

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

**Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования "Пермский
государственный национальный исследовательский
университет"**

Кафедра фундаментальной математики

**Авторы-составители: Павелкин Владимир Николаевич
Волочков Александр Андреевич
Шерemet Галина Геннадьевна
Оглезнева Анна Николаевна
Коневских Татьяна Михайловна**

**Рабочая программа дисциплины
АЛГЕБРА И АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ
Код УМК 95858**

**Утверждено
Протокол №9
от « 22 » мая 2022 г.**

Пермь, 2022

1. Наименование дисциплины

Алгебра и аналитическая геометрия

2. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина входит в обязательную часть Блока « Б.1 » образовательной программы по направлениям подготовки (специальностям):

Направление: **01.03.02** Прикладная математика и информатика

направленность Математическое моделирование и информационные технологии

Дисциплина входит в обязательную часть Блока « Б.1 » образовательной программы по направлениям подготовки (специальностям):

Направление: **01.03.02** Прикладная математика и информатика

направленность Интеллектуальный анализ данных и математическое моделирование

Направление: **01.03.02** Прикладная математика и информатика

направленность Математическое моделирование и информационные технологии в бизнесе

Направление: **01.03.02** Прикладная математика и информатика

направленность Программа широкого профиля

Направление: **01.03.02** Прикладная математика и информатика

направленность Системное программирование и компьютерные технологии

3. Планируемые результаты обучения по дисциплине

В результате освоения дисциплины **Алгебра и аналитическая геометрия** у обучающегося должны быть сформированы следующие компетенции:

01.03.02 Прикладная математика и информатика (направленность : Математическое моделирование и информационные технологии)

01.03.02 Прикладная математика и информатика (направленность : Интеллектуальный анализ данных и математическое моделирование)

01.03.02 Прикладная математика и информатика (направленность : Системное программирование и компьютерные технологии)

01.03.02 Прикладная математика и информатика (направленность : Математическое моделирование и информационные технологии в бизнесе)

01.03.02 Прикладная математика и информатика (направленность : Программа широкого профиля)

ОПК.1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности

Индикаторы

ОПК.1.1 Применяет базовые понятия, основную терминологию и знания основных положений и концепций в области математических и естественных наук

ОПК.1.2 Осуществляет первичный сбор и анализ материала, интерпретирует различные математические и физические объекты

ОПК.1.3 Использует практический опыт решения стандартных задач математических и (или) естественных наук

4. Объем и содержание дисциплины

Направления подготовки	01.03.02 Прикладная математика и информатика (направленность: Математическое моделирование и информационные технологии в бизнесе)
форма обучения	очная
№№ триместров, выделенных для изучения дисциплины	1,2,3
Объем дисциплины (з.е.)	9
Объем дисциплины (ак.час.)	324
Контактная работа с преподавателем (ак.час.), в том числе:	126
Проведение лекционных занятий	56
Проведение практических занятий, семинаров	70
Самостоятельная работа (ак.час.)	198
Формы текущего контроля	Входное тестирование (1) Защищаемое контрольное мероприятие (7) Итоговое контрольное мероприятие (3) Письменное контрольное мероприятие (3)
Формы промежуточной аттестации	Экзамен (1 триместр) Экзамен (2 триместр) Экзамен (3 триместр)

5. Аннотированное описание содержания разделов и тем дисциплины

Алгебра и аналитическая геометрия. Первый триместр.

В данном триместре рассматриваются следующие основные разделы курса "Алгебра":

- 1) Комплексные числа;
- 2) Матрицы. Определители. Системы линейных уравнений.
- 3) Линейные пространства.

и курса "Аналитическая геометрия":

- 1) Элементы векторной алгебры";
- 2) Линейные образы на плоскости и в пространстве.

ВХОДНОЙ КОНТРОЛЬ

Проверяются следующие остаточные знания из курса средней школы, необходимые для успешного освоения курса "Алгебра и аналитическая геометрия":

- 1) Понятие вектора и основные операции над векторами: сложение векторов, вычитание векторов, умножение вектора на действительное число, скалярное произведение векторов. Свойства треугольников и параллелограммов.
- 2) Основные теоремы стереометрии: признаки параллельности и перпендикулярности прямых на плоскости, признаки параллельности и перпендикулярности плоскостей, признаки параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости.
- 3) Решение систем двух (трёх) линейных уравнений.
- 4) Решение квадратных уравнений. Теорема Виета.

Раздел 1.

Строится система комплексных чисел, рассматривается алгебраическая и тригонометрическая форма комплексного числа, иллюстрируется геометрическая интерпретация операций, вводится понятие сопряженных комплексных чисел, выводятся формулы возведения в степень и извлечение корня из комплексного числа. Рассматривается решение квадратных уравнений с комплексными и действительными коэффициентами. Обсуждается свойство корней из единицы и первообразных корней.

В этом разделе также рассматриваются понятия перестановки из n чисел, их чётность, подстановки n -й степени, их чётность. Определение определителя n -го порядка. Свойства определителей. Разложение определителя по строке. Формулировка теоремы Лапласа. Сумма произведений элементов одной строки определителя на алгебраические дополнения другой. Умножение матриц (определения, свойства). Обратная матрица (существование, вид). Решение матричных уравнений типа $AX=B$. Матричное доказательство теоремы Крамера. Метод Гаусса (метод последовательного исключения неизвестных).

Комплексные числа

Строится система комплексных чисел, рассматривается алгебраическая и тригонометрическая форма комплексного числа, иллюстрируется геометрическая интерпретация операций, вводится понятие сопряженных комплексных чисел, выводятся формулы возведения в степень и извлечение корня из комплексного числа. Рассматривается решение квадратных уравнений с комплексными и действительными коэффициентами. Обсуждается свойство корней из единицы и первообразных корней.

Определители

Рассматриваются понятия перестановки из n чисел, их чётность, подстановки n -й степени, их чётность. Определение определителя n -го порядка. Свойства определителей. Разложение определителя по строке. Формулировка теоремы Лапласа. Сумма произведений элементов одной строки определителя на алгебраические дополнения другой.

Матрицы

Операции над матрицами. Умножение матриц (определения, свойства). Обратная матрица (существование, вид). Решение матричных уравнений типа $AX=B$. Матричное доказательство теоремы Крамера.

Системы линейных уравнений

Устанавливается взаимно однозначное соответствие между системами m линейных уравнений с n неизвестными и множеством матриц, имеющих m строк и n столбцов. Вводятся элементарные преобразования матриц и с их помощью обосновывается метод Гаусса решения произвольных систем линейных уравнений. Рассматриваются матричный метод и метод Крамера решения систем линейных уравнений.

КТ-1

Контрольная точка (КТ-1) включает в себя следующие практические работы:

- 1) Практическая работа №1 "Комплексные числа";
- 2) Практическая работа №2 "Вычисление определителей";
- 3) Практическая работа №3 "Операции над матрицами";
- 4) Практическая работа №4 "Решение систем уравнений методом Гаусса";

и Теста "Комплексные числа. Определители. Матрицы. Системы линейных уравнений".

Раздел 2.

В этом разделе изучаются линейные пространства, их подпространства. Дается определение линейно зависимых и линейно независимых систем векторов. Доказывается эквивалентность определений. Изучаются свойства линейно зависимых и линейно независимых систем векторов. Дается определение базиса системы векторов и линейного пространства. Вводится понятие координат вектора в базисе. Дается определение конечномерных линейных пространств, приводятся примеры. Вводится определение размерности линейного пространства. Рассматривается связь координат вектора в разных базисах и действия с векторами в координатах. Дается понятие матрицы перехода.

Линейные пространства

Дается определение линейного пространства, рассматриваются его простейшие свойства. В качестве примеров линейных пространств рассматриваются множества всех матриц одной размерности, арифметическое линейное пространство и множество многочленов степени не выше n . Дается определение линейно зависимых и независимых систем векторов. Рассматриваются основная теорема о линейной зависимости и ее следствия. Вводится понятие базиса линейного пространства и размерности линейного пространства. Дается определение базиса линейного пространства. Рассматриваются его основные свойства. Вводятся координаты вектора в данном базисе и представление вектора через базис в виде линейной комбинации базисных векторов. Рассматриваются действия с векторами в координатах.

Матрицы перехода

Вводится понятие матрицы перехода и определяется связь координат вектора в разных базисах.

КТ-2

Контрольная точка (КТ-2) включает в себя следующие работы:

1) Практическая работа № 5 "Линейные пространства. Базис и размерность линейного пространства. Матрицы перехода";

Раздел 3.

Дается определение геометрического вектора и его характеристик. Вводятся операции сложения векторов и умножения их на действительные числа. Рассматриваются свойства этих операций, на основе этих свойств делается вывод, что множество геометрических векторов является линейным (векторным) пространством над полем действительных чисел. Вводятся понятия коллинеарных и компланарных векторов, рассматриваются их свойства, необходимые и достаточные условия коллинеарности двух векторов и компланарности трех векторов. Доказывается, что эти множества являются линейными подпространствами во множестве всех геометрических векторов. Находятся базисы во всех этих пространствах. Рассматривается понятие проекции вектора, в том числе и ортогональной проекции вектора на ось. Даются определения прямоугольной декартовой (ПДСК) и аффинной систем координат (АСК) на плоскости и в пространстве. Вводятся операции скалярного, векторного и смешанного произведения векторов. Выводятся формулы нахождения этих произведений в ПДСК и АСК и рассматриваются различные приложения этих произведений к решению метрических задач.

