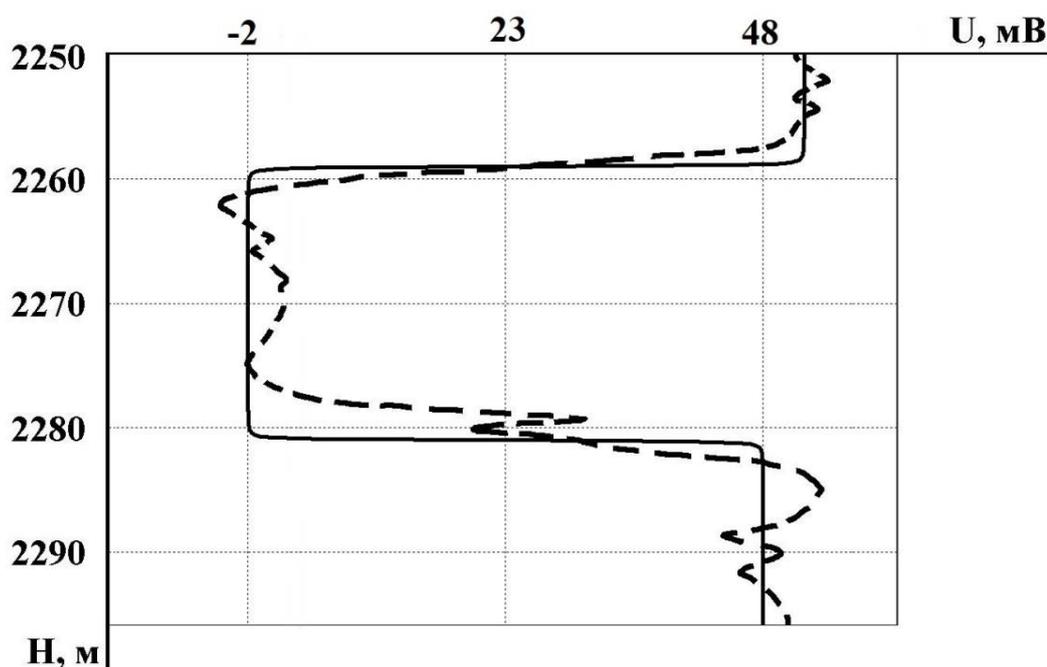


Рис. 4.5. Кривые потенциала ПС на оси скважины (сплошная линия – теоретическая; штриховая линия – материалы скважины 41 Тепловской площади) [56,72]

Вместо сложного состава солей в пластовом фильтрате и промывочной жидкости будем пользоваться эквивалентным представлением раствора $NaCl$, т.е. катионом является Na^+ , а анионом – Cl^- [56,72]. В результате истинная величина адсорбционного потенциала покрывающего пласта $U_{\text{пок}} = 52 \text{ мВ}$, подстилающего пласта – $U_{\text{под}} = 48 \text{ мВ}$, а продуктивного пласта – $U_{\text{прод}} = -2 \text{ мВ}$ (рис. 4.5). [56,72]

Также требуется отметить, что на глубинах 2259–2270 м по каротажной диаграмме кажущих сопротивлений метода КС возрастает удельное электрическое сопротивление пласта коллектора. Но с учетом того, что имеется тонкий прослой плотных карбонатных пород, у которых удельная поверхность $1-5 \cdot 10^3 \text{ м}^2/\text{кг}$, это приводит к незначительному отклонению измеряемой величины потенциала ПС. [56,72]

4.2. Программный комплекс «PS-C»

Созданное программное обеспечение в виде программного комплекса «PS-C» [122] предназначено для расчета электрического потенциала на оси скважины, создаваемого источником в виде двойного электрического слоя в слоистой электрически неоднородной среде, реализующее выражения (2.19)-(2.28).

Программный комплекс «PS-C» является программной реализацией прямой трехмерной задачи для модели с цилиндрической симметрией и производит расчет потенциала на оси скважины по заданным физико-геометрическим характеристикам среды и пласта. В числе физико-геометрических факторов, влияющих на величину потенциала, кроме мощностей пластов учитываются диаметры скважины и зоны проникновения фильтрата бурового раствора в проницаемые части пластов и удельные электропроводности раствора, пластов и зон проникновения (рис. 4.6) [122].

Программный комплекс «PS-C» представляет собой основной каталог, в котором расположены рабочие исполняемые exe-файлы, а также подкаталоги для хранения вспомогательных файлов [122]:

- файлы с исходными данными и описанием их структуры, где исходными данными являются: h – мощность пласта, м; d_c , $d_{зп}$ – диаметры скважины и зоны проникновения, м; $\rho_{пок}$, $\rho_{пл}$, $\rho_{под}$, $\rho_{зп}$, ρ_c – удельные сопротивления покрывающего, продуктивного, подстилающего пластов,

зоны проникновения и промывочной жидкости, Ом·м; $U_{\text{ПОД}}$, $U_{\text{ПОК}}$, $U_{\text{АДС}}$ – потенциалы подстилающего, покрывающего и продуктивного пласта, мВ [122];

- файлы с протоколом исходных данных и результатов расчетов, где результатом является электрический потенциал ПС и его вертикальный градиент на оси скважины; $U_{\text{ПЛ}}$ – значение ПС против середины пласта, мВ; $v_{\text{изм}}$ – поправка ПС;

- файл с описанием программного комплекса.

Состав программного комплекса:

- командный файл для запуска в графическом режиме работы «PS_C.exe», содержащий возможность ввода исходных физико-геометрических данных;
- программа обработки исходных физико-геометрических данных «INPUT_P.EXE»;
- программа графического изображения геометрии модели «INPUT_GRAF.EXE»;
- программа расчета нормального электрического поля, создаваемого двойным электрическим слоем «NORM_C.EXE», реализующая выражения (2.21), (2.22);
- программа расчета электрического потенциала ПС и его вертикального градиента на оси скважины в слоистой среде «ANOM_C.EXE», реализующая выражения (2.19) и (2.20). Интегральное уравнение (2.20), записанное в обобщенном виде (3.1), сводится к дискретному виду (3.10) или СЛАУ (3.11-3.12), а интегральная формула (2.19) – к обобщенному (3.35) и дискретному (3.37) видам.
- программа расчета электрического потенциала ПС и его вертикального градиента на оси скважины в слоистой среде «ANOM_СТ.EXE», реализующая выражения (2.19) и (2.20). Интегральное уравнение (2.20), записанное в обобщенном виде (3.28), используя при решении метод осреднения функциональных поправок (3.30-3.34), а интегральная формула (2.19) – к обоб-

щенному (3.35) и дискретному (3.37) видам.

- программа графического представления результатов расчетов электрического потенциала и напряженности на оси скважины «GRAF_C.EXE» (рис 4.6);
- программа для расчета поправки потенциала пласта на оси скважины «pravka.exe», реализующая выражения (2.25)-(2.28).

Использование цилиндрической симметрии задачи позволяет использовать для задания элементарной ячейки элементы в форме кольца прямоугольного сечения с заданной постоянной высотой малой величины $\Delta h = z_{02} - z_{01}$ и переменной толщиной $\Delta r = r_{02} - r_{01}$, увеличивающейся по мере увеличения r . Неоднородности физических параметров среды (модели) в вертикальном и радиальном направлениях задаются в виде массива данных для кольцевых элементов, что позволяет усложнять рассчитываемые модели, например для нескольких переслаивающихся пластов, неоднородности в радиальном направлении (каверны) и т.п. На рис 4.6 представлены интерфейсы программного комплекса «PS-C».

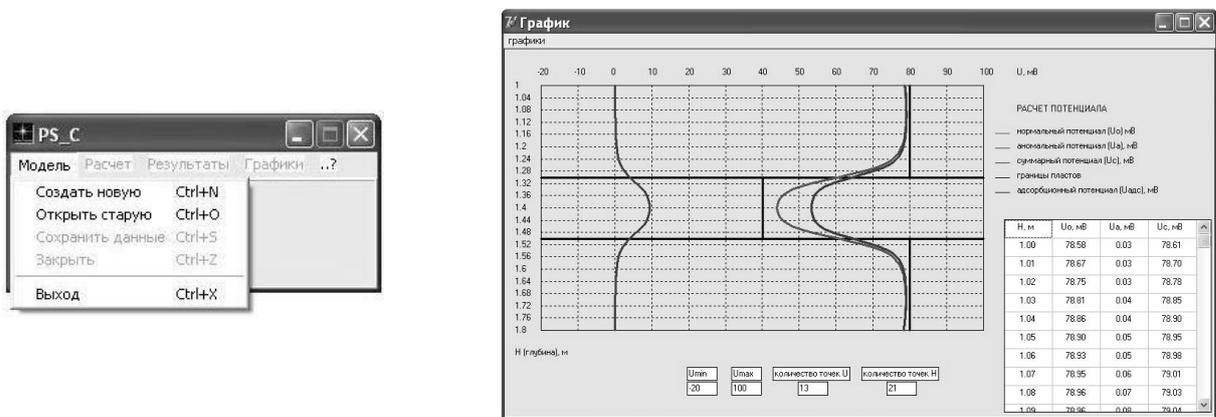


Рис. 4.6. Интерфейсы программного комплекса «PS-C» [78,122]

На рис. 4.7 представлены результаты расчета электрического потенциала на оси скважины при симметричном и асимметричном случаях величин скачков адсорбционных потенциалов покрывающего и подстилающего пластов с различными физико-геометрическими характеристиками. Параметры расчетов: скачки адсорбционных потенциалов в среднем пласте -5 мВ, в верхнем 55 мВ, в нижнем –

55 мВ или 35 мВ, мощность пласта $h/d_c = 1$, $d_{зп}/d_c = 3$, $\rho_{пл}/\rho_c = 10$, $\rho_{пок}/\rho_c = 1$, $\rho_{под}/\rho_c = 1$, $\rho_{зп}/\rho_c = 10$. Проведено тестирование программного комплекса «PS_C» в цилиндрической системе координат по модели, рассчитанной с помощью программного комплекса «PS_3D» [78] в декартовой системе координат. Расчеты по двум программным комплексам дали результаты, расходящиеся не более чем в десятые доли милливольты

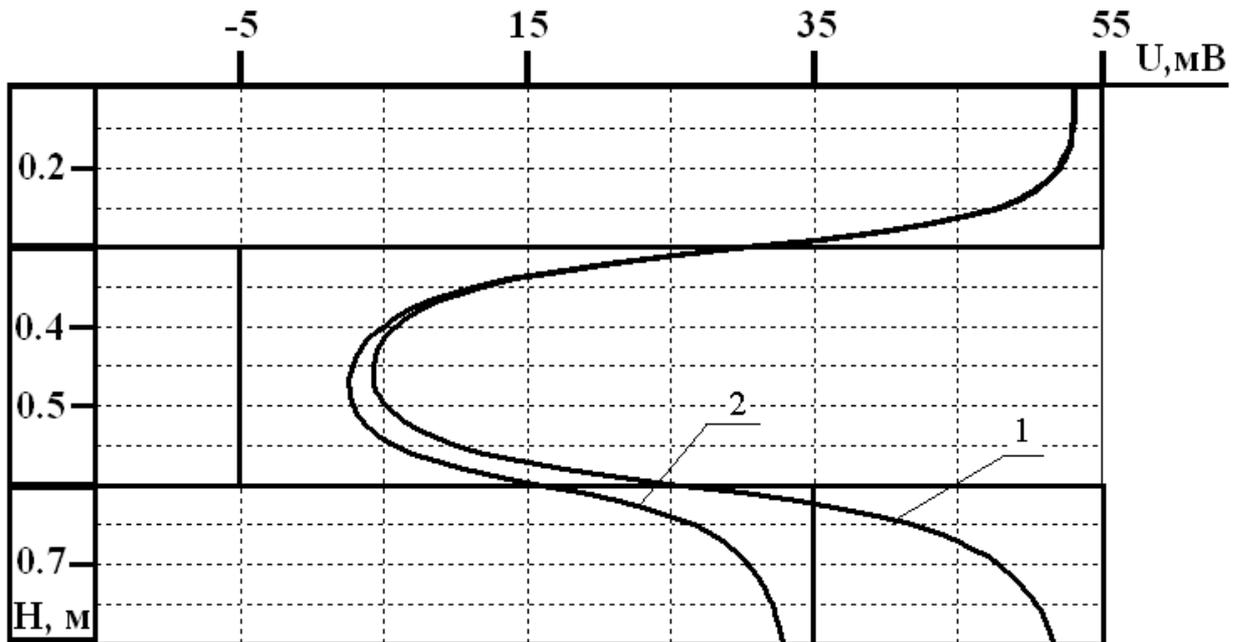


Рис. 4.7. Кривые суммарного потенциала ПС на оси скважины. Шифр кривых: 1 – симметричный, 2 – асимметричный случай адсорбционного потенциала подстилающих пород [51,78,122]

На рис. 4.8-4.10 представлены примеры рассчитанных палеток поправок в минимальные значения ПС напротив пласта-коллектора для различной относительной мощности пласта и его относительного удельного сопротивления при отсутствии или наличии зоны проникновения, по формулам (2.23) и (2.24).

На рис. 4.8-4.9 [51] представлены палетки определения поправки при относительных параметрах: рис 4.8 – $d_{зп}/d_c = 1$, $\rho_{пок}/\rho_c = 1$, $\rho_{под}/\rho_c = 1$, $\rho_{зп}/\rho_c = 1$, $U_{под}/U_{пок} = 1$, $U_{адс}/U_{пок} = 0,25$, рис 4.8 – палетка при относительных параметрах: $d_{зп}/d_c = 3$, $\rho_{пок}/\rho_c = 1$, $\rho_{под}/\rho_c = 1$, $\rho_{зп}/\rho_c = 4$, $U_{под}/U_{пок} = 1$,

$U_{АДС}/U_{ПОР} = 0,25$, используя для решения систем интегральных уравнений для напряженности поля метод исключения Гаусса.

