ПЕРМСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
НАЦИОНАЛЬНЫЙ
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ

НЕРАВНОВЕСНЫЕ ПРОЦЕССЫ В СПЛОШНЫХ СРЕДАХ

Сборник статей по материалам Международного симпозиума

(г. Пермь, ПГНИУ, 1–4 октября 2024 г.)



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«ПЕРМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
ПЕРМСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЦЕНТР
УРАЛЬСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК

ИНСТИТУТ МЕХАНИКИ СПЛОШНЫХ СРЕД
Уральского отделения Российской академии наук – филиал Федерального государственного
бюджетного учреждения науки Пермского федерального исследовательского центра
Уральского отделения Российской академии наук

НЕРАВНОВЕСНЫЕ ПРОЦЕССЫ В СПЛОШНЫХ СРЕДАХ

Сборник статей по материалам Международного симпозиума

(г. Пермь, ПГНИУ, 1–4 октября 2024 г.)

Perm University Press
Пермь 2025

MINISTRY OF SCIENCE AND HIGHER EDUCATION OF THE RUSSIAN FEDERATION

Federal State Autonomous Educational Institution of Higher Education
"PERM STATE UNIVERSITY"

PERM FEDERAL RESEARCH CENTER
Ural Branch Russian Academy of Sciences

INSTITUTE OF CONTINUOUS MEDIA MECHANICS
Ural Branch Russian Academy of Sciences

NON-EQUILIBRIUM PROCESSES IN CONTINUOUS MEDIA

Proceedings of the International Symposium

(Perm, PSU, October 1–4, 2024)



Perm 2025

УДК [539.3+532.5](063)
ББК 22.25
Н54

Н54 **Неравновесные** процессы в сплошных средах [Электронный ресурс]: сборник статей по материалам Международного симпозиума / отв. за вып. Т. П. Любимова ; Пермский государственный национальный исследовательский университет. – Электронные данные. – Пермь, 2025.– 20,9 Мб ; 553 с. – Режим доступа: http://www.psu.ru/files/docs/science/books/sborniki/Neravnovesnye-processy-v-sploshnyh-sredah-2024.pdf. – Заглавие с экрана.

ISBN 978-5-7944-4289-2

Представлены материалы Международного симпозиума, проходившего на базе Пермского государственного национального исследовательского университета с 1 по 4 октября 2024 г. В симпозиуме приняли участие ведущие и молодые ученые, аспиранты и студенты России и зарубежья.

Тематика сборника охватывает современное состояние и актуальные проблемы механики и физики сплошных сред.

Издание предназначено для научных работников, аспирантов и студентов естественнонаучных специальностей вузов.

УДК [539.3+532.5](063)
ББК 22.5

Издается по решению ученого совета физико-математического института Пермского государственного национального исследовательского университета

Рецензенты: д-р физ.-мат. наук, доцент, профессор кафедры «Динамика и прочность машин» Пермского национального исследовательского политехнического университета ***И. Э. Келлер***

канд. физ.-мат. наук, заведующий Лабораторией подземной утилизации углерода Института механики сплошных сред УрО РАН – филиала Пермского федерального исследовательского центра УрО РАН ***Д. С. Голдобин***

ISBN 978-5-7944-4289-2 © ПГНИУ, 2025

UDC [539.3+532.5](063)
LBC 22.25

Non-Equilibrium Processes in Continuous Media [Electronic resourse] : Proceedings of the International Symposium / ed. T. P. Lyubimova ; Perm State University. – Electronic data. – Perm, 2025. – 20.9 Mb ; 553 p. – URL: http://www.psu.ru/files/docs/science/books/sborniki/Neravnovesnye-processy-v-sploshnyh-sredah-2024.pdf. – Title from the screen.

ISBN 978-5-7944-4289-2

Proceedings of the International Symposium held at Perm State University from October 1–4, 2024, are presented. The symposium brought together leading and early-career scientists, postgraduate students, and undergraduates from Russia and abroad.

The scope of the collection covers the current state and pressing issues in the mechanics and physics of continuous media.

The publication is intended for researchers, graduate students, and undergraduate students majoring in the natural sciences at universities.

UDC [539.3+532.5](063)
LBC 22.5

Published by decision of the Academic Council of the Physics and Mathematics Institute of Perm State University

Rewievers: Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Professor of the Department of Dynamics and Strength of Machines at Perm National Research Polytechnic University ***I. E. Keller;***

Candidate of Physics and Mathematics, Head of the Laboratory of Underground Carbon Utilization at the Institute of Continuous Media Mechanics of the Ural Branch of the Russian Academy of Sciences – a branch of the Perm Federal Research Center of the Ural Branch of the Russian Academy of Sciences ***D. S. Goldobin***

ISBN 978-5-7944-4289-2 © PSU, 2025

Научный комитет Симпозиума

Председатель

д.ф.-м.н. Т.П. Любимова, Пермь

Члены научного комитета

чл.-корр. РАН	А.А. Афанасьев, Москва	д.ф.-м.н.	Н.В. Никитин, Москва
акад. РАН	А.А. Барях, Пермь	д.ф.-м.н.	Е.Н. Пелиновский, Нижний Новгород
д.ф.-м.н.	В.Б. Бекежанова, Красноярск	д.ф.-м.н.	А.В. Перминов, Пермь
д.ф.-м.н.	Д.А. Брацун, Пермь	чл.-корр. РАН	О.А. Плехов, Пермь
д.ф.-м.н.	И.К. Гималтдинов, Уфа	чл.-корр. РАН	В.В. Пухначев, Новосибирск
д.ф.-м.н.	Е.А. Демехин, Краснодар	д.ф.-м.н.	Ю.Л. Райхер, Пермь
д.ф.-м.н.	В.А. Демин, Пермь	д.ф.-м.н.	Н.Н. Смирнов, Москва
д.ф.-м.н.	Е.В. Ерманюк, Новосибирск	д.ф.-м.н.	Б.Л. Смородин, Пермь
д.ф.-м.н.	В.Г. Козлов, Пермь	д.ф.-м.н.	П.Г. Фрик, Пермь
д.ф.-м.н.	М.Д. Кривилев, Ижевск	Prof.	M. Zaks, Germany
д.г.н.	А.П. Лепихин, Пермь	Prof.	M. Lappa, UK
акад. РАН	Д.М. Маркович, Новосибирск	Prof.	A. Nepomnyaschy, Israel
акад. РАН	В.П. Матвеенко, Пермь	Prof.	B. Roux, France
д.ф.-м.н.	А.И. Мизев, Пермь	Prof.	Q. Liu, China
д.ф.-м.н.	О.Б. Наймарк, Пермь	Prof.	V. Shevtsova, Spain

Локальный организационный комитет

Т.П. Любимова
Л.С. Клименко
Н.А. Ожгибесова
М.И. Каракчеева
Т.В. Демина
Я.Н. Паршакова
М.И. Петухов
А.Д. Садовникова
М.О. Кучинский

СОДЕРЖАНИЕ

Алабужев А.А. Влияние неоднородности поверхности на динамику пузырька на подложке 12

Александров В.А. Ускоряющийся поток микроволновой энергии в волноводе с открытыми торцами полости 16

Бекежанова В.Б., Гилёв Н.И., Шефер И.А. Влияние расхода газа на характеристики течений испаряющейся жидкости, увлекаемой газовым потоком 31

Беляева А.В., Сухановский А.Н. Теплообмен в условиях городской среды на примере города Красноярска 36

Беляев А.В. Биомеханическая модель адгезии тромбоцитов к воспаленному эндотелию микрососуда 40

Брацун Д.А., Уточкин В.Ю. О силе плавучести кориолиса во вращающейся ячейке Хеле-Шоу 45

Бугаенко А.А., Казачинский А.О., Крутова И.Ю. Математическое моделирование восходящих закрученных потоков типа торнадо 50

Бусов К.А. Экспериментальное исследование струй вскипающей воды 58

Бушуева А.В., Полежаев Д.А. Экспериментальное изучение влияния осредненных течений на массоперенос вещества, растворенного в насыщающей пористую среду жидкости 61

Вергелес С.С., Тумачев Д.Д., Филатов С.В., Левченко А.А. Стабильный антициклон во вращающейся жидкости, поддерживаемый инерционными волнами 64

Верезуб Н.А., Простомолотов А.И. Моделирование кровотока в брюшной аорте 69

Власова О.А. Экспериментальное исследование динамики легкой сферы во вращающейся вертикальной полости с жидкостью 74

Власова О.А., Дьякова В.В., Козлов В.Г. Осредненные течения, генерируемые волнами Фарадея в щелевом канале 77

Волков В.С. Оценка эффективности статического смесителя насадочного типа 81

Ворошилов Е.С., Кривилев М.Д., Груздь С.А., Мосина Р.М., Иванцов А.О., Хлыбов О.А., Любимова Т.П. Динамика консолидации порошков при лазерном плавлении в аддитивном производстве 86

Вяткин А.А., Козлов В.Г., Петухов С.А. Осредненная конвекция, вызванная инерционными модами во вращающемся горизонтальном цилиндрическом слое с границами разной температуры 90

Галишевский В.А., Кучинский М.О., Рыбкин К.А., Любимова Т.П., Садовникова А.Д. Исследование поведения воздушного пузырька вблизи твердой поверхности под действием ультразвука 95

Герасимов О.В., Хамзин Д.Э., Бережной Д.В., Саченков О.А. Восстановление упругих свойств негомогенного материала методом конечных элементов на основе данных компьютерной томографии 99

Герцен Т.А., Любимова Н.Ю., Любимова А.А. Динамика и нестабильность тонких коллоидных пленок 104

Гончарова О.Н., Бекежанова В.Б. Трёхмерные конвективные режимы с испарением: сравнительный анализ теоретических и экспериментальных результатов 108

Гордеева А.И., Корнилицын А.Р. Экспериментальное исследование влияния термогравитационной конвекции на процесс протонного обмена при изготовлении волноводов на кристалле ниобата лития 110

Гордеева А.И., Краснякова Е.А., Пономарёв Р.С. Перемешивание жидкости в микрореакторе с использованием лазерного излучения 114

Гусев А.О., Мажорова О.С. Применение геометрически консервативной разностной схемы для моделирования процесса получения монокристаллов методом Чохральского 118

Демин В.А., Костыря А.В. Динамика затопленной газожидкостной струи различной дисперсности 123

Демин В.А., Демина Т.В. Численное моделирование распределения паров кремния в реторте в ходе силицирования пористых углеродных материалов 130

Демин В.А., Демин Ф.В. О температуре Лейденфроста для капель на текстурированных поверхностях 133

Денисова М.О., Костарев К.Г. Развитие реакции нейтрализации в капле, поглощающей ПАВ. Результаты 136

Егорова А.А., Самойлова А.Е. Тепловая конвекция в донных отложениях с анизотропией проницаемости 141

Еленская Н.В., Ташкинов М.А. Влияние морфологических характеристик на механический отклик решетчатых скаффолдов для замещения костной ткани 146

Ерилин А.В., Косс К.Г., Кононов Е.А., Васильев М.М., Петров О.Ф. Исследование динамики коллоидных частиц в цепочечных структурах в разряде постоянного тока 151

Ефремов Д.В., Уваров С.В., Наймарк О.Б. Гидролюминесценция как проявление механизма локализованного сдвига в жидкостях 155

Зимасова А.Р., Кобяков А.С., Мальцева А.А., Козлов В.Г. Влияние контраста вязкостей жидкостей на устойчивость границы раздела в неравномерно вращающемся горизонтальном цилиндре 158

Зубарев Н.М. Модель формирования конических острий на поверхности проводящей жидкости в электрическом поле 162

Исахов А.А., Рысмамбетов Н., Сабыркулова А., Абылкасымова А. Прогнозирование значения концентрации от выбросов предприятия с использованием методов машинного обучения и вычислительной гидродинамики 165

Казанцев П.Н., Смородин Б.Л. Конвективная неустойчивость стратифицированной феррожидкости в ячейке Хеле-Шоу 170

Каракчеева М.И., Краснякова Е.А. Смешение жидкостей в проточном микроканале в условиях развития неустойчивости Рэлея-Тейлора 175

Карпунин И.Э, Козлов В.Г. Капельное включение в жидкости в радиальной ячейке Хеле-Шоу: осцилляционная динамика и диффузионный обмен 179

Карпунин И.Э. Поведение газового пузырька в осциллирующем потоке жидкости в канале переменного размера 184

Кирпичёв В.А., Любимова Т.П. Подавление неустойчивости Рэлея-Тейлора с помощью вертикальных вибраций 187

Клименко Л.С., Марышев Б.С. Моделирование процесса очистки микроканала внешним пульсационным потоком 193

Клименко Л.С., Кольцова И.А. Концентрационная конвекция в наклонном слое пористой среды 198

Козлов В.Г., Власова О.А., Дьякова В.В. Волны Фарадея на границе несмешивающихся жидкостей, осциллирующих в вертикальном щелевом канале 203

Колесниченко И.В. Численное исследование транзитного спирального течения жидкого металла 206

Колчанов Н.В., Колчанова Е.А. Эффекты недиффузионного перераспределения примеси NaCl в потоке воды сквозь пористую среду в наклонной круглой трубе 210

Коновалов В.В. Акустические колебания пленки пара на поверхности горячего шара 214

Корнилин Д.А., Пономарев Р.С., Демин В.А. Форма и длина конуса линзованного оптического волокна в зависимости от толщины буферного слоя 220

Косс К.Г., Лисина И.И., Петров О.Ф. Динамическая энтропия и фрактальная размерность траектории одиночной пылевой частицы в плазме: численное моделирование 222

Красняков И.В., Брацун Д.А. Математическое моделирование процессов клеточной переупаковки во время развития эпителиальной ткани 227

Крылов А.А., Франц Е.А., Демехин Е.А. Неустойчивость при электрофорезе микрочастицы в неполярном электролите 230

Кузнецова Ю.Л. Испарение капли раствора соли 233

Кучинский М.О., Рыбкин К.А., Любимова Т.П. Изучение кавитационной активности в сонохимическом реакторе с применением трехмерных тепловых карт 237

Лапина Л.Э., Дюкарев Е.А. Нелинейная волновая диффузия тепла в торфяных почвах осушенных и естественных болот 241

Ласковец Е.В. Изучение влияния геометрии системы на характер двухслойных течений жидкости и газа в горизонтальном канале 246

Лепихин А.П., Синцова Т.Н. К оценке пространственной связности полей годовых и сезонных сумм осадков 249

Лепихин А.П., Богомолов А.В., Синцова Т.Н. К измерению расходов воды в водотоках химическим методом 257

Лепихин А.П., Лучников А.И., Синцова Т.Н. Исследование характера дрейфовых течений на небольших водных объектах с использованием БПЛА 264

Любимова Т.П., Гаричева Ю.В., Иванцов А.О. Численное моделирование поведения газового пузырька в вязкой жидкости, в круговой полости, под действием поступательных вибраций 271

Любимова Т.П., Шубенков И.С., Ожгибесова Н.А. Конвекция Соре в слоистой пористой среде, моделирующей антиклинальную геологическую складку, под действием геотермального градиента 277

Любимова Т.П., Лепихин А.П., Паршакова Я.Н., Богомолов А.В., Исахов А. Особенности слияния рек, находящихся в гидродинамическом подпоре 284

Марышев Б.С., Клименко Л.С. Концентрационная конвекция в наклонном слое пористой среды с учетом закупорки в широком диапазоне концентраций 289

Мезенцева А.М., Смородин Б.Л. Возникновение биоконвекции в горизонтальном слое в условиях положительного гравитаксиса 296

Мизева К.А., Косс К.Г., Кононов Е.А., Васильев М.М., Петров О.Ф. Зависимость динамической энтропии и фрактальной размерности траектории коллоидной частицы в плазме от частоты видеорегистрации 302

Мизева И.А., Подолян Н.П., Васильева М.Е., Кащенко В.А., Шмидт Е.В., Зайцев В.В., Маргарянц Н.Б., Долотовская П.М., Камшилин А.А. Влияние локального нагрева кожи на время прихода пульсовых волн 307

Мингалев С.В., Мингалев В.В. Численное исследование обтекания костяных наконечников стрел с городища Черновское I 311

Мошева Е.А., Карпунин И.Э., Козлов Н.В. Влияние вертикальных поршневых колебаний на развитие конвекции двойной диффузии 315

Наймарк О.Б. Неравновесные переходы в средах с дефектами в широком диапазоне интенсивностей нагружения 320

Некрасов О.О., Смородин Б.Л. Устойчивость электроосмотического течения в переменном электрическом поле 323

Никитин Н.В. Проблема перехода к турбулентности в трубе: лабораторный и численный эксперимент 328

Ожгибесова Н.А., Иванцов А.О. Влияние проницаемости пород под полигоном твердых бытовых отходов на распространение фильтрата в его основании 331

Отмахов О.Ю., Пахомов М.А., Скибина Н.П., Чохар И.А., Терехов В.И. Экспериментальное и численное исследование эжектора с эффектом Коанда 336

Панькова Н.В., Мизёв А.И. Взаимодействие осредненного течения, генерируемого полупогруженной осциллирующей сферой с адсорбированным слоем поверхностно-активного вещества 340

Парфеньев В.М., Блуменау М.И., Никитин И.С. Определение параметров и реконструкция гидродинамических течений с помощью физически информированных нейронных сетей 347

Пахомов М.А. Моделирование структуры течения при вдуве кольцевой радиальной газокапельной струи в турбулентный поток 353

Петухов М.И. Транспорт ионных примесей в расплаве бензойной кислоты и структура пограничных слоев 357

Петухов С.А., Вяткин А.А., Козлов В.Г. Структура конвекции и теплоперенос во вращающемся горизонтальном цилиндрическом слое жидкости 360

Пирогова Ю.В., Виндокуров И.В., Еленская Н.В., Шалимов А.С., Тарасова А.С., Ташкинов М.А. Сравнительный анализ механического отклика и морфометрических характеристик решетчатых костных скаффолдов 364

Пискунова А.Е., Пискунов М.В. Взаимодействие биополимеров в виде жидких капель и микрочастиц гидрогеля с гомогенной и гетерогенной поверхностями 369

Плешков Р.А., Фрик П.Г. Хаотические режимы двухдисковой модели динамо Рикитаке 375

Полуянов А.О., Колесниченко И.В. Исследование транзитного течения затопленной струи электропроводящей жидкости в цилиндрической ячейке, помещенной в переменное магнитное поле 380

Поморцева Т.Н., Свистков А.Л. Возможность использования цианэфирных смол для отверждаемых надувных конструкций в условиях открытого космоса 383

Понькин Е.И. Построение поверхности скорости звука в задаче о сжатии специального призматического объема 389

Поспелов Д.Р., Пещеренко С.Н. Оптимизация водяного струйного насоса с двухступенчатой камерой смешения 393

Потапов И.И., Потапов Д.И. Движение речного потока в створе изогнутого русла 398

Потапов И.И., Силакова Ю.Г. Математическое моделирование гидродинамических процессов русел рек и каналов 401

Прокопьев С.А., Любимова Т.П. Трехмерные режимы конвекции бинарной жидкости в наклонном слое 404

Рахимов Р.Ф., Пятницкая Н.Ю., Белавина Е.А. Численное исследование подъемного течения имитатора расплава соли в трубе с поперечным магнитным полем 408

Роговой А.А., Столбова О.С. Численное моделирование переориентации мартенситных вариантов в сплаве Ni_2MnGa в магнитных и силовых полях 413

Романовский А.А., Филиппов А.Н. Течение ньютоновских жидкостей в плоском канале с двумя пористыми слоями 416

Русаков С.В., Гилев В.Г., Колчанов Н.М. Исследование процесса пропитки полидисперсной среды эпоксидной композицией 419

Русских П.А., Болтачев Г.Ш. Повышение предела хрупкого разрушения индукторов за счет формирования градиентных поверхностных структур 424

Русских П.А., Болтачев Г.Ш. Повышение амплитуды импульсных магнитных полей, генерируемых без разрушения стального индуктора, за счет параметров разрядного контура 428

Рысин К.Ю., Вяткин А.А., Козлов В.Г. Надкритическая динамика осредненных термоконвективных структур в вертикальном вращающемся слое 432

Садилов Е.С. Струя воды в сопле 435

Садовникова А.Д., Кучинский М.О., Рыбкин К.А., Любимова Т.П., Галишевский В.А. Экспериментальное исследование взаимодействия пары пузырьков в узлах ультразвуковой волны 439

Сбоев И.О., Рыбкин К.А., Кучинский М.О., Любимова Т.П. Численное исследование структуры звукового поля и распределения интенсивности звука в рабочей камере сонохимического реактора 443

Сираев Р.Р., Власов С.С. Моделирование конвективной полимеразной цепной реакции на основе Эйлерова метода для многофазных сред 450

Смородин Б.Л. Возникновение конвекции Марангони в бинарной смеси при модуляции градиента температуры на подложке 455

Соковиков М.А., Симонов М.Ю., Чудинов В.В., Оборин В.А., Уваров С.В., Балахнин А.Н., Наймарк О.Б. Изучение механизма локализации пластического течения при различных видах нагружения как результата самоорганизованного поведения ансамблей дефектов 459

Сомов С.А., Иванов А.С. Экспериментальное исследование термоконцентрационной конвекции в газовых смесях: воздух-вода и воздух-ундекан 462

Старикова В.А., Перминов А.В. Влияние воздушного зазора на условия возникновения оптического пробоя волокна 467

Старостин А.А., Гурашкин А.Л., Котов А.Н., Скрипов П.В. Исследование быстрых процессов при вскипании жидкости в пузырьковой камере 472

Субботин С.В., Курышева Д.В., Козлов В.Г. Параметрические колебания границы раздела двух несмешивающихся жидкостей в вертикальном коническом тонком слое 476

Субботин С.В., Ширяева М.А., Козлов В.Г. Экспериментальное исследование осцилляционной и осреднённой динамики капельного включения в заполненном жидкостью круглом канале 481

Сухановский А.Н., Гаврилов А.А., Васильев А.Ю., Попова Е.Н. Влияние арктического потепления на характеристики бароклинных волн средних широт и распределение температуры 486

Сухановский А.Н., Степанов Р.А., Быков А.В., Ветров А.Л., Калинин Н.А., Фрик П.Г. Характеристики бароклинных волн средних широт в случае зонально однородных граничных условий 490

Трошкин А.Р., Ханукаева Д.Ю., Александров П.А., Филиппов А.Н. Моделирование стационарного термопервапорационного разделения двухкомпонентной смеси 494

Тукмаков Д.А. Математическое моделирование течения газовзвеси в канале 499

Уточкин В.Ю., Брацун Д.А. Нелинейная динамика конвективных движений, вызываемых силой плавучести кориолиса во вращающейся ячейке Хеле-Шоу 503

Филиппов А.Н. Влияние электроосмоса на гидродинамическую проницаемость заряженных пористых стеклообразных мембран 508

Франц Е.А., Крылов А.А., Демехин Е.А. Режимы электрофореза в неполярных электролитах 513

Хабин М.Р., Марышев Б.С. Возникновение концентрационной конвекции в длинной прямоугольной области пористой среды при модуляции внешнего фильтрационного потока 516

Ханукаева Д.Ю., Александров П.А., Филиппов А.Н. Влияние нестационарности диффузии на мембранное разделение растворов 521

Харин Н.В., Саченков О.А., Акифьев К.Н., Большаков П.В. Исследование пористых структур под нагрузкой внутри компьютерного томографа 528

Шарифулин А.Н., Наумов А.А. Гистерезис надкритических режимов конвекции воды в вытянутой горизонтальной полости, порождаемый движением крышки полости 531

Шарифулин В.А., Любимова Т.П. Конвективный факел в жидком стекле около максимума его плотности 534

Шарифуллина Э.Р., Швейкин А.И., Трусов П.В. Многоуровневая конститутивная модель для описания сверхпластического деформирования металлических сплавов 539

Шиканян А.Р., Парфеньев В.М. Влияние твердых границ на двумерное турбулентное течение в квадратной ячейке 543

Ширяева М.А., Субботин С.В. Нелинейная динамика инерционных волн во вращающемся цилиндре с наклонными торцевыми стенками 548

ВЛИЯНИЕ НЕОДНОРОДНОСТИ ПОВЕРХНОСТИ НА ДИНАМИКУ ПУЗЫРЬКА НА ПОДЛОЖКЕ

А. А. Алабужев
Институт механики сплошных сред УрО РАН,
614013, Пермь, ул. Академика Королева, 1
Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614990, Пермь, ул. Букирева, 15

Собственные и вынужденные колебания полусферического газового пузырька на твёрдой подложке исследуются в пульсационном поле давления с учетом движения линии контакта. Пузырек окружен несжимаемой жидкостью конечного объема со свободной внешней поверхностью. Скорость движения контактной линии пропорциональна отклонению краевого угла от его равновесного значения. Несмотря на использование модели невязкой жидкости, использование данного условия приводит к затуханию колебаний, которое объясняется взаимодействием линии контакта с твердой поверхностью. Коэффициент пропорциональности, параметр Хокинга, является функцией плоских координат, что позволяет описывать неоднородность поверхности подложки. В большинстве работ параметр Хокинга предполагается постоянным. Обнаружено, что неоднородность приводит к качественной перестройке спектра частот собственных колебаний. Показано, что неоднородность поверхности приводит к возбуждению азимутальных мод, тогда как для случая однородной поверхности, возбуждаются только осесимметричные колебания.

Ключевые слова: газовый пузырек; краевой угол; динамика линии контакта; собственные колебания; вынужденные колебания

NFLUENCE OF SURFACE HETEROGENEITY ON THE DYNAMICS OF A BUBBLE ON A SUBSTRATE

A. A. Alabuzhev
Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS,
1 Academician Korolev St., 614013, Perm
Perm State University,
15 Bukireva St., 614990, Perm

Natural and forced oscillations of a hemispherical gas bubble on a solid substrate are investigated in a pulsating pressure field taking into account the contact line motion. The bubble is surrounded by an incompressible liquid of finite volume with a free outer surface. The velocity of the contact line is proportional to the deviation of the contact angle from its equilibrium value. Despite the use of an inviscid liquid model, the use of this condition leads to damping of oscillations, which is explained by the interaction of the contact line with the solid surface. The proportionality coefficient, the Hawking parameter, is a function of plane coordinates, which allows one to describe the inhomogeneity of the substrate surface. In most studies, the Hawking parameter is assumed to be constant. It was found that inhomogeneity leads to a qualitative

© Алабужев А.А., 2025

rearrangement of the frequency spectrum of natural oscillations. It is shown that the surface inhomogeneity leads to the excitation of azimuth modes, whereas for the case of a homogeneous surface, only axisymmetric oscillations are excited.

Keywords: gas bubble; contact angle; contact line dynamics; natural oscillations; forced oscillations

На основе экспериментов [1], существует два граничных условия для описания связи между скоростью движения контактной линии и отклонением краевого угла. Одно условие предполагает линейную связь между скоростью движения линии контакта и отклонением краевого угла смачивания [2, 3]. Коэффициент пропорциональности, который обычно называется параметром Хокинга или коэффициентом смачивания, постоянен и характеризует силу взаимодействия линии контакта с подложкой. Это условие использовалось в большом количестве задач: полусферическая капля (пузырек) на подложке [4, 5], капиллярный мост [6], цилиндрическая капля(пузырек) [7, 8], волны на поверхности [9, 10] и пр. В работе [11] было предложено рассматривать значение параметра Хокинга как комплексное число, т.е. учитывать сдвиг фазы капиллярных волн от внешних вибраций. Параметр Хокинга рассматривался как функция координат для описания неоднородности поверхности в [12]. Второе условие [13] предполагает неоднозначную связь между скоростью линии контакта и краевым углом смачивания: контактная линия не движется уже в некотором диапазоне значений краевого угла смачивания – гистерезис краевого угла. Это условие использовалось, например, [14, 15] при исследовании динамики капли (пузырька) на подложке.

