

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования "Пермский
государственный национальный исследовательский
университет"

Авторы-составители: **Логинова Валерия Валерьевна**
Ильин Иван Вадимович
Радионова Марина Владимировна
Васёва Галина Сергеевна

Рабочая программа дисциплины
ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА
Код УМК 101543

Утверждено
Протокол №8
от «17» апреля 2024 г.

Пермь, 2024

1. Наименование дисциплины

Линейная алгебра

2. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина входит в обязательную часть Блока « Б.1 » образовательной программы по направлениям подготовки (специальностям):

Направление подготовки: **01.03.02** Прикладная математика и информатика

направленность Анализ данных и искусственный интеллект в цифровой экономике

3. Планируемые результаты обучения по дисциплине

В результате освоения дисциплины **Линейная алгебра** у обучающегося должны быть сформированы следующие компетенции:

01.03.02 Прикладная математика и информатика (направленность : Анализ данных и искусственный интеллект в цифровой экономике)

ОПК.1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности

Индикаторы

ОПК.1.1 Применяет базовые понятия, основную терминологию и знания основных положений и концепций в области математических и естественных наук

ОПК.1.2 Осуществляет первичный сбор и анализ материала, интерпретирует различные математические и физические объекты

4. Объем и содержание дисциплины

Направление подготовки	01.03.02 Прикладная математика и информатика (направленность: Анализ данных и искусственный интеллект в цифровой экономике)
форма обучения	очная
№№ триместров, выделенных для изучения дисциплины	1
Объем дисциплины (з.е.)	4
Объем дисциплины (ак.час.)	144
Контактная работа с преподавателем (ак.час.), в том числе:	56
Проведение лекционных занятий	28
Проведение практических занятий, семинаров	28
Самостоятельная работа (ак.час.)	88
Формы текущего контроля	Итоговое контрольное мероприятие (1) Письменное контрольное мероприятие (3)
Формы промежуточной аттестации	Экзамен (1 триместр)

5. Аннотированное описание содержания разделов и тем дисциплины

Линейная алгебра

Дисциплина необходима для формирования у студентов комплекса основных теоретических знаний, практических умений и навыков по разделам линейной алгебры, необходимых для решения задач, возникающих в практической экономической деятельности; для выработки у студентов представления о методах и инструментах линейной алгебры для принятия оптимальных управленческих решений; развития умения формулировать задачи предметной области и находить критерии и соответствующие способы изучения математических моделей экономики.

Тема 1. Комплексные числа

Определение комплексного числа. Действительная и мнимая части числа. Сложение и умножение комплексных чисел. Мнимая единица, алгебраическая форма комплексного числа. Сопряженные числа, равенство комплексных чисел. Комплексная плоскость $\mathbb{C}$. Операции вычитания и деления комплексных чисел. Геометрическая интерпретация комплексных чисел и операций сложения и вычитания. Модуль и аргумент комплексного числа. Главное значение аргумента. Неравенства треугольника. Тригонометрическая и показательная формы комплексного числа. Теоремы о модуле и аргументе произведения и частного комплексных чисел. Возведение комплексного числа в натуральную степень. Формула Муавра. Извлечение корня n -й степени из комплексного числа.

Тема 2. Матрицы. Определители

Основные определения. Виды матриц. Линейные операции над матрицами: сложение, вычитание, умножение на действительное число. Свойства, арифметические операции над матрицами. Умножение матриц, свойства. Многочлены от матриц. Транспонированная матрица, свойства. Применение матричного исчисления к решению прикладных задач. Определители второго и третьего порядков, свойства. Перестановки и подстановки, виды. Определители n -го порядка, свойства. Миноры и алгебраические дополнения. Вычисление определителя разложением по строке (столбцу), методом приведения к треугольному виду, по теореме Лапласа. Ранг матрицы. Ранг матрицы, ранг ступенчатой матрицы. Элементарные преобразования матрицы. Обратимость элементарных преобразований. Теоремы о ранге матрицы. Критерий линейной независимости системы строк (столбцов). Приведение матрицы к ступенчатому виду элементарными преобразованиями. Определитель произведения матриц. Ранг произведения матриц. Обратная матрица. Построение обратной матрицы элементарными преобразованиями.

