

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования "Пермский
государственный национальный исследовательский
университет"

Кафедра фундаментальной математики

Авторы-составители: Оглезнева Анна Николаевна

Рабочая программа дисциплины

АЛГЕБРА 1

Код УМК 95717

Утверждено
Протокол №9
от «22» мая 2020 г.

Пермь, 2020

1. Наименование дисциплины

Алгебра 1

2. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина входит в обязательную часть Блока « Б.1 » образовательной программы по направлениям подготовки (специальностям):

Направление подготовки: **03.03.01** Прикладные математика и физика
направленность Программа широкого профиля

3. Планируемые результаты обучения по дисциплине

В результате освоения дисциплины **Алгебра 1** у обучающегося должны быть сформированы следующие компетенции:

03.03.01 Прикладные математика и физика (направленность : Программа широкого профиля)

ОПК.1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических наук, и использовать их в профессиональной деятельности

Индикаторы

ОПК.1.1 Использует основные понятия, концепции, задачи и методы математических наук в профессиональной деятельности

4. Объем и содержание дисциплины

| | |
|---|--|
| Направления подготовки | 03.03.01 Прикладные математика и физика (направленность: Программа широкого профиля) |
| форма обучения | очная |
| №№ триместров, выделенных для изучения дисциплины | 2,3 |
| Объем дисциплины (з.е.) | 6 |
| Объем дисциплины (ак.час.) | 216 |
| Контактная работа с преподавателем (ак.час.), в том числе: | 84 |
| Проведение лекционных занятий | 28 |
| Проведение практических занятий, семинаров | 56 |
| Самостоятельная работа (ак.час.) | 132 |
| Формы текущего контроля | Входное тестирование (1) Защищаемое контрольное мероприятие (4) Итоговое контрольное мероприятие (2) |
| Формы промежуточной аттестации | Экзамен (2 триместр) Экзамен (3 триместр) |

5. Аннотированное описание содержания разделов и тем дисциплины

Входной контроль

Решение уравнений.

Основные формулы тригонометрии. Преобразование тригонометрических выражений.

Системы линейных уравнений.

Векторы и действия с ними: линейная зависимость, длина, угол между векторами.

Раздел 1. Комплексные числа

В этом разделе проводится строгое построение системы комплексных чисел

1. Построение системы комплексных чисел

Система комплексных чисел – множество точек плоскости с определенными операциями.

Алгебраическая и тригонометрическая формы. Геометрическая интерпретация операций. Сопряженные комплексные числа. Возведение в степень и извлечение корня.

2. Практическое нахождение алгебраической и тригонометрической форм комплексного числа.

Рассматриваются задачи на записи комплексного числа в различных формах и переход от одной формы к другой.

3. Возведение в степень и извлечение корня

Квадратные уравнения с комплексными и действительными коэффициентами. Корни из единицы, их свойства.

4. Квадратные уравнения с действительными и комплексными коэффициентами.

Квадратные уравнения с комплексными и действительными коэффициентами. Корни из единицы, их свойства.

5. Практическое нахождение корней.

С помощью тригонометрической формы комплексного числа находятся корни из единицы и первообразные корни n -ой степени из единицы.

1. Определение комплексных чисел. Алгебраическая и тригонометрическая формы комплексного числа

Построение системы комплексных чисел

Система комплексных чисел – множество точек плоскости с определенными операциями.

Алгебраическая и тригонометрическая формы. Геометрическая интерпретация операций. Сопряженные комплексные числа. Возведение в степень и извлечение корня.

Практическое нахождение алгебраической и тригонометрической форм комплексного числа.

Рассматриваются задачи на записи комплексного числа в различных формах и переход от одной формы к другой.

2. Алгебраические действия с комплексными числами

возведение в степень и извлечение корня

Квадратные уравнения с комплексными и действительными коэффициентами.

Корни из единицы, их свойства. Первообразные корни n -й степени из 1.

3. Решение квадратных уравнений

Квадратные уравнения с действительными и комплексными коэффициентами. Корни из 1.

Квадратные уравнения с комплексными и действительными коэффициентами. Корни из единицы, их свойства.

Практическое нахождение корней.

С помощью тригонометрической формы комплексного числа находятся корни из единицы и первообразные корни n -ой степени из единицы.

Раздел 2. Матрицы и определители

В разделе излагается теория определителей и начала теории матриц.

1. Перестановки и подстановки.

Перестановки. Их четность. Подстановки. Их четность. Число четных и нечетных подстановок.

2. Определение и свойства определителей. Вычисление определителей.

Определение определителя n -го порядка. Свойства определителей.

Разложение определителя по строке. Теорема Лапласа (формулировка). Сумма произведений элементов одной строки определителя на алгебраические дополнения другой.

3. Некоторые свойства определителей

Самостоятельно изучить следующие свойства определителей: вынесение постоянного множителя, представление в виде суммы, достаточные признаки равенства нулю, прибавление к одной строке линейной комбинации других.

4. Практическое вычисление определителей.

Рассмотреть различные методы вычисления определителей, в том числе определителей n -го порядка.

5. Матрицы

Определения, примеры, линейные операции, свойства. Обратная матрица (существование, вид, единственность). Решение матричных уравнений типа $AX=B$. Теоремы Крамера.

6. Нахождение обратной матрицы. Решение матричных уравнений первой степени.

Обратная матрица находится с помощью миноров. Решаются матричные уравнения вида $AX=B$ и $XA=B$.

7. Метод последовательного исключения неизвестных

Метод последовательного исключения неизвестных (метод Гаусса)

1. Матрицы. Алгебраические действия с матрицами

Матрицы. Определения, примеры, линейные операции, свойства. Обратная матрица (существование, вид, единственность). Решение матричных уравнений типа $AX=B$. Теоремы Крамера.

Нахождение обратной матрицы. Решение матричных уравнений первой степени.

