

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
**Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования**  
**«Пермский государственный национальный исследовательский  
университет»**

*Колледж профессионального образования*

**ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ  
СТАТИСТИКА**

Методические указания по практической работе  
для студентов Колледжа профессионального образования  
по специальности 38.02.07 Банковское дело

Утверждено на заседании ПЦК  
Сетевого и системного администрирования  
Протокол № 10 от «25» мая 2022 г.

Пермь 2022

Теория вероятностей и математическая статистика: методические указания по практической работе для студентов Колледжа профессионального образования по специальности 38.02.07 Банковское дело / сост. А.В. Журавлева; Колледж проф. образ. ПГНИУ. – Пермь, 2022. – 32 с.

Методические указания «Теория вероятностей и математическая статистика» разработаны на основе требований Федерального государственного образовательного стандарта среднего профессионального образования по специальности 38.02.07 Банковское дело для оказания помощи студентам специальности 38.02.07 Банковское дело по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика». Содержат задания по разделам дисциплины.

Предназначены для студентов Колледжа профессионального образования ПГНИУ специальности 38.02.07 Банковское дело (СПО) всех форм обучения.

## **ОБЩИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ИЗУЧЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ**

Одной из форм обучения студента является самостоятельная работа над учебным материалом, которая состоит из следующих элементов: изучение материала по учебникам, решение задач, самопроверка, выполнение контрольных работ. В процессе самостоятельной работы студент может обращаться к преподавателю с вопросами для получения письменной или устной консультации. В помощь студентам организуются чтение лекций, практические занятия. Завершающим этапом изучения отдельных частей курса математики является сдача обязательных контрольных работ в соответствии с учебным планом по специальности.

### **Изучение материала по учебнику**

Изучение материала по учебнику следует выполнять согласно указанным в программе курса темам. Изучая тот или иной вопрос темы по учебнику, целесообразно выполнять на бумаге все вычисления и вычерчивать имеющиеся в учебнике чертежи.

При самостоятельном изучении материала полезно вести конспект. В конспект по мере проработки материала рекомендуется вписывать определения, теоремы, формулы, уравнения и т.п. Поля конспектов могут послужить для выделения тех вопросов, на которые необходимо получить письменную или устную консультацию. Ведение конспекта должно быть аккуратным, расположение текста хорошо продуманным. Конспект поможет в подготовке к выполнению контрольной работы.

### **Решение задач**

Чтение учебника должно сопровождаться разбором предлагаемых решений задач. Каждый этап решения задачи должен быть обоснован, исходя из теоретических положений курса. Решение задач и примеров следует излагать подробно, вычисления располагать в строгом порядке, отделяя вспомогательные вычисления от основных. В промежуточные вычисления не следует вводить приближенные значения корней, числа  $\pi$  и других математических констант.

## **Самопроверка**

Опыт прочного усвоения материала темы показывает, что самопроверку проводить необходимо. В настоящем пособии приводятся для самопроверки вопросы, которые акцентируют внимание на наиболее важных, ключевых положениях темы. В процессе выполнения самопроверки необходимо избегать пользования учебником или конспектом. Желание обратиться к учебнику или конспекту показывает недостаточное усвоение материала темы.

## **Консультации**

При изучении теоретического материала или при решении задач у студента могут возникнуть вопросы, разрешить которые самостоятельно не удастся. В такой ситуации студенту следует обратиться к преподавателю для получения от него письменной или устной консультации. При этом необходимо точно указать вопрос, учебник и место в учебнике, где рассмотрен затрудняющий студента вопрос. Если непреодолимые затруднения возникли при решении задачи, то следует указать характер затруднения, привести план решения.

## **Контрольная работа**

В процессе изучения курса студент должен выполнить контрольную работу, которая проходит рецензирование. По полученным результатам студент может сделать выводы о степени усвоения им соответствующего раздела курса, внести коррективы в процесс последующей самостоятельной работы по изучению теоретического материала.

К выполнению контрольной работы следует приступать после тщательного разбора имеющихся в учебнике и сборниках задач решений с ответами. В дополнение к предложенным задачам сборников в данном пособии рассмотрены некоторые примеры.

Контрольные работы должны выполняться самостоятельно, так как в противном случае рецензирование работы как диалог общения преподавателя – рецензента и студента с целью оказания последнему методической помощи не достигнет цели.

## **Лекции, практические занятия**

Во время учебы для студентов - читаются лекции, проводятся занятия. На лекциях и практических занятиях проводится обзор наиболее важных разделов курса, могут рассматриваться отдельные вопросы программы, отсутствующие или недостаточно полно освещенные в рекомендуемых учебных пособиях.

**Элементы комбинаторики**  
**Основные задачи комбинаторики**  
**Практическая работа №1**

**Решение комбинаторных задач**

**Цель:** развитие инициативы и самостоятельности студентов, приобретение знаний и умений применять различные формулы при решении комбинаторных задач

**Задание для выполнения практической работы №1**

1. Вычислите:

а)  $7!$ ;      б)  $8!$ ;      в)  $6! - 5!$       г)  $\frac{5!}{5}$ .

2. Вычислите:

а)  $\frac{10!}{5!}$ ;      б)  $\frac{11!}{5! \cdot 6!}$ ;      в)  $\frac{51!}{49!}$ ;      г)  $\frac{14!}{7! \cdot 3! \cdot 4!}$ .

3. Делится ли  $11!$  на:

а) 64;      б) 25      в) 81      г) 49?

4. На сколько нулей оканчивается число:

а)  $10!$       б)  $12!$       в)  $15!$       г)  $26!$ ?

5. Сократите дробь:

а)  $\frac{n!}{(n-1)!}$ ;      б)  $\frac{n!}{2!(n-2)!}$ ;      в)  $\frac{(2k+1)!}{(2k-1)!}$ ;      г)  $\frac{(4m-1)!}{(4m-3)!}$ .

6. Упростите выражение:

а)  $\frac{(n+2)!(n^2-9)}{(n+4)!}$ ;      б)  $\frac{1}{(n-2)!} - \frac{n^3-n}{(n+1)!}$ ;

в)  $\frac{25m^5 - m^3}{(5m+1)!} \cdot \left( \frac{1}{5 \cdot (5m-2)!} \right)^{-1}$ ;      г)  $\frac{(3k+3)! \cdot k!}{(3k)!} \cdot \frac{(k+3)!(3k+1)}{3!(k^2+5k+6)}$ .

7. а) На дверях четырех одинаковых кабинетов надо повесить таблички с фамилиями четырех заместителей директора. Сколькими способами это можно сделать?

б) В 9 «А» классе в среду 5 уроков: алгебра, геометрия, физкультура, русский язык, английский язык. Сколько можно составить вариантов расписания на среду?

в) Сколькими способами четыре вора могут по одному разбежаться на все четыре стороны?

г) Адьютант должен развести пять копий приказа генерала по пяти полкам. Сколькими способами он может выбрать маршрут доставки приказа?

8. У Вовы на обед – салат, первое, второе, третье и пирожное. Он обязательно начнет с пирожного, а все остальное съест в произвольном порядке. Найдите число всевозможных вариантов обеда.

9. В гостинице – семь одноместных номеров. Из семи приехавших постояльцев трое уже зарезервировали свои номера. Найдите число способов расселения.