Контрольная точка 1

Контрольная точка включает задания по следующим темам: комплексные числа; операции над матрицами; вычисление определителей; вычисление ранга матрицы элементарными преобразованиями матриц.

Тема 3. Системы линейных уравнений

Матричные уравнения. Основные определения. Решение систем линейных уравнений. Совместная и несовместная системы линейных уравнений. Определенные и неопределенные системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Равносильность (эквивалентность) системы линейных уравнений. Элементарные преобразования. Матрица и расширенная матрица системы. Матричная запись системы линейных уравнений. Решение системы линейных уравнений методом последовательного исключения неизвестных. Метод Гаусса. Решение системы линейных уравнений со ступенчатой матрицей системы. Общее решение системы линейных уравнений. Главные и свободные неизвестные. Решение системы линейных уравнений с помощью определителей (теореме Крамера) однородной системы линейных уравнений. Исследование и решение линейных систем. Теорема Кронекера-Капелли о совместности системы уравнений. Структура множества решений системы линейных уравнений. Теорема о выборе

главных и свободных неизвестных.

Тема 4. Элементы векторной алгебры

Направленные отрезки. Равенство векторов. Сложение и вычитание векторов. Свойства. Умножение вектора на действительное число. Свойства. Теорема о коллинеарных векторах. Базис. Разложение вектора на плоскости по двум неколлинеарным векторам. Линейная зависимость векторов. Теоремы, раскрывающие её геометрический смысл. Трёхмерное векторное пространство. Разложение вектора по трём некомпланарным векторам ортонормированный базис. Координат вектора. Смешанное произведение векторов. Свойства. Длина вектора. Операции с векторами, заданными своими координатами. Угол между векторами. Векторное произведение векторов. Свойства. Смешанное произведение векторов. Свойства. Применение векторов к решению задач. Характеристическое уравнение. Характеристические корни матриц. Собственные векторы и собственные значения матрицы. Определения, примеры, способ нахождения. Свойства собственных векторов с одинаковыми и различными собственными значениями. Базис из собственных векторов линейного преобразования.

Контрольная точка 2

Контрольная точка включает задачи следующего содержания: решение матричных уравнений; решение СЛАУ методом Гаусса, Крамера, обратной матрицы ; исследование неопределённых СЛАУ; задачи векторной алгебры.

Тема 5. Аналитическая геометрия

Аффинная и прямоугольная системы координат. Деление отрезка в данном отношении. Расстояние между точками. Формулы преобразования координат при переходе от явной системы координат к другой. Полярные координаты. Метод координат на плоскости и его применение. Уравнение прямой. Прямая линия. Общее уравнение прямой на плоскости. Условие параллельности и перпендикулярности прямых. Параметрическое и каноническое уравнение прямой. Расстояние от точки до прямой. Угол между двумя прямыми. Уравнения прямой с угловым коэффициентом и в отрезках. Плоскости и прямые в пространстве. Уравнение плоскости. Общее уравнение плоскости. Взаимное расположение двух и трёх плоскостей. Условие параллельности и перпендикулярности плоскостей. Уравнение прямой в пространстве. Углы между прямыми; между прямой и плоскостью. Основные задачи на прямую и плоскость. Кривые второго порядка, определение, виды. Окружность и его характеристики: центр, радиус. Эллипс и его характеристики: центр, вершины, фокусы, эксцентриситет. Гипербола и его характеристики: центр, вершины, фокусы, эксцентриситет, асимптоты. Парабола и его характеристики: центр, вершины, фокусы, эксцентриситет, асимптоты. Поверхности второго порядка

Контрольная точка 3

Контрольная точка включает задачи следующего содержания: решение задач аналитической геометрии методом координат; взаимное расположение прямых на плоскости и в пространстве; взаимное расположение плоскостей, расстояние между плоскостями; исследование кривых и поверхностей второго порядка.