В работе [16] был предложен экспериментальный способ по измерению коэффициента мобильности (обратный параметр Хокинга) для полусферической капли на подложке. Далее, это исследование было продолжено в следующих работах [17-19], в том числе и сравнение с теорией [13].

В данной работе рассматриваются собственные и вынужденные колебания газового пузырька, находящегося на твердой подложке и окруженного несжимаемой жидкостью (рис. 1). В состоянии равновесия пузырек имеет форму полусферы радиуса r_0^*, а окружающая жидкость – глубину h^*. Равновесное давление газа внутри пузырька p_0^*. Внешняя поверхность жидкости свободная и недеформированная.

Движение линии контакта описывается модифицированным условием Хокинга [10] (в главном порядке разложения по малой амплитуде вибраций):

$$r = 1, \vartheta = \frac{\pi}{2}: \zeta_t = \pm\Lambda(\alpha)\zeta_\vartheta, \qquad (1)$$

где $r = r^*/r_0^*$, $\zeta = \zeta^*/A^*$, $\Lambda = \Lambda^*\sqrt{\frac{\rho_e^* r_0^*}{\sigma^*}}$, σ^* – коэффициент поверхностного натяжения, $\Lambda(\alpha)$ – функция полярного угла α, описывающая неоднородной поверхности. В качестве примера рассмотрим частный случай $\Lambda(\alpha) = \lambda_0|cos(kx)|$.

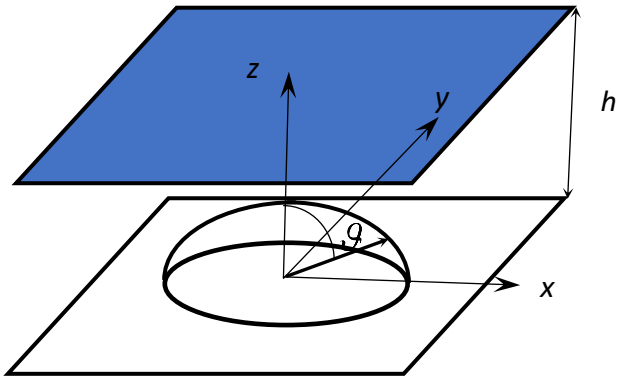
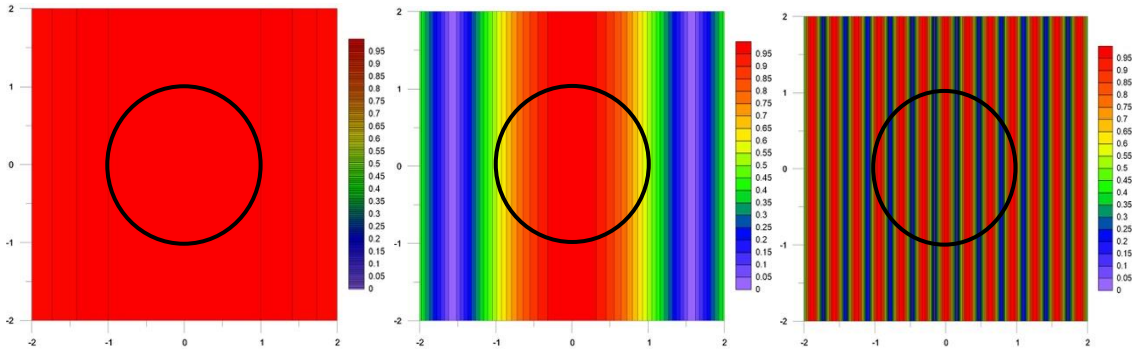


Рис. 1. Геометрия задачи

На рис. 2 показаны рассматриваемые неоднородности поверхности подложки для разных волновых чисел k.



$k = 0.1$ $k = 1$ $k = 10$

Рис. 2. Неоднородность поверхности

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 24-11-00269).

Список литературы

1. *Dussan V E. B.* On the spreading of liquids on solid surfaces: static and dynamic contact lines // Annu. Rev. Fluid Mech. 1979. V. 11. P. 371–400.
2. Young G.W., Davis S.H. A plate oscillating across a liquid interface: effects of contact-angle hysteresis // J. Fluid Mech. 1987. Vol. 174. P. 327-356.
3. *Hocking L.M.* The damping of capillary-gravity waves at a rigid boundary // J. Fluid Mech. 1987. Vol. 179. P. 253–266.
4. *Alabuzhev A. A., Kolupaev V. S.* The effect of substrate surface on the dynamics of sessile drop under axisymmetric vibrations // Interfac. Phenom. Heat Transfer. 2021. V. 9, iss. 1, P. 75-85.
5. *Shklyaev S., Straube A. V.* Linear oscillations of a hemispherical bubble on a solid substrate // Physics of Fluids. 2008. Vol. 20, 052102.
6. *Borkar A., Tsamopoulus J.* Boundary-layer analysis of dynamics of axisymmetric capillary bridges // Phys. Fluids A. 1991. V. 3, N. 12. P. 2866–2874.

7. *Alabuzhev A.A.* Influence of surface properties on axisymmetrical oscillations of a cylindrical bubble // Interfac. Phenom. Heat Transfer. 2019. V. 7, iss. 3. P. 255–268.
8. *Kashina M.A., Alabuzhev A. A.* The forced oscillations of an oblate drop sandwiched between different inhomogeneous surfaces under ac vibrational force // Microgravity Science and Technology. 2021. V. 33, Iss 3, 35.
9. *Ting C.-L., Perlin M.* Boundary conditions in the vicinity of the contact line at a vertically oscillating upright plate: an experimental investigation // J. Fluid Mech. 1995. V. 295. P. 263–300.
10. *Perlin M., Schultz W.W., Liu Z.* High Reynolds number oscillating contact lines // Wave Motion. 2004. V. 40. P. 41–56.
11. *Miles J. W.* The capillary boundary layer for standing waves // J. Fluid Mech. 1991. Vol. 222. P. 197–205.
12. *Pyankova M. A., Alabuzhev A. A.* Influence of the properties of the plate surface on the oscillations of the cramped drop // Phys. Fluids. 2022. V. 34, 092015.
13. *Hocking L. M.* Waves produced by a vertically os-cillating plate // Journal of Fluid Mechanics. 1987. V. 179. P. 267–281.
14. *Fayzrakhmanova I. S., Straube A. V.* Stick-slip dy-namics of an oscillated sessile drop // Physics of Fluids. 2009. V. 21, 072104.
15. *Fayzrakhmanova I. S., Straube A. V., Shklyaev S.* Bubble dynamics atop an oscillating substrate: Interplay of compressibility and contact angle hysteresis // Phys. Fluids. 2011. V. 23. 102105.
16. Xia Y., Steen P. Moving contact-line mobility measured // J. Fluid Mech. 2018. V. 841. P. 767-783.
17. *Xia Y., Steen P.H.* Dissipation of oscillatory contact lines using resonant mode scanning // npj Microgravity. 2020. V. 6, 3.
18. *Ludwicki J.M., Kern V.R., McCrane, J. et al*. Is contact-line mobility a material parameter? // npj Microgravity. 2022 V. 8, 6.
19. *Amberg G.* Detailed modelling of contact line motion in oscillatory wetting // npj Microgravity. 2022. V.8, 1.

УСКОРЯЮЩИЙСЯ ПОТОК МИКРОВОЛНОВОЙ ЭНЕРГИИ В ВОЛНОВОДЕ С ОТКРЫТЫМИ ТОРЦАМИ ПОЛОСТИ

В. А. Александров
Удмуртский федеральный исследовательский центр УрО РАН,
426067, Ижевск, ул. Т. Барамзиной, 34

На основе экспериментально обнаруженного возбуждения ускоряющегося поверхностного потока жидкости в каналах капиллярными волнами рассматривается принцип генерации ускоряющегося потока микроволновой энергии в волноводе с открытыми торцами полости при возбуждении полуцилиндрических волн антенной магнетрона и резонатором в полости волновода. Отраженные волны в полости волновода из-за интерференции возбуждают волноводные волны с распределенной амплитудой. Волноводные волны распространяются с групповой скоростью с ускорением и создают в полости волновода ускоряющийся поток электромагнитной энергии с максимальной интенсивностью вдоль оси волновода, что может использоваться для разработки источников направленного излучения. Изготовлены и испытаны макеты микроволнового излучателя с волноводом с открытыми торцами полости, экспериментально установлена их работоспособность.

Ключевые слова: волноводные волны; поток энергии; микроволновое излучение

ACCELERATING FLOW OF MICROWAVE ENERGY IN A WAVEGUIDE WITH OPEN CAVITY ENDS

V. A. Aleksandrov
Udmurt Federal Research Center UB RAS,
34 T. Baramzinoy St., 426067, Izhevsk

Based on the experimentally discovered excitation of an accelerating surface flow of liquid in channels by capillary waves, the principle of generating an accelerating flow of microwave energy in a waveguide with open ends of the cavity is considered when semi-cylindrical waves are excited by a magnetron antenna and a resonator in the cavity of the waveguide. Due to interference, reflected waves in the waveguide cavity excite waveguide waves with a distributed amplitude. Waveguide waves propagate with group velocity with acceleration and create an accelerating flow of electromagnetic energy in the cavity of the waveguide with maximum intensity along the axis of the waveguide, which can be used to develop sources of directed radiation. Models of a microwave emitter with a waveguide with open ends of the cavity were manufactured and tested, and their performance was experimentally established

Keywords: waveguided waves; energy flow; microwave radiation

© Александров В.А., 2025

Введение

Исследованиями поверхностных потоков воды, создаваемых капиллярными колебаниями и волнами, было установлено, что ускоряющиеся потоки образуются на поверхности жидкости в каналах, в которых размещены источники и резонаторы капиллярных колебаний [1, 2].

Для капиллярных волн свободная поверхность жидкости в каналах служит направляющим волноводом, если при этом канал является не замкнутым, то торцы волновода являются открытыми. При движении поверхностного слоя жидкости в каналах наблюдается интерференционная картина двумерных волн с поперечной составляющей в виде стоячей волны, что указывает на возбуждение волноводных капиллярных волн на участке свободной поверхности жидкости, ограниченной стенками каналов [3]. Капиллярные волноводные волны переносят поверхностную энергию и вместе с ней поверхностный слой жидкости с ускорением, образуя ускоряющийся поток жидкости в канале. Результаты исследований генерации ускоряющегося поверхностного потока жидкости капиллярными колебаниями и волнами в каналах наглядно указывают на возможность возбуждения ускоряющихся направленных потоков микроволновой энергии в волноводах с открытыми торцами полости со встроенными в них источником и резонатором электромагнитных колебаний.

Целью работы является разработка и экспериментальное исследование устройств для генерации ускоряющегося направленного потока электромагнитной энергии в виде СВЧ микроволнового излучения.

Волноводные волны и поток СВЧ микроволновой энергии в волноводе с открытыми торцами полости

Как известно, в волноводах энергия передается волноводными волнами, которые образуются из-за интерференции плоской волны, падающей на внутреннюю поверхность волновода под определенным углом θ и волны, отраженной под этим же углом в отсутствии источника волн в полости волновода [4, 5]. Рассмотрим устройство, содержащее источник электрического тока, магнетрон в качестве генератора СВЧ электромагнитных колебаний частотой ω и волновод с открытыми торцами полости. Будем считать, что в устройстве волновод с прямоугольным сечением полости имеет идеально проводящие широкие и узкие стенки, к одному из его торцов в центре присоединен четвертьволновой резонатор. Антенна магнетрона встроена в полость волновода через отверстие в одной из широких сторон на пересечении линии соединения резонатора с волноводом и оси волновода. При подключении магнетрона к источнику электрического тока, антенна магнетрона совместно с резонатором возбуждают электромагнитные колебания, распространяющиеся в полости волновода в виде полуцилиндрических волн определенной длины λ_0 в сторону полностью отрытого торца полости волновода со скоростью света $v_0 = c$. Ширина a полости волновода равна трем полудлинам волн $a = (3/2)\lambda_0$. Высота b полости волновода должна исключить электрический пробой диэлектрической среды в ней, в частности воздуха, электрическим полем волн.

Длина полости резонатора составляет четверть длины волн $\Delta l = \lambda_0/4$, ее ширина равна половине длины волн $\Delta x = \lambda_0/2$. Пренебрегая толщиной стенок резонатора и волновода, можно считать, что с одного из торцов полость волновода является полностью открытой, участки второго торца полости между узкими стенками волновода и четвертьволновым резонатором открыты на ширину, равную половине длины волны. Волновые процессы в полости волновода рассмотрим в системе координат XOZ, в которой источник волн находится в начале координат, а ось полости волновода совпадает с осью OZ (рис. 1).

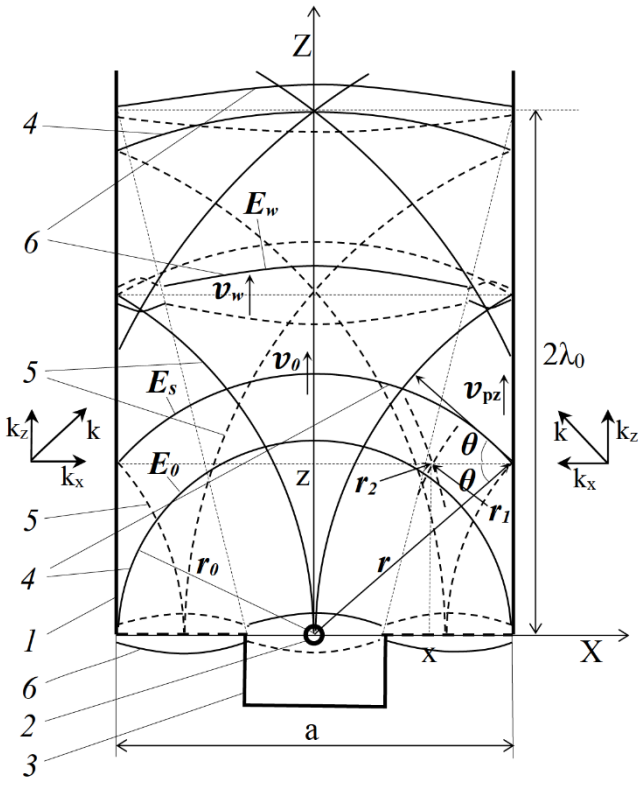


Рис. 1. Распространение волн в полости волновода: 1 – волновод, 2 – источник волн, 3 – четвертьволновой резонатор, 4 – линии фронтов полуцилиндрических волн, 5 – огибающие линии фронтов отраженных волн, 6 – волноводные волны

Колебания в полуцилиндрических волнах в момент времени достижения узких стенок ($r_0 = a/2 = (3/4)\lambda_0$) волновода описываются гармоническим уравнением с амплитудой E_0. Так как через некоторое время Δt линия фронта волны в полости волновода окажется на расстоянии $r = r_0 + v_0\Delta t$ от источника, уравнение колебаний напряженности электрического поля волны примет вид

$$E_s = E_0\sqrt{r_0/r}\,cos(\omega t - kr), \qquad (1)$$

где $\sqrt{r_0/r}$ – коэффициент затухания амплитуды в цилиндрической волне и $k = \omega/v_0$ – волновое число. Плотность энергии волн в среднем за период колебаний равна

$$\overline{w}_{ws} = (1/2)\varepsilon_0 E_0^2 (r_0/r). \quad (2)$$

Интенсивность волн равна плотности потока энергии в среднем, переносимой волнами $I_{ws} = \overline{w}_{ws} v_0$. Поток $\overline{\Pi}_{ws}$ энергии в среднем, создаваемый волнами, равен произведению интенсивности I_{ws} и площади S_l поверхности, перпендикулярной к вектору скорости v_0 волн, которые распространяются через эту поверхность. Длина линии фронта волн в момент времени достижения ими поверхностей узких сторон полости волновода ($r = r_0$) равна $l = (\pi/2)a$ и $S_l = (\pi/2)ab$. Поэтому поток энергии в среднем, создаваемый полуцилиндрическими волнами и поступающий в полость волновода, равен

$$\overline{\Pi}_{ws0} = S_l \overline{w}_{ws0} v_0 = (1/4)\pi ab\varepsilon_0 E_0^2 v_0. \quad (3)$$

Величина этого потока энергии равна мощности источника.

Угол θ падения полуцилиндрических волн к поверхности узких сторон волновода с расстоянием r от источника изменяется так, что $cos\theta = r_0/r$ и $0 \leq \theta < \pi/2$. С увеличением θ плотность энергии и длина линии $l = (\pi - \theta/2)r$ фронта волны в полости волновода уменьшаются и поток энергии полуцилиндрических волн запишется уравнением

$$\overline{\Pi}_{ws} = w_{ws} v_w = (1/2)ab\varepsilon_0 E_0^2 v_0 (\pi/2 - \theta). \quad (4)$$

Это уравнение показывает, что поток энергии, создаваемый непосредственно волнами от источника, с увеличением угла θ в полости волновода снижается. Так как полный поток энергии должен сохраняться, можно сделать вывод о том, что часть потока энергии переходит в поток $\overline{\Pi}_{wr}$, создаваемый волнами, отраженными от стенок волновода, величина которого должна составить

$$\overline{\Pi}_{wr} = (1/2)\theta ab\varepsilon_0 E_0^2 v_0, \quad (5)$$

то есть должно выполняться условие $\overline{\Pi}_{ws0} = \overline{\Pi}_{ws} + \overline{\Pi}_{wr}$. Можно заметить, что при $z = a/2 = (3/4)\lambda_0$ угол $\theta = \pi/4$ и $\overline{\Pi}_{wr} = \overline{\Pi}_{ws}$, а при $z = 2\lambda_0 = (4/3)a$ угол $\theta \approx 0.39\pi$ и $\overline{\Pi}_{wr} = 3.5\overline{\Pi}_{ws}$.

Линия фронта полуцилиндрической волны пересекает внутреннюю поверхность узких стенок волновода в точках пересечения с линией $z = rsin\theta$. Скорость перемещения этих точек вдоль узких стенок волновода или фазовую скорость волны $v_{pz} = dz/dt$ по поверхности этих стенок можно найти из уравнения $dz/dt = (dr/dt)sin\theta + rcos\theta\, d\theta/dt$. Так как $dr/dt = v_0$ и $d\theta/dt =$

$(v_0/r_0)\,cos^2\theta/sin\theta$, фазовая скорость волны вдоль поверхности узких стенок волновода оказывается большей скорости света $v_{pz} = v_0/sin\theta$.

Волны после достижения внутренних поверхностей узких боковых стенок волновода отражаются под углом θ, равным углу падения. Волновой вектор $\boldsymbol{k}$ отраженной волны можно разложить на поперечную $\boldsymbol{k}_x$ и продольную $\boldsymbol{k}_z$ составляющие так, что $k^2 = k_x^2 + k_z^2$. Длина этих векторов равна $k_x = kcos\theta$ и $k_z = ksin\theta$.

Так как волны отражаются одновременно от двух противоположных поверхностей узких сторон волновода, поперечные составляющие волн, отраженных от участков поверхности стенок волновода на линии $z = rsin\theta$, с учетом изменения знака при отражении запишутся уравнениями

$$E_{x1} = E_0\sqrt{r_0/r_1}\,cos(\omega_0 t - kz/sin\theta - k_x(a/2 - x) - \pi\,)$$
$$E_{x2} = E_0\sqrt{r_0/r_2}\,cos(\omega_0 t - kz/sin\theta - k_x(a/2 + x) - \pi\,) \qquad (6)$$

где $r_1 = [(a-x)^2 + z^2]^{1/2}$, $r_2 = [(a+x)^2 + z^2]^{1/2}$ и $-a/2 \le x \le a/2$.
Уравнения (6) описывают волны, бегущие навстречу друг к другу вдоль поперечной линии $z = rsin\theta$. В результате интерференции отраженных волн в полости волновода образуются волноводные волны, квадрат амплитуды которых равен

$$E_{w0}^2 = E_0^2[r_0/r_1 + r_0/r_2 + 2(r_0/\sqrt{r_1 r_2})cos2(kxcos\theta)]. \qquad (7)$$

Величина E_{w0}^2квадрата амплитуды и амплитуда E_{w0}волноводных волн оказываются распределенными вдоль поперечной линии полости волновода $z = rsin\theta$ и являются максимальными вдоль оси полости волновода. Зависимость амплитуды волноводных волн от поперечной координаты в полости волновода по форме близка к стоячей волне с максимальной амплитудой вдоль оси полости волновода. Координаты максимумов и минимумов амплитуды волноводных волн по обе стороны от оси полости волновода с увеличением θ смещаются в сторону узких сторон волновода. Волноводные волны, образованные волнами, отраженными в интервале углов $\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1$, распространяются как пакет волн с частотами в диапазоне $\omega_0/sin\theta_1 \le \omega \le \omega_0/sin\theta_2$ с групповой продольной скоростью $v_{wz} = v_0 sin\theta$ и переносят энергию, создавая поток энергии вдоль оси полости волновода. Групповая скорость волноводных волн выражается через ширину a полости волновода уравнением $v_{wz} = v_0\sqrt{1 - [(a/2)/(a/2 + v_0 t)]^2}$ и зависит от времени. В связи с этим, перенос энергии этими волноводными волнами происходит с уменьшающимся ускорением

$$dv_{wz}/dt = (v_0^2/r_0)\,cos^3\theta/sin\theta. \qquad (8)$$

Интенсивность I_{ww} волноводных волн зависит от поперечной x и продольной z координат в объеме полости волновода

$$I_{ww} = (1/2)\varepsilon_0 E_{w0}^2(x,z)v_0 sin\theta. \quad (9)$$

Поток энергии в среднем $\overline{\Pi}_{ww}$в полости волновода, создаваемый волноводными волнами за период колебаний, равен произведению их интенсивности I_{ww} и сечения $S_w = ab$ полости волновода

$$\overline{\Pi}_{ww} = (1/2)\varepsilon_0 E_{w0}^2 ab\ v_0 sin\theta. \quad (10)$$

В целом, поток энергии переносимый в полости волновода волноводными волнами определяется плотностью энергии $\overline{w}_w = (1/2)\varepsilon_0 E_{w0}^2$и скоростью $v_{wz} = v_0 sin\theta$ ее переноса. Скорость переноса энергии волноводными волнами зависит от угла θ и поток энергии, создаваемый этими волнами, является ускоряющимся.

Так как амплитуда волноводных волн является распределенной по сечению полости волновода, плотность энергии и интенсивность волноводных волн оказываются локализованными вдоль линий с максимумами амплитуды. Для оценки интенсивности волноводных волн, осредненной по сечению полости волновода, в выражении интенсивности вместо квадрата амплитуды волноводных волн можно подставить выражение, равное половине квадрата амплитуды на оси полости волновода $\langle E_{w0}^2 \rangle = E_0^2(r_0/r)$. Тогда величина интенсивности волноводных волн, осредненная по сечению полости волновода, составит

$$\langle I_{ww} \rangle = (1/2)\varepsilon_0 E_0^2(r_0/r)\ v_0 sin\theta. \quad (11)$$

Выражение для осредненного потока энергии, создаваемого волноводными волнами, можно записать в виде

$$\langle \overline{\Pi}_{ww} \rangle = (1/2)ab\varepsilon_0 E_0^2(r_0/r)\ v_0 sin\theta = (1/2)ab\varepsilon_0 E_0^2 v_0 cos\theta sin\theta. \quad (12)$$

Осредненные значения интенсивности волноводных волн и создаваемого ими потока энергии в полости волновода вследствие зависимости плотности энергии волн и их групповой скорости от угла θ сначала увеличиваются и после достижения максимального значения при $z = a/2 = (3/4)\lambda_0$ снижаются.

Таким образом, полуцилиндрическая электромагнитная волна, возбуждаемая источником и резонатором в полости волновода с открытыми торцами, из-за отражения от стенок волновода возбуждает плоские электромагнитные волноводные волны с распределенной амплитудой, распространяющиеся с групповой скоростью и с ускорением вслед за криволинейными гребнями полуцилиндрических волн. В результате, на выходном торце волновода электромагнитные колебания содержат колебания напряженности электрического поля полуцилиндрических волн, исходящих непосредственно от источника с резонатором и колебания напряженности электрического поля волноводных волн с амплитудой, распределенной в

поперечном направлении практически в виде стоячей волны. Важной особенностью волноводных волн в таком волноводе является то, что колебания напряженности электрического поля в неподвижных пучностях амплитуды в торце полости волновода ($z = 0$), где размещены источник волн и четвертьволновой резонатор, по обе стороны от источника и резонатора происходят в одной и той же фазе. Колебания же напряженности электрического поля в пучности амплитуды волноводных волн на втором выходном торце полости волновода на расстоянии от источника, равном двум длинам волн ($\Delta z = 2\lambda_0$), оказываются в противофазе по сравнению с колебаниями в неподвижных пучностях между источником и узкими стенками волновода.

В связи с тем, что в устройстве с волноводом с открытыми торцами полости и встроенными резонатором и антенной магнетрона квадрат амплитуды волноводных волн оказывается максимальной на линии оси волновода, это микроволновое СВЧ устройство может излучать электромагнитные волны с максимальной интенсивностью по линии оси волновода и создавать относительно узконаправленный поток электромагнитной энергии.

Заметим, что приведенное выше обсуждение возбуждения волноводных волн и ускоряющегося потока энергии рассмотрено для короткого волновода. В длинных волноводах вклад в интерферируемые волноводные волны могут внести переотраженные волны.

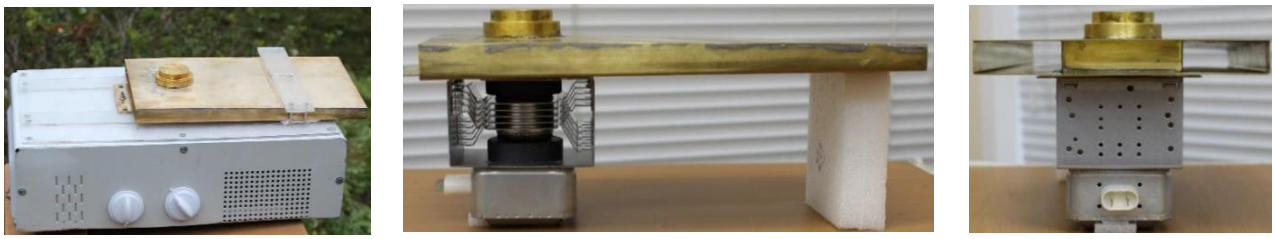
Интересным для технических приложений является микроволновое СВЧ устройство, содержащее волновод с открытыми торцами полости шириной, равной трем полудлинам волн и длиной, равной двум длинам волн, возбуждаемых источником внутри полости. В таком волноводе на выходном торце полости амплитуды полуцилиндрической и волноводной волн суммируются и плотность потока энергии на оси полости волновода является максимальной, а колебания напряженности электрического поля волноводных волн на противоположных торцах полости волновода оказываются в противофазе.

