

ПЕРМСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
НАЦИОНАЛЬНЫЙ
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ

ФИЗИКА И МАТЕМАТИКА ДЛЯ ПЕРМСКОГО КРАЯ

Сборник научных статей

Выпуск 1



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«ПЕРМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

ФИЗИКА И МАТЕМАТИКА ДЛЯ ПЕРМСКОГО КРАЯ

Сборник научных статей

Выпуск 1



Пермь 2025

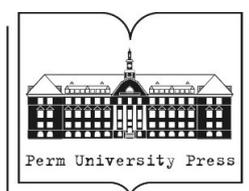
MINISTRY OF SCIENCE AND HIGHER EDUCATION
OF THE RUSSIAN FEDERATION

Federal State Autonomous Educational Institution of Higher Education
"PERM STATE UNIVERSITY"

PHYSICS AND MATHEMATICS FOR THE PERM REGION

Book of Scientific Articles

Issue 1



Perm 2025

УДК 510(470.5)
ББК 22.1(2Рос4Пер)
Ф503

Физика и математика для Пермского края [Электронный ресурс] :
Ф503 сборник научных статей / под общ. ред. Н. Н. Картавых,
М. М. Бузмаковой ; Пермский государственный национальный
исследовательский университет. – Электронные данные. – Пермь,
2025. – Вып. 1. – 6,81 Мб ; 120 с. – Режим доступа:
[https://www.psu.ru/ru/files/docs/science/books/sborniki/Fizika-i-matematika-
dlya-Permskogo-kraya-2025.pdf](https://www.psu.ru/ru/files/docs/science/books/sborniki/Fizika-i-matematika-dlya-Permskogo-kraya-2025.pdf).– Заглавие с экрана.

ISBN 978-5-7944-4304-2 (вып. 1)
ISBN 978-5-7944-4305-9

В данном сборнике представлены результаты научно-исследовательской деятельности студентов физико-математического института Пермского государственного национального исследовательского университета. В исследованиях принимали участие не только представители вузов и научных учреждений Пермского края, но и работники наукоемких промышленных предприятий региона.

Тематика сборника охватывает широкий спектр актуальных исследований в области физической гидродинамики, физики твердого тела, перспективных материалов и технологий, физики мягких конденсированных сред, радиофизики и электроники, информационных технологий.

Издание предназначено для научных работников, аспирантов и студентов естественнонаучных специальностей вузов.

УДК 510(470.5)
ББК 22.1(2Рос4Пер)

*Издается по решению ученого совета физико-математического института
Пермского государственного национального исследовательского университета*

Рецензенты: канд. физ.-мат. наук, научный сотрудник лаборатории физической гидродинамики Института механики сплошных сред УрО РАН **Е. С. Садилов**;
канд. физ.-мат. наук, заведующий кафедрой информационной безопасности Астраханского государственного университета им. В. Н. Татищева **В. А. Черкасова**

ISBN 978-5-7944-4304-2 (вып. 1)
ISBN 978-5-7944-4305-9

© ПГНИУ, 2025

UDC 510(470.5)
LBC 22.1(2Poc4IIep)

Physics and mathematics for the Perm Region [Electronic resource] : book of scientific articles / ed. N. N. Kartavykh, M. M. Buzmakova ; Perm State University. – Electronic data. – Perm, 2025. – Iss. 1. – 6.81 Mb ; 120 p. – URL: <https://www.psu.ru/ru/files/docs/science/books/sborniki/Fizika-i-matematika-dlya-Permskogo-kraya-2025.pdf>. – Title from the screen.

ISBN 978-5-7944-4304-2 (iss. 1)
ISBN 978-5-7944-4305-9

This book presents the results of research work by students from the Institute of Physics and Mathematics at Perm State University. The research involved not only representatives from universities and research institutions in the Perm Krai but also employees from knowledge-intensive industrial enterprises in the region.

The book covers a wide range of current research in the fields of physical hydrodynamics, solid state physics, advanced materials and technologies, soft condensed matter physics, radiophysics and electronics, and information technology.

The book is intended for researchers, postgraduate students and students of natural science specialties at universities.

UDC 53(470.53)
LBC 22.1(2Poc4IIep)

*Publication is confirmed by the Scientific Board
of the Institute of Physics and Mathematics at Perm State University*

Reviewers: Candidate of Physics and Mathematics, Research Fellow at the Laboratory of Physical Fluid Dynamics at the Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS ***E. S. Sadilov***;
Candidate of Physics and Mathematics, Head of the Department of Information Security at the Astrakhan Tatishchev State University ***V. A. Cherkasova***

ISBN 978-5-7944-4304-2 (iss. 1)
ISBN 978-5-7944-4305-9

© PSU, 2025

СОДЕРЖАНИЕ

<i>Баранов А. А., Демин В. А.</i> Моделирование процесса протонного обмена в кристалле ниобата лития.....	7
<i>Бубнова Ю. Е.</i> Распространение электромагнитной волны в градиентной линзе.....	11
<i>Власов А. Н.</i> Использование МОП-технологии для реализации быстрого адаптивного алгоритма в промышленном контроллере температуры «Термодат».....	17
<i>Галишевский В. А., Кучинский М. О., Рыбкин К. А., Любимова Т. П., Садовникова А. Д.</i> Исследование воздействия ультразвука на воздушные пузырьки в растворах NaCl	24
<i>Демин В. А., Игошев С. А.</i> Переходные процессы при переносе кремния в реторте в ходе реализации метода парофазного силицирования углеродных изделий.....	30
<i>Долгалев А. В.</i> Собственные колебания газового пузырька на неоднородной подложке.....	38
<i>Жильцов М. Д., Петров Д. А.</i> Континуальная теория ориентационных переходов в жидкокристаллической суспензии углеродных нанотрубок: учет новых вкладов в свободной энергии	45
<i>Ковычева Е. И., Циберкин К. Б.</i> Волны электронной плотности в гидродинамическом режиме.....	50
<i>Лягаев А. Д., Бузмакова М. М.</i> Перколяционная модель процесса развития кариеса	58
<i>Макарова П. Ф., Селетков И. П.</i> Разработка серверной части web-приложения для писателей «Пролог».....	66
<i>Петухов М. И., Дудин Д. А.</i> О характеристиках ионного пограничного слоя в расплаве бензойной кислоты при протонировании кристалла ниобата лития с нанесенной технологической маской.....	75
<i>Престенская А. И., Манцуоров А. В., Пикулев Д. Н., Кадочиков И. В.</i> Разработка СКУД-контроллера на базе микроконтроллера МК32 Амур.....	79
<i>Рогозина А. Е., Пономарев Р. С.</i> Формирование эллиптического пучка с помощью трехгранной линзы на торце оптического волокна.....	88
<i>Садовникова А. Д., Рыбкин К. А., Любимова Т. П., Галишевский В. А., Иванов Д. Е.</i> Экспериментальное исследование динамики пары пузырьков под действием ультразвука.....	95

<i>Сбоев И. О., Любимова Т. П., Кучинский М. О., Рыбкин К. А.</i> Численное исследование распределения акустического давления в прямоугольной полости с расположенной сверху плоской пластиной.....	104
<i>Хаснуллин Ф. Е., Пономарев Р. С.</i> Формирование конусных линз на торце оптического волокна методом прецизионной полировки.....	113

Моделирование процесса протонного обмена в кристалле ниобата лития

А. А. Баранов, В. А. Демин

Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614068, Пермь, ул. Букирева, 15, demin@psu.ru

Работа посвящена численному моделированию протонного обмена в кристалле ниобата лития для создания оптических волноводов. Сравняются две модели: взаимной диффузии и степенной нелинейной диффузии. Показано, что модель степенной нелинейной диффузии лучше описывает экспериментально наблюдаемые ступенчатые профили концентрации и обеспечивает чёткие границы между каналами в интегральных оптических схемах.

Ключевые слова: протонный обмен; нелинейная диффузия; численное моделирование

Modeling of the proton exchange process in a lithium niobate crystal

A. A. Baranov, V. A. Demin

Perm State University, 15 Bukireva St., 614068, Perm, demin@psu.ru

The paper is devoted to the numerical simulation of proton exchange in a lithium niobate crystal for the optical waveguides production. Two models are compared: mutual diffusion and power-law nonlinear diffusion. It is shown that the model of power-law nonlinear diffusion better describes experimentally observed stepwise concentration profiles and provides clear the boundary of the channel in integrated optical circuits.

Keywords: proton exchange; nonlinear diffusion; numerical simulation

Интегральные оптические схемы (ИОС) представляют собой одно из ключевых направлений современной фотоники, объединяя на компактной подложке множество оптических элементов, а именно, волноводы, модуляторы и переключатели. Особую роль в ИОС играют материалы с управляемыми электрооптическими свойствами, такие как ниобат лития (LiNbO_3).

Одним из наиболее эффективных способов создания волноводов в кристалле ниобата лития является технология протонного обмена (ПО). Суть метода заключается в диффузионном замещении ионов лития протонами, в ходе которого в кристалле образуется область с иным химическим составом ($\text{H}_x\text{Li}_{1-x}\text{NbO}_3$) и оптическими свойствами. Полученные таким способом каналы обладают более высоким показателем преломления, что позволяет использовать их в качестве волноводов за счёт эффекта полного внутреннего отражения [1].

В качестве источников протонов часто используют расплав бензойной кислоты ($\text{C}_6\text{H}_5\text{COOH}$), что позволяет создавать каналные волноводы малых размеров, используя технологию фотолитографии.

Из опыта известно, что профиль показателя преломления в каналах имеет ступенчатый вид [1, 2]. Именно это свойство позволяет создавать высокоэффективные волноводы с малыми потерями сигнала. Очевидно, что классическое линейное уравнение диффузии протонов в кристалл не может

объяснить такой формы профиля, что позволяет предположить нелинейную природу диффузионного процесса.

Практическое применение протонного обмена для создания интегральных оптических схем в кристалле ниобата лития хорошо изучено, но до сих пор остаются вопросы, касающиеся природы нелинейного диффузионного процесса. В большинстве работ, где исследуется кинетика формирования волноводов, для описания процесса ПО используется модель взаимной диффузии. В данной работе реализовано сравнение этой модели с моделью степенной нелинейной диффузии, получены результаты моделирования процесса протонного обмена для двумерной задачи.

В работе [2] выдвигается модель взаимной диффузии протонов и ионов лития. Так как коэффициенты диффузии протонов D_H и ионов лития D_{Li} различны и оба иона имеют одинаковый положительный электрический заряд, более активная диффузия одного из ионов компенсируется локальной разностью потенциалов. Исходя из этого, выводится кинетическое уравнение для долевой концентрации протонов C :

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \nabla \left[\frac{D_H}{1 - \psi C} \nabla C \right], \quad (1)$$

где D_H – коэффициент диффузии протонов, $\psi = 1 - D_H / D_{Li}$ – параметр нелинейности. Модель взаимной диффузии описывает профиль концентрации, близкий к ступенчатому, только при $\psi \rightarrow 1$.

Модель степенной нелинейности отличается от классического уравнения диффузии тем, что коэффициент диффузии зависит от концентрации по степенному закону.

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \nabla [D_H m C^{m-1} \nabla C], \quad (2)$$

где m – параметр нелинейности. Это уравнение принадлежит классу вырождающихся нелинейных параболических уравнений. Семейства этого типа довольно хорошо изучены. Получено множество аналитических частных решений для граничных условий, имеющих прикладной интерес [3].

Самым важным отличительным свойством решений этого уравнения является конечная скорость распространения возмущения при $m > 1$. Именно из-за этого свойства профиль концентрации описываемый этой моделью не имеет ярко выраженного хвоста в отличие от модели взаимной диффузии.

Уравнения (1) и (2) решались в двумерной постановке, так как на практике часто возникают задачи с граничными условиями с двумя или более каналами, которые могут влиять друг на друга в процессе формирования волноводов.

На рис. 1 изображена плоскость, в которой решаются уравнения. Также на этом рисунке можно увидеть процесс ПО в каналах, где пунктирными линиями отмечен фронт модифицированного слоя для разных времён.

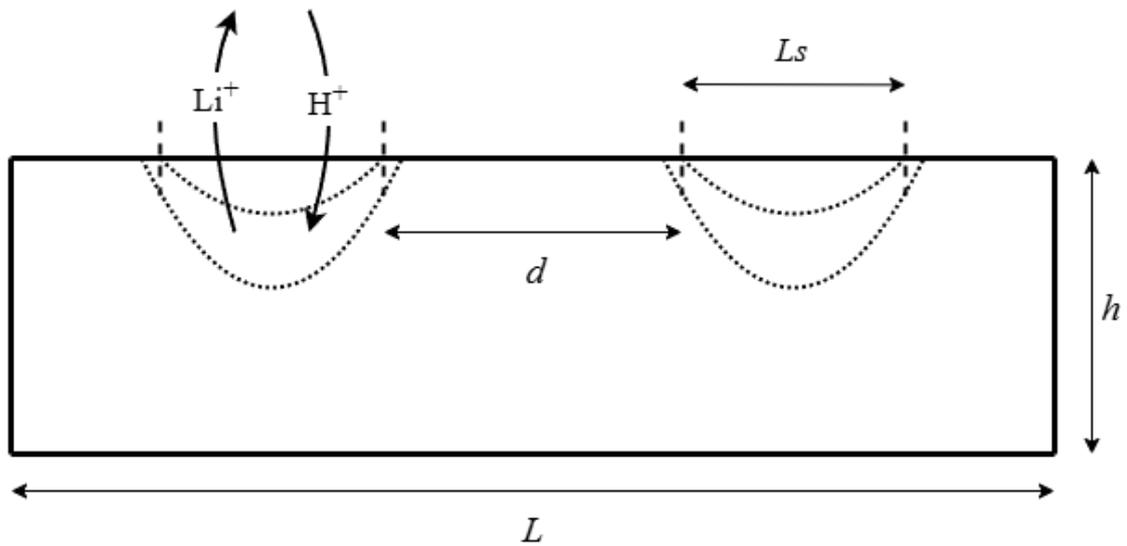


Рис. 1. Схематическое изображение сечения каналов

Процесс ПО моделируется в прямоугольной полости с шириной $L = 30$ мкм и толщиной $h = 10$ мкм, ширина обоих каналов $L_s = 6$ мкм, расстояние между каналами $d = 6$ мкм. Коэффициент диффузии протонов взят из работы [2]:

$$D_H = 0.77 \text{ мкм/час.}$$

Обе модели рассматриваются при одинаковых граничных условиях. В начальный момент времени подложка полностью состоит из кристаллической решётки ниобата лития, то есть концентрация протонов всюду равна нулю. На каналах концентрация постоянная и равна 1. На всех границах, не являющихся входными участками, ставится условие непроницаемости:

$$\left. \frac{\partial C}{\partial \vec{n}} \right|_{\Gamma} = 0.$$

Задача решалась методом конечных разностей. Использовалась явная схема по времени с центральными разностями по пространству и односторонними разностями по времени. В целях минимизации погрешности расчёты проводились на прямоугольной равномерной сетке с количеством узлов 180:60.

На рис. 2 представлено распределение концентрации после протонного обмена в течение 2 часов. Можно сделать вывод, что для модели взаимной диффузии в области между каналами концентрация протонов будет плавно спадать, что должно приводить к нарушению условия полного внутреннего отражения, а это, в свою очередь, должно вызывать существенные потери сигнала. Подобный эффект может быть объяснен тем, что уравнение (1) не имеет свойства конечной скорости распространения возмущения, и «хвосты» профилей концентрации взаимодействуют друг с другом, образуя подобный дефект.

В ходе работы численно рассмотрена задача об одновременном формировании двух волноводов, на примере которой сравнивались две модели нелинейной диффузии. Модель взаимной диффузии приводит к взаимодействию диффузионных областей соседних каналов, что должно вызывать потери сигнала

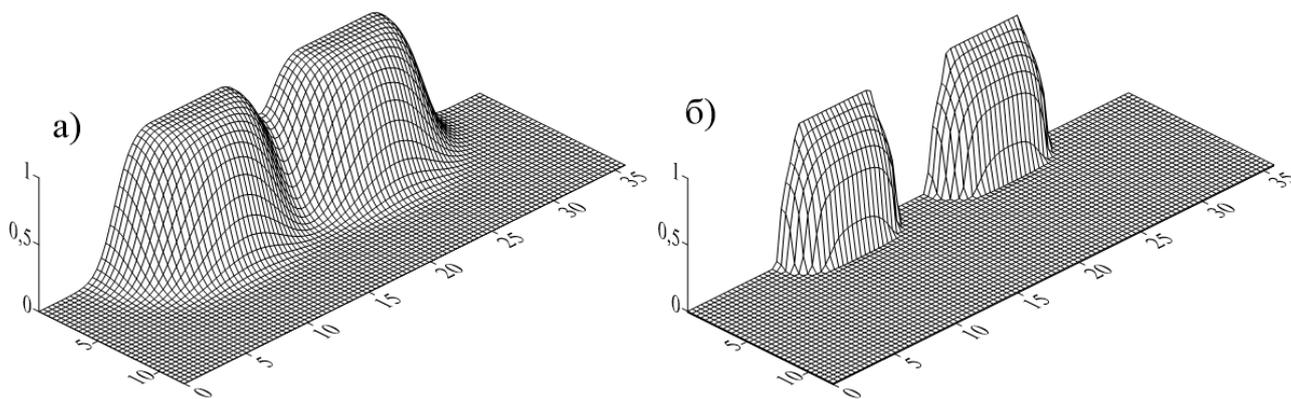


Рис. 2. Профиль концентрации: а) модель взаимной диффузии при $\psi = 0,999$;
 б) модель степенной нелинейной диффузии при $m = 4$

в ИОС. Модель степенной нелинейной диффузии сохраняет чёткие границы между каналами даже на малых расстояниях. Свойство конечной скорости распространения возмущения обеспечивает большие перспективы в моделировании процесса ПО с помощью вырождающихся нелинейных параболических уравнений.

Список литературы

1. Abouellell M. M., Leonberger F. J. Waveguides in lithium niobate // *Journal of the American Ceramic Society*. 1989. Vol. 72 (8). P. 1311–1321. DOI: [10.1111/j.1151-2916.1989.tb07644.x](https://doi.org/10.1111/j.1151-2916.1989.tb07644.x)
2. Vohra S. T., Mickelson A. R., Asher S. E. Diffusion characteristics and waveguiding properties of proton-exchanged and annealed LiNbO₃ channel waveguides // *Journal of Applied Physics*. 1989. Vol. 66 (11). P. 5161–5174. DOI: [10.1063/1.343751](https://doi.org/10.1063/1.343751)
3. Калашиников А. С. Некоторые вопросы качественной теории нелинейных вырождающихся параболических уравнений второго порядка // *Успехи математических наук*. 1987. Т. 42. № 2 (254). С. 135–176.

References

1. Abouellell M. M. and Leonberger F. J. (1989), “Waveguides in lithium niobate”, *Journal of the American Ceramic Society*, vol. 72, no. 8, pp. 1311–1321, doi: [10.1111/j.1151-2916.1989.tb07644.x](https://doi.org/10.1111/j.1151-2916.1989.tb07644.x)
2. Vohra S. T., Mickelson A. R. and Asher S. E. (1989), “Diffusion characteristics and waveguiding properties of proton-exchanged and annealed LiNbO₃ channel waveguides”, *Journal of Applied Physics*, vol. 66, no. 11, pp. 5161–5174, doi: [10.1063/1.343751](https://doi.org/10.1063/1.343751)
3. Kalashnikov A. S. (1987), “Some issues of the qualitative theory of nonlinear degenerate parabolic equations of the second order”, *Russian Mathematical Surveys*, vol. 42 (2), pp. 169–222. doi: [10.1070/RM1987v042n02ABEH001309](https://doi.org/10.1070/RM1987v042n02ABEH001309)

Распространение электромагнитной волны в градиентной линзе

Ю. Е. Бубнова

Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614068, Пермь, ул. Букирева, 15, yulia.evg52@gmail.com

Теоретически исследовано поведение электромагнитной волны в среде с градиентом диэлектрической проницаемости получена система уравнений для векторов электрической и магнитной напряжённости, а также вектора Умова-Пойнтинга. В случае нормального падения волны получено дисперсионное соотношение и дано определение глубины её проникновения в градиентный слой.

Ключевые слова: электромагнитная волна; градиентная линза; дисперсионное соотношение

Diffusion of the electromagnetic wave in a gradient lense

Y. E. Bubnova

Perm State University, 15 Bukireva St., 614068, Perm, yulia.evg52@gmail.com

The behavior of the electromagnetic wave in the medium with a gradient of a dielectric constant is studied theoretically. The system of equations for electric and magnetic fields and Umov-Poynting vector is learned. For electromagnetic wave normal incidence the dispersion relation and penetration depth in the gradient medium are obtained.

Keywords: electromagnetic wave; gradient lense; dispersion relation

Градиентные линзы, или граданы [1], – оптические устройства для изменения направления луча света, основанные на пространственной неоднородности показателя преломления. Они применяются для коррекции размеров волновода на интегральных оптических схемах. На практике сами размеры создаваемых приборов сопоставимы с длиной волны используемого излучения. При этом оказывается, что линзы, формирующие оптическое изображение, рассчитаны лишь на законы геометрической оптики. Они не просто теряют свою эффективность, а также вносят существенные отклонения траектории луча от задаваемой, с чем связано наличие аберраций. Однако, разработка граданов позволит учесть проблемы, связанные уменьшением масштаба приборов, ввиду того, что градиентные линзы построены на основе волновой природы света, ведь именно её проявления влекут за собой указанные сложности.

В настоящей работе рассмотрено распространение электромагнитной волны в среде, в которой диэлектрическая проницаемость ε является линейной зависимостью координаты. У падающей под углом φ к границе раздела сред волны задана поляризация типа *transverse electric*, которая характеризует колебания электрического поля вдоль только одной оси – Oy , $\mathbf{E} = (0; E_y(z); 0)$. Отражение волны происходит внутри градиентного слоя δ . Уравнения вектора

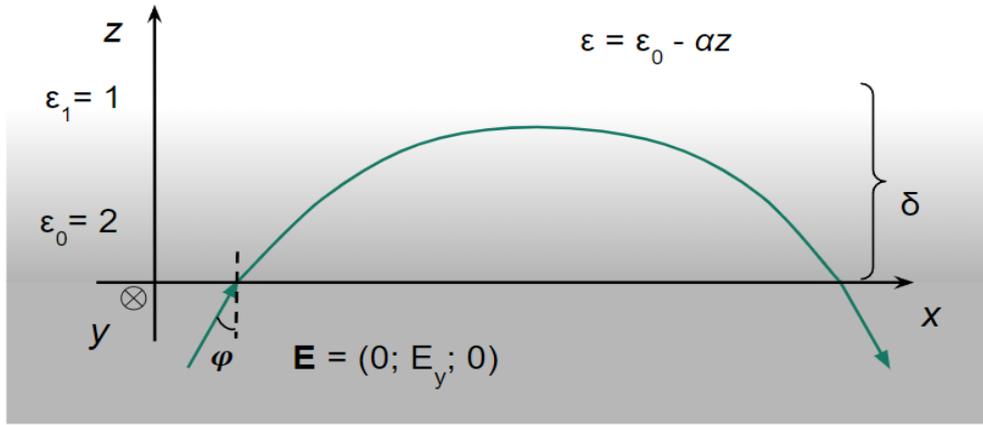


Рис. 1. Графическая интерпретация задачи

напряжённости электрического поля \mathbf{E} и вектора напряжённости магнитного поля \mathbf{H} выглядят следующим образом:

$$\begin{aligned}\mathbf{E} &= \mathbf{E}_0 e^{i\omega t - i\mathbf{k}\mathbf{r}}, \\ \mathbf{H} &= \mathbf{H}_0 e^{i\omega t - i\mathbf{k}\mathbf{r}},\end{aligned}\quad (1)$$

где \mathbf{k} – волновой вектор, \mathbf{r} – радиус-вектор, ω – циклическая частота падающей волны, t – время, \mathbf{E}_0 – амплитуда колебаний вектора напряжённости электрического поля, \mathbf{H}_0 – амплитуда колебаний вектора напряжённости магнитного поля.

С помощью уравнений Максвелла преобразуем выражения так, чтобы запись содержала только вектор электрического поля:

$$\begin{aligned}\text{rot } \mathbf{E} &= \frac{i\omega}{c} \mathbf{H}, \\ \text{rot } \mathbf{H} &= -\varepsilon \frac{i\omega}{c} \mathbf{E}, \\ \Delta \mathbf{E} + \frac{\varepsilon\omega^2}{c^2} \mathbf{E} - \text{grad div } \mathbf{E} &= 0,\end{aligned}\quad (2)$$

здесь c – скорость света, ε – диэлектрическая проницаемость среды.

Так как в текущей постановке задачи вектор \mathbf{E} не лежит в плоскости падения волны, а её угол падения не влияет на компоненты \mathbf{E} , можно исследовать конкретное решение, не учитывая зависимость от угла, то есть компоненты x считаем равными нулю. При этом падающая волна, согласно условию взаимной перпендикулярности векторов электрического и магнитного полей, не зависит от координаты y . Ввиду выявленных особенностей уравнение (2) может быть переписано следующим образом [2]:

$$\frac{\partial^2 E}{\partial z^2} + \left(\varepsilon \frac{\omega^2}{c^2} - \kappa^2 \right) E = 0. \quad (3)$$

Выражение (3) – уравнение E -волны. Для введения новой переменной можно принять угловой коэффициент $\alpha = (\varepsilon_0 - \varepsilon_1)/\delta$, тогда:

$$\xi(z) = \frac{(\varepsilon_0 - \varepsilon_1) \omega^2}{\delta} z - \left(\varepsilon_0 \frac{\omega^2}{c^2} - k^2 \right);$$

$$\frac{\partial^2 E(z)}{\partial z^2} + \xi(z) E = 0. \quad (4)$$

После замены переменной, уравнение (4) приобретает вид:

$$\left(\frac{\varepsilon_0 - \varepsilon_1 \omega^2}{\delta} \frac{\omega^2}{c^2} \right)^2 \frac{d^2 W_y}{d\xi^2} - \xi W_y = 0, \quad (5)$$

$$\beta^2 = \left(\frac{\varepsilon_0 - \varepsilon_1 \omega^2}{\delta} \frac{\omega^2}{c^2} \right)^{-2},$$

$$\frac{d^2 W_y}{d\xi^2} - \beta^2 \xi W_y = 0. \quad (6)$$

Решение данного уравнения с учётом того, что после прохождения точки поворота поле E должно затухать, может быть выражено с помощью функции Эйри первого рода $\text{Ai}(\beta^{2/3} \xi)$ [3], приведенной на рис. 2:

$$E(\xi) = \text{Ai}(\beta^{2/3} \xi) = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \cos\left(\frac{t^3}{3} + \beta^{2/3} \xi t\right) dt. \quad (7)$$

В точке поворота искомая функция должна обращаться в нуль.

До границы раздела сред, где расположена точка поворота волна имеет периодический характер, её функция меняет свой характер, как видно из рис. 2, что говорит о затухании волны. За этой точкой образуется область тени, причём асимптотика при $\xi \rightarrow \infty$ ($z \rightarrow \infty$) представлена следующим образом:

$$\text{Ai}\left(\beta^{2/3} \xi\right) = \frac{\beta^{5/12}}{2\sqrt{\pi}\xi^{1/4}} e^{-\frac{2}{3}\beta\xi^{3/2}}. \quad (8)$$

Согласно [4] функция Эйри имеет множество точек, в которых обращается в нуль. Это обстоятельство говорит о том, что в слой материала, в котором проходит волна, может укладываться несколько длин волн, в формулах далее это будет обозначено с помощью индекса n .

Пусть точка, в которой функция обращается в ноль, будет обозначена как ξ_n^* , тогда дисперсионное соотношение можно вывести следующим образом:

$$\text{Ai}(\xi_n^*) = \text{Ai}(\beta^{2/3} \xi) = 0,$$

$$\xi_n^* = \beta^{2/3} \xi_n = \xi_n \left(\frac{\varepsilon_0 - \varepsilon_1 \omega_n^2}{\delta} \frac{\omega_n^2}{c^2} \right)^{-2/3};$$

и переходя к исходной переменной z и подставив значение $\xi(\delta)$:

$$\left(\frac{\varepsilon_0 - \varepsilon_1 \omega_n^2}{\delta} \frac{\omega_n^2}{c^2} \right)^{-\frac{2}{3}} \cdot \left(k_n^2 - \varepsilon_1 \frac{\omega_n^2}{c^2} \right) = \xi_n^*. \quad (9)$$

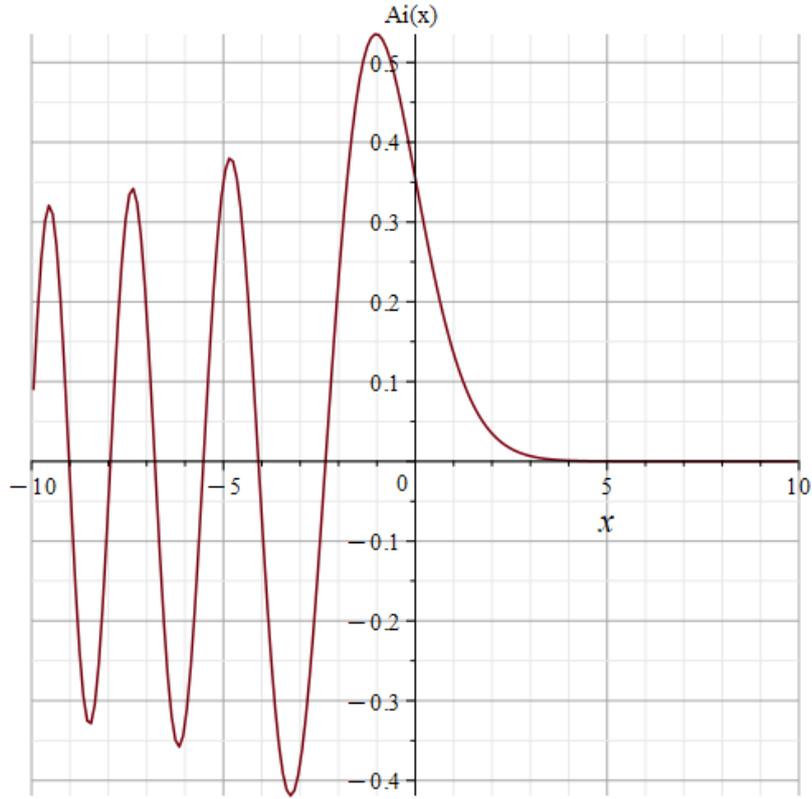


Рис. 2. График функции Эйри первого рода

Глубина проникновения может быть выражена из предыдущего уравнения:

$$\delta = \xi_n^*(\varepsilon_0 - \varepsilon_1) \frac{\omega_n^2}{c^2} \left(k_n^2 - \varepsilon_1 \frac{\omega_n^2}{c^2} \right)^{-\frac{3}{2}}. \quad (10)$$

Итоговый вид можно представить как

$$E = \text{Ai} \left[\beta^{\frac{2}{3}} \xi(z) \right] e^{i\omega t} e^{-ik_x x}. \quad (11)$$

Используя решение для вектора \mathbf{E} , с помощью уравнений Максвелла можно получить также и уравнения для магнитного поля \mathbf{H} , но теперь необходимо добавить множитель, задающий распространение волны в плоскости xOy и переписать уравнение (11):

$$\mathbf{E} = \mathbf{j} \text{Ai} \left[\beta^{\frac{2}{3}} \xi(z) \right] e^{i\omega t} e^{-i(k_x x + k_z z)}. \quad (12)$$

Компоненты волнового вектора k_x и k_z зависят от угла падения

$$\mathbf{k} = \frac{2\pi}{\lambda} (\sin\varphi; 0; \cos\varphi).$$

В градиентной среде угол падения также становится функцией координат $\varphi = \varphi(x, z)$.

$$\mathbf{H} = -i\varepsilon(z) \frac{\omega}{c} \text{rot} \mathbf{E} = -i\varepsilon \frac{\omega}{c} \begin{bmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \partial/\partial x & \partial/\partial y & \partial/\partial z \\ 0 & E_y & 0 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{H} = i\varepsilon \frac{\omega}{c} \left\{ \mathbf{i} e^{-ik_x x} \frac{\partial}{\partial z} \left[\text{Ai} \left(\beta^{\frac{2}{3}} \xi \right) e^{-ik_z z} \right] - \mathbf{k} \text{Ai} \left(\beta^{\frac{2}{3}} \xi \right) e^{-ik_z z} \frac{\partial}{\partial x} \left[e^{-ik_x x} \right] \right\}. \quad (13)$$

Уравнения (12) и (13) позволяют найти вектор Умова-Пойнтинга, соответствующий траектории переноса энергии электромагнитной волны:

$$\mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 0 & E_y & 0 \\ H_x & 0 & H_z \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{S} = -i\varepsilon(z) \text{Ai} \left(\beta^{\frac{2}{3}} \xi \right) \left\{ \mathbf{i} \text{Ai} \left(\beta^{\frac{2}{3}} \xi \right) e^{-ik_z z} \frac{\partial}{\partial x} \left[e^{-ik_x x} \right] - \right.$$

$$\left. - \mathbf{k} e^{-ik_x x} \frac{\partial}{\partial z} \left[\text{Ai} \left(\beta^{\frac{2}{3}} \xi \right) e^{-ik_z z} \right] \right\}. \quad (14)$$

Вывод

Таким образом, выведена система основных уравнений (12 – 14), определяющих поведение волны:

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{E} = \mathbf{j} \text{Ai} \left[\beta^{\frac{2}{3}} \xi(z) \right] e^{i\omega t} e^{-i(k_x x + k_z z)}, \\ \mathbf{H} = i\varepsilon \frac{\omega}{c} \left\{ \mathbf{i} e^{-ik_x x} \frac{\partial}{\partial z} \left[\text{Ai} \left(\beta^{\frac{2}{3}} \xi \right) e^{-ik_z z} \right] - \mathbf{k} \text{Ai} \left(\beta^{\frac{2}{3}} \xi \right) e^{-ik_z z} \frac{\partial}{\partial x} \left[e^{-ik_x x} \right] \right\}, \\ \mathbf{S} = -i\varepsilon(z) \text{Ai} \left(\beta^{\frac{2}{3}} \xi \right) \left\{ \mathbf{i} \text{Ai} \left(\beta^{\frac{2}{3}} \xi \right) e^{-ik_z z} \frac{\partial}{\partial x} \left[e^{-ik_x x} \right] - \right. \\ \left. - \mathbf{k} e^{-ik_x x} \frac{\partial}{\partial z} \left[\text{Ai} \left(\beta^{\frac{2}{3}} \xi \right) e^{-ik_z z} \right] \right\}. \end{array} \right.$$

Оставшиеся уравнения имеют вид:

$$\varepsilon(z) = \varepsilon_0 - \alpha z,$$

$$\beta^2 = \left(\frac{\varepsilon_0 - \varepsilon_1 \omega^2}{\delta c^2} \right)^{-2},$$

$$\xi(z) = \frac{(\varepsilon_0 - \varepsilon_1) \omega^2}{\delta c^2} z - \left(\varepsilon_0 \frac{\omega^2}{c^2} - k^2 \right),$$

$$k_x = \sqrt{\frac{2\pi}{\lambda}} \sin \varphi(x, z), \quad k_z = \sqrt{\frac{2\pi}{\lambda}} \cos \varphi(x, z).$$

Приведённые выше выкладки позволяют определить область тени (8), вычислить глубину проникновения падающего излучения в градиентный слой (9), которая в ситуации нормального падения будет равна толщине градиентного слоя, то есть точка поворота окажется на второй границе раздела сред. Также становится возможно оценить дисперсионное соотношение для материала с линейно изменяющейся диэлектрической проницаемостью с помощью уравнения (10).

Автор выражает благодарность научному руководителю Виктору Павловичу Шилову за поставленную задачу.

Список литературы

1. Берковский В. П., Косяков В. И., Ремизов Н. В., Тухватулин А. Ш., Хануков И. Ю. Имитация работы градиентных линз в устройствах волоконной оптики // Журнал технической физики. 1983. Т. 53. Вып. 6. С. 1170–1172.
2. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теоретическая физика. Т. 8. Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 2005. 620 с.
3. Фок В. А. Проблемы дифракции и распространения электромагнитных волн. Издательство «Советское радио», 1970. 518 с.
4. Абрамович М., Стегун И. А. Справочник по математическим функциям. М.: Наука, 1979. 841 с.

References

1. Berkovskii V. P., Kosyakov V. I., Remizov N. V., Tukhvatulin A. S. and Khanukov I. Y. (1983), “Imitaciya raboty gradientnykh linz v ustroystvakh volokonnoy optiki” [Operation imitation of gradient lenses in devices of fiber optics], *Zhurnal Tekhnicheskoi Fiziki*, vol. 53 (6), pp. 1170–1172.
2. Landau L. D. and Lifshitz E. M. (1984), *Course of Theoretical Physics, Electrodynamics of Continuous Media*, vol. 8, Oxford: Butterworth-Heinemann.
3. Fok V. A. (1970), *Problemy difrakcii i rasprostraneniya elektromagnitnyh voln. [Electromagnetic diffraction and propagation problems]*, Izdatel'stvo “Sovetskoe radio”.
4. Abramowitz M and Stegun I. A. (1972), *Handbook of Mathematical Functions*, United States Department of Commerce, National Bureau of Standards.

Использование МОП-технологии для реализации быстрого адаптивного алгоритма в промышленном контроллере температуры «Термодат»

А. Н. Власов

Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614068, Пермь, ул. Букирева, 15, anvlasov99@ yandex.ru

Реализован быстрый адаптивный алгоритм для промышленного контроллера температуры Термодат-16. Проведено экспериментальное исследование, анализ результатов и сравнение показателей быстрого алгоритма и встроенного в прибор ПИД-регулятора.

Ключевые слова: модельно-ориентированное проектирование; быстрый адаптивный алгоритм; ПИД-регулятор; идентификация систем

Application of MBD technology for implementation of fast adaptive algorithm in industrial temperature controller “Termodat”

A. N. Vlasov

Perm State University, 15 Bukireva St., 614068, Perm, anvlasov99@yandex.ru

A fast adaptive algorithm for the industrial temperature controller Termodat-16 has been implemented. An experimental study, analysis of results and comparison of the fast algorithm and the PID controller built into the device have been conducted.

Keywords: model-based design; fast adaptive algorithm; PID controller; system identification

Современные цифровые устройства для промышленных установок и робототехники требуют быстрых и точных алгоритмов управления: робастных, устойчивых к изменениям условий, и адаптивных, подстраивающих параметры. Традиционные методы разработки таких алгоритмов на C/C++ могут быть сложными, поэтому предлагается подход модельно-ориентированного проектирования (МОП). В МОП модель системы и алгоритма создается на высокоуровневом языке, тестируется, уточняется и дорабатывается, а затем генерируется код на C/C++ для прошивки устройства. Для этого используются такие инструменты, как Matlab [1], SimInTech [2], SciLab [3], Engage [4].

Этапы построения моделей и их исследования путем компьютерного и полунатурного моделирования рассматриваются в [5], [6]. После того, как работа алгоритма была отработана на компьютерной модели (либо на физическом объекте в случае полунатурного моделирования), он реализуется на целевой аппаратной платформе, в качестве которой обычно выступают микропроцессоры встраиваемых систем.

В качестве аппаратной платформы был выбран программный регулятор и самописец Термодат-16 (рис. 1), так как он уже обладает системами измерений и методов вывода мощности. В экспериментах использовалась версия Термодат-16Е6 с микроконтроллером STM32F407VET6 (ядро Arm Cortex-M4, размер ОЗУ 192 кбайт, размер ПЗУ 1 Мбайт, тактовая частота 168 МГц) [7].



Рис. 1. Прибор Термодат-16

Прибор имеет функционал ПИД-регулятора с функцией автоматической настройки коэффициентов. Математическая модель регулятора, реализованная в приборе, описывается следующим уравнением:

$$u = \frac{100\%}{K_p} \cdot \left(x + \frac{1}{K_i} \cdot \int_{t_0}^{t_n} x dt + K_d \cdot \frac{dx}{dt} \right).$$

Целью управления в задаче стабилизации температуры является $x \rightarrow 0$. Интегральная и дифференциальная компоненты учитываются только при условии $-K_p < x < K_p$. С целью уменьшения влияния шума измерений значение производной приблизительно вычисляется по последним 4 точкам с помощью метода наименьших квадратов. Для автоматической настройки используется вариация метода Циглера-Никольса, которая выводит объект на колебательный режим и рассчитывает коэффициенты на основе периода колебаний [8].

Закон управления быстрого адаптивного алгоритма выражается как:

$$u_k = -\frac{1}{B} (Ax_k + F),$$

где x_k и u_k – значение невязки и управляющее воздействие на k -м шагу, A, B, F – коэффициенты модели системы, описываемой дискретным уравнением

$$x_{k+1} = Ax_k + Bu_k + F. \quad (1)$$

Коэффициенты вычисляются путем решения системы уравнений

$$\begin{aligned} x_1 &= Ax_0 + Bu_0 + F, \\ x_2 &= Ax_1 + Bu_1 + F, \\ x_3 &= Ax_2 + Bu_2 + F. \end{aligned}$$

С целью фильтрации ошибок измерений количество уравнений n может быть больше 3 и в этом случае решение будет вычисляться с помощью метода наименьших квадратов. Первые n значений управляющего воздействия могут быть получены использованием любого робастного алгоритма, например, П-регулятора. При достижении цели система становится нерешаемой, поэтому вместо вычисления нового значения на выход подается предыдущее. Достижение цели определяется условием

$$\sum_{j=1}^n x_{k+j}^2 \leq \Delta,$$

где Δ – некоторое значение, характеризующее порог точности. При достаточном запасе мощности и корректной идентификации алгоритм позволяет достичь уставки за $n+1$ шагов.

При проектировании регулятора необходимо выбрать оптимальное значение периода дискретизации. Он должен быть меньше характерного времени объекта регулирования, но достаточно большим, чтобы при переходном процессе на соседних шагах между значениями x_k и y_k была разница – это требуется для того, чтобы система из уравнений (1) была решаемая.

В данном исследовании были выбраны следующие параметры алгоритма: период дискретизации $\Delta t = 2$ с, количество шагов $n = 4$, порог точности $\Delta = 10$. В качестве начального алгоритма был выбран П-регулятор.

Схема алгоритма в Simulink, непосредственно из которой производилась генерация кода, показана на рис. 2.