Итоговое контрольное мероприятие

Проводится по всем разделам дисциплины

6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Освоение дисциплины требует систематического изучения всех тем в той последовательности, в какой они указаны в рабочей программе.

Основными видами учебной работы являются аудиторные занятия. Их цель - расширить базовые знания обучающихся по осваиваемой дисциплине и систему теоретических ориентиров для последующего более глубокого освоения программного материала в ходе самостоятельной работы. Обучающемуся важно помнить, что контактная работа с преподавателем эффективно помогает ему овладеть программным материалом благодаря расстановке необходимых акцентов и удержанию внимания интонационными модуляциями голоса, а также подключением аудио-визуального механизма восприятия информации.

Самостоятельная работа преследует следующие цели:

- закрепление и совершенствование теоретических знаний, полученных на лекционных занятиях;
- формирование навыков подготовки текстовой составляющей информации учебного и научного назначения для размещения в различных информационных системах;
- совершенствование навыков поиска научных публикаций и образовательных ресурсов, размещенных в сети Интернет;
- самоконтроль освоения программного материала.

Обучающемуся необходимо помнить, что результаты самостоятельной работы контролируются преподавателем во время проведения мероприятий текущего контроля и учитываются при промежуточной аттестации.

Обучающимся с ОВЗ и инвалидов предоставляется возможность выбора форм проведения мероприятий текущего контроля, альтернативных формам, предусмотренным рабочей программой дисциплины. Предусматривается возможность увеличения в пределах 1 академического часа времени, отводимого на выполнение контрольных мероприятий.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации.

При проведении текущего контроля применяются оценочные средства, обеспечивающие передачу информации, от обучающегося к преподавателю, с учетом психофизиологических особенностей здоровья обучающихся.

7. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

При самостоятельной работе обучающимся следует использовать:

- конспекты лекций;
- литературу из перечня основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля);
- текст лекций на электронных носителях;
- ресурсы информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимые для освоения дисциплины;
- лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение из перечня информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине;
- методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы

Основная:

1. Линейная алгебра и аналитическая геометрия : учебник и практикум для вузов / Е. Г. Плотникова, А. П. Иванов, В. В. Логинова, А. В. Морозова ; под редакцией Е. Г. Плотниковой. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 416 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-18887-5. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. <https://urait.ru/bcode/555026>

Дополнительная:

1. Пономарёв, К. Н. Линейная и векторная алгебра, аналитическая геометрия и комплексные числа : учебное пособие / К. Н. Пономарёв, И. А. Сажин. — 2-е изд. — Новосибирск : Новосибирский государственный технический университет, 2022. — 127 с. — ISBN 978-5-7782-4735-2. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. <https://www.iprbookshop.ru/126500>

2. Алгебра и аналитическая геометрия в примерах и задачах : учебное пособие / Р. Ф. Ахвердиев, М. Г. Ахмадеев, Н. А. Газизуллин [и др.]. — Казань : Казанский национальный исследовательский технологический университет, 2009. — 89 с. — ISBN 978-5-7882-0707-0. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. <http://www.iprbookshop.ru/63676>

3. Проскуряков И. В. Сборник задач по линейной алгебре: учебное пособие / И. В. Проскуряков. — Санкт-Петербург: Лань, 2008, ISBN 978-5-8114-0707-1. — 480.

9. Перечень ресурсов сети Интернет, необходимых для освоения дисциплины

При освоении дисциплины использование ресурсов сети Интернет не предусмотрено.

10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

Образовательный процесс по дисциплине **Линейная алгебра** предполагает использование следующего программного обеспечения и информационных справочных систем:

- 1) презентационные материалы (слайды по темам лекционных занятий);
- 2) доступ в режиме on-line в Электронную библиотечную систему (ЭБС);
- 3) доступ в электронную информационно-образовательную среду университета;
- 4) интернет-сервисы и электронные ресурсы.