Обратная матрица находится с помощью миноров. Решаются матричные уравнения вида $AX=B$ и $XA=B$.

2. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений

Метод последовательного исключения неизвестных

Метод последовательного исключения неизвестных (метод Гаусса)

3. Перестановки и подстановки. Определители n -го порядка

Перестановки и подстановки.

Перестановки. Их четность. Подстановки. Их четность. Число четных и нечетных подстановок.

Определение и свойства определителей. Вычисление определителей.

Определение определителя n -го порядка. Свойства определителей.

Разложение определителя по строке. Теорема Лапласа (формулировка). Сумма произведений элементов одной строки определителя на алгебраические дополнения другой.

Некоторые свойства определителей

Самостоятельно изучить следующие свойства определителей: вынесение постоянного множителя, представление в виде суммы, достаточные признаки равенства нулю, прибавление к одной строке линейной комбинации других.

Практическое вычисление определителей.

Рассмотреть различные методы вычисления определителей, в том числе определителей n -го порядка.

4. Вычисление определителей

Практическое вычисление определителей.

Рассмотреть различные методы вычисления определителей, в том числе определителей n -го порядка.

5. Обратная матрица

Нахождение обратной матрицы. Решение матричных уравнений первой степени.

Обратная матрица находится с помощью миноров. Решаются матричные уравнения вида $AX=B$ и $XA=B$.

6. Решение матричных уравнений

Решение матричных уравнений типа $AX=B$. Теоремы Крамера.

Раздел 3. Линейные пространства

В этом разделе излагаются начала одной из важнейших тем линейной алгебры – теории линейных пространств.

1. Определение линейного пространства. Линейная зависимость.

Определение линейного пространства над произвольным полем. Следствия из аксиом. Основные примеры. Линейная зависимость системы векторов. Базис системы векторов.

2. Основная теорема о линейной зависимости.

Основная теорема о линейной зависимости.

Следствия из основной теоремы о линейной зависимости для конечных систем векторов.

3. Конечномерные линейные пространства.

Конечномерные линейные пространства. Основные примеры: векторы-строки, векторы-отрезки, многочлены, матрицы. Следствия из основной теоремы о линейной зависимости для таких пространств.

4. Практическое нахождение базисов.

Находятся базисы наиболее часто встречающихся конечномерных линейных пространств.

5. Подпространства

Подпространства. Линейные оболочки, их размерность. Сумма и пересечение подпространств; их размерности (формулировка).

6. Координаты вектора и их использование в теории линейных пространств.

Координаты вектора. Изоморфизм линейных пространств, его свойства. Критерий изоморфизма конечномерных линейных пространств. Матрицы перехода. Связь координат вектора в разных базисах.

7. Практическое использование матриц перехода.

С помощью матриц перехода находятся связи координат вектора в разных базисах.

8. Ранг матрицы.

Базисные миноры. Теорема о базисном миноре, её следствия. Вычисление ранга матрицы с помощью миноров.

1. Определение и примеры линейных пространств

Определение линейного пространства. Линейная зависимость.

Определение линейного пространства над произвольным полем. Следствия из аксиом. Основные примеры.

2. Линейная зависимость векторов

Основная теорема о линейной зависимости.

Следствия из основной теоремы о линейной зависимости для конечных систем векторов.

3. Конечномерные линейные пространства

Конечномерные линейные пространства. Основные примеры: векторы-строки, векторы-отрезки, многочлены, матрицы. Следствия из основной теоремы о линейной зависимости для таких пространств.

4. Ранг системы векторов. Ранг матрицы

Ранг матрицы. Базисные миноры. Теорема о базисном миноре, её следствия. Вычисление ранга матрицы с помощью миноров.

5. Линейные подпространства. Изоморфизм линейных пространств

Подпространства

Подпространства. Линейные оболочки, их размерность. Сумма и пересечение подпространств; их размерности (формулировка).

6. Матрицы перехода

Координаты вектора и их использование в теории линейных пространств.

Координаты вектора. Изоморфизм линейных пространств, его свойства. Критерий изоморфизма конечномерных линейных пространств. Матрицы перехода. Связь координат вектора в разных базисах. Практическое использование матриц перехода.

С помощью матриц перехода находятся связи координат вектора в разных базисах.

Контрольное мероприятие №1

Контрольное мероприятие №1 содержит 5 практических работ по темам: «Комплексные числа», «Метод Гаусса решения систем линейных уравнений», «Матрицы», «Определители», «Линейные пространства. Матрица перехода».

Максимальное количество баллов – 30 б

Проходной балл – 13 б (суммарно по всем работам)

Практические работы выполняются в форме самостоятельной работы студента.

1) Практическая работа «Комплексные числа» состоит из 3 заданий и оценивается в 5 баллов.

- Если студент допустил алгебраические ошибки, а ход решения заданий был правильным, то ставится 3-4 балла.
- Если были сделаны грубейшие ошибки, допущены алгебраические ошибки, то ставится 1-2 балла.
- Если студент не справился ни с одним заданием в практической работе – 0 баллов.

2) Практическая работа «Метод Гаусса решения систем линейных уравнений» состоит из 3 заданий и оценивается в 5 баллов.

- Если студент допустил алгебраические ошибки, а ход решения заданий был правильным, то ставится 3-4 балла.
- Если были сделаны грубейшие ошибки, допущены алгебраические ошибки, то ставится 1-2 балла.
- Если студент не справился ни с одним заданием в практической работе – 0 баллов.

3) Практическая работа «Матрицы» состоит из 3 заданий и оценивается в 5 баллов.

- Если студент допустил алгебраические ошибки, а ход решения заданий был правильным, то ставится 3-4 балла.
- Если были сделаны грубейшие ошибки, допущены алгебраические ошибки, то ставится 1-2 балла.
- Если студент не справился ни с одним заданием в практической работе – 0 баллов.