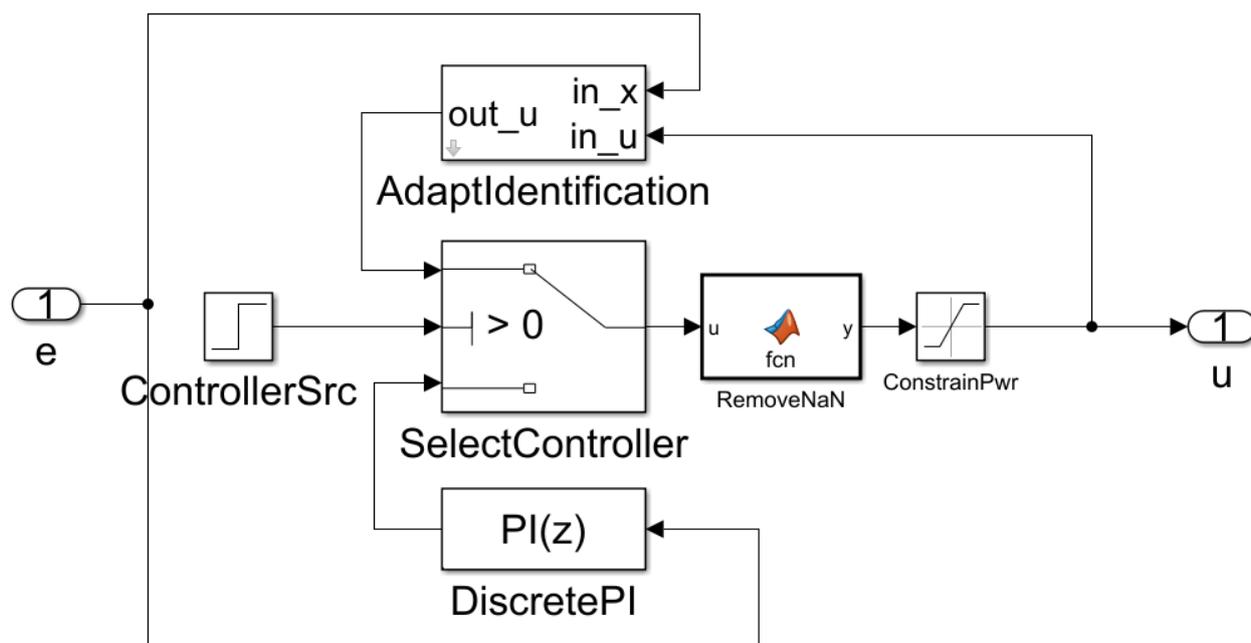


Рис. 2. Схема алгоритма в Simulink

Блоки ControllerSrc и SelectController занимаются переключением текущего алгоритма с П-регулятора на адаптивный по прошествии начальных шагов идентификации. Блоки AdaptIdentification и DiscretePI отвечают за работу быстрого алгоритма и П-регулятора соответственно. Значения на выходе алгоритмов, поступающие в формате числа с плавающей запятой IEEE 754 [9], затем обрабатываются: если поступившее значение – нечисло (NaN), то оно заменяется 0. Такая ситуация может возникнуть, если алгоритм регрессии не может получить корректного решения. Также значения мощности

ограничиваются порогом в 100, так как мощность в приборе выражается в процентах.

По сравнению с базовой версией прошивки версия с функционалом быстрого алгоритма заняла на 10 Кбайт ПЗУ и 700 байт ОЗУ больше при выбранной оптимизации памяти в Simulink Embedded Coder и отключенной оптимизации компилятора C++ (IAR).

Экспериментальная установка состоит из прибора, подключенного посредством дискретного транзисторного выхода к силовому блоку СБ45М2, который занимается подачей мощности методом ШИМ на лампу накаливания. Температура на лампе измеряется термопарой К-типа, подключенной к измерительному входу прибора. Схематичное изображение установки показано на рис. 3.

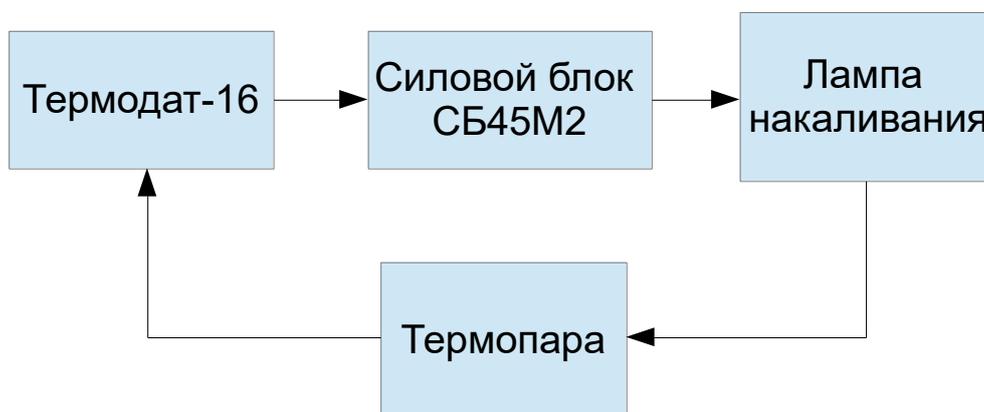


Рис. 3. Схема экспериментальной установки

Результаты эксперимента с быстрым адаптивным алгоритмом приведены на рис. 4.

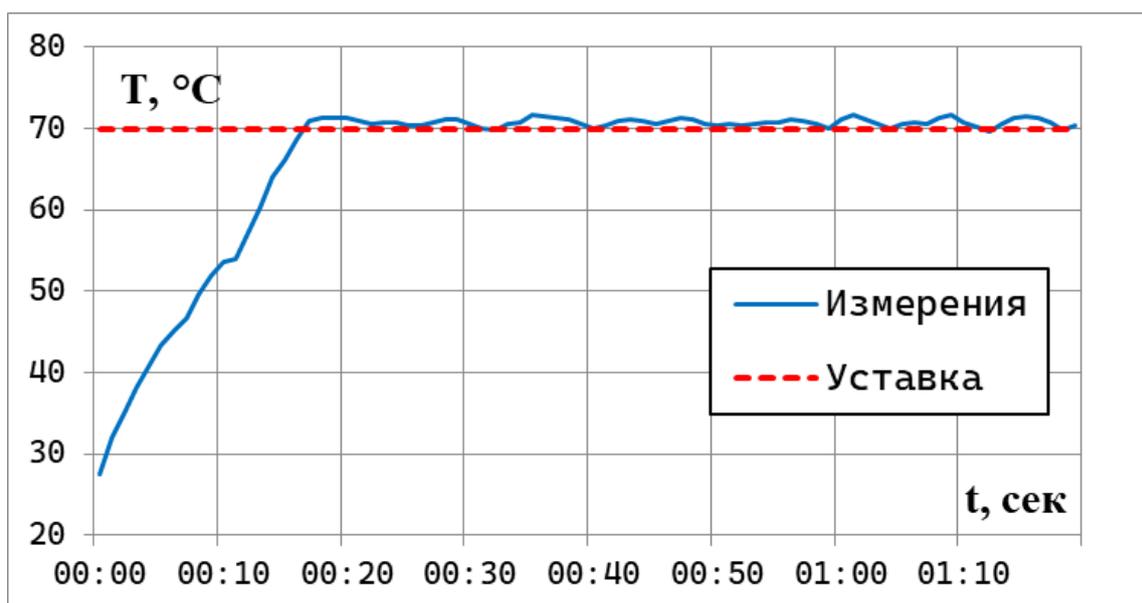


Рис. 4. Регулирование с быстрым адаптивным алгоритмом

Для сравнения на рис. 5 приведены результаты регулирования посредством встроенного ПИД-регулятора с коэффициентами, подобранными функцией автонастройки.

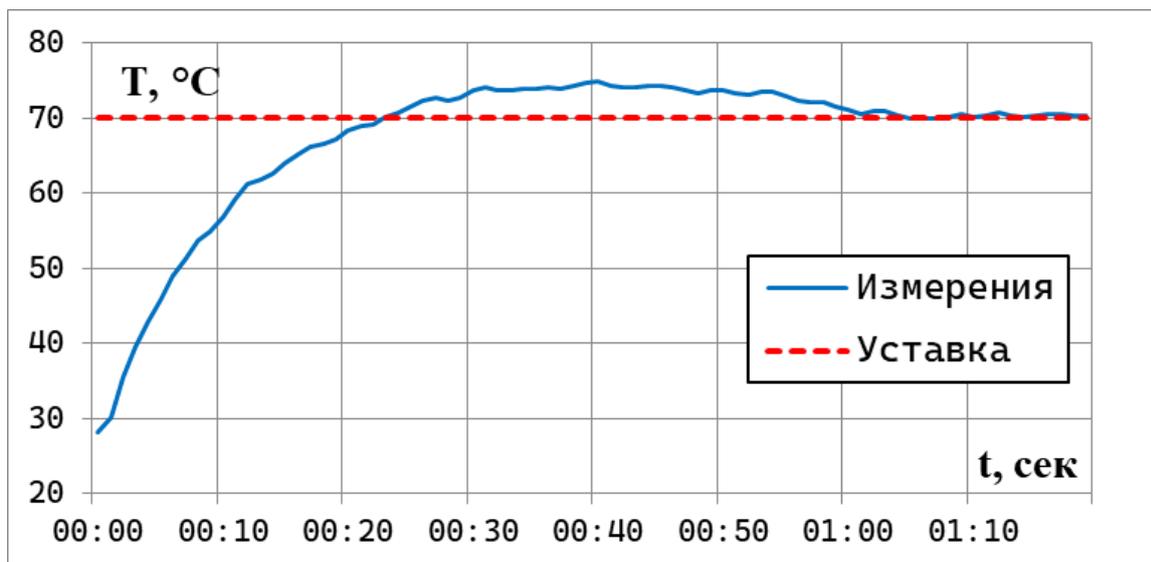


Рис. 5. Регулирование с ПИД-регулятором

В таблице приведено сравнение показателей качества [10] обоих регуляторов.

Таблица. Сравнение показателей качества ПИД-регулятора и быстрого адаптивного алгоритма

Показатель	ПИД	Быстрый адаптивный алгоритм
Время нарастания T_r , с	23	17
Время максимума T_p , с	40	35
Перерегулирование M_{pt} , °C	4.9	1.7
Время установления T_s , с	61	17
Установившаяся ошибка e_{ss} , %	0.5	1.1

По результатам исследования можно сделать вывод, что быстрый адаптивный алгоритм показывает хорошие характеристики качества по сравнению с ПИД-регулятором, превосходя его по большинству показателей, кроме более заметного влияния шумов измерения на качество в стационарном режиме, что отразилось в большем значении установившейся ошибки. При этом быстрый алгоритм значительно проще в настройке, так как имеет всего один основной настраиваемый параметр против трех для ПИД – период дискретизации. Порог точности и количество шагов выбираются на этапе проектирования. Эти результаты показывают, что быстрый алгоритм является вполне перспективным методом управления для промышленных устройств,

причем сфера его применения не обязательно ограничена регулированием температуры. Возможны дальнейшие исследования алгоритма, например, его поведение при большой тепловой инерции объекта или наличии нелинейностей.

Список литературы

1. MATLAB [Электронный ресурс]. URL: <https://www.mathworks.com/products/matlab.html> (дата обращения: 20.04.2025).
2. SimInTech [Электронный ресурс]. URL: <https://simintech.ru/> (дата обращения: 20.04.2025).
3. Scilab [Электронный ресурс]. URL: <https://www.scilab.org/> (дата обращения: 20.04.2025).
4. Engee – официальный сайт [Электронный ресурс]. URL: <https://start.engee.com/> (дата обращения: 20.04.2025).
5. *Ощепков А. Ю., Власов А. Н.* Компьютерное моделирование робастных и адаптивных алгоритмов в технологии модельно-ориентированного проектирования // Вестник Пермского университета. Математика. Механика. Информатика. 2024. Вып. 1. С. 43–52. DOI: [10.17072/1993-0550-2024-1-43-52](https://doi.org/10.17072/1993-0550-2024-1-43-52). EDN: [PLYDTM](https://www.edn.com/PLYDTM)
6. *Власов А. Н., Ощепков А. Ю.* Компьютерное моделирование и экспериментальное исследование робастных и адаптивных алгоритмов управления // Физика для Пермского края: Материалы региональной научно-практической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых. Пермь, 2024. Вып. 17. С. 93–98. EDN: [JTRHBZ](https://www.edn.com/JTRHBZ)
7. STM32F407VE – High-performance foundation line, Arm Cortex-M4 core with DSP and FPU, 512 Kbytes of Flash memory, 168 MHz CPU, ART Accelerator, Ethernet, FSMC. [Электронный ресурс]. URL: <https://www.st.com/en/microcontrollers-microprocessors/stm32f407ve.html> (дата обращения: 24.04.2025).
8. ПИД – закон регулирования. [Электронный ресурс]. URL: <https://www.termo-dat.ru/pdf/pid.pdf> (дата обращения 24.04.2025).
9. IEEE Std 754-2019. IEEE Standard for Floating-Point Arithmetic. 2019-07-22. Institute of Electrical and Electronics Engineers, New York, USA. 85 p.
10. *Иващенко Н. Н.* Автоматическое регулирование. Теория и элементы систем. М.: Машиностроение, 1978. 736 с.

References

1. *MATLAB*. URL: <https://www.mathworks.com/products/matlab.html> (accessed 20 April 2025).
2. SimInTech. URL: <https://simintech.ru/> (accessed 20 April 2025).
3. Scilab. URL: <https://www.scilab.org/> (accessed 20 April 2025).
4. Engee. *Official website*. URL: <https://start.engee.com/> (accessed 20 April 2025).
5. Oshchepkov, A. Yu. and Vlasov, A. N. (2024) “Computer modelling of robust and adaptive algorithms in model-based design technology”, *Bulletin of Perm University. Mathematics. Mechanics. Computer Science*, no 1, pp. 43–52 (In Russian), doi: [10.17072/1993-0550-2024-1-43-52](https://doi.org/10.17072/1993-0550-2024-1-43-52)

6. Vlasov, A. N. and Oshchepkov, A. Yu. (2024) “Computer simulation and experimental study of robust and adaptive control algorithms”, *Fizika dlya Permskogo kraja [Physics for Perm Region]. Materialy regional'noj nauchno-prakticheskoy konferencii studentov, aspirantov i molodyh uchenyh*, iss 17, pp. 93–98 (In Russian).
7. STM32F407VE – High-performance foundation line, Arm Cortex-M4 core with DSP and FPU, 512 Kbytes of Flash memory, 168 MHz CPU, ART Accelerator, Ethernet, FSMC. URL: <https://www.st.com/en/microcontrollers-microprocessors/stm32f407ve.html> (accessed 24 April 2025).
8. *PID – zakon regulirovaniya [PID control law]*. URL: <https://www.termodat.ru/pdf/pid.pdf> (accessed 24 April 2025) (In Russian).
9. Institute of Electrical and Electronics Engineers (2019), IEEE Std 754-2019: IEEE Standard for Floating-Point Arithmetic, IEEE, New York, USA.
10. Ivashchenko, N. N. (1978), *Avtomaticheskoe regulirovanie. Teoriya i elementy sistem [Automatic control: Theory and system elements]*, M.: Mashinostroenie (In Russian).

Исследование воздействия ультразвука на воздушные пузырьки в растворах NaCl

В. А. Галишевский^a, М. О. Кучинский^{a,b}, К. А. Рыбкин^{a,b}, Т. П. Любимова^{a,b},
А. Д. Садовникова^{a,b}

^aПермский государственный национальный исследовательский университет,
614068, Пермь, ул. Букирева, 15, ifonlyheknow@yandex.ru

^bИнститут механики сплошных сред УрО РАН,
614013, Пермь, ул. Академика Королева, 1, anastasiia3006@mail.ru

Настоящее исследование направлено на изучение влияния ультразвуковой обработки на процессы образования воздушных пузырьков в водных растворах хлорида натрия. В ходе экспериментов с растворами различной концентрации было установлено, что параметры генерируемых мембранным методом пузырьков (их распределение по размеру и количеству) поддаются регулированию. Эксперименты показали, что применение ультразвука способствовало уменьшению средних размеров пузырьков.

Ключевые слова: ультразвук; NaCl; воздушные пузырьки

Investigation of the effect of ultrasound on air bubbles in NaCl solutions

V. A. Galishevskiy^a, M. O. Kuchinskiy^{a,b}, K. A. Rybkin^{a,b}, T. P. Lyubimova^{a,b},
A. D. Sadovnikova^{a,b}

^aPerm State University, 15 Bukireva St., 614068, Perm, ifonlyheknow@yandex.ru

^bInstitute of Continuous Media Mechanics UB RAS,
1 Academician Korolev St., 614013, Perm, anastasiia3006@mail.ru

The present study is aimed at studying the effect of ultrasonic treatment on the formation of air bubbles in aqueous solutions of sodium chloride. During experiments with solutions of various concentrations, it was found that the parameters of the bubbles generated by the membrane method (their distribution by size and quantity) can be regulated. Experiments have shown that the use of ultrasound led to reduction the average size of the bubbles.

Keywords: ultrasound; NaCl; air bubbles

Введение

Поведение парогазовых пузырьков в жидкостях под действием ультразвука исследуется на протяжении многих десятилетий [1–3], что связано с рядом акустических эффектов, возникающих в многофазных средах. Использование ультразвука в жидких средах может приводить к образованию неоднородного поля давления. В этом случае большое влияние на поведение включений в жидкости оказывают гидродинамические силы, которые могут приводить к дрейфу и их перераспределению в объеме. Силы, оказывающие такое воздействие на систему, принято называть силами акустического излучения.

Силы акустического излучения разделяют на два типа: первичные силы, действие которых испытывают отдельные частицы, и вторичные силы, способствующие межчастичным взаимодействиям. Известно, что первичные силы заставляют включения мигрировать в акустическом поле или собираться в определенных областях за счет возникающего градиента давления от звуковых волн, тогда как вторичные силы заставляют их притягивать или отталкивать друг друга, а иногда образовывать устойчивые кластеры.

Как правило, изменение концентрации растворенных в жидкости веществ (электролитов, поверхностно-активных веществ) оказывает непосредственное влияние на поверхностное натяжение, плотность, проводящую способность, дзета-потенциал и вносит существенный вклад в динамику воздушных пузырьков в таких системах [4–7].

Так, в работе [8] исследовано влияние концентрации ПАВ sodium dodecyl sulfate (SDS) и соли NaCl на размер и стабилизацию воздушных пузырьков, генерируемых с помощью гомогенизатора, в растворе жидкости. Найдено, что при добавлении относительно небольшого количества NaCl в раствор SDS происходит уменьшение среднего диаметра генерируемых пузырьков; с помощью исследования дзета-потенциала на поверхности воздушных пузырьков показано, что ионы NaCl позволяют создать более плотную оболочку пузырька. Несмотря на большое количество работ по данной теме, существующие результаты исследований влияния соли на воздушные пузырьки весьма противоречивы, а значит наблюдаемые эффекты требуют дальнейшего изучения [9].

Целью настоящей работы является экспериментальное исследование влияния концентрации NaCl на пузырьки, генерируемые с помощью мелкодисперсной мембраны, а также изучение эффектов, возникающих под действием ультразвука, в такой системе.

Описание экспериментальной установки и методика обработки результатов измерений

Экспериментальная установка (рис. 1а) включала в себя кювету, которая была изготовлена из акрила толщиной 3 мм (рис. 1а, 1). Для генерации пузырьков применялись кварцевая ультрафильтрационная мембрана (размер пор 0.9–1.4 мкм), водяной насос (рис. 1а, 4), воздушный компрессор (рис. 1а, 3). Насос создавал сдвиговой поток жидкости, срывающий воздушные пузырьки с поверхности мембраны, таким образом происходила их генерация в левой части кюветы, после этого пузырьки попадали под действие УЗ (28 кГц) в центральной части (рис. 1а, 2) и снова вместе с жидкостью - в магистраль насоса. Пузырьки регистрировались с помощью SSD-камеры Basler acA1920-155um (рис. 1а, 6), оснащённой телецентрическим объективом, совместно с контрольным источником света (рис. 1а, 5). На основе данных, полученных в ходе экспериментов (рис. 1б), производилась компьютерная обработка изображений, по результатам которой строились гистограммы распределения пузырьков по размеру (рис. 2а).

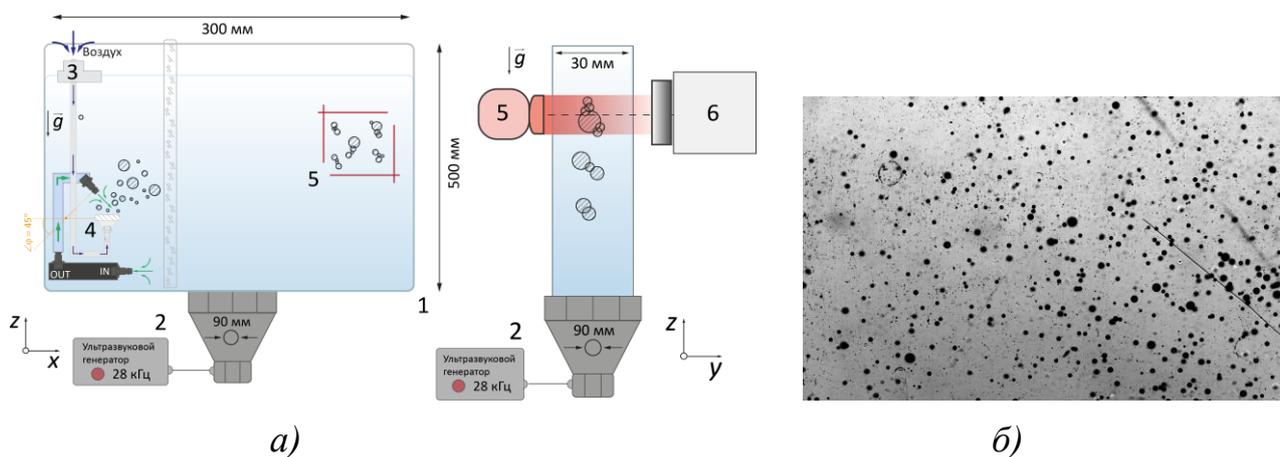


Рис. 1. а) Экспериментальная установка; б) регистрируемое камерой изображение, подвергающееся программной обработке

Для обработки экспериментальных данных использовалась программа, разработанная на языке Python с применением библиотеки компьютерного зрения OpenCV.

Программа включала: этап предварительной фильтрации изображений, пороговой бинаризации, морфологического анализа объектов и статистической обработки результатов (на основе бинаризованных изображений выделяются контуры пузырьков и производится их подсчет), что позволяет получать точные данные о распределении пузырьков по размерам в объеме сонохимического реактора.

Результаты экспериментов

Для изучения размеров и количества генерируемых пузырьков сначала были проведены эксперименты при различных концентрациях NaCl без использования УЗ. На гистограммах, построенных в результате программной обработки данных, зарегистрированных с помощью камеры, видно, что при увеличении концентрации от 0.6 до 5.5 моль/л наблюдается увеличение среднего диаметра пузырьков при одновременном уменьшении их количества (рис. 2). Ярко выраженный пик, соответствующий количеству пузырьков с диаметром 200 мкм, смещается вправо при концентрации, близкой к насыщению. С увеличением концентрации соли повышается поверхностное натяжение жидкости, что способствует генерации крупных пузырьков, так как поверхностное натяжение оказывает стабилизирующее воздействие на возникающие пузырьки.

Затем была проведена серия экспериментов с теми же концентрациями соли при воздействии УЗ. После 2-минутного действия ультразвука производилась съемка, результаты обработки эксперимента представлены на рис. 3. Можно увидеть, что основной пик, соответствующий максимальному значению количества пузырьков, остается неподвижным. При этом существенно уменьшается его высота, так как появляется большое количество мелких пузырьков. Поскольку ультразвук воздействует не только на жидкость, но и на всю систему в целом, генерация пузырьков происходит быстрее: они

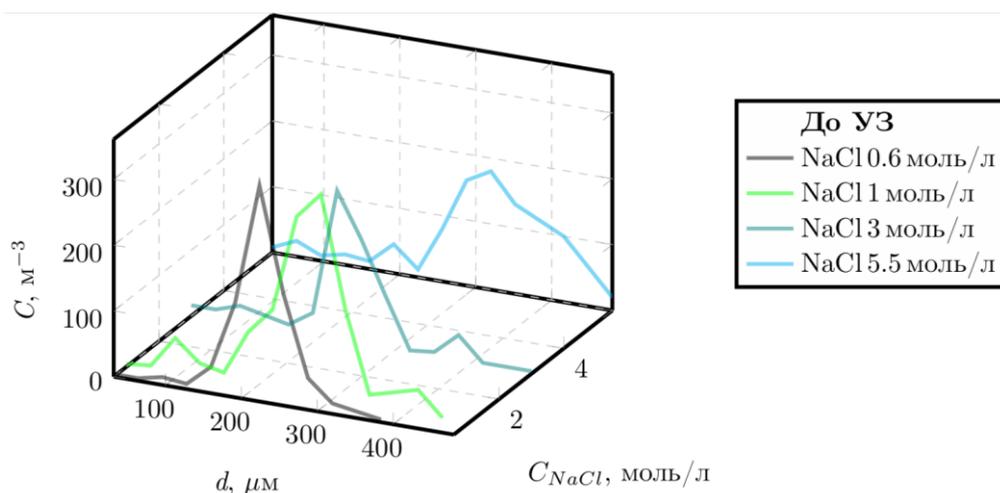


Рис. 2. Распределение воздушных пузырьков в растворе по диаметру при различных концентрациях NaCl до воздействия УЗ

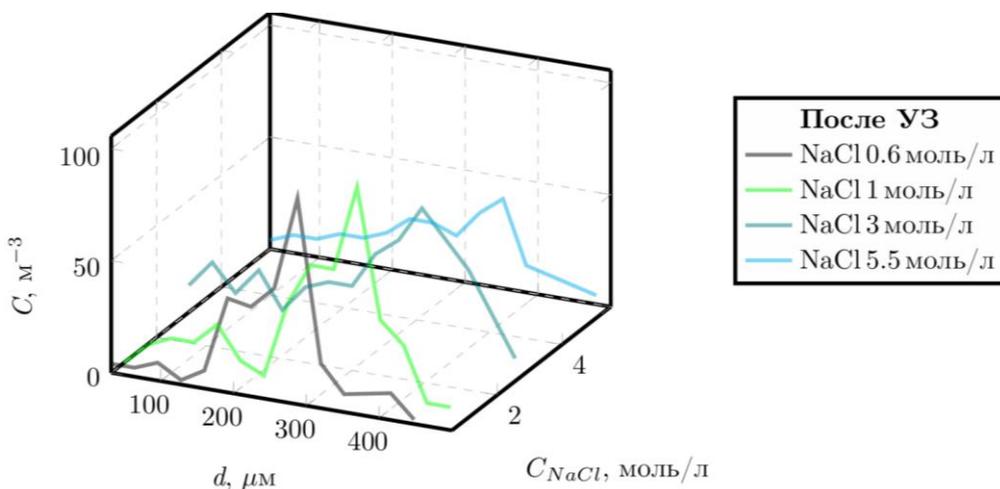


Рис. 3. Распределение воздушных пузырьков в растворе по диаметру при различных концентрациях NaCl после воздействия УЗ

раньше отрываются с поверхности мембраны, чем обусловлено появление пузырьков меньшего размера.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 24-11-00269).

Список литературы

1. Chen Y., Truong V. N. T., Bu X., Xie G. A review of effects and applications of ultrasound in mineral flotation // Ultrasonics Sonochemistry. 2020. Vol. 60. 104739. DOI: [10.1016/j.ultsonch.2019.104739](https://doi.org/10.1016/j.ultsonch.2019.104739). EDN: [YDAHWE](https://www.edn.ru/entry/ydahwe)
2. Gonzalez-Avila S. R., Nguyen D. M., Arunachalam S., Domingues E. M., Mishra H., Ohl C.-D. Mitigating cavitation erosion using biomimetic gas-entrapping microtextured surfaces (GEMS) // Science Advances. 2020. Vol. 6 (13). eaax6192. DOI: [10.1126/sciadv.aax6192](https://doi.org/10.1126/sciadv.aax6192). EDN: [VWWUSS](https://www.edn.ru/entry/vwwuss)

3. Gao K., Liu H., Sun L., Zhang Z. Effect of Gas Input Conditions and Ultrasound on the Dynamic Behavior of Flotation Bubbles // *ACS Omega*. 2022. Vol. 7 (26). P. 22326–22340. DOI: [10.1021/acsomega.2c01162](https://doi.org/10.1021/acsomega.2c01162). EDN: [GRLOXA](#)
4. Liu Q., Zhang Y., Wu Y., Lyu J., Liu Q. Bubble growth in NaCl solution: Influence of superheat temperature and solution concentration // *Industrial & Engineering Chemistry Research*. 2021. Vol. 60 (11). P. 4440–4452. DOI: [10.1021/acs.iecr.0c05251](https://doi.org/10.1021/acs.iecr.0c05251). EDN: [BIOPUN](#)
5. Horn R. G., Del Castillo L. A., Ohnishi S. Coalescence map for bubbles in surfactant-free aqueous electrolyte solutions // *Advances in Colloid and Interface Science*. 2011. Vol. 168 (1-2). P. 85–92. DOI: [10.1016/j.cis.2011.05.006](https://doi.org/10.1016/j.cis.2011.05.006). EDN: [XZHSHL](#)
6. Li M. Fundamental Understanding on the Inception of Hydrodynamic Cavitation and its Generated Microbubbles in Fine Particle Flotation: Ph.D. thesis. University of Alberta, 2022. DOI: [10.7939/r3-0ad6-c824](https://doi.org/10.7939/r3-0ad6-c824)
7. Yang C., Dabros T., Li D., Czarnecki J., Masliyah J. H. A visualizing method for study of micron bubble attachment onto a solid surface under varying physicochemical conditions // *Industrial & Engineering Chemistry Research*. 2000. Vol. 39 (12). P. 4949–4955. DOI: [10.1021/ie000443b](https://doi.org/10.1021/ie000443b)
8. Xu Q., Nakajima M., Ichikawa S., Nakamura N., Roy P., Okadome H., Shiina T. Effects of surfactant and electrolyte concentrations on bubble formation and stabilization // *Journal of Colloid and Interface Science*. 2009. Vol. 332 (1). P. 208–214. DOI: [10.1016/j.jcis.2008.12.044](https://doi.org/10.1016/j.jcis.2008.12.044). EDN: [KPCDIL](#)
9. Lyubimova T., Rybkin K., Fattalov O., Kuchinskiy M., Kozlov M. Investigation of generation and dynamics of microbubbles in the solutions of anionic surfactant (SDS) // *Microgravity Science and Technology*. 2022. Vol. 34 (4). 74. DOI: [10.1007/s12217-022-09977-w](https://doi.org/10.1007/s12217-022-09977-w). EDN: [BHRZCP](#)

References

1. Chen, Y., Truong, V. N. T., Bu, X. and Xie, G. (2020), "A review of effects and applications of ultrasound in mineral flotation", *Ultrasonics Sonochemistry*, vol. 60, 104739, doi: [10.1016/j.ultsonch.2019.104739](https://doi.org/10.1016/j.ultsonch.2019.104739)
2. Gonzalez-Avila, S. R., Nguyen, D. M., Arunachalam, S., Domingues, E. M., Mishra, H. and Ohl, C.-D. (2020), "Mitigating cavitation erosion using biomimetic gas-entrapping microtextured surfaces (GEMS)", *Science Advances*, vol. 6, no. 13, eaax6192, doi: [10.1126/sciadv.aax6192](https://doi.org/10.1126/sciadv.aax6192)
3. Gao, K., Liu, H., Sun, L. and Zhang, Z. (2022), "Effect of gas input conditions and ultrasound on the dynamic behavior of flotation bubbles", *ACS Omega*, vol. 7, no. 26, pp. 22326-22340, doi: [10.1021/acsomega.2c01162](https://doi.org/10.1021/acsomega.2c01162)
4. Liu, Q., Zhang, Y., Wu, Y., Lyu, J. and Liu, Q. (2021), "Bubble growth in NaCl solution: Influence of superheat temperature and solution concentration", *Industrial & Engineering Chemistry Research*, vol. 60, no. 11, pp. 4440–4452, doi: [10.1021/acs.iecr.0c05251](https://doi.org/10.1021/acs.iecr.0c05251)
5. Horn, R. G., Del Castillo, L. A. and Ohnishi, S. (2011), "Coalescence map for bubbles in surfactant-free aqueous electrolyte solutions", *Advances in Colloid and Interface Science*, vol. 168, no. 1–2, pp. 85–92, doi: [10.1016/j.cis.2011.05.006](https://doi.org/10.1016/j.cis.2011.05.006)

6. Li, M. (2022), "Fundamental Understanding on the Inception of Hydrodynamic Cavitation and its Generated Microbubbles in Fine Particle Flotation", *Ph.D. thesis*, University of Alberta, doi: [10.7939/r3-0ad6-c824](https://doi.org/10.7939/r3-0ad6-c824)
7. Yang, C., Dabros, T., Li, D., Czarnecki, J. and Masliyah, J. H. (2000), "A visualizing method for study of micron bubble attachment onto a solid surface under varying physicochemical conditions", *Industrial & Engineering Chemistry Research*, vol. 39, no. 12, pp. 4949–4955, doi: [10.1021/ie000443b](https://doi.org/10.1021/ie000443b)
8. Xu, Q., Nakajima, M., Ichikawa, S., Nakamura, N., Roy, P., Okadome, H. and Shiina, T. (2009), "Effects of surfactant and electrolyte concentrations on bubble formation and stabilization", *Journal of Colloid and Interface Science*, vol. 332, no. 1, pp. 208–214, doi: [10.1016/j.jcis.2008.12.044](https://doi.org/10.1016/j.jcis.2008.12.044)
9. Lyubimova, T., Rybkin, K., Fattalov, O., Kuchinskiy, M. and Kozlov, M. (2022), "Investigation of generation and dynamics of microbubbles in the solutions of anionic surfactant (SDS)", *Microgravity Science and Technology*, vol. 34, no. 4, 74, doi: [10.1007/s12217-022-09977-w](https://doi.org/10.1007/s12217-022-09977-w)

Переходные процессы при переносе кремния в реторте в ходе реализации метода парофазного силицирования углеродных изделий

В. А. Демин, С. А. Игошев

Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614068, Пермь, ул. Букирева, 15, demin@psu.ru

В работе рассматривается физико-математическая модель переноса паров кремния от зеркала расплава к пористому углеродному изделию в условиях среднего вакуума при реализации процесса парофазного силицирования. Используемая модель основывается на подходе, предполагающем перераспределение материнской среды при переносе газообразного кремния в реторте. Описаны переходные процессы переноса атомов газообразного кремния, проходящие между началом процесса испарения и установлением стационарного состояния в системе.

Ключевые слова: силицирование; нестационарное течение; диффузионный и конвективный перенос

Transition processes of silicon transfer in a retort during the implementation of the vapor-phase silicification method for porous carbon products

V. A. Demin, S. A. Igoshev

Perm State University, 15 Bukireva St., 614068, Perm, demin@psu.ru

The paper considers a physical and mathematical model of the silicon vapors transfer from the melt surface to a porous carbon product under conditions of medium vacuum during the implementation of the vapor-phase silicification process. The model is based on an approach that involves the redistribution of the carrying medium during the transfer of gaseous silicon in the retort. The paper presents the transition processes of the transfer of silicon atoms that occur between the beginning of the evaporation process and the set of a stationary state in the system.

Keywords: silicification; unsteady flow; diffusion and convection transfer

Введение

В настоящее время современная техника нуждается в материалах, обладающих особыми свойствами, к которым относятся высокая стойкость к окислению в агрессивных средах, прочность, износостойкость, а также широкий интервал рабочих температур [1–2]. Получение подобных изделий, обладающих такими характеристиками, возможно благодаря придания им композиционных свойств. Примером композиционных сред являются силицированные углерод-углеродные материалы.

В материаловедении под процессом силицирования понимается технология высокотемпературного объемного химико-термического насыщения углеродного волокна кремнием. Одним из крайне эффективных и перспективных методов является парофазный метод силицирования, при котором рабочее пространство заполняется разреженным газом, так что в условиях среднего

вакуума создается возможность заполнения пор исходной углеродной матрицы газообразным кремнием.

Указанный метод является крайне сложным и дорогостоящим процессом. Теоретическое описание представленного метода силицирования может помочь с совершенствованием реального технологического процесса, что в свою очередь может привести к снижению затрат на ресурсы.

Описание модели

Рассматриваемая в работе модель основана на подходе [3], который предполагает несжимаемость газовой смеси и учитывает перераспределение несущей среды, в качестве которой выступает сопутствующий инертный газ аргон. Геометрия задачи изображена на рис. 1 и представляет собой прямоугольную область, на левой границе которой находится вертикально расположенный пористый углеродный материал, подверженный процессу силицирования. На правой границе расположено горизонтальное зеркало расплава, где генерируются атомы кремния. Зеркало расплава находится на расстоянии $2L/3$ от образца и имеет длину $L/3$.

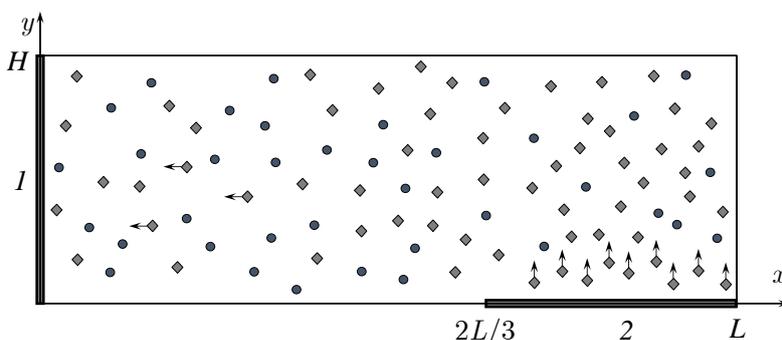


Рис. 1. Геометрия задачи. 1 – пористый образец, 2 – горизонтальное зеркало расплава, ромбики – атомы кремния, кружки – атомы несущей среды (аргон)

Предполагается, что испаряющийся кремний способен оттеснять аргон к образцу, при этом считаем, что общая плотность газовой смеси остается постоянной. Условие неизменности общей плотности газовой смеси подразумевает, что один компонент газа в пространстве компенсируется другим, сохраняя тем самым условие $\rho = \text{const}$. В отношении газовой смеси это является довольно сильным предположением, но оно позволяет существенно упростить решение задачи. На основе данного приближения запишем систему уравнений, полученную в работе [3], в рамках модели, учитывающей возможность перераспределения несущей среды, когда изменение плотности кремния компенсируется изменением плотности аргона:

$$\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + (\mathbf{V} \nabla) \mathbf{V} = RT \left(\frac{\mu_k - \mu_a}{\mu_a \mu_k} \right) \nabla C + \nu \Delta \mathbf{V},$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} + (\mathbf{V} \nabla) C = D \Delta C.$$

Здесь V – вектор среднemasсовой скорости потока газовой смеси, R – универсальная газовая постоянная, T – значение абсолютной температуры, μ_a и μ_k – молярные массы аргона и кремния соответственно, C – массовая концентрация кремния, ν – кинематическая вязкость, D – коэффициент диффузии. Рассматривая задачу в двумерной постановке, введем следующие обозначения для компонент среднemasсовой скорости: $V_x = u$, $V_y = w$:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + w \frac{\partial u}{\partial y} = RT \left(\frac{\mu_k - \mu_a}{\mu_a \mu_k} \right) \frac{\partial C}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right), \quad (1)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + w \frac{\partial w}{\partial y} = RT \left(\frac{\mu_k - \mu_a}{\mu_a \mu_k} \right) \frac{\partial C}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right), \quad (2)$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u \frac{\partial C}{\partial x} + w \frac{\partial C}{\partial y} = D \left(\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} \right). \quad (3)$$

Представленная система дифференциальных уравнений (1) – (3) позволяет провести теоретическое описание процесса переноса паров кремния от зеркала расплава к пористому углеродному изделию с учетом перераспределения несущей среды. Модифицированное уравнение Навье-Стокса является замыкающим к обобщенному уравнению переноса примеси [4] и позволяет вычислить изменение компонент среднemasсовой скорости газовой смеси в каждый момент времени в каждой точке пространства.

Для решения полученной системы уравнений в задаче были использованы определенные граничные условия. Концентрация кремния на зеркале расплава соответствует концентрации насыщенных паров кремния ($C = C_s$) при температуре порядка 1800 К [5–6]. Предполагается, что в момент испарения с поверхности расплава поток имеет только нормальную компоненту, значение которой принималось равным $V_y = 41$ м/с, что вытекает из оценки среднеквадратичной скорости [7], с которой атомы кремния отрываются от поверхности расплава.

На левой границе концентрация кремния принималась равной нулю $C = 0$, что соответствует условию полного поглощения кремния изделием, для x - и y -компонент скорости ставились условия $V_x = 0$, $\partial V_y / \partial x = 0$, т.е. предполагается, что на входе в пористый материал газ тормозится, и дальше компоненты проникают внутрь только за счет диффузии.

На правой, а также верхней и нижней стенках для концентрации кремния ставилось условие непроницаемости $\partial C / \partial n = 0$. Для нормальной компоненты скорости потока ставилось условие непроникновения газа через стенки: $V_n = 0$. Для касательной компоненты скорости рассматривалось два модельных варианта – это либо условие проскальзывания $\partial V_\tau / \partial n = 0$, либо прилипания $V_\tau = 0$. Подобная вариация условий на твердых границах обусловлена числом Кнудсена. Число Кнудсена K_n – это безразмерное число определяемое как отношение средней длины свободного пробега молекулы λ к характерному размеру течения L :

$$K_n = \frac{\lambda}{L}.$$

В данной работе число Кнудсена имеет порядок $K_n \sim 10^{-2}$ и попадает в область значений, где могут быть реализованы различные режимы течения газа, что заставляет рассмотреть варианты прилипания и проскальзывания газа на стенках печи.

Для численного решения поставленной задачи методом конечно-разностной схемы [8] был написан компьютерный код, реализованный на языке программирования C++. Аппроксимация первых производных по пространству вдоль оси x выполнена с использованием схемы с «шагом назад» для обеспечения устойчивости расчетной процедуры. Для аппроксимации первой производной по пространству в направлении оси y и всех вторых производных применялась центральная разностная схема второго порядка точности. Шаг по времени выбирался из соображений устойчивости расчетной процедуры согласно критерию Куранта. Для решения задачи использовалась равномерная прямоугольной сетки, с разбиением пространства на узлы 121:41. Длина расчетной области принималась равной $L = 1.2$ м, высота образца в данной задаче имела значение $H = 0.4$ м, размер зеркала расплава составлял $\Delta = 0.4$ м.

Полученные результаты

В процессе численного решения представленной системы дифференциальных уравнений (1) – (3) в работе были получены данные о распределении концентрации компонент газовой смеси и среднемассовой скорости газового потока. На рис. 2 проиллюстрированы поля концентрации кремния (а) и аргона (б) на момент времени $t = 0.005$ с. Представленные графики соответствуют условиям проскальзывания газа на стенках печи. Можно заметить, что газообразный кремний стремительно распространяется, заполняя практически всю рабочую зону и вытесняя собой атомы аргона.

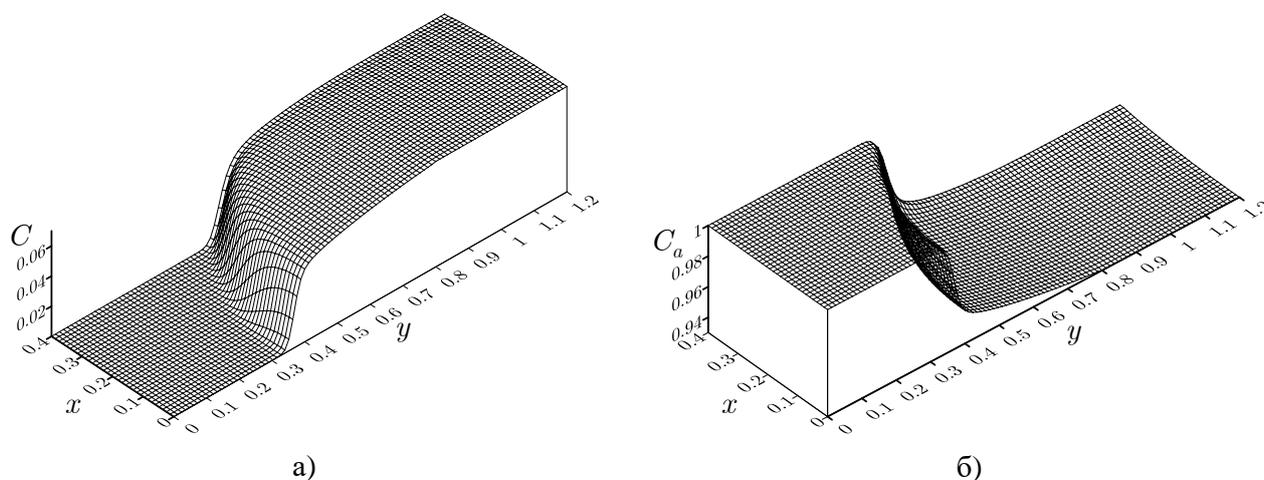


Рис. 2. Поле концентрации кремния (а) и аргона (б) с условиями проскальзывания газа на момент времени $t = 0.005$ с

На рис. 3 показаны поля концентрации кремния (а) и аргона (б) для граничных условий, соответствующих условиям прилипания газа на стенках расчетной области в тот же самый момент времени $t = 0.005$ с. Можно заметить, что аналогично предыдущему случаю газообразный кремний быстро распространяется и заполняет большую часть рабочего пространства печи. Вследствие этого, в реторте происходит процесс оттеснения аргона от источника генерации кремния к образцу. Из рис. 3 также можно заметить, что за счет вязкого трения газа на твердых стенках, профиль представленных полей в сечении плоскости XU приобретает слегка выпуклую форму с максимумом скорости в середине течения.