Микроволновой СВЧ излучатель

Экспериментальное СВЧ устройство (рис. 2*а*), создающее направленный поток микроволновой энергии, содержит источник тока, магнетрон 2М219J с рабочей частотой 2,45 ГГц и волновод с открытыми торцами полости, в которой установлены резонатор и антенна магнетрона. Мощность магнетрона составляет 950 Вт. Волноводы изготавливались из листов латуни Л63 толщиной 0,8 мм. Размеры волноводов выбирались исходя из того, что частота электромагнитных колебаний, возбуждаемых магнетроном, соответствует частоте волн длиной $\lambda_0 = 122$ мм. Так, ширина полости волновода равна $a = 180$ мм, что соответствует условию $a = (3/2\,\lambda_0)$. Высота полости волновода вблизи резонатора составляет $b = 20$ мм, на выходном торце она равна $b = 15$ мм. Длина волновода составляет $\Delta L \approx 240$ мм. Четвертьволновые резонаторы имели полость прямоугольной формы размером 76×30 мм или полуцилиндрическую полость радиусом 37 мм, образованные отражателями, изготовленными из

материала волновода и запаянными краями к внутренним поверхностям волновода. Для введения антенны магнетрона в полость волновода на широкой стенке волновода выполнено отверстие на расстоянии от поверхности отражателя четвертьволнового резонатора, равном $\Delta z = 30$ мм, что составляет $\Delta z = \lambda_0/4$. Напротив этого отверстия на противоположной стенке волновода установлен колпачок с полусферической выемкой для увеличения емкости зазора между антенной магнетрона и внутренней поверхностью волновода. Фотографии волновода с присоединенным магнетроном показаны на рис. 2*б* и 2*в*.

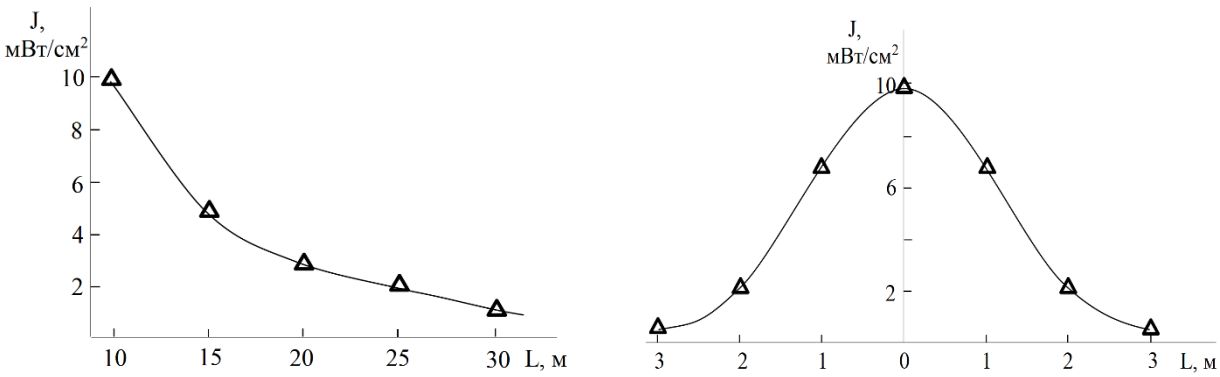
В экспериментах СВЧ устройство размещалось на высоте 1 м от земли в экранирующем металлическом боксе. Магнетрон в устройстве подключался к источнику питания на время 6 с и 12 с за период времени 30 с и в первых экспериментах микроволновое излучение регистрировалось прибором CEM DT-2G, обеспечивающим детектирование СВЧ излучения частотой 2,45 ГГц.



а) *б)* *в)*

Рис. 2. Микроволновое устройство (а) и волновод с магнетроном: б) – вид сбоку, б) – вид с торца с резонатором

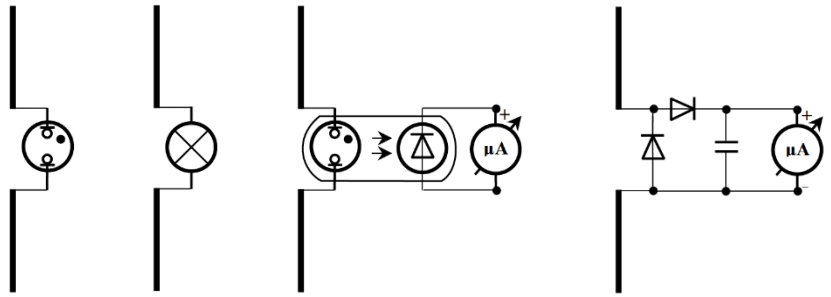
Зависимости интенсивности излучения устройства от расстояния вдоль линии оси волновода и в поперечном направлении к линии оси волновода на расстоянии 10 м от устройства показаны на рис. 3.



а) *б)*

Рис. 3. Интенсивность излучения микроволнового устройства вдоль линии оси полости волновода (а) и в поперечном направлении к линии оси (б)

Установлено, что на расстоянии менее 10 м от устройства показания детектора DT-2G составляют более 10 мВт/см^2, при этом детектор подает сигнал о превышении допустимой величины интенсивности излучения и выдает ошибку. В связи с этим, для регистрации излучения микроволнового устройства непосредственно вблизи волновода были опробованы разные датчики, выдерживающие тепловое воздействие СВЧ излучения и отработаны методы регистрации излучения. С помощью индукционного, пьезоэлектрического, резистивного и фотоэлектрического датчиков фиксировались импульсы излучения частотой 50 Гц. Излучение устройства является импульсным, так как ускоряющее напряжение на магнетрон от источника питания подается только в один из полупериодов колебаний сети. В качестве индикаторов СВЧ излучения использовались также газоразрядные лампы и лампы накаливания, к выводам которых припаивались стальные пластины размером 0.1×10×31 мм. Схемы их соединения показаны на рис. 4*а* и рис. 4*б*. Каждая из пластин является четвертьволновым вибратором Герца длиной 31 мм и пластины располагаются в одной плоскости, образуя дипольную антенну. Присоединение пластин-вибраторов к выводам ламп приводит к увеличению интенсивности их свечения в поле излучения устройства. Нить накала лампы H5 12V-0.25A вблизи торца волновода нагревается до видимого свечения, но в отличие от газоразрядной лампы ТНИ-1.5Д, светится не ярко и начинает светиться с некоторым запаздыванием после включения магнетрона. Этот простой индикатор позволяет определять поляризацию излучения вблизи торца волновода – при повороте на 90 градусов лампа гаснет.



а) *б)* *в)* *г)*

Рис. 4. Схемы индикаторов и детекторов СВЧ излучения: а) – индикатор с газоразрядной лампой, б) – индикатор с лампой накаливания, в) – детектор с антенной, газоразрядной лампой, фотодиодом и микроамперметром, г) – детектор с диодами, конденсатором и микроамперметром

Распределение интенсивности излучения вблизи выходного торца волновода излучателя определялось с помощью прибора, содержащего газоразрядную лампу ТНИ-1.5А, фотодиод ФД-24К и микроамперметр,

соединенные по схеме на рис. 4*в*. Лампа и фотодиод установлены в короткой металлической трубе и образуют оптопару. Измерения тока в цепи фотодиода и микроамперметра в этом устройстве проводились путем перемещения оптопары с антенной вдоль торца волновода на фиксированных расстояниях. Результаты представлены на рис. 5 в виде зависимостей фототока от координат расположения антенны на расстояниях 5 см, 10 см и 15 см от торца волновода при работающем магнетроне излучателя. Начало координат совпадает с осью полости волновода. Из кривых зависимостей видно, что вблизи торца волновода максимальная величина фототока соответствует расположению антенны на оси волновода излучателя, что указывает на то, что максимальная интенсивность микроволнового излучения приходится на ось волновода. Эти результаты подтверждают теоретически сделанные выводы о том, что в полости волновода с открытыми торцами в результате отражения волн от источника в центре полости, внутри волновода формируются бегущие волноводные волны с распределенной амплитудой. Максимумы амплитуды волноводных волн и интенсивности потока электромагнитной энергии, создаваемого этими волнами, приходятся на линию оси полости волновода.

Для регистрации излучения микроволнового устройства на больших расстояниях по сравнению с длиной волны были изготовлены детекторы с использованием высокочастотных диодов Д18 и Д405АП и стрелочных микроамперметров, не требующих источников питания и включенных по схеме на рис. 4*г*. Зависимость тока в детекторе с диодами Д18 от расстояния от торца волновода микроволнового устройства в направлении излучения вдоль оси волновода, показана на рис. 6 (кривая *1*).

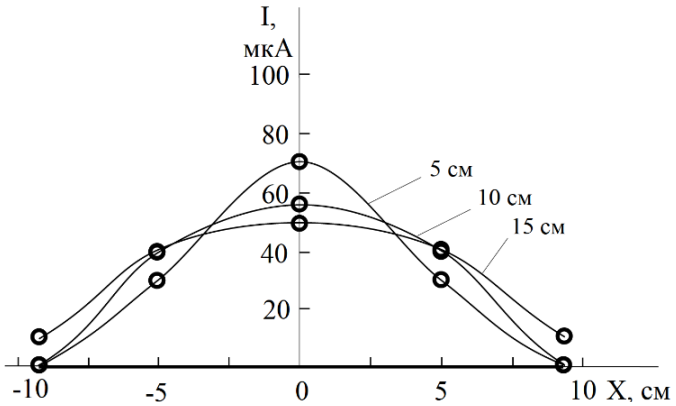


Рис. 5. Ток в фотодиоде в зависимости от расположения антенны газоразрядной лампы вблизи торца волновода микроволнового излучателя

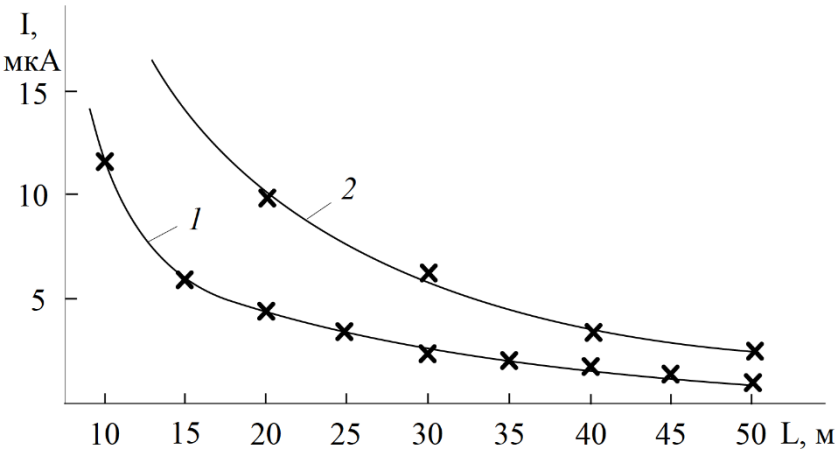


Рис. 6. Токи в диодном детекторе в зависимости от расстояния их расположения от торца волновода излучателя

Наиболее чувствительные детекторы электромагнитного излучения были изготовлены с применением диодов Д405АП и микроамперметра с полным отклонением стрелки при токе 100 мкА. Этот прибор регистрирует наличие излучения от разработанного макета устройства на расстоянии 500 м и показывает ток 10 мкА. На расстоянии 50 м микроамперметр зашкаливает, указывая на возбуждение в обмотке тока величиной более 100 мкА. На расстояниях 250 м и 300 м от устройства в направлении его излучения прибор показывает токи, соответственно, 30 мкА и 20 мкА.

Таким образом, микроволновое устройство, содержащее источник питания, магнетрон и волновод с открытыми торцами полости, показывает работоспособность и принцип его действия является аналогичным принципу возбуждения волноводных волн и направленных поверхностных потоков жидкости источником и резонатором капиллярных волн в каналах. Для наглядности на рис. 6 показана картина капиллярных волн частотой 56 Гц на поверхности воды в канале шириной 10 мм при разных фазах колебаний, где заметны дугообразные линии фронтов полуцилиндрических волн, возбуждаемых источником и резонатором, а также линии интерферирующих волн, отраженных от стенок канала. Поверхностные потоки, ускоряющиеся в канале и движущиеся за его пределы, визуализируются трассерными частицами.

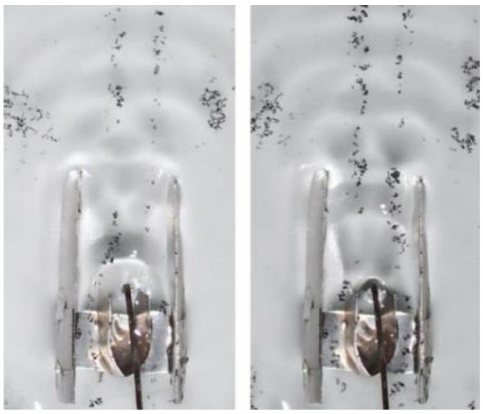


Рис. 7. Капиллярные волны на поверхности воды в канале и за его пределами, возбужденные стержневым вибратором и четвертьволновым резонатором

В литературе указано, что прямоугольный волновод с открытым торцом полости можно использовать в качестве излучателя [6, 7] и облучателя зеркальных, линзовых антенн. Его основным недостатком является плохая согласованность со свободным пространством. Из-за наличия отраженной волны от открытого торца нарушается режим бегущей волны в полости волновода и уменьшается излучаемая мощность. Поэтому прямоугольный волновод чаще всего используют для возбуждения рупорных излучателей – антенн в виде волновода с переменным сечением полости.

Чтобы проверить возможности устройства с волноводом с открытыми торцами и встроенным источником колебаний в полости, на выходном торце волновода был выполнен раструб. Для этого части боковых сторон волновода от выходного торца длиной 31 мм были удалены, а широкие стороны раздвинуты так, чтобы расстояние между краями составило примерно 62 мм. Эти раздвинутые части сторон волновода представляют собой пластинчатые распределенные вибраторы Герца на торце волновода. Такую конструкцию волновода можно рассматривать также как Е-секториальную рупорную антенну бегущей волны. Микроволновой излучатель с доработанным волноводом показан на рис. 3.



а) *б)*

Рис. 8. Микроволновой излучатель с раструбом на выходном торце волновода: а – вид сбоку, б – вид спереди

Измерения распределения интенсивности излучения непосредственно вблизи торца волновода с раструбом с помощью прибора, содержащего газоразрядную лампу, фотодиод и микроамперметр, показаны зависимостями величины тока в фотодиоде от координаты антенны лампы прибора напротив раструба волновода на рис. 9. Из кривых видно, что наибольший ток возникает при расположении антенны лампы на оси волновода. На расстоянии 5 см от краев раструба величина тока в фотодиоде при расположении антенны лампы напротив центра полости волновода превышает величину этого же тока при расположении антенны напротив боковых краев волновода в 10 раз. С расстоянием от раструба волновода фототок в регистрирующем приборе снижается. Эти результаты показывают на то, что интенсивность излучения волновода с раструбом увеличивается по сравнению с волноводом без раструба практически в 3 раза.

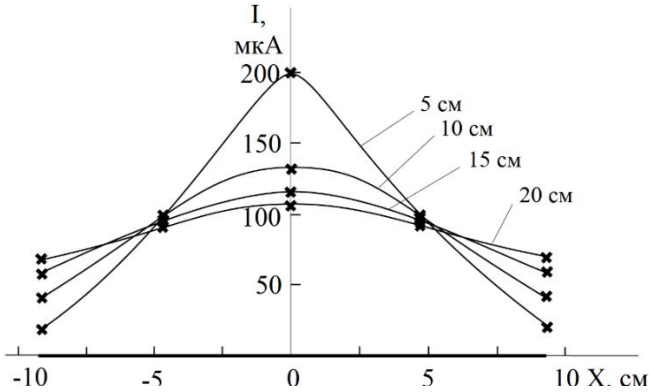


Рис. 9. Ток в фотодиоде в зависимости от расположения антенны газоразрядной лампы вблизи раструба в торце волновода излучателя

Измерения излучения доработанного устройства на больших расстояниях также показали увеличение интенсивности излучения вдоль оси волновода. Измерения с детектором с диодами Д18 на расстоянии до 50 м показаны на кривой *2* рис. 6. Показания детектора DT-2G также увеличились. Так, если этот детектор на расстоянии 50 м от излучателя без раструба показывал десятые доли мВт/см^2, то его показания на этом же расстоянии от излучателя с раструбом увеличились до 3.6 мВт/см^2. Детектор на диодах Д405АП также зарегистрировал увеличение интенсивности доработанного устройства – на расстоянии до 200 м микроамперметр зашкаливает, а на расстояниях 300 м и 500 м показывает токи величиной 60 мкА и 20 мкА. С помощью детектора, подключенного ко входу малошумящего усилителя напряжения, сигналы от микроволнового излучателя регистрируются на расстоянии 2000 м в условиях тумана и электромагнитных помех от линий электропередач.

Результаты, полученные при испытаниях излучателя с волноводом с пластинчатым раструбом, который представляет собой распределенную дипольную антенну, также могут быть улучшены, если раструб выполнить только в середине торца волновода, а края торца волновода по обе стороны от раструба волновода соединить с краями противоположного торца волновода по соответствующим сторонам от четвертьволнового резонатора пластинчатыми внешними проводниками. Конструкция такого излучателя описана в патенте РФ на изобретение “Микроволновой СВЧ излучатель” № 2813641 [8], его схема показана на рис. 10. Электромагнитные волны в

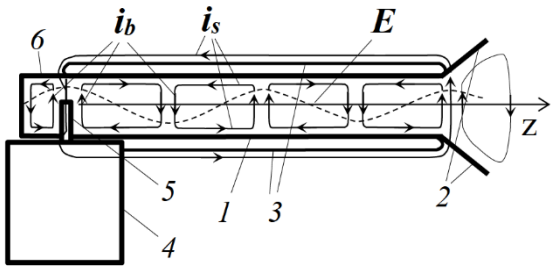


Рис. 10. Схема микроволнового излучателя с волноводом с открытыми торцами полости, вибраторами Герца и внешними пластинчатыми проводниками: 1 – волновод, 2 – пластинчатые вибраторы, 3 – внешние проводники, 4 – магнетрон, 5 – антенна магнетрона, 6 – четвертьволновой резонатор

полости волновода возбуждают объемные токи i_b смещения и поверхностные токи i_s на внутренних стенках волновода. При колебаниях напряженности E электрического поля волноводных волн на противоположных торцах волновода в противофазе поверхностные токи i_s будут возбуждаться и на поверхности внешних проводников. Так как внутренние поверхности волновода вместе с поверхностями внешних проводников образуют замкнутые проводящие поверхности, такое устройство может создавать вихревые потоки энергии, поддерживающие общий поток энергии в полости волновода. Интенсивность излучения микроволнового устройства при этом должна увеличиться.

В экспериментах с капиллярными волнами было установлено, что в кольцевых замкнутых каналах с резонатором и источником капиллярных колебаний возбуждаются замкнутые ускоряющиеся поверхностные потоки жидкости. Полученные результаты с микроволновыми излучателями указывают на возможность создания микроволновых устройств с волноводами с замкнутой цилиндрической полостью, энергия из которых может быть извлечена через щели на стенках волновода или ответвления. Такие устройства могут найти применение в электроэнергетике в качестве микроволновых аккумуляторов энергии.

Заключение

Таким образом, микроволновое СВЧ устройство, работающее по принципу возбуждения ускоряющихся поверхностных потоков жидкости капиллярными колебаниями и волнами в каналах, создает направленный ускоряющийся поток микроволновой энергии и может являться перспективным устройством для технических приложений.

Список литературы

1. *Александров В. А.* Возбуждение поверхностного потока жидкости в каналах капиллярными колебаниями конечной амплитуды // Неравновесные процессы в сплошных средах: сборник статей по материалам Международного симпозиума (г. Пермь, 16–18 сентября 2021 г.) / отв. ред. Т. П. Любимова; Пермский государственный национальный исследовательский университет. – Пермь, 2021. 206 с.
2. *Александров В. А.* Капиллярно-волновой варп-двигатель / Письма в ЖТФ, Т. 47, № 22, С. 13-16, 2021. DOI: 10.21883/PJTF.2021.22.51719.18899.
3. *Александров В. А.* Волноводные волны на поверхности воды в открытом канале со встроенными источником и резонатором капиллярных волн //Химическая физика и мезоскопия. 2023. Т. 25, № 2. С. 135-148. https://doi.org/10.15350/17270529.2023.2.13.
4. *Пегель И.В.* Электродинамика сверхвысоких частот: учебное пособие/ И.В. Пегель. – Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2009. – 158 с.

5. *Полухин Ю.Н.* Излучение электромагнитных волн: учеб. пособие / Ю.Н. Полухин. – Самара: Изд-во СГАУ, 2016. – 156 с.
6. *Филонов А. А., Фомин А. Н., Дмитриев Д. Д. и др.* Устройства СВЧ и антенны: учебник / А. А. Филонов, А. Н. Фомин, Д. Д. Дмитриев [и др.]; ред. А. А. Филонов. – Красноярск: Сиб. федер. ун-т, 2014. – 492 с.
7. *Питер Макнил (Peter McNeil)*. Все, что следует знать о волноводных антеннах миллиметрового диапазона / СВЧ – электроника. 2020. № 3. С.24-28.
8. *Патент* 2813641 Российская Федерация, МПК H 01 J 7/06. Микроволновой СВЧ излучатель / Александров В. А.; заявитель и патентообладатель Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Удмуртский федеральный исследовательский центр Уральского отделения Российской академии наук. № 2023107582; заявл. 28.03.2023; публ. 14.02.2024, Бюл. № 5. 20 с.

ВЛИЯНИЕ РАСХОДА ГАЗА НА ХАРАКТЕРИСТИКИ ТЕЧЕНИЙ ИСПАРЯЮЩЕЙСЯ ЖИДКОСТИ, УВЛЕКАЕМОЙ ГАЗОВЫМ ПОТОКОМ

В. Б. Бекежанова[a], Н. И. Гилёв[a,b], И. А. Шефер[a,c]
[a]Институт вычислительного моделирования СО РАН,
660036, Красноярск, ул. Академгородок, 50/44
[b]Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,
195251, Санкт-Петербург, ул. Политехническая, 29/2
[c]Сибирский федеральный университет,
660041, Красноярск, пр. Свободный, 79

В рамках приближения Обербека – Буссинеска изучаются характеристики конвективного тепломассообмена в условиях слабого испарения в двухфазной системе жидкость – газ, заполняющей бесконечный горизонтальный канал. Для описания установившегося течения испаряющейся жидкости, обдуваемой ламинарным газовым потоком, используется точное решение уравнений термоконцентрационной конвекции. На примере системы сред HFE7100 – азот анализируется влияние скорости прокачки газа на кинематические и температурные характеристики, паросодержание в несущем газе и скорость испарения. Исследуется устойчивость точного решения, изучается эволюция топологии нейтральных кривых и наиболее опасных возмущений при изменении расхода газа.

Ключевые слова: испарительная конвекция; точное решение; устойчивость

INFLUENCE OF THE GAS FLOW RATE ON CHARACTERISTICS OF FLOWS OF A VOLATILE LIQUID SHEARED BY A GAS FLUX

V. B. Bekezhanova[a], N. I. Gilev[a,b], I. A. Shefer[a,c]
[a]Institute of Computational Modeling SB RAS,
50/44 Akademgorodok St., 660036, Krasnoyarsk
[b]Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University,
29/2 Polytechnicheskaya St., 195251, Saint Petersburg
[c]Siberian Federal University,
79 Svobodny Ave., 660041, Krasnoyarsk

The features of the heat and mass transfer accompanied by diffusion-limited evaporation in a liquid – gas system filling an infinite horizontal channel is studied within the Oberbeck – Boussinesq approximation. An exact solution of the thermosolutal convection equations is used to describe a steady flow of a volatile liquid driven by a laminar gas flux. The effect of gas pumping rate on the kinematic and temperature characteristics in the bilayer system as well as on the vapor content in the carrier gas and evaporation rate is analyzed in the context of the HFE7100 – nitrogen system. The stability of the exact solution is scrutinized, the evolution of the neutral curve topology and the leading disturbances with changes in the gas flow rate is investigated.

Keywords: evaporative convection; exact solution; stability

© Бекежанова В.Б., Гилёв Н.И., Шефер И.А., 2025

Введение

Конвекция в условиях фазовых превращений является объектом исследований, направленных на решение фундаментальных и прикладных задач гидродинамики, теплофизики, материаловедения и физики атмосферы. В настоящее время активно развиваются экспериментальные и теоретические подходы к изучению закономерностей конвективного тепломассобмена в двухфазных мини- и микросистемах жидкость – газ с испарением, вызванным прокачкой газа [1, 2]. Полученные экспериментальные данные [3–7] являются эмпирической базой для верификации теоретических и численных моделей и методов, разрабатываемых для описания испарительной конвекции [2, 7]. Одним из факторов, имеющих существенное влияние на параметры и структуру конвективных режимов, является скорость газа, в который происходит испарение [4, 6, 7]. Устойчивость изотермических течений жидкости, обдуваемых газовым потоком, в рамках различных постановок, учитывающих как линейные, так и нелинейные эффекты, обусловленные динамическим воздействием газа, изучалась в работах [8–13]. Настоящая работа является продолжением исследований, посвящённых анализу характера и степени влияния скорости прокачки газа на структуру неизотермических течений в двухслойной системе жидкость – парогазовая смесь и пороговые характеристики устойчивости в случае плоских возмущений [14]. Рассматриваются течения испаряющейся жидкости, обдуваемой ламинарным газовым потоком, в условиях, близких к экспериментальным [7], исследуется влияние скорости прокачки газа на параметры конвективных режимов, включая скорость испарения, и их устойчивость относительно пространственных возмущений.

Постановка задачи

Рассматривается стратифицированное установившееся течение в системе сред испаряющаяся жидкость – парогазовая смесь в горизонтальном канале. Обе среды предполагаются вязкими теплопроводными несжимаемыми жидкостями, разделёнными гладкой поверхностью Г, на которой действуют силы поверхностного натяжения. В верхнем слое газ прокачивается с заданным расходом R_g, что приводит к формированию дополнительных сдвиговых напряжений на границе раздела и испарению жидкости. Испаряемый компонент в несущем газе считается инертной примесью. На стенках канала приложена тепловая нагрузка, распределённая по линейному относительно продольной координаты x закону с заданными граничными температурными градиентами A_j. Индекс j определяет параметры жидкой $(j = 1)$ и газовой $(j = 2)$ фаз. Основными механизмами, определяющими структуру конвективных течений с испарением в рассматриваемой двухслойной системе, являются сила плавучести, термокапиллярный эффект, прокачка газа и линейный нагрев внешних границ.

Для описания возникающих режимов течений используется точное частично-инвариантное решение ранга 1 дефекта 3 уравнений

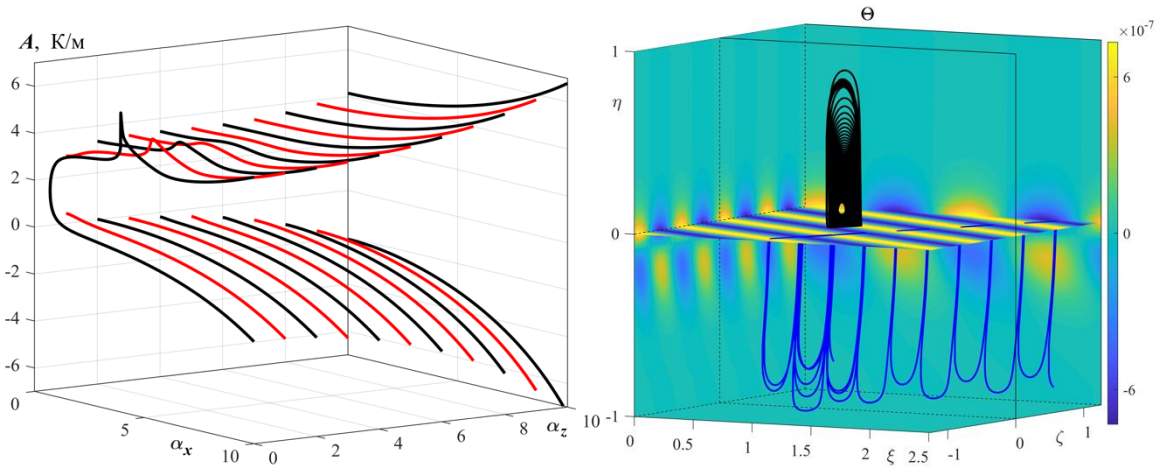
термоконцентрационной конвекции, построенное в рамках двусторонней модели на основе приближения Обербека – Буссинеска [2]. В силу вида решения задача может рассматриваться в двумерной постановке. Структура решения позволяет получить явные представления функций скорости, температуры и давления обеих сред, концентрации пара в газовом слое и определять численные значения массовой скорости испарения M, как функции параметров задачи, и температурного градиента A на границе Г. Последний определяет интенсивность испарения и термокапиллярного эффекта на межфазной поверхности. Точное решение интерпретируется как решение, описывающее однонаправленные неизотермические течения в условиях диффузионного (слабого) испарения на рабочем участке ограниченной длины L_h достаточно протяжённого канала. Длина рабочего участка L_h оценивается в терминах входных данных задачи на основе анализа значений функций температуры T_j и концентрации пара C.