10. Одиннадцать футболистов строятся перед началом матча. Первым – обязательно капитан, вторым – обязательно вратарь, а остальные – случайным образом. Сколько существует способов построения?
11. Сколькими способами можно обозначить вершины куба буквами А, В, С, D, Е, F, G, К?
12. Современные пятиборцы в течение двух дней участвуют в соревновании по пяти видам спорта: конкур (кросс на лошадях), фехтование, плавание, стрельба, бег.
- а) Сколько существует вариантов порядка прохождения видов соревнования?
  - б) Сколько существует вариантов порядка прохождения видов соревнования, если известно, что последним видом должен быть бег?
  - в) Сколько существует вариантов порядка прохождения видов соревнования, если известно, что последним видом должен быть бег, а первым – конкур?
  - г) Сколько существует вариантов, в которых конкур и фехтование не проходят подряд?
13. 6 граней игрального кубика помечены цифрами 1,2,3,4,5,6. Кубик бросают дважды и записывают выпадающие цифры.
- а) Найдите число всех возможных вариантов.
  - б) Укажите те из них, в которых произведение выпавших чисел кратно 10.
  - в) Составьте таблицу из 2 строк. В 1 строке запишите суммы выпавших очков, во 2 – количество результатов, в которых выпадает эта сумма.
  - г) Составьте аналогичную таблицу для модуля разности выпавших очков.
14. На плоскости даны 10 точек, никакие 3 из которых не лежат на 1 прямой.
- а) Три точки покрасили в рыжий цвет, а остальные – в черный. Сколько можно провести отрезков с разноцветными концами?
  - б) Сколько можно провести отрезков с «рыжими» концами?
  - в) Составьте таблицу из 2 строчек. В 1 строке запишите количество рыжих точек из 10 данных (от 0 до 10), во 2 – число «разноцветных» отрезков при таком способе раскраски.
  - г) 5 точек покрасили в серый цвет, 2 точки – в бурый и 3 – в малиновый цвет. Сколько можно построить «серо-буро-малиновых» треугольников?
15. Группа туристов планирует осуществить поход по маршруту Антоново – Борисово – Власово – Грибово. Из Антоново в Борисово можно сплавиться по реке или идти пешком. Из Борисово во Власово можно пройти пешком или доехать на велосипедах. Из Власово в Грибово можно доплыть по реке, доехать на велосипедах или пройти пешком.
- а) Нарисуйте дерево возможных вариантов похода.
  - б) Сколько всего вариантов похода могут выбрать туристы?
  - в) Сколько есть полностью не пеших вариантов?
  - г) Сколько вариантов похода могут выбрать туристы при условии, что хотя бы на одном из участков маршрута они должны использовать велосипеды?
16. В Сети связь происходит через узлы, которые нумеруются 8-значными номерами (номер, например 00011122, возможен).

- а) Сколько в Сети может быть узлов?
  - б) Какой минимальной длины должны быть номера узлов, чтобы их хватило каждому жителю Земли?
  - в) Сколько в Сети узлов суммой цифр номера равной 71?
  - г) Сколько в Сети узлов суммой цифр номера меньше 3?
17. Вова услышал в песне, что «...у зим бывают имена...». Он вспомнил 7 самых хороших зим своей жизни и решил дать 7 разных, нравящихся ему женских имен.
- а) Сколькими способами он может это сделать?
  - б) Сколько способов существует если 1 зима – точно Татьяна, а последняя – несомненно, Анна?
  - в) Сколько способов существует, если женских имен 8, а не 7?
  - г) Сколько способов существует, если имен 7, а зим – 8?
18. Ася помнит, что в ответе задачи на правило умножения для двух испытаний получилось 48, и что испытания с одним исходом не рассматривались. Ей надо вспомнить число исходов в обоих испытаниях.
- а) Из скольких вариантов Асе придется выбирать правильный ответ?
  - б) Сколько вариантов, которые состоят из чисел разной четности?
  - в) Сколько вариантов, которые состоят из чисел, отличающихся друг от друга более, чем на 10?
  - г) А сколько всего вариантов, если испытаний было 3?

## Практическая работа №2

### Решение комбинаторных уравнений

**Цель:** приобретение умений и навыков при решении комбинаторных уравнений.

**Задание для выполнения практической работы №2**

1. Изучите теоретический материал по теме
2. Решить в натуральных числах 5 комбинаторных уравнений по индивидуальному варианту

Вариант 1.

1.  $n! = 7(n-1)!$ ;
2.  $(k-10)! = 77(k-11)!$ ;
3.  $(m+17)! = 420(m+15)!$ ;
4.  $(3x)! = 504(3x-3)!$ ;
5.  $6P_x = P_{x+2}$ .

Вариант 2.

1.  $\frac{A_x^3}{x} = 240$ ;
2.  $A_{n-3}^2 = 2(3n+13)$ ;
3.  $P_{n-4} * A_n^4 = 42 * P_{n-2}$ ;
4.  $C_x^2 = 10$ ;
5.  $\frac{4}{15} * C_y^4 = A_y^2$ .



Вариант 3.

1.  $A_7^x - x * A_7^{x-1} = 0$ ;

2.  $\frac{(x+2)!}{A_x^n (x-n)!} = 132$ ;

3.  $C_x^4 = \frac{15A_x^2}{4}$ ;

4.  $P_{x-3} * A_x^3 = 20P_{x-2}$ ;

5.  $C_{x+2}^4 = 11C_x^2$ .

Вариант 4.

1.  $C_{x-2}^{x-4} = 2x^2 - 7x - 3$ ;

2.  $\frac{(3x)!}{(3x-3)!} = 504$ ;

3.  $6P_x = 24(x-1)!$

4.  $\frac{1}{5}C_{x+3}^{x-1} = A_x^3$ ;

5.  $20P_{x-2} = A_x^3 * P_{x-3}$ .

Вариант 5.

1.  $C_x^3 + C_x^2 = 15(x^2 - 1)$ ;

2.  $6 * C_n^{n-3} = 11A_{n-1}^2$ ;

3.  $\frac{A_{x+1}^5 - A_x^3}{A_x^3} = 43$ ;

4.  $3 * A_{x+1}^4 = 4 * A_x^4$ ;

5.  $y^{-1} * A_y^3 = 210$ .

Вариант 6.

1.  $\frac{1}{20}A_n^4 = A_n^3$ ;

2.  $12x = A_x^3$ ;

3.  $P_x = \frac{1}{6}P_{x+2}$ ;

4.  $(k+15)! = \frac{1}{420}(k+17)!$ ;

5.  $A_n^3 = 30n$ .

Вариант 7.

1.  $\frac{A_m^3}{m} = 420$ ;

2.  $\frac{(n+2)!}{132} = A_n^7 * P_{n-7}$ ;

3.  $36A_{x-1}^2 = P_x$ ;

4.  $C_x^5 = 2C_{x-1}^5$ ;

5.  $C_{n+4}^{n+1} = 15 + C_{n+3}^n$ .

Вариант 8.

1.  $6P_x = P_{x+5}$ ;

2.  $12C_{x+3}^{x-1} = 55A_{x+1}^2$ ;

$$3. A_x^5 = 20A_{x-2}^3;$$

$$4. 30 A_{x-2}^4 = A_x^5;$$

$$5. A_x^3 = \frac{1}{20} A_x^4.$$

## Тема 1.2. Основные правила комбинаторики

### Практическая работа №3

#### Решение комбинаторных задач на расчет количества выборов

**Цель:** применение знаний умений определять тип комбинаторного объекта и рассчитывать количество выборов заданного типа в заданных условиях.