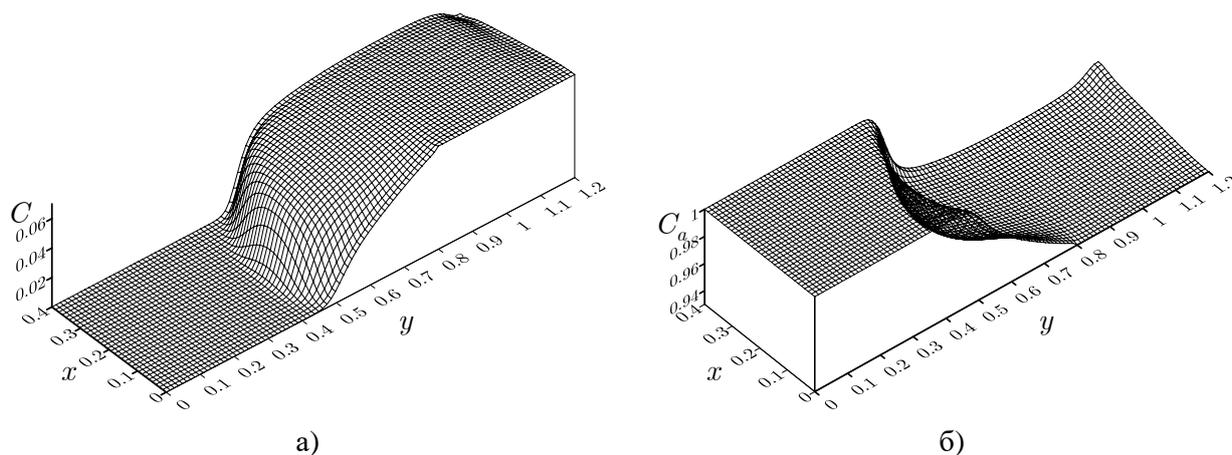


Рис. 3. Поле концентрации кремния (а) и аргона (б) с условиями прилипания газа на момент времени $t = 0.005$ с

По результатам обработки численных данных также были получены векторные поля среднемассовой скорости потока газовой смеси для условий прилипания (а) и условий проскальзывания (б) газа, изображенные на рис. 4.

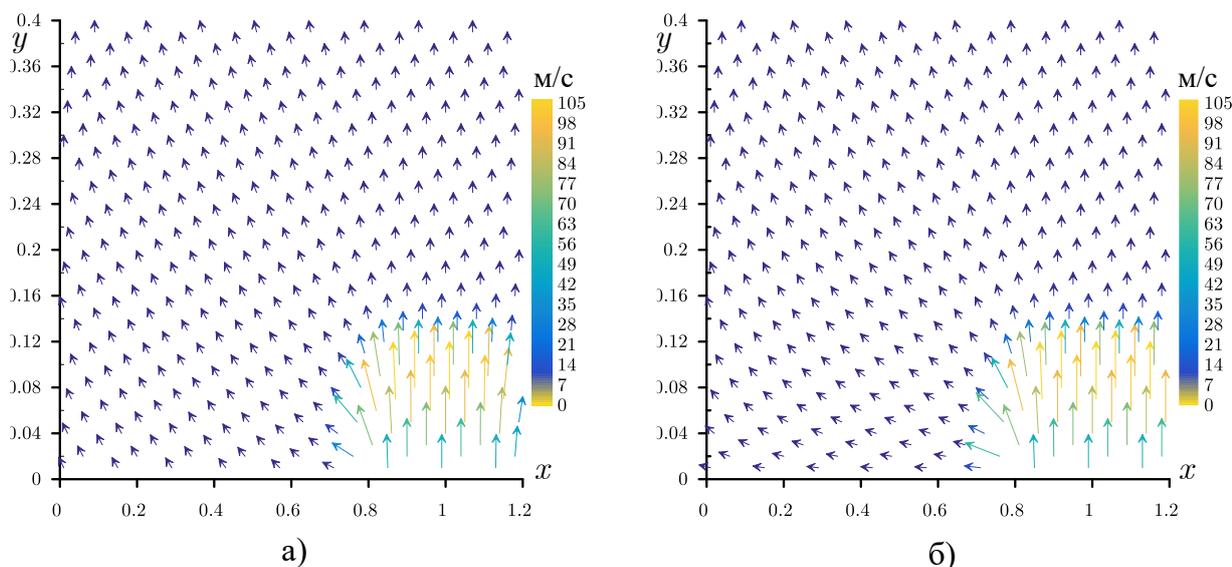


Рис. 4. Двумерное векторное поле среднемассовой скорости потока при $t = 0.001$ с: а) условия прилипания, б) условие проскальзывания

Представленные графические результаты соответствуют начальному этапу процесса испарения кремния в момент времени $t = 0.001$ с. Можно заметить, что пары кремния уже начинают быстро распространяться, вылетая с зеркала расплава и вытесняя молекулы аргона. Максимальная скорость потока для любого из вариантов граничных условий достигает порядка $V \sim 105$ м/с.

На рис. 5 изображены векторные поля скорости потока газа для условий прилипания (а) и условий проскальзывания (б). Представленные графики соответствуют моменту времени $t = 0.005$ с и показывают дальнейшее распространение смеси газов в реторте. Можно заметить, что на проиллюстрированных полях имеется ярко выраженное восходящее движение потока газа над зеркалом расплава, которое постепенно поворачивается в сторону образца. Как показывают расчеты, учет прилипания на горизонтальных границах расчетной области количественно не сильно сказывается на характеристиках течения. Из рис. 5 видно, что разница в максимуме среднemasсовой скорости на данный момент времени составляет не более 7%. Максимальное значение скорости потока достигает значений порядка 160 м/с для условия проскальзывания газа и 150 м/с для условия прилипания.

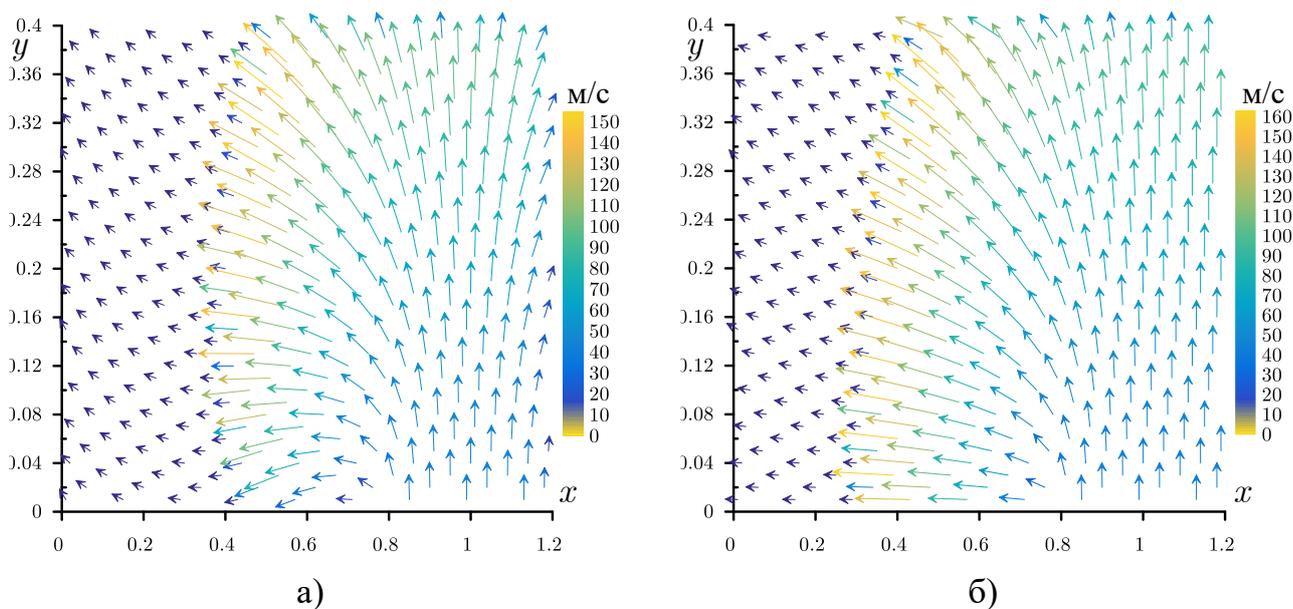


Рис. 5. Двумерное векторное поле среднemasсовой скорости потока при $t = 0.005$ с: а) условия прилипания, б) условие проскальзывания

Заключение

По итогам выполненной работы были получены численные данные о концентрации компонент газовой смеси и ее среднemasсовой скорости в ходе нестационарного течения. В работе визуально продемонстрированы переходные состояния процесса переноса паров кремния в реторте печи и соответствующее отеснение инертного газа от зеркала расплава к пористому углеродному изделию. Представленные результаты качественно подтверждают невероятно быстрое распространение газообразного кремния в ходе технологического процесса высокотемпературного парофазного силицирования и позволяют

проследить за физическими процессами, протекающими в период между началом испарения атомов кремния с зеркала расплава и полностью установившимся в системе стационарным состоянием.

Список литературы

1. Шикунов С. Л., Курлов В. Н. Получение композиционных материалов на основе карбида кремния силицированием углеродных матриц // Журнал технической физики. 2017. Т. 87. Вып. 12. С. 1871–1878. DOI: [10.21883/JTF.2017.12.45212.2291](https://doi.org/10.21883/JTF.2017.12.45212.2291). EDN: [ZVMKPV](https://www.edn.net/ZVMKPV)
2. Гаршин А. П., Кулик В. И., Матвеев С. А., Нилов А. С. Современные технологии получения волокнистоармированных композиционных материалов с керамической огнеупорной матрицей // Новые огнеупоры. 2017. № 4. С. 20–35. DOI: [10.17073/1683-4518-2017-4-20-35](https://doi.org/10.17073/1683-4518-2017-4-20-35). EDN: [ZUERAX](https://www.edn.net/ZUERAX)
3. Демин В. А., Игошев С. А. К вопросу о физико-математической модели высокотемпературного силицирования пористых углеродных изделий // Вестник Пермского университета. Физика. 2024. № 2. С. 56–63. DOI: [10.17072/1994-3598-2024-2-56-63](https://doi.org/10.17072/1994-3598-2024-2-56-63) EDN: [NMDSVI](https://www.edn.net/NMDSVI)
4. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теоретическая физика. Т. 6. Гидродинамика. М.: Наука, 1986. 736 с.
5. Sevastyanov V. G., Nosatenko P. Ya, Gorskii V. V., Ezhov Yu. S. Experimental and theoretical determination of the saturation vapour pressure of silicon in a wide range of temperatures // Russian Journal of Inorganic Chemistry. 2010. Vol. 55 (13). P. 2073–2088. DOI: [10.1134/S0036023610130036](https://doi.org/10.1134/S0036023610130036). EDN: [OBIZGP](https://www.edn.net/OBIZGP)
6. Tomooka T., Shoji Y., Matsui T. High temperature vapor pressure of Si // Journal of the Mass Spectrometry Society of Japan. 1999. Vol. 47 (1). P. 49–53. DOI: <https://doi.org/10.5702/massspec.47.49>
7. Кнаке О., Странский И. Н. Механизм испарения // Успехи физических наук. 1959. Т. 68. Вып. 2. С. 261–305. DOI: [10.3367/UFNr.0068.195906c.0261](https://doi.org/10.3367/UFNr.0068.195906c.0261)
8. Самарский А. А. Теория разностных схем. М.: Наука, 1989. 616 с.

References

1. Shikunov, S. L. and Kurlov, V. N. (2017), “SiC-based composite materials obtained by siliconizing carbon matrices”, *Technical Physics*, Vol. 62 (12), pp. 1869–1876, doi: [10.1134/S1063784217120222](https://doi.org/10.1134/S1063784217120222)
2. Garshin, A. P., Kulik, V. I., Matveev S. A. and Nilov, A. S. (2017), “The state-of-art technologies for the fiberreinforced composition materials with the ceramic refractory matrix”, *Novye Ogneupory (New Refractories)*, no. 4, pp. 20–35 (In Russian), doi: [10.17073/1683-4518-2017-4-20-35](https://doi.org/10.17073/1683-4518-2017-4-20-35)
3. Demin, V. A. and Igoshev, S. A. (2024), “On an extended physical and mathematical model of high-temperature silicification of porous carbon products”, *Bulletin of Perm University. Physics*, no. 2, pp. 56–63 (In Russian), doi: [10.17072//1994-3598-2024-2-56-63](https://doi.org/10.17072//1994-3598-2024-2-56-63)
4. Landau, L. D. and Lifshitz, E. M. (1986), *Course of Theoretical Physics, Fluid Mechanics*, vol. 6, Pergamon, doi: [10.1016/C2013-0-03799-1](https://doi.org/10.1016/C2013-0-03799-1)

5. Sevastyanov, V. G., Nosatenko, P. Ya, Gorskii, V. V. and Ezhov, Yu. S. (2010), “Experimental and theoretical determination of the saturation vapour pressure of silicon in a wide range of temperatures”, *Russian Journal of Inorganic Chemistry*, vol. 55 (13), pp. 2073–2088, doi: [10.1134/S0036023610130036](https://doi.org/10.1134/S0036023610130036)
6. Tomooka, T., Shoji, Y. and Matsui, T. “High temperature vapor pressure of Si” (1999), *Journal of the Mass Spectrometry Society of Japan*, vol. 47 (1), pp. 49–53, doi: <https://doi.org/10.5702/massspec.47.49>
7. Knake, O. and Stranskij, I. N. (1959), “Mekhanizm ispareniya [Evaporation mechanism]”, *Uspekhi fizicheskikh nauk [Soviet Physics Uspekhi]*, vol. 68 (2), pp. 261–305, doi: [10.3367/UFNr.0068.195906c.0261](https://doi.org/10.3367/UFNr.0068.195906c.0261)
8. Samarskij, A. A. (1989), *Teoriya raznostnyh skhem [Theory of difference schemes]*. M.: Nauka.

Собственные колебания газового пузырька на неоднородной подложке

А. В. Долгалев

Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614068, Пермь, ул. Букирева, 15, alexander_dolgalev@mail.ru

В данной работе рассматриваются собственные колебания газового пузырька на подложке и окруженные другой жидкостью. Поверхность подложки предполагается неоднородной, т.е. параметр смачивания является функцией координат поверхности подложки. Скорость движения линии контакта равна произведению параметра смачивания и отклонения краевого угла. В качестве примера был рассмотрен частный случай неоднородности поверхности, но сам метод исследования применим для любой функции непрерывной функции.

Ключевые слова: собственные колебания; газовый пузырек на подложке; динамика линии контакта

Natural oscillations of a gas bubble on a non-uniform substrate

A. V. Dolgalev

Perm State University, 15 Bukireva St., 614068, Perm, alexander_dolgalev@mail.ru

We consider the natural oscillations of a gas bubble on a substrate and surrounded by incompressible liquid in this article. The substrate surface is assumed to be non-uniform, i.e. the wetting parameter is a function of the substrate surface coordinates. The velocity of the contact line is equal to the product of the wetting parameter and the deviation of the contact angle. As an example, we considered a special case of surface non-uniformity, but the research method itself is applicable to any function of a continuous function.

Keywords: natural oscillations; gas bubble on the substrate; dynamics of the contact line

В современной физике и инженерных дисциплинах исследование динамики парогазовых пузырьков в жидких средах представляет значительный научный интерес ввиду их широкого практического применения в различных технологических и биомедицинских областях, включая системы охлаждения, кавитационные и флотационные процессы, ультразвуковую очистку и диагностическую визуализацию [1–12].

Критическим параметром, определяющим динамику таких систем, являются резонансные частоты собственных колебаний газового пузырька, которые зависят от давления газа в пузырьке, формы пузырька и т.д. Кроме того, дополнительную сложность при изучении таких процессов создают внешние силовые поля (гравитационное, вибрационное, тепловое и пр.), наличие твердых стенок или включений (частиц, капель, пузырьков).

При моделировании поведения пузырька на твердой подложке серьезные трудности представляет анализ эволюции трёхфазной контактной линии и сопутствующего изменения краевого угла смачивания [3, 5, 7]. В рамках упрощённой модели предполагается линейная зависимость между скоростью

перемещения контактной линии и величиной отклонения динамического краевого угла от его равновесного значения (как правило, для простоты считают равновесный краевой угол прямым) [3]:

$$\frac{\partial \zeta^*}{\partial t^*} = \Lambda^* \mathbf{n} \nabla \zeta^*, \quad (1)$$

где ζ^* – отклонение поверхности от равновесного положения, Λ^* – феноменологическая постоянная (постоянная Хокинга), \mathbf{n} – вектор нормали к твердой поверхности. Это граничное условие и его модификации использовались в большом числе работ при исследовании различных задач, например, [5, 7, 9, 11, 12].

В данной работе исследуются колебания пузырька на подложке, заполненной невесомым газом с равновесным давлением P_g , в слое несжимаемой жидкости конечной глубины на твердой подложке (рис. 1). В отсутствие внешних воздействий пузырек имеет полусферическую форму с равновесным радиусом R_0^* и краевым углом 90° . На систему действует пульсационное поле давления по закону $A^* \sin(\omega^* t^*)$, где A^* – амплитуда колебаний, ω^* – частота колебаний. Частота пульсаций ω^* сравнима с частотами собственных колебаний полусферического пузырька Ω_{nm}^2 . Амплитуда мала по отношению к равновесному радиусу пузырька $\varepsilon = A^* / R_0^* \ll 1$. Гравитационными силами можно пренебречь, в меру малости размера пузырька, а сила взаимодействия молекул газа с подложкой удерживает пузырек под жидкостью.

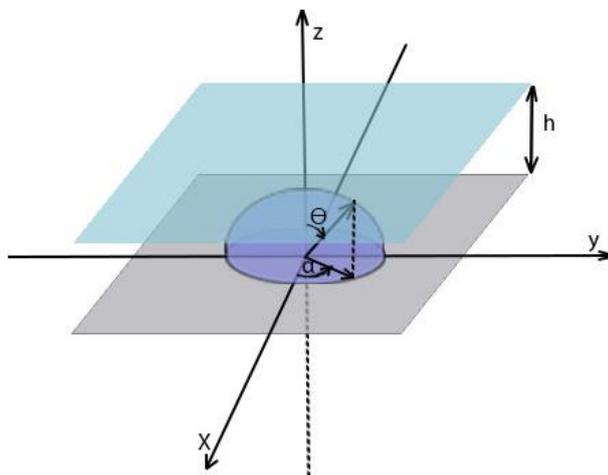


Рис. 1. Геометрия задачи

В отличие от работы [5], будем рассматривать неоднородную поверхность подложки, т.е. параметр смачивания Λ^* (1) является функцией координат плоскости $\Lambda^* = \Lambda^*(x, y)$. Рассматриваются малые колебания, поэтому рассмотрим частный случай неоднородности поверхности $\Lambda(\alpha) = \lambda |\sin(k \cos(\alpha))|$ в безразмерном виде. Здесь k – представляет волновое

число, характеризующее масштаб неоднородности. Отметим, что используемый метод подходит для любого типа неоднородности, которую можно представить в виде аналитической функции и разложить в ряд Фурье. Это связано с граничным условием Хокинга, которое будет нелинейным в случае $\Lambda(\alpha)$ и правую часть которого необходимо раскладывать в ряд Фурье.

Неоднородности подложки создают локальные зоны с разной смачиваемостью, что приводит к неравномерному движению линии контакта. Волновое число k определяет масштаб неоднородности. Малые значения λ соответствуют неподвижной линии контакта, а большие – свободно скользящей. Очевидно, что в случае малого параметра смачивания разницы между однородной и неоднородной подложками нет, т.к. линия контакта неподвижна.

На рисунках 2 – 4 показаны зависимости частоты собственных колебаний и декремента затухания от параметра Хокинга λ для разных значений параметров задачи.

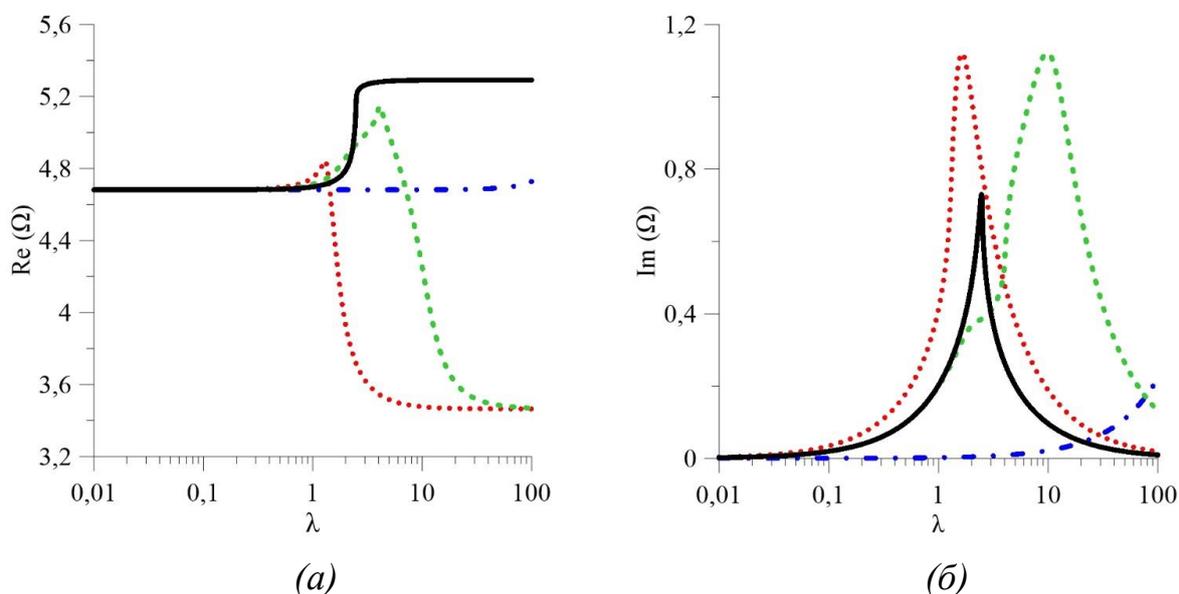


Рис. 2. Зависимость частоты $Re(\Omega)$ (а) и декремента затухания $Im(\Omega)$ (б) осесимметричной моды ($m=0$) от параметра смачивания λ при фиксированном значении давления газа в пузырьке $P_0=30$. Пунктирная линия – однородная подложка, штрихпунктирная линия – $k=0.01$, штриховая линия – $k=1$, сплошная линия – $k=10$

На рисунке 2а построены зависимости частоты объемной моды собственных колебаний от параметра Хокинга для разных значений волнового числа неоднородности k . Малые значения k эффективным образом уменьшают значения параметра Хокинга. При определенном значении параметра смачивания наблюдается резкий скачок частоты колебаний, а затем ее спад. Увеличение амплитуды пика наблюдается при увеличении коэффициента неоднородности. Наибольшая чувствительность к коэффициенту

неоднородности наблюдается при $k=1$, где даже малый рост параметра смачивания приводит к значительным изменениям частоты.

Показано, что в основном частоты собственных колебаний газового пузырька убывают с увеличением параметра Хокинга подобно частотам несжимаемой капли (рис. 3а). Минимальное значение частоты соответствует свободно скользящей линии контакта (постоянный краевой угол). Однако для сжимаемого пузырька частоты объемной моды зависят от давления газа Π_0 , поэтому возможно увеличение частоты с ростом λ в случае близости этой частоты к частоте гармоники колебаний формы (рис. 4а).

Из рисунка 2б видно, что при $k=1$ декремент затухания остается близким к однородной подложке, но смещается вправо к большим значениям параметра Хокинга. В этом случае происходит незначительное уменьшение амплитуды.

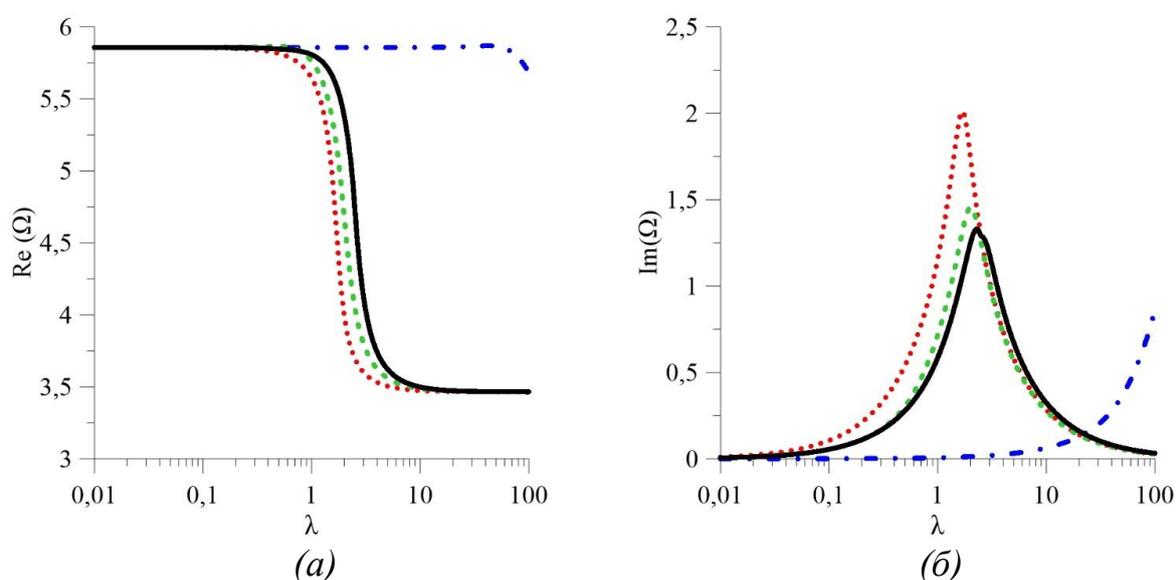


Рис. 3. Зависимость частоты $Re(\Omega)$ (а) и декремента затухания $Im(\Omega)$ (б) азимутальной квадрупольной моды ($m=2$) от параметра смачивания λ при давлении газа в пузырьке $\Pi_0 = 30$. Пунктирная линия – однородная подложка, штрихпунктирная линия – $k = 0.01$, штриховая линия – $k = 1$, сплошная линия – $k = 10$

Декременты затухания имеют локальный максимум и стремятся к нулю в предельных случаях малых и больших значений параметра смачивания. Кроме колебательного (периодического) режима существует еще и монотонный (апериодический) режим. Отметим, что для пузырька (капли) со свободной линией контакта существует только режим гармонических колебаний. Влияние неоднородности приводит к смещению всех зависимостей вправо, в сторону больших значений параметра Хокинга (рис. 2б, рис. 3б).

При фиксированной контактной линии (малые значения параметра λ) для азимутальной моды значения частот превышают частоты, наблюдаемые в случае постоянного краевого угла (большие значения параметра λ). Особенно следует отметить, что при конкретном значении λ коэффициент затухания

достигает своего максимума. Амплитуда пика коэффициента затухания для малого $k = 0.01$ оказывается меньше по сравнению с пиками, соответствующими однородной подложке и $k = 10$.

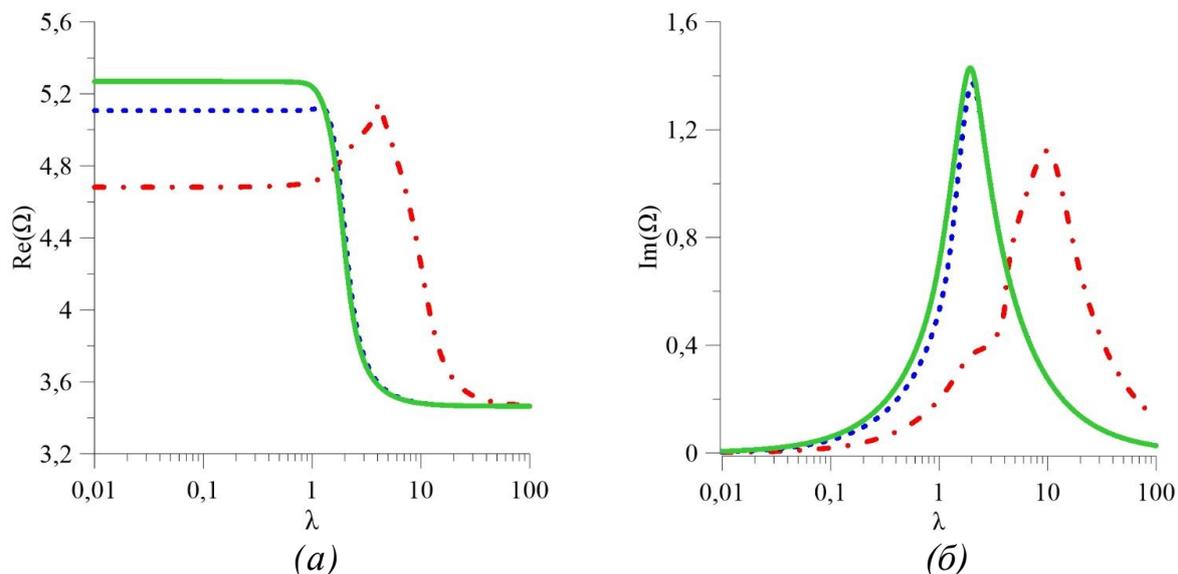


Рис. 4. Зависимость частоты $Re(\Omega)$ и декремента затухания $Im(\Omega)$ осесимметричной моды ($m=0$) от параметра смачивания λ при трех различных значениях давления газа в пузырьке. Штрихпунктирная линия - $\Pi_0 = 30$, штриховая линия - $\Pi_0 = 50$, сплошная линия - $\Pi_0 = 100$. Значение коэффициента неоднородности $k = 1$

Список литературы

1. Де Жен П. Ж. Смачивание: статика и динамика // Успехи физических наук. 1987. Т. 151. Вып. 4. С. 619–681. DOI: [0.3367/UFNr.0151.198704c.0619](https://doi.org/10.3367/UFNr.0151.198704c.0619)
2. Blake J. R., Gibson D. C. Cavitation bubbles near boundaries // Annual Review of Fluid Mechanics. 1987. Vol. 19. P. 99–123. DOI: [10.1146/annurev.fl.19.010187.000531](https://doi.org/10.1146/annurev.fl.19.010187.000531)
3. Hocking L. M. The damping of capillary-gravity waves at a rigid boundary // Journal of Fluid Mechanics. 1987. Vol. 179. P. 253–266. DOI: [10.1017/S0022112087001514](https://doi.org/10.1017/S0022112087001514)
4. Mudde R. F. Gravity-driven bubbly flows // Annual Review of Fluid Mechanics. 2005. Vol. 37. P. 393–423. DOI: [10.1146/annurev.fluid.37.061903.175803](https://doi.org/10.1146/annurev.fluid.37.061903.175803). EDN: [XYHYCG](https://edn.sciencedirect.com/urn:edn:XYHYCG)
5. Shklyaev S, Strauble A. V. Linear oscillations of a compressible hemispherical bubble on a solid substrate // Physics of Fluids. 2008. Vol. 20. 052102. DOI: [10.1063/1.2918728](https://doi.org/10.1063/1.2918728). EDN: [LLJSEL](https://edn.sciencedirect.com/urn:edn:LLJSEL)
6. Matsumoto Y, Takagi S. Surfactant effects on bubble motion and bubbly flows // Annual Review of Fluid Mechanics. 2011. Vol. 43. P. 615–636. DOI: [10.1146/annurev-fluid-122109-160756](https://doi.org/10.1146/annurev-fluid-122109-160756)
7. Алабужев А. А. Поведение цилиндрического пузырька под действием вибраций // Вычислительная механика сплошных сред. 2014. Т. 7. № 2. С. 151–161. DOI: [10.7242/1999-6691/2014.7.2.16](https://doi.org/10.7242/1999-6691/2014.7.2.16). EDN: [SETZDZ](https://edn.sciencedirect.com/urn:edn:SETZDZ)

8. Prosperetti A. Vapor Bubbles // *Annual Review of Fluid Mechanics*. 2017. Vol. 49. P. 221–248. DOI: [10.1146/annurev-fluid-010816-060221](https://doi.org/10.1146/annurev-fluid-010816-060221). EDN: [XZRQHV](#)
9. Kashina M. A., Alabuzhev A. A. The dynamics of oblate drop between heterogeneous plates under alternating electric field // *Microgravity Science and Technology*. 2018. Vol. 30 (1–2). P. 11–17. DOI: [10.1007/s12217-017-9569-2](https://doi.org/10.1007/s12217-017-9569-2). EDN: [LLSCPP](#)
10. Dollet B., Marmottant P., Garbin V. Bubble dynamics in soft and biological matter // *Annual Review of Fluid Mechanics*. 2019. Vol. 51. P. 331–355. DOI: [10.1146/annurev-fluid-010518-040352](https://doi.org/10.1146/annurev-fluid-010518-040352). EDN: [YIUSAE](#)
11. Alabuzhev A. A. Influence of surface properties on axisymmetrical oscillations of a cylindrical bubble // *Interfacial Phenomena and Heat Transfer*. 2019. Vol. 7 (3). P. 255–268. DOI: [10.1615/InterfacPhenomHeatTransfer.2019031147](https://doi.org/10.1615/InterfacPhenomHeatTransfer.2019031147). EDN: [MCKWGE](#)
12. Алабу́жев А. А. О влиянии внутреннего давления на колебания цилиндрического газового пузырька // *Вестник Пермского университета. Физика*. 2020. № 4. С. 51–62. DOI: [10.17072/1994-3598-2020-4-51-62](https://doi.org/10.17072/1994-3598-2020-4-51-62). EDN: [BLVGPI](#)

References

1. De Genn, P. G. (1985), “Wetting: Statics and dynamics”, *Reviews of Modern Physics*, vol. 57, pp. 827–863, doi: [10.1103/RevModPhys.57.827](https://doi.org/10.1103/RevModPhys.57.827)
2. Blake, J. R., Gibson, D. C. (1987), “Cavitation bubbles near boundaries”, *Annual Review of Fluid Mechanics*, vol. 19, pp. 99–123, doi: [10.1146/annurev.fl.19.010187.000531](https://doi.org/10.1146/annurev.fl.19.010187.000531)
3. Hocking, L. M. (1987), “The damping of capillary-gravity waves at a rigid boundary”, *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 179, pp. 253–266, doi: [10.1017/S0022112087001514](https://doi.org/10.1017/S0022112087001514)
4. Mudde, R. F. (2005), “Gravity-driven bubbly flows”, *Annual Review of Fluid Mechanics*, vol. 37, pp. 393–423, doi: [10.1146/annurev.fluid.37.061903.175803](https://doi.org/10.1146/annurev.fluid.37.061903.175803)
5. Shklyaev, S. and Straube, A. V. (2008), “Linear oscillations of a hemispherical bubble on a solid substrate”, *Physics of Fluids*, vol. 20, 052102, doi: [10.1063/1.2918728](https://doi.org/10.1063/1.2918728)
6. Matsumoto, Y. and Takagi, S. (2011), “Surfactant effects on bubble motion and bubbly flows”, *Annual Review of Fluid Mechanics*, vol. 43, pp. 615–636, doi: [10.1146/annurev-fluid-122109-160756](https://doi.org/10.1146/annurev-fluid-122109-160756)
7. Alabuzhev, A. A. (2014), “Behavior of a cylindrical bubble under vibrations”, *Computational Continuum Mechanics*, vol. 7 (2), pp. 151–161 (In Russian), doi: [10.7242/1999-6691/2014.7.2.16](https://doi.org/10.7242/1999-6691/2014.7.2.16)
8. Prosperetti, A. (2017), “Vapor Bubbles”, *Annual Review of Fluid Mechanics*, vol. 49, pp. 221–248, doi: [10.1146/annurev-fluid-010816-060221](https://doi.org/10.1146/annurev-fluid-010816-060221)
9. Kashina, M. A. and Alabuzhev, A. A. (2018), “The dynamics of oblate drop between heterogeneous plates under alternating electric field”, *Microgravity Science and Technology*, vol. 30 (1–2), pp. 11–17, doi: [10.1007/s12217-017-9569-2](https://doi.org/10.1007/s12217-017-9569-2)

10. Dollet, B., Garbin, V. and Marmottant, P. (2019), “Bubble dynamics in soft and biological matter”, *Annual Review of Fluid Mechanics*, vol. 51, pp. 331–355, doi: [10.1146/annurev-fluid-010518-040352](https://doi.org/10.1146/annurev-fluid-010518-040352)
11. Alabuzhev, A. A. (2019), “Influence of surface properties on axisymmetrical oscillations of a cylindrical bubble”, *Interfacial Phenomena and Heat Transfer*, vol. 7 (3), pp. 255–268, doi: [10.1615/InterfacPhenomHeatTransfer.2019031147](https://doi.org/10.1615/InterfacPhenomHeatTransfer.2019031147)
12. Alabuzhev, A. A. (2020), “Effect of the internal pressure on oscillations of a cylindrical gas bubble”, *Bulletin of Perm University. Physics*, no. 4, pp. 51–62 (In Russian), doi: [10.17072/1994-3598-2020-4-51-62](https://doi.org/10.17072/1994-3598-2020-4-51-62)

Континуальная теория ориентационных переходов в жидкокристаллической суспензии углеродных нанотрубок: учет новых вкладов в свободной энергии

М. Д. Жильцов, Д. А. Петров

Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614068, Пермь, ул. Букирева, 15, petrovda@bk.ru

В работе на основе континуальной теории проанализировано воздействие магнитного поля на ориентационную структуру суспензии углеродных нанотрубок в нематическом жидком кристалле. Введен новый член в выражение для плотности свободной энергии системы, учитывающий наличие мягкого сцепления между примесными нанотрубками и жидкокристаллической матрицей, а также магнитные восприимчивости компонентов системы. Показано, что предложенный подход позволяет моделировать как повышение, так и понижение критического магнитного поля перехода Фредерикса.

Ключевые слова: жидкий кристалл; углеродные нанотрубки; ориентационные переходы; суспензия; магнитное поле

Continuum theory of orientation transitions in liquid crystal suspension of carbon nanotubes: accounting for new contributions to free energy

M. D. Zhiltsov, D. A. Petrov

Perm State University, 15 Bukireva St., 614068, Perm, petrovda@bk.ru

Based on the continuum theory, this work analyzes the effect of a magnetic field on the orientational structure of a carbon nanotube suspension in a nematic liquid crystal. A new term is introduced into the expression for the system's free energy density, accounting for the soft coupling between the impurity nanotubes and the liquid crystal matrix, as well as the magnetic susceptibilities of the system's components. It is shown that the proposed approach makes it possible to model both the increase and decrease of the critical magnetic field of the Fréedericksz transition.

Keywords: liquid crystal; carbon nanotubes; orientation transitions; suspension; magnetic field

Жидкие кристаллы (ЖК) представляют собой уникальный класс материалов мягкой материи, сочетающий в себе текучесть обычных жидкостей и анизотропию физических свойств, характерную для твердых кристаллов. Благодаря этой двойственной природе ЖК широко применяются в дисплейной технике, оптоэлектронике, фотонике, в системах доставки лекарств и других высокотехнологичных областях [1]. В связи с этим одной из важных тенденций в данной сфере является поиск и создание новых композитных систем на основе ЖК с заданными оптическими, магнитными и механическими характеристиками.

В настоящей статье развивается теоретический подход, предложенный в работе [2], где в рамках континуальной теории были исследованы индуцированные магнитным полем ориентационные фазовые переходы в

нематическом жидком кристалле (НЖК), допированном углеродными нанотрубками (УНТ). Особенностью исследования является рассмотрение нового вклада в плотность свободной энергии системы, который учитывает дополнительную ориентационную связь УНТ с матрицей ЖК и зависит от внешнего магнитного поля. Полученные результаты позволят глубже понять механизмы ориентационных процессов в таких гибридных системах.

Будем рассматривать плоскопараллельную ячейку толщиной L , заполненную ЖК-суспензией УНТ. Считаем сцепление НЖК со стенками слоя жестким и планарным, а сцепление между ЖК-матрицей с УНТ мягким и планарным. Систему координат выберем с началом в середине слоя, оси x и z направим соответственно параллельно и перпендикулярно границам слоя, а внешнее магнитное поле $\mathbf{H} = (0,0,H)$ – вдоль оси z . (см. рис 1). В этих условиях в отсутствие поля $\mathbf{H} = 0$ директор ЖК \mathbf{n} и директор УНТ \mathbf{m} ориентируются вдоль оси легкого ориентирования $\mathbf{n}_0 = (1,0,0)$, формируя однородную планарную текстуру суспензии.

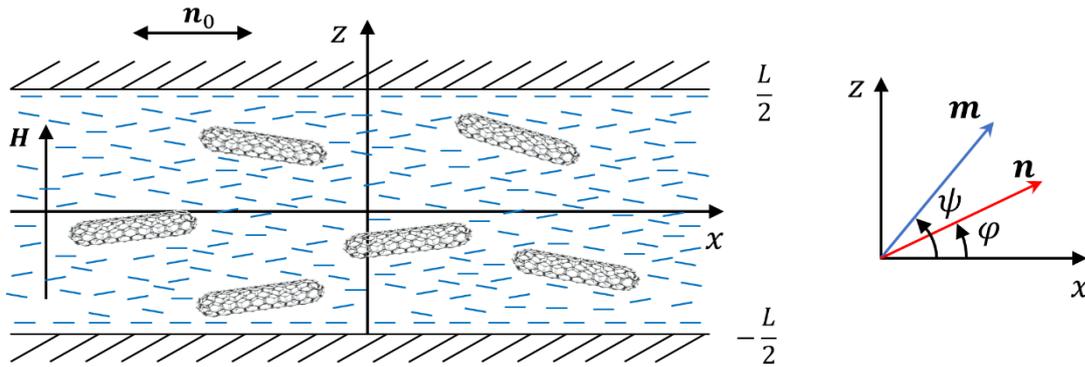


Рис. 1. Ячейка с ЖК-суспензией УНТ в магнитном поле

Континуальный подход к описанию ЖК-суспензий УНТ был предложен ранее в работе [2]. Он основывается на функционале свободной энергии

$$F = \int F_V dV. \quad (1)$$

где определены следующие вклады в плотность свободной энергии:

$$F_V = F_1 + F_2 + F_3 + F_4 + F_5,$$

$$F_1 = \frac{1}{2} [K_{11}(\nabla \cdot \mathbf{n})^2 + K_{22}(\mathbf{n} \cdot \nabla \times \mathbf{n})^2 + K_{33}(\mathbf{n} \times \nabla \times \mathbf{n})^2];$$

$$F_2 = -\frac{1}{2} \chi_a (\mathbf{nH})^2; \quad F_3 = -\frac{1}{2} \chi_a^p f(\mathbf{mH})^2;$$

$$F_4 = -\frac{Wf}{d} (\mathbf{nm})^2; \quad F_5 = \xi f(\mathbf{nH})(\mathbf{mH})(\mathbf{nm}). \quad (2)$$

Здесь первое слагаемое F_1 представляет собой потенциал Франка для НЖК, а K_{ii} – модули ориентационной упругости. Второе слагаемое F_2 учитывает

магнитную энергию нематика в поле, где $\chi_a > 0$ – анизотропия диамагнитной восприимчивости матрицы; Вклад F_3 аналогичен F_2 и учитывает энергию взаимодействия УНТ с полем, где $\chi_a^p > 0$ – анизотропия диамагнитной восприимчивости УНТ; f – объемная доля УНТ в суспензии. За ориентационную связь между примесными нанотрубками и нематиком отвечает вклад F_4 , в котором W – поверхностная плотность энергии сцепления молекул ЖК с поверхностью УНТ; d – поперечный диаметр УНТ. Симметрия задачи допускает существование дополнительного нового полевого вклада F_5 , где ξ является материальным параметром и может быть как положительным, так и отрицательным. Этот вклад квадратичен по магнитному полю \mathbf{H} , а также инвариантен относительно замены как \mathbf{n} на $-\mathbf{n}$, так и \mathbf{m} на $-\mathbf{m}$.