Влияние расхода газа на параметры конвективных режимов

С помощью точного решения исследуется влияние скорости прокачки газа на характеристики конвективного течения в системе сред HFE7100 – азот в поле массовых сил с $g = 9.81$ м/с^2. В экспериментах [6, 7] скорость продува является контролируемым режимным параметром и фактически определяет расход газа R_g. В математической модели условие, задающее расход, является замыкающим соотношением, позволяющим однозначно определить значения всех характеристик системы. При проведении расчётов в качестве входных параметров используются значения толщин слоёв сред 3 мм и расходов газа, при которых реализуются лабораторные эксперименты. Значения градиентов A_j выбираются такими, чтобы перепад температур в системе на рабочем участке протяжённости L_h сохранялся в пределах 0.2 ºС (соответствует условиям экспериментов). Решение предсказывает слабые изменения структуры течений при значениях градиента A порядка 1-2 ºС. При этом с ростом расхода газа растёт и скорость испарения M, что на качественном уровне подтверждается экспериментальными данными. С ростом теплового градиента A изменяется баланс сдвиговых и термокапиллярных напряжений на поверхности раздела фаз: при малых значениях R_g в системе формируются режимы с возвратным течением вблизи Г и потенциально устойчивой температурной стратификацией в жидкости; с увеличением скорости прокачки возможен переход к режимам с холодным термоклином на поверхности раздела. Проведено сравнение расчётных значений относительных изменений массовой скорости испарения ΔM, полученных с помощью точного решения, с соответствующими экспериментальными значениями. При малых A и умеренных скоростях прокачки теоретические и экспериментальные данные согласуются не только качественно, но и количественно.

Пороговые характеристики устойчивости и спектр возмущений

Рассматриваются инфинитезимальные трёхмерные возмущения (с волновыми числами α_x и α_z вдоль осей x и z соответственно) течений с недеформируемой межфазной границей. В рамках линейной теории решение соответствующей спектральной задачи сводится к построению нейтральных поверхностей $A(\alpha_x, \alpha_z)$ (см. пример на рис. 1*а*) и исследованию их эволюции в зависимости от изменений расхода газа R_g. Решение предсказывает возникновение колебательной неустойчивости во всём рассматриваемом диапазоне изменений R_g, α_x и α_z, которая проявляется формированием упорядоченных пространственных структур различной топологии (см. пример на рис. 1*б*). Увеличение скорости прокачки газа приводит к расширению области неустойчивости с отделением дополнительной ветви, которой соответствует ещё одна волновая мода, и росту фазовой скорости главных возмущений.



а) *б)*

Рис. 1. Решение задачи об устойчивости при $R_g = 9.936 \cdot 10^{-6}$кг: а) нейтральная поверхность $A(\alpha_x, \alpha_z)$, область неустойчивости лежит внутри поверхности; б) структура теплового поля и траектории движения частиц в закритичном режиме

Изменение форм пространственных структур, возникающих в слое испаряющейся жидкости, увлекаемой ламинарным газовым потоком, при изменении скорости прокачки газа наблюдалось в физических экспериментах [3].

Исследование выполнено при поддержке гранта Российского научного фонда № 22-11-00243.

Список литературы

1. *Kabov O. A., Kuznetsov V. V., Kabova Y. O.* Evaporation, dynamics and interface deformations in thin liquid films sheared by gas in a microchannel // Encyclopedia of two-phase heat transfer and flow II: special topics and applications, Volume 1:

special topics in boiling in microchannels, micro-evaporator cooling systems. Singapore: World Scientific Publishing Company, 2015. Pp. 57–108.
2. *Бекежанова В.Б., Гончарова О.Н.* Задачи испарительной конвекции (обзор) // Прикладная математика и механика. 2018. Т. 82. С. 219-260.
3. *Kabov O. A., Zaitsev D. V., Cheverda V. V., Bar-Cohen A.* Evaporation and flow dynamics of thin, shear-driven liquid films in microgap channels // Experimental Thermal and Fluid Science. 2011. Vol. 35 (5). P. 825–831.
4. *Lyulin Y., Kabov O.* Evaporative convection in a horizontal liquid layer under shear-stress gas flow // International Journal of Heat and Mass Transfer. 2014. Vol. 70. P. 599–609.
5. *Lyulin Yu., Kreta A., Ouerdane H., Kabov O. A.* Experimental study of the convective motions by the PIV technique within an evaporating liquid layer into the gas flow // Microgravity Science and Technology. 2020. Vol. 32 (3). P. 203-216.
6. *Люлин Ю. В., Кабов О. А., Кузнецов Г. В., Фектистов Д. В., Пономарев К. О.* Влияние протяжённости межфазной поверхности на интенсивность испарения горизонтального слоя жидкости под действием потока газа // Теплофизика и аэромеханика. 2020. Т. 27. № 1. С. 121–125.
7. *Бекежанова В. Б., Гончарова О. Н., Люлин Ю. В.* Теоретическое и эспериментальное исследование течений с испарением на термокапиллярной границе раздела: особенности моделирования, анализ характеристик // Многофазные системы. 2023. Т. 18. № 3. С. 97–99.
8. *Cohen L. S., Hanratty T. J.* Generation of waves in the concurrent flow of air and a liquid // American Institute of Chemical Engineers Journal. 1965. Vol. 11(1). P. 138-144.
9. *Craik A. D. D.* Wind-generated waves in thin liquid films // Journal of Fluid Mechanics. 1966. Vol. 26. P. 369–392.
10. *Jurman L. A., McCready M. J.* Study of waves on thin liquid films sheared by turbulent gas flows // Physics of Fluids. 1989. Vol. 1 (3). P. 522–536.
11. *Miesen R., Boersma B.J.* Hydrodynamic stability of a sheared liquid film // Journal of Fluid Mechanics. 1995. Vol. 301. P. 175–202.
12. *Segin T. M., Tilley B. S., Kondic L.* On undercompressive shocks and flooding in countercurrent two-layer flows // Journal of Fluid Mechanics. 2005. Vol. 532. P. 217–242.
13. *Frank A. M.* Shear driven solitary waves on a liquid film // Physical Review E. 2006. Vol. 74 (6). Art. ID 065301.
14. *Bekezhanova V. B., Shefer I. A.* Influence of the kinematics characteristics of a gas flux on thresholds of the stability and perturbation spectrum of a two-phase flow with evaporation // Journal of Mathematical Sciences. 2023. Vol. 269 (6). P. 766–777.

ТЕПЛООБМЕН В УСЛОВИЯХ ГОРОДСКОЙ СРЕДЫ НА ПРИМЕРЕ ГОРОДА КРАСНОЯРСКА

А. В. Беляева, А. Н. Сухановский
Институт механики сплошных сред ПФИЦ УрО РАН,
614013, Пермь, ул. Академика Королева, 1

В работе представлены результаты экспериментального исследования процессов теплообмена в условиях городского ландшафта. В качестве экспериментальной модели был использован трехмерный макет центральной части города Красноярск, который учитывает сложный рельеф местности, расположение и высоту зданий на территории почти шесть квадратных километров. Исследован процесс остывания поверхности модели города после продолжительного нагревания инфракрасным излучением. Ключевым вопросом является зависимость теплообмена от геометрических характеристик рельефа. Проведено исследование влияния плотности застройки и высоты поверхности на процесс остывания поверхности макета. Показано, что плотность застройки оказывает влияние на распределение температуры поверхности, что согласуется с результатами предыдущих исследований для города Пермь.

Ключевые слова: лабораторное моделирование, топология поверхности, городская климатология

HEAT TRANSFER IN URBAN ENVIRONMENT ON THE EXAMPLE OF THE CITY OF KRASNOYARSK

A. V. Belyaeva, A. N. Sukchanovskii
Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS,
Academician Korolev Street, 1 614013, Perm

In the context of global urbanization, the problem of comfortable climatic conditions inside cities is acute. In this paper, the cooling process of a surface with a complex relief after prolonged heating by infrared radiation was experimentally studied. A three-dimensional layout of a part of the city of Perm was used as an object of research. The influence of the intensity of external wind on the temperature distribution during cooling was investigated. It is shown that the building density influences the surface temperature distribution, which agrees with the results of previous studies for the city of Perm.

Keywords: laboratory modeling, surface topology, urban climatology

Введение

Известно, что температура в пределах города может существенно отличаться от близлежащих областей [1-2]. Связано это в основном с изменением окружающей среды в городских условиях (увеличение тепловой емкости наряду со снижением средней скорости ветра и влажности). При этом в городе распределение температуры оказывается неоднородным, оно зависит от геометрии застройки, особенностей рельефа и термодинамических свойств самой поверхности. Неоднородность нагрева поверхности города приводит к

© Беляева А.В., Сухановский А.Н., 2025

возникновению конвективных течений и естественной терморегуляции городского массива. При этом течения в таких условиях являются принципиально трехмерными.

На основании ряда исследований можно сделать вывод, что основные факторы, снижающие температуру внутри городской среды, связаны с увеличением доли растительности и водных объектов на исследуемой территории [3-4]. Тем не менее, увеличение количества парков и водоемов в городе часто бывает затруднено из-за высокой плотности застройки или столкновения интересов бизнеса.

Другой способ повлиять на микроклимат городов и спрогнозировать распределение температуры на поверхности является комплексное городское планирование. Однако, на сегодняшний день нет единого мнения о предпочтительном городском дизайне для смягчения климата в города. Кроме того, большинство исследований, посвященных тепловым характеристикам городов, относятся к крупным мегаполисам. Между тем, быстрая урбанизация происходит сейчас в средних городах, а атмосферные проблемы, с которыми они сталкиваются, остаются малоизученными. В рамках данного исследования предложен подход, который основан на лабораторном моделировании процессов теплообмена в условиях городского ландшафта. Задача исследования заключается в определении основных закономерностей процесса остывания поверхности со сложным рельефом. В качестве объекта исследования был использован детализированный макет части города Красноярск.

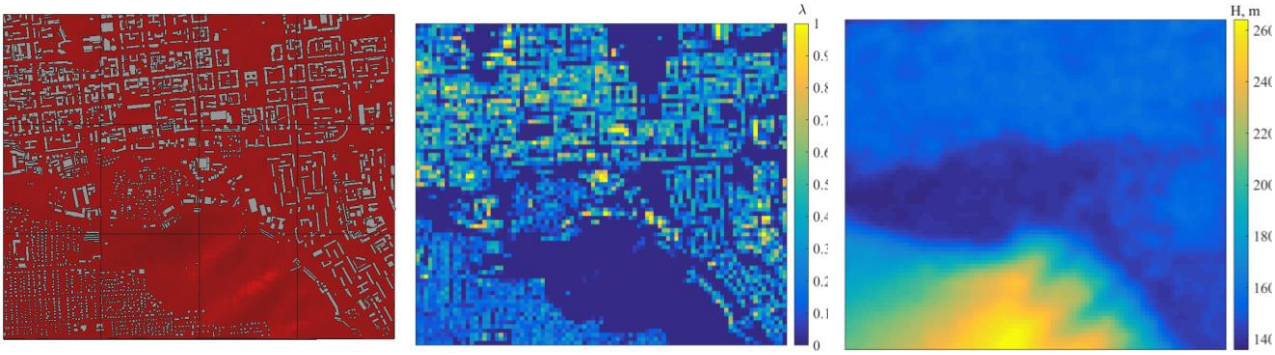
Эксперимент

В качестве объекта исследований использована модель центрального района города Красноярск. Модель создана из PETG пластика на 3D принтере. Модель с высокой точностью воспроизводит особенности рельефа местности, расположение и высоту зданий на территории 6 квадратных километра (масштаб печати 1:4000). Исследуемая область имеет реальные размеры 2.6×2.3 км. Пространственный масштаб был выбран таким образом, что значения основных безразмерных параметров, таких как число Рэлея, близки к эффективным (с учетом турбулентной вязкости) параметрам для пограничного слоя атмосферы. Для создания модели был использован cthsq PETG пластик. Модель покрыта матовой серой термоустойчивой грунтовкой. Модель расположена в теплоизолированном боксе, размер которого 85 на 75 сантиметров. Стенки бокса выполнены из пеноплекса, толщиной 20 миллиметров и высотой 20 сантиметров, дном бокса является текстолитовая пластина толщиной 20 миллиметров.

Нагрев поверхности города реализован при помощи инфракрасного обогревателя (BALLU BIH-S2-0.3, мощность излучения 300 Вт). Лампа расположена на высоте 20 сантиметров от поверхности модели и вмонтирована заподлицо с крышкой теплоизолирующего бокса. Нагрев поверхности города происходит в течение 30 минут, в результате поверхность модели прогревается практически однородно до температуры 60 градусов. Затем крышка бокса со встроенным в нее нагревателем убирается, далее идет процесс остывания макета.

Для измерения температуры поверхности макета в процессе остывания была использована инфракрасная камера FLIR SC5000.

Город Красноярск расположен в ущелье Саянских гор на берегу Енисея. Город имеет очень заметную неоднородность рельефа в отличие от практически равнинной Перми. На рис. 1 представлена карта исследуемой области и расположение системы координат, распределение частоты застройки λ(б) и высоты поверхности без учета высоты зданий H (в). Разрешение для распределений частоты застройки и высоты поверхности рельефа составляет 30 метров.



а) *б)* *в)*

Рис. 1. Карта макет (а), распределение частоты застройки λ (б), высота поверхности макета без учета зданий (в)

Результаты

Для того, чтобы определить как геометрия макета влияет на распределение температуры с течением времени мы использовали коэффициент корреляции Пирсона (1), который применяется для исследования взаимосвязи двух наборов данных.

$$R_{XY} = \frac{\sum(X-\bar{X})(Y-\bar{Y})}{\sqrt{\sum(X-\bar{X})^2 \sum(Y-\bar{Y})^2}} \quad (1)$$

Таким образом, был проведен сравнительный анализ распределения температуры и геометрических характеристик макета. В каждый момент времени был вычислен коэффициент корреляции между распределением средней температуры поверхности макета и частоты застройки R_λ; коэффициент корреляции между распределениями средней температуры поверхности макета и высоты поверхности R_H. Масштаб осреднения – 120 м в реальных размерах. На рис. 2 представлены зависимости коэффициентов корреляции от времени в процессе остывания макета.

Коэффициент R_λ в процессе остывания имеет максимум, что, может быть связано с изменением толщины температурного пограничного слоя по мере уменьшения температуры поверхности макета. Значение коэффициента корреляции R_λ достигает значения 0.36, что согласуется с результатами работы [5], где были проведены аналогичные измерения для города Перми. Корреляция

между температурой поверхности макета и высотой рельефа не обнаружена (коэффициент корреляции R_H близок к нулю).

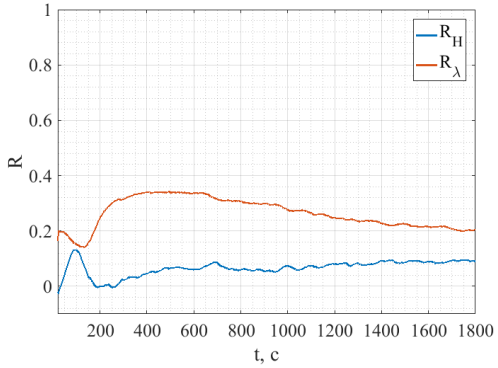


Рис. 2 Зависимость коэффициентов корреляции между средней температурой поверхности макета и геометрическими характеристиками городской поверхности

Работа выполнена при поддержке гранта РНФ №22-61-00098

Список литературы

1. *Kim S. W., Brown R. D.* Urban heat island (UHI) intensity and magnitude estimations: A systematic literature review //Science of the Total Environment. – 2021. – Т. 779. – С. 146389.
2. *Liu Z. et al.* Taxonomy of seasonal and diurnal clear-sky climatology of surface urban heat island dynamics across global cities //ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing. – 2022. – Т. 187. – С. 14-33.
3. *Logan T. M. et al.* Night and day: The influence and relative importance of urban characteristics on remotely sensed land surface temperature //Remote Sensing of Environment. – 2020. – Т. 247. – С. 111861.
4. *Kalogeropoulos G. et al.* Urban heat island and thermal comfort assessment in a medium-sized Mediterranean City //Atmosphere. – 2022. – Т. 13. – №. 7. – С. 1102.
5. *Evgrafova A., Sukhanovskii A.* Impact of complex relief on heat transfer in urban area //Urban Climate. – 2022. – Т. 43. – С. 101177.

БИОМЕХАНИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ АДГЕЗИИ ТРОМБОЦИТОВ К ВОСПАЛЕННОМУ ЭНДОТЕЛИЮ МИКРОСОСУДА

А. В. Беляев
Московский государственный университет имени М. В. Ломонсова,
119991, Москва, ул. Ленинские горы, 1

Эндотелиальная дисфункция считается одной из причин тяжелого течения COVID-19. Повреждение или воспаление клеток сосудистой стенки инициирует адгезию тромбоцитов. В настоящей работе применяется трехмерная компьютерная модель для изучения течения цельной крови в цилиндрическом микрососуде. Плазма крови представлена сплошной средой, в то время как клетки крови представлены в виде сетки из материальных точек, соединенных упругими элементами. С помощью этой модели удалось расширить биофизическое понимание начальных этапов адгезии тромбоцитов к воспаленным стенкам сосуда, экспрессирующим белок клеточной адгезии — фактор фон Виллебранда.

Ключевые слова: Тромбоз; гемодинамика; компьютерное моделирование

BIOMECHANICAL MODEL OF PLATELET ADHESION TO INFLAMED MICROVASCULAR ENDOTHELIUM

A. V. Belyaev[a]
[a]M. V. Lomonosov Moscow State University,
1 Leninskiye gory St., 119991, Moscow

Endothelial dysfunction is considered one of the causes of severe COVID-19. Damage or inflammation of vascular wall cells initiates platelet adhesion. In this paper, a three-dimensional computer model is used to study the flow of whole blood in a cylindrical microvessel. Blood plasma is represented as a continuous medium, while blood cells are represented as mesh of material points connected by elastic elements. Using this model, it was possible to expand the biophysical understanding of the initial stages of platelet adhesion to inflamed vessel walls expressing the cell adhesion protein — von Willebrand factor.

Keywords: thrombosis; hemodynamics; computer simulations

Микроангиопатии играют важную роль в развитии COVID-19: вирус вызывает поражение или воспаление стенок кровеносных сосудов, что приводит к образованию тромбов и нарушению кровотока и учеличивает риск различных осложнений, включая тромбозы и кровоизлияния [1]. Эндотелий представляет собой клеточный слой, выстилающий внутреннюю часть кровеносных сосудов. Пораженный или воспаленный эндотелий активируется и секретирует в просвет сосуда специальные белки, способствующие адгезии тромбоцитов и инициации тромбообразования [2, 3]. Ключевой молекулой клеточной адгезии является фактор фон Виллебранда — крупный мультимерный белок, способный скреплять к тромбоциты в агрегаты на ранних этапах тромбоза [4]. В силу особенностей строения эта молекула оказывается чувствительной к

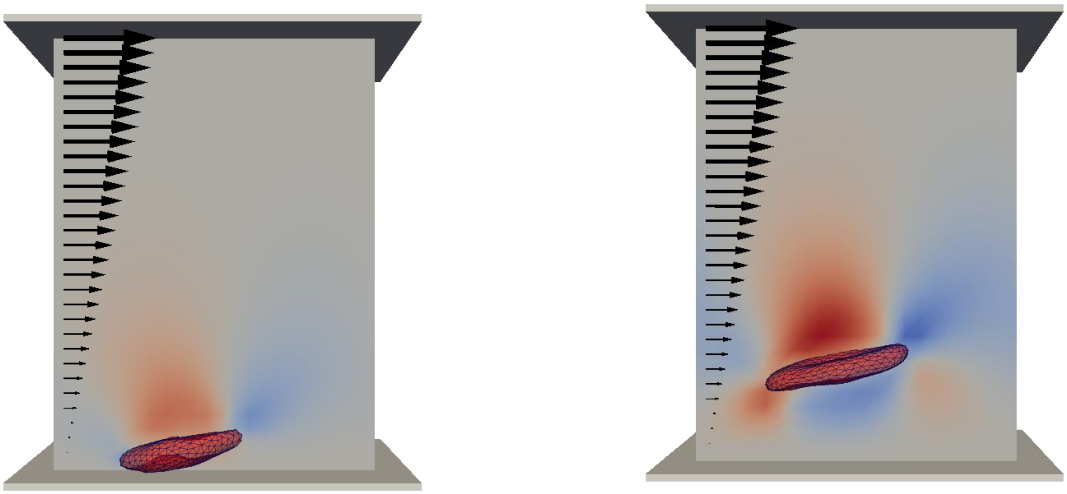
© Беляев А.В., 2025

гидродинамическим силам, поэтому необходимо явно учитывать её механику в задачах адгезии тромбоцитов. Изучение механических аспектов начальных этапов тромбоза в микрососудах, то есть прикрепления первого слоя тромбоцитов, является актуальной научной проблемой, решение которой поспособствует пониманию биофизики этих процессов и поиску возможных методов терапии таких заболеваний, как болезнь Виллебранда.

При изучении динамики роста тромба в микрососудах необходимо учитывать столкновения клеток, реологические свойства цельной крови, особенности клеток, а также биомеханические свойства молекул клеточной адгезии. Для решения поставленной задачи в настоящей работе применяется гибридный подход к компьютерному моделированию: плазма крови моделируется сплошной несжимаемой ньютоновской жидкостью, в то время как клетки крови представлены в виде деформируемых объектов, погруженных в эту жидкость и движущихся в соответствии с законами классической механики [5]. Для расчетов течения жидкости был применен метод решеточных уравнений Больцмана [6]. Каждая клетка (эритроцит или тромбоцит) в модели состоит из сетки материальных точек, соединенных упругими элементами. Механическая модель клеточной мембраны учитывает силы линейного растяжения сторон сетки, силы упругости изгиба мембраны, а также силы, возникающие из условий сохранения площади мембраны и объема клетки, подобно хорошо зарекомендовавшим себя моделям из ранних работ [7-9]. В настоящей работе была произведена модификация упругой модели спектриновой сети, составляющей мембрану эритроцита. Вместо модели червеобразной цепочки (worm-like chain, WLC) для белка спектрина была применена конечно-растяжимая нелинейная модель (finitely extensible nonlinear elastic, FENE), что позволило повысить численную устойчивость при высоких напряжениях сдвига и лучше описать деформации одиночного эритроцита при одноосном растяжении. Белок фактор фон Виллебранда (ФВ) также представлен явно в виде линейных полимеров, соединенных нелинейно-упругими пружинами. Взаимосвязь между жидкостью и погруженными в нее объектами осуществляется методом вязкой силы, рассчитываемой по закону Стокса. Также в модели имеется алгоритм термостатирования, подобный термостату Ланжевена, для правильного учета динамики и конформации мультимеров белка фактора фон Виллебранда. Каждый блок модели был верфицирован в соответствии с найденными в литературе экспериментальными данными, а параметры соответствующим образом подобраны или расчитаны [10,11].

Проведены расчеты динамики течения суспензии эритроцитов и тромоцитов (при реалистичных концентрациях клеток) в постановке течения Куэтта и течения Пуазейля. При варьировании разности давлений (для течения Пуазейля) и напряжений сдвига (для течения Куэтта) исследованы деформации эритроцитов и распределение клеток крови в поперечном сечении канала. Исследован эффект отталкивания эритроцитов от стенок сосуда и появления обедненного эритроцитами пристеночного слоя. Вероятная гидродинамическая причина этого явления в модели — асимметрия вертикальной компоненты скорости вторичного течения вокруг эритроцита, рис. 1. При числах Рейнольдса

0.01-0.1 в сосуде диаметром 12-16 микрометров большая часть тромбоцитов вытесняется к стенке в течение первых 200-300 мс модельного времени.



а) *б)*

Рис. 1. Эффект подъема эритроцита от твердой стенки в сдвиговом потоке вязкой жидкости. Скорость сдвига 2000/сек. Показано положение клетки в моменты времени: а) 5 мс и б) 124 мс от начала моделирования. Стрелки показывают скорость жидкости вдали от эритроцита, а цветом показана вертикальная компонента скорости (красный цвет — вверх, синий — вниз)

Модель использовалась для изучения динамики адгезии и накопления тромбоцитов к стенке цилиндрического микрососуда с закрепленными на ней мультимерами ФВ, рис. 2. Таким образом имитируется секреция этого белка воспаленным эндотелием. На мембранах тромбоцитов в модели также были равномерно распределены белки-рецепторы GPIb, имеющие способность обратимо прикрепляться к фактору фон Виллебранда. Для различных величин потенциальной энергии адгезии между GPIb и ФВ исследовано число прикрепленных к эндотелию тромоцитов. В работе варьировались также гидродинамические условия и количественные характеристики системы (концентрация и длина мультимеров ФВ, гематокрит). Тромбоциты в модели могут эффективно прикрепляться к мультимерам фактор фон Виллебранда при физиологических условиях, если длина мультимера больше 20 субъединиц [12]. Столкновения с эритроцитами приводят к тому, что тромбоциты вдавливаются в слой белка ФВ и образуют большее число адгезионных связей, чем в отсутствие эритроцитов. При этом эритроциты толкают уже закрепленные на стенке сосуда тромбоциты в продольном направлении, что усиливает натяжение механочувствительных рецепторов GPIb и молекул ФВ.

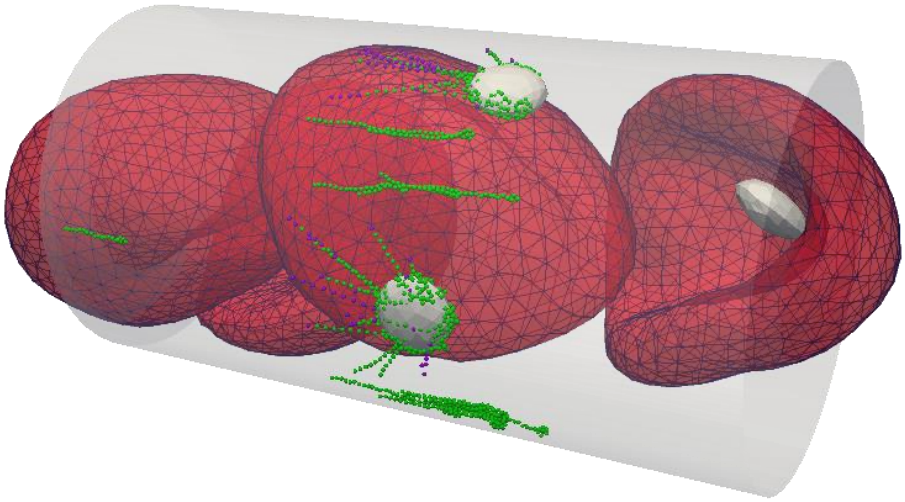


Рис. 2. Стоп-кадр одного из расчетов течения крови в цилиндрическом микрососуде с воспаленным эндотелием. Мультимеры фактора фон Виллебранда (зеленый), секретируемые эндотелием, способны улавливать тромбоциты (белые), которые вытесняются к стенке из-за столкновений с эритроцитами (красные).