4) Практическая работа «Определители» состоит из 3 заданий и оценивается в 5 баллов.

- Если студент допустил алгебраические ошибки, а ход решения заданий был правильным, то ставится 3-4 балла.
- Если были сделаны грубейшие ошибки, допущены алгебраические ошибки, то ставится 1-2 балла.

- Если студент не справился ни с одним заданием в практической работе – 0 баллов.

5) Практическая работа «Линейные пространства. Матрица перехода» состоит из 5 заданий и оценивается в 10 баллов.

- Если студент допустил алгебраические ошибки, а ход решения заданий был правильным, то ставится 6-9 балла.
- Если были сделаны грубейшие ошибки, допущены алгебраические ошибки, то ставится 1-5 балла.
- Если студент не справился ни с одним заданием в практической работе – 0 баллов.

Контрольное мероприятие №2

Контрольное мероприятие №2 содержит 2 контрольные работы по темам: «Комплексные числа», «Метод Гаусса решения систем линейных уравнений», «Матрицы», «Определители», «Линейные пространства. Матрица перехода».

Максимальное количество баллов – 30 б

Проходной балл – 13 б (суммарно по всем работам)

Контрольные работы выполняются в комбинированной форме в аудитории.

1) Контрольная работа №1 по темам: «Комплексные числа», «Метод Гаусса решения систем линейных уравнений», «Матрицы», «Определители» проводится в виде теста, который состоит из 30 заданий и оценивается в 15 баллов.

2) Контрольная работа №2 по теме «Линейные пространства. Матрица перехода» состоит из индивидуального задания, который оценивается в 5 баллов, и устной беседы, которая оценивается в 10 баллов.

Итоговое контрольное мероприятие

Итоговое контрольное мероприятие оценивается в 40 б. и содержит следующие задания (с количеством баллов):

1. Теория - 5 б.

2. 10 определений по 1 баллу каждое, итого – 10б.

3. 7 примеров по темам: «Системы линейных уравнений», «Линейные операторы линейных пространств», «Билинейные и квадратичные формы», «Евклидовы пространства и линейные преобразования в них», которые оцениваются по 2-5 б., итого – 25 б.

1) 5 б. за теорию можно получить, если вопрос полностью раскрыт с доказательством и даны все определения, входящие в данный вопрос. Если в ответе дана только формулировка теоремы и нет доказательства -2 б.

Если в ответе недостаточно дано объяснений в доказательстве, нет всех определений – от 1 до 4 б. Если формулировка теоремы неправильная, или грубые ошибки в доказательстве, то 0 б.

2) Если определение дано правильно – 1 б., допущены неточности или грубые ошибки – 0 б.

3) Если пример решен правильно – полный балл., есть алгебраические ошибки, но суть выполнения задания верна – балл снижается, в других случаях – 0 б.

Раздел 4. Системы линейных уравнений

В разделе излагаются теория и метод решения систем линейных уравнений с использованием понятия ранга матрицы.

1. некоторые приложения ранга матрицы

Понятие ранга матрицы. Использование ранга матрицы для решения вопроса о линейной зависимости.

Системы линейных уравнений. Теорема Кронекера-Капелли.

2. Общая теория систем линейных уравнений

Обоснование практического способа решения систем с использованием ранга матрицы. Число решений совместной системы.

3. Однородные системы линейных уравнений

Свойства решений однородной системы. Пространство решений однородной системы, его размерность и базис.

Практическое решение однородных систем с помощью фундаментальных систем решений.

Нахождение общего решения однородных систем с помощью фундаментальных систем решений

5. Связь решений однородных и неоднородных систем

Фундаментальные системы решений. Связь решений однородных и неоднородных систем. Нахождение общего решения неоднородной системы с помощью однородной.

1. Теорема Кронекера-Капелли

Некоторые приложения ранга матрицы

Понятие ранга матрицы. Использование ранга матрицы для решения вопроса о линейной зависимости. Системы линейных уравнений. Теорема Кронекера-Капелли.

2. Пространство решений системы линейных однородных уравнений. Связь решений системы линейных неоднородных уравнений и соотв. систем однородных уравнений

Общая теория систем линейных уравнений

Обоснование практического способа решения систем с использованием ранга матрицы. Число решений совместной системы.

Однородные системы линейных уравнений

Свойства решений однородной системы. Пространство решений однородной системы, его размерность и базис.

Практическое решение однородных систем с помощью фундаментальных систем решений.

Нахождение общего решения однородных систем с помощью фундаментальных систем решений

Связь решений однородных и неоднородных систем

Фундаментальные системы решений. Связь решений однородных и неоднородных систем. Нахождение общего решения неоднородной системы с помощью однородной.

Раздел 5. Линейные операторы линейных пространств

В этом разделе излагаются начала одной из важнейших тем линейной алгебры – теории линейных пространств.

1. Определение линейного пространства. Линейная зависимость.

Определение линейного пространства над произвольным полем. Следствия из аксиом. Основные примеры. Линейная зависимость системы векторов. Базис системы векторов.

2. Основная теорема о линейной зависимости.

Основная теорема о линейной зависимости.

Следствия из основной теоремы о линейной зависимости для конечных систем векторов.

3. Конечномерные линейные пространства.

Конечномерные линейные пространства. Основные примеры: векторы-строки, векторы-отрезки, многочлены, матрицы. Следствия из основной теоремы о линейной зависимости для таких пространств.

4. Практическое нахождение базисов.

Находятся базисы наиболее часто встречающихся конечномерных линейных пространств.

5. Подпространства

Подпространства. Линейные оболочки, их размерность. Сумма и пересечение подпространств; их

размерности (формулировка).

6. Координаты вектора и их использование в теории линейных пространств.

Координаты вектора. Изоморфизм линейных пространств, его свойства. Критерий изоморфизма конечномерных линейных пространств. Матрицы перехода. Связь координат вектора в разных базисах.