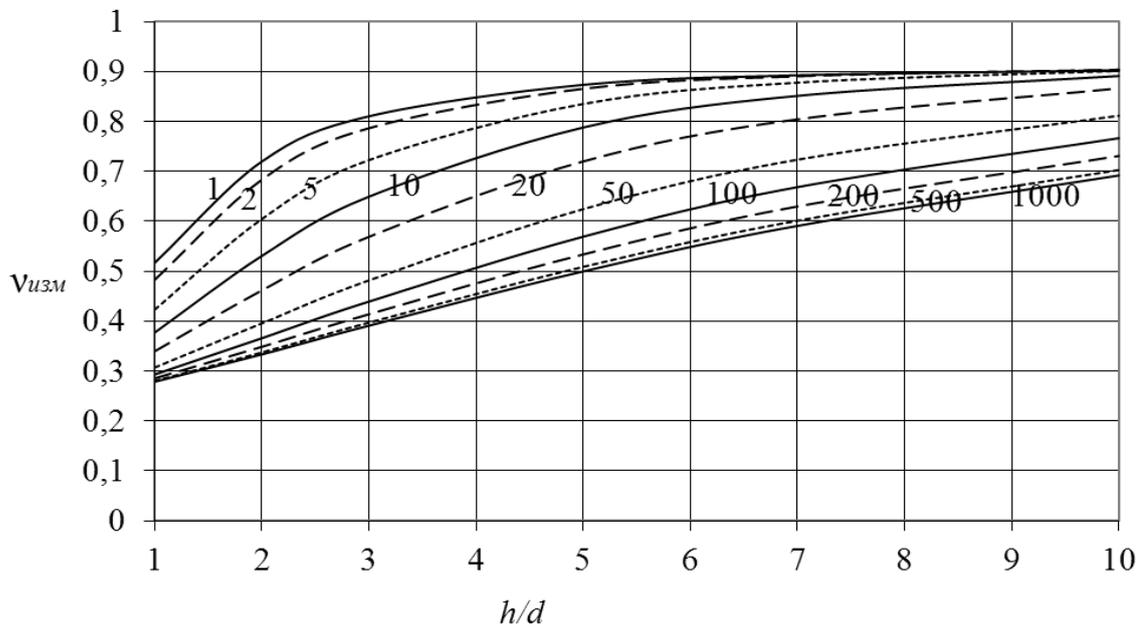


Рис. 4.8. Палетки $v_{изм} = f(h/d)$, рассчитанные программным комплексом «PS-C» при различных значениях $\rho_{пл}/\rho_c = \text{const}$ (шифр кривых), если $d_{зп}/d_c = 1$ [51]

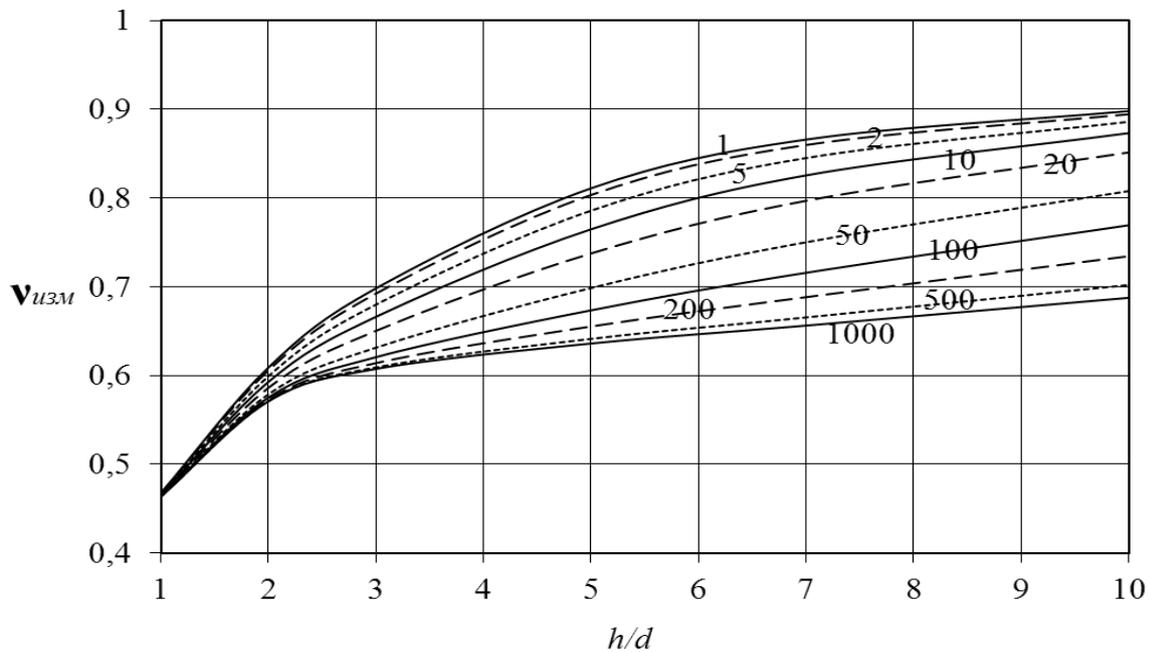


Рис. 4.9. Палетки $v_{изм} = f(h/d)$, рассчитанные программным комплексом «PS-C» при различных значениях $\rho_{пл}/\rho_c = \text{const}$ (шифр кривых), если $d_{зп}/d_c = 3$ [51]

На рис. 4.10 представлен пример рассчитанной палетки поправок при относительных параметрах: $d_{зп}/d_c = 10$, $\rho_{пок}/\rho_c = 1$, $\rho_{под}/\rho_c = 1$, $\rho_{зп}/\rho_c = 5$, $\rho_{пл}/\rho_c = 10$, $U_{под}/U_{пок} = 0,75$, $U_{АДС}/U_{пок} = 0,25$, используя для решения систем интегральных уравнений напряженности поля метод осреднения функциональных поправок и метод исключения Гаусса. Максимальная разница в результатах потенциала на середине пласта-коллектора не превысила 2мВ, при мощных пластах разница в результатах на порядок снижается. При уменьшении шага результаты, полученные двумя методами, сравниваются. Поэтому результаты, полученные с помощью метода исключения Гаусса хотя и допустимы, но для получения более точного результата лучше использовать метод осреднения функциональных поправок. Но, если существует ограничение по времени, то для получения экспресс-результата использование метода исключения Гаусса необходимо и вполне допустимо [61].

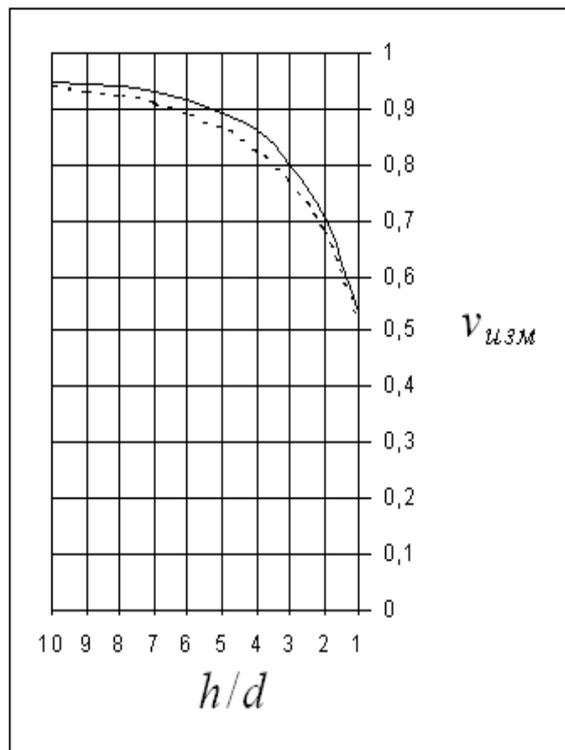


Рис. 4.10. Палетка $v_{изм} = f(h/d)$, рассчитанная программным комплексом «PS-C», используя метод осреднения функциональных поправок (сплошная линия) и метод исключения Гаусса (пунктирная линия) [61,63]

Решение прямой задачи, используя метод конечных разностей при отсутствии зоны проникновения ($d_{зп}/d_c = 1$) в виде палетки изображено на рис. 4.11 [36,37,79,94,102]. Сопоставление представленных палеток (рис. 4.8-4.9) с палеткой (рис. 4.10) в области тонких пластов ($h/d_c \leq 10$) показывает заметную разницу.

Это связано с тем, что в методе конечных разностей (сеток) при расчете в области тонких пластов поправочный коэффициент принимает “ураганные” значения и не может определить точное значение адсорбционного потенциала пласта. Напротив, метод интегральных уравнений более устойчив в области тонких пластов, при использовании неравномерной сетки [94]. Как показано ранее в работах [94,102] при $h/d_c > 10$ поправка принимает совпадающие значения.

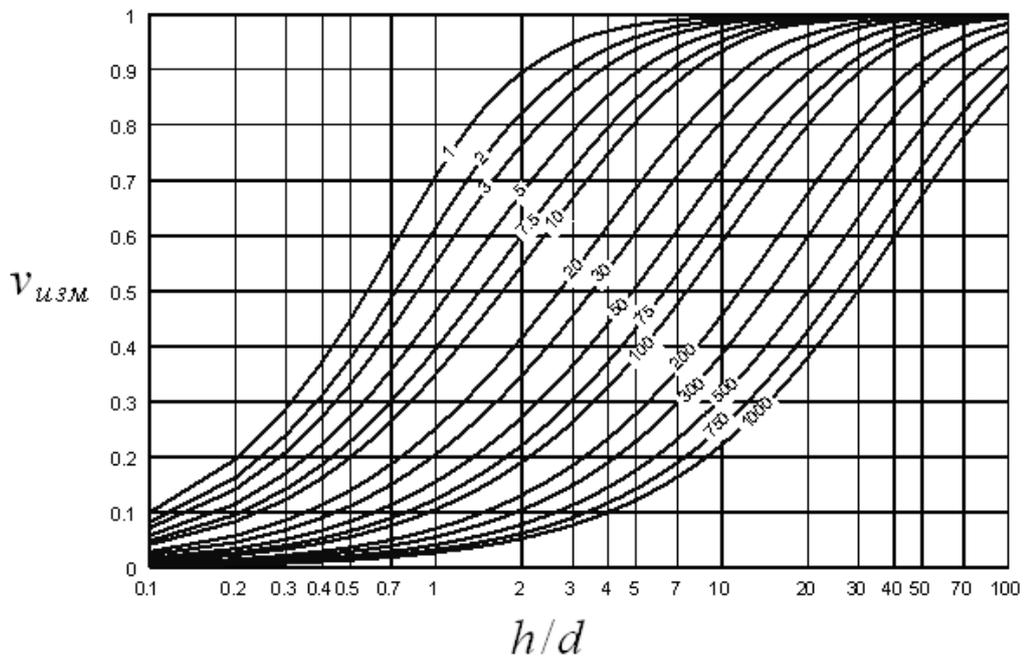


Рис. 4.11. Палетка $v_{изм} = f(h/d)$, рассчитанная методом конечных разностей при различных значениях $\rho_{пл}/\rho_c = \text{const}$ (шифр кривых) [36,37,79,94,102]

Как отмечалось в главе 2, используемые палетки Шлюмберже могут привести к существенным ошибкам при определении поправочного коэффициента, так как в них учитываются только симметричные модели с одинаковыми физико-геометрическими характеристиками покрывающего и подстилающего пластов.

Учет всех параметров неоднородностей в виде альбома палеток приведет к их несоразмерному увеличению количества, поэтому необходимо создать электронную палетку, которая позволит в компактном виде учитывать все физико-геометрические параметры.

4.3. Программный комплекс «Paletka_PS»

Для определения поправочного коэффициента и перехода от величины измеренного электрического потенциала к величине истинного адсорбционного потенциала пласта разработан программный комплекс «Paletka_PS» (рис. 4.12). Программный комплекс представляет собой исполняемый exe-файл «Paletka_PS.exe». В качестве вспомогательных exe-файлов могут служить программные модули, описанные в программном комплексе «PS-C» или «SP-AT» [66,78].

Parameter	Value	Unit
диаметр скважины	0.1	м
УЭС промывочной жидкости	1.0	Ом*м
мощность пласта	0.3	м
УЭС пласта	1.0	Ом*м
УЭС ЗП пласта	1.0	Ом*м
диаметр ЗП пласта	0.1	м
УЭС ПОК. пород	1.0	Ом*м
УЭС ПОД. пород	1.0	Ом*м
Разность между потенциалом ПОК. пород и измеренным потенциалом пласта	20.0	мВ
Потенциал ПОК. пород	60.0	мВ
Потенциал ПОД. пород	80.0	мВ
поправка	0.934	
Адсорбционный потенциал пласта	37.38	мВ

Рис. 4.12. Интерфейс программного комплекса «Paletka_PS» [66,78]

По каждому из совокупности введенных данных, таких как: диаметр скважины и зоны проникновения (ЗП) пласта, удельное электрическое

сопротивление (УЭС) пласта, ЗП пласта, промывочной жидкости, покрывающих (ПОК) и подстилающих (ПОД) пород, потенциалы покрывающих, подстилающих пород, а также разность между потенциалом покрывающих пород и измеренным потенциалом напротив середины изучаемого пласта-коллектора; программа определения поправочного коэффициента определяет значение параметра и выводит его в окне “Поправка” (2.28), а также рассчитывает истинное значение адсорбционного потенциала пласта (2.26) и выводит его в окне “Адсорбционный потенциал пласта” (рис. 4.12) [78]. Также можно обратиться к файлу с описанием программного комплекса.

Таблица 4.8

Расчет модели для теста программного комплекса «Paletka_PS» [78]

Параметры	значения
d_c , м	1
ρ_c , Ом·м	1
h , м	8
$\rho_{пл}$, Ом·м	1
$\rho_{зп}$, Ом·м	1
$d_{зп}$, м	1
$\rho_{вм1}$, Ом·м	1
$\rho_{вм2}$, Ом·м	
$U_{пок}$, мВ	55
$U_{под}$, мВ	
$U_{адс}$, мВ(заданный в «PS_C» и полученный в «Paletka_PS»)	-5
поправка $v_{изм}$ (рассчитанная в «Paletka_PS»)	0,897
поправка $v_{изм}$ (рассчитанная в «PS-C»)	0,898
$U_{пл}$ (заданный в «Paletka_PS», мВ	-2,7
$U_{пл}$ (рассчитанный в «PS-C»), мВ	-2,74
погрешность расчета потенциала	
абсолютная, мВ	0,04
относительная, %	1,5

Установим погрешность потенциала на середине пласта измеряемого на оси скважины не более 1 мВ, а относительную – не более 5%. Относительная

погрешность потенциала и поправки равны. Возьмем параметры, которые рассчитываются только в результате интерполяции для оценки точности расчета моделей в программном комплексе «Paletka_PS», т.е. потенциала и поправки и сравним с результатом, посчитанном в программном комплексе «PS-C». Рассмотрим следующие модели с заданием параметров случайным образом (таблица 4.8, таблица 4.9).