Результаты компьютерного моделирования показывают, что длина мультимеров фактора фон Виллебранда, секретированных эндотелием, является одним из важнейших параметров, определяющих динамику адгезии тромбоцитов. На основании результатов компьютерного моделирования были исследованы особенности механики белков ФВ и GPIb под действием гидродинамических сил и их роль в процессе первичной адгезии тромбоцитов к воспаленному эндотелию микрососудов. Анализ сил, действующих на тромбоциты, позволил сделать вывод о возможности механической активации тромбоцитов вследствие деформации рецепторов GPIb при высоких напряжениях сдвига в пристеночных областях кровотока.

Расчеты проводились на суперкомпьютере НИВЦ МГУ «Ломоносов-2». Исследования выполнены за счет гранта Российского научного фонда № 24-21-00182.

Список литературы

1. *Кокаева И. О., Жернакова Ю. В., Блинова Н. В.* Эндотелиальная дисфункция у больных COVID-19 – ключевой механизм развития осложнений. // Системные гипертензии. 2022. Т. 19. № 4. С. 37-44.
2. *Iba T., Levy J. H., Levi M., Thachil J.* Coagulopathy in COVID-19. // J. Thromb. Haemost. 2020. V. 18. P. 2103–2109.
3. *Kostin S., Giannakopoulos T., Richter M. et al.* Coronary microthrombi in the failing human heart: the role of von Willebrand factor and PECAM-1. // Mol. Cell. Biochem. 2024. https://doi.org/10.1007/s11010-024-04942-0
4. *Springer T. A.* Von Willebrand factor, Jedi knight of the bloodstream. // Blood. 2014. V. 124, P. 1412-1425.

5. *Belyaev A.V.* Computer modelling of initial platelet adhesion during microvascular thrombosis. // Russian Journal of Numerical Analysis and Mathematical Modelling. 2019. V. 34 (5), P. 241–300.
6. *Succi S.* The Lattice Boltzmann Equation For Fluid Dynamics and Beyond. Oxford: Oxford University Press, 2001. 308 c.
7. *Dupin M. M., Halliday I., Care C. M., Alboul L., Munn L. L.* Modeling the flow of dense suspensions of deformable particles in three dimensions. // Phys. Rev. E. 2007. V. 75. 066707.
8. *Cimrak I., Gusenbauer M., Jancigova I.* An ESPResSo implementation of elastic objects immersed in a fluid. // Computer Physics Communications. 2014. V. 185 (3). P. 900-907.
9. *Zavodszky G., van Rooij B., Azizi V., Alowayyed S., Hoekstra A.* Hemocell: a high-performance microscopic cellular library. // Procedia Computer Science. 2017. V. 108, P. 159-165.
10. *Tsyu N. G., Belyaev A. V.* Coarse-grained simulations of von Willebrand factor adsorption to collagen with consequent platelet recruitment. // Int. J. Numer. Meth. Biomed. Engng. 2023. e3747.
11. Kushchenko Yu. K., Belyaev A. V. Effects of hydrophobicity, tethering and size on flow-induced activation of von Willebrand factor multimers. // J. Theor. Biol. 2020. V. 485. 110050.
12. Belyaev A. V. Long ligands reinforce biological adhesion under shear flow. // Phys.Rev.E. 2018. V. 97. 042407.

О СИЛЕ ПЛАВУЧЕСТИ КОРИОЛИСА ВО ВРАЩАЮЩЕЙСЯ ЯЧЕЙКЕ ХЕЛЕ-ШОУ

Д. А. Брацун, В. Ю. Уточкин
Пермский национальный исследовательский политехнический университет,
614990, Пермь, Комсомольский пр., 29

В последние годы исследование конвективного тепло- и массопереноса в ячейке Хеле-Шоу, вращающейся вокруг перпендикулярной к плоскости ячейки оси, приобрело особенное значение из-за растущего перечня важных технологических приложений. К ним относятся разработка микрожидкостных устройств и проточных химических микрореакторов этого типа. Квазидвумерная конструкция встроенного чипа позволяет регистрировать поле плотности оптическими методами, а вращение позволяет управлять этим полем посредством пространственно распределенных сил инерции. Как известно, в пределе бесконечно тонкого вращающегося слоя сила Кориолиса в рамках стандартной математической модели обращается в нуль. Тем не менее, экспериментальные наблюдения свидетельствуют о том, что сила Кориолиса продолжает воздействовать и на квазидвумерные течения. В данной работе мы показываем, что последовательное применение теории возмущений в духе анализа Обербека позволяет получить сбалансированное уравнение движения в приближении Буссинеска и Хеле-Шоу. Это уравнение содержит слагаемое силы плавучести, генерируемой не только центробежной силой (стандартная ситуация), но и силой Кориолиса. Архимедова сила, вызываемая эффектом Кориолиса, не только отклоняет движущийся элемент среды, но и зависит от возмущений плотности. В работе проведен анализ общих свойств спектра возмущений. Показано влияние плавучести Кориолиса на развитие малых возмущений среды.

Ключевые слова: ячейка Хеле-Шоу; конвекция во вращающейся системе; эффект Кориолиса; приближение Буссинеска-Обербека

ON THE CORIOLIS BUOYANCY IN A ROTATING HELE-SHAW CELL

D. A. Bratsun, V. Yu. Utochkin
Perm National Research Polytechnic University,
29 Komsomolsky pr., 614990, Perm

In recent years, the study of convective heat and mass transfer in a Hele-Shaw cell rotating around an axis perpendicular to the cell plane has acquired particular importance due to a growing list of advanced technological applications. These list includes the microfluidic devices, algae bioreactor with the photosynthesis process, continuous-flow chemical microreactors, micromixers, to mention but a few. The quasi-two-dimensional design allows for recording the density field using optical methods, and the chip's rotation enables the control of this field through spatially distributed inertial forces. As is known, in the limit of an infinitely thin layer, the Coriolis effects vanishes within a standard mathematical model. However, experimental observations indicate the opposite: the Coriolis force continues to affect flows. In this paper we show that consistent application of perturbation theory in the spirit of Oberbeck analysis allows us to obtain a balanced equation of motion under the Boussinesq and Hele-Shaw approximation. The motion

© Брацун Д.А., Уточкин В.Ю., 2025

equation contains a term for the buoyancy generated not only by the centrifugal force (standard situation), but also by the Coriolis force. The Archimedean force caused by the Coriolis effect not only deflects a moving element of the cavity, but also depends on density variations. We analyze the general properties of the governing equations of the Hele-Shaw flows. Also, we analyze disturbance spectrum. The influence of Coriolis buoyancy on the development of small environmental disturbances is studied.

Keywords: Hele-Shaw cell; convection in a rotating system; Coriolis effect; Boussinesq-Oberbeck approximation

Основной массив исследовательских работ по гидромеханике вращающихся систем сконцентрирован на задачах, связанных с планетарными исследованиями [1,2]. В рамках этого тренда рассматривались задачи, в которых либо градиент плотности был направлен перпендикулярно центробежной силе (полярная зона), либо они были направлены в одну стороны, но поперек слоя (экваториальная зона). В первом случае говорят от конвекции Рэлея-Бенара с влиянием сил инерции. Во втором случае задача сводится к изучению центробежной конвекции.

Совершенно иная ситуация возникает, когда силы инерции действуют вдоль тонкого слоя, как и градиент плотности. Долгое время такая конфигурация была в тени других задач, упомянутых выше, так как она не имела прямых приложений в физике планетарных явлений. Между тем, переменное инерционное поле представляет собой удобный механизм управления тепло- и массопереносом в жидкой среде. Центрифугирование оказывает на жидкость пространственно-неоднородное воздействие за счет сил инерции – центробежной и кориолисовой. Переменная скорость вращения формирует еще одно дополнительное воздействие. В последние годы, появилось ряд направлений, где такая конфигурация используется. Список включает транспорт питательных веществ в биореакторе [3], очистка растворов драгоценных металлов [4], хемоконвекция в плоском реакторе Хеле-Шоу [5,6]. Сюда же могут быть отнесены различные виды микросмесителей и микрореакторов, которые используют ячейку Хеле-Шоу в качестве встроенного чипа. По-сути, во всех этих приложениях речь идет о возбуждении конвективного тепломассопереноса в условиях ячейки Хеле-Шоу. Такие процессы обычно сопровождаются существенными вариациями тепловых и концентрационных полей. В приближении бесконечно тонкого слоя число Россби стремится к бесконечности, что позволяет, на первый взгляд, пренебречь силой Кориолиса [6]. Если среда однородная, то этот вывод справедлив. Однако, если среда неоднородна из-за действия тепловых и концентрационных полей и возмущения плотности достаточно велики, то ситуация требует более аккуратного вывода модельных уравнений. Кроме того, недавние экспериментальные результаты также подтверждают этот вывод: эффект Кориолиса во вращающейся ячейке Хеле-Шоу проявляет себя в полной мере [7].

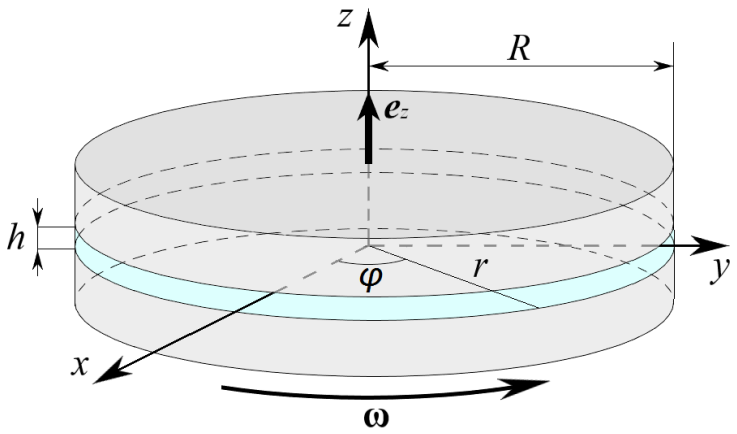


Рис. 1. Схематическое изображение ячейки Хеле-Шоу толщиной h и радиусом R, совершающей равномерное вращение вокруг оси симметрии

В настоящей работе выводятся уравнения движения конвективного тепло- и массопереноса в цилиндрической ячейке с малым аспектным отношением $h \gg R$, которая вращается с постоянной угловой скоростью $\boldsymbol{\omega} = \omega \mathbf{e_z}$ (рис. 1). Ячейка вращается достаточно быстро, чтобы игнорировать силу тяжести. Уравнения сохранения массы и импульса для единицы объема жидкости будут иметь следующий вид:

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \nabla \cdot \boldsymbol{v} = 0\,, \tag{1}$$

$$\rho \frac{d\boldsymbol{v}}{dt} = -\nabla p + \eta \nabla^2 \boldsymbol{v} - 2\rho \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{v} - \rho \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{r}), \tag{2}$$

где **u** – скорость жидкости, p – давление, ρ – плотность среды. Производные по времени записаны в Лагранжевой форме. Будем предполагать, что плотность среды не является постоянной величиной и может флуктуировать около постоянного значения ρ_0. Будем считать вариации плотности малыми и вслед за Обербеком [8] сделаем предположение о величине малости:

$$\rho = \rho_0 (1 + \varepsilon^3 \theta), \tag{3}$$

где малый параметр ε приобретает физический смысл при рассмотрении конкретной задачи тепловой или концентрационной конвекции. Здесь проведем вывод модельных уравнений в общем виде, не конкретизируя вид ε. Кроме того, это позволяет уменьшить выкладки, так как закон сохранения энергии мы не рассматриваем. Обезразмерим уравнения (1–3), используя величины R, R/U, U, ρ_0 и $\rho_0 \omega^2 R^2$ в качестве единиц измерения соответственно длины, времени, скорости, плотности и давления. Тогда получим вместо [2]:

$$\mathrm{Ro}^2 \rho \frac{d\boldsymbol{v}}{dt} = -\nabla p + \frac{\varepsilon^3}{\sqrt{Gr_\omega}} \nabla^2 \boldsymbol{v} - 2\mathrm{Ro}\rho \mathbf{e_z} \times \boldsymbol{v} - \rho \boldsymbol{e_z} \times (\boldsymbol{e_z} \times \boldsymbol{r}), \tag{4}$$

где

$$Gr_\omega = \frac{\varepsilon^3 \omega^2 R^4}{\nu^2}, \quad Ro = \frac{U}{\omega R} \ .$$

соответственно, вращательное число Грасгофа и число Россби. Важно отметить, что оба числа являются конечными величинами, так как представляют собой перемножение бесконечно малого и бесконечно большого параметров. Например, число Грасгофа является произведением характерного возмущения поля плотности на число Галилея.

Представим все величины в качестве разложений по степеням ε:

$$\boldsymbol{v} = \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon^n \boldsymbol{v}_n, \quad p = \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon^n p_n, \quad \theta = \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon^n \theta_n \ . \tag{5}$$

Подставляя (5) в (1,4) и собирая слагаемые в каждом порядке малости, в порядке ε^0 получим уравнение, которое широко используется при моделировании конвекции несжимаемой жидкости:

$$\nabla \cdot \boldsymbol{v}_0 = 0. \tag{6}$$

Что касается закона сохранения импульса (4), то оно требует более кропотливой работы. Переходя к рассмотрению только двумерных конвективных движений в плоскости слоя (r, φ), Финальный результат получается в порядке ε^3:

$$\mathrm{Ro}^2 \frac{d\boldsymbol{u}}{d\tau_1} = -\nabla p_3 + \frac{1}{\sqrt{Gr_\omega}} \nabla^2 \boldsymbol{u} - 2\mathrm{Ro}\theta_0 \boldsymbol{e_z} \times \boldsymbol{u} - \theta_0 \boldsymbol{e_z} \times (\boldsymbol{e_z} \times \boldsymbol{r}), \tag{7}$$

где τ_1 – медленное время $\varepsilon^3 t$, вектор скорости **u** действует в плоскости слоя. Как видно из (7), при переходе к двумерной конвекции слагаемое основного порядка разложения силы Кориолиса становится потенциальным и может быть опущено из уравнения движения. Это означает, что эффект Кориолиса должен быть представлен в уравнении слагаемым следующего порядка малости. Ситуация здесь совершенно симметричная случаю центробежной силы, первый член разложения которая по своей структуре является потенциальным. В результате в (7) возникло сразу два слагаемых описывающих подъемную силу: одно из них генерируется центробежной силой, а второй – силой Кориолиса.

В случае применения приближения Хеле-Шоу, которое заключается в усреднении всех полей поперек слоя, получим следующую систему определяющих уравнений конвекции (приводится в размерном виде):

$$\nabla \cdot \boldsymbol{u} = 0, \tag{8}$$

$$\frac{\partial \boldsymbol{u}}{\partial t} + \frac{6}{5}(\boldsymbol{u} \cdot \nabla)\boldsymbol{u} = -\frac{1}{\rho_0}\nabla p + \nu \nabla^2 \boldsymbol{u} - \frac{12\nu}{h^2}\boldsymbol{u} + 2\omega\beta C \boldsymbol{u} \times \boldsymbol{e_z} + \beta C \omega^2 \boldsymbol{r}, \tag{9}$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} + (\boldsymbol{u} \cdot \nabla) C = D \nabla^2 \boldsymbol{u} + Q, \tag{10}$$

где C – концентрация примеси, β – коэффициент объемного расширения, Q – скорость производства примеси в случае реакции нулевого порядка.

Уравнение движение (9) интересно тем, что она содержит два типа нелинейности. С одной стороны, в левой части есть стандартное слагаемое

переноса импульса. Однако, часто для описания движений в ячейке Хеле-Шоу этой нелинейностью пренебрегают, так как инертность жидкости в узком зазоре ячейки мала. Однако, в правой части появился еще одно нелинейное слагаемое, которое связано с эффектом плавучести Кориолиса. В общем случае этим слагаемым пренебрегать нельзя. Более того, оно описывает интересный эффект сноса возмущений плотности в азимутальном направлении. Отметим, что слагаемое сохранило важное свойство силы Кориолиса – эффект начинает работать только после того, как элемент жидкости начинает смещаться.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (проект № FSNM-2023-0003).

Список литературы

1. *Chandrasekhar S.* Hydrodynamic and hydromagnetic stability. Oxford University Press, Oxford, 1961. 652 p.
2. *Rouhi A., Lohse D., Marusic I., Sun C., Chung D.* Coriolis effect on centrifugal buoyancy-driven convection in a thin cylindrical shell // Journal of Fluid Mechanics. 2021. Vol. 910. Art. A32.
3. *Cummings L.J., Waters S.L.* Tissue growth in a rotating bioreactor. Part II: fluid flow and nutrient transport problems // Mathematical Medicine and Biology. 2007. Vol. 24 (2). P. 169–208.
4. *Schwartz L, Roy R.* Theoretical and numerical results for spin coating of viscous liquids // Physics of Fluids. 2004. Vol. 16(3). P. 569–584.
5. *Utochkin V. Y., Siraev R. R., Bratsun D. A.* Pattern formation in miscible rotating Hele-Shaw flows induced by a neutralization reaction // Microgravity Science and Technology. 2021. Vol. 33. Art. 67.
6. *Уточкин В. Ю., Сираев Р. Р., Брацун Д. А.* Хемоконвективные структуры во вращающейся системе реагирующих жидкостей // Вычислительная механика сплошных сред. 2020. Т. 13. № 2. С. 205–218.
7. *Шмыров А. В., Денисова М. О, Мизёв А. И.* Влияние центробежного поля на процессы реакции-диффузии-конвекции в двухслойной системе несмешивающихся растворителей // Вестник Пермского университета. Физика. 2022. № 4. С. 70–80.
8. *Oberbeck A.* Über die wärmeleitung der flüssigkeiten bei der berücksichti-gung der strömungen infolge von temperaturdifferenzen // Ann. Phys. Chem. 1879. V. 7. P. 271–292.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВОСХОДЯЩИХ ЗАКРУЧЕННЫХ ПОТОКОВ ТИПА ТОРНАДО

А. А. Бугаенко, А. О. Казачинский, И. Ю. Крутова
Снежинский физико-технический институт Национальный исследовательский ядерный университет МИФИ,
456776, Снежинск, ул. Комсомольская, 8

Природное явление торнадо, известное своей разрушительной силой, является объектом изучения многих ученых. На основе схемы, предложенной Баутиным С.П., и исходя из данных шкалы Фудзиты, где систематизированы данные натурных наблюдений за этим природным явлением, установлены внешние радиусы притока воздуха в придонных частях торнадо всех классов из таблицы Фудзиты, рассчитаны газодинамические характеристики и кинетическая энергия потока. В данной работе при заданном в таблице Фудзиты значении ширины полосы разрушений для всех торнадо установлены два внешних радиуса притока воздуха в придонную часть торнадо: rin_1 и rin_2. Первый из этих радиусов rin_1 такой, что кинетическая энергия вращательного движения построенного потока составляет половину всей кинетической энергии этого потока. Второй – rin_2, при котором кинетическая энергии всего потока становится равной кинетической энергии самого слабого торнадо, при котором имеют место разрушения. Знание значений этих радиусов позволит более надежно прогнозировать возникновения торнадо.

Ключевые слова: система уравнений газовой динамики, торнадо, шкала Фудзиты, кинетическая энергия, радиус притока

MATHEMATICAL MODELING OF UPWARD TWISTING TORNADO-TYPE FLOWS

A. A. Bugaenko, A. O. Kazachinsky, I. Y. Krutova
Snezhinsk Institute of Physics and Technology National Research Nuclear University MEPhI,
8 Komsomolskaya St., 456776, Snezhinsk

The natural phenomenon of a tornado, known for its destructive power, is the object of study by many scientists. On the basis of the scheme proposed by S.P. Bautin, and based on the data of the Fujita scale, where field observations of this natural phenomenon are systematized, external radii of air inflow in the bottom parts of tornadoes of all classes from the Fujita table, gas-dynamic characteristics and kinetic energy of the flow are calculated. In this work, with the width of the destruction strip given in the Fujita table for all tornadoes, two outer radii of air inflow into the near-bottom part of the tornado are established: r_{in1} and r_{in2}. The first of these radii r_{in1} is such that the kinetic energy of the rotational motion of the constructed flow is half of the entire kinetic energy of this flow. The second is r_{in2}, at which the kinetic energy of the entire flow becomes equal to the kinetic energy of the weakest tornado, at which destruction takes place. Knowing the values of these radii will make it possible to more reliably predict the occurrence of tornado.

Keywords: system of equations of gas dynamics, tornado, Fujita scale, kinetic energy, inflow radius

© Бугаенко А.А., Казачинский А.О., Крутова И.Ю., 2025

В природе довольно часто встречается яркое и грозное явление - торнадо. Профессором Баутиным С.П. предложена схема возникновения и устойчивого функционирования потоков типа природных торнадо [1]. В последующих работах [1-4] данная схема получила подтверждение аналитическими, численными и экспериментальными исследованиям. По предложенной методике были изучены все виды торнадо из шкалы Фудзиты [5], составленной по результатам многочисленных наблюдений за природными торнадо разной интенсивности. Из этих наблюдений, в частности, следует вывод, что торнадо становится разрушительным, только начиная с самого маленького класса торнадо из шкалы Фудзиты. В работах [2-4, 6-10] проведены численные расчеты придонных частей торнадо. В частности, было установлено, что для самого слабого по интенсивности торнадо класса F_0 из шкалы Фудзиты отношения W_v – кинетической энергии окружного движения ко всей W кинетической энергии потока практически равно одной второй

$$\frac{W_v}{W} = \frac{1}{2}.$$

Для торнадо большей интенсивности это отношение растет и стремится к единице. Данный факт отражает то, что кинетическая энергия вращения Земли вокруг своей оси, вкладываемая в кинетическую энергию окружного движения воздуха придонной части торнадо, становится преобладающей для всего потока [4].

В данной работе для торнадо всех классов F1 – F5 из шкалы Фудзиты исследуется вопрос: при каких геометрических характеристиках придонных частей торнадо энергетические характеристики удовлетворяют следующим двум условиям:

$$\frac{W_v}{W} \geq \frac{1}{2}, \qquad \frac{W}{W_{min}} \geq 1.$$

Здесь $W_{\min}$ – общая кинетическая энергия потока торнадо класса F_0.

Описание течения воздуха в восходящем закрученном потоке, вращающемся вместе с Землей, проводится во вращающейся вместе с Землей прямоугольной системе координат с осями Ox, Oy, Oz (см. рис. 1). Рассматриваемая придонная часть течения обладают симметрией, присущей вращению.

В таких случаях удобнее рассматривать течение газа в восходящем закрученном потоке, используя не декартовы, а цилиндрические координаты: *r, φ, z*. Здесь *r* и *φ* полярные радиус и угол в плоскости xOy. В цилиндрической системе координат система уравнений газовой динамики в условиях действия силы Кориолиса для изэнтропических течений политропного газа имеет следующий вид [2]:

$$\begin{cases} c_t + uc_r + \dfrac{v}{r}c_\varphi + wc_z + \dfrac{(\gamma-1)}{2}c(\mathrm{u}_r + \dfrac{u}{r} + \dfrac{v_\varphi}{r} + \mathrm{w}_z) = 0 \\ u_t + uu_r + \dfrac{v}{r}u_\varphi - \dfrac{v^2}{r} + wu_z + \dfrac{2}{(\gamma-1)}cc_r = av - bw\cos\varphi \\ v_t + uv_r + \dfrac{uv}{r} + \dfrac{v}{r}v_\varphi + wv_z + \dfrac{2}{(\gamma-1)}\dfrac{c}{r}c_\varphi = -au + bw\sin\varphi \\ w_t + uw_r + \dfrac{v}{r}w_\varphi + ww_z + \dfrac{2}{(\gamma-1)}cc_z = bu\cos\varphi - bv\sin\varphi - g \end{cases}$$

(1)

В системе (1): t - время; $c = \rho(\gamma-1)/2$ - скорость звука газа; ρ – плотность газа; u, v, w - радиальная, окружная и вертикальная составляющие вектора скорости газа соответственно; $a = 2\Omega \sin\psi$; $b = 2\Omega \cos\psi$. В системе (1) влияние центробежного ускорения $-\Omega \times (\Omega \times r)$ не учитывается ввиду его малости [2, 5].

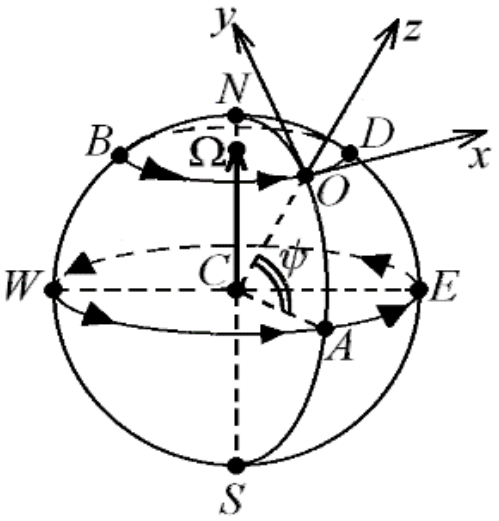


Рис. 1. Система координат на поверхности Земли

В системе (1) с помощью масштабных значений скорости и расстояния - u_{00} и r_{00} - стандартным образом введены безразмерные переменные [1-4]. При этом за значение константы u_{00} берется величина 1033 м/с, близкая к значению скорости звука воздуха при стандартных условиях. Величина r_{00} определяется линейными размерами придонной части каждого конкретного восходящего закрученного потока.

Для системы уравнений газовой динамики (1) рассматривается конкретная характеристическая задача Коши с начальными данными на горизонтальной плоскости $z = 0$. Ранее эта задача уже рассматривалась в работах [1, 6, 7].

Для системы (1) на плоскости $z = 0$ ставятся следующие начальные данные:

$$\begin{cases} c(\mathrm{t},\mathrm{r},\varphi,\mathrm{z})\big|_{z=0} = c_0(\mathrm{t},\mathrm{r},\varphi) \\ u(\mathrm{t},\mathrm{r},\varphi,\mathrm{z})\big|_{z=0} = u_0(\mathrm{t},\mathrm{r},\varphi) \\ v(\mathrm{t},\mathrm{r},\varphi,\mathrm{z})\big|_{z=0} = v_0(\mathrm{t},\mathrm{r},\varphi) \\ \mathrm{w}(\mathrm{t},\mathrm{r},\varphi,\mathrm{z})\big|_{z=0} = 0 \end{cases} \quad (2)$$

Последнее из начальных условий (2) обеспечивает условие непротекания газа через плоскость $z = 0$. В этом случае поверхность $z = 0$ является контактной поверхностью и поскольку рассматриваются изэнтропическике течения газа, то контактная поверхность для системы уравнений газовой динамики является характеристикой кратности два [8].

Теорема. Задача (1), (2) есть характеристическая задача Коши стандартного вида с данными на характеристике кратности два, имеющая в некоторой окрестности точки $(t = 0, r = r_{in}, \varphi = \varphi_0, z = 0)$, $\varphi_0 = const$ в случае аналитичности всех входных данных единственное аналитическое решение при выполнении необходимых условий разрешимости характеристическая задача Коши и задании двух дополнительных условий, например, вида

$$\begin{cases} u(t,r,\varphi,z)|_{r=r_{in}} = u^0(t,r,\varphi); \\ v(t,r,\varphi,z)|_{r=r_{in}} = v^0(t,r,\varphi); r_{in} = const > 0 \end{cases} \quad (3)$$

с аналитическими функциями $u_0(t, \varphi, z)$, $v_0(t, \varphi, z)$, согласованными с условиями (2) при $z = 0$, $r = r_{in}$:

$$\begin{cases} u_0(t,r,\varphi)|_{r=r_{in}} = u^0(t,r,\varphi)|_{z=0} \\ v_0(t,r,\varphi)|_{r=r_{in}} = v^0(t,r,\varphi)|_{z=0} \end{cases} \quad (4)$$

Решение задачи (1)-(4) описывает течение газа в окрестности непроницаемой плоскости $z = 0$, когда через поверхность вертикального цилиндра заданного ненулевого радиуса $r = r_{in}$ осуществляется заданный приток газа (см. рис. 2).