Операции над векторами: сложение (вычитание) векторов, умножение вектора на число

Дается определение геометрического вектора и его характеристик. Вводятся операции сложения векторов и умножения их на действительные числа. Рассматриваются свойства этих операций, на основе чего делается вывод, что множество геометрических векторов является линейным (векторным) пространством над полем действительных чисел. Вводятся понятия коллинеарных и компланарных векторов, рассматриваются их свойства, необходимые и достаточные условия коллинеарности двух векторов и компланарности трех векторов. Доказывается, что эти множества являются линейными подпространствами во множестве всех геометрических векторов. Находятся базисы во всех этих пространствах. Рассматривается понятие проекции вектора, в том числе и ортогональной проекции вектора на ось. Даются определения прямоугольной декартовой (ПДСК) и аффинной систем координат (АСК) на плоскости и в пространстве.

Скалярное произведение векторов

Вводится операция скалярного умножения векторов. Рассматриваются алгебраические и геометрические свойства этого произведения. Выводятся формулы нахождения скалярного произведения в ПДСК и АСК и рассматриваются различные типы метрических задач с применением скалярного произведения.

Векторное произведение векторов

Вводится операция векторного произведения векторов. Рассматриваются алгебраические и геометрические свойства операции. Выводятся формулы для вычисления произведения в произвольном и ортонормированном базисах. Приводятся примеры применения этого произведения при решении геометрических задач.

Смешанное произведение векторов

Вводится операция смешанного произведения векторов. Рассматриваются алгебраические и геометрические свойства операции. Выводятся формулы для вычисления произведения в произвольном и ортонормированном базисах. Приводятся примеры применения этого произведения при решении геометрических задач.

КТ-3

Контрольная точка (КТ-3) включает в себя следующие работы:

- 1) Практическая работа № 6 "Операции над векторами";
- 2) Тест "Векторная алгебра"

Раздел 4.

В данном разделе рассматриваются:

- 1) различные способы задания прямой на плоскости в ПДСК и АСК;
- 2) взаимное расположение прямых на плоскости: условия параллельности, перпендикулярности, совпадения прямых;
- 3) расстояние между параллельными прямыми, расстояние от точки до прямой;
- 4) нахождение точки пересечения прямых;
- 5) различные способы задания плоскости;
- 6) взаимное расположение плоскостей;
- 7) расстояние от точки до плоскости, расстояние между параллельными плоскостями;
- 8) угол между прямыми;
- 9) угол между плоскостями.

Прямая на плоскости

Выводятся уравнений прямой в аффинной системе координат на плоскости, если прямая задана

- а) точкой и направляющим вектором,
- б) двумя точками.

Общее уравнение прямой.

Выводятся уравнения прямых в прямоугольной системе координат на плоскости, если

- а) прямая задана точкой и перпендикулярным вектором,
- б) точкой и углом с осью (Ox).

Рассматривается нормальное уравнение прямой. Выводятся формулы угла между прямыми и расстояния от точки до прямой. Рассматриваются уравнение пучка прямых и геометрический смысл знака трехчлена $Ax+By+C$.

Плоскость

Выводятся в аффинной системе координат уравнения плоскости, если плоскость задана

- а) точкой и двумя неколлинеарными векторами, параллельными плоскости;
- б) тремя точками, не лежащими на одной прямой.

Рассматривается общее уравнение плоскости.

Взаимное расположение прямых на плоскости. Взаимное расположение плоскостей

Исследуется взаимное расположение двух прямых, если

- а) обе прямые заданы общими уравнениями,
- б) одна прямая задана общим уравнением, а вторая - параметрическими (или каноническими),
- в) обе прямые заданы параметрическими (каноническими) уравнениями на плоскости

Исследуется взаимное расположение двух плоскостей, если

- а) обе плоскости заданы общими уравнениями,
- б) одна плоскость задана общим уравнением, вторая - параметрическими,
- в) обе плоскости заданы параметрическими уравнениями.

В обзорном порядке рассматривается пучок плоскостей и геометрический смысл знака четырехчлена $Ax + By + Cz + D$.

КТ-4

Контрольная точка (КТ-4) включает в себя следующие работы:

- 1) Тест "Прямая на плоскости. Плоскость"

ИТОГОВОЕ КОНТРОЛЬНОЕ МЕРОПРИЯТИЕ

Итоговое контрольное мероприятие проводится в виде письменной контрольной работы, включающей в себя задания на темы:

- 1) комплексные числа;
- 2) матрицы;
- 3) определители;
- 4) линейные пространства;
- 5) линейные образы: прямая на плоскости, плоскость.

Алгебра и аналитическая геометрия. Второй триместр

В данном триместре рассматриваются следующие основные разделы курса "Аналитическая геометрия":

- 1) Прямая в пространстве. Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве;
- 2) Кривые второго порядка: эллипс, гипербола, парабола. Вывод канонических уравнений в ПДСК и в полярных координатах.
- 3) Элементарная теория поверхностей второго порядка: цилиндрические, конические поверхности, поверхности вращения. Линейчатые поверхности.

и курса "Алгебра":

- 1) Системы линейных уравнений: определение частного и общего решения. Теорема Кронекера-Капелли. Обоснование практического способа нахождения общего решения СЛУ с помощью ранга матрицы.

Раздел 5.

Выводятся различные уравнения прямой в пространстве. Исследуется взаимное расположение двух прямых. Определяется угол между прямыми в пространстве, расстояние от точки до прямой в пространстве, расстояние между двумя скрещивающимися и параллельными прямыми. Исследуется взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве. Определяется угол между прямой и плоскостью в пространстве и нахождение точки пересечения прямой и плоскости в пространстве.

Дается определение линий второго порядка.

Выводятся канонические уравнения окружности, эллипса, гиперболы и параболы в прямоугольной системе координат. Исследуются свойства и форма этих линий. Даются понятия эксцентриситета, директрис, фокальных радиусов, асимптот. Выводятся уравнения касательных к кривым второго порядка. Выводятся уравнения эллипса, гиперболы и параболы в полярной системе координат.

Прямая в пространстве. Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве.

Выводятся уравнения прямой в пространстве:

- 1) проходящей через данную точку параллельно данному вектору (канонические и параметрические);
- 2) проходящей через две данные точки;
- 3) заданной пересечением двух плоскостей.

Исследуется взаимное расположение двух прямых:

- 1) прямые совпадают;
- 2) прямые параллельны;
- 3) прямые пересекаются;
- 4) прямые скрещиваются.

Определяется угол между прямыми в пространстве, расстояние от точки до прямой в пространстве, расстояние между двумя скрещивающимися и параллельными прямыми.

Исследуется взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве. Определяется угол между прямой и плоскостью в пространстве и нахождение точки пересечения прямой и плоскости в пространстве.

Линии второго порядка: эллипс, гипербола, парабола. Вывод уравнений в полярных координатах

Дается определение линий второго порядка.

Выводятся канонические уравнения окружности и эллипса в прямоугольной системе координат. Исследуются свойства и форма этих линий. Для эллипса вводятся эксцентриситет и директрисы, рассматриваются их свойства. Обсуждается вопрос об изменении уравнения эллипса

- а) при перемене местами осей координат,
- б) при параллельном переносе центра эллипса.

Выводятся уравнения касательных к эллипсу и окружности.

Выводятся канонические уравнения гиперболы в прямоугольной системе координат. Исследуются свойства и форма гиперболы. Дается определение эксцентриситета, фокусов, директрис, фокальных радиусов, асимптот гиперболы, сопряженной гиперболы. Рассматривается особая роль асимптот гиперболы. Обсуждается вопрос об изменении уравнений гиперболы

- а) при перемене местами осей координат,
- б) при параллельном переносе центра гиперболы.

Выводятся уравнения касательных к гиперболе.

Выводится каноническое уравнение параболы в прямоугольной системе координат. Исследуются свойства и форма параболы. Вводится эксцентриситет и директриса, рассматриваются их свойства. Обсуждается вопрос об изменении уравнения параболы

- а) в зависимости от оси симметрии,
- б) при параллельном переносе вершины параболы.

Выводятся уравнения касательных к параболе.

Выводятся уравнения эллипса, гиперболы и параболы в полярной системе координат.

Упрощение уравнения линии второго порядка при преобразовании прямоугольных координат. Классификация линий второго порядка.

Рассматривается вопрос о преобразовании аффинных и прямоугольных координат на плоскости. Формулируется алгоритм упрощения уравнения линии второго порядка при преобразовании прямоугольных координат. Дается классификация линий второго порядка.

КТ-1

КТ-1 состоит из следующих работ:

- 1) Практическая работа "Прямая в пространстве. Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве";
- 2) Практическая работа "Кривые второго порядка";
- 3) Тест "Прямая в пространстве. Плоскость. Кривые второго порядка".

Раздел 6.

Даются определения цилиндрических, конических поверхностей и поверхностей вращения. Поверхности второго порядка исследуются сечениями координатными плоскостями и плоскостями им параллельными. Линейчатые поверхности. Поверхности вращения.

Элементарная теория поверхностей второго порядка: цилиндрические, конические поверхности, поверхности вращения.

Канонические уравнения поверхностей второго порядка. Знать виды уравнений, названия и вид соответствующих им поверхностей (эллипсоид, однополостный гиперболоид, двуполостный гиперболоид, эллиптический параболоид, гиперболический параболоид, эллиптический цилиндр, гиперболический цилиндр, параболический цилиндр, конус, вырожденные поверхности). Исследование поверхностей второго порядка, заданных каноническими уравнениями, сечениями плоскостями, параллельными координатным плоскостям. Прямолинейные образующие поверхностей второго порядка (определение, знать, у каких поверхностей есть прямолинейные образующие, вывод уравнений семейств прямолинейных образующих).