7. Практическое использование матриц перехода.

С помощью матриц перехода находятся связи координат вектора в разных базисах.

8. Ранг матрицы.

Базисные миноры. Теорема о базисном миноре, её следствия. Вычисление ранга матрицы с помощью миноров.

1. Определение, примеры линейных пространств

Определение линейного пространства. Линейная зависимость.

Определение линейного пространства над произвольным полем. Следствия из аксиом. Основные примеры.

2. Действия с линейными операторами

Операции над линейными преобразованиями. Связь с операциями над матрицами.

3. Ядро и область значений линейных операторов

Ядро область значений и собственные векторы линейного преобразования. Ядро и область значений линейного оператора. Невырожденные линейные преобразования. Характеристические корни, собственные значения и собственные векторы линейного преобразования.

4. Собственные векторы и собственные значения

Связи между собственными значениями и собственными векторами линейного преобразования. Критерий существования базиса из собственных векторов, вид матрицы линейного преобразования в этом базисе. Понятие о нормальной форме Жордана.

Раздел 6. Билинейные и квадратичные формы

В разделе излагается теория квадратичных форм заданных на конечномерном линейном пространстве.

1. приведение квадратичной формы к каноническому виду

линейные отображения линейных пространств. Линейные преобразования линейного пространства. Матрицы линейного преобразования конечномерного линейного пространства. Связь координат вектора и его образа.

2. Нормальные виды квадратичной формы над полями \mathbb{C} и \mathbb{R}

Связь матриц линейного преобразования конечномерных линейных пространств в разных базисах. Нормальная форма Жордана матрицы. Ее нахождение.

3. Положительно определенные квадратичные формы

Критерий положительной определенности квадратичной формы (на языке её значений). С помощью критерия Сильвестра определять, является ли данная квадратичная форма положительно определенной или нет

1. Линейные и билинейные функции

Линейные функции. Билинейные функции.

2. Квадратичные формы. Канонические и нормальные виды. Закон инерции.

Приведение квадратичной формы к каноническому виду

линейные отображения линейных пространств. Линейные преобразования линейного пространства. Матрицы линейного преобразования конечномерного линейного пространства. Связь координат

вектора и его образа.

Нормальные виды квадратичной формы над полями \mathbb{C} и \mathbb{R}

Связь матриц линейного преобразования конечномерных линейных пространств в разных базисах.

Нормальная форма Жордана матрицы. Ее нахождение.

Положительно определенные квадратичные формы

Критерий положительной определенности квадратичной формы (на языке её значений). С помощью критерия Сильвестра определять, является ли данная квадратичная форма положительно определенной или нет

Раздел 7. Евклидовы пространства и линейные преобразования в них

В разделе излагается теория евклидовых пространств – линейных пространств со скалярным умножением.

1. Основные понятия теории евклидовых пространств

Скалярное произведение. Евклидово пространство (примеры, свойства). Превращение конечномерного линейного пространства в евклидово. Длина вектора, неравенство Коши-Буняковского, угол между векторами. Ортогональные системы векторов, процесс ортогонализации.

2. Ортонормированные базисы. Изоморфные евклидовы пространства. Проекция и перпендикуляр. Ортогональные дополнения подпространств. Унитарные пространства.

3. Практическое нахождение ортогональных и ортонормированных базисов

Нахождение ортонормированных базисов конечномерных линейных пространств.

1. Скалярное произведение векторное определение, свойства, примеры

Основные понятия теории евклидовых пространств

Скалярное произведение. Евклидово пространство (примеры, свойства). Превращение конечномерного линейного пространства в евклидово. Длина вектора, неравенство Коши-Буняковского, угол между векторами. Ортогональные системы векторов, процесс ортогонализации.

2. Определение и примеры Евклидовых пространств

Евклидово пространство (примеры, свойства). Превращение конечномерного линейного пространства в евклидово. Длина вектора, неравенство Коши-Буняковского, угол между векторами. Ортогональные системы векторов, процесс ортогонализации.

3. Длина вектора, угол между векторами, ортогональность векторов, ортогональность векторов, ортонормированный базис

Длина вектора, неравенство Коши-Буняковского, угол между векторами. Ортогональные системы векторов, процесс ортогонализации.

4. Линейные преобразования Евклидовых пространств

Ортонормированные базисы. Изоморфные евклидовы пространства. Проекция и перпендикуляр.

Ортогональные дополнения подпространств. Унитарные пространства.

Практическое нахождение ортогональных и ортонормированных базисов

Нахождение ортонормированных базисов конечномерных линейных пространств.

Контрольное мероприятие №3

Контрольное мероприятие №3 содержит 4 практические работы по темам: «Системы линейных уравнений», «Линейные операторы линейных пространств», «Билинейные и квадратичные формы», «Евклидовы пространства и линейные преобразования в них».

Максимальное количество баллов – 30 б

Проходной балл – 13 б (суммарно по всем работам)

Практические работы выполняются в форме самостоятельной работы студента.

1) Практическая работа «Системы линейных уравнений» состоит из 3 заданий и оценивается в 6 баллов.

- Если студент допустил алгебраические ошибки, а ход решения заданий был правильным, то ставится 4-5 балла.
- Если были сделаны грубейшие ошибки, допущены алгебраические ошибки, то ставится 1-2 балла.
- Если студент не справился ни с одним заданием в практической работе – 0 баллов.

2) Практическая работа «Линейные операторы линейных пространств» состоит из 5 заданий и оценивается в 12 баллов.

- Если студент допустил алгебраические ошибки, а ход решения заданий был правильным, то ставится 6-11 баллов.
- Если были сделаны грубейшие ошибки, допущены алгебраические ошибки, то ставится 1-5 баллов.
- Если студент не справился ни с одним заданием в практической работе – 0 баллов.

3) Практическая работа «Евклидовы пространства и линейные преобразования в них» состоит из 2 заданий и оценивается в 4 балла.