Таблица 4.9

Расчет модели для теста программного комплекса «Paletka_PS» [78]

Параметры	значения
d_c , м	1
ρ_c , Ом·м	1
h , м	2
$\rho_{пл}$, Ом·м	1
$\rho_{зп}$, Ом·м	7
$d_{зп}$, м	2
$\rho_{вм1}$, Ом·м	1
$\rho_{вм2}$, Ом·м	
$U_{пок}$, мВ	55
$U_{под}$, мВ	
$U_{адс}$, мВ (заданный в «PS_C» и полученный в «Paletka_PS»)	-5
поправка $v_{изм}$ (рассчитанная в «Paletka_PS»)	0,542
поправка $v_{изм}$ (рассчитанная в «PS-C»)	0,543
$U_{пл}$ (заданный в «Paletka_PS»), мВ	11,86
$U_{пл}$ (рассчитанный в «PS-C»), мВ	11,85
погрешность расчета потенциала	
абсолютная, мВ	0,01
относительная, %	0,09

По результатам проведенного анализа значений потенциала пласта (таблица 4.8, таблица 4.9) при интерполяции в программном комплексе «Paletka_PS» [66] относительная погрешность не превышает 2%, а абсолютная – менее 1 мВ от значений потенциала пласта, рассчитанных в программном комплексе «PS-C», что

удовлетворяет заданной погрешности. Это означает, что программный комплекс «Paletka_PS» [66] осуществляет восстановление адсорбционного потенциала по известному измеренному значению потенциала пласта [51,66,78].

Электронные палетки, в отличие от используемых палеток Шлюмберже, более точно определяют поправочный коэффициент, так как в них учитываются модели с различными физико-геометрическими характеристиками покрывающего и подстилающего пластов. Достоинствами данного метода определения поправочного коэффициента являются высокая технологичность, низкая трудоемкость и более полный учет различий в свойствах подстилающих и перекрывающих пород.

4.4. Программный комплекс «PS-F»

Созданное программное обеспечение в виде программного комплекса «PS-F» предназначено для расчета фильтрационного потенциала на оси скважины, в слоистой электрически неоднородной среде, реализующее выражения (2.31)-(2.38). [70]

Программный комплекс «PS-F» является программной реализацией прямой трехмерной задачи для модели с цилиндрической симметрией и производит расчет потенциала на оси скважины по заданным физико-геометрическим и фильтрационно-емкостным характеристикам среды и пласта. В числе физико-геометрических и фильтрационно-емкостных факторов, влияющих на величину потенциала, кроме мощностей пластов и учитываются диаметры скважины и зон проникновения фильтра бурового раствора в проницаемые части пластов и удельные электропроводности раствора, пластов и зон проникновения, потенциалы течения и проницаемости пластов. [70]

Программный комплекс «PS-F» представляет собой основной каталог, в котором расположены рабочие исполняемые exe-файлы, а также подкаталоги для хранения вспомогательных файлов:

- файлы с исходными данными и описанием их структуры;

- файлы с протоколом исходных данных и результатов расчетов, т.е. где результатом является фильтрационный потенциал и его вертикальный градиент на оси скважины в слоистой среде и поправка за фильтрацию;
- файл с описанием программного комплекса.

Состав программного комплекса:

- командный файл для запуска в графическом режиме работы «PS_F.exe», содержащий возможность ввода исходных физико-геометрических и фильтрационно-емкостных данных;
- программа обработки исходных физико-геометрических и фильтрационно-емкостных данных «INPUT_F.EXE»;
- программа графического изображения геометрии модели «INPUT_GRAF.EXE»;
- программа расчета градиента давления «GRADP_F.EXE», реализующая интегральное уравнение (2.38), записанное в обобщенном виде (3.1), сводиться к дискретному виду (3.10) или СЛАУ (3.11-3.12);
- программа расчета градиента давления «GRADP_FT.EXE», реализующая интегральное уравнение (2.38), записанное в обобщенном виде (3.28), используя при решении метод осреднения функциональных поправок (3.30-3.34);
- программа расчета потенциал и напряженности источника давления (поля течения) в однородной среде «NORM_F.EXE», реализующая выражения (2.33) и (2.35);
- программа расчета потенциала и напряженности источника давления (поля течения) в неоднородной среде «ANOM_F.EXE», реализующая выражения (2.32) и (2.34). Интегральное уравнение (2.34), записанное в обобщенном виде (3.13), сводиться к дискретному виду (3.17) или СЛАУ (3.18-3.19), а интегральная формула (2.32) – к обобщенному (3.38) и дискретному (3.40) видам;
- программа расчета потенциала и напряженности источника давления (поля течения) в неоднородной среде «ANOM_FT.EXE», реализующая выраже-

ния (2.32) и (2.34). Интегральное уравнение (2.34), записанное в обобщенном виде (3.28), используя при решении метод осреднения функциональных поправок (3.30-3.34), а интегральная формула (2.32) – к обобщенному (3.38) и дискретному (3.40) видам;

- программа графического представления результатов расчетов электрического потенциала и напряженности на оси скважины «GRAF_F.EXE»;
- программа внесения поправки за фильтрацию «poravka_F.exe» для корректировки измеренного потенциала ПС.

Графическая реализация программного комплекса «PS_F» аналогична программному комплексу «PS-C».

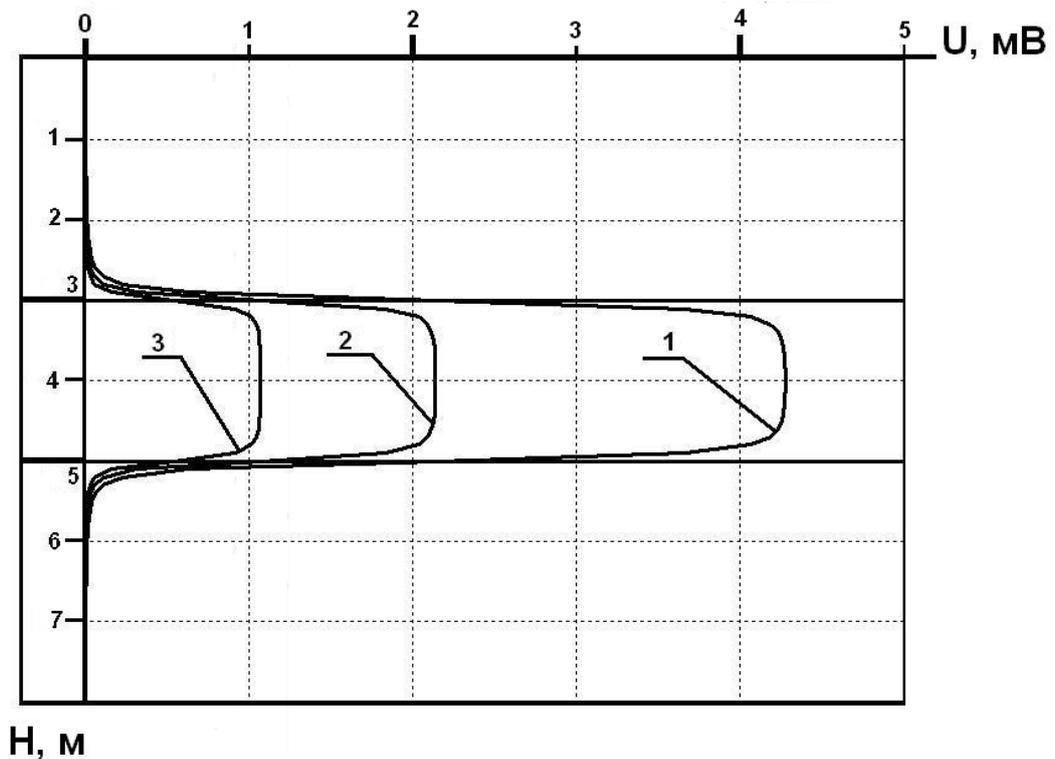


Рис. 4.13. Кривые фильтрационного потенциала на оси скважины при заданных параметрах и дебите скважины $Q = 2 \text{ м}^3/\text{сутки}$ (линия 1); $Q = 1 \text{ м}^3/\text{сутки}$ (линия 2); $Q = 0,5 \text{ м}^3/\text{сутки}$ (линия 3) [49]

Расчеты потенциалов течения, реализованные с помощью программного комплекса «PS_F» и представленные на рис. 4.13, выполнены при следующих фи-

зико-геометрических параметрах: диаметр скважины $d_C = 0,2$ м; мощность продуктивного пласта $h = 2$ м; отношение коэффициентов потенциала течения в неоднородной и во вмещающей средах $L/L_0=100$ при $L_0 = 1,5 \cdot 10^{-6}$ В/Па; отношение проницаемостей в неоднородной и во вмещающей средах $c/c_0=100$ при $c_0=10^{-13}$ м²; радиус контура питания 30 м при подавлении различных дебитов Q скважины [49].

Так как на рис. 4.8 $h/d_C = 10$, то разница между результатами потенциала фильтрации, полученными при решении систем интегральных уравнений для напряженности поля и градиента давления, а именно методом исключения Гаусса и методом осреднения функциональных поправок, незначительна, и составила сотые доли милливольт [57].

Величина электрического потенциала фильтрации, создаваемого подавлением течения флюида из проницаемых пород пласта-коллектора в скважину при положительном дебите, возникающем за счет превышения гидростатического давления над литостатическим давлением горных пород, может вносить заметный вклад в измеряемый потенциал [49]. Потенциал фильтрации при подавлении дебита имеет положительную величину и носит локальный характер с максимумом потенциала напротив середины проницаемого пласта, представленного обычно песчаниками, среди плохо проницаемых глинистых отложений, поскольку их контрастность проницаемостей может составлять величину до двух и более порядков. При интерпретации материалов каротажа методом ПС необходим учет величины потенциала фильтрации при подавлении дебита, поскольку, складываясь с величиной потенциала адсорбции, он уменьшает локальную аномалию потенциала ПС. В дальнейшем это приведет к завышению определяемого собственного адсорбционного потенциала пласта-коллектора $U_{АДС}$ и, соответственно, к занижению его удельной поверхностью.

Обратная ситуация, величина электрического потенциала фильтрации, создаваемого течением флюида из проницаемых пород пласта-коллектора в скважину при положительном дебите, возникающем за счет превышения литостатического давления горных пород над гидростатическим давлением [49]. Потенциал

фильтрации имеет отрицательную величину и носит локальный характер с минимумом потенциала напротив середины проницаемого пласта, представленного обычно песчаниками, среди плохо проницаемых глинистых отложений, поскольку их контрастность проницаемостей может составлять величину до двух и более порядков. При интерпретации материалов каротажа методом ПС необходим учет величины потенциала фильтрации, поскольку, складываясь с величиной потенциала адсорбции, он увеличивает локальную аномалию потенциала ПС. В дальнейшем это приведет к завышению определяемого собственного адсорбционного потенциала пласта-коллектора $U_{АДС}$ и, соответственно, к завышению его удельной поверхности. Но такая ситуация может привести к аварийной ситуации, что не допустимо, так как может привести к существенным материальным потерям.

4.5. Программный комплекс «PS-DT»

Созданное программное обеспечение в виде программного комплекса «PS-DT» предназначено для расчета диффузионного потенциала на оси скважины, в слоистой электрически неоднородной среде, реализующее выражения (2.18), (2.40)-(2.44), (2.59). [67]

Программный комплекс «PS-DT» является программной реализацией прямой трехмерной задачи для модели с цилиндрической симметрией для расчета электрического поля, создаваемого диффузией вещества (или раствора) по формуле В. Нернста и производит расчет потенциала на оси скважины по заданным физико-геометрическим и фильтрационно-емкостным характеристикам среды и пласта, а также во времени. В числе физико-геометрических и фильтрационно-емкостных факторов, влияющих на величину потенциала, кроме мощностей пластов и учитываются диаметры скважины и зон проникновения фильтрата бурового раствора в проницаемые части пластов и удельные электропроводности и концентрации раствора, пластов и зон проникновения. [67]

Программный комплекс «PS-DT» представляет собой основной каталог, в

котором расположены рабочие исполняемые exe-файлы, а также подкаталоги для хранения вспомогательных файлов:

- файлы с исходными данными и описанием их структуры;
- файлы с протоколом исходных данных и результатов расчетов, т.е. где результатом является диффузионный потенциал на оси скважины в слоистой среде и поправка за диффузию;
- файл с описанием программного комплекса.

Состав программного комплекса:

- командный файл для запуска в графическом режиме работы «PS_DT.exe» содержащий возможность ввода исходных физико-геометрических и фильтрационно-емкостных данных;
- программа обработки и расчета диффузионного потенциала в неоднородной среде «iznach_DT.exe» в момент прекращения бурения, реализующая выражения (2.40);
- программа графического изображения геометрии модели «IN-PUT_GRAF_DT.EXE»;
- программа обработки и расчета диффузионного потенциала в неоднородной среде «kopesh_DT.exe» в момент, когда диффузионная зона оказалась в равновесном состоянии, реализующая выражения (2.18) и (2.59);
- программы обработки и расчета диффузионного потенциала в неоднородной среде в произвольный момент времени с точным (2.60) «promeg_DT.exe» и приближенным (2.60) «promegpribl_DT.exe» решениями, реализующие выражения (2.18);
- программа внесения поправки за диффузию «popravka_DT.exe» для корректировки измеренного потенциала ПС.

Графическая реализация программного комплекса «PS-DT» аналогична программному комплексу «PS-C».

С помощью программного комплекса «PS-DT» можно установить изменение размера зоны проникновения и время установления равновесного состояния в

скважине.

Примем диаметр скважины $d_c = 0,1$ м, мощность продуктивного пласта $h = 2$ м и отношения концентраций $\frac{C_{пок}}{C_{нж}} = \frac{C_{под}}{C_{нж}} = 2$, $\frac{C_{пл}}{C_{нж}} = 3$ или $\frac{C_{пок}}{C_{нж}} = \frac{C_{под}}{C_{нж}} = \frac{1}{3}$, $\frac{C_{пл}}{C_{нж}} = \frac{1}{2}$, где $C_{пок}$, $C_{под}$, $C_{пл}$, $C_{нж}$ – концентрации вещества в покрывающем, подстилающем, продуктивном пластах и концентрация вещества в промывочной жидкости соответственно, кг-экв/м³. На рис. 4.14 слева штриховая линия – $C_{zn} = C_{нж}$, диаметр зоны проникновения $d_{zn} = 1$ м; сплошная линия – $d_{zn} = 0$ м. Время установления равновесного состояния около 500 дней. При этом считается, что концентрации пластовых вод и промывочной жидкости неизменно. На рис. 4.14 справа штриховая линия – $C_{zn} = C_{нж}$, $d_{zn} = 0,3$ м; сплошная линия – $d_{zn} = 0$ м. Время установления равновесного состояния около 43 дней [48,53].