#### Задание для выполнения практической работы

Решить задачи по индивидуальному варианту

1. а) Сколько двухзначных чисел можно составить из цифр 1, 3, 5, 7, 9?  
 б) Сколько среди них чисел кратных пяти?  
 в) Сколько среди них чисел кратных одиннадцати?  
 г) Сколько среди них чисел кратных трем?
2. Несколько стран решили использовать для своего государственного флага символику в виде четырёх вертикальных полос одинаковой ширины разных цветов – белого, синего, красного, зеленого. У каждой страны – свой флаг.  
 а) Сколько всего стран могут использовать такую символику?  
 б) Сколько всего стран могут использовать такую символику с первой белой полосой?  
 в) Сколько всего стран могут использовать такую символику с третьей зеленой полосой?  
 г) Сколько всего стран могут использовать такую символику с синей и красной полосами, расположенными рядом?
3. В футбольном турнире участвует несколько команд. Оказалось, что все они использовали для трусов и футболок белый, синий, красный, зеленый и желтый цвета, причем были использованы все возможные варианты.  
 а) Сколько команд участвовало в турнире?  
 б) Сколько команд играло в зеленых футболках?  
 в) У скольких команд футболки и трусы были разного цвета?  
 г) У скольких команд футболки и трусы были разного цвета, причем трусы были не красные?
4. На контрольной работе будет пять задач – по одной из каждой из пяти тем. Задачи будут взяты из общего списка по 10 задач в каждой теме. При подготовке к контрольной Вова решил по 8 задач из каждой темы. Найдите:  
 а) общее число всех возможных вариантов контрольной работы;  
 б) число тех вариантов, в которых Вова умеет решать все пять задач;  
 в) число тех вариантов, в которых Вова ничего не сможет решить;  
 г) число тех вариантов, в которых Вова умеет решать все задачи, кроме первой.
5. В клетки квадратной таблички  $2 \times 2$  произвольно ставят крестики и нолики.

- а) Сколькими способами можно заполнить эту табличку?  
б) В скольких случаях в левой нижней клетке будет стоять крестик?  
в) В скольких случаях в верхней левой и нижней правой клетках будут разные значки?  
г) Решите задачи а), б), и в) для таблички  $3 \times 3$ .

6. Имеется 12 различных книг: 7 по математике и 5 по физике. Сколькими способами можно выбрать две книги: одну по математике и одну по физике?
7. Сколькими способами можно выбрать две буквы из слова УЧЕБНИК, чтобы одна из них была гласная, а другая – согласная?
8. В классе обучаются 16 мальчиков и 14 девочек. Сколькими способами можно назначить двух дежурных по классу: одного мальчика и одну девочку?
9. Сколько различных двузначных чисел можно составить из цифр: а) 1, 2, 3, 4, 5, 6; б) 0, 1, 2, 3, 4, 5?
10. Сколько существует различных позиций, которые могут получиться на шахматной доске, если оба партнера, имея начальную позицию, сделают всего лишь по одному ходу?
11. В столовой к обеду имеется выбор из четырех блюд на первое, пяти блюд на второе и трех блюд на десерт. Сколькими способами можно выбрать один обед?
12. Учитель приготовил для решения в классе 3 задачи. Сколькими способами он может предложить эти задачи трем учащимся, если в классе 30 человек?
13. Сколькими способами можно распределить три различных предмета между десятью лицами, если каждому давать не более одного предмета?
14. Сколькими способами можно распределить три различных предмета между 10 лицами, если не ограничивать число предметов, приходящихся на 1 человека?
15. Сколькими способами 6 человек могут стать в очереди друг за другом?
16. Сколькими способами можно рассадить 4 человек на 7 стульях?
17. Сколько четных четырехзначных чисел можно составить из цифр 0, 1, 2, 3, 4, 5?
18. Сколько четырехзначных чисел можно составить из цифр 0, 1, 2, 3, 4, 5, не повторяя цифр в записи одного и того же числа?
19. Сколькими способами можно рассадить в ряд 5 человек так, чтобы Коля и Оля сидели рядом?
20. На книжной полке стоят 8 различных книг, причем 3 из них по математике. Сколькими способами можно расставить все эти книги так, чтобы книги по математике оказались рядом?
21. На собрании должны выступить 6 ораторов: А, Б, В, Г, Д, Е. Сколькими способами можно наметить порядок их выступлений, если Б должен выступить сразу после А?

22. На собрании должны выступить 6 ораторов: А, Б, В, Г, Д, Е. Сколькими способами можно наметить порядок их выступлений, если А по каким-то причинам должен выступить раньше чем Б?
23. На стулья с номерами с 1 по 9 садятся 5 мальчиков и 4 девочки, при этом мальчики садятся на стулья с нечетными номерами, а девочки – с четными. Сколькими способами дети могут разместиться?
24. На 5 стульях сидят 5 девочек, а напротив на 5 стульях сидят 5 мальчиков. Было решено, что мальчики поменяются местами с девочками. Сколькими способами это можно сделать?
25. Сколькими способами можно посадить за круглым столом 5 девочек и 5 мальчиков так, чтобы никакие 2 лица одного пола не сидели рядом?
26. Сколькими способами можно разложить 5 различных предметов по 3 ящикам?
27. Сколько существует пятизначных чисел, которые одинаково читаются слева направо и справа налево?
28. Сколько существует четных пятизначных чисел, которые одинаково читаются слева направо и справа налево?
29. Сколько имеется шестизначных чисел с предпоследней цифрой 1, которые делятся на 5?
30. Сколько имеется пятизначных чисел, в записи которых не встречается цифра 5?
31. Сколько имеется пятизначных чисел, в записи которых
  - а) ровно 1 раз встречается цифра 5?
  - б) встречается не более одной цифры 5?
  - в) хотя бы один раз встречается цифра 5?
32. Сколько имеется пятизначных чисел, делящихся на 5 и не имеющих в своей записи одинаковых цифр?
33. Сколько различных буквосочетаний можно получить при перестановке букв в слове АНАНАС?
34. Сколько различных буквосочетаний можно получить при перестановке букв в слове МАТЕМАТИКА?
35. Сколькими способами из 10 человек можно выбрать 3 человек на 3 различные должности?
36. Сколькими способами из 10 человек можно выбрать делегацию в составе 3 человек?
37. Сколькими способами можно распределить 5 совершенно одинаковых карандашей между 9 школьниками, если каждому давать не более 1 карандаша?
38. Бригада состоит из 7 мужчин и 5 женщин. Сколькими способами эта бригада может избрать делегацию в составе 5 человек, среди которых: а) 2 женщины; б) не более 2х женщин?
39. Сколькими способами 2 человека могут поделить между собою 10 различных предметов по 5 предметов каждому?
40. Сколькими способами 10 спортсменов могут разделиться на 2 команды по 5 человек?

41. Сколькими способами могут разделиться на 2 команды по 5 человек, если 2 спортсмена пожелали играть в одной команде?
42. Сколькими способами могут разделиться на 2 команды по 5 человек, если 2 спортсмена пожелали играть в разных командах?
43. Сколькими способами можно распределить 3 совершенно одинаковых предмета между 10 лицами, если не ограничивать число предметов, предлагаемых одному человеку?
44. Сколько имеется четырехзначных чисел, у которых каждая следующая цифра: а) меньше предыдущей; б) больше предыдущей?
45. Сколько имеется четырехзначных чисел, все цифры которых четные и идут в порядке: а) убывания; б) возрастания?
46. Сколько имеется пятизначных чисел, которые: а) начинаются двумя одинаковыми цифрами? б) оканчиваются двумя различными цифрами?
47. Сколько имеется четырехзначных чисел, у которых никакие 2 соседние цифры не совпадают?
48. Сколькими способами можно разложить 6 монет различного достоинства в 2 кармана?
49. В комнате имеется 6 лампочек, причем к каждой из них подведен свой выключатель. Сколькими способами можно освещать комнату, если для этого должна быть включена хотя бы 1 лампочка?
50. Имеется 15 различных конфет. Сколькими способами из них можно составить набор, содержащий нечетное число конфет?
51. Среди карточек, отличающихся только цветом, имеется 5 красных, 3 синих, 2 зеленых и 1 желтая карточка. Сколькими способами их можно выложить в ряд в виде цветной полосы?
52. Сколькими способами можно посадить 7 человек за круглым столом, считая способы одинаковыми, если их можно получить 1 из другого движением по кругу?
53. Сколькими способами можно посадить 7 человек за круглым столом, считая способы различными, если хотя бы у части сидящих появятся новые соседи?
54. Среди шаров, отличающихся только цветом, имеется 6 белых, 4 черных и 8 красных. Сколькими способами 2 мальчика их могут поделить (не обязательно поровну) между собою так, чтобы обоим досталось не менее двух шаров каждого цвета?
55. Вдоль желоба лежат 12 белых шаров. Сколькими способами среди них можно разместить 8 черных шаров так, чтобы никакие 2 черных шара не оказались рядом?
56. На школьном вечере присутствуют 12 девушек и 10 юношей. Сколькими способами можно составить из них 4 пары для танца?
57. Сколько различных делителей имеет число: а) 800; б) 126 000?
58. На собрании присутствуют 120 человек. Сколькими способами может быть избран президиум собрания в составе председателя, секретаря и 7 других членов президиума?