- Если студент допустил алгебраические ошибки, а ход решения заданий был правильным, то ставится 2-3 баллов.
- Если были сделаны грубейшие ошибки, допущены алгебраические ошибки, то ставится 1 баллов.
- Если студент не справился ни с одним заданием в практической работе – 0 баллов.

4) Практическая работа «Билинейные и квадратичные формы» состоит из 4 заданий и оценивается в 8 балла.

- Если студент допустил алгебраические ошибки, а ход решения заданий был правильным, то ставится 4-7 баллов.
- Если были сделаны грубейшие ошибки, допущены алгебраические ошибки, то ставится 1 -3 балла.
- Если студент не справился ни с одним заданием в практической работе – 0 баллов.

Контрольное мероприятие №4

Контрольное мероприятие №4 содержит 2 контрольные работы по темам: «Системы линейных уравнений», «Линейные операторы линейных пространств», «Билинейные и квадратичные формы», «Евклидовы пространства и линейные преобразования в них».

Максимальное количество баллов – 30 б

Проходной балл – 13 б (суммарно по всем работам)

Контрольные работы выполняются в комбинированной форме в аудитории.

1) Контрольная работа №1 по теме: «Системы линейных уравнений» состоит из теста, который оценивается в 5 баллов, и устной беседы, которая оценивается в 9 баллов.

2) Контрольная работа №2 по темам «Линейные операторы линейных пространств», «Билинейные и квадратичные формы», «Евклидовы пространства и линейные преобразования в них» проводится в виде теста, который состоит из 16 заданий и оценивается в 16 баллов.

Итоговое контрольное мероприятие

Итоговое контрольное мероприятие оценивается в 40 б. и содержит следующие задания (с количеством баллов):

1. Теория -5 б.
2. 10 определений по 1 баллу каждое, итого – 10б.

3. 6 примеров по темам: «Системы линейных уравнений», «Линейные операторы линейных пространств», «Билинейные и квадратичные формы», «Евклидовы пространства и линейные преобразования в них», которые оцениваются по 2-5 б., итого – 25 б.

1) 5 б. за теорию можно получить, если вопрос полностью раскрыт с доказательством и даны все определения, входящие в данный вопрос. Если в ответе дана только формулировка теоремы и нет доказательства -2 б.

Если в ответе недостаточно дано объяснений в доказательстве, нет всех определений – от 1 до 4 б. Если формулировка теоремы неправильная, или грубые ошибки в доказательстве, то 0 б.

2) Если определение дано правильно – 1 б., допущены неточности или грубые ошибки – 0 б.

3) Если пример решен правильно – полный балл., есть алгебраические ошибки, но суть выполнения задания верна – балл снижается, в других случаях – 0 б.

6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Освоение дисциплины требует систематического изучения всех тем в той последовательности, в какой они указаны в рабочей программе.

Основными видами учебной работы являются аудиторные занятия. Их цель - расширить базовые знания обучающихся по осваиваемой дисциплине и систему теоретических ориентиров для последующего более глубокого освоения программного материала в ходе самостоятельной работы. Обучающемуся важно помнить, что контактная работа с преподавателем эффективно помогает ему овладеть программным материалом благодаря расстановке необходимых акцентов и удержанию внимания интонационными модуляциями голоса, а также подключением аудио-визуального механизма восприятия информации.

Самостоятельная работа преследует следующие цели:

- закрепление и совершенствование теоретических знаний, полученных на лекционных занятиях;
- формирование навыков подготовки текстовой составляющей информации учебного и научного назначения для размещения в различных информационных системах;
- совершенствование навыков поиска научных публикаций и образовательных ресурсов, размещенных в сети Интернет;
- самоконтроль освоения программного материала.

Обучающемуся необходимо помнить, что результаты самостоятельной работы контролируются преподавателем во время проведения мероприятий текущего контроля и учитываются при промежуточной аттестации.

Обучающимся с ОВЗ и инвалидов предоставляется возможность выбора форм проведения мероприятий текущего контроля, альтернативных формам, предусмотренным рабочей программой дисциплины. Предусматривается возможность увеличения в пределах 1 академического часа времени, отводимого на выполнение контрольных мероприятий.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации.

При проведении текущего контроля применяются оценочные средства, обеспечивающие передачу информации, от обучающегося к преподавателю, с учетом психофизиологических особенностей здоровья обучающихся.

7. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

При самостоятельной работе обучающимся следует использовать:

- конспекты лекций;
- литературу из перечня основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля);
- текст лекций на электронных носителях;
- ресурсы информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимые для освоения дисциплины;
- лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение из перечня информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине;
- методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы

Основная:

1. Кострикин А. И. Введение в алгебру: В 3-х ч. Ч.2. Линейная алгебра — Новое издание. — М.: МЦНМО, 2009. — 368 с. — ISBN 978-5-94057-454-5. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система БиблиоТех : [сайт]. <https://bibliotech.psu.ru/Reader/Book/8336>
2. Кострикин А. И. Введение в алгебру: В 3-х ч. Ч.1.: Основы алгебры — Новое издание. — М.: МЦНМО, 2009. — 272 с. — ISBN 978-5-94057-453-8. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система БиблиоТех : [сайт]. <https://bibliotech.psu.ru/Reader/Book/8335>
3. Кострикин А. И. Введение в алгебру: В 3-х ч. Ч.3. Основные структуры алгебры — Новое издание. — М.: МЦНМО, 2009. — 272 с. — ISBN 978-5-94057-455-2. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система БиблиоТех : [сайт]. <https://bibliotech.psu.ru/Reader/Book/8337>
4. Линейная алгебра и аналитическая геометрия : учебник и практикум для вузов / Е. Г. Плотникова, А. П. Иванов, В. В. Логинова, А. В. Морозова ; под редакцией Е. Г. Плотниковой. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 340 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-01179-1. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. <https://www.urait.ru/bcode/436467>