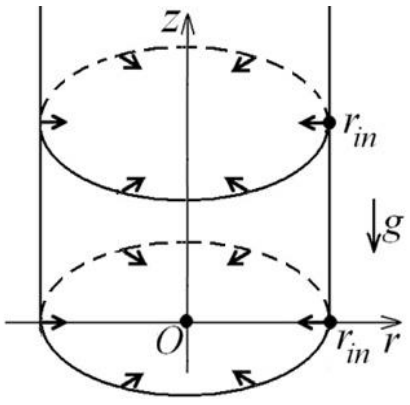


Рис. 2. Приток газа в радиальной области

В частности, условия (3) можно брать такими:

$$u(t,r,\varphi,z)|_{r=r_{in}} = u_{in} = const < 0\,; v(t,r,\varphi,z)|_{r=r_{in}} = 0 \qquad (5)$$

при соответствующих условиях согласования

$$u_0(t,r,\varphi)|_{r=r_{in}} = u_{in}\,; v_0(t,r,\varphi)|_{r=r_{in}} = 0 \qquad (6)$$

Приведенные условия (5) передают заданный на поверхности цилиндра $r = r_{in}$ постоянный приток газа во внутреннюю область, ограниченную этим цилиндром. При этом на поверхности цилиндра притока $r = r_{in}$ газ закрутку не имеет.

Заметим, что в случае заданного притока газа внутрь цилиндра $r = r_{in}$ обязательно надо будет вводить сток газа, например, при каком-то $r = r0$, $0 < r0 < r_{in}$. Доказательство теоремы здесь не приводится, поскольку оно аналогично доказательству подобной теоремы для системы уравнений газовой динамики без учета действия сил тяжести и Кориолиса, которое приведено в [8]. Из теоремы следует, что решение поставленной характеристической задачи Коши представимо в виде бесконечного сходящегося ряда по степеням z:

$$U(t,r,\varphi,z) = \sum_{k=0}^{\infty} U_k(t,r,\varphi)\frac{z^k}{k!}; U_k(t,r,\varphi) = \left.\frac{\partial^k U(t,r,\varphi,z)}{\partial z^k}\right|_{z=0} \qquad (7)$$

где вектор U имеет в качестве координат искомые функции c, u, v, w.

В данной работе исследуется только коэффициент U_0 и фактически строится плоское течение при z=0.

Кинетическая энергия газа, движущегося в области $(D)\{r_0 \le r \le r_{in};\ 0 \le \varphi \le 2\pi;\ 0 \le z \le z_0\}$ задается тройным интегралом:

$$W = \frac{1}{2}\iiint_D r(x,y,z)\vec{V}^2\,dxdydz =$$

$$= \frac{1}{2}\int_0^{z_0}\left\{\int_0^{2\pi}\left[\int_{r_0}^{r_{in}} c^5(r,\phi,z)\left(u^2(r,\phi,z)+v^2(r,\phi,z)+w^2(r,\phi,z)\right)rdr\right]d\phi\right\}dz.$$

где $\vec{V}$ – вектор скорости газа.

Полная кинетическая энергия состоит из трех составляющих: окружной, радиальной и вертикальной:

$$W = W_v + W_u + W_w.$$

Поскольку рассматриваем плоское течение, то W_z=0. В представленных далее расчетах h – размерное значение высоты придонной части – полагалась 30 м. Для того, чтобы в рамках предложенной С.П. Баутиным схемы [1] (см. также [3, 4]) математически смоделировать течение газа, согласующиеся с данными

натурных наблюдений в придонной части торнадо, используется шкала Фудзиты [5], составленная по результатам анализа большого количества данных натурных наблюдений за различными торнадо. А именно, для каждого класса торнадо из шкалы Фудзиты берутся значения: r_0 – половина ширины полосы разрушения и V_{r0} – максимальная скорость ветра (см. первые три столбца из таблицы 1).

Таблица 1

1	2	3	4	5	6	7
Класс торнадо	r_0, м	$V(r_0)$, м/с	$\sqrt{u_0^2(r_0)+v_0^2(r_0)}$, м/с	r_{in}, м	W, Дж	$\frac{W_v}{W}$, Дж
F0	2,5	19,0	19,01	975	$2{,}5*10^7$	0,497
F1	18,0	33,0	32,97	2618	$1{,}9*10^9$	0,877
F2	22,5	51,0	51,02	5949	$0{,}1*10^{12}$	0,973
F3	80,5	71,0	70,96	12522	$3{,}6*10^{12}$	0,994
F4	273,5	93,0	93,01	26500	$1{,}3*10^{14}$	0,9986
F5	804,5	117,0	116,98	50890	$3{,}1*10^{15}$	0,9996

Затем при заданном значении $U(r_{in})$ = -0.0001 определялось [2–10] значение r_{in} (см. пятый столбец из таблицы 1) – радиуса внешнего притока воздуха в придонную часть торнадо такое, чтобы у решения задачи (4) значение $\sqrt{u_0^2(r_0)+v_0^2(r_0)}$ (см. четвертый столбец из таблицы 1) совпало бы соответствующим значением из таблицы Фудзиты (см. четвертый столбец из таблицы 1). Затем для течения, построенного при найденном значении r_{in} вычислялись [7--10] значения W и Wv/W (см. шестой, седьмой столбцы из таблицы 1). Далее значение W из строки для торнадо F0 обозначается $Wmin$, поскольку именно при этом значении кинетической энергии потока и начинаются разрушения, приносимые торнадо. Тем самым были построены течения в придонных частях торнадо различной интенсивности, параметры которых соответствуют параметрам природных торнадо, зафиксированных в шкале Фудзиты.

В данной работе расчеты геометрических, скоростных и энергетических характеристик придонных частей торнадо проводились по следующей схеме.
Для каждого класса торнадо при заданном в таблице Фудзиты значении r_0 перебирались значения r_{in} так, чтобы определить: при каких значениях r_{in} для новых построенных течений выполняются неравенства

$$\frac{W_v}{W} \geq \frac{1}{2}, \qquad \frac{W}{W_{min}} \geq 1.$$

Результаты расчетов представлены в таблице 2.

Таблица 2

Класс торнадо	r_0, м	r_{in1}, м	r_{in2}, м	r_{in}, м	$V(r_{in1})$, м/с	$V(r_{in2})$, м/с	$V(r_{in})$, м/с
F0	2.5	975	975	975	19,0	19,0	19,0
F1	18.0	1000	1050	2618	6,2	6,7	33,0
F2	25.5	1030	1150	5949	2,0	2,4	51,0
F3	80.5	1100	1250	12522	0,7	0,9	71,0
F4	273.5	1251	1557	26500	0,3	0,4	93,0
F5	804.5	1725	2070	50890	0,1	0,2	117,0

Здесь: r_{in1} то значение радиуса внешнего притока воздуха, при котором для получающегося потока выполняется первое неравенство из (1); r_{in2} то значение радиуса внешнего притока воздуха, при котором для получающегося потока выполняется второе неравенство из (1); r_{in} радиус внешнего притока воздуха, при котором скорость ветра на стоке совпала с соответствующей скоростью ветра из шкалы Фудзиты.

Результаты расчетов позволили установить следующее:

1. С увеличением r_{in} для всех значений r_0 растут величины

$$W, \qquad \frac{W_v}{W}, \qquad \frac{W}{W_{min}} \quad .$$

2. Значения r_{in1} и r_{in2} не совпадают: $r_{in1} < r_{in2}$.
3. Для торнадо большой интенсивности неравенства

$$\frac{W_v}{W} \geq \frac{1}{2}, \qquad \frac{W}{W_{min}} \quad \geq 1$$

начинают выполняться для достаточно небольших размерных значений скорости ветра на стоке при $r = r_0$.

Список литературы

1. *Баутин С.П.* Торнадо и сила Кориолиса. – Новосибирск: Наука, 2008. -96 с.
2. *Баутин С.П., Крутова И.Ю., Обухов А.Г., Баутин К.В.* Разрушительные атмосферные вихри: теоремы, расчеты, эксперименты. Новосибирск: Наука; Екатеринбург: Изд-во УрГУПС, 2013. 215 с.
3. *Баутин С.П., Обухов А.Г.* Моделирование спиральных течений в придонной части восходящего закрученного потока. Екатеринбург: УрГУПС,2011. 80 с.
4. *Баутин С.П., Обухов А.Г.* Математическое моделирование разрушительных атмосферных вихрей. Новосибирск: Наука, 2012. 152 с.

5. *Баутин С.П., Дерябин С.Л., Крутова И.Ю., Обухов А.Г.* Разрушительные атмосферные вихри и вращение Земли вокруг своей оси. Екатеринбург: Изд-во УрГУПС, 2017. 335 с.
6. *Баутин С.П., Крутова И.Ю.* Аналитическое и численное моделирование течений газа при учете действия силы Кориолиса. Екатеринбург: Изд-во УрГУПС, 2019. 181 с.
7. *Баутин С.П., Крутова И.Ю., Обухов А.Г.* Газодинамическая теория восходящих закрученных потоков. Екатеринбург: Изд-во УрГУПС, 2020. 399 с.
8. *Баутин С.П.* Характеристическая задача Коши и ее приложения в газовой динамике. - Новосибирск: Наука, 2009. - 368 с.
9. *Казачинский А.О., Крутова И.Ю.* Построение течений в придонной части восходящих закрученных потоков как решение одной характеристической задачи Коши. Препринт. – Снежинск: издательство СФТИ НИЯУ МИФИ, 2016 – 60 с.
10. *Крутова И.Ю., Опрышко О.В.* Расчет кинетической энергии течений в придонной части торнадо и тропического циклона. Препринт. – Снежинск: издательство СФТИ НИЯУ МИФИ, 2018 – 62 с.
11. *Баутин С.П., Крутова И.Ю.* Линеаризованная система уравнений газовой динамики при учете действия силы Кориолиса. Препринт. – Снежинск: издательство СФТИ НИЯУ МИФИ, 2019 – 56 с.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ СТРУЙ ВСКИПАЮЩЕЙ ВОДЫ

К. А. Бусов
Институт теплофизики УрО РАН,
620016, Екатеринбург, ул. Амундсена, 107а

Проведено экспериментальное исследование динамики вскипания струи перегретой воды при истечении из камеры высокого давления через короткие каналы. Прослежено изменение формы, угла раскрытия и длины факела распыла струи при изменении термодинамических параметров (температура T_s, давление p_s), соответствующим линии фазового равновесия в широком диапазоне T_s=383 – 573 K, p_s=0.1 – 8.6 МПа. Микроскопическим методом определен размер капель вскипающей струи.

Ключевые слова: взрывное вскипание; перегретая жидкость; короткий канал

EXPERIMENTAL INVESTIGATION OF BOILING-UP WATER JETS

K. A. Busov
Institute of Thermal Physics, Ural Branch, Russian Academy of Sciences,
107a Amundsen St., 620016, Yekaterinburg

The dynamics of boiling of a jet of superheated water has been investigated by experiment at a discharge from a high-pressure chamber through short nozzles. Changes in the shape, the opening angle and the length of the jet spray cone have been traced under changes in thermodynamic parameters (temperature T_s, pressure p_s), corresponding to the phase equilibrium line in a wide range T_s=383 – 573 K, p_s=0.1 – 8.6 MPa. The droplet size of a boiling-up jet has been determined by the microscopic method.

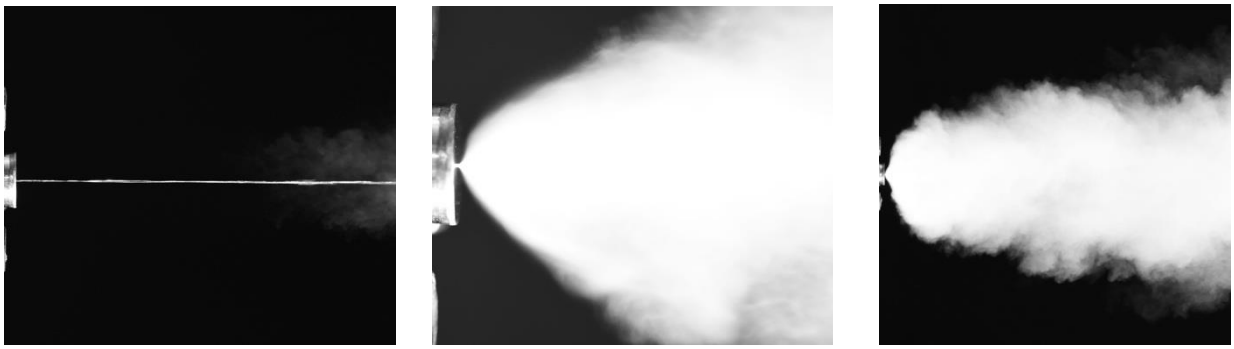
Keywords: explosive boiling-up; superheated liquid; short nozzle

Истечение метастабильной (перегретой) жидкости [1] сопровождается формированием струи определенной структуры, что служит эффективным инструментом для распыла рабочего вещества во многих практических приложениях. Благодаря интенсивному вскипанию удается получить однородный мелкодисперсный факел распыла с очень большими углами раскрытия [2, 3]. При определенном сочетании конструкторских (геометрия канала и элементы оборудования за ним) и термодинамических (давление, температура) условий в системе, появляется возможность реализации полного раскрытия [4, 5] истекающей жидкости. Однако, несмотря на продолжительные исследования вскипающих струй, остаются вопросы связанные с кинетикой образования зародышей пара внутри потока, распределением температуры в факеле распыления, дисперсионным составом, устойчивостью факела распыла и т.д. В частности, не раскрыт вопрос о влиянии геометрии канала на струю вскипающей жидкости.

© Бусов К.А., 2025

В данной работе представлены результаты, полученные при исследовании вскипающих струй воды, истекающей через короткие каналы с различной формой поперечного сечения.

Исследования показали, что все изучаемые характеристики метастабильной струи непосредственным образом связаны с кинетикой парообразования. Так, например, с увеличением температуры в сосуде высокого давления наблюдалось поэтапное изменение формы свободной струи (рис. 1 *а-в*) истекающей через цилиндрический канал – стержневой вид (режим интенсивного испарения и слабого вскипания) сменялся на конический (вскипание на гетерогенных центрах) с последующим переходом к форме эллиптического параболоида (проявление интенсивного гомогенного зародышеобразования).



а) *б)* *в)*

Рис. 1. Вид свободной струи перегретой воды при различных температурах в рабочей камере: а) T=190 °C; б) T=240 °C; в) T=310 °C

При использовании прижимного диффузорного фланца, обеспечивающего прочное соединение канала с сосудом высокого давления, в условиях интенсивных фазовых превращениях происходило полное раскрытие вскипающей струи – наблюдалось истечение жидкости только в радиальном направлении. Такая картина течения жидкости наблюдалась и в случае использования каналов, имеющих форму поперечного сечения в виде треугольника, квадрата, полуцилиндра [6, 7]. При применении коротких щелевого и овального насадков полного раскрытия струи обнаружено не было во всем исследованном температурном интервале.

С помощью микроскопического метода был проведен анализ размеров капель, образующихся при интенсивном вскипании струи перегретой воды (рис. 2). На основании результатов опытов было установлено, что с увеличением степени перегрева жидкости происходит уменьшение диаметра возникающих в потоке капель, т.е. струя становится мелкодисперсная и гомогенизированная. Также был определен средний диаметр частиц (средний диаметр Заутера) и их распределения для различных режимов вскипания.

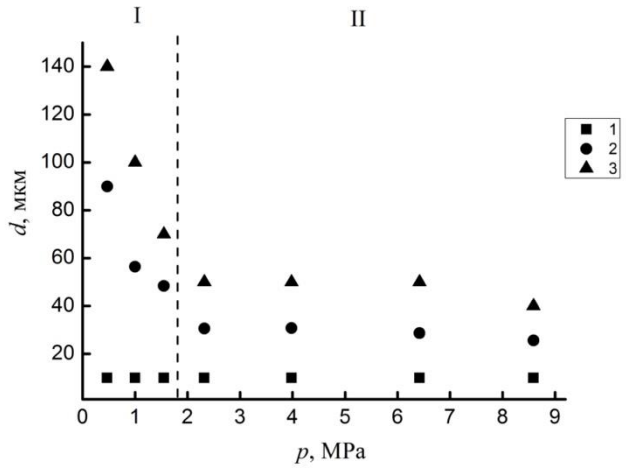


Рис. 2. Изменение размеров капель с ростом начального давления в рабочей камере. 1 минимальный размер капель; 2 средний диаметр Заутера; 3 максимальный размер капель. Область I характеризует режим интенсивного испарения с поверхности струи; область II относится к режиму взрывного вскипания

Таким образом, проведенные исследования позволили выявить прямую зависимость между формообразованием вскипающей жидкости и режимами парообразования с соответствующим выбором геометрии форсунки и элементов оборудования за ней.

Список литературы

1. *Скрипов В.П.* Метастабильная жидкость. М.: Наука, 1972. 312 с.
2. *Simous-Moreira J. R., Vieira M. M., Angelo E.* Highly expanded flashing liquid jets // J. Thermophysics and Heat Transfer. 2002. V. 16 (3). P. 415-424.
3. *Fathinia F., Khiadani M., Al-Abdeli Y. M.* Experimental and mathematical investigations of spray angle and droplet sizes of a flash evaporation desalination system // Powder Technology. 2019. V. 355. P. 542-551.
4. *Исаев О.А., Неволин М. В., Скрипов В.П., Уткин С. А.* Реакция струи вскипающей жидкости // ТВТ. 1988. Т. 26. № 5. С. 1028.
5. *Бусов К. А., Мажейко Н. А.,* Полное раскрытие вскипающей струи при истечении через короткие цилиндрические каналы // Письма в журнал технической физики. 2023 Т. 49. № 21. С. 18-20.
6. *Бусов К. А., Мажейко Н. А.* Вскипание струи перегретой воды при истечении через канал квадратного сечения // Теплофизика высоких температур. 2021. Т. 59. №. 2. С. 316-320.
7. *K. A. Busov,* The Effect of Boiling-Up on the Shape and Droplet Size of a Jet of Superheated Water Discharged Through a Semi-Cylindrical Nozzle // International Communications in Heat and Mass Transfer. 2022. 136. 106199.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИЗУЧЕНИЕ ВЛИЯНИЯ ОСРЕДНЕННЫХ ТЕЧЕНИЙ НА МАССОПЕРЕНОС ВЕЩЕСТВА, РАСТВОРЕННОГО В НАСЫЩАЮЩЕЙ ПОРИСТУЮ СРЕДУ ЖИДКОСТИ

А. В. Бушуева, Д. А. Полежаев
Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет,
614990, Пермь, ул. Сибирская, 24

Работа посвящена экспериментальному изучению массопереноса растворенного в жидкости вещества в условиях, когда жидкость совершает колебания внутри пористой среды. Эксперименты проведены с растворенным в воде флуоресцентным красителем Родамином Б в пористой среде, представляющей собой прямоугольную ячейку, заполненную регулярным образом расставленными цилиндрами. Показано, что темп переноса растворенного вещества зависит от интенсивности колебаний и в изученном диапазоне частот и амплитуд колебаний может превышать темп молекулярной диффузии на 1 – 2 порядка. Предположительно, ускоренный массоперенос связан с возникновением в жидкости осредненных течений. Эта гипотеза подтверждается результатами дополнительных экспериментов по изучению структуры осредненного движения жидкости, выполненных с использованием техники PIV. Обнаружено, что вблизи каждого цилиндра возникают четыре вихря с чередующимися направлениями вращения. Измерения показывают, что при фиксированной частоте колебаний и коэффициент эффективной диффузии, и скорость осредненного течения пропорциональны квадрату амплитуды скорости колебательного движения жидкости или, другими словами, темп диффузии линейно увеличивается со скоростью осредненного течения.

Ключевые слова: массоперенос; осредненные течения; коэффициент эффективной диффузии

EXPERIMENTAL STUDY OF THE EFFECT OF THE STEADY FLOW ON SOLUTE MASS TRANSFER IN FLUID SATURATED POROUS MEDIUM

A. V. Bushueva, D. A. Polezhaev
Perm State Humanitarian Pedagogical University,
24 Sybirskaya St., 614990, Perm

The research is devoted to the experimental study of the effect of fluid oscillations on solute mass transfer in a porous medium. Experiments are conducted with the fluorescent dye Rhodamine B dissolved in water in a porous medium which is a rectangular cell filled with regularly spaced cylinders. The results demonstrate that the mass transfer rate depends on the oscillation intensity. In the examined frequency and amplitude ranges, the effective diffusion rate can exceed the rate of molecular diffusion by one to two orders of magnitude. It is presumed that the augmented mass transfer is associated with the emergence of steady flows. The hypothesis is corroborated by the findings of supplementary experiments that examine the steady fluid flow field using the PIV technique. It is observed that four counter-rotating vortices are present near each cylinder. The observations indicate that at a constant oscillation frequency, both the effective diffusion coefficient and the velocity of the time-averaged flow are proportional to the

© Бушуева А.В., Полежаев Д.А., 2025

square of the amplitude of the velocity of the oscillatory fluid motion. This implies that the effective diffusion rate is directly proportional to the velocity of the steady flow.

Keywords: mass transfer, time-averaged flows; effective diffusion coefficient

Экспериментально исследуется массоперенос флуоресцентного красителя Родамина Б в воде, совершающей колебания в узкой прямоугольной ячейке, заполненной регулярным образом расположенными цилиндрами. Ось цилиндров перпендикулярна направлению колебаний жидкости, а их высота и диаметр равны толщине канала $2h$ = 1.0 мм. Обнаружено, что темп массопереноса в осциллирующей жидкости на 1 – 2 порядка превосходит темп молекулярной диффузии в исследуемых диапазонах частоты $f = \Omega/2\pi$ = 3 – 48 Гц и амплитуды колебаний b = 0.05 – 0.5 мм. Дополнительные эксперименты, проведенные с использованием техники PIV, показывают, что обнаруженный эффект ускоренной диффузии растворенного вещества сопровождается возбуждением в воде интенсивных осредненных течений вблизи цилиндров.

Когда жидкость осциллирует с высокой частотой в пористой среде, вблизи компонентов «скелета» пористой среды формируется тонкий пограничный слой Стокса. Вследствие пространственной неоднородности амплитуды колебаний жидкости возникает сила, создающая осредненное течение (steady streaming) внутри и за пределами вязкого пограничного слоя [1]. Эксперименты в области низких безразмерных частот, когда размер пор сравним или меньше толщины вязкого пограничного слоя, показывают, что в этом случае также возникают осредненные течения [2–4]. Независимо от способа возбуждения осредненные течения внутри пор способствуют быстрому перемешиванию растворенного в жидкости вещества.

Эксперименты, проведенные с использованием техники PIV в области низких и умеренных безразмерных частот, показывают, что вокруг расположенных в шахматном порядке цилиндров на фоне колебательного движения образуются осредненные течения. Вокруг каждого цилиндра образуются четыре вихря с чередующимся направлением закрутки. Измерения показывают, что скорость осредненного течения увеличивается с ростом амплитуды скорости осцилляционного движения жидкости, а именно, $V \sim (b\Omega)^2$ (темные символы на рис. 1). Эти результаты хорошо согласуются с данными о скорости осредненного течения жидкости в предельном случае низких безразмерных частот колебаний [2–4].

Интересно, что коэффициент эффективной диффузии изменяется в зависимости от скорости колебательного движения жидкости по аналогичному закону: $D_{eff} \sim (b\Omega)^2$ (светлые символы на рис. 1). Этот результат хорошо согласуется с данными авторов настоящего исследования, полученными в экспериментах с пористой средой, представляющей собой прямоугольную ячейку, заполненную случайным образом расположенными твердыми шариками [5].

Сравнивая светлые и темные символы на рис. 1, можно сделать вывод, что при фиксированной частоте колебаний темп массопереноса пропорционален скорости осредненного вихревого течения жидкости, то есть $D_{eff} \sim V$.

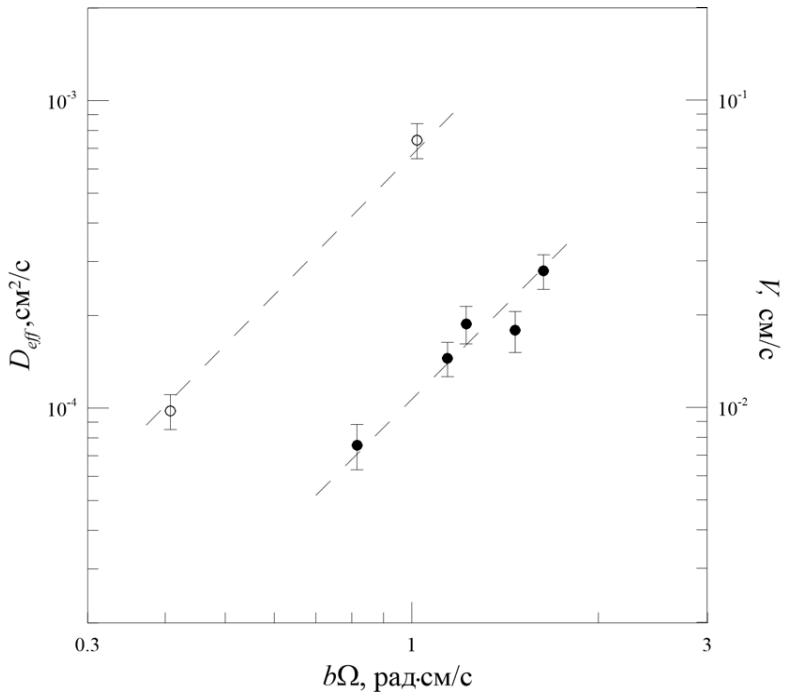


Рис. 1. Зависимости коэффициента эффективной диффузии D_{eff} (светлые символы) и скорости осредненного течения V (темные символы) от амплитуды скорости колебательного движения жидкости $b\Omega$ при частоте колебаний f = 20 Гц. Пунктирные линии соответствуют $D_{eff} \sim (b\Omega)^2$ и $V \sim (b\Omega)^2$.

Работа выполнена при поддержке Российского Научного Фонда (проект 23-21-00311)

Список литературы

1. *G. Batchelor*. An introduction to fluid dynamics. Cambridge university press, 1967.
2. *V. Kozlov*, *N. Kozlov*, and *V. Schipitsyn*. Steady flows in an oscillating deformable container: effect of the dimensionless frequency. Phys. Rev. Fluids. 2017. 2(9). 094501.
3. *S. Subbotin*, *V. Kozlov*, and *M. Shiryaeva*. Effect of dimensionless frequency on steady flows excited by fluid oscillation in wavy channel. Phys. Fluids. 2020. 31(10). 103604.
4. *O. Vlasova*, *I. Karpunin*, *D. Latyshev*, and *V. Kozlov*. Steady flows of a fluid oscillating in an axisymmetric channel of variable cross-section versus the dimensionless frequency. Microgravity Sci. Tec. 2020. 32. 363368.
5. *A. Bushueva*, *D. Polezhaev*. Mass transfer of solute in an oscillating flow in a two-dimensional channel. Phys. Fluids. 2024. 36(4). 045150.