59. Из мешка, содержащего 9 белых и 5 черных шаров, вынимают один за другим все шары. Сколько возможно различных последовательностей появления шаров, если шары одного цвета между собой не различны?
60. Сколькими способами 30 различных книг можно разложить на 3 стопки так, чтобы в каждой стопке было 10 книг?

**Раздел 2. Основы теории вероятностей**  
**Тема 2.1. Случайные события. Классическое определение**  
**вероятности**  
**Практическая работа №4**  
**Непосредственное вычисление вероятностей**

**Цель: формирование умений и навыков вычисления вероятности событий по классической формуле определения вероятности.**

**Задание для выполнения практической работы**

Вычислить вероятности событий, указанных в тексте.

1. За круглым столом сидят 5 мужчин и 5 женщин. Какова вероятность того, что два лица одинакового пола не сидят рядом, если места занимались случайно?
2. На столе лежат 20 экзаменационных билетов с номерами 1, 2, ..., 20. Преподаватель берёт 3 любых билета. Какова вероятность того, что они из первых четырёх?
3. Имеется 6 отрезков, длины которых равны соответственно 2, 4, 6, 8, 10, 12 единицам. Найти вероятность того, что с помощью взятых наугад трёх отрезков можно построит треугольник.
4. Пять студентов из группы изучают английский язык, шесть студентов – немецкий и семь студентов – французский язык. Случайным образом выбрано четыре студента. Какова вероятность того, что двое из них изучают английский язык, один изучает французский и один – немецкий?
5. На семи карточках написаны цифры от 1 до 7. Наудачу извлекаются две карточки. Какова вероятность того, что сумма цифр на этих карточках будет чётной?
6. В мастерскую для ремонта поступило 10 телевизоров, из которых 3 нуждаются в общем ремонте. Мастер наугад берёт первые 5 штук. Какова вероятность того, что два из них нуждаются в общем ремонте?
7. Бросаются две игральные кости. Найти вероятность того, что выпадет одинаковое число очков на обеих костях, и вероятность того, что на обеих костях выпадет чётное число очков.
8. Из полной колоды карт (52 карты) вынимается наугад три карты. Найти вероятность того, что этими картами будут тройка, семёрка и туз.
9. Телефонный номер состоит из пяти цифр. Найти вероятность того, что номер телефона случайно выбранного абонента не содержит одинаковых цифр.

10. В шахматном турнире участвуют 20 человек, которые разбиваются на две группы по 10 человек. Определить вероятность того, что четыре наиболее сильных игрока раз-  
Делятся между группами поровну.
11. Четырёхтомное сочинение расположено на полке в случайном порядке. Найти вероятность того, что тома стоят в должном порядке справа налево или слева направо.
12. Какова вероятность того, что четырехзначный номер случайно взятого автомобиля в большом городе имеет все цифры разные и вероятность того, что он имеет все цифры одинаковые?
13. Полная колода карт (52 карты) делится пополам. Найти вероятность того, что число чёрных и красных карт в обеих пачках будет одинаковым.
14. На полке лежат 15 учебников, из них 7 – по математике. Студент наудачу берёт 3 учебника. Какова вероятность того, что взятые учебники – учебники по математике?
15. Игральная кость бросается два раза. Какова вероятность того, что сумма выпавших очков будет не менее 7 и не более 10?
16. В урне 2 белых и 4 чёрных шара. Из урны парами последовательно извлекают все шары. Какова вероятность того, что в последней паре оба шара будут чёрными?
17. Студент знает 15 из 20 вопросов учебной программы. На экзамене предлагается ответить на 3 вопроса, которые выбираются случайным образом. Какова вероятность того, что студент сможет ответить на предложенные вопросы?
18. Отрезок прямой, длина которого равна 2, делится случайным образом на 3 части. Найти вероятность того, что из полученных частей можно построить треугольник.
19. Спортивная команда состоит из 20 спортсменов, из которых 5 боксёров, 7 штангистов и 8 борцов. Для беседы с журналистом было выбрано случайным образом 3 спортсмена. Определить вероятность того, что выбранные спортсмены представляют различные дисциплины спорта.
20. На восьми карточках написаны цифры от 1 до 8. Наудачу извлекаются две карточки.



Какова вероятность того, что сумма цифр, написанных на этих карточках, будет не менее 12?

21. Бросаются две игральные кости. Найти вероятность того, что сумма выпавших очков будет не более чем 10.

22. Каждая из цифр 1, 3, 5, 6 и 8 написана на одной из пяти карточек. Карточки переме-

шивают и раскладывают в ряд. Какова вероятность того, что полученное пятизначное число будет делиться на 4?

23. Наугад выбирается двухзначное число. Определить вероятность того, что сумма цифр этого числа является простым числом.

24. Из полного набора домино (28 штук) наудачу выбирают 7 костей. Какова вероятность того, что среди них окажется три кости с шестью очками?

25. Группа, состоящая из 8 человек, занимает места за круглым столом в случайном порядке. Какова вероятность того, что при этом два определенных лица окажутся сидящими рядом?

## **Тема 2.2. Вероятность сложных событий**

### **Практическая работа №5**

#### **Основные формулы теории вероятностей**

**Цель:** овладение умениями и навыками решения задач на вычисление вероятности сложных событий.

**Задания для выполнения практической работы**

1. Для сигнализации об аварии установлены два независимо работающих сигнализатора. Вероятность того, что при аварии сигнализатор сработает, равна 0,95 для первого сигнализатора и 0,9 для второго. Найти вероятность того, что при аварии работает только один сигнализатор.

2. Два стрелка стреляют по мишени. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле для первого стрелка равна 0,7, а для второго – 0,8. Найти вероятность того, что при одном залпе в мишень попадает только один из стрелков.

3. Вероятность одного попадания в цель при одном залпе из двух орудий равна 0,38. Найти вероятность поражения цели при одном выстреле первым из орудий, если известно, что для второго орудия эта вероятность равна 0,8.

4. Вероятность того, что при одном измерении некоторой физической величины будет допущена ошибка, превышающая заданную точность, равна 0,4. Произведены три независимых измерения. Найти вероятность того, что только в одном из них допущенная ошибка превысит заданную точность.

5. Из партии изделий товаровед отбирает изделия высшего сорта. Вероятность того, что наудачу взятое изделие окажется высшего сорта, равно 0,8. Найти вероятность того, что из трёх проверенных изделий только два изделия высшего сорта.

6. Устройство состоит из трёх элементов, работающих независимо. Вероятности безоткатной работы (за время  $t$ ) первого, второго и третьего элементов соответственно равно 0,6; 0,7; 0,8. Найти вероятность того, что за время  $t$  безоткатно будут работать: а) только один элемент; б) только два элемента; в) все три элемента.