Дополнительная:

1. Емельянова, Т. В. Линейная алгебра. Решение типовых задач : учебное пособие / Т. В. Емельянова, А. М. Кольчатов. — Саратов : Ай Пи Эр Медиа, 2018. — 184 с. — ISBN 978-5-4486-0331-0. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. <http://www.iprbookshop.ru/74559.html>
2. Коневских Т. М., Оглезнева А. Н. Алгебра и аналитическая геометрия. Алгебра: учебно-методическое пособие / Т. М. Коневских, А. Н. Оглезнева. — Пермь: ПГНИУ, 2019, ISBN 978-5-7944-3363-0. — 114 с. Библиогр.: с. 113 <https://elis.psu.ru/node/600327>

9. Перечень ресурсов сети Интернет, необходимых для освоения дисциплины

<http://www.psu.ru/elektronnye-resursy-dlya-psu> Электронные ресурсы для ПГНИУ

10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

Образовательный процесс по дисциплине **Алгебра 1** предполагает использование следующего программного обеспечения и информационных справочных систем:

- 1) презентационные материалы (слайды по темам лекционных и практических занятий);
- 2) доступ в режиме on-line в Электронную библиотечную систему (ЭБС);
- 3) доступ в электронную информационно-образовательную среду университета;
- 4) интернет-сервисы и электронные ресурсы (поисковые системы, электронная почта);

Перечень необходимого лицензионного и (или) свободно распространяемого программного обеспечения:

- 1) офисный пакет приложений (текстовый процессор, программа для подготовки электронных презентаций);
- 2) программа демонстрации видеоматериалов (проигрыватель);
- 3) приложение, позволяющее просматривать и воспроизводить медиаконтент PDF-файлов.

Дисциплина не предусматривает использование специального программного обеспечения.

При освоении материала и выполнения заданий по дисциплине рекомендуется использование материалов, размещенных в Личных кабинетах обучающихся ЕТИС ПГНИУ (**student.psu.ru**).

При организации дистанционной работы и проведении занятий в режиме онлайн могут использоваться:

система видеоконференцсвязи на основе платформы BigBlueButton (<https://bigbluebutton.org/>).

система LMS Moodle (<http://e-learn.psu.ru/>), которая поддерживает возможность использования текстовых материалов и презентаций, аудио- и видеоконтент, а так же тесты, проверяемые задания, задания для совместной работы.

система тестирования Indigo (<https://indigotech.ru/>).

11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Для лекционных занятий требуется аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук) с соответствующим программным обеспечением, меловой (и) или маркерной доской.

Для проведения практических занятий - аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук) с соответствующим программным обеспечением, меловой (и) или маркерной доской.

Для групповых (индивидуальных) консультаций - аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук) с соответствующим программным обеспечением, меловой (и) или маркерной доской.

Для проведения текущего контроля - аудитория, оснащенная меловой (и) или маркерной доской.

Самостоятельная работа студентов: аудитория, оснащенная компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет», с обеспеченным доступом в электронную информационно-образовательную среду университета, помещения Научной библиотеки ПГНИУ.

Помещения научной библиотеки ПГНИУ для обеспечения самостоятельной работы обучающихся:

1. Научно-библиографический отдел, корп.1, ауд. 142. Оборудован 3 персональными компьютера с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

2. Читальный зал гуманитарной литературы, корп. 2, ауд. 418. Оборудован 7 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

3. Читальный зал естественной литературы, корп.6, ауд. 107а. Оборудован 5 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

4. Отдел иностранной литературы, корп.2 ауд. 207. Оборудован 1 персональным компьютером с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

5. Библиотека юридического факультета, корп.9, ауд. 4. Оборудована 11 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

6. Читальный зал географического факультета, корп.8, ауд. 419. Оборудован 6 персональными компьютерами с доступом к локальной и глобальной компьютерным сетям.

Все компьютеры, установленные в помещениях научной библиотеки, оснащены следующим программным обеспечением:

Операционная система ALT Linux;

Офисный пакет Libreoffice.

Справочно-правовая система «КонсультантПлюс»

**Фонды оценочных средств для аттестации по дисциплине
Алгебра 1**

**Планируемые результаты обучения по дисциплине для формирования компетенции.
Индикаторы и критерии их оценивания**

ОПК.1

Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических наук, и использовать их в профессиональной деятельности

| Компетенция (индикатор) | Планируемые результаты обучения | Критерии оценивания результатов обучения |
|---|---|---|
| <p>ОПК.1.1 Использует основные понятия, концепции, задачи и методы математических наук в профессиональной деятельности</p> | <p>ЗНАТЬ: основные понятия и утверждения алгебры.</p> <p>УМЕТЬ: производить расчеты в стандартных постановках задач алгебры, давать содержательную интерпретацию результатов вычислений, контролировать правильность вычислений; самостоятельно приобретать новые знания.</p> <p>ВЛАДЕТЬ: основным понятийным аппаратом алгебры; навыками решения задач алгебры.</p> | <p style="text-align: center;">Неудовлетворител</p> <p>Не знает основные понятия и утверждения алгебры. Не умеет производить расчеты в стандартных постановках задач, давать содержательную интерпретацию результатов вычислений, контролировать правильность вычислений.</p> <p style="text-align: center;">Удовлетворительн</p> <p>Общие, но не структурированные знания основных понятий и утверждений алгебры. Демонстрирует частично сформированное умение производить расчеты в стандартных постановках задач алгебры, давать содержательную интерпретацию результатов вычислений.</p> <p style="text-align: center;">Хорошо</p> <p>Сформированные, но содержащие отдельные пробелы знания основных понятий алгебры. В целом успешные, но содержащие отдельные пробелы умения производить расчеты в стандартных постановках задач, давать содержательную интерпретацию результатов вычислений. Умеет контролировать правильность вычислений; самостоятельно приобретать новые знания. Владеет основным понятийным аппаратом алгебры. В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы применение навыков решения задач.</p> <p style="text-align: center;">Отлично</p> <p>Сформированные систематические знания основных понятий алгебры. Сформированное умение производить расчеты в стандартных постановках задач,</p> |

| Компетенция (индикатор) | Планируемые результаты обучения | Критерии оценивания результатов обучения |
|----------------------------|------------------------------------|--|
| | | Отлично давать содержательную интерпретацию результатов вычислений, контролировать правильность вычислений; самостоятельно приобретать новые знания. Успешное и систематическое применение навыков решения задач. |