КТ-2

КТ-2 состоит из следующих работ:

- 1) Практическая работа "Поверхности второго порядка";
- 2) Тест "Поверхности второго порядка".

Раздел 7.

В этом разделе рассматривается один из фундаментальных способов исследования и решения неоднородных (СЛНУ) и однородных систем линейных уравнений (СЛОУ) с любым конечным числом неизвестных с помощью ранга матрицы. Для этого доказывается теорема Кронекера - Капелли, из нее выводятся правила решения указанных систем. Рассматриваются свойства решений системы линейных однородных уравнений и связь решений соответствующих СЛНУ и СЛОУ.

Системы линейных уравнений (СЛУ): определение частного и общего решения. Теорема Кронекера - Капелли. Обоснование практического способа нахождения общего решения СЛУ с

помощью ранга матрицы.

Вводится определение общего и частного решений системы уравнений. Дается классификация систем линейных уравнений: однородная и неоднородная, совместная и несовместная, определенная и неопределенная. Рассматриваются основные свойства систем линейных уравнений и их преобразования, приводящие к системам, эквивалентным данной. Формулируется и доказывается теорема Кронекера-Капелли. Из теоремы Кронекера-Капелли выводится практический способ исследования системы линейных уравнений (СЛУ) на совместность и нахождение решения СЛУ с помощью ранга матрицы. Формулируется алгоритм нахождения общего решения СЛУ.

Системы линейных однородных уравнений и пространства их решений. Связь решений однородной и неоднородной СЛУ.

Рассматриваются свойства решений системы линейных однородных уравнений (СЛОУ). Доказывается, что множество всех решений СЛОУ является линейным подпространством арифметического n -мерного пространства. Находится базис и размерность этого подпространства.

Рассматривается связь общего решения системы линейных неоднородных уравнений (СЛНУ) и общего решения соответствующей СЛОУ. Показывается, что

- 1) разность двух решений неоднородной системы - это решение приведённой однородной системы;
- 2) сумма решения однородной системы и решения приведённой однородной системы - это решение неоднородной системы;
- 3) общее решение неоднородной системы представляется в виде суммы частного решения неоднородной системы и линейной комбинации фундаментальных решений её приведённой однородной системы.

КТ-3

Проверяется знание понятий ранга матрицы, однородных (СЛОУ) и неоднородных (СЛНУ) систем линейных уравнений, общего и частного решений СЛУ, ранга матрицы, базисного минора, фундаментальной системы решений (ФСР) однородной системы уравнений; применение теоремы Кронекера - Капелли для исследования вопроса о совместности СЛУ; нахождение общего и частного решений СЛУ; знание связи решений СЛНУ и соответствующей СЛОУ

КТ-3 состоит из следующих работ:

- 1) Практическая работа "Исследование СЛУ на совместность с помощью рангов матриц";
- 2) Тест "Ранг матрицы. СЛУ".

ИТОГОВОЕ КОНТРОЛЬНОЕ МЕРОПРИЯТИЕ

Итоговое контрольное мероприятие проводится в виде письменной контрольной работы и теста. Эти виды работ включают в себя задания на темы:

- 1) Прямая в пространстве. Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве;
- 2) Кривые второго порядка: эллипс, гипербола, парабола;
- 3) Поверхности второго порядка;
- 4) Ранг матрицы и системы линейных уравнений.

Письменная контрольная работа оценивается в 20 баллов. Тест оценивается в 20 баллов.

Алгебра и аналитическая геометрия. Третий триместр

В данном триместре рассматриваются следующие основные разделы курса "Алгебра":

- 1) Линейные преобразования линейных пространств;
- 2) Евклидовы и унитарные пространства.
- 3) Билинейные и квадратичные формы.

Раздел 8.

Дается определение линейного оператора, действующего из одного линейного пространства в другое. Выводятся его свойства и приводятся примеры. Дается матричная запись линейного оператора в данной паре базисов и устанавливается взаимное соответствие между матрицами и операторами. Определяются собственные векторы и собственные значения линейного преобразования, рассматриваются их свойства и способы нахождения. Рассматриваются свойства базиса линейного пространства, содержащего собственные векторы. Вводится понятие спектра и простого спектра. Доказывается теорема о линейном преобразовании с простым спектром.

Определение линейного отображения и линейного преобразования линейных пространств. Координаты образа вектора при линейном преобразовании.

Дается определение линейного отображения, действующего из одного линейного пространства в другое и линейного преобразования, действующего в линейном пространстве. Выводятся свойства линейного преобразования и приводятся примеры. Рассматривается матрица линейного преобразования в данном базисе и устанавливается взаимное соответствие между матрицами и линейными преобразованиями. Дается матричная запись линейного преобразования.

Связь матриц линейного преобразования в разных базисах конечномерного линейного пространства. Операции над линейными преобразованиями.

Выводится связь между матрицами данного линейного преобразования в двух парах базисов. Вводятся действия с линейными преобразованиями: сложение, умножение на элемент основного поля, умножение линейных преобразований. Доказываются их свойства.

Ядро и область значений линейного преобразования. Невырожденные линейного преобразования.

Дается определение области значений линейного преобразования. Показывается, что область значений линейного преобразования является линейным подпространством линейного пространства. Определяется размерность области значений линейного преобразования. Вводится определение ядра линейного преобразования. Показывается, что ядро линейного преобразования является линейным подпространством линейного пространства. Определяется размерность ядра линейного преобразования. Дается определение невырожденного линейного преобразования и формулируются условия невырожденности линейного преобразования.

Собственные значения и собственные векторы линейного преобразования. Линейные преобразования с простым спектром

Определяются собственные векторы и собственные значения линейного преобразования, рассматриваются их свойства и способы нахождения. Рассматриваются свойства базиса линейного пространства, содержащего собственные векторы. Вводится понятие спектра и простого спектра. Доказывается теорема о линейном преобразовании с простым спектром.

КТ-1

В работу включены задания следующих типов:

- 1) Проверить, что данное отображение является линейным оператором.
- 2) Найти матрицу линейного оператора, если даны базисы в линейных пространствах и правило, задающее оператор.
- 3) Оператор задан матрицей в одной паре базисов, найти его матрицу в другой паре базисов.
- 4) Найти координаты образа вектора, если даны координаты самого вектора или наоборот.
- 5) Найти ядро и область значений линейного оператора, заданного либо матрицей, либо правилом.
- 6) Найти собственные значения и собственные векторы линейного преобразования.

Раздел 9.

В этом разделе определяется скалярное произведение векторов в линейных пространствах над полями действительных и комплексных чисел. В первом случае линейное пространство называется евклидовым, во втором - унитарным. Изучаются евклидовы векторные пространства. Рассматриваются примеры, свойства и способы задания скалярного произведения, вводятся понятия длины вектора, угла между векторами, ортогональности векторов, ортогонального дополнения вектора. Рассматривается ортонормированный базис и его свойства. Изучаются частные виды линейных преобразований евклидова пространства:

- 1) преобразование, сопряженное данному линейному преобразованию,
- 2) самосопряженные линейные преобразования,
- 3) ортогональные преобразования.

Рассматривается построение ортонормированного базиса, ортогонального дополнения и ортогональной составляющей вектора на подпространство.

Скалярное произведение векторов в линейном пространстве. Определение евклидовых и унитарных пространств. Матрица Грама. Введение метрики.

Дается определение скалярного произведения в линейном пространстве над полем действительных (комплексных) чисел, выводятся его свойства, приводятся примеры. Дается определение евклидова (унитарного) пространства. Приводятся способы задания скалярного произведения. Вводится матрица Грама, рассматриваются ее свойства.

Ортогональность векторов в евклидовом пространстве. Длина и угол между векторами. Ортонормированные базисы.

Дается определение длины вектора, угла между векторами и ортогональных векторов. Выводятся свойства ортогональных векторов. Рассматривается понятие ортогонального дополнения и ортогональной составляющей вектора на подпространство. Вводится понятие ортонормированных базисов. Доказывается теорема: любой базис может быть ортонормирован. Выводится формула скалярного произведения в ортонормированном базисе.

Ортогональные, сопряженные и самосопряженные линейные преобразования евклидовых пространств.

Вводится определение ортогонального преобразования евклидова пространства, доказываются их свойства и способы задания. Определяется матрица ортогонального преобразования. Устанавливается связь между ортогональными преобразованиями и ортогональными матрицами, если зафиксирован ортонормированный базис.

Вводится определение преобразования сопряженного данному линейному преобразованию, рассматриваются свойства такого преобразования и его матрица. Как частный случай рассматриваются самосопряженные преобразования и их матрицы.

КТ-2

В работу включены задания следующих типов:

- 1) Определить будет ли данная формула (или правило) задавать скалярное произведение в данном линейном пространстве.
- 2) Найти матрицу Грама данного скалярного произведения для данного базиса.
- 3) Найти скалярное произведения данных векторов, если оно задано
 - а) матрицей Грама,
 - б) формулой.
- 4) найти длину вектора или угол между векторами, если задано скалярное произведение.
- 5) На основе данной линейно независимой системы векторов получить ортогональный (ортонормированный) базис.
- 6) Найти ортогональную проекцию данного вектору на подпространство.
- 7) Найти ортогональную составляющую данного вектору на подпространство.

Раздел 10.