СТАБИЛЬНЫЙ АНТИЦИКЛОН ВО ВРАЩАЮЩЕЙСЯ ЖИДКОСТИ, ПОДДЕРЖИВАЕМЫЙ ИНЕРЦИОННЫМИ ВОЛНАМИ

С. С. Вергелес[a], Д. Д. Тумачев[a,b], С. В. Филатов[a,b], А. А. Левченко[a,b]
[a]Институт теоретической физики им. Л. Д. Ландау РАН,
142432, Черноголовка, просп. Академика Семенова, 1А
[b]Институт физики твёрдого тела им. Ю. А. Осипьяна РАН,
142432, Черноголовка, ул. Академика Осипьяна, 2

Экспериментально обнаружен новый турбулентный режим в течении вращающейся жидкости. Кубический аквариум с ребром 1 м заполнен дистиллированной водой и установлен на вращающуюся платформу. Турбулентность в аквариуме возбуждается вращением неоднородных по вертикале мешалок, установленных вдоль вертикальных рёбер куба. При высокой интенсивности турбулентной накачки и низких скоростях вращения аквариума в его центре наблюдается устойчивый крупномасштабный антициклон, вокруг которого сформировано периферийное движение циклонического направления. Измерены параметры полученного турбулентного режима для разных скоростей вращения куба. Дано качественное объяснение механизму поддержания антициклонического течения путём поглощения инерционных волн. Проведена аналогия с поглощением внутренних волн горизонтальным течением с вертикальным сдвигом в стратифицированной жидкости.

Ключевые слова: гидродинамика; турбулентность; вращение; антициклон; инерционные волны

STABLE ANTICYCLONE IN ROTATING FLUID MAINTAINED BY INERTIAL WAVES

S. S. Vergeles[a], D. D. Tumachev[a,b], S. V. Filatov[a,b], A. A. Levchenko[a,b]
[a]Landau Institute for Theoretical Physics,
1A Akademika Semenova Pr., 142432, Chernogolovka
[b]Institute of Solid State Physics,
2 Akademika Osipyana St., 142432, Chernogolovka

A new turbulent regime in the flow of a rotating fluid has been experimentally discovered. A cubic aquarium of size 1 m is filled with distilled water and installed on a rotating platform. Turbulence in the aquarium is excited by rotation of vertically inhomogeneous mixers installed near the vertical edges of the cube. At a high intensity of turbulent pumping and low rotation speeds of the aquarium, a stable large-scale anticyclone is observed in its center, around which a peripheral movement of a cyclonic direction is formed. The parameters of the resulting turbulent regime were measured for different speeds of rotation of the cube. A qualitative explanation is given for the mechanism of maintaining the anticyclonic flow by absorbing inertial waves. An analogy is drawn with the absorption of internal waves by a horizontal flow with vertical shear in a stratified fluid.

Keywords: hydrodynamics; turbulence; rotation; anticyclone; inertial waves

© Вергелес С.С., Тумачев Д.Д., Филатов С.В., Левченко А.А., 2025

Основной особенностью течения, вращающейся как целое жидкости является его двумеризация вдоль оси вращения (вертикальной оси) [1]. В результате действия сил Кориолиса течение становится квази-двумерным, направленным в плоскости, перпендикулярной оси вращения, и однородным вдоль этой оси. Аналогично чисто двумерному течению [2], в квази-двумерном течении могут возникать долгоживущие вихри [3, 4]. Важным отличием течения вращающейся жидкости от чисто двумерного является наличие ещё одной составляющей – инерционных волн [1], в которых скорость имеет нетривиальную вертикальную зависимость.

Экспериментальное изучение квази-двумерной турбулентности во вращающейся жидкости [3, 4] показало наличие многочисленных долгоживущих вихрей, преимущественно циклонической направленности. В двумерном турбулентном потоке, напротив, возникал один долгоживущий (когерентный) вихрь [5]. Отличие статистики квази-двумерного и чисто двумерного течений порождается взаимодействием квази-двумерного течения с инерционными волнами, которые могут быстро переносить импульс и энергию через объём, поглощаясь квази-двумерными вихрями, и тем самым поддерживая их существование [3, 6]. Действительно, если мелкомасштабный источник течения сделать однородным вдоль оси вращения, то, например, во вращающейся жидкости с периодическими граничными условиями возникает вихревой диполь из циклона и антициклона [7], как это имеет место и в чисто-двумерных численных экспериментах [2]. Поглощение инерционных волн квази-двумерными вихрями исследовалось теоретически [3, 6, 8] и наблюдалось в натурных [3] и численных [9] экспериментах.

Экспериментальное исследование характеристик вихрей во вращающейся турбулентности с накачкой, возбуждающей преимущественно инерционные волны, было проведено в нашей работе [3]. Было продемонстрировано, что в течении доминируют циклоны, при этом компенсирующая отрицательная завихренность сосредоточена у стенок. При снижении скорости вращения куба и сохранении неизменного режима работы турбулентной накачки наблюдалось увеличение размеров циклонов и их относительной силы. Относительная сила циклона по порядку величины равна пиковой азимутальной скорости в вихре, нормированной на характерную фазовую скорость инерционных волн. При превышении относительной силой циклона определённого порогового значения инерционные волны эффективно поглощались в теле циклона. Если же относительная сила циклона оказывалась ниже этого порога, то поглощение инерционных волн происходило только в сердцевине вихря. Переход от эффективного поглощения к слабому поглощению сопровождался скачком количества одновременно присутствующих циклонов в объёме течения: при увеличении относительной силы накачки происходило уменьшение количества вихрей от 10-14 до 5-7, что сопровождалось увеличением их среднего размера.

В данной работе мы изучаем, что происходит при дальнейшем увеличении относительной мощности накачки. Для этого мы использовали не только более низкие скорости вращения куба, но и увеличили абсолютное значение мощности турбулентной накачки. Можно было бы предположить, что в результате

дальнейшего увеличении относительной мощности накачки останется только один циклон с характерным размером, близким к размеру самого куба, а центр этого циклона будет расположен вблизи оси куба. Однако мы наблюдаем крупный антициклон, устанавливающийся посередине куба на фоне циклонического среднего течения.

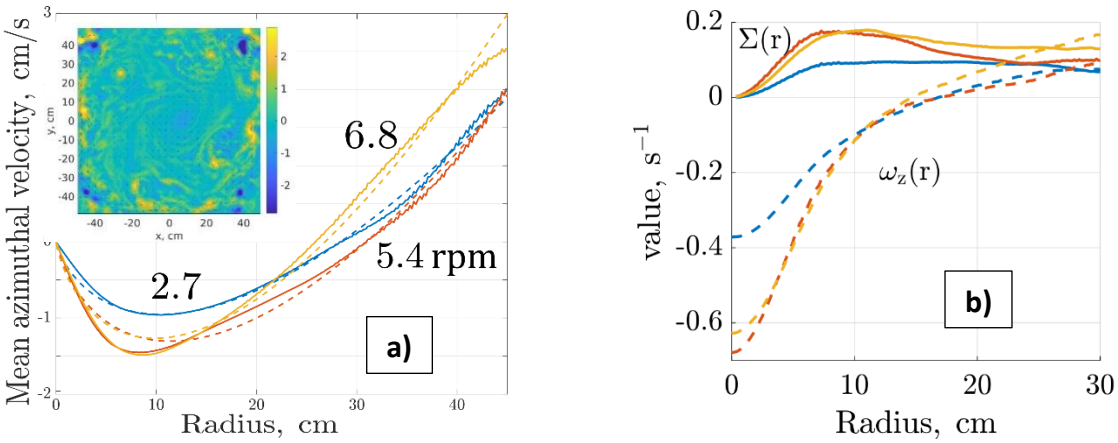


Рис. 1. Среднее течение в вихре: a) средняя скорость в антициклоне как функция расстояния до его оси; вставка – мгновенное распределение завихренности в горизонтальной плоскости, в c^{-1}; b) средние сила сдвига и завихренность в антициклоне

На рис. 1a изображены радиальные профили средней азимутальной скорости $V^{\varphi}(r)$ в антициклоне при трёх разных скоростях вращения. На вставке рис. 1a изображено мгновенное распределение завихренности в горизонтальной плоскости для самой низкой скорости вращения. При более высоких скоростях вращения куба отслеживание центра циклона затруднено. На расстоянии $> 30 \div 40$ см от центра куба наблюдается трёхмерное турбулентное течение, обладающее средним циклоническим средним. Область ближе чем 30 см до оси занята антициклоническим течением. При дальнейшем уменьшении скорости вращения куба область трёхмерной турбулентности распространяется в весь объём, а антициклон становится нестабильным.

Для выявления внутренней структуры вихря были построены графики радиальных зависимостей средней силы сдвига $\Sigma = r\eth_r(V^{\varphi}/r)$ в дифференциальном вихревом вращении и средней завихренности $\omega_z = r^{-1}\eth_r(rV^{\varphi})$, см. рис. 1$b$. Внутри антициклона остаётся почти неизменным значение скорости сдвига Σ, тогда как сама скорость V^{φ} и завихренность ω_z претерпевают внутри вихря значительные изменения. Мы интерпретируем этот факт как экспериментальное подтверждение нашего теоретического утверждение о том, что именно сила сдвига Σ определяет эффективность поглощения средним течением инерционных волн.

Проведём теоретическое исследование распространения инерционных волн в аксиально-симметричном постоянном течении. Длину волны, которая составляет $*$ 5 см в эксперименте, мы предполагаем малой по сравнению с радиусом вихря. Пусть $\boldsymbol{K} = \{K^r, K^{\varphi}, K^z\}$ – компоненты волнового вектора пакета

инерционных волн в цилиндрических координатах. Тогда, в силу однородности задачи вдоль вертикальной оси и вдоль угловой переменной, сохраняются K^z и аксиальное целое число $m = rK^\varphi$. Кроме того, задача однородна по времени, поэтому частота волны в лабораторной системе координат ω остаётся неизменной. В силу эффекта Доплера частота пакета в системе отсчёта, сопровождающей элемент жидкости, равна $\widetilde{\omega} = \omega - K^\varphi V^\varphi$. Закон дисперсии инерционных волн есть $\widetilde{\omega} = 2s\Omega K^z/K$, где $s = \pm 1$ есть знак круговой поляризации волны, $\Omega = \Omega_0 + V^\varphi/r$ – скорость вращения элемента жидкости в вихре, Ω_0 – угловая скорость вращения куба, K – волновое число. Поскольку пакет распространяется к оси вихря, радиальная компонента групповой скорости отрицательна, $\mathrm{v}_g^r = -2s\Omega K^z K^r/K^3 < 0$. Теперь заметим, что при достаточно большой амплитуде вращения в вихре, когда $mV^\varphi/r \gtrsim \omega$, волна не сможет распространиться ближе определённого расстояния. Если знаки ω и mV^φ совпадают, то существует критический слой $r = r_*$, в котором формально оказывается $\widetilde{\omega} = 0$. Вблизи этой точки волновое число резко возрастает, $K = -(2s\Omega K^z r_*/m\Sigma)/(r - r_*) > 0$, так что на динамику волны начинает действовать вязкость, и волна необратимо поглощается течением. Если знаки ω и mV^φ противоположны, то существует слой $r = r_0$, на котором частота волны $\widetilde{\omega}$ достигает максимально возможного значения, а волновое число K, соответственно, -- минимально возможного, так что $K^r = 0$. Волна не проходит ближе к оси, поскольку происходит её отражение.

Теперь определим, как описанные поглощение одной части волн и отражение оставшейся части волн влияют через нелинейность на вихревое течение. Поток углового момента в радиальном направлении, связанный с волной, есть $Q = r^2\Pi^{r\varphi}$, где тангенциальная компонента тензора Рейнольдса $\Pi^{r\varphi} = \langle u^r u^\varphi \rangle$. Для проведения качественных оценок нам важен знак потока Q, который совпадает со знаком $-K^\varphi K^r$ [8]. Поток углового момента есть математический аналог потока вероятности в квантовой механике, если бы мы написали волновое уравнение. Поток вероятности сохраняется. Поэтому, пока волна распространяется, она не передаёт момент течению. Передача момента происходит только в критическом слое. С учётом неравенства $\mathrm{v}_g^r < 0$ приходим к выводу, что $Q > 0$ при $r > r_*$, то есть $Q \propto -V^\varphi \theta(r - r_*)$ включая знак. Значит, момент силы, действующий со стороны волны на вихрь, есть $q = -\eth_r Q \propto V^\varphi \delta(r - r_*)$ включая знак. Иными словами, момент сил q развивает положительную мощность над вихревым течением, т.е. разгоняет его. Обратим внимание, что поглощение происходит только в области $\Sigma V^\varphi < 0$, что следует из требования $K > 0$. Волны, которые отражаются, несут угловой момент противоположной направленности. Но отражённые волны полностью компенсируют этот поток.

Таким образом, ансамбль волн в среднем поддерживает вихревое антициклоническое течение. Для того, чтобы приложенный со стороны волн момент сил распределялся по всей толще вихря, величина $K^\varphi V^\varphi \propto V^\varphi/r$ должна монотонно изменяться с r. Значит, именно сдвиг $\Sigma(r)$ является мерой интенсивности поглощения волн на расстоянии r от оси вихря. В этом состоит

качественное объяснение экспериментально наблюдаемой зависимости $\Sigma(r)$ – она знако-постоянна со слабой вариацией абсолютного значения. Отметим также, что построенная картина поглощения и отражения инерционных волн геострофическими вихрями математически почти идентична описанию поглощения и захвата внутренних волн горизонтальным течением с вертикальным сдвигом в стратифицированной жидкости [10].

Работа выполнена при поддержке гранта РНФ 23-72-30006.

Список литературы

1. *Гринспен Х.* Теория вращающихся жидкостей. Ленинград: Гидрометеоиздат, 1975. 304 с.
2. *Laurie J., Boffetta G., Falkovich G., Kolokolov I., Lebedev V.* Universal profile of the vortex condensate in two-dimensional turbulence // Physical Review Letters. 2014. Vol. 113. P. 254503
3. *Tumachev D., Filatov S., Vergeles S., Levchenko A.,* Two dynamical regimes of coherent columnar vortices in rotating fluid // JETP Letters. 2023. Vol. 118. P. 426–432
4. *Gallet B., Campagne A., Cortet P.-P., Moisy F.*, Scale-dependent cyclone-anticyclone asymmetry in a forced rotating turbulence experiment // Physics of Fluids. 2014. Vol. 26. P. 035108
5. *Xia H., Shats M., Falkovich G.* Spectrally condensed turbulence in thin layers // Physics of Fluids. 2009. Vol. 21. P. 125101
6. *Parfenyev V. M., Vergeles S. S.* Influence of Ekman friction on the velocity profile of a coherent vortex in a three-dimensional rotating turbulent flow // Physics of Fluids. 2021. Vol. 33. P. 115128
7. Seshasayanan K., Alexakis A. Condensates in rotating turbulent flows // Journal of Fluid Mechanics. 2018. Vol. 841. P. 434
8. *Kolokolov I. V., Ogorodnikov L. L., Vergeles S. S.* Structure of coherent columnar vortices in three-dimensional rotating turbulent flow // Physical Review Fluids. 2020. Vol. 5. P. 034604
9. *Pizzi F., Mamatsashvili G., Barker A., Giesecke A., Stefani F.* Interplay between geostrophic vortices and inertial waves in precession-driven turbulence // Physics of Fluids. 2022. Vol. 34. P. 125135
10. *Booker J. R., Bretherton F. P.* The critical layer for internal gravity waves in a shear flow // Journal of Fluid Mechanics. 1967. Vol. 27. P. 513

МОДЕЛИРОВАНИЕ КРОВОТОКА В БРЮШНОЙ АОРТЕ

Н. А. Верезуб, А. И. Простомолотов
Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН,
119526, Москва, пр-т Вернадского, 101-1

Рассмотрены важные гидромеханические аспекты для описания кровотока в брюшной аорте человека, в том числе при образовании аневризмы аорты. Дано описание проблемы и обсуждаются работы по математическому моделированию кровотока в аорте. Предложена математическая модель кровотока в брюшной аорте при наличии аневризмы, предполагающая осаждение из кровотока эритроцитов на стенки аневризмы.

Ключевые слова: брюшная аорта; эритроциты; аневризма; гидродинамика; моделирование

SIMULATION OF BLOOD FLOW IN ABDOMINAL AORTA

N. A. Verezub, A. I. Prostomolotov
Ishlinsky Institute for Problems in Mechanics RAS,
101-1 Vernadskogo Pr., 119526, Moscow

Hydromechanical important aspects of blood flow in the human abdominal aorta with an aneurysm are considered. The problem description and the review of works on mathematical modeling of blood flow in the aorta are given. A mathematical model of blood flow in the abdominal aorta in the presence of an aneurysm is proposed, which assumes the erythrocyte aggregation from the bloodstream onto the aneurysm walls.

Keywords: abdominal aorta; erythrocytes; aneurysm; hydrodynamics; modeling

Введение

Кровь представляет собой суспензию (взвесь) клеток в водном растворе [1]. В крови присутствуют клетки нескольких типов, но основные – эритроциты, концентрация которых очень высокая – примерно $5x10^6$ мм$^{-3}$, занимая 45% объема. Эритроциты – это красные клетки, которые содержат белок – гемоглобин. Вязкость крови меняется так же, как её растворителя – воды. Характерным свойством эритроцитов является тенденция к образованию агрегатов в виде «монетных» столбиков. Механизм образования столбиков до конца не выяснен, но считается, что эритроциты притягиваются друг к другу локализованными на их поверхностях «заряженными» частями. Процесс агрегации протекает при наличии асимметричных макромолекул (фибриногена и глобулинов), с повышением концентрации которых процесс агрегации ускоряется. Таким образом, цельную кровь можно рассматривать как ньютоновскую жидкость (плазму), в которой взвешены эритроциты.

Процесс оседания эритроцитов имеет важное диагностическое значение. В клиниках измерение расстояния, на которое за первый час смещается граница области, занимаемой эритроцитами, используется в качестве теста, который

© Верезуб Н.А., Простомолотов А.И., 2025

называется скоростью оседания эритроцитов (СОЭ). В норме величина СОЭ находится в пределах 0.6 – 5 мк/с у женщин и 0.3 – 3 мк/с у мужчин. При различных заболеваниях СОЭ может увеличиваться в несколько раз (до 10). Известно, что возрастание СОЭ не обусловлено изменением вязкости крови. Однако известно, что при уменьшении скорости течения крови возрастает скорость агрегации эритроцитов в столбики.

На практике также используется процентное соотношение доли эритроцитов в единице объема крови – гематокрит. Существенное изменение гематокрита свидетельствует о заболеваниях. Известно, что при значениях гематокрита до 12% свойства крови остаются ньютоновскими. Однако при повышении гематокрита увеличивается вязкость суспензии эритроцитов и проявляются неньютоновские свойства крови. Наблюдаемое неньютоновское поведение крови при низких скоростях сдвига обусловлено образованием «монетных» столбиков. При повышении скорости сдвига доля этих столбиков уменьшается до их полного распада.

Математическое моделирование неньютоновского кровотока актуально и рассмотрено в [2], В [3] с помощью программы «COMSOL Multiphysics» изучается взаимодействие жидкости и кровеносных сосудов. Рассматривается часть сосудистой системы, в частности верхняя часть аорты. Аорта и ее разветвленные кровеносные сосуды встроены в биологическую ткань вблизи сердечной мышцы. Показано, что текущая кровь оказывает давление на внутренние поверхности артерии и ее ветвей, тем самым деформируя ткани. Расчет состоит из двух отдельных, но связанных процедур: во-первых, из гидродинамического анализа, включая расчет поля скоростей и распределения давления в крови (переменные во времени и пространстве); во-вторых, из механического анализа деформации в ткани и артерии. В этой модели изменение формы стенок сосуда не влияло на область жидкости, что означало одностороннюю жидкостно-структурную связь, хотя в этой программе можно также моделировать двусторонний процесс с использованием ALE-метода.

В данной работе рассмотрена двумерная математическая модель кровотока в брюшной аорте при наличии аневризмы, предполагающая осаждение из кровотока эритроцитов на стенки аневризмы.

Результаты математического моделирования

Расчетная схема брюшной аорты показана на рис. 1. Численное моделирование проведено методом контрольных объемов.

Для определения вектора скорости $V = (Vx, Vy, Vz)$ и давления P в растворе решаются уравнения Навье-Стокса и неразрывности, записываемые в векторном виде следующим образом:

$$\partial \boldsymbol{V} / \partial t + (\boldsymbol{V}\nabla)\boldsymbol{V} = -1/\rho_o \nabla P + \nu \Delta \boldsymbol{V}, \quad div\, \boldsymbol{V} = 0, \qquad (1)$$

где t – время, ρ_o – плотность раствора, ν – кинематическая вязкость, D – коэффициент диффузии эритроцитов.

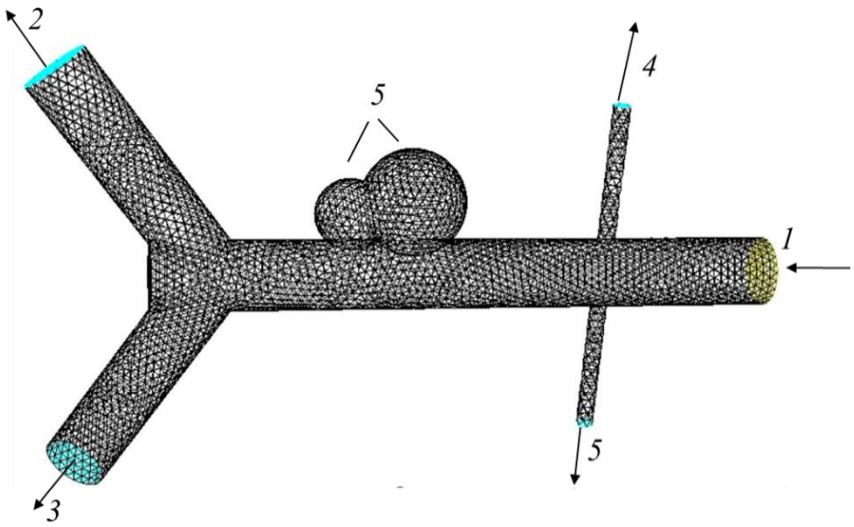


Рис. 1. Вид расчетной модели брюшной аорты: 1 – сечение для втекания и 2 - 5 – сечения для вытекания крови, 5 – форма аневризмы.

Совместно с уравнениями Навье-Стокса решается уравнение для переноса эритроцитов:

$$\partial M/\partial t + \boldsymbol{V}\nabla M = D\Delta M, \qquad (2)$$

где $M = \rho_o C$ – концентрация эритроцитов в крови, $C = (C - C_e)/(C_{eo} - C_e)$ – относительная масса эритроцитов на единицу массы раствора. Коэффициент диффузии эритроцитов D зависит от их концентрации. Согласно данным измерений при нормальной температуре его значение и величина равновесной концентрации эритроцитов C_e приведены в табл. 1.

Заметим, что нарушение физико-химических свойств эритроцитов происходит при большом числе патологических заболеваний. Например, исследования влияния высокой температуры были начаты давно. Известно, что при высокой температуре понижается эластичность мембраны эритроцита. При гипертермии (увеличении температуры от 37 до 41ºС) происходит быстрое удаление эритроцитов (резкое снижение их равновесной концентрации C_e) из кровотока, что приводит к анемии внутренних органов. Однако на данном этапе влияние гипертермии не учитывалось.

Для расчета по уравнениям (1–2) задаются следующие граничные условия для давления:

$P_1 = 11.8 + 2.0\times\sin(\pi\times t)$ кПа в сечении втекания кровотока – *1*.

$P_2 = 11.2 + 2.0\times\sin(\pi\times t)$ кПа и $P_3 = 11.2 + 2.0\times\sin(\pi\times t)$ кПа – в сечениях вытекания кровотока *2 – 3*.

На твердых стенках аорты и в сечениях вытекания кровотока *4 – 5* задается условие прилипания и отсутствие потока эритроцитов.

На твердой «поврежденной» поверхности аорты (т.е. на стенках аневризме) задается соотношение баланса масс:

$$\rho_0 D \frac{\partial C}{\partial n} = R(\rho_s - C_e \rho_0) \qquad (3)$$

где R – скорость осаждения эритроцитов.

Таблица 1. Параметры модели

Параметр	Символ	Размерность	Величина
Динамическая вязкость крови	$\mu = \nu \times \rho_o$	г/см×с	5.2×10^{-2}
Коэффициент диффузии эритроцитов	D	см^2/с	1.54×10^{-5}
Плотность крови	ρ_o	г/см^3	1.06
Плотность осажденного слоя эритроцитов	ρ_s	г/см^3	1.08
Скорость агрегации эритроцитов	R	см/с	3.6×10^{-6}
Равновесная концентрация эритроцитов в крови (T = 37°C)	C_e	г/см^3	0.15

На рис. 2 показано течение крови в аорте, в её разветвлениях и в аневризме. В соответствии с нумерацией на рис. 1 кровь втекает через отверстие *1*. В этом расчете не учитывалось вытекание через ответвляющиеся мелкие сосуды *4* и *5*. Кровь протекает через аневризму *5*, показанную в виде сдвоенных шаров разного диаметра и погруженных в тело аорты,в которой возникают вторичные вихревые течения. Затем кровь вытекает через сосуды-ответвления *2* и *3* брюшной аорты.

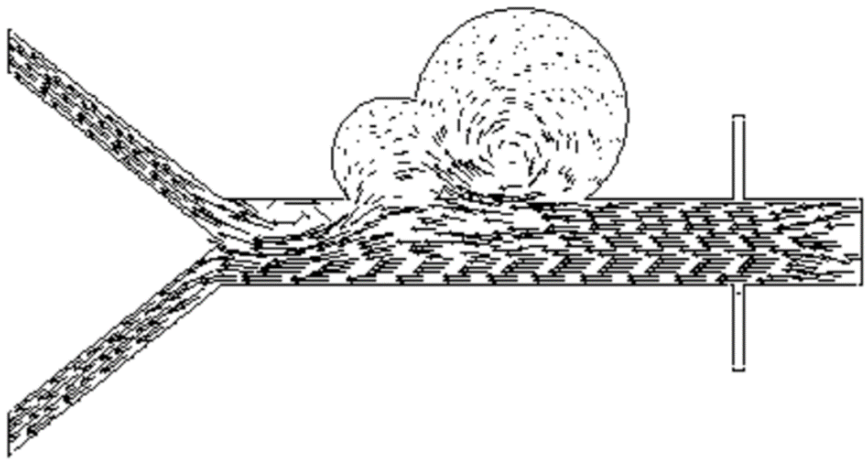


Рис. 2. Течение крови в аорте с аневризмой.

На рис. 3 иллюстрируется изменение концентрации эритроцитов в крови при наличии аневризмы. Можно видеть, что по сравнению с концентрацией эритроцитов во втекающей крови C = 1.0 (нормированной на размерную

величину C_o) происходит снижение их концентрации в вытекающей крови через сосуды-разветвления из-за процесса агломерации эритроцитов на стенках аневризмы: более существенное для верхнего ответвления из-за близости к аневризме до C = 0.92 и меньшее для нижнего ответвления до C = 0.98.