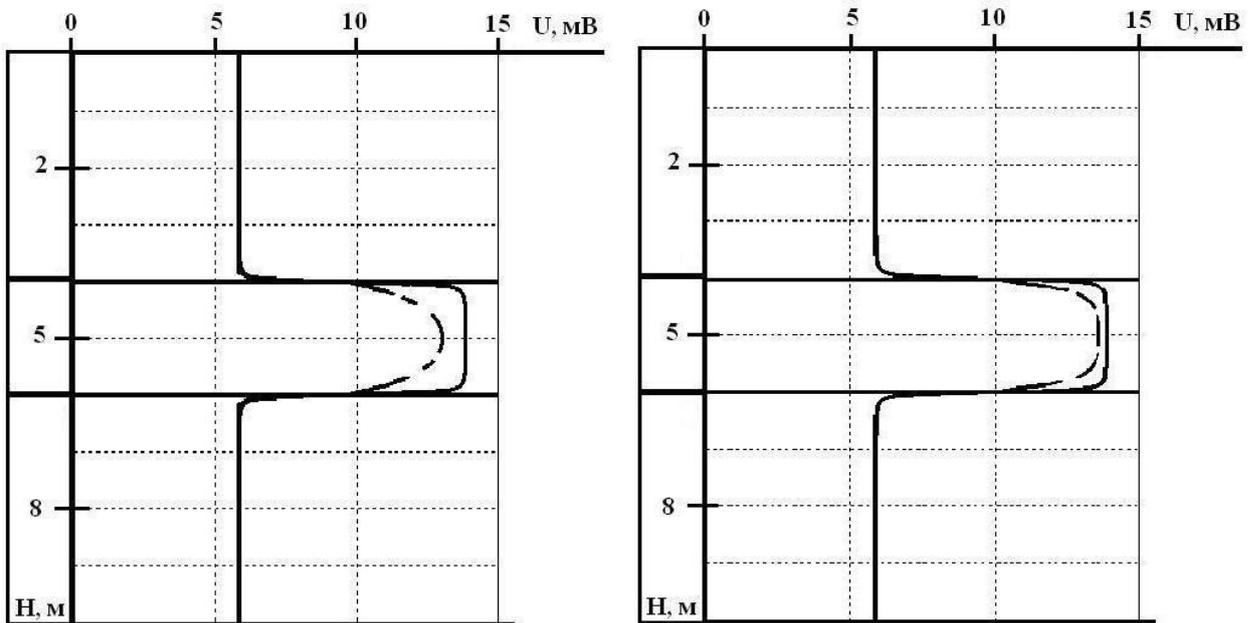


Рис. 4.14. Кривые диффузионного потенциала на оси скважины при различных диаметрах зоны проникновения и концентрациях вещества для единичной валентности анионов [48,53]

4.6. Программные комплексы «PS-D» и «PS-DK»

Созданное программное обеспечение в виде программных комплексов «PS-D» и «PS-DK» предназначено для расчета фильтрационного потенциала на оси скважины, в слоистой электрически неоднородной среде, реализующее выражения (2.31), (2.38), (2.47)-(2.44), (2.51-2.54). [68,69]

Программные комплексы «PS-D» [68] и «PS-DK» [69] являются программной реализацией прямой трехмерной задачи для модели с цилиндрической симметрией для расчета электрического поля, создаваемого диффузией вещества (раствора) без учета и с учетом конвективного переноса и производят расчет потенциала по заданным физико-геометрическим и фильтрационно-емкостным характеристикам среды и пласта, а также во времени. В числе физико-геометрических и фильтрационно-емкостных факторов, влияющих на величину потенциала, кроме мощностей пластов учитываются диаметры скважины и зон проникновения фильтра бурового раствора в проницаемые части пластов, а также удельные электропроводности и концентрации раствора, пластов и зон проникновения, коэффициенты пористости пластов. [68,69]

Программные комплексы «PS-D» и «PS-DK» представляют собой основной каталог, в котором расположены рабочие исполняемые exe-файлы, а также подкаталоги для хранения вспомогательных файлов:

- файлы с исходными данными и описанием их структуры;
- файлы с протоколом исходных данных и результатов расчетов, где результатом является фильтрационный потенциал и его градиенты на оси скважины в слоистой среде и поправка за фильтрацию;
- файл с описанием программного комплекса.

Состав программного комплекса «PS-D»:

- командный файл для запуска в графическом режиме работы «PS_D.exe», содержащий возможность ввода исходных физико-геометрических и фильтрационно-емкостных данных;
- программа обработки исходных физико-геометрических и фильтрационно-

емкостных данных «INPUT_D.EXE»;

- программа графического изображения геометрии модели «INPUT_GRAF_D.EXE»;
- программа расчета концентрации и градиента концентрации «GRADC_D.EXE», реализующая выражения (2.47) и (2.48). Интегральное уравнение (2.48), записанное в обобщенном виде (3.1), сводится к дискретному виду (3.10) или СЛАУ (3.11-3.12), а интегральная формула (2.47) – к обобщенному (3.35) и дискретному (3.37) видам;
- программа расчета концентрации и градиента концентрации «GRADC_DT.EXE», реализующая выражения (2.47) и (2.48). Интегральное уравнение (2.48), записанное в обобщенном виде (3.28), используя при решении метод осреднения функциональных поправок (3.30-3.34), а интегральная формула (2.47) – к обобщенному (3.35) и дискретному (3.37) видам;
- программа расчета потенциала и напряженности диффузионного потенциала в однородной среде «NORM_D.EXE», реализующая выражения (2.53) и (2.56);
- программа расчета потенциала и градиента диффузионного потенциала в неоднородной среде «ANOM_D.EXE», реализующая выражения (2.54) и (2.55). Интегральное уравнение (2.55), записанное в обобщенном виде (3.13), сводится к дискретному виду (3.17) или СЛАУ (3.18-3.19), а интегральная формула (2.54) – к обобщенному (3.38) и дискретному (3.40) видам;
- программа расчета потенциала и градиента диффузионного потенциала в неоднородной среде «ANOM_DT.EXE», реализующая выражения (2.54) и (2.55). Интегральное уравнение (2.55), записанное в обобщенном виде (3.28), используя при решении метод осреднения функциональных поправок (3.30-3.34), а интегральная формула (2.55) – к обобщенному (3.38) и дискретному (3.40) видам;
- программа графического представления результатов расчетов электриче-

ского потенциала и напряженности электрического поля на оси скважины «GRAF_D.EXE»;

- программа внесения поправки за фильтрацию «poravka_D.exe» для корректировки измеренного потенциала ПС.

Состав программного комплекса «PS-DK»:

- командный файл для запуска в графическом режиме работы «PS_DK.exe», содержащий возможность ввода исходных физико-геометрических и фильтрационно-емкостных данных;
- программа обработки исходных физико-геометрических и фильтрационно-емкостных данных «INPUT_DK.EXE»;
- программа графического изображения геометрии модели «INPUT_GRAF_DK.EXE»;
- программа расчета градиента давления «GRADP_DK.EXE», реализующая выражения (2.38). Интегральное уравнение (2.38), записанное в обобщенном виде (3.1), сводится к дискретному виду (3.10) или СЛАУ (3.11-3.12);
- программа расчета градиента давления «GRADP_DKT.EXE», реализующая интегральное уравнение (2.38), записанное в обобщенном виде (3.28), используя при решении метод осреднения функциональных поправок (3.30-3.34);
- программа расчета градиента концентрации и градиента концентрации «GRADC_DK.EXE», реализующая выражения (2.60) и (2.61). Интегральное уравнение (2.61), записанное в обобщенном виде (3.20), сводится к дискретному виду (3.25) или СЛАУ (3.26-3.27), а интегральная формула (2.60) – к обобщенному (3.41) и дискретному (3.43) видам;
- программа расчета концентрации и градиента концентрации «GRADC_DKT.EXE», реализующая выражения (2.60) и (2.61). Интегральное уравнение (2.61), записанное в обобщенном виде (3.28), используя при решении метод осреднения функциональных поправок (3.30-3.34), а интегральная формула (2.60) – к обобщенному (3.41) и дискретному (3.43) видам;

- программа расчета потенциала и градиента диффузионного потенциала в однородной среде «NORM_DK.EXE», реализующая выражения (3.31) и (2.56);
- программа расчета потенциала и градиента диффузионного потенциала в неоднородной среде «ANOM_DK.EXE», реализующая выражения (2.54) и (2.55). Интегральное уравнение (2.55), записанное в обобщенном виде (3.13), сводится к дискретному виду (3.17) или СЛАУ (3.18-3.19), а интегральная формула (2.54) – к обобщенному (3.38) и дискретному (3.40) видам;
- программа расчета потенциала и градиента диффузионного потенциала в неоднородной среде «ANOM_DKT.EXE», реализующая выражения (2.50) и (2.55). Интегральное уравнение (2.55), записанное в обобщенном виде (3.28), используя при решении метод осреднения функциональных поправок (3.30-3.34), а интегральная формула (2.54) – к обобщенному (3.38) и дискретному (3.40) видам;
- программа графического представления результатов расчетов электрического потенциала и напряженности на оси скважины «GRAF_DK.EXE»;
- программа внесения поправки за фильтрацию «porravka_DK.exe» для корректировки измеренного потенциала ПС.

Графическая реализация программных комплексов «PS_D» и «PS_DK» аналогична программному комплексу «PS_C».

На рис. 4.15 и 4.16 приведены результаты расчетов диффузионного потенциала с учетом и без учета конвекции на оси скважины, реализованного программными комплексами «PS-D» и «PS-DK», при следующих физико-геометрических параметрах: радиус скважины $d_c = 0,2$ м, отношение проницаемостей $c/c_0 = 100$, если $c_0 = 10^{-13}$ м², концентрация солей C : во вмещающих породах 30 кг-экв/м³, в промывочной жидкости 8 кг-экв/м³ с коэффициентом пористости 0.1, в продуктивном пласте 40 кг-экв/м³, мощность пласта $h = 5$ м (рис. 4.15) и $h = 10$ м с коэффициентом пористости 0,6 (рис. 4.16) в однородной по электропроводности среде $\sigma_0 = 0,01$ См/м при различных дебитах. Так как на рис.4.15-4.16 $h/d_c > 10$, то

разница между результатами потенциала диффузии, полученными при решении систем интегральных уравнений для напряженности поля, градиента давления и концентрации, а именно методом исключения Гаусса и методом осреднения функциональных поправок, несущественна, и составила сотые доли милливольт [76,77].

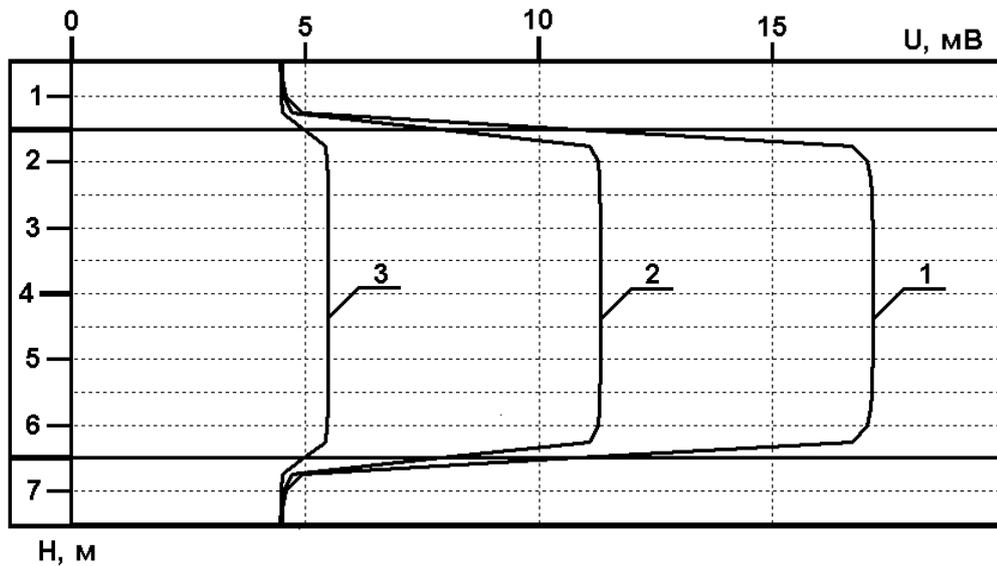


Рис. 4.15. Кривые диффузионного потенциала на оси скважины для пласта мощностью $h = 5$ м при дебитах Q : $2 \text{ м}^3/\text{сутки}$ (1); $1 \text{ м}^3/\text{сутки}$ (2); $0 \text{ м}^3/\text{сутки}$ (3) [77]

Из рис. 4.15-4.16 следует, что электрический потенциал, создаваемый диффузией растворов солей из пор горных пород в пространство скважины, заполненной буровым раствором (промывочной жидкостью) без учета конвекции ($Q = 0 \text{ м}^3/\text{сутки}$) является положительным, составляет величину порядка $10 \div 15$ мВ и может вносить заметный вклад в измеряемый потенциал [77]. Потенциал диффузии без учета конвективного переноса имеет положительную величину и, поскольку как пласт-коллектор (песчаники), так и вмещающие породы (глинистые отложения) обладают пористостью одного порядка, складываясь с адсорбционным потенциалом, приводит к изменению величины измеряемого потенциала по всему стволу скважины.