7. Вероятности того, что нужная сборщику деталь находится в первом, втором, третьем, четвёртом ящике, соответственно равны 0,6; 0,7; 0,8; 0,9. Найти вероятность того, что детали содержатся: а) на более чем в трёх ящиках; б) не менее чем в двух ящиках.

8. Брошены три игральные кости. Найти Вероятности следующих событий: а) на каждом из впаших граней появится пять очков; б) на всех выпавших гранях появится одинаковое число оков.

9. Брошены три игральные кости. Найти вероятности следующих событий: а) на двух выпавших гранях появится одно очко, а на третьей – другое число очков; б) на двух выпавших гранях появится одинаковое число очков, а на третьей другое число очков; в) на всех выпавших гранях появится разное число очков.

10. Отдел технического контроля проверяет изделия на стандартность. Вероятность того, что изделие стандартно, равна 0,9. Найти вероятность того, что из двух проверенных изделий только одно стандартное.

### **Практическая работа №6**

#### **Формула полной вероятности. Вероятность гипотез.**

**Цель:** овладение умениями и навыками решения вероятностных задач на применение формулы полной вероятности и формулы Байеса.

#### **Задания для выполнения практической работы**

1. Образуют ли два противоположных события полную группу событий?
2. Если сумма вероятностей событий равна 1, можно утверждать, что они образуют полную группу? А наоборот?
3. Могут ли события  $A$ ,  $B$ ,  $C$ , среди которых  $A$  и  $B$  независимы и имеют отличные от нуля вероятности, образовывать полную группу событий?
4. Известно, что каждый элементарный исход из  $A$  входит по крайней мере в одно из несовместимых событий  $B$  или  $C$ , не являющихся противоположными друг другу. Будет ли справедлива формула полной вероятности:

$$P(A)=P(B)P(A/B)+P(C)P(A/C)?$$

5. Верно ли, что:

$$P(A/C)= P(B \cap C)P(A/B \cap C)+P(\bar{B} \cap C)P(A/\bar{B} \cap C)?$$

**1.** В урну, содержащую  $n$  шаров, опущен белый шар, после чего наудачу извлечён один шар. Найти вероятность того, что извлеченный шар окажется белым, если равновозможны все предположения о первоначальном составе шаров (по цвету).

**2.** В вычислительной лаборатории имеются шесть клавишных автоматов и четыре полуавтомата. Вероятность того, что за время выполнения некоторого расчета автомат не выйдет из строя, равно 0,95; для полуавтомата вероятность равна 0,8. Студент производит расчет на наудачу выбранной машине. Найти вероятность того, что до окончания расчетов машина не выйдет из строя.

**3.** В пирамиде пять винтовок, три из которых снабжены оптическим прицелом. Вероятность того, что стрелок поразит мишень при выстреле из винтовки с оптическим прицелом, равна 0,95; для винтовки без оптического прицела эта вероятность равна 0,7. Найти вероятность того, что мишень будет поражена, если стрелок произведёт один выстрел из наудачу взятой винтовки.

**4.** В ящике содержится 12 деталей, изготовленных на заводе № 1, 20 деталей – на заводе №2 и 18 деталей – на заводе №3. Вероятность того, что деталь, изготовленная на заводе №1, отличного качества, равна 0,9; для деталей, изготовленных на заводе №2 и №3, эти вероятности соответственно равны 0,6 и 0,9. Найти вероятность того, что извлеченная наудачу деталь окажется отличного качества.

**5.** В первой урне содержится 10 шаров, из них 8 белых, во второй урне 20 шаров, из них 4 белых. Из каждой урны наудачу извлекли по одному шару, а затем из этих двух шаров взяли один шар. Найти вероятность того, что взят белый шар.

**6.** В каждой из трёх урн содержится 6 чёрных и 4 белых шара. Из первой урны наудачу извлечён один шар и переложен во вторую урну, после чего из второй наудачу извлечён один шар и переложен в третью урну. Найти вероятность того, что шар, наудачу извлеченный из третьей урны, окажется белым.

**7.** Вероятности того, что во время работы цифровой электронной машины произойдет сбой в арифметическом устройстве, в оперативной памяти, в остальных устройствах, относятся как 3:2:5. Вероятности обнаружения сбоя в арифметическом устройстве, в оперативной памяти, в остальных устройствах соответственно равны 0,8; 0,9; 0,9. Найти вероятность того, что возникший в машине сбой будет обнаружен.

**8.** В пирамиде 10 винтовок, из которых 4 снабжены оптическим прицелом. Вероятность того, что стрелок поразит мишень при выстреле из винтовки с оптическим прицелом, равна 0,95; для винтовки без оптического прицела эта вероятность равна 0,8. Стрелок поразил мишень из наудачу взятой винтовки. Что вероятнее: стрелок стреляет из винтовки с оптическим прицелом или без него?

9. Число грузовых автомашин, проезжающих по шоссе, на котором стоит бензоколонка, относится к числу легковых машин, проезжающих по тому же шоссе как 3:2. Вероятность того, что будет заправляться грузовая машина. Равна 0,1; для легковой машины эта вероятность 0,2. К бензоколонке подъехал для заправки машина. Найти вероятность того, что эта грузовая машина.

10. Изделие проверяется на стандартность одним из двух товароведов. Вероятность того, что изделие попадет к первому товароведу, равна 0,55, а ко второму – 0,45. Вероятность того, что стандартное изделие будет признано стандартным, первым товароведом, равна 0,9, а вторым – 0,98. Стандартное изделие будет признано стандартным. Найти вероятность того, что эта изделие проверил второй товаровед.

### **Тема 2.3. Схема Бернулли**

#### **Практическая работа №7**

#### **Применение формулы Бернулли в решении задач**

**Цель: формирование умений вычислять вероятности событий в схеме Бернулли.**

#### **Задание для выполнения практической работы**

1. Два равносильных шахматиста играют в шахматы. Что вероятнее: выиграть две партии из четырех или три партии из шести (ничьи во внимание не принимаются)

2. Два равносильных противника играют в шахматы. Что вероятнее: а) менее двух раз; б) не менее двух раз.

3. Монету бросают пять раз. Найти вероятность того, что "герб" выпадет: а) менее двух раз; б) не менее двух раз.

4. а) Найти вероятность того, что событие А появится не менее трех раз в четырех независимых испытаниях, если вероятность появления события А в одном испытании равна 0,4; б) Событие В появится в случае, если событие А наступит не менее четырех раз. Найти вероятность наступления события В, если будет произведено пять независимых испытаний, в каждом из которых вероятность появления события А равна 0,8.

5. Устройство состоит из трех независимо работающих основных элементов. Устройство отказывается, если откажет хотя бы один элемент. Вероятность отказа каждого элемента за время  $t$  равна 0,1. Найти вероятность безотказной работы устройства за время  $t$ , если: а) работают только основные элементы; б) включен один резервный элемента; в) включены два резервных элемента. Предполагается, что резервные элементы работают в том же режиме, что и основные, вероятность отказа каждого резервного элемента также равна 0,1 и устройство отказывает, если работает менее трех элементов.

6. В семье пять детей. Найти вероятность того, что среди этих детей: а) два мальчика; б) не более двух мальчиков; в) более двух мальчиков; г) не менее двух и не более трех мальчиков. Вероятность рождения мальчика принять равной 0,51.

7. Отрезок АВ разделен точкой С в отношении 2:1. На этот отрезок наудачу брошены четыре точки. Найти вероятность того, что две из них окажутся левее точки С и две - правее. Предполагается, что вероятность попадания точки на отрезок пропорциональна длине отрезка и не зависит от его расположения.

8. На отрезок АВ длины  $a$  наудачу брошено пять точек. Найти вероятность того, что две точки будут, находится от точки А на расстоянии, меньше  $x$ , а три - на расстоянии, больше чем  $x$ . Предполагается, что вероятность попадания точки на отрезок пропорциональна длине отрезка и не зависит от его расположения.