Для рассматриваемой геометрии (см. рис. 1) директоры ЖК и УНТ можно представить в следующем виде:

$$\mathbf{n} = [\cos \varphi(z), 0, \sin \varphi(z)], \quad \mathbf{m} = [\cos \psi(z), 0, \sin \psi(z)], \quad (3)$$

где $\varphi(z)$ и $\psi(z)$ – углы отклонения директоров НЖК и УНТ от оси легкого ориентирования $\mathbf{n}_0 = (1,0,0)$ соответственно.

Задачу удобно решать в безразмерном виде. В качестве единицы длины выберем толщину слоя L и определим безразмерные величины: координату $\tilde{z} = z/L$ и напряженность магнитного поля $h = HL\sqrt{\chi_a/K_{11}}$. Далее определим безразмерные параметры суспензии:

$$k = \frac{K_{33}}{K_{11}}, \quad \gamma = \frac{\chi_a^p}{\chi_a} f, \quad \sigma = \frac{Wf}{dK_{11}} L^2, \quad \kappa = \frac{\xi K_{11}}{\chi_a} f. \quad (4)$$

Параметр γ показывает, какой из двух квадрупольных ориентационных механизмов преобладает в суспензии. При $\gamma > 1$ деформация ориентационной структуры вызвана преимущественно за счет УНТ, а при $\gamma < 1$ – за счет ЖК. Параметр σ – безразмерная энергия сцепления ЖК и частиц, а безразмерный коэффициент κ может иметь любой знак.

Для безразмерной свободной энергии ($\tilde{F} = F_V L / (K_{11} S)$, где S – площадь поверхности плоскостей, ограничивающих слой) с учетом (3) и (4) получим

$$\begin{aligned} \tilde{F} = \int_{-1/2}^{1/2} \left[\frac{1}{2} K(\varphi) \left(\frac{\partial \varphi}{\partial \tilde{z}} \right)^2 - \frac{1}{2} h^2 \sin^2 \varphi - \frac{1}{2} \gamma h^2 \sin^2 \psi - \right. \\ \left. - \sigma \cos^2(\varphi - \psi) + \kappa h^2 \sin \varphi \sin \psi \cos(\varphi - \psi) \right] d\tilde{z}. \quad (5) \end{aligned}$$

Минимизация этого функционала относительно $\varphi(\tilde{z})$ и $\psi(\tilde{z})$ приводит к следующей системе уравнений ориентационного равновесия суспензии:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \frac{\partial K(\varphi)}{\partial \tilde{z}} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial \tilde{z}} \right)^2 + K(\varphi) \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \tilde{z}^2} + \frac{1}{2} (1 - \kappa) h^2 \sin 2\varphi + \\ + \frac{1}{2} (\kappa h^2 - 2\sigma) \sin 2(\varphi - \psi) = 0, \quad (6) \end{aligned}$$

$$\frac{1}{2}(\gamma - \kappa)h^2 \sin 2\psi + \frac{1}{2}(2\sigma - \kappa h^2) \sin 2(\varphi - \psi) = 0. \quad (7)$$

Рассмотрим подробнее возможные решения этой системы уравнений. Первое решение $\varphi(\tilde{z}) = \psi(\tilde{z}) = 0$ отвечает начальному однородному состоянию с планарной текстурой ($\mathbf{n} \parallel \mathbf{m} \parallel \mathbf{n}_0 \perp \mathbf{H}$). Схематическое изображение этого состояния, которое будем называть планарной фазой (PN), представлено на рис. 2а. Второе решение соответствует неоднородному решению, где $\varphi = \varphi(\tilde{z})$, $\psi = \psi(\tilde{z})$, и отвечает угловой фазе (AN), в которой угол между векторами \mathbf{n} и \mathbf{m} отличен от нуля (рис. 2б).

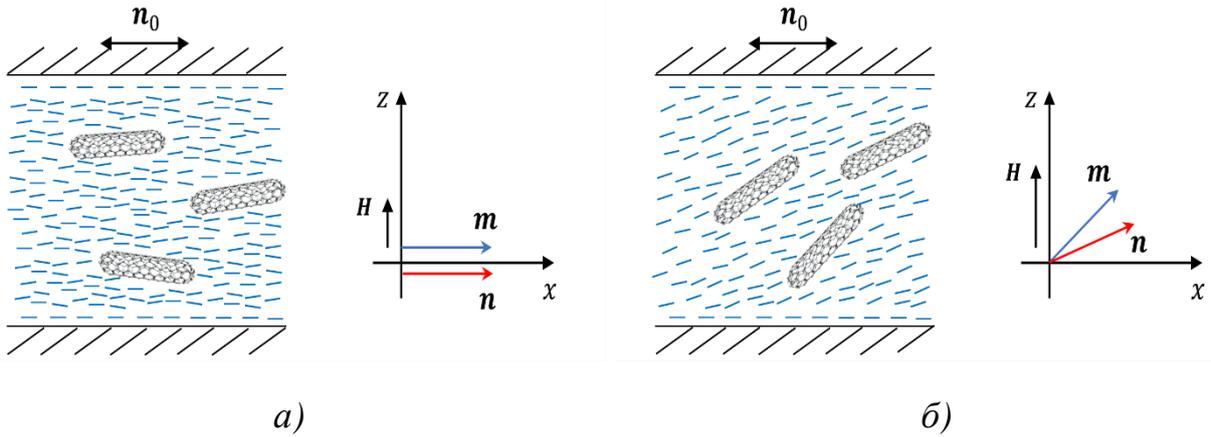


Рис. 2. Ориентационные состояния суспензии в магнитном поле:
а) однородная планарная фаза; б) неоднородная угловая фаза

Обсудим влияние приложенного внешнего магнитного поля на ориентационную структуру суспензии. Начальное однородное состояние является устойчивым в магнитных полях, не превышающих некоторое пороговое значение h_c . При $h > h_c$ происходит переход Фредерикса в угловую фазу с искажениями ориентационной структуры.

Далее определим пороговое поле h_c для перехода Фредерикса в рассматриваемой жидкокристаллической суспензии УНТ. Следуя методу, который описан в работе [2], получим выражение

$$\sigma = \frac{h_c^2[\gamma\pi^2 + h_c^2(\kappa^2 - \gamma)]}{2[\pi^2 - h_c^2(2\kappa - \gamma - 1)]}. \quad (8)$$

На рис. 3 представлены результаты табулирования функции (8) в виде зависимости поля перехода Фредерикса h_c от энергии сцепления σ для $\kappa = 0.1$, 0 и 0.1 при $\gamma = 0.2$. Сплошным линиям на рис. 3 отвечают устойчивые решения, а пунктирным – неустойчивые решения, штриховая линия соответствует полю перехода Фредерикса в чистом нематике $h_c^{LC} = \pi$.

Из рис. 3 видно, что с ростом энергии сцепления σ порог перехода Фредерикса смещается в область высоких магнитных полей. Случай $\kappa = 0$ (рис. 3 б), когда не учитывается новый вклад F_5 в свободную энергию (1), был ранее исследован в работе [2]. Из рис. 3 видно, что переход Фредерикса при $\kappa < 0$ (рис. 3а) происходит в меньших полях, а при $\kappa > 0$ (рис. 3в) – больших

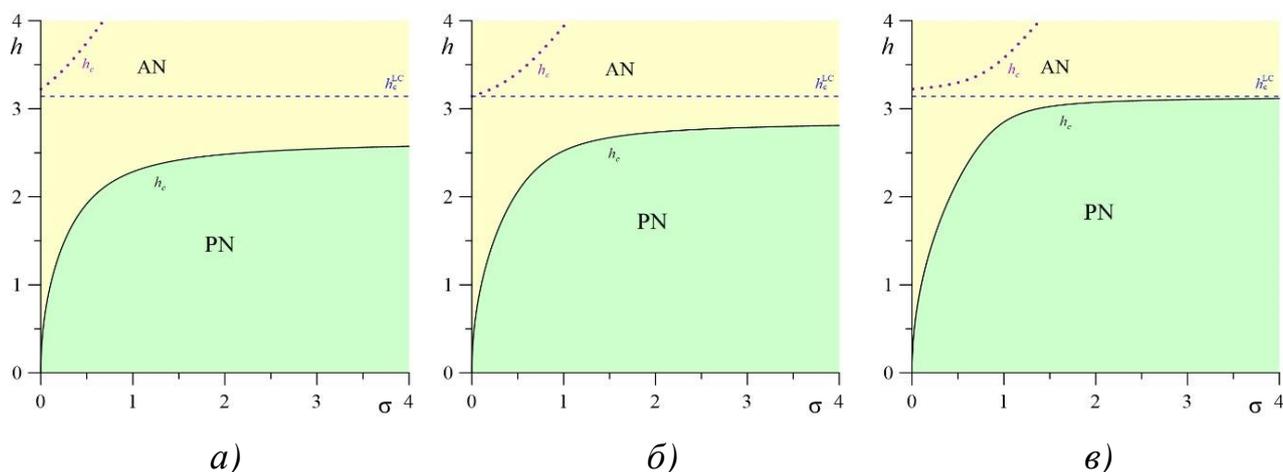


Рис. 3. Поле Фредерикса h_c как функция энергии сцепления σ для $\gamma = 0.2$ и разных значений параметра κ : а) $\kappa = -0.1$; б) $\kappa = 0$; в) $\kappa = 0.1$

полях по сравнению со случаем $\kappa = 0$ (рис. 3б). Важно отметить, что во всех представленных случаях поле перехода Фредерикса не превышает значения, отвечающего беспримесному НЖК.

Список литературы

1. Guardia J., Reina J. A., Giamberini M., Montane X. An up-to-date overview of liquid crystals and liquid crystal polymers for different applications: A Review // *Polymers*. 2024. Vol. 16 (16). 2293. DOI: [10.3390/polym16162293](https://doi.org/10.3390/polym16162293). EDN: [CEHKGU](https://www.edn.net/CEHKGU)
2. Petrov D. A., Skokov P. K., Zakhlevnykh A. N., Makarov D. V. Magnetic segregation effect in liquid crystals doped with carbon nanotubes // *Beilstein Journal of Nanotechnology*. 2019. Vol. 10 (1). P. 1464–1474. DOI: [10.3762/bjnano.10.145](https://doi.org/10.3762/bjnano.10.145). EDN: [HWLDAH](https://www.edn.net/HWLDAH)

References

1. Guardia, J., Reina, J. A., Giamberini, M. and Montane, X. (2024), “An up-to-date overview of liquid crystals and liquid crystal polymers for different applications: A Review”, *Polymers*, vol. 16 (16), 2293, doi: [10.3390/polym16162293](https://doi.org/10.3390/polym16162293)
2. Petrov, D. A., Skokov, P. K., Zakhlevnykh, A. N. and Makarov, D. V. (2019), “Magnetic segregation effect in liquid crystals doped with carbon nanotubes”, *Beilstein Journal of Nanotechnology*, vol. 10 (1), pp. 1464–1474, doi: [10.3762/bjnano.10.145](https://doi.org/10.3762/bjnano.10.145)

Волны электронной плотности в гидродинамическом режиме

Е. И. Ковычева, К. Б. Циберкин

Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614068, Пермь, ул. Букирева, 15, ekaterinakovycheva@yandex.ru

Рассматривается движение электронов в проводнике в постоянном электрическом поле при условиях реализации гидродинамического режима (эффекта Гуржи), когда движение может быть описано уравнением типа Дарси–Бринкмана. Расчеты проводятся с учетом нелинейного слагаемого, вследствие чего система уравнений гидродинамики электронов приводится к уравнению типа Кортвега-де-Фриза с неоднородностью. Приведены решения уравнения с подобранной неоднородностью, а также с расчетом неоднородности с помощью разложения уравнений до высоких порядков.

Ключевые слова: гидродинамика электронов; эффект Гуржи; уравнение Кортвега-де-Фриза

Nonstationary one-dimensional electron flows in hydrodynamic mode

E. I. Kovycheva, K. B. Tsiberkin

Perm State University, 15 Bukireva St., 614068, Perm, ekaterinakovycheva@yandex.ru

In this paper, we consider the motion of electrons in a constant electric field in a certain temperature range, when the motion can be described by an equation of the Darcy–Brinkman type. The calculations are carried out taking into account the nonlinear term. Consequently, the system of equations of electron hydrodynamics is reduced to an equation of the Korteweg-de-Vries type with heterogeneity. Solutions of the equation with the selected heterogeneity are given, as well as with the calculation of the heterogeneity using the expansion of the equations to high orders.

Keywords: electron hydrodynamics; Gurzhi effect; Korteweg-de-Vries equation

Введение

Эффект Гуржи – это явление уменьшения электронного сопротивления R проводника конечных размеров с повышением его температуры, противоречащее типичному поведению материала. Повышение качества кристалла и понижение его температуры переводит электронный транспорт в баллистический режим. Но баллистическое приближение перестает работать, если взаимодействие электронов становится достаточно сильным. В этом случае электроны эффективно обмениваются импульсами, а их движение становится похожим на поток жидкости. При этом длина свободного пробега частиц должна быть такой, чтобы наиболее вероятными стали столкновения электронов между собой, а не со стенками или фононами, распространяющиеся в кристаллической решётке (рис. 1) [1]. При таких условиях движение электронов эффективно описывается уравнениями гидродинамики типа Дарси–Бринкмана [2–4].

Длительное время после теоретического предсказания проявления эффекта Гуржи не удавалось обнаружить ввиду необходимости создания высокочистого материала с низкой плотностью дефектов. Развитие технологий, в том числе создание двумерных материалов, позволило в последние годы получить прямые экспериментальные свидетельства существования гидродинамического режима

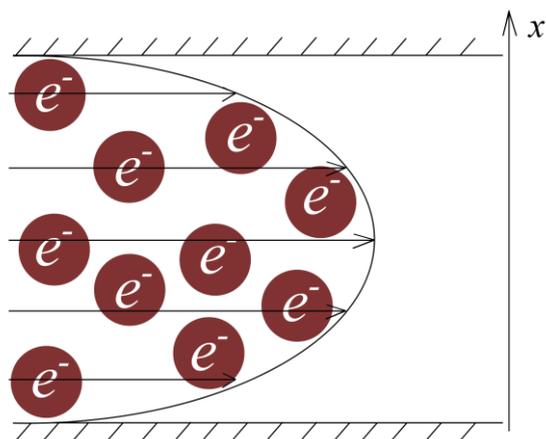


Рис. 1. Схематическое изображение течения Пуазейля при гидродинамическом транспорте электронов

протекания тока вплоть до генерации вихрей при особой конфигурации проводника [2, 3, 5, 6].

Остаётся открытым вопрос об условиях устойчивости описанного течения. В нашей предыдущей работе было рассмотрено влияние вязкости и переменного электрического поля в простейших случаях течения электронной жидкости. Также была проанализирована устойчивость стационарного режима [7]. В данной работе рассмотрены нелинейные эффекты и возмущения плотности в системе с гидродинамическим движением электронов.

Уравнение Навье-Стокса

В настоящей работе используется формулировка гидродинамической модели, описанная в [8]. В стандартной форме закон Ома:

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}, \quad (1)$$

где σ – проводимость, E – напряженность электрического поля, и \mathbf{J} – объёмная плотность тока, которая может быть переписана в терминах средней скорости дрейфа электронов:

$$\mathbf{J} = Ne\mathbf{v}, \quad (2)$$

где N – концентрация, e – заряд, \mathbf{v} – скорость.

В нестационарном гидродинамическом режиме закон Ома дополняется релаксационным членом теории Друде, а также вязкими силами. С учетом силы Лоренца, уравнение движения электронов принимает следующий вид:

$$Nm \frac{d\mathbf{v}}{dt} + \mathbf{F} + \nabla p = Ne(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) - N \frac{m}{\tau} \mathbf{v}, \quad (3)$$

где N – объёмная концентрация электронов. Это модифицированное уравнение Навье–Стокса [4, 9]. Второе слагаемое в левой части описывает силу трения. Третье слагаемое слева – аналог гидродинамического давления, первое слагаемое справа – закон Ома. Последнее слагаемое в правой части – слагаемое

Дарси – взаимодействие электронов с решеткой с характерным временем релаксации τ .

Сила трения расписывается следующим образом:

$$\mathbf{F} = -\mu \left(\Delta \mathbf{v} + \frac{1}{3} \nabla(\nabla \mathbf{v}) \right), \quad (4)$$

где μ – коэффициент сдвиговой вязкости. Слагаемым $\nabla(\nabla \mathbf{v})/3$ можно пренебречь в пределе несжимаемого течения жидкости. Таким образом, \mathbf{F} включает только слагаемое Навье (Бринкмана).

Простейший вид граничных условий для электронов в вязком режиме эквивалентен условиям прилипания жидкости [1, 8]. Нормальная и тангенциальная компонента скорости стремятся к нулю на твердых границах:

$$v_n = 0, \quad v_{tg} = 0. \quad (5)$$

Соответственно, нормальная и тангенциальная компонента плотности тока также стремятся к нулю на границах:

$$J_n = 0, \quad J_{tg} = 0.$$

Далее анализируется нелинейная задача.

Нелинейная задача

Теперь учтем нелинейные эффекты и возмущения плотности. Модель гидродинамики электронов по структуре подобна уравнениям для ионной плотности плазмы, допускающей существование солитонов и преобразование к уравнению Кортевега-де-Фриза [10]. Для начала запишем систему в проекции на ось y и проведем обезразмеривание:

$$\begin{aligned} \frac{\partial v_y}{\partial t} + v_y \frac{\partial v_y}{\partial y} &= \frac{\mu}{\rho_0} \frac{\partial^2 v_y}{\partial y^2} - \frac{v_y}{\tau} - \frac{e}{m} \nabla \Phi - \frac{\alpha}{\rho_0} \nabla \rho', \\ \frac{\partial \rho'}{\partial t} + v_y \frac{\partial \rho'}{\partial y} + \rho_0 \frac{\partial v_y}{\partial y} &= 0, \\ \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{e}{\varepsilon_0 m} \rho' &= 0. \end{aligned} \quad (6)$$

Последнее слагаемое в первом уравнении системы (6) имеет значение давления, и оно вызывает некоторые сложности в дальнейшем решении системы, т.к. дает неоднородное слагаемое. Возьмем следующие безразмерные параметры:

$$[y] = L, \quad [t] = \frac{L^2}{v}, \quad [v] = \frac{v}{L}, \quad [\Phi] = \frac{mv^2}{eL}, \quad [\rho] = \frac{\rho_0 v^2}{\alpha L}.$$

Получаем безразмерную систему:

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} - v - \frac{\partial \varphi}{\partial y} - \frac{\partial \rho_e}{\partial y},$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} - v \frac{\partial \rho}{\partial y} + \frac{\alpha \tau}{v} \frac{\partial v}{\partial y} = 0,$$

$$\frac{\varepsilon}{a} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \rho_e - \rho_{\text{реш}} = 0.$$

Последнее слагаемое слева в третьем уравнении – плотность заряда в решетке. Ее учет дает корректное написание нелинейной задачи, помогая при дальнейших вычислениях получить тождество. Полученные уравнения допускают решение в виде солитона: $\eta = \varepsilon^{1/2}(x - vt)$, $\tau = \varepsilon^{3/2}t$. Также в последнем уравнении необходимо учесть плотность решетки. Запишем систему с учетом этих преобразований:

$$\varepsilon^2 \frac{\partial v}{\partial \tau} - \varepsilon^2 \frac{\partial v}{\partial \eta} + v \varepsilon^2 \frac{\partial v}{\partial \eta} = \varepsilon \frac{\partial^2 v_y}{\partial \eta^2} - v - \varepsilon^2 \frac{\partial \varphi}{\partial \eta} - \varepsilon^2 \frac{\partial \rho_e}{\partial \eta},$$

$$\varepsilon^2 \frac{\partial \rho}{\partial \tau} - \varepsilon^2 \frac{\partial \rho}{\partial \eta} + \varepsilon^2 \frac{\partial(\rho v)}{\partial \eta} = 0, \quad (7)$$

$$\frac{\varepsilon}{a} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \rho_e - \rho_{\text{реш}} = 0.$$

Теперь воспользуемся методом многих масштабов для нахождения решения системы [11]. Разложим все функции в степенной ряд по малому параметру до 2-го порядка:

$$v = v_0 + \varepsilon v_1 + \varepsilon^2 v_2,$$

$$\Phi = \Phi_0 + \varepsilon \Phi_1 + \varepsilon^2 \Phi_2,$$

$$\rho_e = 1 + \varepsilon R_1 + \varepsilon^2 R_2, \quad (8)$$

$$\rho_{\text{реш}} = 1 + \alpha(\varepsilon \varphi_1 + \varepsilon^2 \frac{\varphi_1}{2} + \varepsilon^2 \varphi_2).$$

Из разложений по степеням ε^1 , $\varepsilon^{3/2}$ исходит равенство $R_1 = \Phi_1 = v_1$ (считаем, что мы избавились от всех безразмерных параметров). Обозначим все эти величины как U . Соберем теперь систему уравнений, пользуясь разложениями для ε^2 , $\varepsilon^{5/2}$:

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} - \frac{\partial v_2}{\partial \eta} = -\frac{\partial \varphi_2}{\partial \eta} - U \frac{\partial U}{\partial \eta} + \frac{\partial R_2}{\partial \eta}; \quad (9)$$

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} - \frac{\partial \Phi_2}{\partial \eta} + \frac{\partial(U \cdot U)}{\partial \eta} + \frac{\partial v_2}{\partial \eta} = 0; \quad (10)$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial \eta^2} + R_2 + \frac{U^2}{2} - \Phi_2 = 0. \quad (11)$$

Из уравнения (11) необходимо выразить величину R_2 и подставить в (10).

Из полученного выражения выразить $\partial v_2 / \partial \eta$ и подставить в (9). После произведенных подстановок получаем уравнение типа Кортевега-де-Фриза:

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} + \frac{1}{2} \frac{\partial^3 U}{\partial \eta^3} + 2 \cdot U \frac{\partial U}{\partial \eta} - \frac{1}{2} \frac{\partial R_2}{\partial \eta} = 0. \quad (12)$$

От стандартного уравнения Кортевега-де-Фриза оно отличается наличием неоднородности – последнее слагаемое в левой части. Оно характеризует возмущения плотности. Уравнение Кортевега-де-Фриза допускает решение в виде солитона, который движется с некоторой скоростью c (не равной скорости света). Это значит, что решение U зависит от переменной $\xi = \eta - c\tau$, а не от величин η и τ в отдельности. Тогда все производные будут братья по одной переменной:

$$-c \frac{\partial U}{\partial \xi} + \frac{1}{2} \frac{\partial^3 U}{\partial \xi^3} + 2 \cdot U \frac{\partial U}{\partial \xi} - \frac{1}{2} \frac{\partial R_3}{\partial \xi} = 0. \quad (13)$$

Добавим к U малое возмущение $U = U + v$. Известное решение стандартного уравнения Кортевега-де-Фриза адаптируется к полученному (14) перемасштабированием коэффициентов [6–7]:

$$U(\xi) = -\frac{3}{2} c \left(\tanh^2 \left(\frac{\sqrt{2c}(\xi_0 - \xi)}{2} \right) - 1 \right). \quad (14)$$

Возьмем неоднородность $R = R_0 \cdot \cosh^2(\xi) / 2$.

Выбрав параметры следующим образом: $R_0 = 10^{-4}$, $\xi_0 = 0$, $c = 1$, с нулевыми начальными условиями получаем график зависимости скорости от переменной ξ (рис. 2).

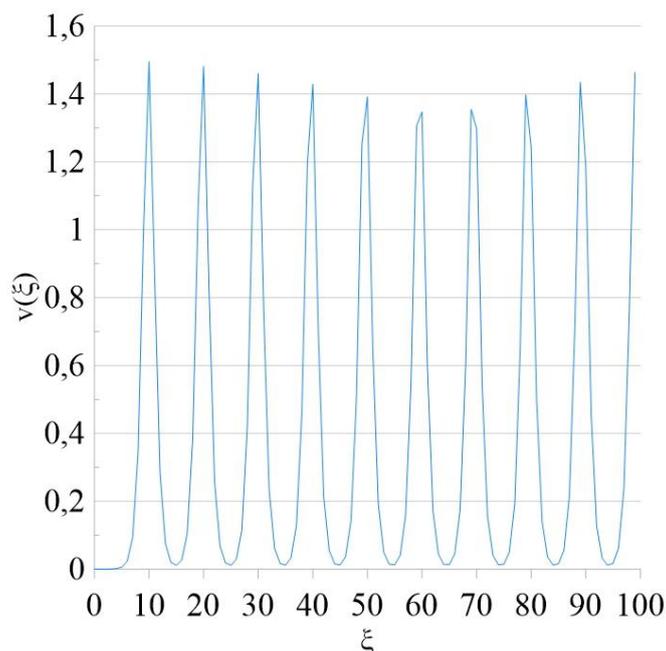


Рис. 2. Зависимость безразмерной скорости от переменной $\xi = \eta - c\tau$

При выборе большого интервала времени счет программы становится неустойчивым. На полученном интервале (рис. 2) видна устойчивая зависимость в виде цепочки солитонов.

Попробуем более точно оценить R_2 . Для этого воспользуемся разложением для более высоких порядков ε^3 , $\varepsilon^{7/2}$:

$$\begin{aligned} v_2 \frac{\partial U}{\partial \xi} + U \frac{\partial v_2}{\partial \xi} - \frac{\partial v_3}{\partial \xi} - c \frac{\partial v_2}{\partial \xi} + \frac{\partial \Phi_3}{\partial \xi} + \frac{\partial R_3}{\partial \xi} &= 0; \\ R_2 \frac{\partial U}{\partial \xi} + U \frac{\partial v_2}{\partial \xi} + U \frac{\partial R_2}{\partial \xi} + v_2 \frac{\partial U}{\partial \xi} - c \frac{\partial R_2}{\partial \xi} + \frac{\partial v_3}{\partial \xi} - \frac{\partial R_3}{\partial \xi} &= 0; \\ -U \Phi_2 + \frac{\partial^2 \Phi_2}{\partial \xi^2} - \Phi_3 + R_3 &= 0. \end{aligned} \quad (15)$$

Для оценки R_2 используем второе выражение. Функциями третьего порядка пренебрежем, поскольку их учет приведет к невозможности окончательного расчета функции второго порядка. Выражение для v_2 возьмем из разложения 2-го порядка:

$$v_2 = -cU + \frac{\partial^2 U}{\partial \xi^2} + U^2,$$

где постоянные обращаются в ноль, т.к. функция на бесконечности не должна иметь ненулевых значений. После всех подстановок получаем следующее выражение для неоднородности:

$$R_2 = \frac{-U^3 + cU^2 - \frac{\partial^2 U}{\partial \xi^2} U}{U - c}, \quad (16)$$

где U нам уже известно. При подстановке полученного выражения для неоднородности в уравнение (13), получаем однородное уравнение для U

$$U(U - c) \frac{\partial^3 U}{\partial \xi^3} + 6 \left(\frac{\partial^2 U}{\partial \xi^2} \frac{c}{6} + U^3 - \left(2c - \frac{1}{6} \right) U^2 - \left(c^2 + \frac{1}{3} c \right) U + \frac{c^2}{6} \right) \frac{\partial U}{\partial \xi} = 0. \quad (17)$$

График полученного выражения приведен на рис. 3. Видно, что теперь получена гармоническая зависимость с постоянной амплитудой колебаний.

Учет нелинейного слагаемого и возмущений плотности в уравнении Навье-Стокса позволил преобразовать уравнения к виду Кортевега-де-Фриза и искать решение в виде солитона. При этом удалось получить устойчивое решение для скорости электронов в виде цепочки солитонов.

Проанализирована нелинейная задача для течения электронной жидкости с помощью приближенных методов решения. Решение с неуточненной неоднородностью дало цепочку солитонов. Уточнение неоднородного слагаемого с помощью разложений более старших порядков дало устойчивую гармоническую зависимость.

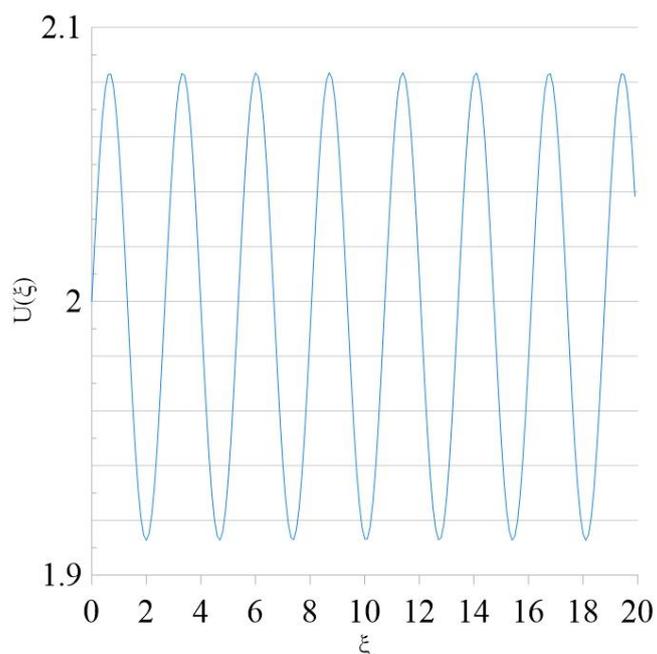


Рис. 3. Зависимость безразмерной скорости от переменной $\xi = \eta - ct$

Заключение

Была рассмотрена задача для течения электронов в гидродинамическом режиме, с учетом нелинейного слагаемого в уравнении Навье-Стокса. С помощью разложения системы в ряд по малому параметру, удалось прийти к одному уравнению типа Кортевега-де-Фриза с неоднородностью. При добавлении малого возмущения скорости и подборе подходящего выражения для неоднородности R_2 , была получена зависимость безразмерной скорости от координат и времени в виде цепочки солитонов. При попытке более точно оценить значение неоднородности R_2 была получена гармоническая зависимость безразмерной скорости от координат и времени.

Список литературы

1. Gurzhi R. N. Minimum of resistance in impurity-free conductors // Journal of Experimental and Theoretical Physics. 1963. Vol. 17 (2). P. 521–522.
2. Shavit M., Shytov A., Falkovich G. Freely flowing currents and electric field expulsion in viscous electronics // Physical Review Letters. 2019. Vol. 123 (2). 026801. DOI: [10.1103/PhysRevLett.123.026801](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.123.026801). EDN: [QMNLZM](https://www.edn.net/QMNLZM)
3. Polini M., Geim A. K. Viscous electron fluids // Physics Today. 2020. Vol. 73 (6). P. 28–34. DOI: [10.1063/pt.3.4497](https://doi.org/10.1063/pt.3.4497). EDN: [NCGIIT](https://www.edn.net/NCGIIT)
4. Nield D. A., Bejan A. Convection in porous media. Cham: Springer, 2017. 988 p. DOI: [10.1007/978-3-319-49562-0](https://doi.org/10.1007/978-3-319-49562-0). EDN: [EKFFNI](https://www.edn.net/EKFFNI)
5. Berdyugin A. I., Xu S. G., Pellegrino F. M. D. et al. Measuring Hall viscosity of graphene's electron fluid // Science. 2019. Vol. 364 (6436). P. 162–165. DOI: [10.1126/science.aau0685](https://doi.org/10.1126/science.aau0685). EDN: [XAXBAF](https://www.edn.net/XAXBAF)

6. *Narozhny B. N.* Hydrodynamic approach to two-dimensional electron systems // *La Rivista del Nuovo Cimento*. 2022. Vol. 45 (10). P. 661–736. DOI: [10.1007/s40766-022-00036-z](https://doi.org/10.1007/s40766-022-00036-z). EDN: [XHZLSR](https://www.edn.net/XHZLSR)
7. *Ковычева Е. И., Циберкин К. Б.* Нестационарные одномерные течения электронов в гидродинамическом режиме // *Вестник Пермского университета. Физика*. 2023. № 4. С. 22–27. DOI: [10.17072/1994-3598-2023-4-22-27](https://doi.org/10.17072/1994-3598-2023-4-22-27). EDN: [ZOSYAY](https://www.edn.net/ZOSYAY)
8. *Jaggi R.* Electron-fluid model for DC size effect // *Journal of Applied Physics*. 1991. Vol. 69 (2). P. 816–820. DOI: [10.1063/1.347315](https://doi.org/10.1063/1.347315)
9. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Теоретическая физика. Т. 6. Гидродинамика. М.: Физматлит, 2001. 736 с.
10. *Полянин А. Д.* Справочник по линейным уравнениям математической физики. М.: Физматлит, 2001. 576 с. EDN: [MVANPN](https://www.edn.net/MVANPN)
11. *Чен Ф.* Введение в физику плазмы. М.: Мир, 1987. 398 с.

References

1. Gurzhi, R. N. 1963, “Minimum of resistance in impurity-free conductors”, *Journal of Experimental and Theoretical Physics*, vol. 17 (2), pp. 521–522.
2. Shavit, M., Shytov, A. and Falkovich, G. (2019), “Freely flowing currents and electric field expulsion in viscous electronics”, *Physical Review Letters*, vol. 123 (2), 026801, doi: [10.1103/PhysRevLett.123.026801](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.123.026801)
3. Polini, M. and Geim, A. K. (2020), “Viscous electron fluids”, *Physics Today*, vol. 73 (6), pp. 28–34, doi: [10.1063/pt.3.4497](https://doi.org/10.1063/pt.3.4497)
4. Nield, D. A. and Bejan, A. (2017), *Convection in porous media*, Cham: Springer, doi: [10.1007/978-3-319-49562-0](https://doi.org/10.1007/978-3-319-49562-0)
5. Berdyugin, A. I., Xu, S. G., Pellegrino, F. M. D. et al. (2019), “Measuring Hall viscosity of graphene’s electron fluid”, *Science*, vol. 364 (6436), pp. 162–165, doi: [10.1126/science.aau0685](https://doi.org/10.1126/science.aau0685)
6. Narozhny, B. N. (2022), “Hydrodynamic approach to two-dimensional electron systems”, *La Rivista del Nuovo Cimento*, vol. 45 (10), pp. 661–736, doi: [10.1007/s40766-022-00036-z](https://doi.org/10.1007/s40766-022-00036-z)
7. Kovycheva, E. I. and Tsiberkin, K. B. (2023), “Nonstationary one-dimensional electron flows in hydrodynamic mode”, *Bulletin of Perm University. Physics*, no. 3, pp. 22–27 (In Russian), doi: [10.17072/1994-3598-2023-4-22-27](https://doi.org/10.17072/1994-3598-2023-4-22-27)
8. Jaggi, R. (1991), “Electron-fluid model for DC size effect”, *Journal of Applied Physics*, vol. 69 (2), pp. 816–820, doi: [10.1063/1.347315](https://doi.org/10.1063/1.347315)
9. Landau, L. D. and Lifshitz, E. M. (1986), *Course of Theoretical Physics, Fluid Mechanics*, vol. 6, Pergamon, doi: [10.1016/C2013-0-03799-1](https://doi.org/10.1016/C2013-0-03799-1)
10. Polyanin, A. D. (2002), *Handbook of linear partial differential equations for engineers and scientists*, Chapman and Hall/CRC, doi: [10.1201/9781420035322](https://doi.org/10.1201/9781420035322)
11. Chen F. F. (2015), *Introduction to Plasma Physics and Controlled Fusion*. Springer Cham, doi: [10.1007/978-3-319-22309-4](https://doi.org/10.1007/978-3-319-22309-4)

Перколяционная модель процесса развития кариеса

А. Д. Лягаев, М. М. Бузмакова

Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614068, Пермь, ул. Букирева, 15, alex.lygaev@gmail.com, mbuzmakova@psu.ru

Настоящая работа посвящена исследованию процесса распространения бактерий внутри микротрещин зуба, ведущего к развитию кариеса, включая вторичный. Впервые разработана перколяционная модель, позволяющая оценить влияние различных факторов на формирование и прогрессирование кариозных поражений. Модель реализована с применением метода Монте-Карло и визуализирована в программном комплексе на языке C#. Результаты работы способствуют расширению понимания влияния особенностей структуры зуба на процесс заражения бактериями. Разработанный программный комплекс дает возможность прогнозирования скорости и направления распространения инфекции, что способствует разработке рекомендаций для пациентов и врачей-стоматологов.

Ключевые слова: математическое и компьютерное моделирование; методы теории перколяции; кариес; вторичный кариес

Percolation model of the caries process

A. D. Lyagaev, M. M. Buzmakova

Perm State University, 15 Bukireva St., 614068, Perm,
alex.lygaev@gmail.com, mbuzmakova@psu.ru

This work is the study of the bacterial spread process inside tooth microcracks, leading to the caries process, including secondary caries. For the first time, the percolation model, which shows the various factors influence on the formation and progression of carious lesions, is proposed. The model is implemented using the Monte Carlo method and visualized in a C# software package. The work results contribute to a broader understanding of the tooth structure influence on the bacterial infection process. The developed software package makes it possible to predict the rate and direction of infection spread, which contributes to the development of recommendations for patients and dentists.

Keywords: mathematical and computer modeling; percolation theory methods; caries; secondary caries

Кариес является одним из наиболее распространенных заболеваний среди населения всех возрастных групп. Несмотря на развитие эффективных методов лечения, масштабы данного заболевания не уменьшаются по ряду причин. И в последние десятилетия стоматология наткнулась на проблему вторичного кариеса, которая является одной из главных причин повторного лечения зубов. Кариес формируется вследствие жизнедеятельности бактерий на поверхности зуба, способствующей формированию органических кислот, которые вызывают деминерализацию и разрушение зубной эмали [1]. Вторичный кариес часто возникает в результате недостаточной герметичности между зубом и реставрационным материалом, она в свою очередь может быть нарушена из-за плохой усадки пломбы или некачественных материалов [2, 3].

В 2021 г. на семьдесят четвертой сессии Всемирная ассамблея здравоохранения приняла резолюцию о гигиене полости рта [4]. Основной рекомендацией в данной резолюции стал переход от традиционного подхода, направленного на лечение уже заболевших зубов, к профилактическому подходу. Таким образом, актуальным является изучение механизмов развития кариеса, в том числе вторичного, для прогноза течения данного заболевания при разных сопутствующих факторах и разработки рекомендаций, предупреждающих его возникновение.

Для исследования развития первичного и вторичного кариеса используются разные подходы [5–13]. Например, в исследовании [5] предложены теоретические прогнозы развития кариеса у детей, основанные на статистических данных. Имитационная модель, позволяющая оценить усугубление начального этапа заболевания, разработана в работе [6]. Экспериментально и теоретически были исследованы факторы, способствующие развитию вторичного кариеса в работах [7–12]. Из теоретических методов можно отметить диффузионную модель, разработанную Шеном в 1985 году, которая используется для количественного описания процесса микроподтекания [13].

Из-за сложности исследования данного процесса в реальных условиях возникает необходимость в моделировании. По особенностям строения структура зуба представляет пористую среду: в эмали при вымывании минералов формируются поры, которые впоследствии создают микротрещины; далее дентин является мягкой и пористой тканью. В связи с этим для моделирования развития кариеса, в том числе вторичного, в полости зуба подходят подходы теории перколяции – теории о движении частиц в неупорядоченных средах. Под неупорядоченной средой представляется структура зуба, а движением частиц – проникновение биопленки по порам зуба. При добавлении различных факторов можно исследовать процесс развития кариеса.

Целью данной работы является построение перколяционной модели распространения биопленки в микротрещинах зуба, способствующее развитию кариеса, в том числе вторичного.

Модель представляет собой смешанную задачу на кубической решетке с линейным размером L . В модели присутствуют разные типы узлов, которые соответствуют ткани зуба, материалу пломбы, зоне возникновения микротрещины, биожидкости и т.п. Модель содержит один тип связи, возникающий между узлами бактерий и пломбы или зуба. Пломба представляет собой закругленный снизу прямоугольник, расположенный в верхней части кубической решетки – зубной ткани. Микротрещины возникают на границе зуба и пломбы с учётом заданной ширины зазора и её случайной вариации. Все типы узлов решетки и их возможные состояния и обозначения представлены ниже в таблице.

Таблица. Типы узлов решетки и их возможные состояния

Тип узла	Код	Цвет визуализации	Описание
Зуб (TOOTH)	0	Белый	Здоровая зубная ткань
Пломба (FILLING)	1	Желтый	Пломбировочный материал
Интерфейс/микротрещина (INTERFACE)	2	Синий	Зазор между пломбой и зубом
Бактерии в свободной зоне (BACTERIA_FREE)	3	Светло-зеленый	Микроорганизмы в области свободного перемещения
Бактерии в микротрещинах (BACTERIA_INTERFACE)	4	Тёмно-зелёный	Микроорганизмы в интерфейсных зонах
Начало разрушения (DAMAGE)	5	Оранжевый	Зуб, поражённый кислотами бактерий
Кариес (CARIES)	6	Красный	Развитый кариозный процесс
Область свободного перемещения (FREE_MOVEMENT)	7	Бежевый	Зона активного движения бактерий
Полость рта (ORAL_CAVITY)	8	Серый	Внешняя среда
Биопленка (BIOFILM)	9	Фиолетовый	Колония бактерий

Моделируется процесс распространения первичного и вторичного кариеса при случайном движении и размножении бактерий в микротрещинах зуба. Представленная модель основана на биологически обоснованных правилах между различными типами узлов.