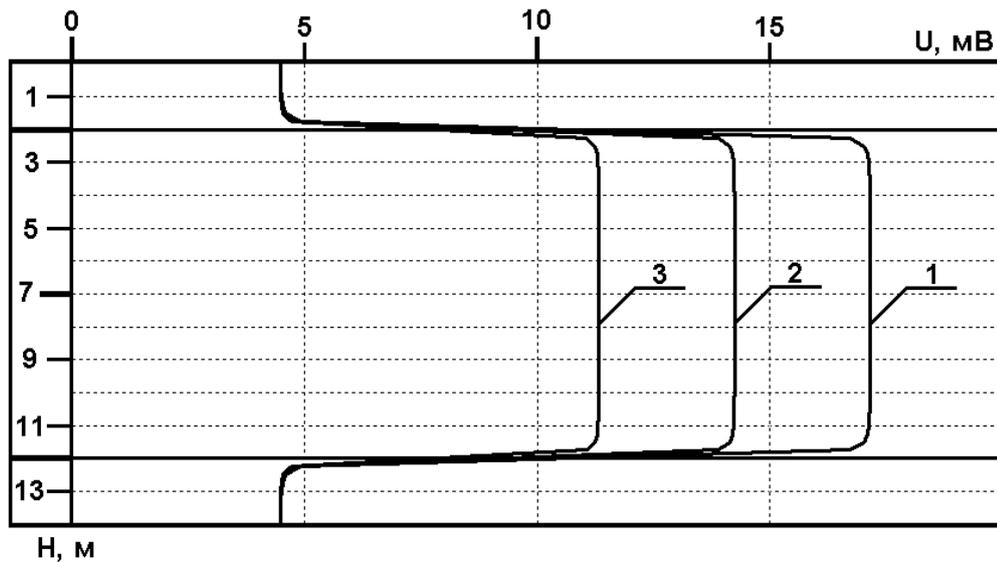


Рис. 4.16. Кривые диффузионного потенциала на оси скважины для пласта мощностью $h = 10$ м при дебитах Q : 2 м³/сутки (1); 1 м³/сутки (2); 0 м³/сутки (3) [77]

По мере выстаивания скважины после прекращения бурения и установления равновесного состояния среды, величина диффузионного потенциала увеличивается. Кроме требуемых режимных измерений потенциала ПС, для определения вклада диффузионного потенциала, необходимо учитывать уменьшение сопротивления бурового раствора (промывочной жидкости), поскольку происходит засоление промывочной жидкости фильтратом пластового флюида, что приводит к дополнительному уменьшению измеряемого потенциала по оси скважины.

4.7. Вклад в потенциал ПС потенциалов адсорбции, диффузии и течения

В заключение этой главы приведен пример расчетов потенциала ПС на оси скважины, пересекающей пласт, с учетом всех эффектов возникновения электрического поля – адсорбции, диффузии и течения для оценки возможной погрешности, получаемой при определении поправочного коэффициента $V_{изм}$.

На рис. 4.17 приведены кривые потенциалов ПС, рассчитанные с помощью

программных комплексов «PS-C», «PS-F» и «PS-DK», при следующих физико-геометрических параметрах: диаметры скважины $d_C = 0,2$ м; мощность пласта $h = 3$ м; величины адсорбционных потенциалов пласта, покрывающих и подстилающих сред соответственно равны -5 мВ, 55 мВ и 35 мВ.

Кривая 1 показывает величину и характер адсорбционного потенциала при удельных электропроводностях вмещающей среды $\sigma_0 = 1$ См/м; промывочной жидкости $\sigma_{ПДЖ} = 1$ См/м; пласта $\sigma_{ПДЛ} = 0,02$ См/м.

Кривая 2 – потенциал адсорбции с теми же параметрами с учетом электрического поля диффузии при концентрации солей C : во вмещающих породах 30 кг-экв/м³; в промывочной жидкости 8 кг-экв/м³; в пласте 40 кг-экв/м³; коэффициенты пористости вмещающих пород $0,1$ и пласта $0,2$.

Кривая 3 – потенциал адсорбции и диффузии с теми же параметрами с учетом электрического поля фильтрации при отношении проницаемостей $c/c_0 = 10^3$, если $c_0 = 10^{-13}$ м²; коэффициенты потенциала течения пласта $L = 8 \cdot 10^{-6}$ В/Па, вмещающей среды $L_0 = 0,4 \cdot 10^{-8}$ В/Па; радиус контура питания 30 м при подавлении дебита жидкости из скважины $Q = 1$ м³/сутки.

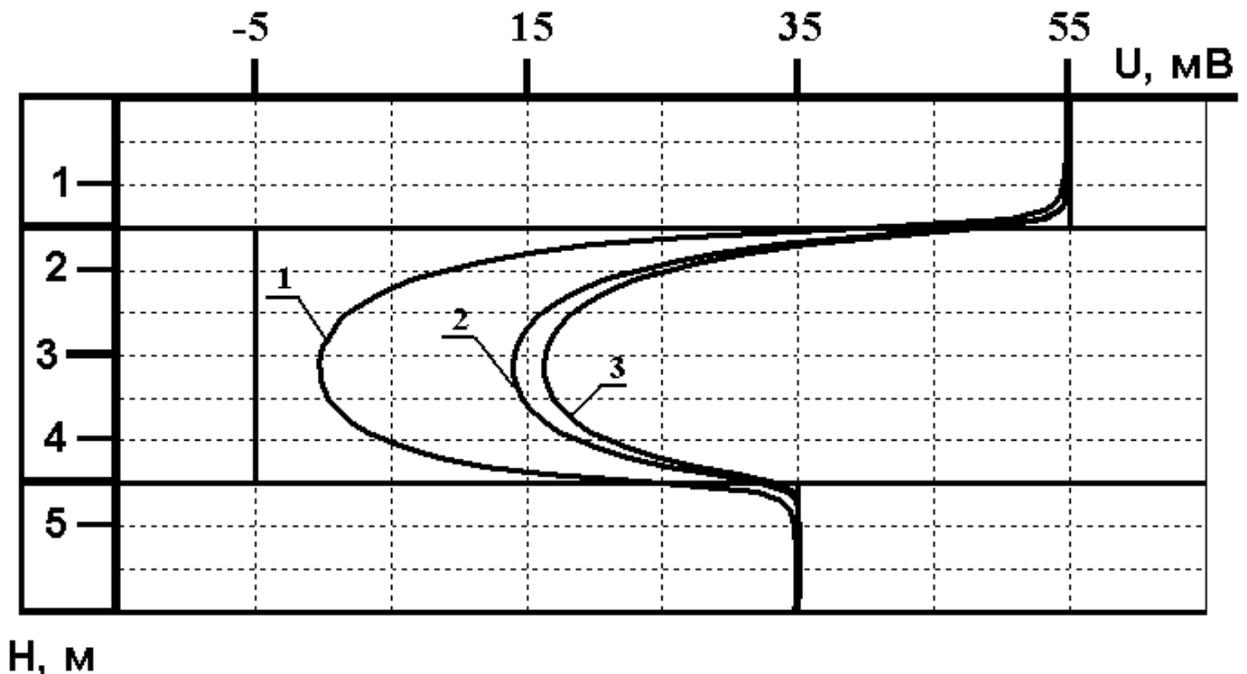


Рис. 4.17. Кривые потенциала ПС на оси скважины:

- 1 – потенциал адсорбции; 2 – потенциал адсорбции с диффузией;
- 3 – потенциал адсорбции с диффузией и фильтрацией [55,63]

Величины поправочных коэффициентов $\nu_{изм}$ и собственных адсорбционных потенциалов $U_{АДС}$, определяемые по значениям потенциалов напротив середины пласта, составляют:

1. – по потенциалу адсорбции (кривая 1) $\nu_{изм} = 0,83$, собственный адсорбционный потенциал $U_{АДС} = -5$ мВ;
2. – по потенциалу адсорбции с диффузией (кривая 2) $\nu_{изм} = 0,93$, собственный адсорбционный потенциал $U_{АДС} = 11$ мВ;
3. – по потенциалу адсорбции с диффузией и фильтрацией (кривая 3) $\nu_{изм} = 0,94$, собственный адсорбционный потенциал $U_{АДС} = 13$ мВ.

Абсолютные погрешности определения собственного потенциала пласта $U_{АДС}$ составляют величины 16 мВ и 18 мВ соответственно для случаев 2 и 3 для модели рис. 4.17 [55,63]. В случае стационарного состояния диффузионный и фильтрационный потенциалы равны нулю.

Из приведенного примера следует, что при интерпретации материалов каротажа методом ПС без учета эффектов электрического поля, создаваемого диффузией вещества и течения флюидов из вмещающей среды в пространство скважины, определяемая величина собственного потенциала $U_{АДС}$ продуктивного пласта может вдвое и более отличаться от истинной. В дальнейшем, установленная связь между $U_{АДС}$ и $S_{уд}$, приведет к неточной оценке свойств пород коллекторов, т.е. радиусу пор исследуемого пласта.

Заключение:

1. Представлены результаты математического моделирования с помощью различных программных комплексов, зарегистрированных в государственном реестре программ для ЭВМ.

2. В стационарном состоянии, используя уравнение потенциала адсорбции для двойного электрического слоя на границе твердое тело–жидкость с учетом физико-геометрических и электрохимических параметров среды, приведены

каротажные кривые и выполнено теоретическое моделирование.

3. Величины электрических потенциалов диффузии и фильтрации могут вносить заметный дополнительный вклад в измеряемый потенциал спонтанной поляризации и необходим их учет для более точного определения величины адсорбционного потенциала пласта-коллектора при определении его фильтрационно-емкостных параметров.

4. Сопоставлены результаты электрического потенциала адсорбции, диффузии и фильтрации на середине пласта-коллектора при решении систем интегральных уравнений методом осреднения функциональных поправок и методом исключения Гаусса. Более точный результат расчета потенциала ПС получается при использовании метода осреднения функциональных поправок.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате проведенных исследований определены перспективы для более успешного использования метода ПС, связанные с разработкой и программной реализацией общей алгоритмической основы для определения фильтрационно-емкостных свойств горных пород по данным каротажа методом спонтанной поляризации.

Во-первых, с применением электронной палетки вычисления поправочного коэффициента для перехода от значений измеренного электрического потенциала спонтанной поляризации ПС на оси скважины напротив пласта-коллектора к истинной величине адсорбционного потенциала пород, который в свою очередь связан с радиусом пор, т.е. с удельной поверхностью.

Во-вторых, с привлечением дополнительных данных для учета всех компонентов, составляющих измеряемое электрическое поле, а именно: электрического поля течения и диффузии вещества с целью выделения потенциала, связанного с адсорбцией. Дополнительный вклад в основной потенциал адсорбции двух потенциалов диффузии и течения приводит как к завышению, так и к занижению определяемого коэффициента пористости с вытекающими отсюда последствиями для подсчета запасов.

Улучшение качества интерпретации материалов измерений методом ПС связано с корректировкой подходов к обработке данных и привлечением результатов исследований другими методами каротажа и данными лабораторных исследований. Такими исходными данными и применяемыми для их определения методами каротажа являются: диаметр скважины (по результатам метода кавернометрии), диаметр и удельное электрическое сопротивление (УЭС) зоны проникновения пласта (по данным методов высокочастотного индукционного каротажного изопараметрического зондирования (ВИКИЗ) и бокового каротажного зондирования (БКЗ)), УЭС промывочной жидкости (по данным резистивиметрии), УЭС пласта, УЭС покрывающих и подстилающих пород (по данным методов ВИКИЗ, БКЗ и кажущегося сопротивления (КС)).

Исходные данные, необходимые для учета электрических эффектов течения и диффузии вещества, основываются на данных методов расходомерии и дебитомерии, а также лабораторных исследованиях состава и концентрации солей во флюидах, насыщающих пористые коллекторы, и в промывочной жидкости скважины.

Для практического применения выполненных исследований необходимо провести дополнительные экспериментальные исследования по динамике диффузионного потенциала при режимных измерениях в скважине, а также исследования фильтрационного потенциала при напорном и безнапорном режимах работы скважины.

В настоящей работе рассмотрены практически все физические аспекты теории каротажа методом ПС, кроме потенциалов физико-химического происхождения (окислительно-восстановительных) и предложены новые оригинальные подходы, которые позволяют надеяться на повышение эффективности его применения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Абатуров В. Г. Разрушение горных пород при бурении нефтяных и газовых скважин (часть 1 - Механические свойства горных пород) / В. Г. Абатуров, А. Ф. Семененко // Тюмень: ТюмГНГУ. 2007. 24 с.
2. Абрикосов А. И. Прямая задача распределения поля потенциалов собственной поляризации в скважине в неоднородных средах / А. И. Абрикосов. – Нефтегаз. геол. и геофизика, 1978, вып. 6. – С. 24-27.
3. Айзерман М. А. Классическая механика / М. А. Айзерман. – М.: Наука, 1980. 368 с.
4. Альбом палеток и номограмм для интерпретации промыслово-геофизических данных. – М.: Недра, 1984. – 200 с.
5. Антропов Л. И. Теоретическая электрохимия / Л. И. Антропов. – М.: Высшая школа, 1965. – 512 с.
6. Аравин В. И. Теория движения жидкостей и газов в недеформируемой пористой среде / В. И. Аравин, С. Н. Нумеров. – М.: Гостеортехиздат, 1953. – С. 39-46.
7. Ахметзянов Р. Р., Жернаков В. Н. Моделирование свойств бурового раствора при различных составах и концентрациях неорганических солей / Ахметзянов Р. Р., В. Н. Жернаков // Нефтяное хозяйство. – 2019. – №4. – С. 33–37. DOI: 10.24887/0028-2448-2019-4-33-37.
8. Базаев В. К. Физико-механическое обоснование гидравлического разрушения пород при скважинно-гидравлической разработке россыпных месторождений / В. К. Базаев, Н. Г. Валиев, Д. И. Симисинов // Горный журнал. – 2015. – № 12. – С. 25–27. DOI: 10.17580/gzh.2015.12.05.
9. Балданов М. М. К проблеме радиусов гидратированных ионов / М. М. Балданов, Д. М. Балданова, С. Б. Жигжитова, Б. Б. Танганов // ДАН ВШ России. 2006. Т. 2. С. 32-37.