9. Отрезок разделен на четыре равные части. На отрезок наудачу брошено восемь точек. Найти вероятность того, что на каждую из четырех частей отрезка попадет по две точки. Предполагается, что вероятность попадания точки на отрезок пропорциональна длине отрезка и не зависит от его расположения.

10. Два из трех независимо работающих элементов вычислительного устройства отказали. Найти вероятность того, что отказали первый и второй элементы, если вероятность отказа первого, второго и третьего элементов соответственно равны 0,2; 0,4; 0,3.

### Раздел 3. Дискретные случайные величины

#### Тема 3.1. Понятие дискретной случайной величины

#### Тема 3.2. Числовые характеристики дискретной случайной величины и их свойства

#### Практическая работа №8

#### Определение числовых характеристик дискретной случайной величины

**Цель:** приобретение умений определять числовые характеристики дискретной случайной величины.

#### Задания для выполнения практической работы №8

##### Вариант 1.

1. Две радиолокационные станции ведут наблюдение за тремя объектами, которые могут создавать помехи, затрудняющие их обнаружение. Число объектов, которые могут быть обнаружены этими станциями за один цикл осмотра, имеют соответственно законы распределения:

$x_k$	0	1	2	3
$p_k$	0.01	0.03	0.06	0.9

$y_k$	0	1	2	3
$p_i$	0.02	0.02	0.04	0.92

а) Какая из станций работает надежнее?

б) Найдите среднее число объектов, обнаруженных первой станцией за пять циклов осмотра.

в) Найдите среднее значение разности между числом объектов, обнаруженных первой и второй станциями за один цикл осмотра

2. Случайная величина  $X$  задана рядом распределения

$x_i$	-2	-1	0	2	3
$p_i$	0.1	0.15	0.25	0.15	0.1

Найти  $P\{X < -1\}$ ,  $P\{-1 \leq x \leq 2\}$ .

Найти  $MX$ ,  $DX$ .

Построить таблицу распределения и найти  $MY$ ,  $DY$  для случайной величины  $Y = 2X + 3$

### Вариант 2.

1. Число клиентов, обслуживаемых двумя парикмахерскими, за 30 мин имеют соответственно законы распределения:

$x_k$	0	1	2	3
$p_k$	0.5	0.2	0.25	0.5

$X_k$	0	1	2	3
$p_k$	0.1	0.2	0.3	0.4

а) Какая из парикмахерских более загружена работой?

б) Найдите среднее число клиентов, обслуживаемых 1-й парикмахерской за 7ч.

в) Какое среднее число клиентов обслуживают обе парикмахерские за 30 мин?

2. Случайная величина  $X$  задана рядом распределения.

$x_i$	1	3	5	7	9	11
$p_i$	0.1	0.15	0.25	0.25	0.15	0.1

Нарисовать многоугольники распределения.

Найти  $P\{X < 2\}$ ,  $P\{X > 10\}$ ,  $P\{3 \leq X \leq 9\}$ .

Найти  $MX$ ,  $DX$ .

Построить таблицу распределения и найти  $MY$ ,  $DY$  для случайной величины  $Y = 5X + 3$

### Вариант 3.

1. Число опечаток на одной странице в каждой из двух книг имеет соответственно закон распределения:

$x_k$	0	1	2
$p_k$	0.84	0.09	0.07

$X_k$	0	1	2	3
$p_k$	0.85	0.1	0.03	0.02

а) Какая книга набрана качественнее?

б) Найдите среднее число опечаток на 20 страницах первой книги.

в) Найдите среднюю разность между числом опечаток на одной странице первой и второй книг.

2. Случайная величина  $X$  задана рядом распределения.

$x_i$	1	2	3	4	5	6
$p_i$	0.1	0.15	0.25	0.15	0.15	0.1

Найти  $P\{X < 2\}$ ,  $P\{X > 5\}$ ,  $P\{2 \leq X \leq 5\}$ .

Найти  $MX$ ,  $DX$ .

Построить таблицу распределения и найти  $MY$ ,  $DY$  для случайной величины  $Y = 2X + 2$

#### Вариант 4.

1. Число дорожных происшествий, происходящих на каждом из двух перекрёстков за сутки, имеет соответственно закон распределения.

$x_k$	0	1	2
$p_k$	0.86	0.08	0.06

$X_k$	0	1	2	3
$p_k$	0.87	0.1	0.02	0.01

а) Какой из перекрёстков безопаснее для движения?

б) Найдите среднее число происшествий, происходящих на втором перекрёстке за 10 сут.

в) Какое среднее число происшествий происходит на обоих перекрёстках за сутки?

г) Вычислите дисперсию числа происшествий на первом перекрёстке: за сутки; за двое суток.

2. Случайная величина  $X$  задана рядом распределения.

$x_i$	1	2	3	4	5
$p_i$	0.1	0.2	0.4	0.2	0.1

Найти  $P\{X < 2\}$ ,  $P\{X > 4\}$ ,  $P\{2 \leq X \leq 4\}$ .

Найти  $MX$ ,  $DX$ .

Построить таблицу распределения и найти  $MY$ ,  $DY$  для случайной величины  $Y = 2X + 2$

#### Вариант 5.

1. Техническая система содержит два прибора повышенной надёжности, в каждом из которых имеется три однородные детали, дублирующие работу друг друга. Законы распределения числа деталей, выходящих из строя за каждые 1000 часов работы системы, для этих приборов имеют соответственно вид:

$x_k$	0	1	2	3
$p_k$	0.7	0.15	0.1	0.05

$X_k$	0	1	2	3
$p_k$	0.68	0.16	0.12	0.04

а) Какой из приборов надёжнее?

б) Найдите среднее число деталей в первом приборе, выходящих из строя за 10000 часов.

2. Случайная величина  $X$  задана рядом распределения.

$x_i$	1	2	3	4	5
$p_i$	1/8	1/8	1/8	1/8	1/8

Найти  $P\{X < 2\}$ ,  $P\{X > 7\}$ ,  $P\{2 \leq X \leq 7\}$ .

Найти  $MX$ ,  $DX$ .

Построить таблицу распределения и найти  $MY$ ,  $DY$  для случайной величины  $Y=3X+1$

### Вариант 6

1. Выигрыши, выпадающие на один билет в двух лотереях, имеют соответственно законы распределения.

$x_k$	0	1	3	5	10
$p_k$	0.85	0.08	0.04	0.02	0.01

$X_k$	0	1	3	5	10
$p_k$	0.91	0.03	0.01	0.03	0.02

- Какой лотерее Вы отдали бы предпочтение?
- Найдите средний выигрыш для владельцев 5 билетов в выбранной лотерее.
- Какой средний выигрыш получит лицо, купившее по одному билету в каждой лотерее?
- Вычислите дисперсию выигрыша в первой лотерее для владельца одного билета; двух билетов.

2. Случайная величина  $X$  задана рядом распределения.

$x_i$	1	2	3	4	5	6	7	8
$p_i$	1/8	1/8	1/8	1/8	1/8	1/8	1/8	1/8

Найти  $P\{X < 2\}$ ,  $P\{X > 7\}$ ,  $P\{2 \leq X \leq 7\}$

Найти  $MX$ ,  $DX$ ,  $\delta X = \sqrt{DX}$

Построить таблицу распределения и найти  $MY$ ,  $DY$  для случайной величины  $Y=3X+1$

### Вариант 7.

1. В каждом из двух цехов по 4 мотора. Законы распределения числа моторов, включенных в данный момент, имеют собственный вид.