Предложенная модель представляет собой дискретную динамическую систему и может быть описана следующим образом:

$$M = \langle L, S, N, f, P, A \rangle,$$

где L – трёхмерная решетка размером $N \times N \times N$,

S – конечное множество состояний $S = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$,

N_{26} – окрестность Мура (26 клеток),

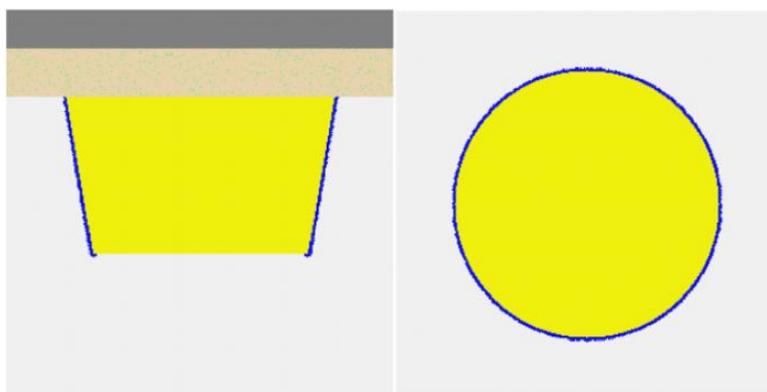
N_6 – окрестность фон Неймана (6 клеток),

f – функция локального перехода $f: S^7 \times S^{27} \times A^7 \times A^{27} \times P \rightarrow S \times A$,

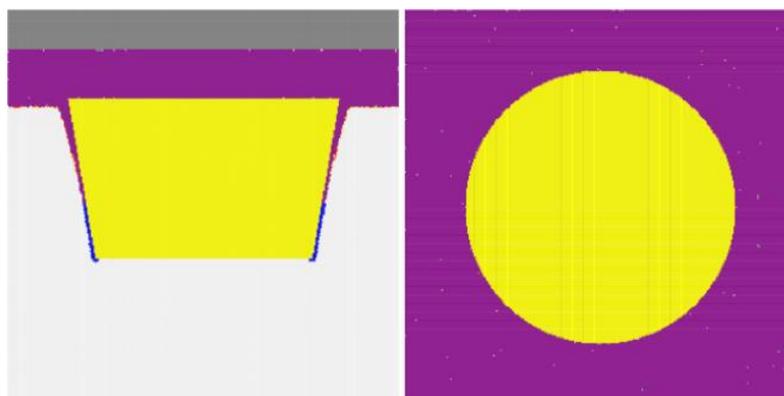
P – множество параметров модели,

A – дополнительные атрибуты узла: уровень кислотности $acidLevel \in [0,1]$, $pH \in [1, 14]$, связи биопленки $Connections$, возраст бактерии Age , скорость движения $Speed$.

Для реализации модели разработаны алгоритмы начального пространственного распределения узлов в кубической решётке, перераспределения узлов по типам согласно вышеописанным факторам модели, а также основной алгоритм моделирования процесса перераспределения узлов по типам в течение времени. В модели узел принимаем за 10 мкм, а итерацию как временной период в 4 часа. Разработана программа с пользовательским интерфейсом на языке программирования «С#» с использованием WPF. Интерфейс состоит из нескольких полей, доступных для заполнения, необходимых для инициализации модели. Кнопок «Инициализировать модель», которая строит начальную систему, «Начать симуляцию», которая запускает процесс моделирования микроподтеканий с заданным интервалом, «Остановить симуляцию», останавливает процесс симуляции, и «Следующая итерация» делает один временной шаг симуляции. Также в меню присутствует выбор направления среза (по X , Y , Z) и его позиции, в зависимости от размерности системы. В интерфейсе представлен блок статистики, по которому можно проводить исследование влияния разных факторов на течение кариеса и возникновение вторичного кариеса. Пример работы программы, в частности начального пространственного распределения узлов в кубической решётке и результат симуляции процесса развития кариеса можно посмотреть на рис. 1, 2.



*Рис. 1. Начальный вид модели малого зазора
вид в срезе по X (слева), вид в срезе по Z (справа)*



*Рис. 2. Результат моделирования малого зазора
вид в срезе по X (слева), вид в срезе по Z (справа)*

Была проведена серия компьютерных экспериментов по исследованию распространения первичного и вторичного кариеса со значениями входных параметрах, обоснованными теоретическими и экспериментальными исследованиями других авторов [14–17]. Во обоих случаях результаты моделирования по степени развития кариеса при различных временных промежутках совпали с результатами натуральных испытаний, что говорит об адекватности и эффективности предложенной модели.

Предложенная перколяционная модель распространения биопленки в микротрещинах зуба, способствующее развитию кариеса, в том числе вторичного может быть использована для получения новых теоретических знаний о влиянии различных факторов на развитие кариеса, в том числе вторичного. Представленный в работе программный комплекс можно использовать для прогнозирования процесса развития кариеса и разработки предупреждающих профилактических и лечебных мероприятий.

Список литературы

1. *Кариес* зубов [Электронный ресурс]. URL: <https://www.medcentrservis.ru/disease/karies-zubov/> (дата обращения: 10.06.2025)
2. *Чаков Л. А., Ладнева Н. Л., Савкина А. А.* Кариес, этиология и методы профилактики // Вестник медицинского института «Реавиз»: реабилитация, врач и здоровье. 2022. № 2 (56). Специальный выпуск. С. 328–329.
3. Вторичный кариес – враг, которого сложно заметить [Электронный ресурс]. URL: <https://dentalway.ru/blog/vtorichnyj-karies-vrag-kotorogo-slozhno-zametit/> (дата обращения :10.06.2025).
4. Гигиена полости рта. Резолюция семьдесят четвертой сессии Всемирной ассамблеи здравоохранения. Пункт 13.2 повестки дня 13.05.2021 года [Электронный ресурс]. URL: https://apps.who.int/gb/ebwha/pdf_files/WHA74/A74_R5-ru.pdf (дата обращения: 10.06.2025).
5. *Скрипкина Г. И., Екимов Е. В., Мацкиева О. В., Гарифуллина А. Ж., Митяева Т. С.* Прогнозирование кариеса – современное направление развития детской профилактической стоматологии // Клиническая стоматология. 2023. № 26 (4). С. 6–11. DOI: [10.37988/1811-153X_2023_4_6](https://doi.org/10.37988/1811-153X_2023_4_6). EDN: [WIHARY](https://www.edn.ru/entry/WIHARY)
6. *Hajłasz M., Mielczarek B.* Simulation model for planning dental caries prevention at the regional level // Proceedings. 2022 Winter Simulation Conference (WSC). Singapore, 2022. P. 1045–1056. DOI: [10.1109/WSC57314.2022.10015522](https://doi.org/10.1109/WSC57314.2022.10015522)
7. *Сериков В. С.* Влияние усадки пломбировочного материала на развитие вторичного кариеса зубов // Региональный вестник. 2020. № 3 (42). С. 12–13. EDN: [ARVLMG](https://www.edn.ru/entry/ARVLMG)
8. *Jokstad A.* Secondary caries and microleakage // Dental Materials. 2016. Vol. 32 (1). P. 11–25. DOI: [10.1016/j.dental.2015.09.006](https://doi.org/10.1016/j.dental.2015.09.006)

9. Taylor S. W., Jaffe P. R. Biofilm growth and the related changes in the physical properties of a porous medium: 1. Experimental investigation // *Water Resources Research*. 1990. Vol. 26 (9). P. 2153–2159. DOI: [10.1029/WR026i009p02153](https://doi.org/10.1029/WR026i009p02153)
10. Bachand W. R., Fraser O. L., Park J. N. The Delicate Balance of Remineralization and Demineralization // *Decisions in Dentistry*. 2022. Vol. 8 (9). P. 32–35 [Электронный ресурс]. URL: <https://decisionsindentistry.com/digital-edition/2022/september.html> (дата обращения: 10.06.2025)
11. Lemos J. A., Palmer S. R., Zeng L. et al. The Biology of Streptococcus mutans // *Gram-Positive Pathogens* Editor(s): V. A. Fischetti, R. P. Novick, J. J. Ferretti, D. A. Portnoy, M. Braunstein, J. I. Rood. Chapter 27. John Wiley & Sons, 2019. DOI: [10.1128/9781683670131.ch27](https://doi.org/10.1128/9781683670131.ch27)
12. Danesh M., Rahimi F. Characterization of biofilm producing Staphylococcus epidermidis strains isolated from patients and healthy people // *Infection Epidemiology and Microbiology*. 2021. Vol. 7 (1). P. 1–15. DOI: [10.52547/iem.7.1.1](https://doi.org/10.52547/iem.7.1.1). EDN: [DUMSIZ](https://edn.rsc.li/DUMSIZ)
13. Cox C. F. Microleakage related to restorative procedures // *Proceedings of the Finnish Dental Society*. 1992. Vol. 88. P. 83–93.
14. Berutti E, Marini R, Angeretti A. Penetration ability of different irrigants into dentinal tubules // *Journal of Endodontics*. 1997. Vol. 23 (12). P. 725–727. DOI: [10.1016/S0099-2399\(97\)80342-1](https://doi.org/10.1016/S0099-2399(97)80342-1)
15. Butail A., Dua P., Mangla R., Saini S., Chauhan A., Rana S. Evaluation of marginal microleakage and depth of penetration of different materials used as pit and fissure sealants: an in vitro study // *International Journal of Clinical Pediatric Dentistry*. 2020. Vol. 13 (1). P. 38–42. DOI: [10.5005/jp-journals-10005-1742](https://doi.org/10.5005/jp-journals-10005-1742). EDN: [OGRCHP](https://edn.rsc.li/OGRCHP)
16. Khvostenko D., Salehi S., Naleway S. E., Hilton T. J., Ferracane J. L., Mitchell J. C., Kruzic J. J. Cyclic mechanical loading promotes bacterial penetration along composite restoration marginal gaps // *Dental Materials*. 2015. Vol 31 (6). P. 702–710. DOI: [10.1016/j.dental.2015.03.011](https://doi.org/10.1016/j.dental.2015.03.011)
17. Amaechi B. T., Abdul Azees P. A., Farah R., Movaghari Pour F., Dillow A. M., Lin C. Y. Evaluation of an artificial mouth for dental caries development // *Microorganisms*. 2023. Vol. 11 (3). 628. DOI: [10.3390/microorganisms11030628](https://doi.org/10.3390/microorganisms11030628) EDN: [YZKJRS](https://edn.rsc.li/YZKJRS)

References

1. Karies zubov [Dental caries]. URL: <https://www.medcentrservis.ru/disease/karies-zubov> (accessed 10 June 2025) (In Russian).
2. Chakov, L. A., Ladneva, N. L. and Savkina, A. A. (2022), “Caries, etiology and methods of prevention“, *Bulletin of the Medical Institute “REAVIZ”: Rehabilitation, Doctor, and Health*, no 2(56), special issue, pp. 328–329. (In Russian).

3. Vtorichnyj karies – vrag, ktorogo slozhno zametit [Secondary caries is an enemy that is difficult to spot]. URL: <https://dentalway.ru/blog/vtorichnyj-karies-vrag-kotorogo-slozhno-zametit> (accessed 10 June 2025) (In Russian).
4. Gigiena polosti rta. Rezolyuciya sem'desyat chetvertoj sessii Vsemirnoj assamblei zdravoohraneniya. Punkt 13.2 povestki dnya 13.05.2021 goda. [Oral hygiene. Resolution of the seventy-fourth session of the World Health Assembly. Item 13.2 of the agenda for 13.05.2021], URL: https://apps.who.int/gb/ebwha/pdf_files/WHA74/A74_R5-ru.pdf (accessed 10 June 2025) (In Russian).
5. Skripkina, G. I., Ekimov, E. V., Matskieva, O. V., Garifullina, A. Zh. and Mityaeva, T. S. (2023), “Caries prediction is a modern direction of development of pediatric preventive dentistry”, *Clinical Dentistry (Russia)*, vol. 26 (4), pp. 6–11 (In Russian), doi: [10.37988/1811-153X_2023_4_6](https://doi.org/10.37988/1811-153X_2023_4_6)
6. Hajłasz, M. and Mielczarek, B. (2022), “Simulation model for planning dental caries prevention at the regional level”, *Proceedings, 2022 Winter Simulation Conference (WSC)*, Singapore, pp. 1045–1056, doi: [10.1109/WSC57314.2022.10015522](https://doi.org/10.1109/WSC57314.2022.10015522)
7. Serikov, V. S. (2020), “The effect of shrinkage of filling material on the development of secondary dental caries”, *Regional'nyj vestnik [Regional Bulletin]*, no 3 (42), pp. 12–13 (In Russian).
8. Jokstad, A. (2016), “Secondary caries and microleakage”, *Dental Materials*, no 32(1), pp. 11–25, doi: [10.1016/j.dental.2015.09.006](https://doi.org/10.1016/j.dental.2015.09.006)
9. Taylor, S. W. and Jaffe, P. R. (1990), “Biofilm growth and the related changes in the physical properties of a porous medium: 1. Experimental investigation“, *Water Resources Research*, vol. 26 (9), pp. 2153–2159, doi: [10.1029/WR026i009p02153](https://doi.org/10.1029/WR026i009p02153)
10. Bachand, W. R., Fraser, O. L. and Park, J. N. (2022), “The Delicate Balance of Remineralization and Demineralization”, *Decisions in Dentistry*, vol. 8 (9), pp. 32–35. URL: <https://decisionsindentistry.com/digital-edition/2022/september.html> (accessed 10 June 2025)
11. Lemos, J. A., Palmer, S. R., Zeng L. et al. (2019), “The Biology of Streptococcus mutans”, *Gram-Positive Pathogens*, Editor(s): V. A. Fischetti, R. P. Novick, J. J. Ferretti, D. A. Portnoy, M. Braunstein, J. I. Rood, chapter 27, John Wiley & Sons, doi: [10.1128/9781683670131.ch27](https://doi.org/10.1128/9781683670131.ch27)
12. Danesh, M. and Rahimi, F. (2021). “Characterization of biofilm producing Staphylococcus epidermidis strains isolated from patients and healthy people”, *Infection Epidemiology and Microbiology*, vol. 7 (1), pp. 1–15, doi: [10.52547/iem.7.1.1](https://doi.org/10.52547/iem.7.1.1)
13. Cox, C. F. (1992), “Microleakage related to restorative procedures”, *Proceedings of the Finnish Dental Society*, vol. 88, pp. 83–93.
14. Berutti, E, Marini, R and Angeretti, A. (1997), “Penetration ability of different irrigants into dentinal tubules”, *Journal of Endodontics*, vol. 23 (12), pp. 725–727. doi: [10.1016/S0099-2399\(97\)80342-1](https://doi.org/10.1016/S0099-2399(97)80342-1)

15. Butail, A., Dua, P., Mangla, R., Saini, S., Chauhan, A. and Rana, S. (2020), “Evaluation of marginal microleakage and depth of penetration of different materials used as pit and fissure sealants: an in vitro study”, *International Journal of Clinical Pediatric Dentistry*, vol. 13 (1), pp. 38–42, doi: [10.5005/jp-journals-10005-1742](https://doi.org/10.5005/jp-journals-10005-1742)
16. Khvostenko, D., Salehi, S., Naleway, S. E., Hilton, T. J., Ferracane, J. L., Mitchell, J. C., and Kruzic, J. J. (2015), “Cyclic mechanical loading promotes bacterial penetration along composite restoration marginal gaps”, *Dental Materials*, vol. 31 (6), pp. 702–712, doi: [10.1016/j.dental.2015.03.011](https://doi.org/10.1016/j.dental.2015.03.011)
17. Amaechi, B. T., Abdul Azees, P. A., Farah, R., Movaghari, Pour, F., Dillow, A. M., Lin, C. Y. (2023), “Evaluation of an artificial mouth for dental caries development”, *Microorganisms*, vol. 11 (3), 628, doi: [10.3390/microorganisms11030628](https://doi.org/10.3390/microorganisms11030628)

Разработка серверной части web-приложения для писателей «Пролог»

П. Ф. Макарова, И. П. Селетков

Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614068, Пермь, ул. Букирева, 15,
makarova-polina59@yandex.ru, iseletkov@gmail.com

В работе показана потребность в разработке программной платформы для писателей с возможностью создания, проработки и публикации литературных произведений. Производится обзор и сравнительный анализ существующих готовых решений, формулируются функциональные требования к такой системе, описываются её архитектура, модель данных предметной области, технологии реализации серверной части и клиент-серверного взаимодействия.

Ключевые слова: web-приложение; django rest framework; python; postgresql; клиент-серверная архитектура

Developing of server side of web application for writers «Prolog»

P. F. Makarova, I. P. Seletkov

Perm State University, 15 Bukireva St., 614068, Perm,
makarova-polina59@yandex.ru, iseletkov@gmail.com

The paper shows the need to develop a software platform for writers with functions of creating, refining and publishing literary works. A review and comparative analysis of existing ready-made solutions is performed, functional requirements for such a system are formulated, its architecture, the domain data model, technologies for implementing the server side and client-server interaction are described.

Keywords: web-application; django rest framework; python; postgresql; client-server architecture

Введение

На сегодняшний день информационные технологии широко используются в различных сферах и активно применяются как в профессиональной, так и в любительской деятельности. Одни из пользователей таких технологий являются писатели, которые всё чаще используют цифровые средства для написания и публикации своих произведений.

Существуют различные программные продукты и онлайн-платформы, ориентированные на авторов текстов. Однако большинство из них разрабатываются за рубежом и предназначены преимущественно для профессиональной аудитории – журналистов, сценаристов и писателей с опытом. Такие решения, как правило, обладают высокой стоимостью и избыточным функционалом, что делает их неудобными или недоступными для начинающих авторов. В то же время приложения, предлагающие инструменты для публикации и работы с аудиторией, часто имеют ограниченный функционал для работы с самим текстом.

Отсутствие отечественных аналогов вынуждает российских пользователей прибегать к использованию зарубежного ПО. Это может представлять определённые риски, связанные с ограничением доступа к иностранным сервисам, а также с возможными угрозами безопасности и конфиденциальности пользовательских данных.

В связи с этим актуальной представляется разработка российского web-приложения, которое объединило бы две ключевые функции: создание и детальную проработку литературных произведений, а также их последующую публикацию на одной платформе. Такое приложение будет ориентировано в первую очередь на писателей-любителей и начинающих авторов, для которых актуален единый инструмент как для создания, так и для публикации произведений.

Целью данного исследования является упрощение и автоматизация процессов создания, публикации произведений для российских авторов, а также повышение качества обратной связи и повышение безопасности в части расположения на российских серверах.

Постановка задачи

Требуется разработать серверную часть web-приложения. Для этого необходимо решить следующие задачи:

1. проанализировать существующие решения для публикации и создания произведений;
2. уточнить функциональный состав;
3. подготовить проект приложения: выбрать технологии, определить структуру базы данных, разработать модель данных;
4. разработать серверную часть web-приложения;
5. протестировать работу программы;
6. разработать эксплуатационную документацию по работе с серверной частью и API;
7. развернуть и опубликовать серверную часть на хостинге для демонстрации или тестирования.

Анализ существующих решений

В сфере литературных произведений существует множество программных продуктов, предоставляющих возможности для создания, публикации и продвижения работ. Как правило, такие решения ориентированы на одну из двух ключевых задач:

- структурирование и проработка текста произведения;
- публикацию и взаимодействие с читателями.

Что бы составить более подробные требования к будущему приложению составлена таблица 1 со сравнением функциональности существующих решений.

Табл. 1. Сравнительный анализ существующих решений

Критерий	Wattpad [1]	Fic Book [2]	АОЗ [3]	Story Plotter [4]	Story Architect [5]
Функциональность:					
Удобство навигации и логичность структуры.	+	++	+	++	++
Работоспособность всех функций и отсутствие ошибок.	+	++	++	++	++
Наличие инструментов для публикации	+	++	+	–	+
Наличие инструментов для разработки истории (сюжета)	–	–	–	++	++
Дизайн:					
Единый стиль оформления, удобочитаемость шрифтов.	++	+	++	++	++
Возможность персонализации интерфейса под предпочтения пользователя.	–	+	+	++	–
Интерактивность:					
Наличие возможности оставлять комментарии и получать отзывы.	++	++	+	–	–
Присутствие онлайн-сообщества или форума.	+	++	–	–	–
Дополнительные функции:					
Инструменты для визуализации (например, карты мира или событий).	–	–	–	+	++
Встроенные справочники (либо для языка, либо для проверки фактов).	–	++	+	++	+
Реклама и монетизация:					
Интеграция рекламы (расположение, формат).	+	++	–	–	–
Система донатов (Авторам произведений).	–	+	–	–	–
Подписки или премиум-услуги.	++	++	–	+	+
Доступность в РФ:					
Возможность совместной работы над текстом	–	++	–	–	–

Основные критерии оценки: "–" – отсутствие, "+" – минимальное наличие, "++" – расширенная функциональность.

По таблице можно сделать вывод, что существует явный разрыв между инструментами анализируемых платформ. Для разработки решения, включающего стороны обеих категорий, в следующем разделе будет более подробно рассмотрена функциональность.

Детализация функционального состава системы

Разрабатываемая система сочетает в себе функции как для подготовки произведения, так и для его публикации. Поэтому при проектировании функционала логично выделить две основные группы возможностей:

- инструменты создания,
- инструменты публикации.

Дополнительно рассматриваются системные и вспомогательные функции, которые не входят напрямую в основные группы, но обеспечивают полноценную работу платформы.

На основе критериев составлен следующий список функциональных требований.

1. Создание произведения:

- создание произведения (редактирование, удаление), управление доступом, добавление детальной характеристики через жанры, теги и т.п;
- создание глав (редактирование, удаление, управление доступом);
- добавление и удаление соавторов;
- создание (редактирование, удаление) ответов на вопросы по произведению;
- создание и изменение сборников, управление доступом;
- создание и изменение персонажей;
- проработка вымышленного мира.

2. Публикация произведения:

- страница произведения после публикации;
- страница отображения содержания и отдельной главы;
- создание/редактирование/удаление комментариев;
- расширенный поиск произведений.

3. Дополнительные функции:

- регистрация/вход;
- профиль пользователя (имя, его произведения, читаемые работы, статистика);
- изменение учётных данных;
- создание шаблонов для написания сюжета ("снежинка" и т.д.).

Выбор инструментария

Для разработки серверной части был выбран Django [6], что обусловлено его удобством, высокой скоростью разработки и наличием встроенных инструментов для работы с базой данных, аутентификацией и административным интерфейсом. Также важным преимуществом являются встроенные механизмы обеспечения безопасности, активное сообщество и качественная документация.

В качестве системы управления базами данных была выбрана PostgreSQL [7], что обусловлено её функциональной гибкостью и высокой степенью адаптивности к различным задачам. PostgreSQL обеспечивает надёжную

интеграцию с Django, что позволяет использовать встроенные средства ORM без необходимости дополнительной настройки.

В качестве архитектурного подхода к организации взаимодействия между клиентской частью (на базе Vue.js) и сервером был выбран REST API. Его реализация выполнена с использованием Django REST Framework [8], предоставляющего удобные средства для создания и поддержки API в рамках приложения на Django.

Проектирование архитектуры системы

Система реализована по принципу клиент-серверной архитектуры с чётким разделением ответственности между компонентами (рисунок 1):

- клиентская часть разработана в рамках другой дипломной работы на фреймворке Vue.js, отправляющее API-запросы;
- серверная часть реализована на фреймворке Django с использованием библиотеки Django REST Framework (DRF), предоставляющей REST API.

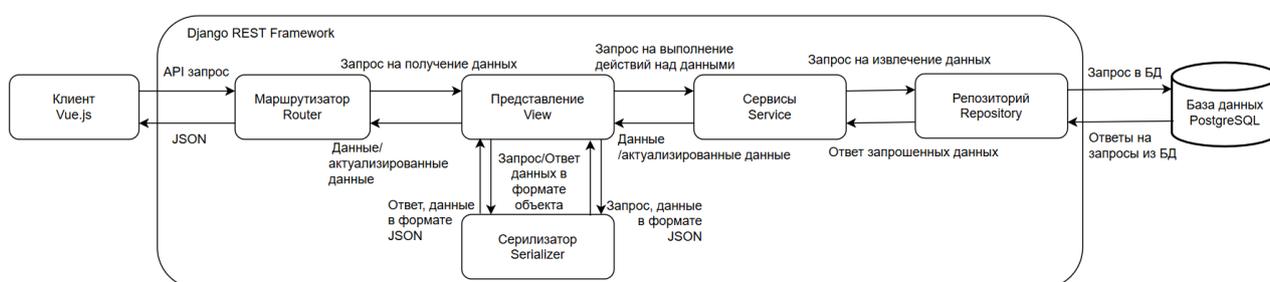


Рис. 1. Архитектура серверной части

Общая схема архитектуры включает следующие компоненты:

- клиент (Vue.js) – отображение пользовательского интерфейса, маршрутизация, отправка HTTP-запросов к серверу и обработка полученных данных;
- REST API (Django REST Framework) – точка входа для всех операций CRUD. Реализует модели, сериализаторы, представления, сервисы, репозитории и URL-маршруты, организует подключение к базе данных;
- база данных (PostgreSQL) – централизованное хранилище данных.

Такая система представляет собой архитектуру, в которой сервер функционирует как чистый API, а клиент полностью управляет визуализацией и пользовательским взаимодействием. Архитектура серверной части построена по принципу модульности, с разделением кода на функциональные Django-приложения, каждое из которых инкапсулирует определённую часть бизнес-логики.

Структура каждого приложения включает следующие ключевые компоненты:

- модели (models.py): Описывают структуру данных и реализуют взаимодействие с базой данных с помощью ORM. Каждая модель соответствует таблице в базе данных;
- репозитории (repositories.py) – инкапсулируют доступ к данным и обеспечивают чистую архитектуру взаимодействия с базой;

- сервисы (services.py) – содержат бизнес-логику, которая должна быть отделена от представлений. Повышают читаемость и повторное использование кода;
- сериализаторы (serializers.py): Отвечают за преобразование объектов модели в JSON-формат или объект. Используются во всех представлениях для чтения и записи данных;
- представления (views.py): Реализуют логику обработки HTTP-запросов;
- маршруты (urls.py): Определяют привязку URL-адресов к конкретным представлениям;
- конфигурационные приложения (apps.py, admin.py, permissions.py): поддерживающие модули для настройки прав доступа, регистрации моделей в административной панели и инициализации приложения.

Функциональные модули серверной части:

- модуль произведений – CRUD-операции для произведений, глав, промежуточных таблиц авторов и читателей;
- модуль пользователей – CRUD-операции для регистрации, аутентификации, управления профилем и комментариями;
- модуль сюжетной проработки – CRUD-операции для персонажей и миров;
- модуль метаданных – CRUD-операции для размера, направления, жанров и т.д., для того что бы охарактеризовать произведения, миры и персонажей.

Логическая модель данных

Для обеспечения структурированного хранения информации и возможности дальнейшего расширения системы разработана логическая модель данных, представленная в виде ER-диаграммы (рисунок 2). Диаграмма описывает основные сущности приложения и связи между ними, отражая ключевые аспекты предметной области платформы для литературных произведений.

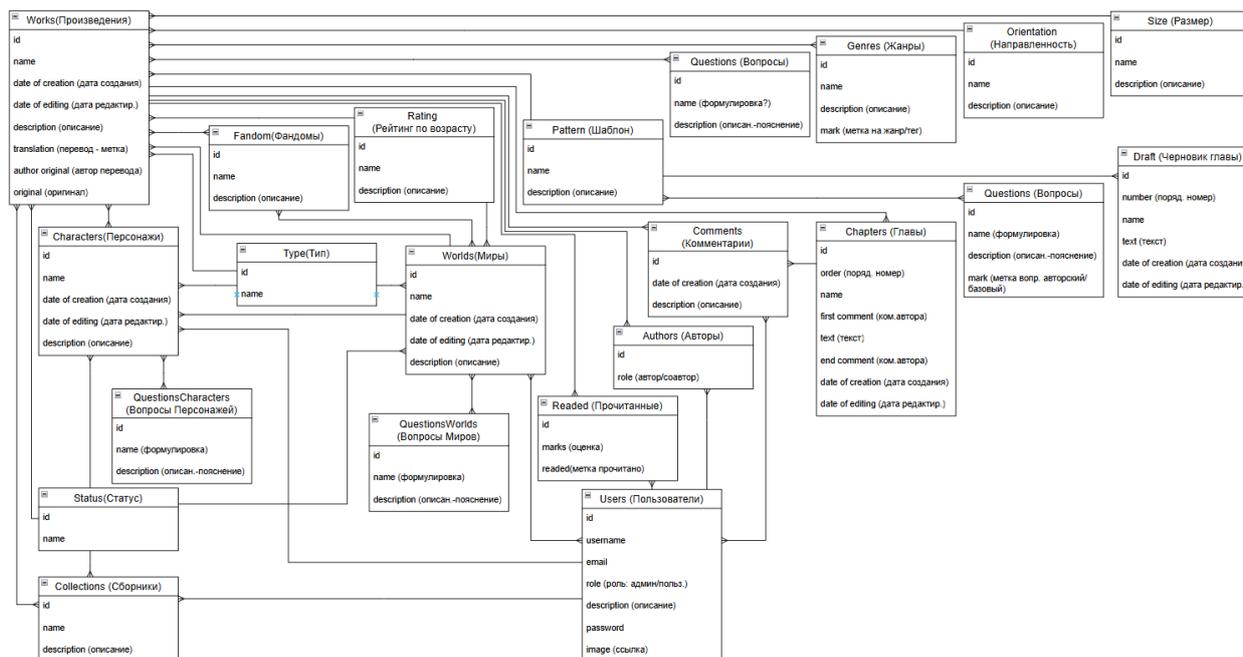


Рис. 2. ER-диаграмма модели данных системы

Архитектура и маршрутизация API

Маршруты сгруппированы по сущностям, над которыми выполняются стандартные CRUD-операции. API поддерживает фильтрацию и сортировку результатов, а также механизм авторизации пользователей посредством JWT-токенов. Для некоторых сущностей реализована вложенная маршрутизация (табл. 2).

Табл. 2. Пример описания основных REST API запросов к списку произведений

HTTP-метод	Маршрут	Действие
Произведения (Works)		
GET	/api/works/	Получить список всех произведений
POST	/api/works/	Создать новое произведение
GET	/api/works/{id}	Получить произведение по id
PUT	/api/works/{id}	Обновить данные по id
DELETE	/api/works/{id}	Удалить произведение по id
Главы (Chapters)		
GET	/api/works/{id}/chapters	Получить список всех глав произведения
POST	/api/works/{id}/chapters	Создать новую главу произведения
GET	/api/works/{id}/chapters/{id}	Получить главу по id
PUT	/api/works/{id}/chapters/{id}	Обновить главу по id
DELETE	/api/works/{id}/chapters/{id}	Удалить главу по id
Ответы на вопросы произведения (Works Questions)		
GET	/api/works/{id}/questions	Получить список всех ответов на вопросы произведения
POST	/api/works/{id}/questions	Создать новый ответ для вопроса произведения
GET	/api/works/{id}/questions/{id}	Получить ответ на вопрос по id
PUT	/api/works/{id}/questions/{id}	Обновить ответ на вопрос по id
DELETE	/api/works/{id}/questions/{id}	Удалить ответ на вопрос по id

Развертывание приложения

Для развёртывания web-приложения выбрана технология контейнеризации – Docker [9], которая позволяет упаковать приложение и все его зависимости в изолированные контейнеры.

Развёртывание включало следующие этапы:

- подготовка конфигурационных файлов (Dockerfile, docker-compose.yml);
- сборка Docker-образов с помощью команды docker-compose build;

- применение миграций базы данных;
- запуск приложения командой `docker-compose up`;
- проверка доступности всех сервисов и выполнение ручного тестирования через web-интерфейс и Postman.

Заключение

Описанная в статье серверная часть web-приложения разработана на Django, настроено и протестировано взаимодействие с клиентской частью на Vue.js, подтверждена работоспособность на сервере <https://prolog.yardtech.ru>.

Список литературы

1. Wattpad [Электронный ресурс]. URL: <https://ru.wikipedia.org/wiki/Wattpad> (дата обращения: 01.11.2025).
2. Книга фанфиков [Электронный ресурс]. URL: https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9A%D0%BD%D0%B8%D0%B3%D0%B0_%D1%84%D0%B0%D0%BD%D1%84%D0%B8%D0%BA%D0%BE%D0%B2 (дата обращения: 01.11.2025).
3. Archive of Our Own. [Электронный ресурс]. URL: https://ru.wikipedia.org/wiki/Archive_of_Our_Own (дата обращения: 06.08.2025).
4. Story Plotter [Электронный ресурс]. URL: <https://storyplotter.net/> (дата обращения: 22.11.2024).
5. Story Architect [Электронный ресурс]. URL: <https://starc.app/> (дата обращения: 01.11.2025).
6. Django [Электронный ресурс]. URL: <https://www.djangoproject.com/> (дата обращения: 22.11.2024).
7. PostgreSQL [Электронный ресурс]. URL: <https://www.postgresql.org/> (дата обращения: 02.12.2024).
8. Django REST Framework [Электронный ресурс]. URL: <https://www.django-rest-framework.org/> (дата обращения: 02.12.2024).
9. Чернышов В. Docker: как развернуть фуллстек-приложение и не поседеть [Электронный ресурс]. URL: <https://habr.com/ru/articles/448094/> (дата обращения: 24.05.2024).

References

1. Wattpad. URL: <https://ru.wikipedia.org/wiki/Wattpad> (accessed 01 November 2025) (In Russian).
2. FicBook. URL: https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9A%D0%BD%D0%B8%D0%B3%D0%B0_%D1%84%D0%B0%D0%BD%D1%84%D0%B8%D0%BA%D0%BE%D0%B2 (accessed 01 November 2025) (In Russian).
3. Archive of Our Own. URL: https://ru.wikipedia.org/wiki/Archive_of_Our_Own (accessed 06 August 2025) (In Russian).
4. Story Plotter. URL: <https://storyplotter.net/> (accessed 22 November 2024).

5. Story Architect. URL: <https://starc.app/> (accessed 01 November 2025).
6. Django. URL: <https://www.djangoproject.com/> (accessed 22 November 2024).
7. PostgreSQL. URL: <https://www.postgresql.org/> (accessed 02 December 2024).
8. Django REST Framework. URL: <https://www.django-rest-framework.org/> (accessed 02 December 2024).
9. Chernyshov V. Docker: how to deploy a full-stack application and stay sane. URL: <https://habr.com/ru/articles/448094/> (accessed 24 May 2024) (In Russian).

О характеристиках ионного пограничного слоя в расплаве бензойной кислоты при протонировании кристалла ниобата лития с нанесенной технологической маской

М. И. Петухов, Д. А. Дудин

Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614068, Пермь, ул. Букирева, 15, geniusmaxp@yandex.ru

В работе представлены результаты численного моделирования диффузии и электромиграции ионов – продуктов реакции протонного обмена в расплаве бензойной кислоты, контактирующей с кристаллом ниобата лития. Рассматривается случай изготовления канального волновода, поэтому на поверхности кристалла имеется технологическая маска, приводящая к возникновению неоднородностей профилей концентрации ионов и электрического потенциала вдоль поверхности кристалла.

Ключевые слова: протонный обмен; численное моделирование; диффузия; электромиграция

On the characteristics of the ion boundary layer in a benzoic acid melt during protonation of a lithium niobate crystal with a deposited technological mask

M. I. Petukhov, D. A. Dudin

Perm State University, 15 Bukireva St., 614068, Perm, geniusmaxp@yandex.ru

The paper presents the results of numerical simulation of diffusion and electromigration of ions – products of the proton exchange reaction in a benzoic acid melt contacting with a lithium niobate crystal. The case of manufacturing a channel waveguide is considered, therefore there is a technological mask on the crystal surface, leading to the occurrence of inhomogeneities in the ion concentration and electric potential profiles along the crystal surface.

Keywords: proton exchange; numerical simulation; diffusion; electromigration

Протонный обмен, как технология создания планарных и канальных волноводов, известен на протяжении нескольких десятков лет [1–3]. В качестве объекта наводороживания обычно выбирают кристаллы ниобата или танталата лития из-за их электрооптических свойств. При контакте с расплавами различных кислот, к примеру, бензойной кислотой, на межфазной поверхности возникает химическая реакция, в результате которой молекулы бензойной кислоты диссоциируют, образуя бензоат-ионы и протоны. Последние проникает в кристалл и замещает ионы лития, которые диффундируют в расплав. Ионы – продукты реакции данного технологического процесса образуют вблизи поверхности кристалла пограничный слой, который ранее был исследован в случае, когда производилось наводороживание однородной поверхности кристалла [4, 5]. В настоящей работе рассматривается более сложный случай, когда на части межфазной поверхности нанесена технологическая маска заданной толщины (рис. 1), препятствующая

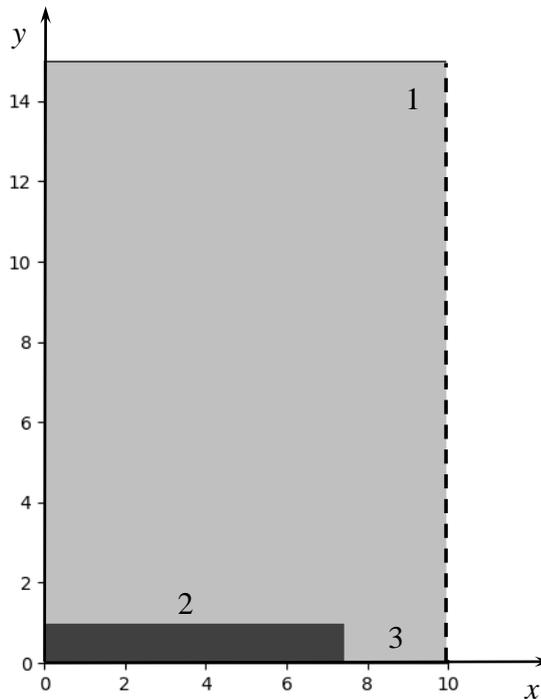


Рис. 1. Геометрия задачи после обезразмеривания. Система координат.
 1 – расплав бензойной кислоты, 2 – технологическая маска,
 3 – протонируемая поверхность

проникновению ионов водорода в кристалл, т.е. моделируется случай создания канального волновода.

Поведение ионов, проникающих в расплав со стороны кристалла, описывается при помощи следующей системы уравнений [5]:

$$\frac{\partial n_{\pm}}{\partial t} = D_{\pm} \Delta n_{\pm} \mp k_{\pm} \nabla (n_{\pm} \mathbf{E}) - k_R n_+ n_-,$$

$$\operatorname{div}(\varepsilon_0 \varepsilon \mathbf{E}) = e(n_+ - n_-), \quad \mathbf{E} = -\nabla \varphi,$$

где \mathbf{E} , φ , n_{\pm} – поля напряженности электрического поля, электрического потенциала, и концентрации положительных и отрицательных ионов. Параметры e , ε_0 , и ε обозначают заряд электрона, электрическую постоянную и диэлектрическую проницаемость. Величины D_{\pm} и k_{\pm} определяют значения коэффициентов диффузии и подвижности соответствующих ионов, а k_R – коэффициент рекомбинации ионов.

Геометрия задачи выбиралась таким образом, чтобы рассмотреть симметричный относительно центра протонируемой поверхности случай. Таким образом, на границе «кристалл – расплав» 3 задавались производные концентрации, определяемые через плотность потока ионов J :

$$\frac{\partial n_{\pm}}{\partial y} = -\frac{J}{D_{\pm}}.$$

Данная граница также служила точкой отсчета для определения электрического потенциала. Вдоль нее потенциал был равен нулю. На остальных границах

производные потенциала и концентрации были равны нулю в следствие отсутствия диффузии и электромиграции ионов через моделируемые твердые границы, а также из-за симметрии задачи.

Задача решалась численно в безразмерных переменных. За единицу измерения расстояния, времени, концентрации и электрического потенциала были выбраны толщина технологической маски h , h^2/D_+ , Jh/D_+ и $eJh^3/\epsilon\epsilon_0D_+$, соответственно. Алгоритм численного решения был реализован на языке программирования C++. В ходе решения использовалась явная конечно-разностная схема со сгущением расчетной сетки вблизи поверхности кристалла. Уравнение Пуассона для нахождения электрического потенциала решалось при помощи схемы Либмана [6]. Для повышения точности схемы применялась многоточечная аппроксимация производных. Во время расчетов использовался следующий набор размерных управляющих параметров: $h = 10^{-6}$ м, $\epsilon = 10$, $k_+ = 1.5 \cdot 10^{-7}$ м²/с·В, $k_- = 2 \cdot 10^{-8}$ м²/с·В, $D_+ = 10^{-8}$ м²/с, $D_- = 10^{-9}$ м²/с, $k_R = 1.5 \cdot 10^{-14}$ м³/с, $J = 10^{18}$ с⁻¹м⁻².

В результате численного моделирования были получены стационарные поля концентраций ионов и электрического потенциала (рис. 2). Время установления составило ~ 0.05 с. Из-за большей подвижности ионы лития успевают отдалиться от поверхности кристалла на гораздо большее расстояние, чем бензоат-ионы. Из-за получаемой разности концентраций в системе возникает электрическое поле, напряженность которого достигает $\sim 10^4$ В/м. Данное поле не дает ионам лития отдалиться от протонируемой поверхности на бесконечно большое расстояние. Основная часть проникающих в расплав ионов, таким образом, находится между стенок технологической маски.

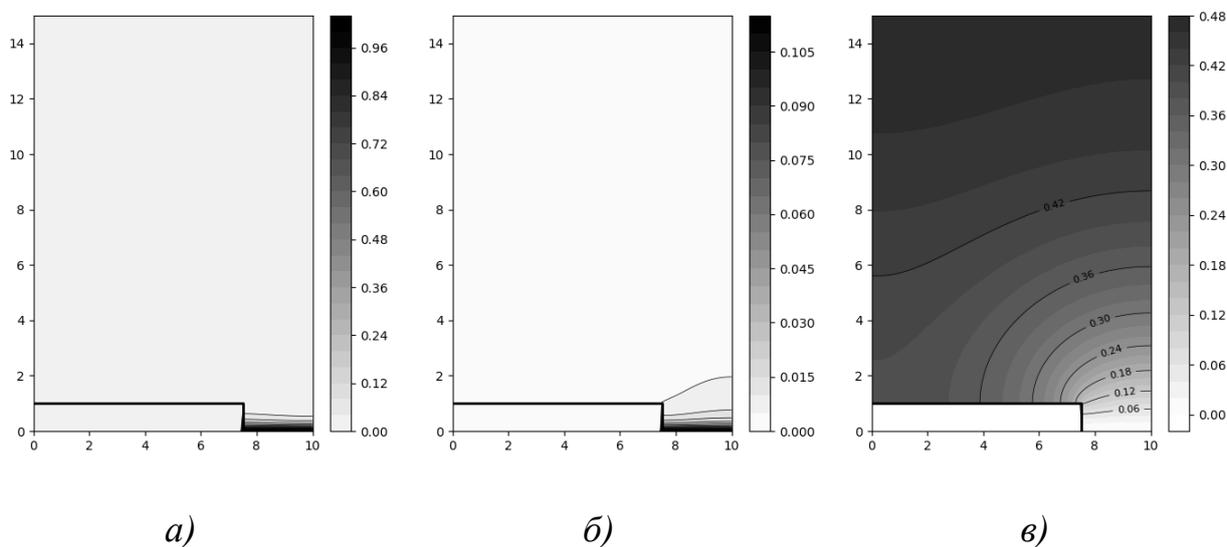


Рис. 2. Поля концентрации отрицательных (а) и положительных (б) ионов, а также электрического потенциала (в)

Тем не менее, ионы все равно присутствуют в глубине расплава в малых концентрациях. В связи с этим требуется задавать сравнительно большие размеры расчетной области. В противном случае, ионы будут упираться в ее границы, искажая тем самым характеристики пограничного слоя [5].