Оценочные средства текущего контроля и промежуточной аттестации

Схема доставки : Базовая

Вид мероприятия промежуточной аттестации : Экзамен

Способ проведения мероприятия промежуточной аттестации : Оценка по дисциплине в рамках промежуточной аттестации определяется на основе баллов, набранных обучающимся на контрольных мероприятиях, проводимых в течение учебного периода.

Максимальное количество баллов : 100

Конвертация баллов в отметки

«отлично» - от 81 до 100

«хорошо» - от 61 до 80

«удовлетворительно» - от 43 до 60

«неудовлетворительно» / «незачтено» менее 43 балла

| Компетенция (индикатор) | Мероприятие текущего контроля | Контролируемые элементы результатов обучения |
|---|---|---|
| Входной контроль | Входной контроль Входное тестирование | Основные элементарные функции и их графики. Преобразования алгебраические выражений. Основные формулы тригонометрии. Системы линейных уравнений. |
| ОПК.1.1 Использует основные понятия, концепции, задачи и методы математических наук в профессиональной деятельности | Контрольное мероприятие №1 Защищаемое контрольное мероприятие | Метод Гаусса. Матрицы. Определители. Системы линейных уравнений. |
| ОПК.1.1 Использует основные понятия, концепции, задачи и методы математических наук в профессиональной деятельности | Контрольное мероприятие №2 Защищаемое контрольное мероприятие | Линейные пространства. Матрицы перехода. Линейные преобразования. |
| ОПК.1.1 Использует основные понятия, концепции, задачи и методы математических наук в профессиональной деятельности | Итоговое контрольное мероприятие Итоговое контрольное мероприятие | Теоретические и практические задания по курсу алгебры: метод Гаусса, матрицы, определители, системы линейных уравнений, линейные пространства, матрицы перехода, линейные преобразования, квадратичные формы. |

Спецификация мероприятий текущего контроля

Входной контроль

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **0**

Проходной балл: **0**

| Показатели оценивания | Баллы |
|---|-------|
| Графическое решение системы уравнений. | 25 |
| Преобразование выражения, содержащего тригонометрические функции. | 25 |
| Преобразование алгебраического выражения. | 25 |
| Построение графика функции. | 25 |

Контрольное мероприятие №1

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **30**

Проходной балл: **13**

| Показатели оценивания | Баллы |
|---|-------|
| Знает метод Гаусса решения систем линейных алгебраических уравнений. Умеет применить метод Гаусса решения систем неоднородных линейных алгебраических уравнений. Контролирует правильность преобразований | 3 |
| Знает основные операции с матрицами. Умеет находить обратную матрицу. Контролирует правильность преобразований. | 3 |
| Знает основные способы вычисления определителей n-го порядка. Умеет применить основные способы вычисления определителей n-го порядка. Контролирует правильность вычислений | 3 |
| Знает метод Гаусса решения систем линейных алгебраических уравнений. Умеет применить метод Гаусса решения систем однородных линейных алгебраических уравнений. Контролирует правильность преобразований | 3 |
| Знает основные способы вычисления определителей n-го порядка. Умеет применить основные способы вычисления определителей 5-го порядка. Контролирует правильность вычислений | 3 |
| Знает основные операции с комплексными числами. Умеет извлекать корень n-ой степени из комплексного числа. Контролирует правильность преобразований. | 2 |
| Знает основные способы вычисления определителей n-го порядка. Умеет применить основные способы вычисления определителей 4-го порядка. Контролирует правильность вычислений | 2 |
| Знает основные операции с матрицами. Умеет умножать матрицы. Контролирует правильность преобразований | 2 |
| Знает основные операции с матрицами. Умеет вычислять значения матричного многочлена. Контролирует правильность преобразований. | 2 |
| Знает основные операции с матрицами. Умеет решать матричные уравнения. Контролирует правильность преобразований. | 2 |
| Знает основные операции с матрицами. Умеет решать матричные уравнения. Контролирует правильность преобразований. | 2 |
| Знает основные операции с комплексными числами. Умеет складывать, вычитать, умножать и делить комплексные числа. Контролирует правильность преобразований. | 1 |

| | |
|---|---|
| Знает основные операции с комплексными числами. Умеет возводить в натуральную степень комплексные числа. Контролирует правильность преобразований | 1 |
| Знает основные операции с матрицами. Умеет складывать матрицы, умножать их на число. Контролирует правильность преобразований | 1 |

Контрольное мероприятие №2

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставяемый за мероприятие промежуточной аттестации: **30**

Проходной балл: **13**

| Показатели оценивания | Баллы |
|---|-------|
| Знает основные определения и понятия темы линейные пространства. Умеет применить основные определения и понятия темы линейные пространства. Контролирует правильность преобразований. | 7 |
| Знает основные определения и понятия темы линейные пространства. Умеет находить базис и размерность линейных подпространств. Контролирует правильность преобразований. | 6 |
| Знает основные определения и понятия темы линейные пространства. Умеет находить базис и размерность линейных пространств. Контролирует правильность преобразований. | 6 |
| Знает основные определения и понятия темы линейные пространства. Умеет применить основные определения и понятия темы линейные пространства. Контролирует правильность преобразований. | 5 |
| Знает основные определения и понятия линейной зависимости. Умеет исследовать систему на зависимость. Контролирует правильность преобразований. | 5 |
| Знает основные способы построения матриц перехода. Умеет находить связь координат вектора в разных базисах. Контролирует правильность вычислений | 1 |