$x_k$	1	2	3	4
$p_k$	0.1	0.4	0.3	0.2

$y_k$	1	2	3	4
$p_k$	0.15	0.35	0.45	0.45

Стоимость работы мотора в один час равна 15 руб.

- Какой из цехов интенсивнее использует моторы?
- Какое среднее число моторов включено в данный момент в обоих цехах?
- Найдите среднюю стоимость работ станков за один час в первом цехе.

2. Случайная величина  $X$  задана рядом распределения.

$x_i$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$p_i$	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1

Найти  $P\{X < 2\}$ ,  $P\{X > 9\}$ ,  $P\{2 \leq X \leq 9\}$ .

Найти  $MX$ ,  $DX$ ,  $\delta X = \sqrt{DX}$

Построить таблицу распределения и найти  $MY$ ,  $DY$  для случайной величины  $Y=2X+3$



### Вариант 8

1. Число бракованных изделий, изготавливаемых каждым из двух рабочих за смену, имеет соответственно закон распределения

$x_k$	0	1	2
$p_k$	0.94	0.01	0.05

$y_k$	0	1	2
$p_k$	0.93	0.04	0.03

- Какой из рабочих работает лучше?
- Найдите среднее число бракованных изделий, изготавливаемых первым рабочим за четыре смены.
- Какое среднее число бракованных деталей изготавливают оба рабочих за смену?
- Вычислите дисперсию числа бракованных деталей, изготавливаемых первым рабочим: за одну смену; за две смены.

2. Случайная величина  $X$  задана рядом распределения.

$x_i$	1	2	3	4	5	6
$p_i$	0.1	0.15	0.25	0.25	0.15	0.1

Найти  $P\{X > 2\}$ ,  $P\{2 \leq X \leq 5\}$ ,  $P\{X > 5\}$ .  $MX$ ,  $DY$ ,  $\delta X$ .

Построить таблицу распределения и найти  $MY$ ,  $DY$  для случайной величины  $Y = 2X + 2$

### Вариант 9

1. Число вызовов, поступающих в больницы скорой помощи двух районов ночью в течение 10 мин, имеют соответственно законы распределения:

$x_k$	0	1	2	3
$p_k$	0.5	0.15	0.5	0.3

$y_k$	0	1	2	3
$p_k$	0.1	0.2	0.3	0.4

- Какая из больниц более загружена?
- Найдите среднее число вызовов, поступающих во вторую больницу за 1 час?

2. Случайная величина  $X$  задана рядом распределения.

$x_i$	-2	-1	0	1	2	3
$p_i$	0.1	0.15	0.25	0.25	0.15	0.1

Найти  $P\{X < -1\}$ ,  $P\{X > 2\}$ ,  $P\{-1 \leq X \leq 2\}$

Найти  $MY$ ,  $DY$ ,  $\delta X$ ;  $\delta X = \sqrt{D\bar{X}}$

Построить таблицу распределения и найти  $MY$ ,  $DY$  для случайной величины  $Y=2X+3$

### Вариант 10

1. Отклонения от номинального размера результата некоторого измерения на двух приборах одним оператором имеют соответственно законы распределения:

$x_k$	1	2	3	4
$p_k$	0.1	0.4	0.3	0.2

$x_k \%$	1	2	3	4
$p_k$	0.2	0.3	0.25	0.25

- Какой из приборов точнее?
- Найдите среднее отклонение среднего арифметического пяти измерений на первом приборе.
- Найдите среднее значение разности между отклонениями результатов измерений от номинала на двух приборах.

2. Случайная величина  $X$  задана рядом распределения

$x_i$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$p_i$	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1

Найти  $P\{X < 2\}$ ,  $P\{X > 9\}$ ,  $P\{2 \leq X \leq 9\}$ .

Найти  $MX$ ,  $DX$   $\sigma(x)$   $\delta X = \sqrt{D\bar{X}}$

Построить таблицу распределения и найти  $MY$  и  $DY$  для случайной величины.

### Непрерывные случайные величины

#### Понятие непрерывной случайной величины

#### Числовые характеристики непрерывной случайной величины

#### Практическая работа №9

#### Определение числовых характеристик непрерывной случайной величины

**Цель:** приобретение умений нахождения числовых характеристик для непрерывной случайной величины с помощью функции плотности и интегральной функции распределения

#### Задание для выполнения практической работы №9

Для случайной величины  $X$  с заданной функцией распределения  $F(x)$  требуется найти:

- плотность вероятности;
- математическое ожидание и дисперсию;
- построить графики функции распределения и плотности вероятности случайной величины  $X$ .

#### Вариант №1

0 при  $x < 1$

$F(x) = (x + 1) / 2$  при  $1 < x < 2$

1 при  $x > 2$

**Вариант №2**

0 при  $x < 0$

$F(x) = \sin x$  при  $0 < x < \pi/2$

1 при  $x > \pi/2$

**Вариант №3**

0 при  $x < 0$

$F(x) = x/3$  при  $0 < x < 3$

1 при  $x > 3$

**Вариант №4**

0 при  $x < 1$

$F(x) = (x - 1)/2$  при  $1 < x < 3$

1 при  $x > 3$

**Вариант №5**

0 при  $x < 0$

$F(x) = x/4$  при  $0 < x < 4$

1 при  $x > 4$

**Вариант №6**

0 при  $x < 1$

$F(x) = (x + 1)/2$  при  $1 < x < 1$

1 при  $x > 1$

**Вариант №7**

0 при  $x < 0$

$F(x) = x/5$  при  $0 < x < 5$

1 при  $x > 5$

**Вариант №8**

0 при  $x < -\pi/2$

$F(x) = \cos x$  при  $-\pi/2 < x < 0$

1 при  $x > 0$

**Вариант №9**

0 при  $x < 0$

$F(x) = x^2/4$  при  $0 < x < 2$

1 при  $x > 2$

**Вариант №10**

0 при  $x < 0$

$F(x) = x^2/9$  при  $0 < x < 3$

1 при  $x > 3$

**Нормальное распределение. Показательное распределение**  
**Практическая работа №10**  
**Нормальное распределение непрерывной случайной величины**

**Цель: приобретение умений вычислять вероятности и находить характеристики для нормально распределенной непрерывной случайной величины.**

Задание для выполнения практической работы

- 1.** Математическое ожидание и стандартное отклонение нормально распределенной случайной величины  $X$  соответственно равны 10 и 2. Найти вероятность того, что в результате испытания  $X$  примет значение, заключенное в интервале (12, 14).
- 2.** Математическое ожидание и стандартное отклонение нормально распределенной случайной величины  $X$  соответственно равны 20 и 5. Найти вероятность того, что в результате испытания  $X$  примет значение, заключенное в интервале (15, 25).
- 3.** Автомат штампует детали. Контролируется длина детали  $X$ , которая распределена нормально с математическим ожиданием (проектная длина), равным 50 мм. Фактически длина изготовленных деталей не менее 32 и не более 68 мм. Найти вероятность того, что длина наудачу взятой детали больше 55 мм.
- 4.** Производится измерение диаметра вала без систематических (одного знака) ошибок. Случайные ошибки измерения  $X$  подчинены нормальному закону со стандартным отклонением  $\sigma = 10$  мм. Найти вероятность того, что измерение будет произведено с ошибкой, не превосходящей по абсолютной величине 15 мм.
- 5.** Автомат изготавливает шарики. Шарик считается годным, если отклонение  $X$  диаметра шарика от проектного размера по абсолютной величине меньше 0,7 мм. Считая, что случайная величина  $X$  распределена нормально со стандартным отклонением  $\sigma = 0.4$  мм. Найти, сколько в среднем будет годных шариков среди ста изготовленных.
- 6.** Деталь, изготовленная автоматом, считается годной, если отклонение ее контролируемого размера от проектного не превышает 10 мм. Случайные отклонения контролируемого размера от проектного подчинены нормальному закону со стандартным отклонением  $\sigma = 5$  мм и математическим ожиданием  $a = 0$ . Сколько процентов годных деталей изготавливает автомат?
- 7.** Случайная величина  $X$  распределена нормально с математическим ожиданием  $a = 10$ . Вероятность попадания  $X$  в интервал (10, 20) равна 0,3. Чему равна вероятность попадания  $X$  в интервал (0, 10)?
- 8.** Случайная величина  $X$  распределена нормально с математическим ожиданием  $a = 25$ . Вероятность попадания  $X$  в интервал (10, 15) равна 0,2. Чему равна вероятность попадания  $X$  в интервал (35, 40)?