В этом разделе дается определение билинейной формы. Квадратичная форма определяется как частный случай симметрической билинейной формы. Рассматриваются свойства и способы задания квадратичной формы. Доказывается теорема о приведении любой квадратичной формы к каноническому и нормальному видам. Для квадратичных форм над полем действительных чисел рассматривается закон инерции.

Билинейные формы.

Дается определение билинейной формы. Вводится матрица билинейной формы и приводится матричная запись формы. Рассматриваются симметрические билинейные формы и их канонический и нормальный виды.

Квадратичные формы. Приведение квадратичной формы к каноническому и нормальному видам. Закон инерции действительных квадратичных форм.

Дается определение квадратичной формы и ее матрицы. Приводится матричная запись квадратичной формы. Выводится формула, связывающая матрицы квадратичной формы в разных базисах (преобразование матрицы квадратичной формы при не врожденном преобразовании переменных). Доказываются теоремы 1) о приведении квадратичной формы к каноническому и нормальному видам, 2) закон инерции действительных квадратичных форм.

КТ-3

ИТОГОВОЕ КОНТРОЛЬНОЕ МЕРОПРИЯТИЕ

Каждый билет содержит три теоретических вопроса и два практических:

- 1) Теоретический вопрос из темы "Линейные преобразования линейных пространств"- 10 баллов;
- 2) Теоретический вопрос из темы "Евклидовы и унитарные пространства и их преобразования"- 10 баллов;
- 3) Теоретический вопрос из темы "Билинейные и квадратичные формы" - 10 баллов
- 4) Практическое задание по одной из тем 1-3 - 10 баллов.

6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Освоение дисциплины требует систематического изучения всех тем в той последовательности, в какой они указаны в рабочей программе.

Основными видами учебной работы являются аудиторные занятия. Их цель - расширить базовые знания обучающихся по осваиваемой дисциплине и систему теоретических ориентиров для последующего более глубокого освоения программного материала в ходе самостоятельной работы. Обучающемуся важно помнить, что контактная работа с преподавателем эффективно помогает ему овладеть программным материалом благодаря расстановке необходимых акцентов и удержанию внимания интонационными модуляциями голоса, а также подключением аудио-визуального механизма восприятия информации.

Самостоятельная работа преследует следующие цели:

- закрепление и совершенствование теоретических знаний, полученных на лекционных занятиях;
- формирование навыков подготовки текстовой составляющей информации учебного и научного назначения для размещения в различных информационных системах;
- совершенствование навыков поиска научных публикаций и образовательных ресурсов, размещенных в сети Интернет;
- самоконтроль освоения программного материала.

Обучающемуся необходимо помнить, что результаты самостоятельной работы контролируются преподавателем во время проведения мероприятий текущего контроля и учитываются при промежуточной аттестации.

Обучающимся с ОВЗ и инвалидов предоставляется возможность выбора форм проведения мероприятий текущего контроля, альтернативных формам, предусмотренным рабочей программой дисциплины. Предусматривается возможность увеличения в пределах 1 академического часа времени, отводимого на выполнение контрольных мероприятий.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации.

При проведении текущего контроля применяются оценочные средства, обеспечивающие передачу информации, от обучающегося к преподавателю, с учетом психофизиологических особенностей здоровья обучающихся.

7. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

При самостоятельной работе обучающимся следует использовать:

- конспекты лекций;
- литературу из перечня основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля);
- текст лекций на электронных носителях;
- ресурсы информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимые для освоения дисциплины;
- лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение из перечня информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине;
- методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы

Основная:

1. Половицкий Я. Д. Алгебра. учебное пособие для студентов механико-математического и физического факультетов : в 3 ч. Ч. 1, 2/Я. Д. Половицкий ; Федеральное агентство по образованию, Пермский государственный университет.-2-е изд., стер..-Пермь, 2010, ISBN 978-5-7944-1455-4.-2062.-Библиогр.: с. 202
2. Линейная алгебра и аналитическая геометрия : учебник и практикум для вузов / Е. Г. Плотникова, А. П. Иванов, В. В. Логинова, А. В. Морозова ; под редакцией Е. Г. Плотниковой. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 340 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-01179-1. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. <https://www.urait.ru/bcode/436467>

Дополнительная:

1. Кострикин А. И. Введение в алгебру: В 3-х ч. Ч.2. Линейная алгебра — Новое издание. — М.: МЦНМО, 2009. — 368 с. — ISBN 978-5-94057-454-5. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система БиблиоТех : [сайт]. <https://bibliotech.psu.ru/Reader/Book/8336>
2. Проскуряков И. В. Сборник задач по линейной алгебре: учебное пособие/И. В. Проскуряков.-Санкт-Петербург:Лань, 2008, ISBN 978-5-8114-0707-1.-480.
3. Алгебра и аналитическая геометрия в примерах и задачах : учебное пособие / Р. Ф. Ахвердиев, М. Г. Ахмадеев, Н. А. Газизуллин [и др.]. — Казань : Казанский национальный исследовательский технологический университет, 2009. — 89 с. — ISBN 978-5-7882-0707-0. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. <http://www.iprbookshop.ru/63676>
4. Аналитическая геометрия : практикум. Учебное пособие / Е. Б. Малышева, А. Ю. Лемин, Л. Ю. Фриштер, Р. З. Хайруллин. — Москва : Московский государственный строительный университет, ЭБС АСВ, 2014. — 99 с. — ISBN 978-5-7264-0826-2. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. <http://www.iprbookshop.ru/26850>

9. Перечень ресурсов сети Интернет, необходимых для освоения дисциплины

<http://window.edu.ru/> Единое окно доступа к образовательным ресурсам

<http://www.psu.ru/elektronnye-resursy-dlya-psu> Электронные ресурсы для ПГНИУ

10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

Образовательный процесс по дисциплине **Алгебра и аналитическая геометрия** предполагает использование следующего программного обеспечения и информационных справочных систем:

- доступ в режиме on-line в Электронную библиотечную систему (ЭБС);
- доступ в электронную информационно-образовательную среду университета.

Необходимое лицензионное и (или) свободно распространяемое программное обеспечение:

- приложение позволяющее просматривать и воспроизводить медиаконтент PDF-файлов «Adobe Acrobat Reader DC»;
- офисный пакет приложений «LibreOffice».

При освоении материала и выполнения заданий по дисциплине рекомендуется использование материалов, размещенных в Личных кабинетах обучающихся ЕТИС ПГНИУ (**student.psu.ru**).

При организации дистанционной работы и проведении занятий в режиме онлайн могут использоваться:

система видеоконференцсвязи на основе платформы BigBlueButton (<https://bigbluebutton.org/>).

система LMS Moodle (<http://e-learn.psu.ru/>), которая поддерживает возможность использования текстовых материалов и презентаций, аудио- и видеоконтент, а так же тесты, проверяемые задания, задания для совместной работы.

система тестирования Indigo (<https://indigotech.ru/>).

11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Для лекционных занятий требуется аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук) с соответствующим программным обеспечением, меловой (и) или маркерной доской.

Для проведения практических занятий - аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук) с соответствующим программным обеспечением, меловой (и) или маркерной доской.

Для групповых (индивидуальных) консультаций - аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук) с соответствующим программным обеспечением, меловой (и) или маркерной доской.

Для проведения текущего контроля - аудитория, оснащенная меловой (и) или маркерной доской.

Самостоятельная работа студентов - аудитория, оснащенная компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет», с обеспеченным доступом в электронную информационно-образовательную среду университета, помещения Научной библиотеки ПГНИУ.

Помещения научной библиотеки ПГНИУ для обеспечения самостоятельной работы обучающихся:

1. Научно-библиографический отдел, корп.1, ауд. 142. Оборудован 3 персональными компьютера с

доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

2. Читальный зал гуманитарной литературы, корп. 2, ауд. 418. Оборудован 7 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

3. Читальный зал естественной литературы, корп.6, ауд. 107а. Оборудован 5 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

4. Отдел иностранной литературы, корп.2 ауд. 207. Оборудован 1 персональным компьютером с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

5. Библиотека юридического факультета, корп.9, ауд. 4. Оборудована 11 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

6. Читальный зал географического факультета, корп.8, ауд. 419. Оборудован 6 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

Все компьютеры, установленные в помещениях научной библиотеки, оснащены следующим программным обеспечением:

Операционная система ALT Linux;

Офисный пакет Libreoffice.