Список литературы

1. Jackel J. L., Rice C. E., Veselka J. J. Proton exchange for high-index waveguides in LiNbO₃ // *Applied Physics Letters*. 1982. Vol. 41 (7). P. 607–608. DOI: [10.1063/1.93615](https://doi.org/10.1063/1.93615)
2. Jackel J. L. Proton exchange: past, present, and future // *Integrated Optical Circuits. Proceedings SPIE OE Fiber*. Boston, MA, United States, 1991. Vol. 1583. P. 54–63. DOI: [10.1117/12.50875](https://doi.org/10.1117/12.50875)
3. Petukhov I. V., Kichigin V. I., Skachkov A. P., Mushinsky S. S., Shevtsov D. I., Volyntsev A. B. Microindentation of proton exchange layers on X cut of lithium niobate crystals // *Materials Chemistry and Physics*. 2012. Vol. 135 (2–3). P. 493–496. DOI: [10.1016/j.matchemphys.2012.05.013](https://doi.org/10.1016/j.matchemphys.2012.05.013). EDN: [RGLKGJ](https://www.edn.net/RGLKGJ)
4. Demin V. A., Petukhov M. I., Ponomarev R. S., Kuneva M. Dynamics of the proton exchange process in benzoic acid interacting with lithium niobate crystals // *Langmuir*. 2023. Vol. 39 (31). P. 10855–10862. DOI: [10.1021/acs.langmuir.3c00957](https://doi.org/10.1021/acs.langmuir.3c00957) EDN: [LCOYZF](https://www.edn.net/LCOYZF)
5. Demin V. A., Petukhov M. I. Diffusion and electromigration of ions – products of the proton exchange reaction in a benzoic acid melt // *Journal of Siberian Federal University. Mathematics & Physics*. 2025. Vol. 18 (1). P. 100–108. EDN: [PJYJQI](https://www.edn.net/PJYJQI)
6. Роч П. Вычислительная гидродинамика. М.: Мир, 1980. 616 с.

References

1. Jackel, J. L., Rice, C. E. and Veselka, J. J. (1982), “Proton exchange for high-index waveguides in LiNbO₃”, *Applied Physics Letters*, vol. 41 (7), pp. 607–608, doi: [10.1063/1.93615](https://doi.org/10.1063/1.93615)
2. Jackel, J. L. (1991), “Proton exchange: past, present, and future”, *Integrated Optical Circuits. Proceedings SPIE OE Fiber*. Boston, MA, United States, vol. 1583, pp. 54–63, doi: [10.1117/12.50875](https://doi.org/10.1117/12.50875)
3. Petukhov, I. V., Kichigin, V. I., Skachkov, A. P., Mushinsky, S. S., Shevtsov, D. I. and Volyntsev, A. B. (2012), “Microindentation of proton exchange layers on X cut of lithium niobate crystals”, *Materials Chemistry and Physics*, vol. 135 (2–3), pp. 493–496, . doi: [10.1016/j.matchemphys.2012.05.013](https://doi.org/10.1016/j.matchemphys.2012.05.013)
4. Demin, V. A., Petukhov, M. I., Ponomarev R. S. and Kuneva M. (2023), “Dynamics of the proton exchange process in benzoic acid interacting with lithium niobate crystals”, *Langmuir*, vol. 39 (31), pp. 10855–10862, doi: [10.1021/acs.langmuir.3c00957](https://doi.org/10.1021/acs.langmuir.3c00957)
5. Demin, V. A. and Petukhov, M. I. (2025), “Diffusion and electromigration of ions – products of the proton exchange reaction in a benzoic acid melt”, *Journal of Siberian Federal University. Mathematics & Physics*, vol. 18 (1), pp. 100–108.
6. Roache, P. J. (1976), *Computational Fluid Dynamics*, Hermosa publishers, Albuquerque.

Разработка СКУД-контроллера на базе микроконтроллера МІК32 Амур

А. И. Престенская^а, А. В. Манцуров^а, Д. Н. Пикулев^б, И. В. Кадочиков^б
^аПермский государственный национальный исследовательский университет,
614068, Пермь, ул. Букирева, 15, alenafromnasa@gmail.com
^бООО «ПАРМА ЭЛЕКТРОНИКА»,
614030, Пермь, мкр. Химики, стр. 87/124, feduka22@gmail.com

Для обеспечения безопасности на предприятиях и других закрытых объектах внедряются меры по ограничению доступа людей и техники. Это выполняют программно-аппаратные комплексы, осуществляющие процессы идентификации, аутентификации и авторизации. Такие системы с подобным функционалом называются системами контроля и управления доступом. Для поддержания суверенитета предлагается разработать СКУД-контроллер на базе отечественного микроконтроллера МІК32 Амур.

Ключевые слова: система контроля и управления доступом (СКУД); микроконтроллер МІК32 Амур

Development of the ACMS controller based on the МІК32 AMUR microcontroller

A. I. Prestenskaia^а, A. V. Mantsurov^а, D. N. Pikulev^б, I. V. Kadochikov^б
^аPerm State University, 15 Bukireva St., 614068, Perm, alenafromnasa@gmail.com
^бPARMA ELECTRONICS LLC,
87/124 Khimiki microdistr., 614030, Perm, feduka22@gmail.com

For safety at enterprises and other closed facilities, measures are being implemented to restrict access to people and equipment. This is performed by software and hardware systems that perform identification, authentication, and authorization processes. Such systems with similar functionality are called access control and management systems. To maintain independence, it is proposed to develop a ACMS controller based on the Russian МІК32 Amur microcontroller.

Keywords: Access Control and Management System (ACMS); microcontroller МІК32 Amur

Введение

В целях безопасности на предприятиях и других закрытых объектах реализуется ограниченный доступ людей и техники. Для этого используется программно-аппаратные комплексы, выполняющие процессы идентификации, аутентификации и авторизации. Системы с подобным функционалом называют СКУД – система контроля и управления доступом.

Системы контроля и управления доступом на отечественном рынке появились достаточно давно и в основном являются импортными. Из этого возникают проблемы в области информационной безопасности, технического суверенитета и экономической зависимости от мирового рынка.

Очевидным решением обозначенных проблем является разработка подобной системы с использованием отечественных технологий и радиоэлектронных компонентов. Несмотря на то, что на рынке присутствуют СКУД отечественного производства, в них преимущественно использована импортная компонентная база.

Таким образом, цель работы заключается в разработке системы контроля и управления доступом, в основе которой используется преимущественно отечественная электронная компонентная база, в том числе управляющий микроконтроллер – МК32 Амур.

Для достижения цели необходимо выполнить следующие задачи:

1. провести обзор существующих решений;
2. выбрать электронную компонентную базу;
3. обозначить перечень интерфейсов системы;
4. разработать структурную схему устройства;
5. изучить архитектуру и принципы работы микроконтроллера МК32 Амур;
6. разработать программное обеспечение для выбранного микроконтроллера;
7. разработать макет СКУД;
8. провести тестовые испытания.

Разрабатываемая система должна обладать следующими техническими параметрами:

1. напряжение питания DC 12–15 В;
2. потребляемый ток: менее 1 А;
3. время готовности системы после включения: менее 10 с;
4. размеры электронного блока: 130/70/25 мм;
5. интерфейсы RS-485, Wiegand, GPIO, JTAG;
6. внутренняя память: не менее 256 кБ.

Обзор

Перед началом разработки СКУД-контроллера проведен анализ рынка и выявлен перечень наиболее распространенных систем: Sigur E510, ironlogic Z-5R, ZKTeco C3-400 Plus. Найденные модели представлены в табл. 1. Исходя из проведенного анализа подобрана наиболее оптимальная конфигурация для разрабатываемого СКУД-контроллера, а именно две релейные точки доступа, набор интерфейсов: Ethernet, Wiegand, RS-485, напряжение питания от 9 до 24 В, габариты 130/70/25 мм и количество пользователей порядка 80000. Результирующая себестоимость СКУД-контроллера составляет 12000 р. Данная компоновка подразумевает использование отечественного микроконтроллера Амур, что делает конструкцию дороже, но защищеннее.

Описание системы контроля и управления доступом

На рис. 1. изображена наиболее распространенная структурная схема СКУД, состоящая из следующих компонентов:

- контроллер СКУД;
- терминал администратора;

Таблица. Обзор популярных СКУД-контроллеров

Название	Количество релейных точек доступа	Интерфейсы	Напряжение питания, В	Цена, р	Габариты, мм	Количество пользователей
Sigur E510 [1]	4	Ethernet, Wiegand, Dallas Touch Memory, Clock & Data	9.9 – 17	49000	240/260/57	90 000
Ironlogic Z-5R [2]	1	Wiegand RS-485, Dallas Touch Memory	12	4120	65/55/12	1364
ZKTeco C3-400 Plus [3]	4	RS-485, Wiegand	9.6 – 14.4	26025	215/99/19	100000
Разработанный контроллер СКУД	2	Ethernet, Wiegand, RS-485 JTAG	9 – 24	12000 (стоимость компонентов)	130/70/25	80000

- считыватель карты и пароля;
- сенсорная кнопка;
- турникет и шлагбаум;
- электромагнитный замок;
- кнопка пожарной тревоги.

Ключевым элементом СКУД выступает контроллер, выделенный розовым цветом на рис. 1. Контроллер, взаимодействуя с остальными элементами структурной схемы, обеспечивает процессы идентификации, аутентификации и авторизации, с помощью которых реализуется ограниченный доступ в закрытые системы.

Описание контроллера системы контроля и управления доступа

На рис. 2. изображена схема контроллера СКУД, включающая следующие элементы:

- МК32 Амур;
- Power Supply;
- Relay;
- RS-485;
- Ethernet;
- GPIO;
- Wiegand;
- Flash Memory.

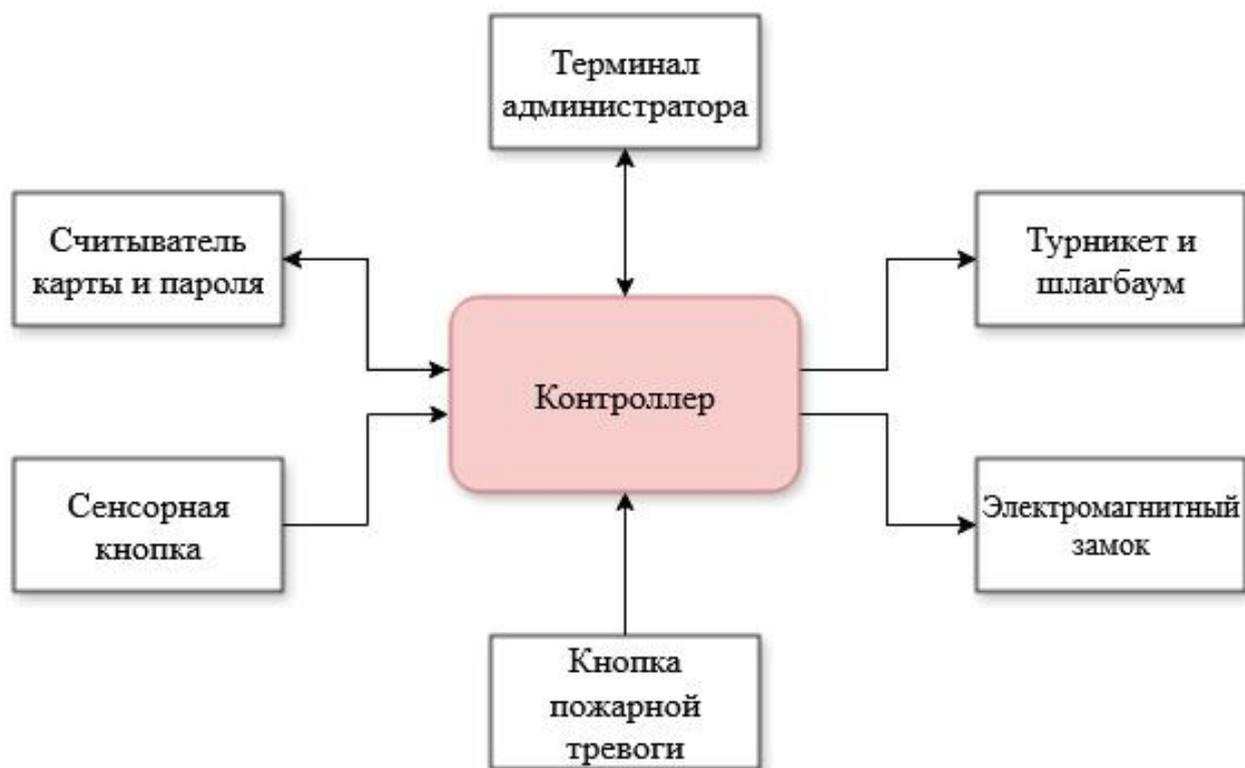


Рис. 1. Структурная схема СКУД

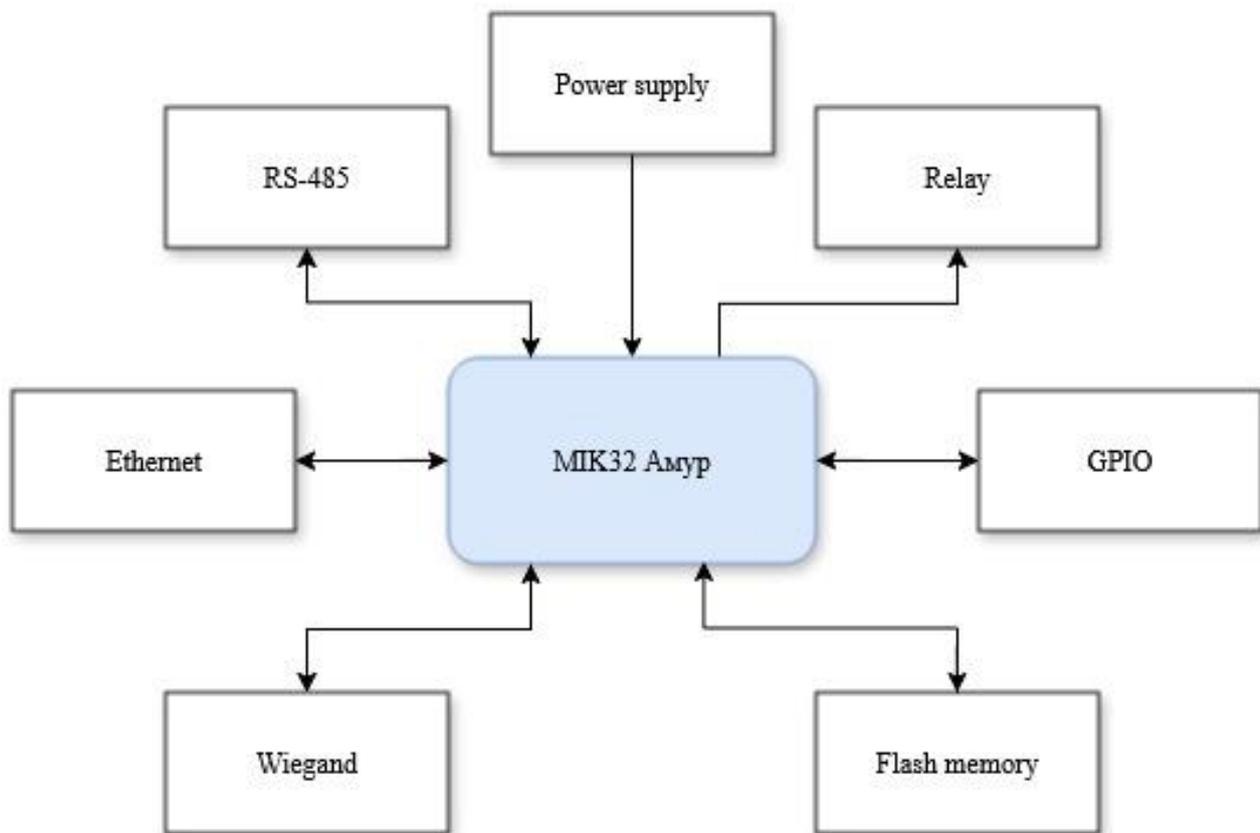


Рис. 2. Структурная схема контроллера СКУД

Основным управляющим элементом контроллера СКУД выступает отечественный микроконтроллер МК32 Амур – 32-разрядный микроконтроллер, разработанный на открытой архитектуре RISC-V. Он предназначен для применения в устройствах промышленной автоматизации, Интернете вещей (IoT), охранных системах, системах умного дома и других сферах.

Перечислим ключевые характеристики микроконтроллера: наличие основных коммуникационных интерфейсов – SPI, I2C, UART; модуль RTC; объем ОЗУ – 16 кБ и возможность подключения внешней flash-памяти; наличие 32-разрядных таймеров; максимальная тактовая частота – 32 МГц; аппаратная поддержка крипто-алгоритмов ГОСТ 34.12–2018 и AES128. Благодаря своим характеристикам и отечественному производству, МК32 «Амур» является надежным выбором для реализации проектов в области промышленной автоматизации и Интернета вещей.

Элемент Power Supply обеспечивает необходимые уровни напряжения питания для всей системы: 3.3 В – для питания микросхем; 12/24 В – для питания силовых элементов. Элемент Relay представляет собой реле, которое необходимо для коммутации актуаторов: шлагбаум, электромагнитный замок, турникет и т. п. Элементы RS-485 и Ethernet представляют собой интерфейсы для коммуникации контроллера с внешними устройствами. Благодаря данным интерфейсам может быть реализована локальная сеть из СКУД-контроллеров. Элемент GPIO необходим для взаимодействия контроллера с элементарными устройствами ввода-вывода: сенсорная кнопка, кнопка пожарной тревоги, геркон, индикаторы и т. п. Элемент Wiegand представляет собой интерфейс для взаимодействия контроллера со считывателем карт и паролей. Элемент Flash memory представляет собой микросхему памяти. Память необходима для хранения базы данных и конфигурационного файла.

Описание алгоритма работы СКУД-контроллера

Для управляющего микроконтроллера разработаны блок-схема и программное обеспечение. Программное обеспечение разработано в среде VS code на базе Platformio. Производитель микроконтроллера свободно предоставляет библиотеки HAL (Hardware Abstraction Layer) для возможности высокоуровневого программирования. Библиотеки HAL позволяют разработчику запрограммировать микроконтроллер без глубокого погружения в микроархитектуру и изучения регистров. В качестве основного инструмента библиотека предоставляет набор управляющих функций и конфигурационных структур с высокой степенью абстракции.

На рис. 3 изображен фрагмент основной функции программного обеспечения контроллера СКУД. После подачи питания происходит инициализация внутренних модулей (Modul_Init) микроконтроллера, после чего алгоритм переходит в бесконечный цикл (Int_loop) опроса периферии (read_ext_modul_state).

На рис. 4 изображен фрагмент программы: функция read_ext_modul_state. Данная функция состоит из следующих блоков: check_fire_button_stat,

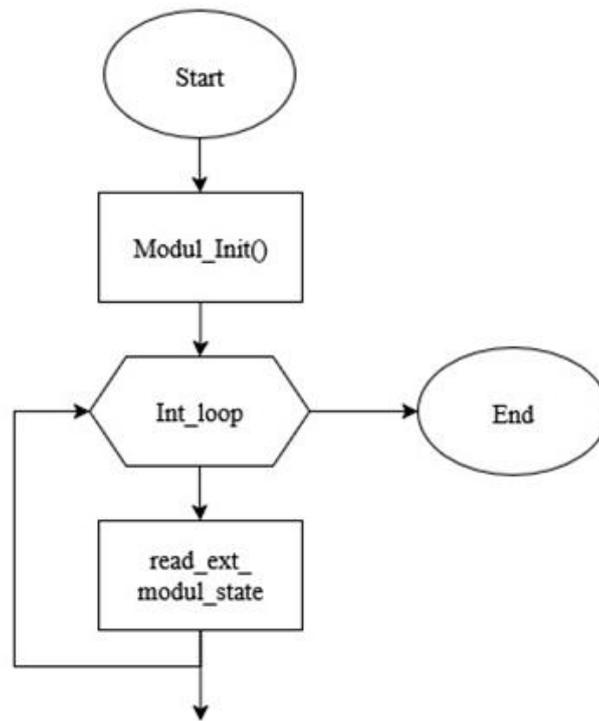


Рис. 3. Блок-схема фрагмента программы: функция *main*

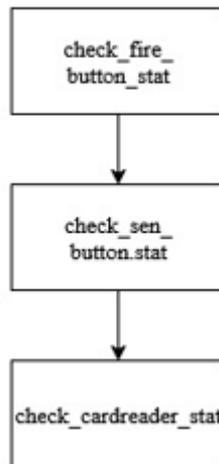


Рис. 4. Блок-схема фрагмента программы: функция *read_ext_modul_state*

check_sen_button_stat, check_cardreader_stat. Блок check_fire_button_stat выполняет проверку состояния кнопки пожарной тревоги. Блок check_sen_button_stat выполняет проверку состояния сенсорной кнопки, нажатие которой, например, открывает электромагнитный замок. Блок check_cardreader_stat выполняет процедуру чтения данных из считывателя.

На рис. 5 изображен фрагмент программы: обработчик внешнего прерывания. Эта часть программного обеспечения выполняется асинхронно основному потоку.

При возникновении любого события, связанного со считывателем, в обработчике прерывания запускается таймер в режиме one-shoot с периодом

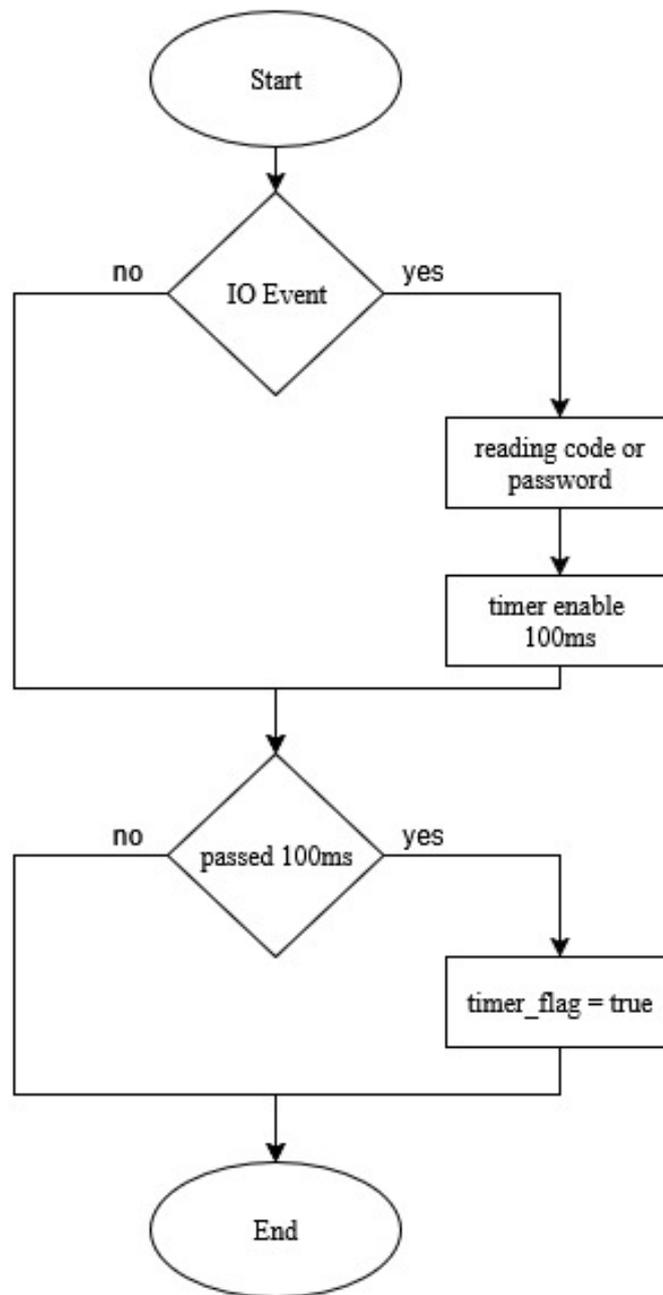


Рис. 5. Блок-схема фрагмента программы: обработчик внешнего прерывания

срабатывания 100 мс, что показано на рис. 6. Во время периода работы таймера считыватель успевает передать контроллеру данные о произошедшем событии: прикладывание карты или нажатие на кнопку встроенной клавиатуры. События отличаются количеством принятых бит данных: 26 бит – прикладывание карты, 4 бита – нажатие кнопки. Спустя 100 мс происходит анализ события (passed 100 ms). В случае прикладывания карты контроллер сравнивает ее код с кодами базы данных. В случае нажатия кнопки контроллер будет ожидать нажатия следующей, после чего проанализирует введенную последовательность. При узнавании кода карты или введенной последовательности контроллер открывает электромагнитный замок.

Для удобной отладки алгоритма и проверки электрических узлов сконструирован макет СКУД (рис. 7).

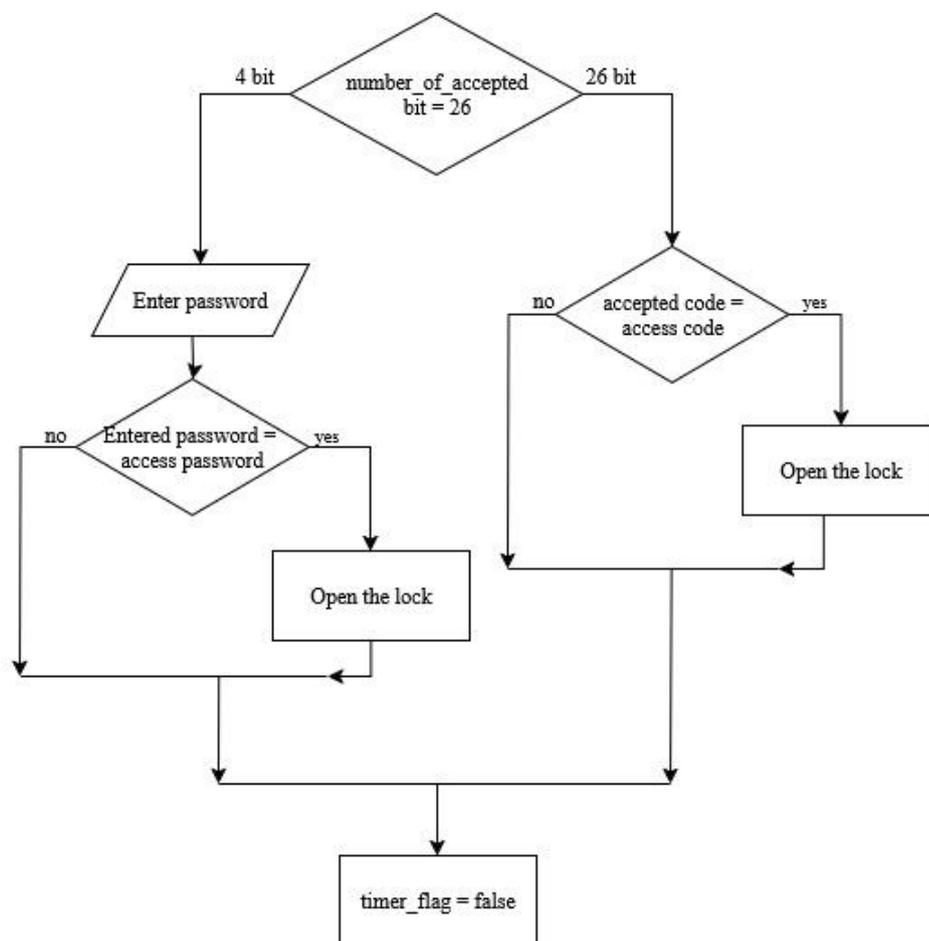


Рис. 6. Блок-схема фрагмента обработчика внешнего прерывания: блок reading code or password

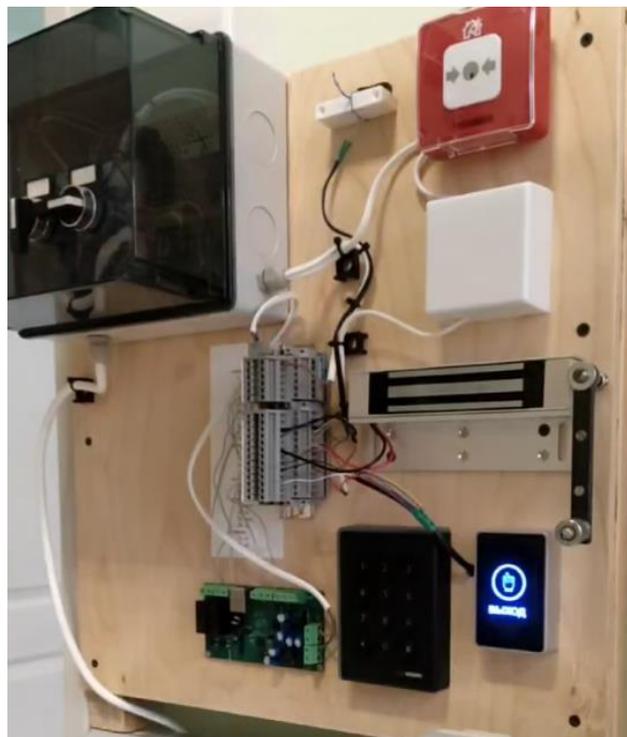


Рис. 7. Макет СКУД

Заключение

Таким образом, в результате работы разработан и изготовлен СКУД-контроллер и макет, а также спроектировано и протестировано программное обеспечение управляющего микроконтроллера. Разработанный контроллер полностью удовлетворяет техническим параметрам, обозначенных во введении.

Список литературы

1. Сетевой контроллер Sigur E510 [Электронный ресурс]. URL: <https://sigur.com/products/controllers/e510/> (дата обращения: 01.08.2025)
2. Контроллер Z-5R, (Net) [Электронный ресурс]. URL: <https://shop.ironlogic.ru/Z-5RNet> (дата обращения: 01.08.2025)
3. ZKTeco C3-400 Plus, сетевой контроллер СКУД [Электронный ресурс]. URL: <https://zkteco-store.ru/shop/kontroller-zkteco-c3-400-plus/> (дата обращения: 01.08.2025)

References

1. Network controller Sigur E510. URL: <https://sigur.com/products/controllers/e510/> (accessed 01 August 2025).
2. Controller Z-5R (Net). URL: <https://shop.ironlogic.ru/Z-5RNet> (accessed 01 August 2025).
3. ZKTeco C3-400 Plus, ACMS network controller. URL: <https://zkteco-store.ru/shop/kontroller-zkteco-c3-400-plus/> (accessed 01 August 2025).

Формирование эллиптического пучка с помощью трехгранной линзы на торце оптического волокна

А. Е. Рогозина, Р. С. Пономарев

Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614068, Пермь, ул. Букирева, 15, alina72r72@yandex.ru

В работе исследуется влияние угла детектирования пучка, исходящего из механически созданной линзы на торце оптического волокна, на форму оптического пятна.

Ключевые слова: оптическое волокно; механическая полировка; торец волокна; эллиптический пучок

Forming of an elliptical beam using a triangular lens at the end of an optical fiber

A. E. Rogozina, R. S. Ponomarev

Perm State University, 15 Bukireva St., 614068, Perm, alina72r72@yandex.ru

This paper researches the influence of the detection angle of a beam emanating from a mechanically created lens at the end of an optical fiber on the shape of the optical spot.

Key words: optical fiber; mechanical polishing; fiber tip; elliptical beam

Оптическое волокно широко применяется в телекоммуникациях, измерительных системах, лазерной технике, медицинском оборудовании и научных исследованиях благодаря низким потерям при передаче излучения, высокой пропускной способности и компактности. Не только свойства самого волокна, но и форма и качество его торцевой поверхности оказывают существенное влияние на характеристики света, выходящего из него.

Полировка торца оптического волокна позволяет управлять рядом параметров выходного излучения – направлением, расходимостью, формой и размером пучка, а также уровнем отражений. Выбор угла и геометрии полировки даёт возможность согласовать моду волокна с внешними оптическими приборами и сформировать заданный профиль интенсивности.

Наиболее распространенный способ полировки оптического волокна – вертикальная полировка торца. Такая обработка обеспечивает симметричный выходной пучок, а также минимизирует уровень потерь выходящего излучения [1].

Угловая полировка позволяет механически формировать на торце оптического волокна наклонную грань, за счёт которой свет выходит под заданным углом. Это даёт сразу несколько преимуществ: уменьшаются обратные отражения в источник, улучшается согласование [2], появляется возможность подводить свет к резонаторам [3].

Кроме того, в современных оптических системах часто используются волокна с сохранением поляризации. Полировка таких волокон требует высокой точности и контролируемого угла, так как малейшие отклонения приводят к дополнительным потерям [4].

Одним из востребованных профилей пучка является эллиптическая форма. В настоящее время она чаще всего формируется с помощью громоздких линзовых систем, требующих дополнительного пространства, юстировки и сложной механической фиксации. Возможность получения эллиптического пучка непосредственно на выходе из оптического волокна за счёт специальной геометрии его торца является компактным и стабильным решением.

В данной работе рассматривается процесс полировки оптического волокна, направленный на получение заданной геометрии торца и исследование формы выходного излучения в зависимости от угла.

Формирование микролинзы на торце оптического волокна

В данном эксперименте необходимая для формирования эллиптического пучка геометрия на торце волокна задавалась с помощью механической полировки. Для этого использовалась установка, смонтированная на оптической плите, на которой располагался источник переменного тока (9), подключённый к полировочной станции. Полировочная станция (8) содержала электропривод и крутящийся диск со сменными насадками с абразивными шлифовальными и полировочными кругами различной зернистости от 12 мкм до 0.3 мкм. К диску при помощи угловых (1) и вертикальных (6) позиционеров подводилось оптическое волокно (7), предварительно закреплённое в корпусе из медицинской иглы (2) при помощи оптического клея. Для контроля процесса полировки использовалась система подсветки рабочей зоны (4) и камера (3), расположенная перпендикулярно плоскости полировки оптического волокна. Камера, с помощью которой можно было в режиме реального времени наблюдать за процессом полировки с помощью ПК (5) и фиксировать результаты, была установлена на микропозиционерах OMTOOLS с шагом 10 мкм, позволявшим добиваться ее точной фокусировки (рис. 1).

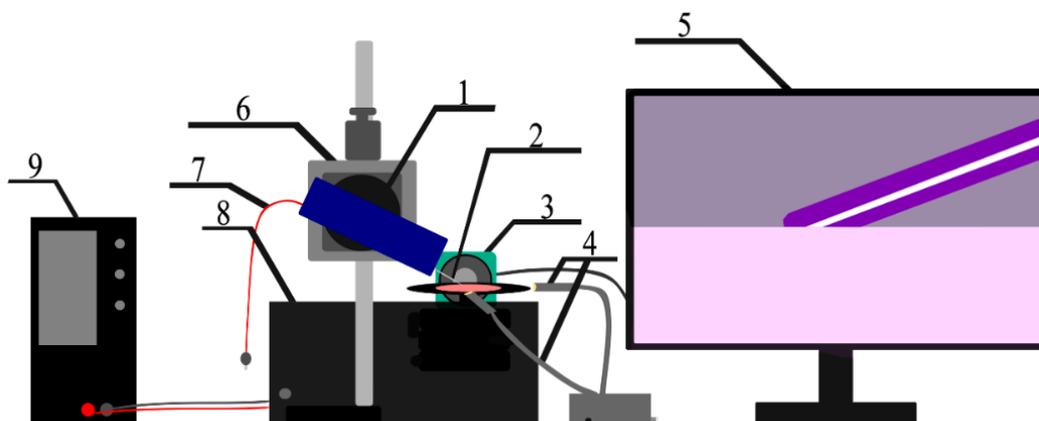


Рис. 1. Схема установки

Была изготовлена линза на торце одномодового оптического волокна SMF-28, диаметром 125 мкм, представляющая из себя геометрическую форму, задаваемую тремя различными углами (рис. 2). Данная геометрия позволяет свету, проходящему через оптическое волокно переотражаться и распадаться на несколько отдельных пучков, которые при выходе будут давать эллипс.

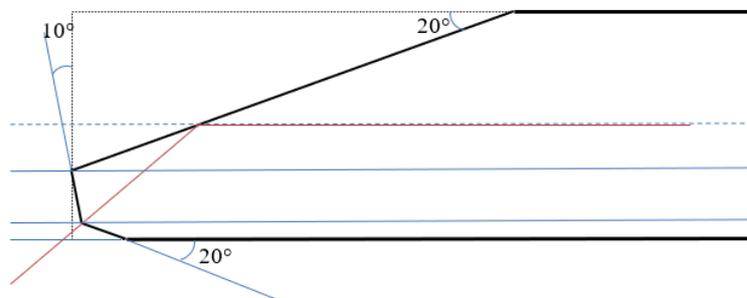


Рис. 2. Схематичное изображение торца оптического волокна, вид сбоку

Свет распространяется в сердцевине за счёт полного внутреннего отражения и доходит до конца волокна, где сердцевина и оболочка сполпированы под углом 20° относительно центральной оси оптического волокна. Из-за несоответствия угла падения и критического угла для кварца и воздуха, часть света преломляется и выходит под углом к оси. Если оставшиеся лучи попадают на вторую грань 10° , относительно оси перпендикулярной главной оптической оси ОВ, они снова преломляются. Эта грань выполняет роль мини-призмы, дополнительно смещая пучок. Такая конструкция кончика позволяет формировать на выходе несколько вторичных пучков, которые будут выходить под разными углами и отличаться по интенсивности.

Этапы полировки

Для надежной фиксации оптического волокна во время полировки, использовалась медицинская игла, в которую оно предварительно клеивалось с помощью оптического клея. Это позволяло избежать смещения заготовки и обеспечивало стабильность крепления в процессе обработки (рис. 3).



Рис. 3. Вклейка оптического волокна

После этого игла помещалась в специальную крепёжную деталь и фиксировалась на ротаторе, соединённом с моторизированной подвижкой. Первым шагом выставлялся угол 80° относительно оси перпендикулярной плоскости полировки. Далее на абразивных шкурках с зернистостью 12 мкм, 1 мкм и 0.3 мкм последовательно задавалась форма торца (рис. 4). Переход от грубой обработки к тонкой обеспечивал формирование нужного профиля поверхности и минимализацию дефектов поверхности.

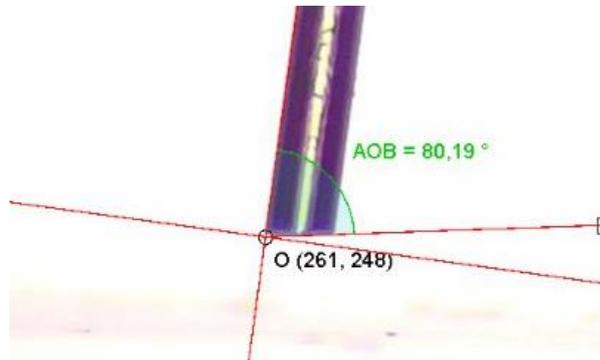


Рис. 4. Полировка оптического волокна под углом 80°

Далее аналогичная процедура выполнялась для угла 20° (рис. 5).

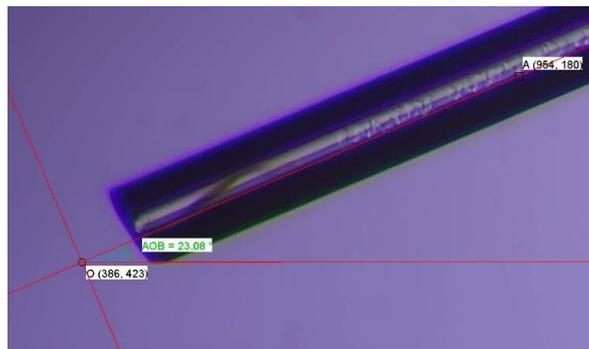


Рис. 5. Полировка оптического волокна под углом 20°

После этого оптическое волокно поворачивалось на 180° , и задавался последний угол (рис. 6).

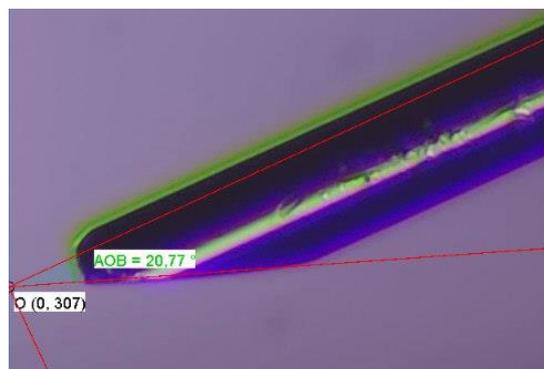


Рис. 6. Полировка оптического волокна под углом 20° с другой стороны

За тем, как соблюдается форма и симметрия получаемых граней, велось наблюдение через камеру, подключённую к компьютеру. Это позволяло в реальном времени оценивать качество обработки и при необходимости корректировать процесс.

После вышеперечисленных этапов оптическое волокно промывалось, очищалось от остатков абразива и было полностью готово к использованию.

Удалось добиться формы торца, полностью совпадающего с желаемой геометрией (рис. 7).

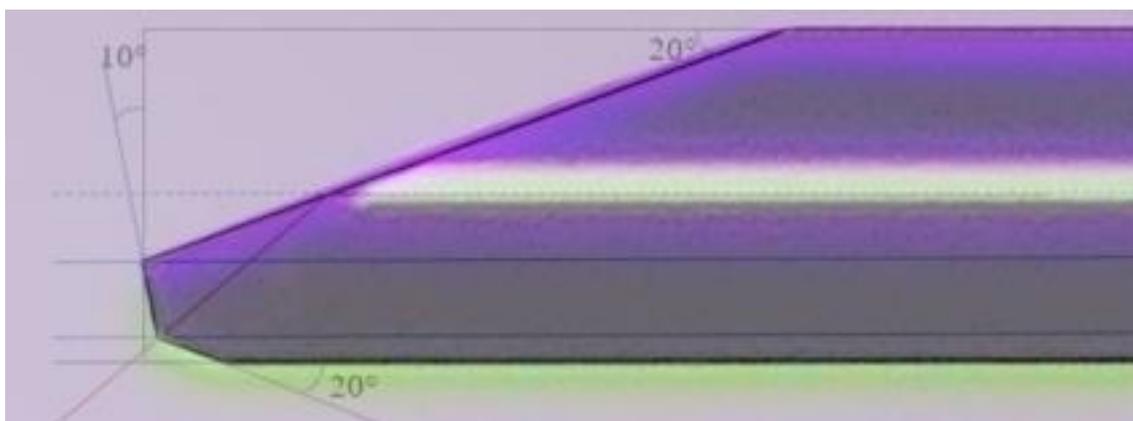


Рис. 7. Оптическое волокно после полировки

Эксперимент и обработка результатов

Было протестировано три варианта ориентации волокна относительно плоскости перпендикулярной матрице оптического профилометра Ophir Spiricon SP-503. Оптическое волокно, вклеенное в иголку и зафиксированное в держателе, а также профилометр, были закреплены на микропозиционерах OMTOOLS с шагом 10 мкм для точного подведения. Результат измерений фиксировался через ПО BeamGage. Для каждого из углов были рассмотрены изображения с Ophir Spiricon, когда пятно представляет собой эллипс с максимально явно выраженным центром, примерно 70 мкм от плоскости матрицы (см. таблицу).

1) Перпендикулярное позиционирование торца волокна

Волокно располагалось так, что оптическая ось совпадала с осью регистрации излучения. Регистрируемое пятно имело выраженную эллиптическую форму, однако центр максимальной интенсивности был смещён относительно центра эллипса.