9. Случайная величина  $X$  распределена нормально с математическим ожиданием  $a = 10$  и стандартным отклонением  $\sigma = 5$ . Найти интервал, симметричный относительно математического ожидания, в который с вероятностью **0,9973** попадет величина  $X$  в результате испытания.

10. Случайная величина  $X$  распределена нормально со стандартным отклонением  $\sigma = 5$  мм. Найти длину интервала, симметричного относительно математического ожидания, в который с вероятностью **0,9973** попадет  $X$  в результате испытания.

### Практическая работа №11

#### Показательное распределение непрерывной случайной величины

**Цель:** приобретение умений вычислять вероятности и находить характеристики для показательно распределенной непрерывной случайной величины.

Задание для выполнения практической работы

1. Непрерывная случайная величина  $X$  распределена по показательному закону, заданному плотностью вероятности  $f(x) = 3e^{-3x}$  при  $x \geq 0$ ;  $f(x) = 0$  при  $x < 0$ . Найти вероятность того, что в результате испытания  $X$  попадает в интервал **(0.13, 0.7)**.
2. Непрерывная случайная величина  $X$  распределена по показательному закону, заданному при  $x \geq 0$  плотностью распределения  $f(x) = 0.04e^{-0.04x}$ ; при  $x < 0$  функцией  $f(x) = 0$ . Найти вероятность того, что в результате испытания  $X$  попадает в интервал **(1, 2)**.
3. Непрерывная случайная величина  $X$  распределена по показательному закону, заданному функцией распределения  $F(x) = 1 - e^{-0.6x}$  при  $x \geq 0$ ; при  $x < 0$   $F(x) = 0$ . Найти вероятность того, что в результате испытания  $X$  попадет в интервал **(2, 5)**.
4. Найти математическое ожидание показательного распределения  $f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$  при  $x \geq 0$ ;  $f(x) = 0$  при  $x < 0$ .
5. Найти математическое ожидание показательного распределения, заданного при  $x \geq 0$ : а) плотностью  $f(x) = 5e^{-5x}$ ; б) функцией распределения  $F(x) = 1 - e^{-0.1x}$ .
6. Найти: а) дисперсию; б) стандартное отклонение показательного распределения, заданного плотностью вероятности:  $f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$  при  $x \geq 0$ ;  $f(x) = 0$  при  $x < 0$ .
7. Найти дисперсию и стандартное отклонение показательного распределения, заданного плотностью вероятности  $f(x) = 10e^{-10x}$  при  $x \geq 0$ .
8. Найти дисперсию и стандартное отклонение показательного закона, заданного функцией распределения  $F(x) = 1 - e^{-0.4x}$  при  $x \geq 0$ .

Студент помнит, что плотность показательного распределения имеет вид  $f(x) = 0$  при  $x < 0$ ,  $f(x) = Ce^{-\lambda x}$  при  $x \geq 0$ ; однако он забыл, чему равна постоянная  $C$ . Требуется найти  $C$ .

9. На шоссе установлен контрольный пункт для проверки технического состояния автомобилей. Найти математическое ожидание и стандартное отклонение случайной величины  $T$  - времени ожидания очередной машины контролером, если поток машин простейший и время (в часах) между прохождением машин через контрольный пункт распределено по показательному закону  $f(t) = 5e^{-5t}$ .

**Центральная предельная теорема. Закон больших чисел.  
Вероятность и частота.**

**Центральная предельная теорема**

**Раздел 6. Выборочный метод. Статистические оценки параметров  
распределения**

**Тема 6.1. Основные задачи математической статистики**

1. .

**Практическая работа №12**

**Графическое представление выборки**

**Цель: приобретение умений читать готовые диаграммы, извлекая  
из них нужную информацию.**

**Задание для выполнения практической работы №12**

1. Самостоятельно осуществить поиск различных видов диаграмм, используя для этого всевозможные средства массовой информации, включая и электронные.
2. Провести полное исследование диаграммы и записать полученную информацию.

**Дискретные вариационные ряды**

**Практическая работа №13.**

**Числовые характеристики дискретного вариационного ряда**

**Цель: приобретение умений строить для заданной выборки ее  
графическую диаграмму и рассчитывать по заданной выборке ее  
числовые характеристики.**

**Задание для выполнения практической работы**

- А. Построить дискретный вариационный ряд
- Б. Построить полигон и кумулятивную кривую.
- В. Определить числовые характеристики выборки:
  1. Выборочную среднюю
  2. Выборочную геометрическую
  3. Моду

4. Медиану
5. Вариационный размах
6. Выборочную дисперсию
7. Выборочное стандартное отклонение
8. Коэффициент вариации

Из таблиц выбрать три строки, соответствующие индивидуальному варианту

### Задача

Требуется выявить картину успеваемости студентов, сдавших экзамен по курсу "Математическая статистика". На курсе 100 человек. В результате изучения отчетных документов была составлена следующая таблица оценок, полученных студентами по факультету (в порядке алфавитного списка студентов):

№ п/п	Оценки									
0	5	3	4	5	4	3	5	4	2	4
1	3	4	3	3	4	5	4	5	3	4
2	3	4	4	4	5	5	4	3	4	5
3	3	5	4	2	5	4	5	3	5	4
4	5	5	3	5	4	3	3	4	5	4
5	5	4	4	3	3	4	2	5	4	5
6	5	4	4	5	2	3	5	4	5	4
7	5	4	5	4	3	5	2	4	4	4
8	5	4	4	5	2	3	5	4	5	4
9	5	4	3	5	3	4	5	4	5	4

### Интервальные вариационные ряды

#### Практическая работа №14

#### Числовые характеристики интервального вариационного ряда

**Цель:** приобретение умений строить для заданной выборки ее графическую диаграмму и рассчитывать по заданной выборке ее числовые характеристики.

**Задание для выполнения практической работы**

- А. Построить интервальный вариационный ряд
- Б. Построить гистограмму и кумулятивную кривую;
- В. Определить числовые характеристики выборки:
  1. Выборочную среднюю
  2. Выборочную геометрическую
  3. Моду
  4. Медиану
  5. Вариационный размах
  6. Выборочную дисперсию

7. Выборочное стандартное отклонение

8. Коэффициент вариации

Из таблиц выбрать три строки, соответствующие индивидуальному варианту

### Задача

Студенты некоторого факультета, состоящего из 100 человек, написали выпускную контрольную работу. Каждый студент набрал определенное количество баллов. Приведем эти баллы (в порядке алфавитного списка студентов):

№ п/п	Число баллов, полученных студентами									
1	76	59	78	34	89	42	91	41	99	49
2	59	66	57	79	65	94	67	103	38	68
3	85	51	78	38	87	43	104	49	58	33
4	53	75	28	67	37	50	98	56	71	83
5	68	58	82	67	57	72	59	86	51	64
6	70	53	32	56	100	57	69	87	82	67
7	37	74	39	84	37	99	47	110	57	96
8	66	46	72	54	75	47	79	61	115	65
9	67	70	24	73	40	58	78	75	87	51
0	64	59	116	89	76	55	87	65	99	94