Справочно-правовая система «КонсультантПлюс»

**Фонды оценочных средств для аттестации по дисциплине
Алгебра и аналитическая геометрия**

**Планируемые результаты обучения по дисциплине для формирования компетенции.
Индикаторы и критерии их оценивания**

ОПК.1

Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности

Компетенция (индикатор)	Планируемые результаты обучения	Критерии оценивания результатов обучения
<p>ОПК.1.3 Использует практический опыт решения стандартных задач математических и (или) естественных наук</p>	<p>ЗНАТЬ:</p> <p>основные понятия, концепции, результаты, задачи и методы алгебры и аналитической геометрии.</p> <p>УМЕТЬ:</p> <p>применять математические методы и модели к анализу алгебраических и геометрических задач для их описания и понимания, уметь применять методы алгебры и аналитической геометрии и решать задачи из разделов математического анализа.</p> <p>ВЛАДЕТЬ:</p> <p>навыками решения задач алгебры и аналитической геометрии.</p>	<p>Неудовлетворител</p> <p>Не знает основные понятия, концепции, результаты, задачи и методы алгебры и аналитической геометрии. Не умеет применять математические методы и модели к анализу алгебраических и геометрических задач для их описания и понимания, уметь применять методы алгебры и аналитической геометрии и решать задачи из разделов математического анализа. Не владеет навыками решения задач алгебры и аналитической геометрии.</p> <p>Удовлетворительн</p> <p>Имеет не полные представления об основных понятиях, концепциях, результатах, задачах и методах алгебры и аналитической геометрии. Слабо умеет применять математические методы и модели к анализу алгебраических и геометрических задач для их описания и понимания, слабо умеет применять методы алгебры и аналитической геометрии и решать задачи из разделов математического анализа. Частично владеет навыками решения задач математического анализа.</p> <p>Хорошо</p> <p>Сформированные, но содержащие отдельные пробелы представления об основных понятиях, концепциях, результатах, задачах и методах алгебры и аналитической геометрии, хорошо умеет применять математические методы и модели к анализу алгебраических и геометрических задач для их описания и понимания, уметь применять методы алгебры и аналитической геометрии и решать задачи из разделов</p>

Компетенция (индикатор)	Планируемые результаты обучения	Критерии оценивания результатов обучения
		<p>Хорошо математического анализа. Достаточно хорошо владеет навыками вычисления, решения задач алгебры и аналитической геометрии.</p> <p>Отлично Отлично знает основные понятия, концепции, результаты, задачи и методы алгебры и аналитической геометрии. Свободно применяет математические методы и модели к анализу алгебраических и геометрических задач для их описания и понимания, умеет применять методы алгебры и аналитической геометрии и решать задачи из разделов математического анализа. Свободно владеет навыками решения задач алгебры и аналитической геометрии.</p>
<p>ОПК.1.2 Осуществляет первичный сбор и анализ материала, интерпретирует различные математические и физические объекты</p>	<p>ЗНАТЬ: основные понятия алгебры и аналитической геометрии, определения и свойства математических объектов в этих областях, формулировки ключевых утверждений, методы их доказательства, возможные сферы их приложений.</p> <p>УМЕТЬ: решать задачи вычислительного характера в области алгебры и аналитической геометрии.</p> <p>ВЛАДЕТЬ: навыками решения стандартных задач алгебры и аналитической геометрии.</p>	<p>Неудовлетворител Не знает основные понятия теории алгебры и аналитической геометрии, определения и свойства математических объектов в этих областях, формулировки ключевых утверждений, методы их доказательства, возможные сферы их приложений. Не умеет решать задачи вычислительного характера в области алгебры и аналитической геометрии. Не владеет навыками решения стандартных задач алгебры и аналитической геометрии.</p> <p>Удовлетворительн Имеет не полные представления об основных понятиях теории алгебры и аналитической геометрии, определениях и свойствах математических объектов в этих областях, формулировках ключевых утверждений, методах их доказательства, возможных сфер их приложений. Слабо умеет решать задачи вычислительного характера в области алгебры и аналитической геометрии. Частично владеет навыками решения стандартных задач алгебры и аналитической геометрии.</p> <p>Хорошо Сформированные, но содержащие отдельные</p>

Компетенция (индикатор)	Планируемые результаты обучения	Критерии оценивания результатов обучения
		<p>Хорошо пробелы представления об основных понятиях алгебры и аналитической геометрии, определениях и свойствах математических объектов в этих областях, формулировках ключевых утверждений, методах их доказательства, возможных сфер их приложений. Хорошо умеет решать задачи вычислительного характера в области алгебры и аналитической геометрии. Достаточно хорошо владеет навыками решения стандартных задач алгебры и аналитической геометрии.</p> <p>Отлично Отлично знает основные понятия теории алгебры и аналитической геометрии, определения и свойства математических объектов в этих областях, формулировки ключевых утверждений, методы их доказательства, возможные сферы их приложений. Свободно решает задачи вычислительного характера в области алгебры и аналитической геометрии. Свободно владеет навыками решения стандартных задач алгебры и аналитической геометрии.</p>
<p>ОПК.1.1 Применяет базовые понятия, основную терминологию и знания основных положений и концепций в области математических и естественных наук</p>	<p>ЗНАТЬ: основные понятия, концепции, результаты, задачи и методы алгебры и аналитической геометрии.</p> <p>УМЕТЬ: решать стандартные задачи алгебры и аналитической геометрии.</p> <p>ВЛАДЕТЬ: навыками решения задач алгебры и аналитической геометрии.</p>	<p>Неудовлетворител Не знает основные понятия, концепции, результаты, задачи и методы алгебры и аналитической геометрии. Не умеет решать стандартные задачи алгебры и аналитической геометрии. Не владеет навыками решения задач алгебры и аналитической геометрии.</p> <p>Удовлетворительн Имеет не полные представления об основных понятиях, концепциях, результатах, задачах и методах алгебры и аналитической геометрии. Слабо умеет решать стандартные задачи алгебры и аналитической геометрии. Частично владеет навыками решения задач алгебры и аналитической геометрии.</p> <p>Хорошо Сформированные, но содержащие отдельные</p>

Компетенция (индикатор)	Планируемые результаты обучения	Критерии оценивания результатов обучения
		<p>Хорошо пробелы представления об основных понятиях, концепциях, результатах, задачах и методах алгебры и аналитической геометрии. Хорошо умеет решать стандартные задачи алгебры и аналитической геометрии. Достаточно хорошо владеет навыками решения задач алгебры, аналитической геометрии.</p> <p>Отлично Отлично знает основные понятия, концепции, результаты, задачи и методы алгебры и аналитической геометрии. Свободно умеет решать стандартные задачи алгебры и аналитической геометрии. Свободно владеет навыками решения задач алгебры и аналитической геометрии.</p>

Оценочные средства текущего контроля и промежуточной аттестации

Схема доставки : Базовая

Вид мероприятия промежуточной аттестации : Экзамен

Способ проведения мероприятия промежуточной аттестации : Оценка по дисциплине в рамках промежуточной аттестации определяется на основе баллов, набранных обучающимся на контрольных мероприятиях, проводимых в течение учебного периода.

Максимальное количество баллов : 100

Конвертация баллов в отметки

«отлично» - от 81 до 100

«хорошо» - от 61 до 80

«удовлетворительно» - от 45 до 60

«неудовлетворительно» / «незачтено» менее 45 балла

Компетенция (индикатор)	Мероприятие текущего контроля	Контролируемые элементы результатов обучения
Входной контроль	ВХОДНОЙ КОНТРОЛЬ Входное тестирование	Сложение векторов. Умножение вектора на действительное число. Скалярное произведение векторов. Свойства треугольников и параллелограммов. Признаки параллельности и перпендикулярности прямых на плоскости. Признаки параллельности и перпендикулярности плоскостей. Признаки параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости.

Компетенция (индикатор)	Мероприятие текущего контроля	Контролируемые элементы результатов обучения
<p>ОПК.1.1 Применяет базовые понятия, основную терминологию и знания основных положений и концепций в области математических и естественных наук</p> <p>ОПК.1.3 Использует практический опыт решения стандартных задач математических и (или) естественных наук</p> <p>ОПК.1.2 Осуществляет первичный сбор и анализ материала, интерпретирует различные математические и физические объекты</p>	<p>КТ-1</p> <p>Защищаемое контрольное мероприятие</p>	<p>Действия с комплексными числами. Операции над матрицами. Элементарные преобразования матрицы. Нахождение обратной матрицы. Решение матричных уравнений. Приведение матрицы системы линейных уравнений к треугольному виду или виду трапеции. Условия разрешимости системы линейных уравнений. Запись системы уравнений по преобразованной матрице. Нахождение общего решения системы уравнений. Определение и свойства определителя. Вычисление определителей любого порядка с использованием их свойств. Решение систем линейных уравнений по формулам Крамера, методом Гаусса и матричным методом.</p>
<p>ОПК.1.1 Применяет базовые понятия, основную терминологию и знания основных положений и концепций в области математических и естественных наук</p> <p>ОПК.1.3 Использует практический опыт решения стандартных задач математических и (или) естественных наук</p> <p>ОПК.1.2 Осуществляет первичный сбор и анализ материала, интерпретирует различные математические и физические объекты</p>	<p>КТ-2</p> <p>Защищаемое контрольное мероприятие</p>	<p>Определение линейного пространства. Линейная зависимость и независимость системы векторов. Базис линейного пространства. Координаты вектора. Матрица перехода. Связь координат вектора в разных базисах. Действия с векторами в координатах. Линейные подпространства.</p>

Компетенция (индикатор)	Мероприятие текущего контроля	Контролируемые элементы результатов обучения
<p>ОПК.1.1 Применяет базовые понятия, основную терминологию и знания основных положений и концепций в области математических и естественных наук</p> <p>ОПК.1.3 Использует практический опыт решения стандартных задач математических и (или) естественных наук</p> <p>ОПК.1.2 Осуществляет первичный сбор и анализ материала, интерпретирует различные математические и физические объекты</p>	<p>КТ-3</p> <p>Защищаемое контрольное мероприятие</p>	<p>Действия с векторами в координатах. Коллинеарные и компланарные векторы. Базисы во множестве всех геометрических векторов, во множествах коллинеарных и компланарных векторов. Проекция вектора на ось. Скалярное произведение геометрических векторов, его свойства, способы вычисления. Применение скалярного произведения к решению задач. Векторное произведение векторов, его свойства, способы вычисления и применение к решению задач. Смешанное произведение векторов, его свойства, способы вычисления, применение к решению задач.</p>
<p>ОПК.1.1 Применяет базовые понятия, основную терминологию и знания основных положений и концепций в области математических и естественных наук</p> <p>ОПК.1.3 Использует практический опыт решения стандартных задач математических и (или) естественных наук</p> <p>ОПК.1.2 Осуществляет первичный сбор и анализ материала, интерпретирует различные математические и физические объекты</p>	<p>КТ-4</p> <p>Защищаемое контрольное мероприятие</p>	<p>Различные виды уравнений прямой на плоскости, уравнений плоскости. Взаимное расположение прямых на плоскости, угол между прямыми, расстояние от точки до прямой. Взаимное расположение плоскостей, угол между плоскостями, расстояние от точки до плоскости.</p>