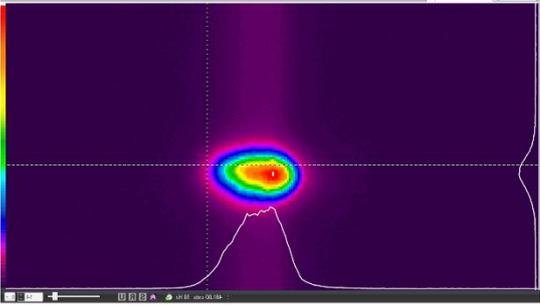
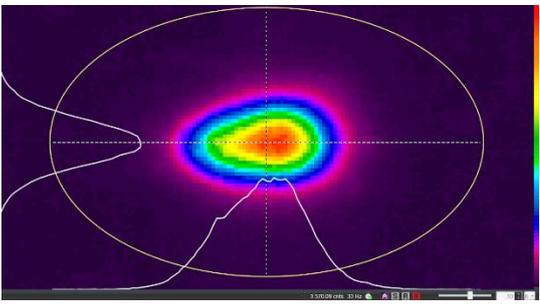
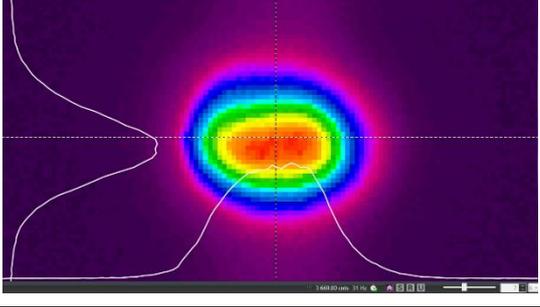
2) Наблюдение под углом 20°

Волокно было повернуто гранью, через которую выходит излучение перпендикулярно матрице. При этом тоже наблюдалось смещение центра пятна из-за наложения лучей с разной интенсивностью, но в меньшей мере.

3) Наблюдение под углом 40°

Для компенсации смещения центра пучка был выбран угол вдвое больше – 40°. В этом случае пространственные проекции двух основных пучков совпали в большей степени, что привело к симметричному эллиптическому пятну с

Таблица. Формы пятен при различных углах расположения волокна относительно продольной оси объектива

№ эксперимента	Угол отклонения от нормали	Фото из Ophir Spiricon
1	0°	 A circular spot pattern with a central peak, centered on the horizontal axis. The color scale ranges from purple (low intensity) to red (high intensity). A white line profile is overlaid at the bottom.
2	20°	 An elliptical spot pattern, elongated vertically. The center is shifted upwards. A white line profile is overlaid at the bottom.
3	40°	 An elliptical spot pattern, elongated horizontally. The center is shifted downwards. A white line profile is overlaid at the bottom.

центром максимальной интенсивности, совпадающим с центром эллипса с соотношением сторон 1:2.

Вывод

Результаты показали, что выбор угла детектирования излучения позволяет компенсировать смещение центра результирующего пучка, обусловленное наложением нескольких выходящих из оптического волокна пучков, полученных благодаря формированию микролинзы на его торце. Это позволяет добиться оптимальной формы пятна.

Список литературы

1. *Su X., Zheng Y., Yang J., Li Q., Li J.* Method for end-face treatment of specialty optical fiber with thick-walled silica glass tubes // *Applied Optics*. 2016. Vol. 55 (29). P. 8271–8275. DOI: [10.1364/AO.55.008271](https://doi.org/10.1364/AO.55.008271)

2. Han S., Park J., Yoo S., Yu K. Lateral silicon photonic grating-to-fiber coupling with angle-polished silica waveguide blocks // *Optics Express*. 2020. Vol. 28 (6). P. 8811–8818. DOI: [10.1364/OE.384529](https://doi.org/10.1364/OE.384529). EDN: [TQRKPI](https://www.edn.net/TQRKPI)
3. Ружницкая Д. Д., Воробьев А. К., Капридов Н. А., Самойленко А. А., Миньков К. Н. Полированное волокно как перспективный элемент для связи с микрорезонатором с модами шепчущей галереи // *Приборы и техника эксперимента*. 2024. №2. С. 179–185. DOI: [10.31857/S0032816224020223](https://doi.org/10.31857/S0032816224020223) EDN: [QRJQDK](https://www.edn.net/QRJQDK)
4. Schneider M., Garcia Herrera L. G., Burger B., Eisenblätter L., Kühner T. Planar fiber-chip-coupling using angle-polished polarization maintaining fibers // *Journal of Instrumentation*. 2023. Vol. 18 (1). C01069. DOI: [10.1088/1748-0221/18/01/C01069](https://doi.org/10.1088/1748-0221/18/01/C01069). EDN: [AIMGFC](https://www.edn.net/AIMGFC)

References

1. Su, X., Zheng, Y., Yang, J., Li, Q. and Li J. (2016), “Method for end-face treatment of specialty optical fiber with thick-walled silica glass tubes”, *Applied Optics*, vol. 55 (29), pp. 8271–8275, doi: [10.1364/AO.55.008271](https://doi.org/10.1364/AO.55.008271)
2. Han, S., Park, J., Yoo, S. and Yu, K. (2020), “Lateral silicon photonic grating-to-fiber coupling with angle-polished silica waveguide blocks”, *Optics Express*, vol. 28 (6), pp. 8811–8818, doi: [10.1364/OE.384529](https://doi.org/10.1364/OE.384529)
3. Ruzhitskaya, D. D., Vorob’ev, A. K., Kapridov, N. A., Samoilenko, A. A. and Min’kov, K. N. (2024), “Polished fiber as a promising element for coupling with a microresonator with a whispering gallery mode”, *Instruments and Experimental Techniques*, vol. 67 (2), pp. 398–403, doi: [10.1134/S0020441224700519](https://doi.org/10.1134/S0020441224700519)
4. Schneider, M., Garcia Herrera, L. A., Burger, B., Eisenblätter, L. and Kühner, T. (2023), “Planar fiber-chip-coupling using angle-polished polarization maintaining fibers”, *Journal of Instrumentation*, vol. 18 (1), C01069, doi: [10.1088/1748-0221/18/01/C01069](https://doi.org/10.1088/1748-0221/18/01/C01069)

Экспериментальное исследование динамики пары пузырьков под действием ультразвука

А. Д. Садовникова^{a,b}, К. А. Рыбкин^{a,b}, Т. П. Любимова^{a,b}, В. А. Галишевский^a,
Д. Е. Иванов^a

^aПермский государственный национальный исследовательский университет,
614068, Пермь, ул. Букирева, 15, anastasiia3006@mail.ru

^bИнститут механики сплошных сред УрО РАН,
614013, Пермь, ул. Академика Королева, 1, anastasiia3006@mail.ru

В данной работе экспериментально исследуется поведение газовых пузырьков в жидкости под воздействием ультразвука. Высокоскоростная съемка позволила зафиксировать динамику пузырьков с размерами, превышающими резонансный, которые под действием ультразвука смещались в узлы стоячей волны. Изучено взаимодействие пар пузырьков: при близких радиусах наблюдалась их коалесценция из-за синфазных колебаний поверхностей пузырьков, получены траектории движения и зависимости расстояния между пузырьками от времени.

Ключевые слова: ультразвук; коалесценция; сила Бьеркнеса

Experimental study of the dynamics of a pair of bubbles under the influence of ultrasound

A. D. Sadovnikova^{a,b}, K. A. Rybkin^{a,b}, T. P. Lyubimova^{a,b}, V. A. Galishevskiy^a,
D. E. Ivanov^a

^aPerm State University, 15 Bukireva St., 614068, Perm, anastasiia3006@mail.ru

^bInstitute of Continuous Media Mechanics UB RAS,
1 Academician Korolev St., 614013, Perm, anastasiia3006@mail.ru

In this paper, the behavior of gas bubbles in a liquid under the influence of ultrasound is experimentally investigated. High-speed imaging made it possible to record the dynamics of bubbles with sizes exceeding the resonant one, which, under the influence of ultrasound, shifted to the nodes of the standing wave. The interaction of pairs of bubbles was studied: at close radii, their coalescence was observed due to in-phase oscillations of bubble surfaces, motion trajectories and time dependence of the distance between bubbles were obtained.

Keywords: ultrasound; coalescence; Bjerknes force

Введение

Во многих технологических процессах широкое применение находят эффекты, возникающие в многофазных средах под действием ультразвука. В присутствии ультразвука обрабатывают твердые поверхности [1], производят очистку материалов; в горно-обогатительной промышленности ультразвуковые технологии используются в процессе пенной флотации [2, 3]. Для определения оптимальных параметров флотационной системы исследователи рассматривают элементарный акт флотации – модель взаимодействия одиночного пузырька и частицы, а также наблюдают за взаимодействием двух (или более) уединенных

пузырьков [4, 5]. Поведение пузырька в жидкости под воздействием ультразвука активно изучалось в течение последнего десятилетия в связи с разнообразием эффектов, возникающих как на поверхности пузырька, так и в объеме жидкости или вблизи твердой поверхности [6–8].

Поскольку воздействие ультразвука на жидкости приводит к образованию неоднородного поля акустического давления [9, 10], большое влияние на поведение включений в жидкости оказывают силы акустического излучения, которые могут приводить к дрейфу и перераспределению включений в объеме. Ультразвуковое воздействие на систему, содержащую пузырьки в объеме жидкости, приводит к колебаниям поверхности пузырьков, вследствие чего пузырек может перемещаться под действием первичной силы Бьеркнеса [11].

Если частота акустического поля ниже частоты собственных колебаний пузырьков, то первичная сила Бьеркнеса приводит к перемещению пузырька к пучностям давления, в обратном случае пузырек движется к узлам. При наличии в жидкости пузырьков разного размера, первичная сила Бьеркнеса в акустической волне разделяет их по размеру таким образом, что пузырьки меньшего размера скапливаются в пучностях давления, а пузырьки большего размера – в узлах давления [3, 5]. Если интенсивность ультразвукового воздействия оказывается достаточно велика [12], то наибольший вклад в динамику пузырька, вносит сила Бьеркнеса. В этом случае пузырек занимает положение устойчивого равновесия в узле или пучности ультразвуковой волны в зависимости от размера.

В случае двух пузырьков вторичная сила Бьеркнеса [13, 14] возникает между двумя пузырьками из-за появления вторичного вибрационного поля, излучаемого колеблющимися пузырьками. В работах [15, 16] исследование проводилось для двух изолированных микропузырьков в достаточно широком диапазоне акустических частот, давлений, размеров пузырьков и расстояний между ними. Было обнаружено, что во всех случаях вторичная сила Бьеркнеса была притягивающей, что приводило к их слиянию.

При рассмотрении слияния пузырьков их параметры возможно найти экспериментально. Такое исследование позволит сделать выводы о величине силы Бьеркнеса, действующей на пузырьки, определить траектории их сближения и предсказать место, в котором произойдет образование кластера и/или их коалесценция. Результаты исследования могут найти практическое применение в технологических приложениях, содержащих жидкости и воздушные пузырьки.

Описание экспериментальной установки и методики обработки результатов измерений

Для изучения взаимодействия между пузырьками в дистиллированной воде при ультразвуковом воздействии была использована экспериментальная установка (рис. 1), которая включала кювету из кварцевого стекла (рис. 1, 1), в ее нижней плоскости по центру располагался источник ультразвука (рис. 1, 2) с частотой $f = 28$ кГц. Объем исследуемой жидкости составлял 1.9 л, высота слоя жидкости составляла 140 мм. Пузырек радиусом $1 \div 4$ мм создавался методом

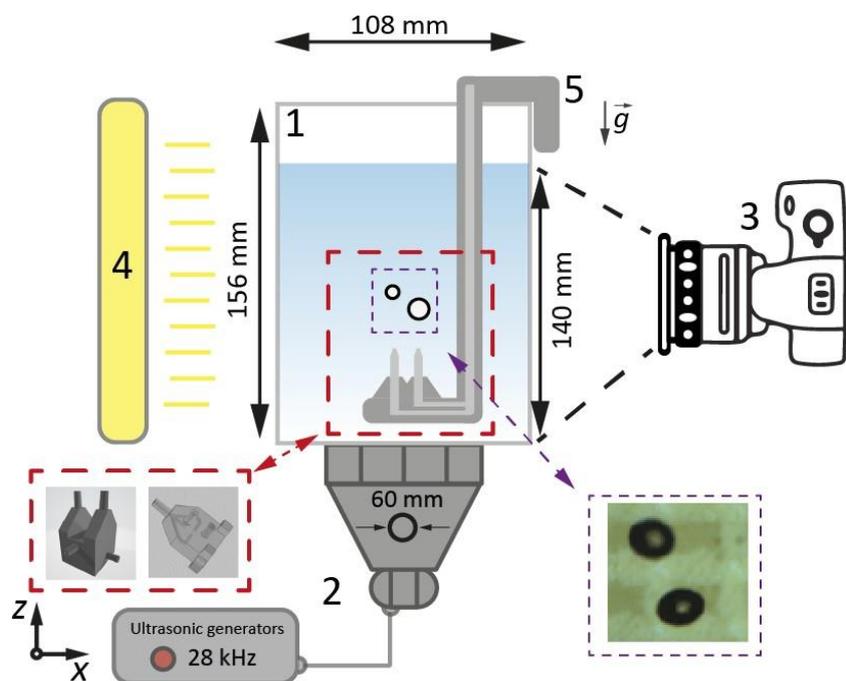


Рис. 1. Экспериментальная установка

гидродинамической фокусировки (рис. 1, 5), модель которой была разработана в рамках исследования и изготовлена с помощью технологии фотополимерной печати (красная рамка на рис. 1). Модель представляла из себя 2 соединенных между собой одинаковых канала, имевших выход к шприцевым насосам, формировавшим два стабильных потока жидкости и воздуха, что позволяло генерировать пузырьки одинакового размера с постоянной частотой их возникновения.

Динамика поведения пузырьков фиксировалась с помощью высокоскоростной камеры Basler A504kc (рис. 1, 3) с LED панелью (рис. 1, 4). Данная оптическая схема позволяла осуществлять съемку с частотой 1000 fps, что обеспечивало высокую детализацию динамических процессов. Пример изображения, полученного в процессе эксперимента, представлен на рис. 1 в фиолетовой рамке и на рис. 2.

Кадры, полученные с помощью высокоскоростной камеры, обрабатывались с использованием алгоритма, разработанного на языке Python. С применением библиотеки OpenCV отслеживались форма и положение пузырька, как показано на рис. 2 слева. Алгоритм начинал работу с загрузки серии фотографий, сделанных во время эксперимента, после чего выполнялась процедура бинаризации. На основе бинаризованных изображений выделялись контуры пузырьков, для каждого контура рассчитывался центр масс системы, который соответствовал среднему положению всех пикселей, составляющих контур, по данным параметрам рассчитывалось расстояние между центрами масс двух пузырьков для дальнейшего анализа.

В результате такой обработки отслеживалась динамика движения пузырьков под действием ультразвукового воздействия, включая изменение их положения, формы и расстояния между ними. В соответствии с теорией,

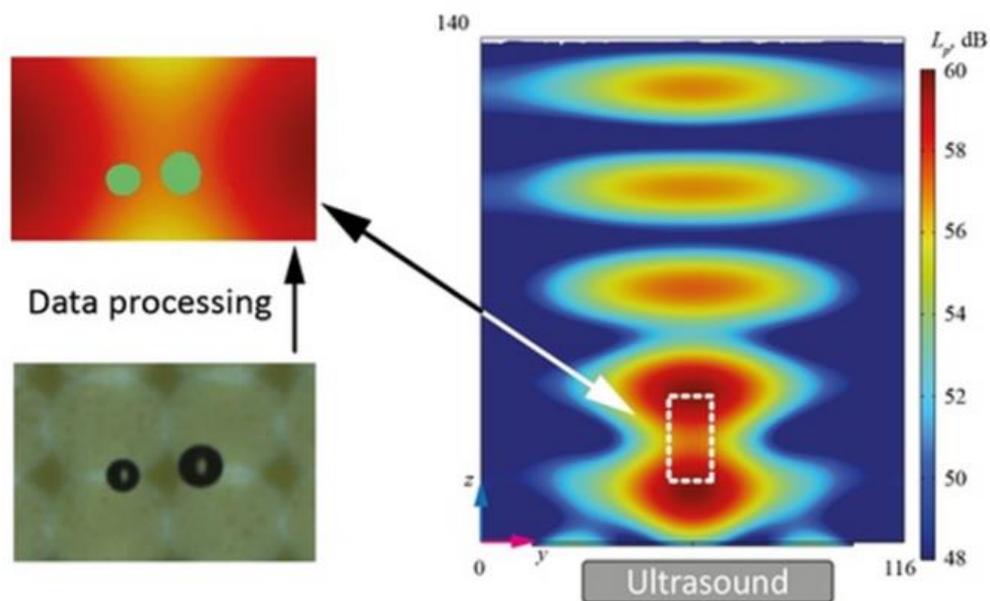


Рис. 2. Изображение с выделенными контурами пузырьков, получаемое в процессе программной обработки; сопоставление области съемки с распределением акустического давления, рассчитанным по аналогии с представленным в статье [10], для параметров настоящей кюветы

генерируемые пузырьки при включении ультразвука должны смещаться в узлы звукового давления, так как имеют размеры больше резонансного. В экспериментах фиксированная область съемки была сопоставлена с распределением акустического давления, создаваемым источником ультразвука. Структура поля давления была рассчитана с использованием численной модели, представленной в работе [10], для параметров настоящего эксперимента.

Результаты

Были проведены эксперименты с пузырьками, радиусы которых отличались друг от друга несущественно, т. е. имели отношение, близкое к 1. На рис. 3 представлен процесс взаимодействия таких пузырьков. Поскольку их размеры были на порядок больше резонансного, под действием ультразвука происходило смещение каждого из пузырьков в область пониженного давления, что показано на рис. 2.

Далее под действием вторичной силы Бьеркнеса пузырьки начинают притягиваться друг к другу, так как колебания их поверхностей происходят синфазно в связи с одинаковыми размерами. Притяжение пузырьков приводит к процессу коалесценции – данное явление также проиллюстрировано на рис. 3 – 5.

На рис. 4 – 5 представлены зависимость расстояния между двумя пузырьками и зависимости $y(x)$ – траектории пузырьков, полученные после программной обработки изображений. На данных графиках продемонстрировано, что образовавшийся в процессе коалесценции крупный

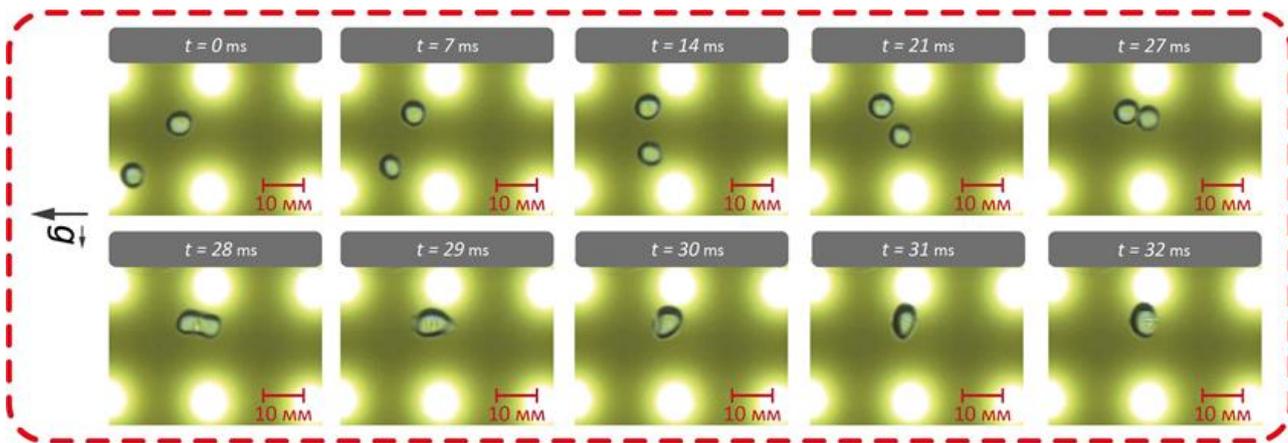


Рис. 3. Процесс взаимодействия пузырьков близкого радиуса ($r_1 = 2.25$ мм, $r_2 = 2.35$ мм) под действием ультразвука, приводящий к их коалесценции

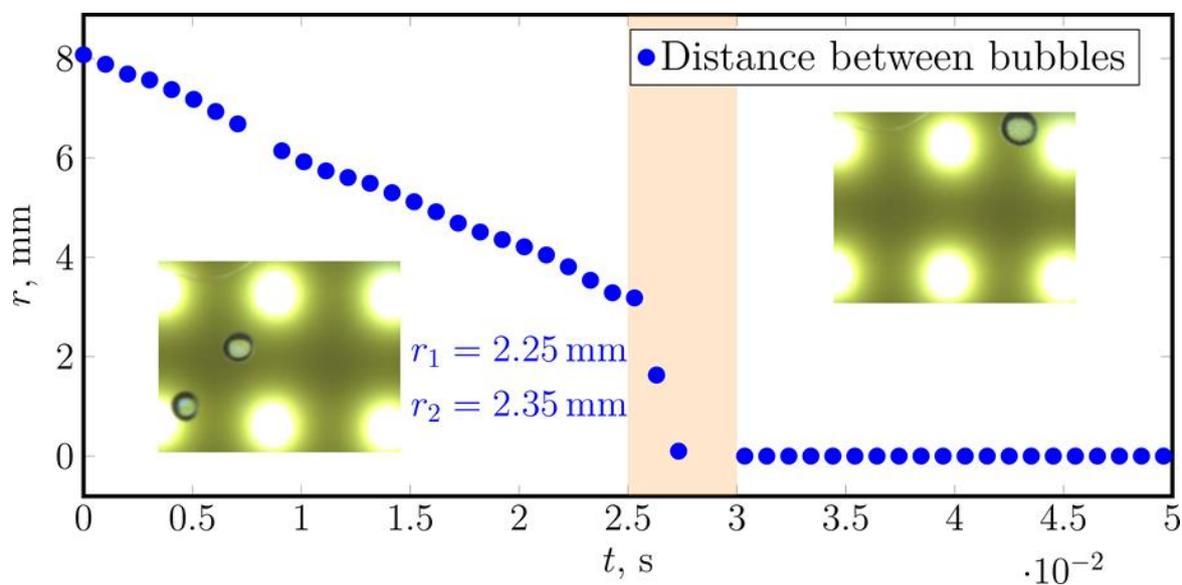


Рис. 4. Зависимость расстояния между пузырьками близкого радиуса ($r_1 = 2.25$ мм, $r_2 = 2.35$ мм) от времени эксперимента

пузырек начал всплывать из узла ультразвуковой волны. В этом случае подъемная сила превышает первичную силу Бьеркнеса, стремившуюся удерживать пузырек в узле ультразвуковой волны.

Таким образом, было проведено несколько серий экспериментов с пузырьками близкого размера, типичные результаты которых представлены в настоящей работе. Была выявлена общая тенденция: в связи с неоднородностью поля давления действие сил Бьеркнеса приводит к коалесценции пузырьков близкого радиуса в узле возникающей стоячей ультразвуковой волны. В качестве характерной особенности такого взаимодействия можно отметить, что расстояние между пузырьками уменьшается практически линейно, в то время как их траектории описывают более сложные кривые.

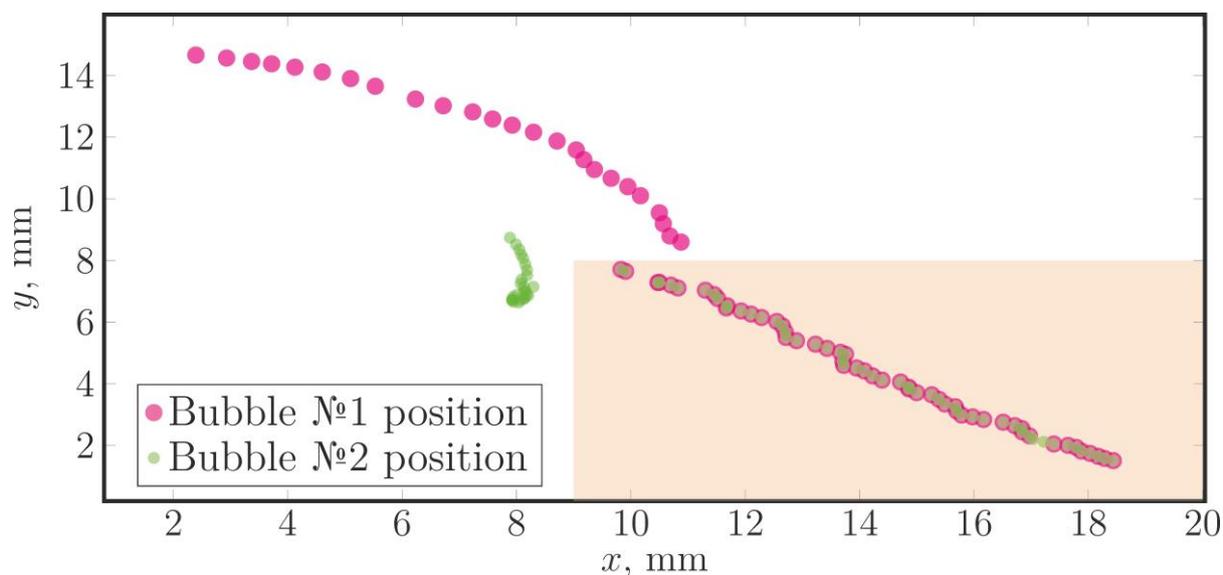


Рис. 5. Траектории движения пузырьков близкого радиуса ($r_1 = 2.25$ мм, $r_2 = 2.35$ мм) и траектория движения пузырька, образовавшегося в результате их слияния

Выводы

В настоящей работе экспериментально исследована динамика пары пузырьков близкого размера под действием ультразвука. Пузырьки генерировались методом гидродинамической фокусировки с помощью устройства, изготовленного в рамках исследования. Рассмотрено действие неоднородного поля давления, создаваемого с помощью ультразвука: под воздействием первичной силы Бьеркнеса пузырьки движутся в узел стоячей волны, так как имеют размеры больше резонансного, что также согласуется с численным расчетом распределения акустического давления в условиях настоящего эксперимента.

Пузырьки близкого радиуса под действием вторичной силы Бьеркнеса притягиваются, так как колебания их поверхностей происходят синфазно, и коалесцируют. Также получены зависимости траекторий пузырьков и расстояния между ними от времени: расстояние между пузырьками одинакового радиуса уменьшается линейно.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 24-11-00269).

Список литературы

1. Gallo M., Ferrara L., Naviglio D. Application of ultrasound in food science and technology: A perspective // Foods. 2018. Vol. 7 (10). 164. DOI: [10.3390/foods7100164](https://doi.org/10.3390/foods7100164)
2. Mao Y., Xia W., Peng Y., Xie G. Ultrasonic-assisted flotation of fine coal: A review // Fuel Processing Technology. 2019. Vol. 195. 106150. DOI: [10.1016/j.fuproc.2019.106150](https://doi.org/10.1016/j.fuproc.2019.106150). EDN: [TADXMM](https://www.edn.net/TADXMM)

3. *Chen Y., Truong V. N. T., Bu X., Xie G.* A review of effects and applications of ultrasound in mineral flotation // *Ultrasonics Sonochemistry*. 2020. Vol. 60. 104739. DOI: [10.1016/j.ultsonch.2019.104739](https://doi.org/10.1016/j.ultsonch.2019.104739). EDN: [YDAHWE](#)
4. *Wang Y., Chen D., Wu P.* Multi-bubble scattering acoustic fields in viscoelastic tissues under dual-frequency ultrasound // *Ultrasonics Sonochemistry*. 2023. Vol. 99. 106585. DOI: [10.1016/j.ultsonch.2023.106585](https://doi.org/10.1016/j.ultsonch.2023.106585). EDN: [YSOXMM](#)
5. *Jin L., Wang W., Tu Y., Zhang K., Lv Z.* Effect of ultrasonic standing waves on flotation bubbles // *Ultrasonics Sonochemistry*. 2021. Vol. 73. 105459. DOI: [10.1016/j.ultsonch.2020.105459](https://doi.org/10.1016/j.ultsonch.2020.105459). EDN: [TWTTWZ](#)
6. *Shklyayev S., Straube A.* Linear oscillations of a compressible hemispherical bubble on a solid substrate // *Physics of Fluids*. 2008. Vol. 20 (5). 052102. DOI: [10.1063/1.2918728](https://doi.org/10.1063/1.2918728). EDN: [LLJSEL](#)
7. *Gurera D., Bhushan B.* Bioinspired movement of gas bubbles: composition, applications, generation, contact angle, and movement – an overview // *Molecular Systems Design & Engineering*. 2020. Vol. 5 (10). P. 1555-1577. DOI: [10.1039/d0me00099j](https://doi.org/10.1039/d0me00099j). EDN: [NXVRJW](#)
8. *Ding D., Bostwick J. B.* Oscillations of a partially wetting bubble // *Journal of Fluid Mechanics*. 2022. Vol. 945. A24. DOI: [10.1017/jfm.2022.584](https://doi.org/10.1017/jfm.2022.584). EDN: [GMFQYZ](#)
9. *Wei Z., Weavers L. K.* Combining COMSOL modeling with acoustic pressure maps to design sono-reactors // *Ultrasonics Sonochemistry*. 2016. Vol. 31. P. 490–498. DOI: [10.1016/j.ultsonch.2016.01.036](https://doi.org/10.1016/j.ultsonch.2016.01.036)
10. *Sboev I., Lyubimova T., Rybkin K., Kuchinskiy M.* A numerical investigation of the effect of boundary conditions on acoustic pressure distribution in a sonochemical reactor chamber // *Fluid Dynamics & Materials Processing*. 2024. Vol. 20 (6). DOI: [10.32604/fdmp.2024.051341](https://doi.org/10.32604/fdmp.2024.051341). EDN: [PZXNJC](#)
11. *Bjerknes V.* *Fields of Force: Supplementary Lectures, Applications to Meteorology*; Publication of the Ernest Kempton Adams Fund for Physical Research. Columbia University Press, 1906. 160 p.
12. *Gao K., Liu H., Sun L., Zhang Z.* Effect of gas input conditions and ultrasound on the dynamic behavior of flotation bubbles // *ACS Omega*. 2022. Vol. 7 (26). P. 22326–22340. DOI: [10.1021/acsomega.2c01162](https://doi.org/10.1021/acsomega.2c01162). EDN: [GRLOXA](#)
13. *Bjerknes V. F. K.* *Die Kraftfelder*. F. Vieweg, 1909. 173 s.
14. *Zhang Y., Li S.* The secondary Bjerknes force between two gas bubbles under dual-frequency acoustic excitation // *Ultrasonics Sonochemistry*. 2016. Vol. 29. P. 129–145. DOI: [10.1016/j.ultsonch.2015.08.022](https://doi.org/10.1016/j.ultsonch.2015.08.022). EDN: [VGLLUP](#)
15. *Yoshida K., Fujikawa T., Watanabe Y.* Experimental investigation on reversal of secondary Bjerknes force between two bubbles in ultrasonic standing wave // *The Journal of the Acoustical Society of America*. 2011. Vol. 130 (1). P. 135–144. DOI: [10.1121/1.3592205](https://doi.org/10.1121/1.3592205). EDN: [OKRADP](#)
16. *Jiao J., He Y., Kentish S. E., Ashokkumar M., Manasseh R., Lee J.* Experimental and theoretical analysis of secondary Bjerknes forces between two

bubbles in a standing wave // *Ultrasonics*. 2015. Vol. 58. P. 35–42.
DOI: [10.1016/j.ultras.2014.11.016](https://doi.org/10.1016/j.ultras.2014.11.016). EDN: [UVBTQH](https://doi.org/10.1016/j.ultras.2014.11.016)

References

1. Gallo, M., Ferrara, L. and Naviglio, D. (2018), "Application of ultrasound in food science and technology: A perspective", *Foods*, vol. 7 (10), 164, doi: [10.3390/foods7100164](https://doi.org/10.3390/foods7100164)
2. Mao, Y., Xia, W., Peng, Y. and Xie, G. (2019), "Ultrasonic-assisted flotation of fine coal: A review", *Fuel Processing Technology*, vol. 195, 106150, doi: [10.1016/j.fuproc.2019.106150](https://doi.org/10.1016/j.fuproc.2019.106150)
3. Chen, Y., Truong, V. N. T., Bu, X. and Xie, G. (2020), "A review of effects and applications of ultrasound in mineral flotation", *Ultrasonics Sonochemistry*, vol. 60, 104739, doi: [10.1016/j.ultsonch.2019.104739](https://doi.org/10.1016/j.ultsonch.2019.104739)
4. Wang, Y., Chen, D. and Wu, P. (2023), "Multi-bubble scattering acoustic fields in viscoelastic tissues under dual-frequency ultrasound", *Ultrasonics Sonochemistry*, vol. 99, 106585, doi: [10.1016/j.ultsonch.2023.106585](https://doi.org/10.1016/j.ultsonch.2023.106585)
5. Jin, L., Wang, W., Tu, Y., Zhang, K. and Lv, Z. (2021), "Effect of ultrasonic standing waves on flotation bubbles", *Ultrasonics Sonochemistry*, vol. 73, 105459, doi: [10.1016/j.ultsonch.2020.105459](https://doi.org/10.1016/j.ultsonch.2020.105459)
6. Shklyaev, S. and Straube, A. (2008), "Linear oscillations of a compressible hemispherical bubble on a solid substrate", *Physics of Fluids*, vol. 20 (5), 052102, doi: [10.1063/1.2918728](https://doi.org/10.1063/1.2918728)
7. Gurera, D. and Bhushan, B. (2020), "Bioinspired movement of gas bubbles: composition, applications, generation, contact angle, and movement – an overview", *Molecular Systems Design & Engineering*, vol. 5 (10), pp. 1555–1577, doi: [10.1039/d0me00099j](https://doi.org/10.1039/d0me00099j)
8. Ding, D. and Bostwick J. B. (2022), "Oscillations of a partially wetting bubble", *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 945, A24, doi: [10.1017/jfm.2022.584](https://doi.org/10.1017/jfm.2022.584)
9. Wei, Z. and Weavers, L. K. (2016), "Combining COMSOL modeling with acoustic pressure maps to design sono-reactors", *Ultrasonics Sonochemistry*, vol. 31, pp. 490–498, doi: [10.1016/j.ultsonch.2016.01.036](https://doi.org/10.1016/j.ultsonch.2016.01.036)
10. Sboev, I., Lyubimova, T., Rybkin, K. and Kuchinskiy, M. (2024), "A numerical investigation of the effect of boundary conditions on acoustic pressure distribution in a sonochemical reactor chamber", *Fluid Dynamics & Materials Processing*, vol. 20 (6), doi: [10.32604/fdmp.2024.051341](https://doi.org/10.32604/fdmp.2024.051341)
11. Bjerknes, V. (1906), *Fields of Force: Supplementary Lectures, Applications to Meteorology*, Publication of the Ernest Kempton Adams Fund for Physical Research, Columbia University Press.
12. Gao, K., Liu, H., Sun, L. and Zhang, Z. (2022), "Effect of gas input conditions and ultrasound on the dynamic behavior of flotation bubbles", *ACS Omega*, vol. 7 (26), pp. 22326–22340, doi: [10.1021/acsomega.2c01162](https://doi.org/10.1021/acsomega.2c01162)
13. Bjerknes, V. F. K. (1909), *Die Kraftfelder*, F. Vieweg.

14. Zhang, Y. and Li, S. (2016), "The secondary Bjerknes force between two gas bubbles under dual-frequency acoustic excitation", *Ultrasonics Sonochemistry*, vol. 29, pp. 129–145, doi: [10.1016/j.ultsonch.2015.08.022](https://doi.org/10.1016/j.ultsonch.2015.08.022)
15. Yoshida, K., Fujikawa, T. and Watanabe, Y. (2011), "Experimental investigation on reversal of secondary Bjerknes force between two bubbles in ultrasonic standing wave", *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 130 (1), pp. 135–144, doi: [10.1121/1.3592205](https://doi.org/10.1121/1.3592205)
16. Jiao, J., He, Y., Kentish, S. E., Ashokkumar, M., Manasseh, R. and Lee, J. (2015), "Experimental and theoretical analysis of secondary Bjerknes forces between two bubbles in a standing wave", *Ultrasonics*, vol 58, pp. 35–42, doi: [10.1016/j.ultras.2014.11.016](https://doi.org/10.1016/j.ultras.2014.11.016)

Численное исследование распределения акустического давления в прямоугольной полости с расположенной сверху плоской пластиной

И. О. Сбоев^a, Т. П. Любимова^b, М. О. Кучинский^b, К. А. Рыбкин^c

^aАО «ОДК-Авиадвигатель»,

614010, Пермь, Комсомольский пр., 93, ivan-sboev@yanex.ru

^bИнститут механики сплошных сред УрО РАН,

614013, Пермь, ул. Академика Королева, 1,

lyubimovat@mail.ru, katbchinskiy@gmail.com

^cПермский государственный национальный исследовательский университет,

614068, Пермь, ул. Букирева, 15, k.rybkin@gmail.com

В работе проведено численное моделирование стоячей ультразвуковой волны внутри двухмерной прямоугольной рабочей полости, заполненной жидкостью с заданными физико-химическими свойствами. Моделирование выполнено в предположении сжимаемой жидкости без учета диссипации звуковой энергии за счет сил вязкого трения и теплопроводности. Рассмотрено стационарное поле акустического давления, создаваемого излучателем с рабочей частотой 28 кГц. Для выбранной частоты получено распределение акустического давления на нижней поверхности твердой пластинки, расположенной вблизи открытой верхней границы полости. При различных положениях пластинки получены поля акустического давления в жидкости, а также профили давления на ее нижней поверхности.

Ключевые слова: акустическая кавитация; смачиваемость поверхностей; ультразвуковая стоячая волна; акустическое давление; численное моделирование; метод конечных элементов

Numerical study of acoustic pressure distribution in a rectangular cavity with a flat plate located on top

I. O. Sboev^a, T. P. Lyubimova^b, M. O. Kuchinskiy^b, K. A. Rybkin^c

^aUEC-Aviadvigatel, 93 Komsomolsky Pr., 614010, Perm, ivan-sboev@yanex.ru

^bInstitute of Continuous Media Mechanics UB RAS,

1 Academician Korolev St., 614013, Perm,

lyubimovat@mail.ru, katbchinskiy@gmail.com

^cPerm State University, 15 Bukireva St., 614068, Perm, k.rybkin@gmail.com

The paper presents a numerical simulation of a standing ultrasonic wave inside a two-dimensional rectangular working cavity filled with a liquid with specified physical and chemical properties. The simulation is performed under the assumption of a compressible liquid without taking into account the dissipation of sound energy due to viscous friction and thermal conductivity. The stationary distribution of acoustic pressure in the liquid generated by a radiator with an operating frequency of 28 kHz is considered. For the selected frequency of the radiator, the distribution of acoustic pressure on the lower surface of a solid plate located near the free top boundary of the cavity is investigated. For different positions of the plate, the acoustic pressure fields in the liquid, as well as the pressure profiles on its lower surface, are obtained.

Keywords: acoustic cavitation; surface wettability; ultrasonic standing wave; acoustic pressure; numerical simulation; finite element method

При распространении ультразвуковых волн внутри объема жидкости при определенных условиях может возникать акустическая кавитация, которая обычно сопровождается образованием парогазовых пузырьков в жидкости, а также вблизи поверхности твердых тел из зародышей кавитации [1, 2]. Для более глубокого понимания и практического использования этого явления необходимо иметь представление о распределении акустического давления в объеме жидкости и связанного с ним расположения зон кавитационной активности [3–6]. Результаты многих работ используются при проектировании рабочих камер сонохимических реакторов и в основном связаны с повышением эффективности процессов, протекающих в сонохимических реакторах и флотационных машинах при обогащении руд [7–11]. Кроме того, вопрос о распределении акустического давления в результате ультразвукового воздействия в жидкости тесно связан с таким явлением, как изменение степени смачиваемости различных поверхностей. Таким образом, применение ультразвуковых волн получило широкое распространение как один из методов изменения краевого угла смачивания поверхностей [12–15]. В этом случае информация о распределении давления вблизи твердых поверхностей позволяет лучше понимать динамику кавитационных пузырьков и механизмы изменения состояния поверхности в процессе кавитации.

Для возникновения акустической кавитации в жидкости, как правило, требуется создание определенной амплитуды давления или превышение порога кавитации. Достижение высокого акустического давления обычно происходит в пучностях давления. Поэтому для представления характера расположения пучностей (и узлов) важным является исследование стоячих ультразвуковых волн в полостях с различной конфигурацией [16]. Одним из подходов при решении подобного рода задач является численное моделирование.

В настоящей работе выполняется численное моделирование ультразвуковой стоячей волны в двухмерной прямоугольной рабочей полости прямоугольного сечения, заполненной жидкостью при наличии плоской твердой пластинки, расположенной вблизи открытой верхней границы. Рассматривается рабочая полость со сторонами $L = 109$ мм и $H = 140$ мм [17, 18]. Схема рабочей полости показана на рис. 1а.

Для упрощения расчетов выполняется частотный анализ стационарного волнового уравнения Гельмгольца без учета акустических явлений, обусловленных течением жидкости:

$$\nabla \cdot \left(\frac{1}{\rho} (\nabla p) \right) + \frac{\omega^2}{\rho c^2} p = 0. \quad (1)$$

Решение задачи в частотной области позволяет использовать преобразование Фурье для представления дифференциального волнового уравнения (1) в виде алгебраических уравнений, которые решаются методом конечных элементов в узлах структурированной прямоугольной расчетной сетки (рис. 1б).

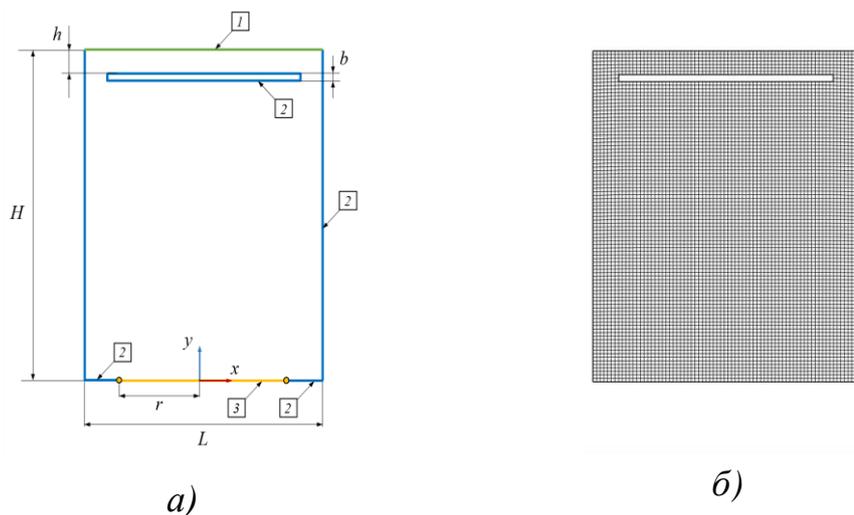


Рис. 1. Геометрия рабочей полости:

а) схема (1 – верхняя граница; 2 – боковая и нижняя (вне излучателя) границы, поверхность пластинки; 3 – поверхность излучателя); б) расчетная сетка

В рамках численного исследования в качестве источника ультразвуковых колебаний используется часть нижней границы рабочей полости, ограниченная координатами $x = [-r; r]$, где $r = 44$ мм – радиус излучателя. Рабочая частота излучателя выбирается равной $f = 28$ кГц [18, 19].

На расстоянии h от верхней границы рабочей полости расположена плоская пластинка радиусом $r = 44$ мм и толщиной $b = 3$ мм. Нижняя граница пластинки ориентирована параллельно поверхности излучателя. Величина h изменяется в диапазоне от 10 до 30 мм.

В качестве исследуемой жидкости рассматривается сжимаемая среда со свойствами воды (плотность $\rho = 1,0 \cdot 10^3$ кг/м³, скорость звука $c = 1,5 \cdot 10^3$ м/с) при постоянной температуре $T_0 = 293$ К и давлении $p = p_a$, где $p_a = 1,01 \cdot 10^5$ Па – атмосферное давление. Кроме того, предполагается отсутствие примесей в жидкости, а также диссипации энергии за счет внутреннего трения и теплопроводности. При расчетах ультразвуковых волн в жидкости также не учитывается зарождение и развитие кавитационных парогазовых пузырьков, то есть среда считается однородной и однофазной.