Перечень необходимого лицензионного и (или) свободно распространяемого программного обеспечения:

1. Приложения, позволяющее просматривать и воспроизводить медиаконтент PDF-файлов;
2. Офисные пакеты приложений;

При освоении материала и выполнения заданий по дисциплине рекомендуется использование материалов, размещенных в Личных кабинетах обучающихся ЕТИС ПГНИУ (**student.psu.ru**).

При организации дистанционной работы и проведении занятий в режиме онлайн могут использоваться:

система видеоконференцсвязи на основе платформы BigBlueButton (<https://bigbluebutton.org/>).

система LMS Moodle (<http://e-learn.psu.ru/>), которая поддерживает возможность использования текстовых материалов и презентаций, аудио- и видеоконтент, а так же тесты, проверяемые задания, задания для совместной работы.

система тестирования Indigo (<https://indigotech.ru/>).

11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Лекционные и практические занятия – аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук) с соответствующим программным обеспечением, меловой (и) или маркерной доской.

Самостоятельная работа – аудитория для самостоятельной работы, оснащенная компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет», обеспеченная доступом в электронную информационно-образовательную среду университета. Помещения Научной библиотеки ПГНИУ.

Текущий контроль, групповые и индивидуальные консультации, промежуточная аттестация – аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук) с соответствующим программным обеспечением, меловой (и) или маркерной доской

Помещения научной библиотеки ПГНИУ для обеспечения самостоятельной работы обучающихся:

1. Научно-библиографический отдел, корп.1, ауд. 142. Оборудован 3 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

2. Читальный зал гуманитарной литературы, корп. 2, ауд. 418. Оборудован 7 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

3. Читальный зал естественной литературы, корп.6, ауд. 107а. Оборудован 5 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

4. Отдел иностранной литературы, корп.2 ауд. 207. Оборудован 1 персональным компьютером с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

5. Библиотека юридического факультета, корп.9, ауд. 4. Оборудована 11 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

6. Читальный зал географического факультета, корп.8, ауд. 419. Оборудован 6 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

Все компьютеры, установленные в помещениях научной библиотеки, оснащены следующим программным обеспечением:

Операционная система ALT Linux;

Офисный пакет Libreoffice.

Справочно-правовая система «КонсультантПлюс»

**Фонды оценочных средств для аттестации по дисциплине
Линейная алгебра**

**Планируемые результаты обучения по дисциплине для формирования компетенции.
Индикаторы и критерии их оценивания**

ОПК.1

Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности

Компетенция (индикатор)	Планируемые результаты обучения	Критерии оценивания результатов обучения
ОПК.1.2 Осуществляет первичный сбор и анализ материала, интерпретирует различные математические и физические объекты	Умеет интерпретировать математические объекты	Неудовлетворител НЕУДОВЛЕТВОРИТЕЛЬНО выставляется студенту, который не знает основы лин.алгебры. Заявленная часть компетенции в полной мере не сформирована. Имеющихся знаний, умений, навыков недостаточно для решения практических задач. Требуется повторное обучение. Удовлетворительн УДОВЛЕТВОРИТЕЛЬНО выставляется студенту, который не уверенно знает основы лин.алгебры. Сформированы знания и умения в области математики, необходимые для дальнейшего обучения. Сформированность заявленной части компетенции соответствует минимальным требованиям. Хорошо ХОРОШО выставляется студенту, который в целом хорошо знает основы лин.алгебры. Сформировано умение использовать соответствующие программные инструменты в стандартных ситуациях. Компетенция в целом соответствует требованиям. Отлично ОТЛИЧНО выставляется студенту, который отлично знает основы лин.алгебры. Сформированы систематические знания и умения в области математики. Обучающийся свободно справляется с практическими задачами, владеет разносторонними приемами выполнения соответствующий видов работ. Сформированность заявленной части компетенции превышает стандартные требования. Имеющихся знаний, умений,