Итоговое контрольное мероприятие

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставяемый за мероприятие промежуточной аттестации: **40**

Проходной балл: **17**

| Показатели оценивания | Баллы |
|---|-------|
| Умеет решать задачи в стандартных постановках | 12 |
| Знает основные определения курса. Умеет воспроизвести четкую формулировку основных определений курса. | 12 |
| Умеет воспроизвести доказательство основных теорем курса. Контролирует правильность преобразований. | 11 |
| Знает основные теоремы курса. | 5 |

Вид мероприятия промежуточной аттестации : Экзамен

Способ проведения мероприятия промежуточной аттестации : Оценка по дисциплине в рамках промежуточной аттестации определяется на основе баллов, набранных обучающимся на контрольных

мероприятиях, проводимых в течение учебного периода.

Максимальное количество баллов : 100

Конвертация баллов в отметки

«отлично» - от 81 до 100

«хорошо» - от 61 до 80

«удовлетворительно» - от 43 до 60

«неудовлетворительно» / «незачтено» менее 43 балла

| Компетенция (индикатор) | Мероприятие текущего контроля | Контролируемые элементы результатов обучения |
|---|---|---|
| ОПК.1.1 Использует основные понятия, концепции, задачи и методы математических наук в профессиональной деятельности | Контрольное мероприятие №3 Защищаемое контрольное мероприятие | Системы линейных уравнений. Линейные операторы линейных пространств |
| ОПК.1.1 Использует основные понятия, концепции, задачи и методы математических наук в профессиональной деятельности | Контрольное мероприятие №4 Защищаемое контрольное мероприятие | Квадратичные формы. Собственные числа и векторы матрицы. Евклидовы пространства. Линейные преобразования евклидовых пространств |
| ОПК.1.1 Использует основные понятия, концепции, задачи и методы математических наук в профессиональной деятельности | Итоговое контрольное мероприятие Итоговое контрольное мероприятие | Теоретические и практические задания по курсу алгебры: системы линейных уравнений, линейные операторы, квадратичные формы, Евклидовы пространства и их линейные преобразования. |

Спецификация мероприятий текущего контроля

Контрольное мероприятие №3

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **30**

Проходной балл: **13**

| Показатели оценивания | Баллы |
|---|--------------|
| Знает основные способы вычисления ранга матрицы. Умеет применить основные способы вычисления ранга матрицы. Контролирует правильность вычислений | 5 |
| Знает основные способы решения систем линейных алгебраических уравнений. Умеет применить способы решения систем линейных алгебраических уравнений. Контролирует правильность преобразований. | 5 |
| Знает основные способы решения систем линейных алгебраических уравнений. Умеет применить способы решения однородных систем линейных алгебраических уравнений. Контролирует правильность преобразований. | 4 |

| | |
|--|---|
| Знает основные способы решения систем линейных алгебраических уравнений. Умеет строить фундаментальную систему уравнений. Контролирует правильность преобразований. | 4 |
| Знает основные способы вычисления ранга матрицы. Умеет применить основные способы вычисления ранга системы векторов. Контролирует правильность вычислений | 4 |
| Знает понятие линейного оператора линейных пространств. Умеет производить действия с линейными операторами. Контролирует правильность преобразований. | 3 |
| Знает понятие линейного оператора линейных пространств. Умеет находить ядро и область значений линейных операторов. Контролирует правильность преобразований. | 3 |
| Знает понятие собственных векторов и собственных значений матрицы. Умеет найти собственные вектора и собственные значения матрицы. Контролирует правильность преобразований. | 2 |

Контрольное мероприятие №4

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставляемый за мероприятие промежуточной аттестации: **30**

Проходной балл: **13**

| Показатели оценивания | Баллы |
|--|-------|
| Умеет привести квадратичную форму к нормальному виду. Контролирует правильность преобразований. | 5 |
| Знает формулу для вычисления скалярного произведения векторов. Умеет применить формулу для вычисления скалярного произведения векторов. Контролирует правильность преобразований. | 5 |
| Умеет привести квадратичную форму к каноническому виду. Контролирует правильность преобразований. | 4 |
| Знает основные определения и понятия темы евклидовых пространств. Умеет применить основные определения и понятия темы линейные пространства. Контролирует правильность преобразований. | 4 |
| Умеет найти ранг для квадратичной формы. Контролирует правильность преобразований. | 4 |
| Знает основные определения и понятия темы евклидовых пространств. Умеет определять ортогональность векторов в евклидовых пространствах. Контролирует правильность преобразований. | 3 |
| Знает понятие матрицы преобразования. Умеет найти матрицу евклидова преобразования. Контролирует правильность преобразований. | 3 |
| Знает матричный вид квадратичной формы. Умеет записать матричный вид квадратичной формы. Контролирует правильность преобразований. | 1 |
| Знает основные определения и понятия темы евклидовых пространств. Умеет вычислять длины векторов и угол между ними в евклидовых пространствах. Контролирует правильность преобразований. | 1 |

Итоговое контрольное мероприятие

Продолжительность проведения мероприятия промежуточной аттестации: **2 часа**

Условия проведения мероприятия: **в часы аудиторной работы**

Максимальный балл, выставяемый за мероприятие промежуточной аттестации: **40**

Проходной балл: **17**

| Показатели оценивания | Баллы |
|---|--------------|
| Знает основные определения курса. Умеет воспроизвести четкую формулировку основных определений курса. | 12 |
| Умеет решать задачи в стандартных постановках | 12 |
| Умеет воспроизвести доказательство основных теорем курса. Контролирует правильность преобразований. | 11 |
| Знает основные теоремы курса. | 5 |