Компетенция (индикатор)	Мероприятие текущего контроля	Контролируемые элементы результатов обучения
ОПК.1.1 Применяет базовые понятия, основную терминологию и знания основных положений и концепций в области математических и естественных наук ОПК.1.3 Использует практический опыт решения стандартных задач математических и (или) естественных наук ОПК.1.2 Осуществляет первичный сбор и анализ материала, интерпретирует различные математические и физические объекты	ИТОГОВОЕ КОНТРОЛЬНОЕ МЕРОПРИЯТИЕ Итоговое контрольное мероприятие	Комплексные числа. Определители. Матрицы и действия с ними. Обратная матрица. Линейные пространства: определение и свойства. Линейная зависимость и независимость векторов. Базис линейного пространства, координаты вектора. Матрица перехода, связь координат вектора в разных базисах. Действия с геометрическими векторами. Скалярное произведение геометрических векторов. Аффинные и прямоугольные координаты. Аффинные и метрические задачи. Различные уравнения прямой на плоскости. Аффинные и метрические задачи на прямые на плоскости. Различные уравнения плоскости. Аффинные и метрические задачи на прямую и плоскость.

Спецификация мероприятий текущего контроля

ВХОДНОЙ КОНТРОЛЬ

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставаемый за мероприятие промежуточной аттестации: **0**

Проходной балл: **0**

Показатели оценивания	Баллы
знает основные утверждения и теоремы планиметрии и стереометрии школьного курса геометрии.	40
знает основные геометрические фигуры на плоскости и в пространстве. Умеет построить чертёж и определить необходимые параметры фигуры: площади, высоты, радиусы вписанной и описанной окружности, свойства средней линии.	30
знает основные утверждения и теоремы школьного курса алгебры. Умеет производить алгебраические преобразования и решать уравнения	30

КТ-1

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **1 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставаемый за мероприятие промежуточной аттестации: **20**

Проходной балл: **9**

Показатели оценивания	Баллы
-----------------------	-------

Решение всех задач раздела правильное, полное, обоснован каждый шаг решения.	20
Умеет представлять комплексное число в тригонометрической форме и выполнять любые операции над комплексными числами в тригонометрической и алгебраической формах, умеет производить операции над матрицами любой размерности, умеет решать системы линейных уравнений любого числа уравнений и любого числа неизвестных. При решении задач допускаются арифметические ошибки, решение недостаточно обосновано и является неполным.	15
Умеет представлять комплексное число в тригонометрической форме и выполнять операции умножения, деления и возведения в целую степень над комплексными числами в тригонометрической форме, применяет различные методы вычисления определителей до 3го порядка, умеет производить операции над квадратными и прямоугольными матрицами, умеет решать системы линейных уравнений любого числа уравнений и любого числа неизвестных и записывать общее решение.	9
Умеет выполнять операции над комплексными числами только в алгебраической форме, может вычислить определитель только 2го и 3го порядков, умеет производить операции над квадратными матрицами, может решить систему двух (трёх) уравнений с двумя (тремя) неизвестными, имеющую только единственное решение одним из трёх способов: матричным методом, методом Гаусса или методом Крамера.	5
Решение полностью неверно	0

КТ-2

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **1 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **10**

Проходной балл: **5**

Показатели оценивания	Баллы
Знает все определения, теоремы, примеры линейных пространств. Умеет определить, является ли множество векторов линейным пространством и какова его размерность, умеет находить базис этого пространства. Дётся полное обоснование решения, получен правильный ответ.	10
Знает все определения, теоремы, примеры линейных пространств. Умеет определить, является ли множество векторов линейным пространством и какова его размерность, умеет находить базис этого пространства. При решении задач допущены арифметические ошибки, приводящие к неправильному ответу, некоторые шаги решения задач недостаточно обоснованы.	7
Умеет определить, является ли множество векторов линейным пространством, но размерность и базис пространства определить не может. При решении задач допущены арифметические ошибки, приводящие к неправильному ответу, при решении задач нет полного обоснования действий.	5
Решение полностью неверно	0

КТ-3

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **1 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **15**

Проходной балл: **7**

Показатели оценивания	Баллы
Знает определения скалярного, векторного и смешанного произведений векторов, их алгебраические и геометрические свойства и умеет применять эти произведения к решению различных метрических задач. Даётся полное обоснование решения, получен правильный ответ.	15
Знает определения скалярного, векторного и смешанного произведений векторов, их алгебраические и геометрические свойства и умеет применять эти произведения к решению различных метрических задач. При решении задач допущены арифметические ошибки, приводящие к неправильному ответу, некоторые шаги решения задач недостаточно обоснованы.	12
Знает определения скалярного, векторного и смешанного произведений векторов, умеет применять эти произведения к решению задач только в прямоугольно декартовой системе координат. При решении задач допущены арифметические ошибки, приводящие к неправильному ответу, при решении задач нет полного обоснования действий.	7
Решение абсолютно неверно	0

КТ-4

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **1 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **15**

Проходной балл: **7**

Показатели оценивания	Баллы
Может найти уравнение прямой на плоскости, уравнение плоскости по различным условиям задания; видит связь между различными формулами задания прямых (плоскостей) и может перейти от одного способа задания прямой (плоскости) к другому; проводит исследование взаимного расположения двух прямых, двух плоскостей. Обосновывает каждый шаг решения задачи и получает абсолютно правильный ответ.	15
Может найти уравнение прямой на плоскости, уравнение плоскости по различным условиям задания; не всегда видит связь между различными формулами задания прямых (плоскостей) и не может перейти от одного способа задания прямой (плоскости) к другому; проводит исследование взаимного расположения двух прямых (двух плоскостей) в случае, когда они задаются одинаковыми условиями. Обосновывает не каждый шаг решения задачи, ход решения верный, могут быть допущены арифметические ошибки.	7
Решение абсолютно неверно	0

ИТОГОВОЕ КОНТРОЛЬНОЕ МЕРОПРИЯТИЕ

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **40**

Проходной балл: **17**

Показатели оценивания	Баллы
Тест включает 21 задачу, из них 19 - практических задания и 2 - теоретических задания. Задания с выбором одного правильного ответа из предложенных. Каждое практическое задание оценивается в 2 балла, теоретические задания оцениваются в 1 балл. Решены все задания теста.	40
Тест включает 21 задачу, из них 19 - практических задания и 2 - теоретических задания. Задания с выбором одного правильного ответа из предложенных. Каждое практическое задание оценивается в 2 балла, теоретические задания оцениваются в 1 балл. Решены 8 практических задач теста и 1 задание теоретическое.	17
Тест включает 21 задачу, из них 19 - практических задания и 2 - теоретических задания. Задания с выбором одного правильного ответа из предложенных. Каждое практическое задание оценивается в 2 балла, теоретические задания оцениваются в 1 балл. Не решено ни одной задачи.	0

Вид мероприятия промежуточной аттестации : Экзамен

Способ проведения мероприятия промежуточной аттестации : Оценка по дисциплине в рамках промежуточной аттестации определяется на основе баллов, набранных обучающимся на контрольных мероприятиях, проводимых в течение учебного периода.

Максимальное количество баллов : 100

Конвертация баллов в отметки

«отлично» - от 81 до 100

«хорошо» - от 61 до 80

«удовлетворительно» - от 44 до 60

«неудовлетворительно» / «незачтено» менее 44 балла

Компетенция (индикатор)	Мероприятие текущего контроля	Контролируемые элементы результатов обучения
----------------------------	----------------------------------	---

Компетенция (индикатор)	Мероприятие текущего контроля	Контролируемые элементы результатов обучения
<p>ОПК.1.1 Применяет базовые понятия, основную терминологию и знания основных положений и концепций в области математических и естественных наук</p> <p>ОПК.1.3 Использует практический опыт решения стандартных задач математических и (или) естественных наук</p> <p>ОПК.1.2 Осуществляет первичный сбор и анализ материала, интерпретирует различные математические и физические объекты</p>	<p>КТ-1</p> <p>Письменное контрольное мероприятие</p>	<p>Различные способы задания прямых и плоскостей в пространстве. Взаимное расположение прямых (плоскостей) в пространстве, прямой и плоскости в пространстве. Нахождение расстояния от точки до прямой, от точки до плоскости, между двумя параллельными прямыми (плоскостями), между скрещивающимися прямыми. Угол между прямыми в пространстве, угол между плоскостями. Уравнения эллипса, гиперболы и параболы в прямоугольной системе координат и в полярной системе координат. Основные свойства эллипса, гиперболы и параболы. Упрощение уравнения линии второго порядка при преобразовании прямоугольных координат. Касательная к линиям второго порядка.</p>
<p>ОПК.1.1 Применяет базовые понятия, основную терминологию и знания основных положений и концепций в области математических и естественных наук</p> <p>ОПК.1.3 Использует практический опыт решения стандартных задач математических и (или) естественных наук</p> <p>ОПК.1.2 Осуществляет первичный сбор и анализ материала, интерпретирует различные математические и физические объекты</p>	<p>КТ-2</p> <p>Письменное контрольное мероприятие</p>	<p>Канонические уравнения поверхностей второго порядка, их названия и виды (эллипсоид, гиперболоиды, параболоиды, цилиндры, конусы, вырожденные поверхности). Исследование поверхностей второго порядка, сечениями координатными плоскостями и плоскостями, параллельными координатным плоскостям. Прямолинейные образующие поверхностей второго порядка. Линейчатые поверхности. Вывод уравнений семейств прямолинейных образующих.</p>