Компетенция (индикатор)	Планируемые результаты обучения	Критерии оценивания результатов обучения
		Отлично навыков и мотивации в полной мере достаточно для применения творческого подхода к решению сложных практических задач.
ОПК.1.1 Применяет базовые понятия, основную терминологию и знания основных положений и концепций в области математических и естественных наук	Знание основных положений и концепций в области математики	Неудовлетворител Выставляется студенту, который не знает концепции в области математики. Заявленная часть компетенции в полной мере не сформирована. Имеющихся знаний, умений, навыков недостаточно для решения практических задач. Требуется повторное обучение. Удовлетворительн Выставляется студенту, который не уверенно знает концепции в области математики. Сформированность заявленной части компетенции соответствует минимальным требованиям. Хорошо Выставляется студенту, который в целом хорошо знает концепции в области математики. Сформировано умение использовать соответствующие программные инструменты в стандартных ситуациях. Компетенция в целом соответствует требованиям. Отлично Выставляется студенту, который отлично знает концепции в области математики. Имеющихся знаний, умений, навыков и мотивации в полной мере достаточно для применения творческого подхода к решению сложных практических задач.

Оценочные средства текущего контроля и промежуточной аттестации

Схема доставки : Базовая

Вид мероприятия промежуточной аттестации : Экзамен

Способ проведения мероприятия промежуточной аттестации : Оценка по дисциплине в рамках промежуточной аттестации определяется на основе баллов, набранных обучающимся на контрольных мероприятиях, проводимых в течение учебного периода.

Максимальное количество баллов : 100

Конвертация баллов в отметки

«отлично» - от 81 до 100

«хорошо» - от 61 до 80

«удовлетворительно» - от 43 до 60

«неудовлетворительно» / «незачтено» менее 43 балла

Компетенция (индикатор)	Мероприятие текущего контроля	Контролируемые элементы результатов обучения
ОПК.1.1 Применяет базовые понятия, основную терминологию и знания основных положений и концепций в области математических и естественных наук	Контрольная точка 1 Письменное контрольное мероприятие	Знания по следующим темам: комплексные числа; операции над матрицами; вычисление определителей; вычисление ранга матрицы элементарные преобразования матриц.
ОПК.1.2 Осуществляет первичный сбор и анализ материала, интерпретирует различные математические и физические объекты	Контрольная точка 2 Письменное контрольное мероприятие	Знания по следующим разделам: решение матричных уравнений; решение СЛАУ методом Гаусса, Крамера, обратной матрицы ; исследование неопределенных СЛАУ; задачи векторной алгебры.
ОПК.1.1 Применяет базовые понятия, основную терминологию и знания основных положений и концепций в области математических и естественных наук	Контрольная точка 3 Письменное контрольное мероприятие	Знания по следующим разделам: решение задач аналитической геометрии методом координат; взаимное расположение прямых на плоскости и в пространстве; взаимное расположение плоскостей, расстояние между плоскостями; исследование кривых и поверхностей второго порядка.
ОПК.1.2 Осуществляет первичный сбор и анализ материала, интерпретирует различные математические и физические объекты	Итоговое контрольное мероприятие Итоговое контрольное мероприятие	Итоговое КМ

Спецификация мероприятий текущего контроля

Контрольная точка 1

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы самостоятельной работы**

Максимальный балл, выставяемый за мероприятие промежуточной аттестации: **20**

Проходной балл: **8.5**

Показатели оценивания	Баллы
Верно решенное задание	1

Контрольная точка 2

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы самостоятельной работы**

Максимальный балл, выставяемый за мероприятие промежуточной аттестации: **20**

Проходной балл: **8.5**

Показатели оценивания	Баллы
Верно решенное задание	1

Контрольная точка 3

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы самостоятельной работы**

Максимальный балл, выставяемый за мероприятие промежуточной аттестации: **20**

Проходной балл: **8.5**

Показатели оценивания	Баллы
Верно решенное задание	1

Итоговое контрольное мероприятие

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы самостоятельной работы**

Максимальный балл, выставяемый за мероприятие промежуточной аттестации: **40**

Проходной балл: **17**

Показатели оценивания	Баллы
Верно решенное задание	1