В процессе распространения ультразвуковых волн жидкость и пластинка остаются неподвижными ($\mathbf{u}_0 = 0$). Для простоты начальное давление в жидкости принимается равным $p_0 = 0$ (вместо $p = p_a$). В таком случае полное акустическое давление p в каждой точке расчетной полости численно равно перепаду давления в этой точке. Прохождение ультразвуковых волн внутрь плоской пластинки и во внешнюю область рабочей полости через открытую верхнюю границу в рамках настоящего исследования не рассматривается.

На стенках рабочей полости и поверхности плоской пластинки выполняются следующие граничные условия:

1) на верхней границе ($y = H$) выполняется условие Дирихле, которое обозначает отсутствие полного акустического давления на границе (открытая граница):

$$p = 0; \quad (2)$$

2) на боковых границах ($x = \pm L/2$) и нижней границе полости ($y = 0$) вне рабочей поверхности излучателя рассматривается условие акустического импеданса:

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial \mathbf{n}} = -\frac{i\omega}{Z_{1,2}} p, \quad (3)$$

где \mathbf{n} – вектор нормали к твердой границе. При таком условии предполагается, что характер взаимодействия между границами полости и падающей ультразвуковой волной определяется соотношением акустических импедансов жидкости и границы, определяемых как $Z = \rho c$, где ρ – плотность жидкости, c – скорость звука в жидкости, в которой распространяются ультразвуковые колебания. В рамках численного исследования в качестве материала боковых границ применяется кварцевое стекло, которое характеризуется импедансом $Z_1 = \rho_1 c_1$, где $\rho_1 = 3.6 \times 10^3 \text{ кг/м}^3$ – плотность кварцевого стекла, $c_1 = 4.3 \times 10^3 \text{ м/с}$ – скорость продольной ультразвуковой волны в кварцевом стекле. Для верхней границы, являющейся границей раздела «вода-воздух», задается акустический импеданс $Z_2 = \rho_2 c_2$, где $\rho_2 = 1.2 \text{ кг/м}^3$ – плотность воздуха, $c_2 = 3.4 \times 10^2 \text{ м/с}$ – скорость ультразвуковой волны в воздухе при нормальных условиях;

3) на поверхности излучателя ($x = [-r; r]$) задается амплитуда давления $p_{\text{ис}} = 1.25 \times p_a$, которая соответствует условием натурального эксперимента [18, 19];

4) все границы плоской пластины характеризуется акустическим импедансом $Z_3 = \rho_3 c_3$, который соответствует оргстеклу с плотностью $\rho_3 = 1.2 \times 10^3 \text{ кг/м}^3$ и скоростью продольной ультразвуковой волны $c_3 = 2.7 \times 10^3 \text{ м/с}$.

Для расчета распределения акустического давления используется структурированная прямоугольная расчетная сетка, состоящая из 6744 узлов, с размером элемента 1.5 мм. Верификация численной модели выполнена в [18].

На рис. 2 показано распределение акустического давления $p(x, y)$ в ультразвуковой стоячей волне при частоте излучателя $f = 28 \text{ кГц}$, полученное при различных положениях кварцевой пластинки. Для распределения давления синий цвет соответствует областям низкого (отрицательного) давления ($p < 0$), а красный – областям высокого (положительного) давления ($p > 0$). Вблизи боковых границ полости наблюдается уменьшение акустического давления p , а в узлах стоячей ультразвуковой волны (показаны белым цветом) давление обращается в нуль, т. е. $p = 0$. При этом о структуре стоячих ультразвуковых волн можно судить по чередованию пучностей, а также форме узловых линий.

Присутствие пластинки в рабочей полости приводит к возникновению краевых эффектов вблизи ее поверхностей, а также изменению структуры поля акустического давления в области между пластинкой и открытой верхней границей. При расположении пластинки на расстоянии $h_1 = 10 \text{ мм}$ (рис. 2а) давление в жидкости за пластинкой обращается в нуль, при этом под пластинкой формируется область низкого (отрицательного) давления. При расстояниях $h_2 = 20 \text{ мм}$ (рис. 2б) и $h_2 = 30 \text{ мм}$ (рис. 2в) давление под пластинкой оказывается высоким (положительным), при этом выше пластинки наблюдается чередование областей высокого и низкого давления. Вблизи поверхности

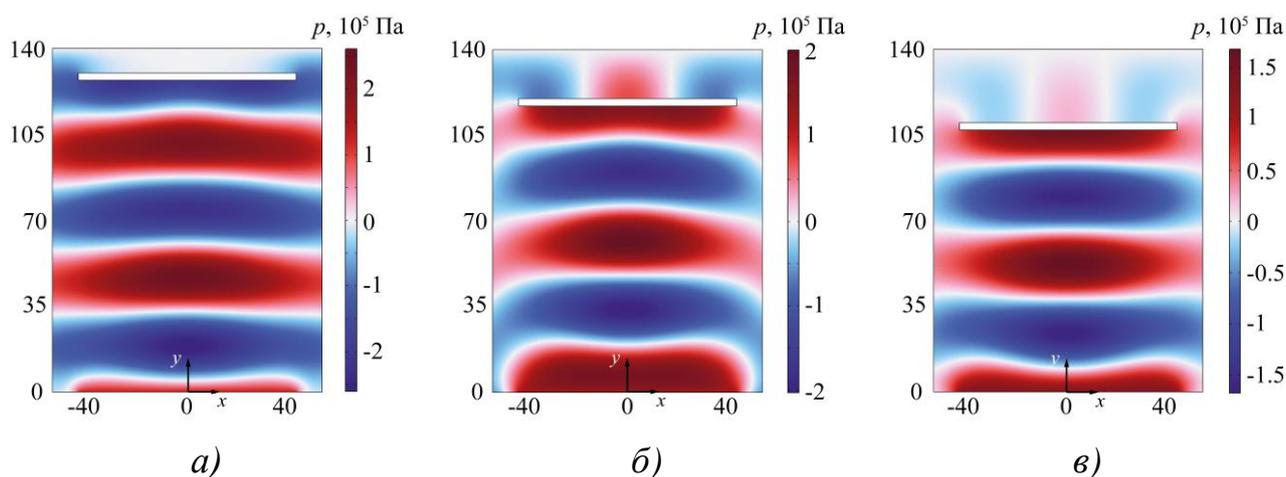


Рис. 2. Распределение акустического давления $p(x, y)$ в стоячей ультразвуковой волне над излучателем радиусом $r = 44$ мм при $f = 28$ кГц (верхняя граница – открытая, материал боковых границ – оргстекло, материал пластинки – кварц): а) $h_1 = 10$ мм; б) $h_2 = 20$ мм; в) $h_3 = 30$ мм

излучателя всегда формируется область высокого давления, форма и протяженность которой изменяется в зависимости от положения кварцевой пластинки в полости.

На рис. 3 приведены профили акустического давления, полученные вдоль нижней границы кварцевой пластинки при различных положениях пластинки. Полученные результаты демонстрируют значительную разницу в характере распределения акустического давления вблизи твердой пластинки.

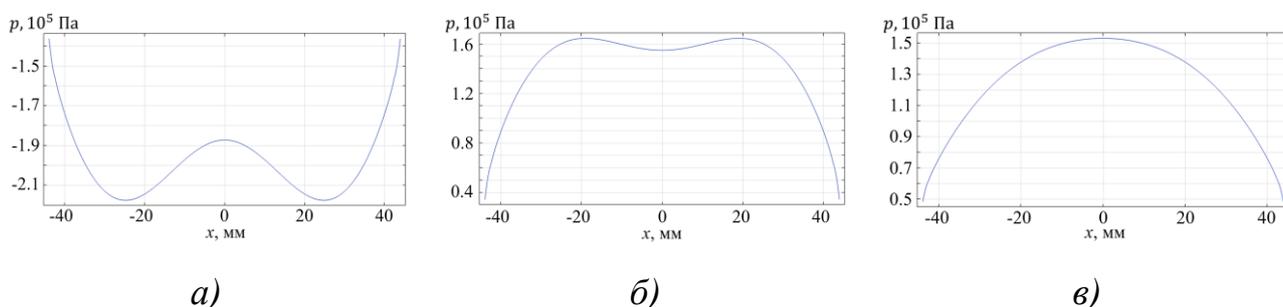


Рис. 3. Профили акустического давления вдоль нижней границы плоской кварцевой пластинки радиусом $r = 44$ мм: а) $h_1 = 10$ мм; б) $h_2 = 20$ мм; в) $h_3 = 30$ мм

Поскольку из-за отражения ультразвуковых волн акустическое давление распределено неоднородно вдоль поверхности пластинки, можно сделать вывод о направлении силы, вызванной градиентом давления в рассматриваемой области. Поэтому в случае появления вблизи нижней поверхности пластинки воздушных пузырьков можно спрогнозировать их поведение: 1) перемещение пузырьков к центру полости (в область минимального давления, рис. 3а, б); 2) выталкивание пузырьков из центральной области высокого давления на периферию и последующее их удаление с поверхности пластинки (рис. 3в).

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 24-11-00269, <https://rscf.ru/project/24-11-00269/>.

Список литературы

1. *Leong T., Ashokkumar M., Sandra K.* The fundamentals of power ultrasound – A review // *Acoustics Australia*. 2011. Vol. 39 (2). P. 54–63.
2. *Tiong T. J., Chu J. K., Tan K. W.* Advancements in acoustic cavitation modelling: progress, challenges and future directions in sonochemical reactor design // *Ultrasonics Sonochemistry*. 2025. Vol. 112. 107163. DOI: [10.1016/j.ultsonch.2024.107163](https://doi.org/10.1016/j.ultsonch.2024.107163). EDN: [XXCTLA](https://www.edn.net/XXCTLA)
3. *Laborde J. L., Hita A., Caltagirone J. P., Gerard A.* Fluid dynamics phenomena induced by power ultrasounds // *Ultrasonics*. 2000. Vol. 38 (1–8). P. 297–300. DOI: [10.1016/S0041-624X\(99\)00124-9](https://doi.org/10.1016/S0041-624X(99)00124-9)
4. *Takuma Y., Kato S., Kojima T.* Relationship between sound pressure and reaction rate in sonochemical reaction // *The Canadian Journal of Chemical Engineering*. 2009. Vol. 87 (4). P. 605–609. DOI: [10.1002/cjce.20198](https://doi.org/10.1002/cjce.20198)
5. *Nguyen T. T., Asakura Y., Okada N., Koda S., Yasuda K.* Effect of ultrasonic cavitation on measurement of sound pressure using hydrophone // *Japanese Journal of Applied Physics*. 2017. Vol. 56 (7S1). 07JE06. DOI: [10.7567/JJAP.56.07JE06](https://doi.org/10.7567/JJAP.56.07JE06)
6. *Sboev I., Lyubimova T., Rybkin K., Kuchinskiy M.* A numerical investigation of the effect of boundary conditions on acoustic pressure distribution in a sonochemical reactor chamber // *Fluid Dynamics & Materials Processing*. 2024. Vol. 20 (6). P. 1425–1439. DOI: [10.32604/fdmp.2024.051341](https://doi.org/10.32604/fdmp.2024.051341). EDN: [PZXNJC](https://www.edn.net/PZXNJC)
7. *Krefting D., Mettin R., Lauterborn W.* High-speed observation of acoustic cavitation erosion in multibubble systems // *Ultrasonics Sonochemistry*. 2004. Vol. 11 (3–4). P. 119–123. DOI: [10.1016/j.ultsonch.2004.01.006](https://doi.org/10.1016/j.ultsonch.2004.01.006). EDN: [LVXJTL](https://www.edn.net/LVXJTL)
8. *Liu L., Wen J., Yang Y., Tan W.* Ultrasound field distribution and ultrasonic oxidation desulfurization efficiency // *Ultrasonics Sonochemistry*. 2013. Vol. 20 (2). P. 696–702. DOI: [10.1016/j.ultsonch.2012.10.009](https://doi.org/10.1016/j.ultsonch.2012.10.009)
9. *Tudela I., Sáez V., Esclapez M. D., Díez-García M. I., Bonete P., González-García J.* Simulation of the spatial distribution of the acoustic pressure in sonochemical reactors with numerical methods: a review // *Ultrasonics Sonochemistry*, 2014. Vol. 21 (3). P. 909–919. DOI: [10.1016/j.ultsonch.2013.11.012](https://doi.org/10.1016/j.ultsonch.2013.11.012)
10. *Wei Z., Weavers L. K.* Combining COMSOL modeling with acoustic pressure maps to design sono-reactors // *Ultrasonics sonochemistry*. 2016. Vol. 31. P. 490–498. DOI: [10.1016/j.ultsonch.2016.01.036](https://doi.org/10.1016/j.ultsonch.2016.01.036)
11. *Mao Y., Xia W., Peng Y., Xie G.* Ultrasonic-assisted flotation of fine coal: A review // *Fuel Processing Technology*. 2019. Vol. 195. 106150. DOI: [10.1016/j.fuproc.2019.106150](https://doi.org/10.1016/j.fuproc.2019.106150). EDN: [TADXMM](https://www.edn.net/TADXMM)
12. *Chau T. T., Bruckard W. J., Koh P. T. L., Nguyen A. V.* A review of factors that affect contact angle and implications for flotation practice // *Advances in Colloid and Interface Science*. 2009. Vol. 150 (2). P. 106–115. DOI: [10.1016/j.cis.2009.07.003](https://doi.org/10.1016/j.cis.2009.07.003). EDN: [NALXQL](https://www.edn.net/NALXQL)
13. *Kuchinskiy M. O., Lyubimova T. P., Rybkin K. A., Galishevskiy V. A., Sadovnikova A. D.* Influence of ultrasound on the dynamics of an air bubble

- near a solid surface // *The European Physical Journal Special Topics*. 2024. Vol. 233 (8). P. 1695–1708. DOI: [10.1140/epjs/s11734-024-01243-x](https://doi.org/10.1140/epjs/s11734-024-01243-x). EDN: [NBQJGR](#)
14. *Kruszelnicki M., Polowczyk I., Kowalczyk P. B.* Insight into the influence of surface wettability on flotation properties of solid particles – Critical contact angle in flotation // *Powder Technology*. 2024. Vol. 431. 119056. DOI: [10.1016/j.powtec.2023.119056](https://doi.org/10.1016/j.powtec.2023.119056). EDN: [UOQOUT](#)
 15. *Zeng H., Sun W., Tang H., Jiang F., Wang L.* Surface roughness and its role in flotation behavior, wettability and bubble-particle interactions: a systematic review // *Applied Sciences*. 2025. Vol. 15 (8). 4557. DOI: [10.3390/app15084557](https://doi.org/10.3390/app15084557)
 16. *Wang Y. C., Yao M. C.* Realization of cavitation fields based on the acoustic resonance modes in an immersion-type sonochemical reactor // *Ultrasonics Sonochemistry*, 2013. Vol. 20 (1). P. 565–570. DOI: [10.1016/j.ultsonch.2012.07.026](https://doi.org/10.1016/j.ultsonch.2012.07.026)
 17. *Kuchinskiy M. O., Lyubimova T. P., Rybkin K. A., Fattalov O. O., Klimenko L. S.* Experimental and numerical study of acoustic pressure distribution in a sonochemical reactor // *Journal of Physics: Conference Series*. 2021. Vol. 1809 (1). 012025. DOI: [10.1088/1742-6596/1809/1/012025](https://doi.org/10.1088/1742-6596/1809/1/012025). EDN: [WJRRHA](#)
 18. *Сбоев И. О., Любимова Т. П., Кучинский М. О., Рыбкин К. А.* Распределения акустического давления и зон кавитационной активности в жидкости: численное моделирование и эксперимент // *Вычислительная механика сплошных сред*. 2025. Т. 18. № 1. С. 68–85. DOI: [10.7242/1999-6691/2025.18.1.6](https://doi.org/10.7242/1999-6691/2025.18.1.6). EDN: [MBFTOC](#)
 19. *Kuchinskiy M., Lyubimova T., Rybkin K., Sadovnikova A., Galishevskiy V.* Investigation of cavitation in NaCl solutions in a sonochemical reactor using the foil test method // *Fluid Dynamics & Materials Processing*. 2024. Vol. 20 (5). P. 1093–1102. DOI: [10.32604/fdmp.2024.050059](https://doi.org/10.32604/fdmp.2024.050059). EDN: [BZPOAT](#)

References

1. Leong, T., Ashokkumar, M. and Sandra, K. (2011), “The fundamentals of power ultrasound – A review”, *Acoustics Australia*, vol. 39 (2), pp. 54–63.
2. Tiong, T. J., Chu, J. K. and Tan, K. W. (2025), “Advancements in acoustic cavitation modelling: progress, challenges and future directions in sonochemical reactor design”, *Ultrasonics Sonochemistry*, vol. 112, 107163, doi: [10.1016/j.ultsonch.2024.107163](https://doi.org/10.1016/j.ultsonch.2024.107163)
3. Laborde, J. L., Hita, A., Caltagirone, J. P. and Gerard, A. (2000), “Fluid dynamics phenomena induced by power ultrasounds”, *Ultrasonics*, vol. 38 (1–8), pp. 297–300, doi: [10.1016/S0041-624X\(99\)00124-9](https://doi.org/10.1016/S0041-624X(99)00124-9)
4. Takuma, Y., Kato, S. and Kojima, T. (2009), “Relationship between sound pressure and reaction rate in sonochemical reaction”, *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, vol. 87 (4), pp. 605–609, doi: [10.1002/cjce.20198](https://doi.org/10.1002/cjce.20198)
5. Nguyen, T. T., Asakura, Y., Okada, N., Koda, S. and Yasuda, K. (2017), “Effect of ultrasonic cavitation on measurement of sound pressure using hydrophone”,

- Japanese Journal of Applied Physics*, vol. 56 (7S1), 07JE06, doi: [10.7567/JJAP.56.07JE06](https://doi.org/10.7567/JJAP.56.07JE06)
6. Sboev, I., Lyubimova, T., Rybkin, K. and Kuchinskiy, M. (2024), “A numerical investigation of the effect of boundary conditions on acoustic pressure distribution in a sonochemical reactor chamber”, *Fluid Dynamics & Materials Processing*, vol. 20 (6), pp. 1425–1439, doi: [10.32604/fdmp.2024.051341](https://doi.org/10.32604/fdmp.2024.051341)
 7. Krefting, D., Mettin, R. and Lauterborn, W. (2004), “High-speed observation of acoustic cavitation erosion in multibubble systems”, *Ultrasonics Sonochemistry*, vol. 11 (3–4), pp. 119–123, doi: [10.1016/j.ultsonch.2004.01.006](https://doi.org/10.1016/j.ultsonch.2004.01.006)
 8. Liu, L., Wen, J., Yang, Y. and Tan, W. (2013), “Ultrasound field distribution and ultrasonic oxidation desulfurization efficiency”, *Ultrasonics sonochemistry*, vol. 20 (2), pp. 696–702, doi: [10.1016/j.ultsonch.2012.10.009](https://doi.org/10.1016/j.ultsonch.2012.10.009)
 9. Tudela, I., Sáez, V., Esclapez, M. D., Díez-García, M. I., Bonete, P. and González-García, J. (2014), “Simulation of the spatial distribution of the acoustic pressure in sonochemical reactors with numerical methods: a review”, *Ultrasonics Sonochemistry*, vol. 21 (3), pp. 909–919, doi: [10.1016/j.ultsonch.2013.11.012](https://doi.org/10.1016/j.ultsonch.2013.11.012)
 10. Wei, Z., and Weavers, L. K. (2016), “Combining COMSOL modeling with acoustic pressure maps to design sono-reactors”, *Ultrasonics Sonochemistry*, vol. 31, pp. 490–498, doi: [10.1016/j.ultsonch.2016.01.036](https://doi.org/10.1016/j.ultsonch.2016.01.036)
 11. Mao, Y., Xia, W., Peng, Y. and Xie, G. (2019), “Ultrasonic-assisted flotation of fine coal: A review”, *Fuel Processing Technology*, vol. 195, 106150, doi: [10.1016/j.fuproc.2019.106150](https://doi.org/10.1016/j.fuproc.2019.106150)
 12. Chau, T. T., Bruckard, W. J., Koh, P. T. L. and Nguyen, A. V. (2009), “A review of factors that affect contact angle and implications for flotation practice”, *Advances in Colloid and Interface Science*, vol. 150 (2), pp. 106–115, doi: [10.1016/j.cis.2009.07.003](https://doi.org/10.1016/j.cis.2009.07.003)
 13. Kuchinskiy, M. O., Lyubimova, T. P., Rybkin, K. A., Galishevskiy, V. A. and Sadovnikova, A. D. (2024), “Influence of ultrasound on the dynamics of an air bubble near a solid surface”, *The European Physical Journal Special Topics*, vol. 233 (8), pp. 1695–1708, doi: [10.1140/epjs/s11734-024-01243-x](https://doi.org/10.1140/epjs/s11734-024-01243-x)
 14. Kruszelnicki, M., Polowczyk, I. and Kowalczyk, P. B. (2024), “Insight into the influence of surface wettability on flotation properties of solid particles – Critical contact angle in flotation”, *Powder Technology*, vol. 431, 119056, doi: [10.1016/j.powtec.2023.119056](https://doi.org/10.1016/j.powtec.2023.119056)
 15. Zeng, H., Sun, W., Tang, H., Jiang, F. and Wang, L. (2025), “Surface roughness and its role in flotation behavior, wettability and bubble–particle interactions: a systematic review”, *Applied Sciences*, vol. 15 (8), 4557, doi: [10.3390/app15084557](https://doi.org/10.3390/app15084557)
 16. Wang, Y. C. and Yao, M. C. (2013), “Realization of cavitation fields based on the acoustic resonance modes in an immersion-type sonochemical reactor”, *Ultrasonics Sonochemistry*, vol. 20 (1), pp. 565–570, doi: [10.1016/j.ultsonch.2012.07.026](https://doi.org/10.1016/j.ultsonch.2012.07.026)
 17. Kuchinskiy, M. O., Lyubimova, T. P., Rybkin, K. A., Fattalov, O. O. and Klimentenko, L. S. (2021), “Experimental and numerical study of acoustic pressure

- distribution in a sonochemical reactor”, *Journal of Physics: Conference Series*, vol. 1809 (1), 012025, doi: [10.1088/1742-6596/1809/1/012025](https://doi.org/10.1088/1742-6596/1809/1/012025)
18. Sboev, I., Lyubimova, T., Kuchinskiy, M. and Rybkin, K. (2025), “Spatial distribution of acoustic pressure in the fluid and cavitation activity zone: numerical modelling and experiment”, *Computational Continuum Mechanics*, vol. 18 (1), pp. 68–85 (In Russian), doi: [10.7242/1999-6691/2025.18.1.6](https://doi.org/10.7242/1999-6691/2025.18.1.6)
19. Kuchinskiy, M., Lyubimova, T., Rybkin, K., Sadovnikova, A. and Galishevskiy, V. (2024), “Investigation of cavitation in NaCl solutions in a sonochemical reactor using the foil test method”, *Fluid Dynamics & Materials Processing*, vol. 20, pp. 1093–1102, doi: [10.32604/fdmp.2024.050059](https://doi.org/10.32604/fdmp.2024.050059)

Формирование конусных линз на торце оптического волокна методом прецизионной полировки

Ф. Е. Хаснуллин, Р. С. Пономарев

Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614068, Пермь, ул. Букирева, 15, khasnullin60@gmail.com

В работе представлен метод формирования конусных микролинз на торце многомодового оптического волокна методом механической полировки.

Ключевые слова: оптическое волокно; аксикон; конусная линза; механическая полировка; торец волокна; фокусировка; ближнепольная оптика

Fabrication of conical lenses on the tip of an optical fiber by precision polishing

F. E. Khasnullin, R. S. Ponomarev

Perm State University, 15 Bukireva St., 614068, Perm, khasnullin60@gmail.com

This paper presents a method for fabricating conical microlenses on the tip of a multimode optical fiber using mechanical polishing.

Keywords: optical fiber; axicon; conical lens; mechanical polishing; fiber tip; Bessel beam; light focusing; near-field optics

Формирование и управление оптическими полями с субмикронным разрешением является ключевой задачей современной фотоники, оптической медицинской диагностики и нанотехнологий. Одним из перспективных направлений в этой области является использование заостренных торцов оптических волокон, позволяющих существенно повысить эффективность фокусировки, сопряжения и пространственного управления светом. В частности, интерес представляет применение конусных линз – аксиконов, формируемых на торце волокна, обладающих компактностью, простотой изготовления и высокой степенью контроля над геометрией светового пучка. В данной работе рассматриваются конструкция установки и метод формирования таких линз путем механической полировки.

Аксикон – форма торца оптического волокна в виде конусной поверхности, которая позволяет не только пространственно сжимать пучок, но и реализовывать ряд оптических эффектов, недостижимых при использовании плоского торца волокна. Во-первых, торец в виде конуса способствует лучшей фокусировке оптического сигнала за счёт плавного изменения числовой апертуры вдоль оси волокна. При отсутствии резких переходов и минимального отражения на границах, световой пучок выходит с меньшим углом расходимости, что в свою очередь, позволяет добиться более компактной фокусной вершины вблизи вершины конуса, чем у оптического волокна, сколотого под углом 90° к продольной оси. Для торца оптического волокна, сколотого под 90° , угол расходимости θ_{max} выходного пучка определяется его

числовой апертурой (NA) по выражению: $NA = n_{core} \cdot \sin \theta_{max}$, где n_{core} – показатель преломления сердцевины волокна. В случае конического торца оптического волокна направление распространения мод на выходе изменяется из-за преломления на наклонной поверхности. Согласно закону Снеллиуса, угол выхода для луча, падающего под углом ψ к нормали к поверхности, определяется как: $\theta_{out} = \arcsin(n_{core}/n_{ext} \cdot \sin\psi) - \psi$, где n_{ext} – показатель преломления внешней среды. Во-вторых, за счет конической симметрии волоконный торец способен формировать пучки Бесселя – немонотонные пучки с самовосстанавливающимися свойствами и высокой глубины резкости [1, 2]. Такие пучки имеют широкое применение в микроманипуляции, трёхмерной литографии и при работе с биологическими объектами, чувствительными к интенсивному фокусированию [2].

Существует несколько методов формирования аксиконов на торце оптического волокна, самые популярные из которых – химическое травление, термическое оплавление и полировка. Каждый из способов имеет характерные особенности по точности, качеству поверхности, диапазону возможных углов и технологической сложности.

Механическая полировка

Механическая полировка – способ формирования аксикона на торце оптического волокна, в процессе которого используется полировочный диск, покрытый абразивной пленкой различной зернистости. Волокно фиксируется в вращательную оснастку под углом к плоскости вращения диска. При вращении волокна и полировочного диска производится последовательная обработка разной зернистостью от 20 мкм до 0.3 мкм для сглаживания поверхности. Геометрия конуса полностью контролируется углом наклона и давлением волокна на полировочный диск, можно точно задать угол при вершине конуса в широком диапазоне от 10° до 170° .

Достоинствами данного способа являются широкий диапазон углов и формы аксикона, хорошее качество поверхности, возможность гибридизации с другими способами, например полировка после травления для получения более сложных структур. Недостатки – необходимость использования точного оборудования и калибровки процесса, сравнительно низкая производительность по сравнению с химическим травлением.

На основании анализа литературных источников [3–8], был выбран метод механической полировки для проведения эксперимента как оптимальный с точки зрения сочетания точности геометрии, качества поверхности и воспроизводимости формы аксикона. Этот подход обеспечивает широкий диапазон углов вершины ($10^\circ - 170^\circ$) и минимальную шероховатость (до десятков нанометров) при возможности оперативной корректировки параметров процесса. В следующем разделе подробно описаны материалы, оборудование и методика формирования конусных линз на торцах оптических волокон, а также процедура оценки их геометрических и оптических характеристик.

Эксперимент и обсуждение его результатов

Для формирования конусных линз применялась специализированная полировочная установка, схема которой представлена на рисунке 1.

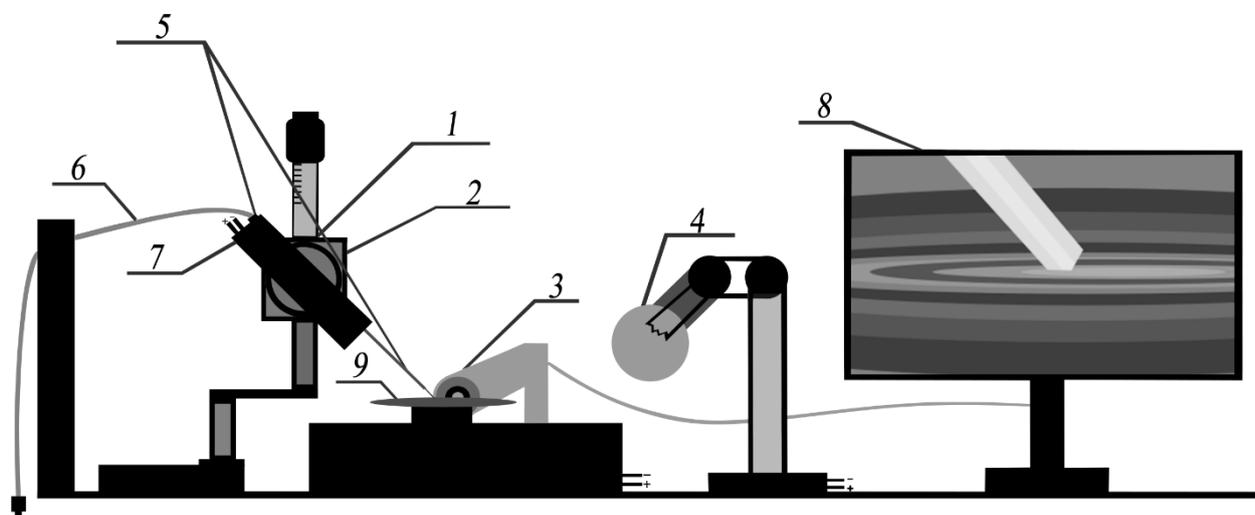


Рис. 1. Общий вид установки

Вращающий момент от электродвигателя (7) передавался на зубчатое колесо, внутри которого жёстко фиксировалась медицинская игла. Внутри иглы (5) было вставлено и центрировано оптическое волокно (6), что обеспечивало его соосность с вращающим узлом.

Оснастка включала микроротатор Omtools (2), позволяющий точно задавать угол наклона волокна относительно плоскости шлифовального круга. Вся сборка устанавливалась на ручной микропозicionер с точностью 10 мкм на одно деление (1), обеспечивающий вертикальное перемещение.

В процессе полировки держатель с волокном опускался на вращающийся шлифовальный круг (9), покрытый абразивной плёнкой заданной зернистости. Контакт волокна с полировальной поверхностью инициировал стачивание торца. Угол формирования конуса и скорость съёма материала контролировались положением микроротатора и прижимным усилием, задаваемым микропозicionером. Для обеспечения стабильных условий наблюдения применялся дополнительный свет от LED-светильника (4). Визуальный контроль за процессом осуществлялся через камеру-микроскоп (3) с выводом изображения на монитор компьютера (8).

В результате механической полировки было сформировано пять образцов многомодового волокна MM 125/50 с целевым углом при вершине $\sim 140^\circ$. Геометрические параметры и смещение вершины конуса определялись по микроскопическим изображениям с последующим угловым и координатным анализом. Оптические характеристики оценивались с помощью оптического профилометра Ophir Spiricon SP-503. Результаты измерений приведены в таблицах 1 и 2.

Табл. 1. Геометрические параметры и смещение вершины

№ образца	Угол при вершине, °	Смещение при вершине, мкм
1	147.9	6.5
2	139.1	7.0
3	140.1	7.0
4	141.8	2.5
5	143.6	10.0

Результаты измерений показали, что изготовленные аксиконы демонстрируют высокую степень соответствия заданным геометрическим параметрам. Средний диаметр фокусного пятна, полученный по данным измерений с помощью системы *Ophir Spiricon*, составил 8 – 10 мкм. Это означает, что аксикон выполняет функцию линзы, фокусируя выходящий из волокна пучок в меньшее пятно по сравнению с тем, которое формируется при использовании торца оптического волокна, сколотого под 90° по отношению к продольной оси.

Геометрические особенности напрямую отражаются на распределении интенсивности в фокусе: образцы с меньшим смещением формируют практически круговое симметричное пятно с чётким центральным максимумом, тогда как при увеличении смещения появляются искажения профиля и неравномерность по координатным осям. Наиболее выраженные искажения зарегистрированы у образца №5, для которого направление асимметрии интенсивности совпадает с направлением смещения вершины, зафиксированным на микроскопии.

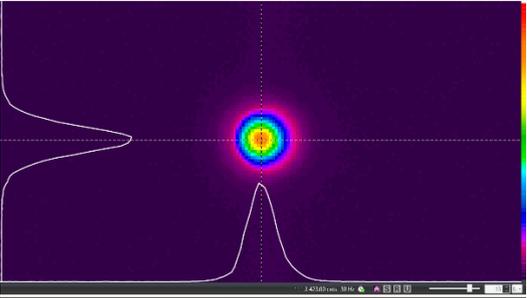
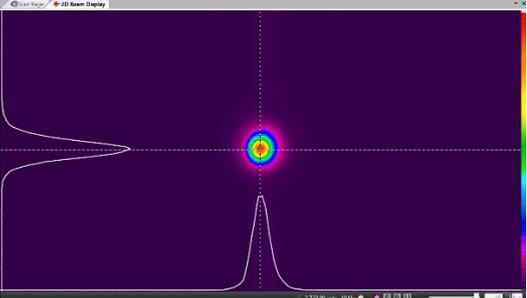
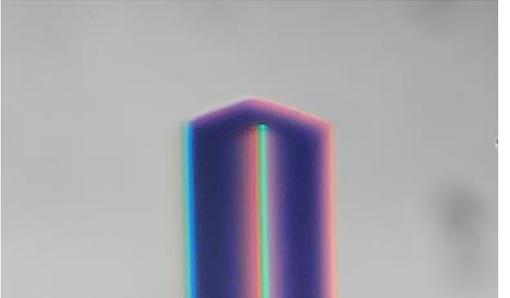
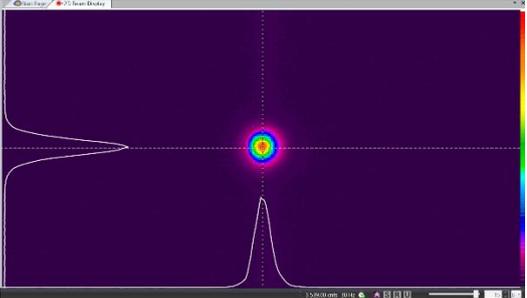
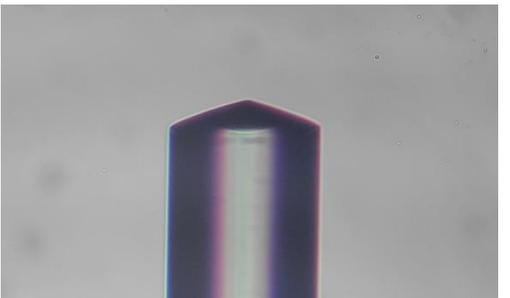
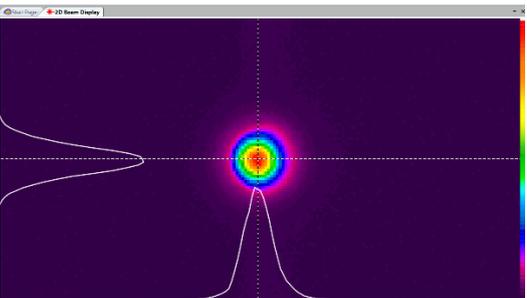
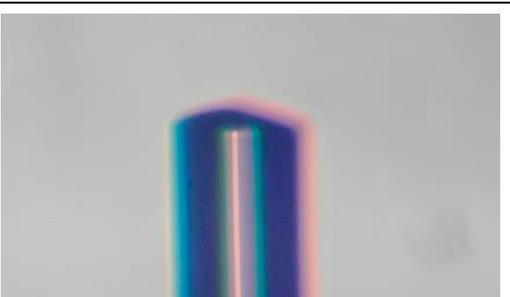
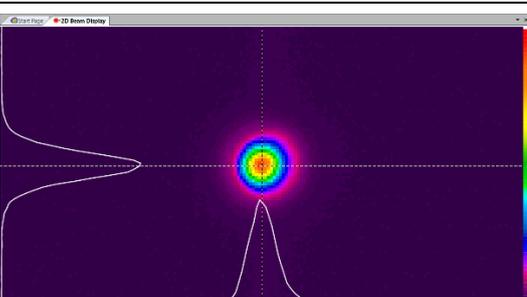
Таким образом, результаты показывают чёткую зависимость между точностью центрирования вершины конуса и качеством формируемого оптического пучка.

Наблюдаемая асимметрия соосности обусловлена не только несовершенной центровкой волокна в держателе, но и вертикальными биениями шестерёнок в используемой оснастке, передающих вращение. Этот фактор планируется устранить в дальнейшем путём модернизации механической передачи и улучшения точности юстировки вращательных элементов.

Вывод

В ходе работы была разработана и собрана установка, обеспечивающая достаточно высокоточное формирование конусных торцов оптических волокон методом механической полировки с небольшими отклонениями вершины от оси симметрии. Конструкция оснастки и применённые элементы управления позволяют задавать угол при вершине и контролировать скорость удаления материала, обеспечивая воспроизводимость получаемых форм. Изготовленные образцы продемонстрировали способность выполнять функцию линзы – формировать фокусное пятно диаметром около 10 мкм, что подтверждает корректность конструкции установки и перспективность её применения для изготовления волоконных оптических элементов с заданными параметрами.

Табл. 2. Микрофотографии сформированных аксиконов и профили их пучков

№ образца	Фото образца	Фото из Ophir Spiricon
1		
2		
3		
4		
5		

Список литературы

1. Durnin J., Miceli J. J., Eberly J. H. Diffraction-free beams // *Physical Review Letters*. 1987. Vol. 58 (15). P. 1499–1501. DOI: [10.1103/PhysRevLett.58.1499](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.58.1499)
2. McGloin D., Dholakia K. Bessel beams: diffraction in a new light // *Contemporary Physics*. 2005. Vol. 46 (1). P. 15–28. DOI: [10.1080/0010751042000275259](https://doi.org/10.1080/0010751042000275259). EDN: [LZWLRN](https://www.edn.net/LZWLRN)
3. Hanlet P., Marcus M., Gallas E. Comparison of fiber polishing techniques. Report number: FERMILAB-TM-2068. Batavia: Fermilab, 1999. 8 p. DOI: [10.2172/5022](https://doi.org/10.2172/5022)
4. Gharbia Y. A., Katupitiya J. Experimental determination of optimum parameters for nano-grinding of optical fibre end faces // *International Journal of Machine Tools & Manufacture*. 2004. Vol. 44 (7–8). P. 725–731. DOI: [10.1016/j.ijmachtools.2004.02.003](https://doi.org/10.1016/j.ijmachtools.2004.02.003). EDN: [MCTDGH](https://www.edn.net/MCTDGH)
5. Cheong Y. K., Lim K. S., Lim W. H., Chong W. Y., Zakaria R., Ahmad H. Fabrication of tapered fibre tip using mechanical polishing method // *Review of Scientific Instruments*. 2011. Vol. 82 (8). 086115. DOI: [10.1063/1.3627374](https://doi.org/10.1063/1.3627374)
6. Hoffmann P., Dutoit B., Salathé R. P. Comparison of mechanically and chemically etched fiber tips // *Ultramicroscopy*. 1995. Vol. 61 (1–4). P. 165–170. DOI: [10.1016/0304-3991\(95\)00122-0](https://doi.org/10.1016/0304-3991(95)00122-0). EDN: [XYTXRU](https://www.edn.net/XYTXRU)
7. Eisenstein G., Vitello D. Chemically etched conical microlenses for coupling single-mode lasers into single-mode fibers // *Applied Optics*. 1982. Vol. 21 (18). P. 3470–3474. DOI: [10.1364/AO.21.003470](https://doi.org/10.1364/AO.21.003470)
8. Davenport J. J., Hickey M., Phillips J. P., Kyriacou P. A. Method for producing angled optical fiber tips in the laboratory // *Optical Engineering*. 2016. Vol. 55 (2). 026120. DOI: [10.1117/1.OE.55.2.026120](https://doi.org/10.1117/1.OE.55.2.026120). EDN: [WTVBLZ](https://www.edn.net/WTVBLZ)

References

1. Durnin, J., Miceli, J. J., and Eberly, J. H. (1987), “Diffraction-free beams”, *Physical Review Letters*, vol. 58 (15), pp. 1499–1501, doi: [10.1103/PhysRevLett.58.1499](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.58.1499)
2. McGloin, D., and Dholakia, K. (2005), “Bessel beams: diffraction in a new light”, *Contemporary Physics*, vol. 46 (1), pp. 15–28, doi: [10.1080/0010751042000275259](https://doi.org/10.1080/0010751042000275259)
3. Hanlet, P., Marcus, M., and Gallas, E. (1999), Comparison of fiber polishing techniques, *Report number: FERMILAB-TM-2068*, Batavia: Fermilab, 8 p, doi: [10.2172/5022](https://doi.org/10.2172/5022)
4. Gharbia, Y. A., and Katupitiya, J. (2004), “Experimental determination of optimum parameters for nano-grinding of optical fibre end faces”, *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, vol. 44 (7–8), pp. 725–731, doi: [10.1016/j.ijmachtools.2004.02.003](https://doi.org/10.1016/j.ijmachtools.2004.02.003)
5. Cheong, Y. K., Lim, K. S., Lim, W. H., Chong, W. Y., Zakaria, R., and Ahmad, H. (2011), “Fabrication of tapered fibre tip using mechanical polishing method”, *Review of Scientific Instruments*, vol. 82 (8), 086115, doi: [10.1063/1.3627374](https://doi.org/10.1063/1.3627374)

6. Hoffmann, P., Dutoit, B., and Salathé, R. P. (1995), “Comparison of mechanically and chemically etched fiber tips”, *Ultramicroscopy*, vol. 61 (1–4), pp. 165–170, doi: [10.1016/0304-3991\(95\)00122-0](https://doi.org/10.1016/0304-3991(95)00122-0)
7. Eisenstein, G., and Vitello, D. (1982), “Chemically etched conical microlenses for coupling single-mode lasers into single-mode fibers”, *Applied Optics*, vol. 21 (18), pp. 3470–3474, doi: [10.1364/AO.21.003470](https://doi.org/10.1364/AO.21.003470)
8. Davenport, J. J., Hickey, M., Phillips, J. P., and Kyriacou, P. A. (2016), “Method for producing angled optical fiber tips in the laboratory”, *Optical Engineering*, vol. 55 (2), 026120, doi: [10.1117/1.OE.55.2.026120](https://doi.org/10.1117/1.OE.55.2.026120)

Научное издание

Физика и математика для Пермского края

Сборник научных статей

Выпуск 1

Издается в авторской редакции

Компьютерная верстка:

Н. Н. Картавых

М. М. Бузмакова

Объем данных 6,81 Мб
Подписано к использованию 30.12.2025

Размещено в открытом доступе
на сайте www.psu.ru
в разделе НАУКА / Электронные публикации
и в электронной мультимедийной библиотеке ELiS

Управление издательской деятельности
Пермского государственного
национального исследовательского университета.
614068, г. Пермь, ул. Букирева, 15