10. Баранов В. Я. Электрокинетические явления. Учебное пособие / В. Я. Баранов, В. И. Фролов. – М.: ФГУП «Нефть и газ», РГУ нефти и газа им. И.М. Губкина, 2007. – 54 с.
11. Батыгин В. В. Современная электродинамика, часть 1. Микроскопическая теория: Учебное пособие / В. В. Батыгин, И. Н. Топтыгин. – Москва-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2002. – 736 с.
12. Беспалова Ж. И. Поверхностные явления и адсорбция / Ж. И. Беспалова, Н. В. Смирнова, И. А. Пятерко. – 2-е изд. перераб. и доп.– Новочеркасск: ЮРГТУ (НПИ). 2010. 82 с.
13. Бокий Г. Б. Кристаллохимия. / Г. Б. Бокий. – 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Наука. 1971. 400 с.
14. Брунауэр С. Адсорбция газов и паров / С. Брунауэр. – М.: Ил. 1984. 849 с.
15. Будаков Б. М. Сборник задач по математической физике / Б. М. Будаков, А.А. Самарский, А. Н. Тихонов. – М.: Наука, 1972. – 688 с.
16. Булатов А. И. Техника и технология бурения нефтяных скважин / А. И. Булатов, Ю. М. Проселков, С. А. Шаманов. – М.: ООО «Недра-Бизнесцентр». – 2003. – 1007 с.
17. Бурсиан В. Р. К вопросу о распределении потенциала вдоль оси скважины при наличии диффузионных (контактных) э.д.с / В. Р. Бурсиан. – Бюллетень нефтяной геофизики, 1936, вып. 3. – С. 65–102.
18. Ванько В. И. Вариационное исчисление и оптимальное управление: Учеб. для вузов / В. И. Ванько, О. В. Ермошина, Г. Н. Кувыркин. Под. ред. В.С. Зарубина, А. П. Крищенко. – 3-е изд.– М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2006, – 488 с.
19. Вендельштейн Б. Ю. Исследование разрезов нефтяных и газовых скважин методом собственных потенциалов / Б. Ю. Вендельштейн. – М.: Недра, 1966. – 206 с.
20. Вендельштейн Б. Ю. О связи между параметрами пористости, коэффициентом поверхностной проводимости, диффузионно-адсорбционной актив-

- ностью и адсорбционными свойствами терригенных пород / Б. Ю. Вендельштейн // М. Гостоптехиздат. Труды МИНХ и ГП, вып. 31, 1960
21. Вендельштейн Б. Ю., Элланский М. М. О влиянии адсорбционных свойств пород на зависимость относительного сопротивления от пористости / Б. Ю. Вендельштейн, М. М. Элланский // Прикладная геофизика, вып. 40, 1964.
 22. Вержбицкий В. М. Численные методы. Математический анализ и обыкновенные дифференциальные уравнения. Учеб. пособие для вузов / В. М. Вержбицкий. – М: Высш. шк., 2001. – 384 стр.
 23. Винников С. Д. Физика вод суши: учебник для студентов высших учебных заведений, обучающихся по специальности “Гидрология” / С. Д. Винников, Н. В. Викторова. – Санкт-Петербург: РГГМУ, 2009. – 429 с.
 24. Воеводин В. В. Вычислительные основы линейной алгебры / В. В. Воеводин. – М.: Наука, 1977. – 304 с.
 25. Волков А. И. Большой химический справочник / А. И. Волков, И. М. Жарский // Мн.: Современная школа. 2005. 608 с.
 26. Вычислительная математика и техника в разведочной геофизике. Справочник геофизика. Изд. 2-ое. – М.: Недра, 1990. – 498 с.
 27. Гаврилова Н. Н. Анализ пористой структуры на основе адсорбционных данных / Н. Н. Гаврилова, В. В. Назаров // М.: РХТУ им. Д.И. Менделеева. 2015. 132 с.
 28. Гавронская Ю. Ю. Коллоидная химия / Ю. Ю. Гавронская // СПб.: РГПУ им. А. И. Герцена, 2007. 267 с.
 29. Гельфгат М.Я. Технологии бурения скважин в России – истоки и перспективы развития / М.Я. Гельфгат // Вестник ассоциации буровых подрядчиков. – 2015. – № 4. – С. 21–32.
 30. Гиббс Дж. В. Термодинамика. Статическая механика / Дж. Гиббс. – М.: Наука. 1982. 484 с.
 31. ГОСТ 25271-93 (ИСО 2555-89) “Пластмассы. Смолы жидкие, эмульсии или дисперсии. Определение кажущейся вязкости по Брукфильду” [принят Межгосударственным Советом по стандартизации, метрологии и сертифи-

- кации 21 октября 1993 г., с 1 января 1995 года вступил в Российской Федерации]
32. ГОСТ 33-2016 «Нефть и нефтепродукты. Прозрачные и непрозрачные жидкости. Определение кинематической и динамической вязкости»: межгосударственный совет по стандартизации, метрологии и сертификации от 27 сентября 2016 г. N 91-П (приказом Федерального агентства по техническому регулированию и метрологии от 27 апреля 2017 г. N 336-ст введен в действие в качестве национального стандарта Российской Федерации с 1 июля 2018 г.). Доступ из справ.-правовой системы «КонсультантПлюс».
 33. ГОСТ 33213–2014 (ISO 10414-1:2008) «Контроль параметров буровых растворов в промысловых условиях. Растворы на водной основе»: межгосударственный совет по стандартизации, метрологии и сертификации от 22 декабря 2014 г. N 73-П (приказом Федерального агентства по техническому регулированию и метрологии от 5 июня 2015 г. N 571-ст введен в действие в качестве национального стандарта Российской Федерации с 1 апреля 2016 г.). Доступ из справ.-правовой системы «КонсультантПлюс».
 34. ГОСТ 6258–85 «Нефтепродукты. Метод определения условной вязкости»: утвержден и введен постановлением Государственного комитета СССР по стандартизации от 21 марта 1985 г. N 659 (с изменением № 1, утвержденным в июне 1990 г. ИУС 10-90). Доступ из справ.-правовой системы «КонсультантПлюс».
 35. Грег С. Адсорбция, удельная поверхность, пористость / С. Грег, К. Синг //Пер. с англ. канд. физ.-мат. наук В. А. Эльтекова и канд. хим. наук Ю. А. Эльтекова; под ред. чл.-кор. АН СССР К. В. Чмутова// Москва: Мир. – 1970. – 407 с.
 36. Гузеев С. А. Определение адсорбционного потенциала через характеристики двойного слоя / С. А. Гузеев, В. В. Кормильцев – Екатеринбург: Уральский геофизический вестник, 2004. № 6. – С. 22-28.
 37. Дахнов В. Н. Интерпретация результатов исследований разрезов скважин/ В.Н. Дахнов. – 2-е изд.– М.: Недра, 1982. – 547 с.

38. Дахнов В. Н. Электрические и магнитные методы исследования скважин / В. Н. Дахнов. – М., Недра, 1981. – 344 с.
39. Дзюбло А. Д. Геологическое строение и перспективы открытия нефтяных залежей в нижнемеловых и юрских отложениях акватории Обской и Тазовской губ Карского моря / А. Д. Дзюбло, В. В. Маслов, И. Л. Евстафьев // Нефтяное хозяйство. 2019. № 1. с. 11–15. DOI: <https://doi.org/10.24887/0028-2448-2019-1-11-15>.
40. Жаворонкова В. В. Результаты изучения электрокинетического потенциала методом потенциалов течения / В. В. Жаворонкова, В. В. Кормильцев // Механо-электрические явления во влажных горных породах. – Свердловск: УНЦ АН СССР, 1982. – С. 32-35.
41. Журавлёв В. П. Моделирование каротажа ПС пластов конечной мощности / В. П. Журавлёв, Г. П. Васильева. – Прикладная геофизика, 1970, вып. 60. – С. 200-213.
42. Иванов В. Т. Решение задачи о распределении поля собственной поляризации в неоднородной среде с учетом зоны проникновения / В. Т. Иванов, В. Л. Комаров, Л. Н. Подлипчук. – Изв. Вузов. Геология и разведка. 1971. № 11. – С. 118-123.
43. Иванова А. В. Технологические испытания глин / А. В. Иванова, Н. А. Михайлова // Екатеринбург: УГТУ–УПИ. 2005. 41 с.
44. Исламгалиев Д. В. Адсорбционный потенциал двойного электрического слоя на границе двухфазной среды / Д. В. Исламгалиев // Мониторинг. Наука и технологии. – 2022. – №1(51). – С. 47-57 DOI: <https://doi.org/10.25714/MNT.2022.51.007>
45. Исламгалиев Д. В. Аналог интегрального уравнения Липмана-Швингера для рассеяния упругих волн предварительно напряжённым ограниченным объектом / Д. В. Исламгалиев // Международная научно-практическая конференция «Уральская горная школа – регионам». – Екатеринбург: УГГУ, 2016. – С.115-116.

46. Исламгалиев Д. В. Аналог интегрального уравнения Липмана-Швингера для рассеяния упругих волн предварительно напряжённым ограниченным объектом/ Д. В. Исламгалиев, В. Б. Сурнев, Е. Ю. Зуев// Труды десятой Всероссийской научной конференции с международным участием. Самара. – 2016. – Часть 1. – С. 94-97.
47. Исламгалиев Д. В. Буровые растворы и их влияние на данные каротажа метода спонтанной поляризации //XXIV Уральская молодежная научная школа по геофизике: Сборник науч. материалов. – Пермь: ГИ УрО РАН, 2023. – С. 85-88.
48. Исламгалиев Д. В. Вклад поля диффузии в потенциал спонтанной поляризации / Д. В. Исламгалиев, О. Б. Кузьмичев, А. Н. Ратушняк // Известия ВУЗов. Горный журнал. 2012. № 2. С.162-167.
49. Исламгалиев Д. В. Вклад электрического фильтрационного потенциала в самопроизвольный при интерпретации каротажа спонтанной поляризации / Д. В. Исламгалиев, О. Б. Кузьмичев, А. Н. Ратушняк. – НТВ Каротажник. – 2012. №2 (212). – С. 49-56.
50. Исламгалиев Д. В. Влияние бурового раствора на величину потенциала спонтанной поляризации при каротаже скважин / Д. В. Исламгалиев, А. Н. Ратушняк // Горный информационно-аналитический бюллетень. — 2021. — № 11-1. — С. 46—54. DOI: 10.25018/0 236_1493_2021_111_0_46.
51. Исламгалиев Д. В. Вычисление потенциала спонтанной поляризации (ПС) на оси скважины / Д. В. Исламгалиев // II Международный симпозиум «Геофизика XXI века». – Екатеринбург, УГГУ, 2012. – С. 139-141.
52. Исламгалиев Д. В. Вязкость / Д. В. Исламгалиев // Международная научно-практическая конференция «Уральская горная школа – регионам». – Екатеринбург: УГГУ, 2021. С 52-53
53. Исламгалиев Д. В. Диффузионный потенциал и его вклад в потенциал спонтанной поляризации при интерпретации каротажа скважин методом ПС / Д.В. Исламгалиев // Глубинное строение, геодинамика, тепловое поле Земли, интерпретация геофизических полей. Шестые научные чтения Ю.

- П. Булашевича. Материалы конференции. – Екатеринбург: УрО РАН, 2011. – С. 170-172.
54. Исламгалиев Д. В. Диффузионный потенциал и его вклад в потенциал спонтанной поляризации при интерпретации каротажа скважин методом ПС / Д. В. Исламгалиев // Двенадцатая Уральская молодежная школа по геофизике: Сборник науч. материалов. – Пермь: ГИ УрО РАН, 2011. – С. 100-102.
55. Исламгалиев Д. В. Изучение электрического поля адсорбции, диффузии и течения в неоднородной среде / Д. В. Исламгалиев // Четырнадцатая Уральская молодежная школа по геофизике: Сборник науч. материалов. – Пермь: ГИ УрО РАН, 2013. – С. 138-140.
56. Исламгалиев Д. В. Интерпретация данных каротажа методом спонтанной поляризации / Д. В. Исламгалиев // XXIII Уральская молодежная научная школа по геофизике: Сборник науч. материалов. – 2022. – С. 86-89.
57. Исламгалиев Д. В. Исследование электрического поля адсорбции, диффузии и течения в неоднородной среде / Д. В. Исламгалиев // Международная научно-практическая конференция «Уральская горная школа – регионам». – Екатеринбург: УГГУ, 2013. – С. 81-82.
58. Исламгалиев Д. В. Краевая задача в каротаже скважин методом спонтанной поляризации / Д. В. Исламгалиев // Международная научно-практическая конференция «Уральская горная школа – регионам». – Екатеринбург: УГГУ, 2018. – С. 160-161.
59. Исламгалиев Д. В. Математическая модель в методе спонтанной поляризации / Д. В. Исламгалиев // XX уральская молодежная научная школа по геофизике: Сборник науч. материалов. – Пермь: ГИ УрО РАН, 2019. – С. 88-91.
60. Исламгалиев Д. В. Математическая модель генерации электрического поля адсорбции, диффузии и течения в методе спонтанной поляризации / Д. В. Исламгалиев // Восемнадцатая уральская молодежная научная школа по

- геофизике: Сборник науч. материалов. – Пермь: ГИ УрО РАН, 2017. – С. 100-102.
61. Исламгалиев Д. В. Математическая модель генерации электрического поля в методе спонтанной поляризации / Д. В. Исламгалиев, В. Б. Сурнев // Горный информационно-аналитический бюллетень. – 2013. № 10. С.337-343.
62. Исламгалиев Д. В. Математическая модель генерации электрического поля в методе спонтанной поляризации / Д. В. Исламгалиев // Международная научно-практическая конференция «Уральская горная школа – регионам». – Екатеринбург: УГГУ, 2017. – С. 160-161.
63. Исламгалиев Д. В. Оценки погрешностей при численном моделировании математической модели генерации электрического поля в методе спонтанной поляризации / Д. В. Исламгалиев // IX Международной научно-практической конкурс-конференции молодых специалистов “ГЕОФИЗИКА-2013”. – СПб: СПбГУ, 2013. – С. 56-57.
64. Исламгалиев Д. В. Потенциал спонтанной поляризации (ПС) на оси скважины и функция Грина для расчета потенциала ПС / Д. В. Исламгалиев // Международная научно-практическая конференция «Уральская горная школа – регионам». – Екатеринбург: УГГУ, 2012. – С. 181-182.
65. Исламгалиев Д. В. Программные комплексы для восстановления адсорбционного потенциала при интерпретации данных методом спонтанной поляризации / Вопросы теории и практики геологической интерпретации гравитационных, магнитных и электрических полей: 49 сессия Международного семинара им. Д.Г. Успенского - В.Н. Страхова. ИГФ УрО РАН, УГГУ, 2023. С. 174-177
66. Исламгалиев Д. В. Программный комплекс «PALETKA_PS» / Д. В. Исламгалиев, А. Н. Ратушняк // Рег. № 2017611525. 06.02.2017 г.
67. Исламгалиев Д. В. Программный комплекс «PC-DT» / Д. В. Исламгалиев // Рег. № 2017660435. 21.09.2017 г.
68. Исламгалиев Д. В. Программный комплекс «PS-D» / Д. В. Исламгалиев // Рег. № 2018617848. 03.07.2018 г.