Компетенция (индикатор)	Мероприятие текущего контроля	Контролируемые элементы результатов обучения
ОПК.1.1 Применяет базовые понятия, основную терминологию и знания основных положений и концепций в области математических и естественных наук ОПК.1.3 Использует практический опыт решения стандартных задач математических и (или) естественных наук ОПК.1.2 Осуществляет первичный сбор и анализ материала, интерпретирует различные математические и физические объекты	КТ-3 Письменное контрольное мероприятие	Ранг матрицы. Базисный минор. Определение общего и частного решений системы уравнений. Способ исследования системы линейных уравнений (СЛУ) на совместность и нахождение решения СЛУ с помощью ранга матрицы. Свойства решений системы линейных однородных уравнений (СЛОУ). Базис (фундаментальная система решений) и размерность подпространства решений однородной СЛУ. Связь общего решения системы линейных неоднородных уравнений и общего решения соответствующей приведённой однородной СЛУ.
ОПК.1.1 Применяет базовые понятия, основную терминологию и знания основных положений и концепций в области математических и естественных наук ОПК.1.3 Использует практический опыт решения стандартных задач математических и (или) естественных наук ОПК.1.2 Осуществляет первичный сбор и анализ материала, интерпретирует различные математические и физические объекты	ИТОГОВОЕ КОНТРОЛЬНОЕ МЕРОПРИЯТИЕ Итоговое контрольное мероприятие	Различные уравнения прямой в пространстве. Взаимное расположение двух прямых. Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве. Канонические уравнения окружности, эллипса, гиперболы и параболы в прямоугольной системе координат. Свойства и форма этих линий. Эксцентриситет, директрисы, фокальные радиусы, асимптоты. Касательные к кривым второго порядка. Уравнения эллипса, гиперболы и параболы в полярной системе координат. Цилиндрические, конические поверхности и поверхности вращения. Линейчатые поверхности. Поверхности вращения.

Спецификация мероприятий текущего контроля

КТ-1

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **20**

Проходной балл: **9**

Показатели оценивания	Баллы
Может найти уравнение прямой в пространстве, уравнение плоскости по различным условиям задания; видит связь между различными способами задания прямых (плоскостей) и может перейти от одного способа задания прямой (плоскости) к другому; проводит исследование взаимного расположения двух прямых, двух плоскостей, прямой и плоскости. Знает канонические уравнения кривых второго порядка, может определить тип кривой, исследовать её формы и размеры. Знает алгоритм упрощения уравнения линии второго порядка при преобразовании прямоугольных координат и умеет его применять. Умеет находить уравнение касательной к кривой. Построить чертёж кривой второго порядка. Обосновывает каждый шаг решения задачи и получает абсолютно правильный ответ.	20
Может найти уравнение прямой в пространстве, уравнение плоскости по различным условиям задания; не всегда видит связь между различными формулами задания прямых (плоскостей) и не может перейти от одного способа задания прямой (плоскости) к другому; проводит исследование взаимного расположения двух прямых (двух плоскостей) в случае, когда они задаются одинаковыми условиями. Знает канонические уравнения кривых второго порядка, может определить тип кривой, исследовать её формы и размеры. Знает алгоритм упрощения уравнения линии второго порядка при преобразовании прямоугольных координат, но не умеет его применять. Может построить чертёж кривой второго порядка в случае отсутствия поворотов и сдвигов. Обосновывает не каждый шаг решения задачи, ход решения верный, могут быть допущены арифметические ошибки.	9
Не знает способов задания уравнений прямой в пространстве, плоскостей. Не умеет определять взаимное расположение прямых в пространстве, плоскостей, прямой и плоскости в пространстве. Не знает определений эллипса, гиперболы, параболы и окружности, не знает канонических уравнений этих кривых. Не может построить чертёж кривой второго порядка.	0

КТ-2

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **20**

Проходной балл: **9**

Показатели оценивания	Баллы
Знает канонические уравнения поверхностей второго порядка, их названия и вид (эллипсоид, однополостный гиперболоид, двуполостный гиперболоид, эллиптический параболоид, гиперболический параболоид, эллиптический цилиндр, гиперболический цилиндр, параболы, конус, вырожденные поверхности), умеет проводить исследование поверхностей второго порядка, заданных каноническими уравнениями, сечениями координатными плоскостями и плоскостями, параллельными координатным плоскостям. Знает определение прямолинейных образующих поверхностей второго порядка и умеет выводить уравнения семейств прямолинейных образующих.	20
Знает канонические уравнения поверхностей второго порядка, их названия и вид (эллипсоид, однополостный гиперболоид, двуполостный гиперболоид, эллиптический параболоид, гиперболический параболоид, эллиптический цилиндр, гиперболический	9

цилиндр, параболический цилиндр, конус, вырожденные поверхности), умеет проводить исследование поверхностей второго порядка, заданных каноническими уравнениями, сечениями координатными плоскостями. Знает определение прямолинейных образующих поверхностей второго порядка, но не умеет выводить уравнения семейств прямолинейных образующих.	
Не знает канонические уравнения поверхностей второго порядка, их названия и вид. Не умеет проводить исследование поверхностей второго порядка, заданных каноническими уравнениями, сечениями координатными плоскостями и плоскостями, параллельными координатным плоскостям. Не знает определение прямолинейных образующих поверхностей второго порядка и не умеет выводить уравнения семейств прямолинейных образующих.	0

КТ-3

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставаемый за мероприятие промежуточной аттестации: **20**

Проходной балл: **9**

Показатели оценивания	Баллы
Умеет находить ранг системы линейных уравнений, определяет базисный минор. Правильно применяет критерий Кронекера-Капелли совместности системы линейных уравнений. Умеет находить общее и частные решения совместной системы уравнений. Знает свойства решений системы линейных однородных уравнений (СЛОУ). Умеет определять базис (фундаментальную систему решений) и размерность подпространства решений однородной СЛУ. Знает связь общего решения системы линейных неоднородных уравнений и общего решения соответствующей приведённой однородной СЛУ.	20
Умеет находить ранг матрицы и базисный минор. Знает способ исследования системы линейных уравнений (СЛУ) на совместность (критерий Кронекера-Капелли) с помощью рангов матриц. Умеет определять общее решение СЛУ, разделяя переменные на главные и свободные. Не умеет находить базис (фундаментальную систему решений) однородной СЛУ. Не знает связи общего решения системы линейных неоднородных уравнений и общего решения соответствующей приведённой однородной СЛУ.	9
Не знает критерий совместности СЛУ. Не умеет определять ранг матрицы и ранг СЛУ. Не умеет находить общее решение неоднородной СЛУ как частное решение этой системы и общее решение соответствующей приведённой однородной СЛУ. Не умеет находить фундаментальную систему решений однородной СЛУ и выражать общее решение этой системы с помощью фундаментальной системы решений.	0

ИТОГОВОЕ КОНТРОЛЬНОЕ МЕРОПРИЯТИЕ

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставаемый за мероприятие промежуточной аттестации: **40**

Проходной балл: **17**

Показатели оценивания	Баллы
<p>Умеет находить уравнение прямой и плоскости в пространстве по различным условиям задания; видит связь между различными формулами задания прямых (плоскостей) и может перейти от одного способа задания прямой (плоскости) к другому; проводит исследование взаимного расположения двух прямых, прямой и плоскости, двух плоскостей.</p> <p>Знает канонические уравнения кривых второго порядка, может определить тип кривой, исследовать её формы и размеры. Знает алгоритм упрощения уравнения линии второго порядка при преобразовании прямоугольных координат и умеет его применять. Умеет находить уравнение касательной к кривой, построить чертёж.</p> <p>Знает классификацию поверхностей и может по уравнению определить тип этой поверхности. Может исследовать поверхность сечениями координатными плоскостями и плоскостями им параллельными. Построить чертёж поверхности.</p> <p>Умеет находить ранг системы векторов, ранг матрицы и ранг системы линейных уравнений. Знает и правильно применяет критерий Кронекера-Капелли для исследования вопроса совместности системы линейных уравнений. Умеет находить общее и частные решения совместной системы уравнений. Знает свойства решений системы линейных однородных уравнений (СЛОУ). Умеет определять базис (фундаментальную систему решений) и размерность подпространства решений однородной СЛУ. Знает связь общего решения системы линейных неоднородных уравнений и общего решения соответствующей приведённой однородной СЛУ.</p>	40
<p>Может найти уравнение прямой и плоскости в пространстве по различным условиям задания; не всегда видит связь между различными формулами задания прямых (плоскостей) и не может перейти от одного способа задания прямой (плоскости) к другому; проводит исследование взаимного расположения двух прямых (двух плоскостей) в случае, когда они задаются одинаковыми условиями. Обосновывает не каждый шаг решения задачи, ход решения верный, могут быть допущены арифметические ошибки.</p> <p>Знает канонические уравнения кривых второго порядка, может определить тип кривой, исследовать её формы и размеры. Знает алгоритм упрощения уравнения линии второго порядка при преобразовании прямоугольных координат, но не умеет его применять.</p> <p>Знает классификацию поверхностей, но не может по уравнению определить тип этой поверхности. Не может исследовать поверхность сечениями координатными плоскостями и плоскостями им параллельными. Может построить чертёж поверхности и кривой второго порядка в случае отсутствия поворотов и сдвигов.</p> <p>Умеет находить ранг матрицы. Знает способ исследования системы линейных уравнений (СЛУ) на совместность (критерий Кронекера-Капелли). Умеет определять общее решение СЛУ, разделяя переменные на главные и свободные. Не умеет находить базис (фундаментальную систему решений) однородной СЛУ. Не знает связи общего решения</p>	20