69. Исламгалиев Д. В. Программный комплекс «PS-DK» / Д. В. Исламгалиев // Рег. № 2018614773. 28.06.2018 г.
70. Исламгалиев Д. В. Программный комплекс «PS-F» / Д. В. Исламгалиев // Рег. № 2018617876. 03.07.2018 г.
71. Исламгалиев Д. В. Программный комплекс «SP-AT» / Д. В. Исламгалиев // Рег. 2021660975. 05.07.2021.
72. Исламгалиев Д. В. Теория образования адсорбционного потенциала и её применение для интерпретации данных каротажа методом спонтанной поляризации / Д. В. Исламгалиев // Глубинное строение, геодинамика, тепловое поле Земли, интерпретация геофизических полей. Одиннадцатые научные чтения Ю. П. Булашевича. Материалы конференции. Екатеринбург: УрО РАН, 2021. С. 99–101.
73. Исламгалиев Д. В. Удельная поверхность / Д. В. Исламгалиев // Международная научно-практическая конференция «Уральская горная школа – регионам». – Екатеринбург: УГГУ, 2021. С. 54–55
74. Исламгалиев Д. В. Фильтрационный потенциал в первом приближении и его вклад в потенциал спонтанной поляризации при интерпретации каротажа скважин методом ПС/ Д. В. Исламгалиев // Международная научно-практическая конференция «Уральская горная школа – регионам». – Екатеринбург: УГГУ, 2011. – С. 100-101.
75. Исламгалиев Д. В. Экспериментальные методы нахождения адсорбции / Д. В. Исламгалиев // Международная научно-практическая конференция «Уральская горная школа – регионам». – Екатеринбург: УГГУ, 2022. – С. 57-58.
76. Исламгалиев Д. В. Электрическое поле диффузии / Д. В. Исламгалиев // Тринадцатая Уральская молодежная школа по геофизике: Сборник докладов. УрО РАН, 2012. – С. 93-94.
77. Исламгалиев Д. В. Электрическое поле диффузии с конвективным переносом вещества в неоднородной среде / Д. В. Исламгалиев, О. Б. Кузьмичев, А. Н. Ратушняк. – Известия ВУЗов. Горный журнал. 2012. № 3. – С. 160-

- 164.
78. Исламгалиев Д. В. Электронные палетки Шлюмберже для интерпретации каротажа скважин методом спонтанной поляризации (ПС) / Д. В. Исламгалиев // Международный научно-практический симпозиум. Уральская горная школа. – Екатеринбург: УГГУ, 2010. – С. 66-68.
79. Итенберг С. С. Интерпретация результатов геофизических исследований скважин / С. С. Итенберг – 2-е изд. – М.: Недра, 1987. – 375 с.
80. ИТС 28-2017 «Добыча нефти»: приказ Федерального агентства по техническому регулированию и метрологии от 15 декабря 2017 г. № 2838 (введен с 1 июля 2018 года). Доступ из справ.-правовой системы «Консультант-Плюс».
81. ИТС 29-2017 «Добыча природного газа»: приказ Федерального агентства по техническому регулированию и метрологии от 15 декабря 2017 г. № 2844 (введен с 1 июля 2018 года). Доступ из справ.-правовой системы «КонсультантПлюс».
82. Камбулов Е. Ю. Проблемы сервиса буровых растворов в условиях импортозамещения / Е. Ю. Камбулов Е. Ю., Т. О. Мязин // Нефтяное хозяйство. – 2017. – № 7. – С. 76–81. DOI: 10.24887/0028-2448-2017-9-76-81.
83. Катализ. Вопросы теории и методы исследований под ред. Захаревского В.А. (Т. Хилл. Глава 10. Теория физической адсорбции) // М., Издательство иностранной литературы, 1955. – 248 с.
84. Кобранова В. Н. Петрофизика / В. Н. Кобранова – М.: Недра, 1986. – 392 с.
85. Колосов А. Л. Решение задач электрометрии скважин на ЭВМ / А. Л. Колосов – Киев: Наукова думка, 1977.
86. Комаров С. Г. Влияние гальванокоррозии на кривые ПС / С. Г. Комаров // Прикладная геофизика. 1945. – С. 87-91.
87. Комаров С. Г. Проведение электрического каротажа при сильных блуждающих токах / С. Г. Комаров, Н. Н. Сохранов, В. Т. Чукин // Прикладная геофизика. 1953, вып. 10. – С. 36-47.
88. Корбетт П. Новые подходы к описанию пластов на Сибирских нефтяных

- месторождениях (на примере Крапивинского и Малобалыкского месторождений) / П. Корбетт, А. Дятлов, Т. Кулагина, А. Посысов, Р. Вестерман, С. Женг, К. Абабков // Интенсификация добычи нефти: Материалы Международной научно-практической конференции – Томск, 2004. – С. 49–56.
89. Кормильцев В. В. Адсорбционный потенциал и теория ПС в газовых скважинах / В. В. Кормильцев, О. Б. Кузьмичев, А. Н. Ратушняк // НТВ Каротажник, 2005. № 12-13. – 163-171 с.
90. Кормильцев В. В. Математическое моделирование геофизических полей: конспект лекций: учебное пособие / В. В. Кормильцев, А. Н. Ратушняк. – Екатеринбург, УГГУ, 2006. – 93 с.
91. Кормильцев В. В. Методы моделирования геофизических полей. Конспект лекций для студентов специализации “Геоинформатика в разведочной геофизике” специальности 080400 “Геофизические методы поисков и разведки полезных ископаемых” / В. В. Кормильцев, А. Н. Ратушняк, В. Е. Петряев. – Екатеринбург, УГГГА, 2000. – 50 с.
92. Кормильцев В. В. Моделирование геофизических полей при помощи объемных векторных интегральных уравнений / В. В. Кормильцев, А. Н. Ратушняк. – Изд. 2-е. – Екатеринбург: РФФИ – УрО РАН, 2000. – 98 с.
93. Кормильцев В. В. Определение электрического поля диффузии раствора электролита в пористой среде при помощи интегральных уравнений / В. В. Кормильцев, А. Н. Ратушняк // Деп. в ВИНТИ. 1995. № 2190 – В95. – 13 с.
94. Кормильцев В. В. Теоретические и экспериментальные основы спонтанной поляризации горных пород в нефтегазовых скважинах / В. В. Кормильцев, А. Н. Ратушняк. – Екатеринбург: УрО РАН, 2007. – 135 с.
95. Кормильцев В. В. Электрическое и магнитное поле при течении жидкости в пористой среде с локальными неоднородностями фильтрационных и электрических свойств / В. В. Кормильцев, А. Н. Ратушняк // Физика Земли. 1997. № 8. – С.81-87.

96. Кормильцев В. В. Электрокинетические явления в пористых горных породах / В. В. Кормильцев // Деп. в ВИНТИ №195-В95, 1995. – 48 с.
97. Кошовкин И. Н. Отображение неоднородностей терригенных коллекторов при построении геологических моделей нефтяных месторождений / И. Н. Кошовкин, В. Б. Белозеров // Известия Томского политехнического университета. – Томск: ТПУ, 2007. – С.26-32.
98. Краев А. П. Основы геоэлектрики / А. П. Краев. – 2-е изд. – Л.: Недра, 1965. – 587 с.
99. Краснов М. Л. Интегральные уравнения. (Введение в теорию) / М. Л. Краснов. – М.-Л.: Наука, 1975. – 304 с.
100. Краткий справочник физико-химических величин. Издание десятое, испр. и дополн. / Под ред. А.А. Равделя и А.М. Пономоревой // Спб.: «Иван Федоров». 2003. 240 с.
101. Крылов В. И. Начала теории вычислительных методов / В. И. Крылов, В. В. Бобков, П. И. Монастырский // Интегральные уравнения, некорректные задачи и улучшение сходимости. – Минск: Наука и техника, 1984. – 356 с.
102. Кузьмичев О. Б. Исследование электрических полей естественного происхождения в нефтегазоразведочных скважинах (теория, аппаратура, методика, скважинные испытания) / О. Б. Кузьмичев – Спб.: Недра, 2006. – 252 с.
103. Кузьмичев О. Б. О перспективах исследований диффузионно-адсорбционных свойств терригенных коллекторов месторождений Западной Сибири / О. Б. Кузьмичев, А. Н. Ратушняк // Геология, геофизика и разработка нефтяных и газовых месторождений. 2010. № 5. – С. 53-57.
104. Ландау Л. Д. Теоретическая физика. Т.6 Гидродинамика. / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц – М.: Наука, 1986. – 736 с.
105. Ландау Л. Д. Теоретическая физика. Т.8. Электродинамика сплошных сред / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц – М.: Наука, 1982. – 622 с.
106. Лучка А. Ю. Теория и применение метода осреднения функциональных поправок / А. Ю. Лучка. – Киев: ИАН УССР, 1963. – 127 с.

107. Мальцева И. В. Улучшение реологических свойств глиняных суспензий за счет введения электролитов / И. В. Мальцева // Инженерный вестник Дона. 2017. №2. С. 4143.
108. Мангазеев В. П. Методика отображения в цифровой геологической модели литоло-фациальных особенностей терригенного коллектора / В. П. Мангазеев, В. Б. Белозеров, И. Н. Кошовкин, А. В. Рязанов // Нефтяное хозяйство. – 2006. – № 5. – С. 66-70.
109. Методические рекомендации по определению подсчетных параметров залежей нефти и газа по материалам геофизических исследований скважин с привлечением результатов анализа керна, опробований и испытаний продуктивных пластов. Под редакцией Б. Ю. Вендельштейна, В. Ф. Козыра, Г. Г. Яценко. – Калинин: НПО «Союзпромгеофизика», 1990. – 261 с.
110. Методические рекомендации по подсчету геологических запасов нефти и газа объемным методом. Под ред. Петерсилье В. Н. – М., Тверь, ВНИГНИ, НПЦ Тверьгеофизика, 2003.
111. Нейман Л. Р. Теоретические основы электротехники / Л. Р. Нейман, П. Л. Калантаров – Изд. 5-ое. – М.– Л.: Госэнергоиздат, 1959. – 232 с.
112. Овчинников В. П. Буровые промывочные жидкости / В. П. Овчинников, Н. А. Аксенова // Тюмень: Изд-во «Нефтегазовый университет». – 2008. – 309 с.
113. Овчинников И. К. Теория поля/ И. К. Овчинников. – М.: Недра, 1979. – 352 с.
114. Остапенко Г. И. Коллоидная химия: практикум по адсорбции / Г. И. Остапенко // Тольятти: ТГУ, 2010. 71 с.
115. Открытие электроосмоса и электрофореза [электронный ресурс]: URL: <http://www.powerinfo.ru/electric-layer.php> (дата обращения: 02.02.2012).
116. Перельгин В. Т. Аппаратурно-методические комплексы для исследования рудных, угольных, и гидрогеологических скважин / В. Т. Перельгин, К. А. Машкин, О. Е. Рыскаль, А. Г. Коротченко, Р. Г. Гайнетдинов, В. М. Рома-

- нов, В. Л. Глухов, П. А. Сафонов, А. Ф. Камалдинов, А. Н. Огнев, И. Х. Шабцев // Каротажник. – 2015. – №9(255). С. 99-127.
117. Полубаринова – Кочина П. Я. Теория движения грунтовых вод / П. Я. Полубаринова – Кочина. – М.: Наука, 1977. – 664 с.
118. Прудников А. П. Интегралы и ряды. Специальные функции / А. П. Прудников, Ю. А. Брычков, О. И. Маричев – М.: Наука, 1983. – 752 с.
119. Рабинович В. А. Краткий химический справочник / В. А. Рабинович, З. Я. Хавин // Изд. 2-е, испр. и доп. // Химия (Ленинградское отделение). 1978. 392 с.
120. Ратушняк А. Н. Алгоритмы моделирования потенциальных геофизических полей в трехмерных неоднородных средах / А. Н. Ратушняк // Деп. в ВИНТИ. 1999. № 2523–В99. – 26 с.
121. Ратушняк А. Н. Математическое моделирование геофизических полей: конспект лекций для студентов специальности “Прикладная математика” / А. Н. Ратушняк // Екатеринбург, УГГУ, 2012. – 68 с.
122. Ратушняк А. Н. Программный комплекс «PS-C» / А. Н. Ратушняк, Д. В. Исламгалиев // Рег. № 2012660335. 14.11.2012 г.
123. Ружников А. Г. Совершенствование технологии предупреждения дестабилизации сильно трещиноватых аргиллитов / А. Г. Ружников // Автореф. дисс. канд. тех. наук // Ухта: УГТУ. 2015. 24 с.
124. Савицкая Т. А. Коллоидная химия: строение двойного электрического слоя, получение и устойчивость дисперсных систем / Т. А. Савицкая., Д. А. Котиков, Т. А. Шичкова // Минск: БГУ. 2013. 77 с.
125. Сайт группы «Anton Paar» [электронный ресурс]: URL: <https://www.anton-paar.com/corp-en/products/details/svm-series/> (дата обращения 30.03.2021)
126. Салем Р. Р. Теория двойного слоя / Р. Р. Салем // М.: Физматлит. 2003. 104 с.
127. Самарцев А. Г. Потенциалы течения / А. Г. Самарцев, В. В. Остроумов // Бюллетень нефтяной геофизики, 1936, вып.2. – С. 100-127.
128. Сваровская Н. А. Электрохимия растворов электролитов. Часть I. Электропроводность / Н. А. Сваровская, И. М. Колесников, В. А. Винокуров // М.:

- Издательский центр РГУ нефти и газа (НИУ) имени И.М. Губкина. 2017. 66 с.
129. Сковородников И. Г. Геофизические исследования скважин. Курс лекций / И. Г. Сковородников. – Екатеринбург, УГГУ, 1995. – 295 с.
130. Скорчеллетти В. В. Теоретическая электрохимия/ В. В. Скорчеллетти – 4-е изд.– Л.: Химия, 1974. – 508 с.
131. Соколов Ю. Д. Метод осреднения функциональных поправок / Ю. Д. Соколов. – Киев.: НАУКОВА ДУМКА, 1967. – 336 с.
132. Спивак А. И. Абразивность горных пород / А. И. Спивак, А. Н. Попов // М.: Недра. 1994. 240 с.
133. Сурнев В. Б. Математическое моделирование. Непрерывные детерминированные модели/ В. Б. Сурнев. – Екатеринбург: Издательство УГГУ, 2013. – 689 с.
134. Сурнев В. Б. Рассеяние упругих волн предварительно напряжённым ограниченным объектом /В. Б. Сурнев, Д. В. Исламгалиев// Известия Уральского государственного горного университета. № 4. 2015. С. 35-44.
135. Тамм И. Е. Основы теории электричества / И. Е. Тамм – М.: Наука. 1989. – 504 с.
136. Танганов Б. Б. Множественные регрессии физико-химических характеристик неводных растворителей на расширенном базисе параметров / Б. Б. Танганов, М. М. Балданов, М. В. Мохосоев // Журнал физической химии. 1992. Вып. 66. № 6. С.1476–1480.
137. Технологический проект на строительство разведочной скважины №103 Среднеботуобинской площади. – Республика Саха (Якутия): ООО «Таас-Юрях Нефтегазодобыча» (ПАО «НК «РОСНЕФТЬ»). – 2018.
138. Технология исследования нефтегазовых скважин на основе ВИКИЗ. Методическое руководство. Под ред. Эпова М. И. – Новосибирск, НИЦ ОИГГМ СО РАН, 2000.
139. Тибиат Дж. Петрофизика: теория и практика изучения коллекторских свойств гонных пород и движения пластовых флюидов/ Дж. Тибиат, Эрл Ч.

- Доналдсон // Перевод с английского. – М.: ООО “Премиум Инжиниринг”, 2009. – 868 с., ил. – (Промышленный инжиниринг).
140. Тихонов А. Н. Уравнения математической физики / А. Н. Тихонов, А. А. Самарский. – М.: Наука, 1977. – 736 с.
141. Фаддеев Д. К. Вычислительные методы линейной алгебры / Д. К. Фаддеев, В. Н. Фаддеева. – М.: Физматгиз, 1963. – 734 с.
142. Франк Ф. Дифференциальные и интегральные уравнения математической физики. Т. 2 / Ф. Франк, Р. Мизес. – М.–Л.: ОНТИ, 1937. – 998 с.
143. Фридрихсберг Д. А. Курс коллоидной химии / Д. А. Фридрихсберг. – Л.: Химия, 1984. – 368 с.
144. Фрумкин А. Н. Сб. работ физ. хим. ин-та им. Л.Я. Карпова / А. Н. Фрумкин // 1924. Вып. 2. С. 1060.
145. Шапиро Д. А. Некоторые вопросы диффузионно-адсорбционных (мембранных) потенциалов в буровых скважинах / Д. А. Шапиро // Прикладная геофизика, 1958, вып. 19. – С. 129–169.
146. Шапиро Д. А. Физико-химические явления в горных породах и их использование в промысловой геофизике / Д. А. Шапиро. – М.: Недра. 1977. – 187 с.
147. Шеин Ю. Л. Решение прямой и обратной задач метода собственной поляризации для пачки пластов. Практическое применение / Ю. Л. Шеин, О. М. Снежко. – НТВ Каротажник. – 2016. №9 (267). – С. 156-171.
148. Шпикалов Ю. А. Решение обратной задачи метода потенциалов собственной поляризации в скважине с помощью математической фильтрации / Ю. А. Шпикалов // Нефтегаз. геол. и геофизика, Москва, 1980, вып. 6. – С. 37– 40.
149. Эйнштейн А. Физика и реальность / А. Эйнштейн. – М.: Наука. 1965. 365 с.
150. Электроразведка. Справочник геофизика. Кн. 1. – М.: Недра, 1989. – 438 с.
151. Элланский М. М. Петрофизические основы комплексной интерпретации данных геофизических исследований скважин (методическое пособие) / М. М. Элланский // Тверь: ГЕРС, 2001. – 229 с.

152. Элькинд К. М. Связь гидратации с явлениями переносов в водных растворах электролитов / К. М. Элькинд, И. Г. Трунова // Труды Нижегородского государственного технического университета им. Р. Е. Алексеева. 2012. Вып. 97. № 4. С. 272–279.
153. Эрдей-Груз Т. Явления переноса в водных растворах / Т. Эрдей-Груз // М.: Мир, 1976. – 595 с.
154. Юркив Н. И. Буровые растворы / Н. И. Юркив, А. Д. Поликарпов, Н. А. Прохоренко, Ю. В. Аристова // Энерго- и ресурсосбережение: промышленность и транспорт. – 2016. – № 1(13). – С. 28-32.
155. Ahmed A. S. Determination of the permeability of seepage flow paths in dams from self-potential measurements / A. S. Ahmed, A. Revil, A. Bolève, B. Steck, C. Vergniault, J. R. Courivaud, D. Jougnot, M. Abbas // Engineering Geology. 2020. V. 268. Pp. 105514. DOI:10.1016/j.enggeo.2020.105514.
156. Aljamali N. M. Physical and Chemical Adsorption and its Applications / N.M. Aljamali, R.A.B. Aldujaili, I.O. Alfatlawi // Thermodynamics and Chemical Kinetics. 2021. V. 7. No. 2. DOI: <https://doi.org/10.37628/IJTCK>.
157. Amaefule J. O. Enhanced Reservoir Description: Using core and log data to identify Hydraulic (Flow) Units and predict permeability in uncored intervals/wells / J. O. Amaefule, M. Altunbay, D. Tiab, D. G. Kersey, D. K. Keelan // SPE 26436: 68th Ann. Tech. Conf. and Exhibit. – Houston: Tx, 1993. – P. 205–220.
158. Assael M. J. Reference Values and Reference Correlations for the Thermal Conductivity and Viscosity of Fluids / M.J. Assael, A.E. Kalyva, S.A. Monogenidou, M.L. Huber, R.A. Perkins, D.G. Friend, E.F. May // Journal of Physical and Chemical Reference Data 47, 021501. – 2018. DOI: 10.1063/1.5036625.
159. Badrul M. J. Technology Focus: Drilling and Completion Fluids / M. J. Badrul // Journal of Petroleum Technology. – 2020, no. 72 (11), pp. 49. DOI: 10.2118/1120-0049-JPT.
160. Brunauer S. Adsorption of Gases in Multimolecular Layers / S. Brunauer, P.H. Emmett, E. Teller. // Journal of the American Chemical Society. 1938. V. 60. No. 2. Pp. 309–319. DOI: <https://doi.org/10.1021/ja01269a023>.

161. Cheraghian G. Effect of a novel clay/silica nanocomposite on water-based drilling fluids: Improvements in rheological and filtration properties / G. Cheraghian, Q. Wu, M. Mostofi, M. C. Li, M. Afrand, J. S. Sangwai // *Colloids and Surfaces A: Physicochemical and Engineering Aspects*. – 2018, Vol. 555, pp. 339–350. DOI: 10.1016/j.colsurfa.2018.06.072.
162. Corbett P. W. M. Global Hydraulic Elements: Elementary Petrophysics for Reduced Reservoir Modeling / P. W. M. Corbett, Y. Ellabad, K. Mohammed, A. Poysoev // *EAGE 65th Conference & Exhibition*. – Stavanger, Norway, 2–5 June 2003. – Z 99.
163. Di W. Applications of Nanomaterials in Wellbore Fluids in Oil and Gas Fields / W. Di // *Trans Tech Publications Ltd, Switzerland*. – 2021, Vol. 881, pp. 33–37. DOI: 10.4028/scientific.net/KEM.881.33
164. Einstein A. Neue elektrostatische Methode zur Messung kleiner Elektrizitätsmengen / A. Einstein // *Physikalische Zeitschrift*. V.9. 1908. Pp. 216–217.
165. Fitterman D. V. Theory of electrokinetic-magnetic anomalies in faulted half-space / D. V. Fitterman // *J. Geophys. Res.* 1979. V.84, № 10. – P. 6031-6040.
166. Gibbs J. W. The Collected Works of J. Willard Gibbs Thermodynamics / J. W. Gibbs // *New York: Longmans, Green and Co.* V. 1. 1928. Pp. 55–349.
167. Helmholtz H. Ueber einige Gesetze der Vertheilung elektrischer Ströme in körperlichen Leitern mit Anwendung auf die thierisch-elektrischen Versuche / H. Helmholtz // *Annalen der Physik und Chemie (in German)*. V. 165. No. 6, Pp. 211–233. DOI:10.1002/andp.18531650603
168. Islamgaliev D. V. Modello matematico di generazione del campo elettrico di adsorbimento, la diffusione e il flusso / Islamgaliev D. V., Surnev V. B. // *Italian Science Review*. 2017; 1(44). PP. 6-9
169. Langmuir I. The Effect of Dissolved Salts on Insoluble Monolayers / I. Langmuir, V.J. Schaefer // *Journal of the American Chemical Society*. 1937. V. 29. No 11. Pp. 2400–2414. DOI: <https://doi.org/10.1021/ja01290a091>.
170. Lawrance G. A. Introduction to Coordination Chemistry / G. A. Lawrance // *Chichester: Wiley*. 2013. 290 p.

171. Lide D. R. Handbook of Chemistry and Physics, 84th Ed. 2003-2004 / D. R. Lide // L., N.Y., W.: CRC Press, Boca Raton. 2004. 2475 p.
172. Liu F. Synthesis and Performance Study and of Nanomaterial Used to Stabilize the Reversible Invert Emulsion Drilling Fluid / F. Liu, Y. Wang // Trans Tech Publications Ltd, Switzerland. – 2017. Vol. 744, pp. 498–505. DOI: 10.4028/scientific.net/KEM.744.498.
173. Nagwan G. M. Adsorption of Pb(II) from Water onto ZnO, TiO₂ and Al₂O₃: Process Study, Adsorption Behaviour, and Thermodyna / G. M. Nagwan, A. F. Yunus, A. Elawwad // Adsorption Science & Technology. 2022. V.2022, 13 p. DOI: <https://doi.org/10.1155/2022/7582756>.
174. Nernst W. Experimental and Theoretical Applications of Thermodynamics to Chemistry / W. Nernst // Yale University, New York. 1907. 149 p.
175. Ouardi M. El. “Efficient removal of p-nitrophenol from water using montmorillonite clay: insights into the adsorption mechanism, process optimization, and regeneration / M. El. Ouardi, M. Laabd, H. A. Oualid, Y. Brahmi, A. Abamrane, A. Elouahli, A. A. Addi, A. Laknifli // Environmental Science and Pollution Research. 2019. V. 26. Pp. 19615–19631. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11356-019-05219-6>.
176. Revil A. Self-potential signals associated with variations of the hydraulic head during an infiltration experiment / A. Revil, D. Hermitte, M. Voltz, R. Moussa, J.-G. Lacas, G. Bourrié, F. Trolard // Geophysical Research Letters. 2002. V.29. No. 7. Pp. 10-1–10-4. <https://doi.org/10.1029/2001GL014294>.
177. Revil A. Self-potential: A non-intrusive ground water flow sensor / A. Revil, A. S. Ahmed, A. Jardani // Journal of Environmental and Engineering Geophysics. 2017. V. 22. No. 3. Pp. 235–247.
178. Revil A. Streaming potential in porous media. 1. Theory of the zeta-potential / A. Revil, P. A. Pezard, P. W. J. Glover // Journal of Geophysical Research. 1999. V. 1999. No. B9. Pp. 20021–20031.
179. Revil A. Hydroelectric coupling in a Clayey Material / A. Revil, P. Leroy // Geophysical research letters, 2001. V.8. Iss. 28. Pp. 1643–1646.

180. Revil A. The self-potential method: Theory and applications in environmental geosciences / A. Revil, A. Jardani // Cambridge University Press. 2013. 369 p.
181. Serra O. WellLogging Handbook / O. Serra // Paris: Technip, 25 rue Ginoux. 2008. 604 p.
182. Shannon R. D. Revised effective ionic radii and systematic studies of interatomic distances in halides and chalcogenides / R. D. Shannon // Acta Crystallogr. 1976. V. 32. P. 751–767. <https://doi.org/10.1107/S0567739476001551>.
183. Siderius D. W. Digitization of Adsorption Isotherms from «The Thermodynamics and Hysteresis of Adsorption» / D. W. Siderius // National Institute of Standards and Technology. 2021. V. 126, No. 126037. 7 p. DOI: <https://doi.org/10.6028/jres.126.037>.
184. Stefan K., Lucas K. Viscosity of dense fluids / K. Stefan, K. Lucas // The Netherlands: Springer; USA, New York: Business Media. – 1979. – 267 p.
185. Surnev V. B. Analisi di strade di protezione di domande di cliente /V. B. Surnev, D. V. Islamgaliev// Italian Science Review. 2016. ISSN: 2308-832X. ISSUE 2(35). PP. 16-30.
186. Viswanath D. S. Viscosity of liquids / D. S. Viswanath, T. K. Ghosh, D.H.L. Prasad, N.V.K. Dutt, K.Y. Rani // The Netherlands: Springer. – 2007. – 660 p.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Обозначения и размерности физических величин и констант

$R = 8.314$ – универсальная газовая постоянная, Дж/(моль·°К);

$F = 96485$ – постоянная Фарадея, Кл·моль⁻¹;

$\varepsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12}$ – электрическая постоянная, Ф/м;

$k = 6.67 \cdot 10^{-11}$ – гравитационная постоянная тяготения, Н·м²/кг².

Электрические величины

U	В	Электрический потенциал
E	В/м	Напряженность электрического поля
i	А/м ²	Плотность тока
σ	См/м	Удельная электропроводность
ρ	Ом·м	Удельное электрическое сопротивление
P	В/м	Вектор поляризации

Электростатические величины

U	В	Электростатический потенциал
E	В/м	Напряженность электростатического поля
D	Кл/м ²	Электрическая индукция
ε	-	Относительная диэлектрическая проницаемость
ρ	Кл/м ³	Объемная плотность зарядов

Гидродинамические величины

P	Па	Давление
v	м/с	Скорость течения жидкости
ρ	кг/м ³	Плотность флюида
Q	м ³ /с	Объемный расход флюида (дебит)
c	м ²	Гидравлическая проницаемость
μ	Па·с	Динамическая вязкость флюида
a	м ² /с	Пьезопроводность

L	В/Па	Коэффициент потенциала течения
$\beta_{жс}$	Па ⁻¹	Коэффициент сжимаемости флюида
k_{ϕ}	м/с	Коэффициент фильтрации
H	м	Напор

Тепловые величины

T	°К	Температура
λ	Вт/м/°К	Коэффициент теплопроводности
q	Вт/м ²	Плотность теплового потока

Диффузия электролита

C	кг-экв/м ³	Концентрация
D	м ² /с	Коэффициент диффузии
k_n	-	Коэффициент пористости
q	кг-экв/(м ² ·с)	Плотность потока электролита

Гравитационные величины

F	Н	Сила
M	кг	Масса
σ	кг/м ³	Плотность вещества
g	м/с ²	Ускорение свободного падения