системы линейных неоднородных уравнений и общего решения соответствующей приведённой однородной СЛУ.	
<p>Не знает способов задания прямой и плоскости в пространстве, не умеет проводить исследование взаимного расположения прямых в пространстве, плоскостей, прямой и плоскости в пространстве.</p> <p>Не знает определений эллипса, гиперболы, параболы и окружности, не знает канонических уравнений этих кривых. Не знает классификацию поверхностей и не может по уравнению определить тип этой поверхности. Не может построить чертёж поверхности и кривой второго порядка.</p> <p>Не знает критерий совместности СЛУ. Не умеет определять ранг матрицы и ранг СЛУ. Не знает понятия фундаментальной системы решений (ФСР) однородной СЛУ и не умеет выражать общее решение этой системы с помощью ФСР.</p>	0

Вид мероприятия промежуточной аттестации : Экзамен

Способ проведения мероприятия промежуточной аттестации : Оценка по дисциплине в рамках промежуточной аттестации определяется на основе баллов, набранных обучающимся на контрольных мероприятиях, проводимых в течение учебного периода.

Максимальное количество баллов : 100

Конвертация баллов в отметки

«отлично» - от 81 до 100

«хорошо» - от 61 до 80

«удовлетворительно» - от 44 до 60

«неудовлетворительно» / «незачтено» менее 44 балла

Компетенция (индикатор)	Мероприятие текущего контроля	Контролируемые элементы результатов обучения
----------------------------	----------------------------------	---

Компетенция (индикатор)	Мероприятие текущего контроля	Контролируемые элементы результатов обучения
<p>ОПК.1.1 Применяет базовые понятия, основную терминологию и знания основных положений и концепций в области математических и естественных наук</p> <p>ОПК.1.3 Использует практический опыт решения стандартных задач математических и (или) естественных наук</p> <p>ОПК.1.2 Осуществляет первичный сбор и анализ материала, интерпретирует различные математические и физические объекты</p>	<p>КТ-1</p> <p>Защищаемое контрольное мероприятие</p>	<p>определение линейного оператора, действующего из одного линейного пространства в другое, его свойства. Матричная запись линейного оператора в данной паре базисов. Взаимное соответствие между матрицами и операторами. Определение собственного вектора и собственных значений линейного преобразования, их свойства и способы нахождения. Свойства базиса линейного пространства, содержащего собственные векторы. Понятие спектра. Теорема о линейном преобразовании с простым спектром.</p>
<p>ОПК.1.1 Применяет базовые понятия, основную терминологию и знания основных положений и концепций в области математических и естественных наук</p> <p>ОПК.1.3 Использует практический опыт решения стандартных задач математических и (или) естественных наук</p> <p>ОПК.1.2 Осуществляет первичный сбор и анализ материала, интерпретирует различные математические и физические объекты</p>	<p>КТ-2</p> <p>Защищаемое контрольное мероприятие</p>	<p>Определение скалярного произведения векторов в линейных пространствах над полями действительных и комплексных чисел; аксиомы скалярного произведения; определение евклидова и унитарного пространств; свойства и способы задания скалярного произведения, понятие матрицы Грама и её свойства; длина вектора, угол между векторами, ортогональность векторов, ортогональное дополнение и ортогональная составляющая вектора на подпространство; ортонормированный и ортогональный базис и его свойства; метод ортогонализации Грама-Шмидта.</p>

Компетенция (индикатор)	Мероприятие текущего контроля	Контролируемые элементы результатов обучения
<p>ОПК.1.1 Применяет базовые понятия, основную терминологию и знания основных положений и концепций в области математических и естественных наук</p> <p>ОПК.1.3 Использует практический опыт решения стандартных задач математических и (или) естественных наук</p> <p>ОПК.1.2 Осуществляет первичный сбор и анализ материала, интерпретирует различные математические и физические объекты</p>	<p>КТ-3</p> <p>Защищаемое контрольное мероприятие</p>	<p>определение билинейной формы, квадратичной формы, свойства и способы задания квадратичной формы, теорема о приведении любой квадратичной формы к каноническому и нормальному видам, закон инерции для квадратичных форм над полем действительных чисел.</p>

Компетенция (индикатор)	Мероприятие текущего контроля	Контролируемые элементы результатов обучения
ОПК.1.1 Применяет базовые понятия, основную терминологию и знания основных положений и концепций в области математических и естественных наук ОПК.1.3 Использует практический опыт решения стандартных задач математических и (или) естественных наук ОПК.1.2 Осуществляет первичный сбор и анализ материала, интерпретирует различные математические и физические объекты	ИТОГОВОЕ КОНТРОЛЬНОЕ МЕРОПРИЯТИЕ Итоговое контрольное мероприятие	определение линейного оператора, действующего из одного линейного пространства в другое, его свойства, матричная запись линейного оператора в данной паре базисов, нахождение собственных векторов и собственных значений линейного преобразования, свойства базиса линейного пространства, содержащего собственные векторы, линейное преобразование с простым спектром. Определение скалярного произведения векторов в линейных пространствах над полями действительных и комплексных чисел, понятие евклидова пространства, свойства и способы задания скалярного произведения, длина вектора, угол между векторами, ортогональность векторов, ортогональное дополнение вектора на подпространство, ортогональный и ортонормированный базис и его свойства. Определение билинейной формы и квадратичной формы, свойства и способы задания квадратичной формы, теорема о приведении любой квадратичной формы к каноническому и нормальному видам, закон инерции квадратичных форм над полем действительных чисел.

Спецификация мероприятий текущего контроля

КТ-1

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **4 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы самостоятельной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **20**

Проходной балл: **9**

Показатели оценивания	Баллы
Правильно определены ядро и область значений линейного оператора (преобразования).	4

Правильно определены размерности ядра и области значений линейного преобразования	4
Правильно определены собственные значения линейного преобразования.	2
Правильно определяется связь матриц линейного преобразования в двух базисах.	2
Правильно определена связь координат вектора и его образа.	2
Правильно доказано, что данный оператор (преобразование) является линейным.	2
Правильно определены собственные векторы линейного преобразования.	2
Правильно найдена матрица линейного оператора (преобразования).	2

КТ-2

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **4 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы самостоятельной работы**

Максимальный балл, выставяемый за мероприятие промежуточной аттестации: **20**

Проходной балл: **9**

Показатели оценивания	Баллы
Правильно найдены ортогональная проекция и ортогональная составляющая вектора на данное линейное подпространство, правильно определены длина и угол между векторами, правильно построен ортогональный (ортонормированный) базис, правильно применяется определение матрицы Грама и ее свойства, правильно применится формула связи матриц Грама в разных базисах	20
Правильно построен ортогональный (ортонормированный) базис, но только для ортонормированного базиса евклидова пространства, правильно применяется определение матрицы Грама для вычисления скалярного произведения векторов и угла между векторами, а также длины вектора.	9
Решение абсолютно неверно: неправильно построен ортогональный (ортонормированный) базис, не знает определения матрицы Грама и ее свойств.	0

КТ-3

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **5 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы самостоятельной работы**

Максимальный балл, выставяемый за мероприятие промежуточной аттестации: **20**

Проходной балл: **9**

Показатели оценивания	Баллы
умеет приводить квадратичную форму к каноническому (нормальному) виду и определяет линейное невырожденное преобразование, к нему приводящее, умеет применять критерий Сильвестра для исследования положительной определённости квадратичной формы	20
умеет приводить квадратичную форму к каноническому (нормальному) виду только над полем действительных чисел и только для случая, когда в квадратичной форме есть квадрат хотя бы одной переменной и определяет линейное невырожденное преобразование, к нему приводящее, умеет применять критерий Сильвестра для исследования положительной определённости квадратичной формы	9
не умеет приводить квадратичную форму к каноническому (нормальному) виду, не знает	0

как определить линейное невырожденное преобразование, к нему приводящее, не знает критерий Сильвестра для исследования положительной определённости квадратичной формы	

ИТОГОВОЕ КОНТРОЛЬНОЕ МЕРОПРИЯТИЕ

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **40**

Проходной балл: **17**

Показатели оценивания	Баллы
Тест включает 21 задачу, из них 19 - практических задания и 2 - теоретических задания. Задания с выбором одного правильного ответа из предложенных. Каждое практическое задание оценивается в 2 балла, теоретические задания оцениваются в 1 балл. Решены все задания теста.	20
Тест включает 21 задачу, из них 19 - практических задания и 2 - теоретических задания. Задания с выбором одного правильного ответа из предложенных. Каждое практическое задание оценивается в 2 балла, теоретические задания оцениваются в 1 балл. Решены 8 практических задач теста и 1 задание теоретическое.	17
Тест включает 21 задачу, из них 19 - практических задания и 2 - теоретических задания. Задания с выбором одного правильного ответа из предложенных. Каждое практическое задание оценивается в 2 балла, теоретические задания оцениваются в 1 балл. Не решено ни одной задачи.	0