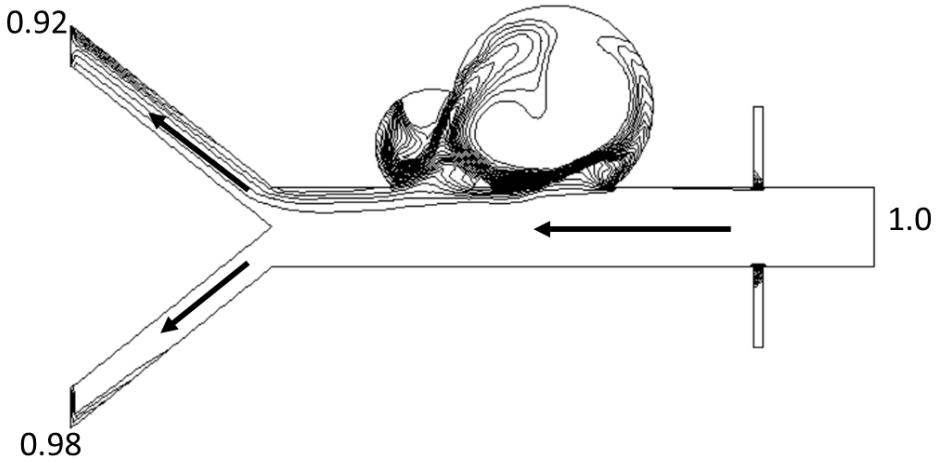


Рис. 3 Концентрация эритроцитов, нормированная на её начальную величину в сечении втекания – 1

Работа выполнена по теме госзадания (№ 124013000674-0).

Список литературы

1. *Каро К., Педди Т., Шротер Р., Сид У.* Механика кровообращения. Пер. с англ. Е.В. Лукошковой и А.Н. Рогозы под ред. С.А. Регигера и В.М. Хаютина. Изд-во Мир, М., 1981, 624 С.
2. *Трегубов В.П.* Математическое моделирование неньютоновского потока крови в дуге аорты, Компьютерные исследования и моделирование, 2017, том 9, выпуск 2, 259–269 https://doi.org/10.20537/2076-7633-2017-9-2-259-269
3. *Khosravi A., Bani M.S., Bahreinizade H., Karimi A.* A computational fluid–structure interaction model to predict the biomechanical properties of the artificial functionally graded aorta // Biosience reports, 2016, Vol. 36, Issue 6, e00431 https://doi.org/10.1042/BSR20160468 1232 c.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИКИ ЛЕГКОЙ СФЕРЫ ВО ВРАЩАЮЩЕЙСЯ ВЕРТИКАЛЬНОЙ ПОЛОСТИ С ЖИДКОСТЬЮ

О. А. Власова
Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет,
614990, Пермь, ул. Сибирская, 24

Работа посвящена экспериментальному исследованию динамики легкой сферы, всплывающей во вращающейся цилиндрической полости с жидкостью. Эксперименты выполняются при быстром вращении, когда действие силы Кориолиса является определяющим, а центробежная сила позиционирует тело на оси вращения. В зависимости от параметров эксперимента исследована скорость всплытия тела, скорость его дифференциального вращения, а также структура течения внутри полости. Для возможности сравнения с существующей теорией исследование проведено в диапазоне малых чисел Россби и Экмана.

Ключевые слова: вязкая жидкость; движущееся сферическое тело; вращение; столбик Тейлора-Праудмена

EXPERIMENTAL STUDY OF THE LIGHT SPHERE DYNAMICS IN A ROTATING VERTICAL CAVITY WITH LIQUID

O. A. Vlasova
Perm State Humanitarian Pedagogical University,
24 Sibirskaya St., 614990, Perm

The work is devoted to the experimental study of the dynamics of a light sphere floating in a rotating cylindrical cavity with liquid. The experiments are performed at fast rotation, when the Coriolis force is decisive and the centrifugal force positions the body on the rotation axis. Depending on the experiment parameters, the surfacing velocity of the body, its differential rotation rate, and the flow structure inside the cavity are investigated. In order to be able to compare with the existing theory, the study is carried out in the range of small Rossby and Ekman numbers.

Keywords: viscous liquid; moving spherical body; rotation; Taylor-Proudman column

Движение жидкости и сила сопротивления, создаваемые телом во вращающейся жидкости, представляют практический и научный интерес. Данная задача впервые рассмотрена более ста лет назад Тейлором [1]. В работах [2, 3] представлено теоретическое и экспериментальное описание задачи для случая движения твердого сферического тела в полости конечной длины. Движущееся тело генерирует перед собой и позади себя столбики Тейлора–Праудмена, диаметр которых соответствует диаметру тела. Было показано, что сила сопротивления на сфере увеличивается за счет вращения жидкости. В экспериментальной работе [4] обнаружено, что всплывающая во вращающейся жидкости сфера совершает дифференциальное вращение относительно полости, скорость которого изменяется с высотой всплытия тела. Показано, что

© Власова О.А., 2025

безразмерная скорость всплытия сферы при малых значениях числа Россби имеет тенденцию приближаться к теоретическому значению [2] с увеличением безразмерной скорости вращения. В недавней работе [5] на основе экспериментальных данных, полученных в [3, 4], введена полуэмпирическая поправка в теоретические предсказания. Однако, малый объем экспериментальных данных не позволяет получить полное согласие с теорией.

В представленной работе изучается динамика легкого сферического тела, всплывающего во вращающейся цилиндрической полости с жидкостью (рис.1). Полость совершает равномерное вращение вокруг вертикальной оси. Скорость вращения Ω_{rot} варьируется в диапазоне в широком диапазоне. Полость заполнена жидкостью, вязкость которой варьируется, а плотность всегда превышает плотность сферы. В жидкость для визуализации течений добавлены светоотражающие частицы. Наблюдение за динамикой сферы и движением жидкости осуществляется через боковую стенку полости и через прозрачный торец. Эксперименты проведены при малых значениях управляющих параметров задачи (числа Экмана и Россби).

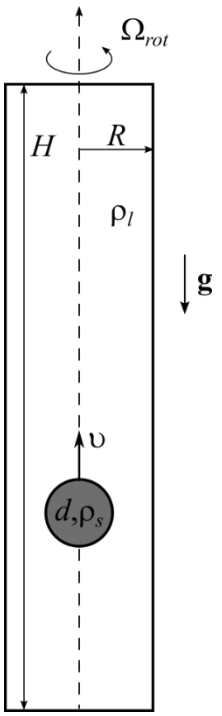


Рис. 1. Схема экспериментальной установки

Показано, что с увеличением Ω_{rot} скорость всплытия легкого сферического тела снижается, а с увеличением вязкости жидкости – увеличивается. Результаты измерения скорости всплытия (силы сопротивления на сфере) в исследованном диапазоне экспериментальных параметров удовлетворительно согласуются с данными, полученными в экспериментальной работе [3]. Отметим, что с уменьшением чисел Россби и Экмана данные, полученные в настоящей работе, стремятся к теоретическому значению в работе [2]. В зависимости от положения тела в полости исследовано дифференциальное вращение всплывающей сферы. Показано, что дифференциальное вращение тела определяется его

взаимодействием со столбиками Тейлора–Праудмена перед ним и позади него, отношение длин которых изменяется по мере перемещения тела. Обнаружено, что при достижении критической скорости вращения полости столбик Тейлора–Праудмена теряет устойчивость: вблизи столбика образуются двумерные вытянутые вдоль оси вращения вихревые структуры, количество которых увеличивается со скоростью вращения полости.

Работа выполнена при финансовой поддержке РНФ (грант №24-71-00094).

Список литературы

1. *Taylor G. I.* Motion of solids in fluids when the flow is not irrotational // Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character. 1917. Vol. 93(648). P. 99-113.
2. *Moore D. W., Saffman P. G.* The rise of a body through a rotating fluid in a container of finite length // Journal of Fluid Mechanics. 1968. Vol. 31 (4). P. 635-642.
3. *Maxworthy T.* The observed motion of a sphere through a short, rotating cylinder of fluid // Journal of Fluid Mechanics. 1968. Vol. 31(4). P. 643-655.
4. *Kozlov V. Zvyagintseva, E., Kudymova, E., Romanetz, V.* Motion of a light free sphere and liquid in a rotating vertical cylinder of finite length // Fluids. 2023. Vol. 8(2). P. 49.
5. *Ungarish M.* The drag on a rising sphere along the axis in a short rotating cylinder of fluid: revisiting the data and theory // Journal of Fluid Mechanics. 2024. Vol. 979. P. A30.

ОСРЕДНЕННЫЕ ТЕЧЕНИЯ, ГЕНЕРИРУЕМЫЕ ВОЛНАМИ ФАРАДЕЯ В ЩЕЛЕВОМ КАНАЛЕ

О. А. Власова[a], В. В. Дьякова[a,b], В. Г. Козлов[a]
[a]Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет,
614990, Пермь, ул. Сибирская, 24
[b]Пермский национальный исследовательский политехнический университет,
614990, Пермь, Комсомольский проспект, 29

Экспериментально изучается динамика межфазной поверхности двух маловязких несмешивающихся жидкостей в вертикальном щелевом канале, совершающем вертикальные поступательные колебания. Исследуется влияние частоты и амплитуды вибраций, а также толщины канала на устойчивость межфазной поверхности и ее надкритическую динамику. Обнаружено пороговое возбуждение субгармонических колебаний в виде стоячей волны. Длина волны удовлетворительно согласуется с дисперсионным соотношением для гравитационно-капиллярных волн. Основное внимание в работе уделяется изучению осредненных потоков, генерируемых стоячей волной. Показано, что в каждой из жидкостей между узлами стоячей волны формируется течение в виде пары расположенных в плоскости слоя симметричных вихрей противоположной закрутки. Размер вихрей пропорционален длине стоячей волны. Показано, что интенсивность осредненного течения определяется амплитудой скорости осцилляций границы раздела.

Ключевые слова: вибрации; межфазная граница; несмешивающиеся жидкости; параметрические колебания; осредненные течения

AVERAGED FLOWS GENERATED BY FARADAY WAVES IN A SLOT CHANNEL

O. A. Vlasova[a], V. V. Dyakova[a,b], V. G. Kozlov[a]
[a]Perm State Humanitarian Pedagogical University,
24 Sibirskaya St., 614990, Perm
[b]Perm National Research Polytechnic University,
29 Komsomolsky Pr., 614990, Perm

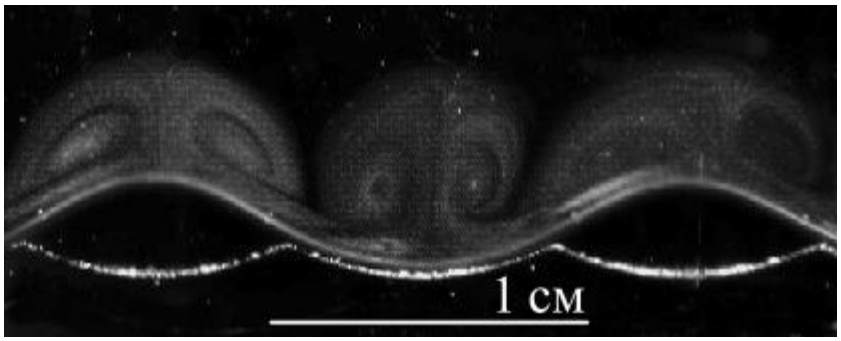
The dynamics of the interfacial surface of two low-viscosity immiscible liquids in a vertical slot channel performing vertical translational oscillations is experimentally studied. The influence of vibration frequency and amplitude, as well as channel thickness on the stability of the interphase surface and its supercritical dynamics is investigated. Threshold excitation of subharmonic oscillations in the form of a standing wave was discovered. The wavelength agrees satisfactorily with the dispersion relation for gravity-capillary waves. The main focus of the work is on the study of averaged flows generated by a standing wave. It is found that in each of the liquids, between the nodes of a standing wave, a flow is formed in the form of a pair of symmetrical vortices of opposite swirl located in the plane of the layer. The size of the vortices is proportional to the length of the standing wave. It is shown that the intensity of the averaged flow is determined by the amplitude of the speed of oscillations of the interface.

Keywords: vibrations; interphase boundary; immiscible liquids; parametric oscillations; steady streaming

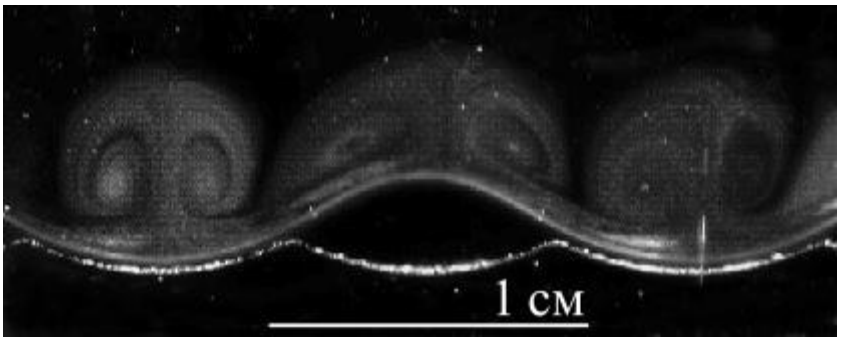
© Власова О.А., Дьякова В.В., Козлов В.Г., 2025

Экспериментально изучается динамика межфазной границы пары несмешивающихся маловязких жидкостей различной плотности в осциллирующем в вертикальном направлении прямоугольном щелевом канале с оргстеклянными стенками. Величина щелевого зазора задается толщиной силиконовых прокладок и варьируется в диапазоне $d = 0.14 – 0.35$ см. Канал заполняется парой несмешивающихся жидкостей: силиконовое масло ПМС – 0.65 и флуоринерт FC – 40. Относительная плотность жидкостей составляет $\rho = \rho_1/\rho_2 = 0.42$, коэффициент межфазного натяжения $\sigma = 2.3$ мН/м, кинематическая вязкость жидкостей $\nu_1 = 0.7$ сСт и $\nu_2 = 2.4$ сСт соответственно. Исследование устойчивости границы раздела проводится в широком диапазоне частот и амплитуд колебаний: частота колебаний щелевого канала f варьируется в диапазоне 8 – 20 Гц, амплитуда колебаний $b = 0.01 – 0.15$ см.

Обнаружено пороговое возбуждение параметрических колебаний межфазной поверхности в виде расположенной в плоскости слоя стоячей волны, частота колебаний которой вдвое меньше частоты колебаний полости (рис. 1).



а)



б)

Рис. 1. Межфазная граница и структура осредненных потоков в силиконовом масле вблизи границы раздела жидкостей в крайних фазах колебаний ($d = 0.28$ см, $f = 12$ Гц, $b = 0.06$ см)

Обнаруженный тип неустойчивости имеет гравитационно-капиллярную природу и аналогичен волнам Фарадея [1], возникающим на границе раздела несмешивающихся жидкостей в результате совокупного действия осциллирующего инерционного силового поля, вызванного вертикальными вибрациями, силы тяжести и поверхностного натяжения. Длина стоячей волны, развивающейся в щелевых каналах различной толщины, удовлетворительно согласуются с дисперсионным соотношением для гравитационно-капиллярных

волн, возбуждаемых на границе раздела невязких жидкостей в отсутствие границ [2].

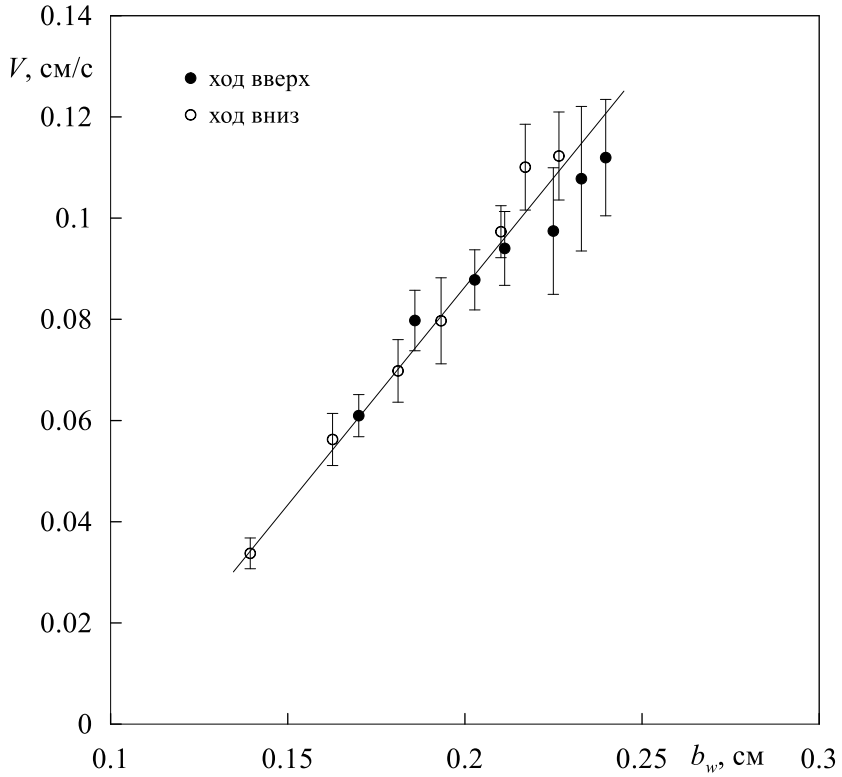


Рис. 2. Зависимость среднеквадратичной скорости движения жидкости в вихрях от амплитуды колебаний границы раздела (d = 0.35 см, f = 12 Гц)

Возникающая на межфазной границе жидкостей стоячая волна является источником интенсивного осредненного течения в плоскости канала. Осредненное течение формируются в виде системы согласованно вращающихся вихрей, ось вращения которых ориентирована перпендикулярно плоскости канала. Для визуализации потоков, возникающих вблизи межфазной поверхности, в верхнюю легкую жидкость были добавлены частицы визуализатора ($\rho_в = 1.02$ г/см^3), которые в поле силы тяжести оседают и собираются вблизи межфазной границы, оставаясь смоченными маслом и сохраняя мобильность. При смещении межфазной поверхности в направлении нижней жидкости частицы залипают на стенках канала в крайней фазе ее смещения, вырисовывая изогнутую линию по форме стоячей волны. Исследование структуры и интенсивности осредненных потоков выполнено PIV методом. Как видно из рис. 1, между соседними максимумами стоячей волны формируется по два вихря, вращающихся в противоположные стороны и омывающих межфазную границу. В пучностях стоячей волны течение направлено от межфазной границы, в ее узлах – к межфазной границе. Направление вихревого течения сохраняется в течение всего периода колебаний, а их форма незначительно изменяется. Продольный и поперечный размеры вихревых структур значительно превышают толщину щелевого зазора и сравнимы с длиной стоячей волны. Эксперименты показали, что средняя

скорость вихревых потоков V возрастает с амплитудой колебаний межфазной поверхности b_w в пучностях стоячей волны (рис. 2).

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства Просвещения РФ в рамках Государственного задания (Рег. номер 1023032300071-6-2.3.1)

Список литературы

1. *Любимов Д. В., Любимова Т. П., Черепанов А. А.* Динамика поверхностей раздела в вибрационных полях. Физматлит, 2003. 216 с.
2. *Benjamin T. B., Ursell F. J.* The stability of the plane free surface of a liquid in vertical periodic motion // Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences. 1954. V. 225. №. 1163. P. 505-515. DOI: 10.1098/rspa.1954.0218

ОЦЕНКА ЭФФЕКТИВНОСТИ СТАТИЧЕСКОГО СМЕСИТЕЛЯ НАСАДОЧНОГО ТИПА

В. С. Волков
Ижевский государственный технический университет им. М.Т. Калашникова,
426069, Ижевск, ул. Студенческая, 7

Проводится исследование эффективности статического смесителя насадочного типа при смешивании двухкомпонентной эмульсии масло-вода в канале трубопровода. В работе приведено математическое моделирование течения жидкости в канале с установленным статическим смесителем, а также проведены расчеты для определения степени смешения компонентов эмульсии.

Ключевые слова: статический смеситель; двухкомпонентная жидкость; OpenFOAM

EVALUATION OF THE EFFECTIVENESS OF A STATIC MIXER OF THE NOZZLE TYPE

V. S. Volkov
Izhevsk State Technical University named after M.T. Kalashnikov,
7 Studentskaya St., 426069, Izhevsk

A study is being conducted on the effectiveness of a static nozzle-type mixer when mixing a two-component oil-water emulsion in a pipeline channel. The paper presents a mathematical simulation of the flow of liquid in a channel with an installed static mixer, as well as calculations to determine the degree of mixing of the emulsion components.

Keywords: static mixer; two-component liquid; OpenFOAM

Введение

Процессы смешивания различных жидкостей играют важную роль во многих технических процессах. При этом важно обеспечить равномерное смешивание компонентов для достижения оптимального качества конечного продукта. Одним из широко применяемых методов смешивания является использование статических смесителей насадочного типа [1]. Преимущества статических смесителей насадочного типа включают в себя высокую производительность, низкое энергопотребление, простоту обслуживания и долговечность, а также минимальные потери продукта [2].

Недостатки статических смесителей насадочного - ограничения по масштабу производства и сложность настройки процесса смешивания для определенных типов жидкостей [3]. Несмотря на это статические смесители насадочного типа остаются популярным и эффективным выбором для многих производственных процессов.

Постановка задачи

В работе исследуется течение двухкомпонентной смеси, состоящей из масла и воды, в трубопроводе с установленным статическим смесителем насадочного

© Волков В.С., 2025

типа в виде четырех отдельных лезвий, выполненных в форме лепестков. Моделирование течения эмульсии проводится с использованием многофазной модели в рамках подхода Эйлера с использованием решателя multiphaseEulerFoam в составе платформы OpenFOAM.

Геометрическая модель

Геометрическая модель представлена на рисунке 1.

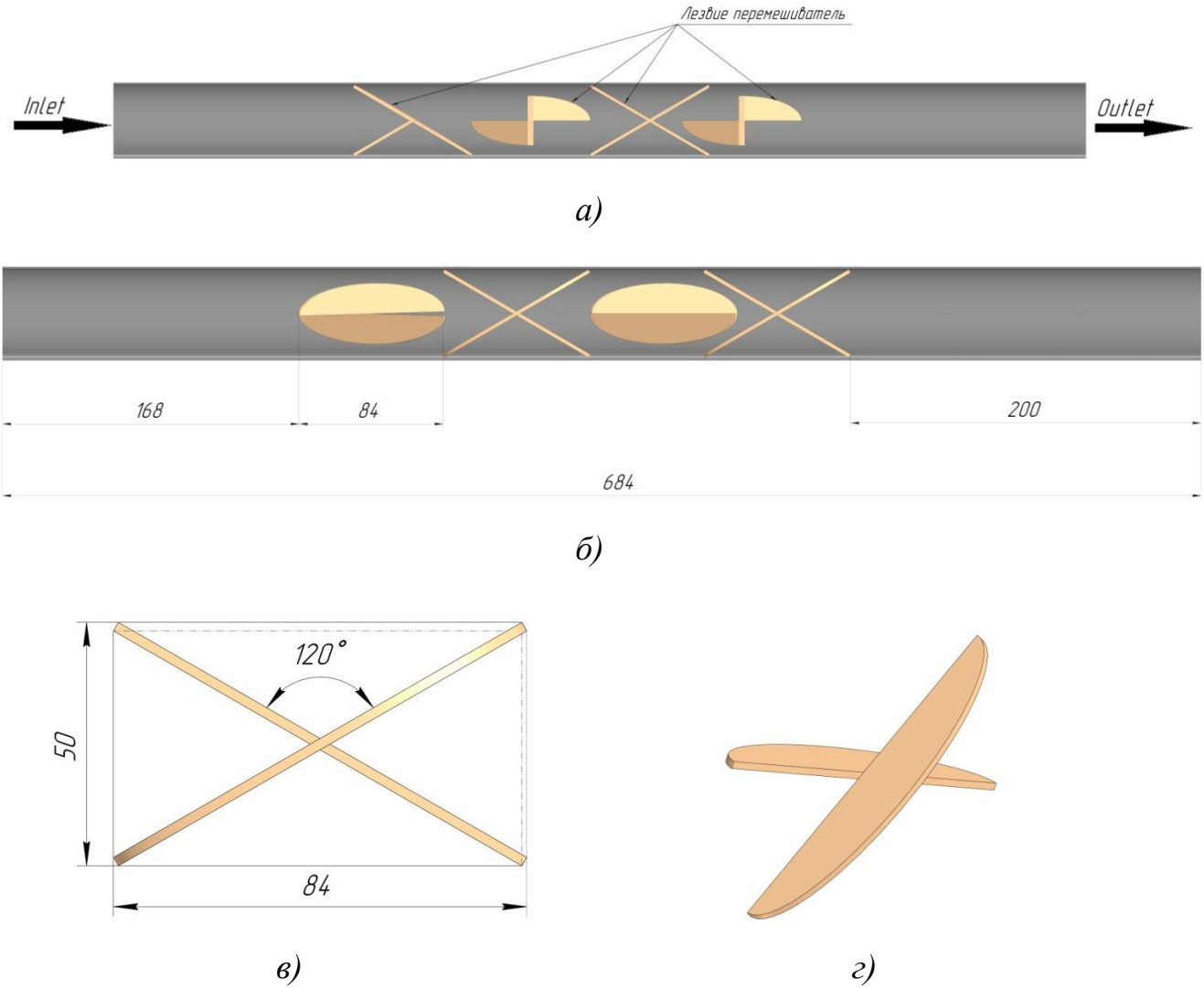
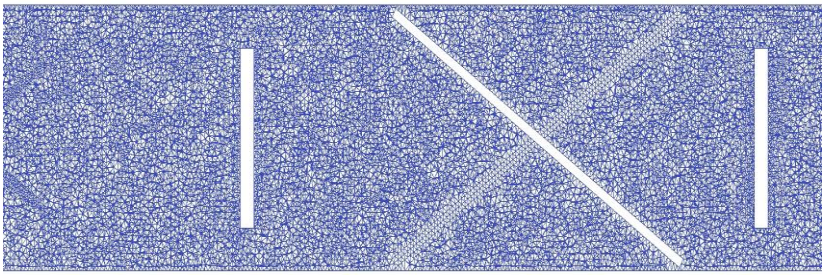
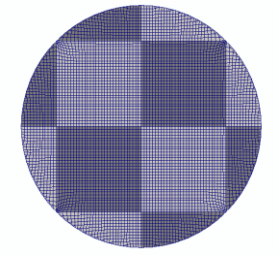


Рис. 1. Геометрическая модель расчетной области:
а) трубопровод с лезвиями, б) размеры трубопровода,
в) габаритные размеры лезвия перемешивателя, г) 3D модель лезвия перемешивателя

Расчетная область разбивалась на контрольные элементы. Сетка строилась с использованием открытой интегрируемой платформы Salome. Сетка состоит из 5015451 тетраэдров. На рисунке 2 представлены фрагменты сетки в продольном и поперечном сечениях.



а)



б)

Рис. 2. Расчетная сетка:
а) продольное сечение в области лезвий, б) входное сечение

Математическая модель

Нефтяная и водная фазы принимаются несжимаемыми, ньютоновскими и несмешивающимися, постоянной плотности и вязкости, с четко выраженным межфазным натяжением с постоянным коэффициентом поверхностного натяжения. Плотность ρ масла принималась равной 889 кг/м^3, воды – 100 кг/м^3, кинематический коэффициент вязкости ν масла равен 120 мм^2/с, воды – 1 мм^2/с. Коэффициент поверхностного натяжения $\sigma = 0.024$ Н/м [4].

Уравнения сохранения массы и импульса для каждого компонента эмульсии выражаются соответственно формулами [5]

$$\frac{\partial \alpha_k}{\partial t} + \bar{u}_k \cdot \nabla \alpha_k = 0; \tag{1}$$

$$\frac{\partial (\rho_k \alpha_k \bar{u}_k)}{\partial t} + (\rho_k \alpha_k \bar{u}_k \cdot \nabla)\bar{u}_k = \\ = -\alpha_k \nabla p + \mu_k \nabla \cdot (\alpha_k \nabla \bar{u}_k) + \rho_k \alpha_k \bar{g} + \bar{F}_{D,k} + \bar{F}_{S,k} \tag{2}$$

В уравнениях (1), (2) ρ_k – плотность, α_k – объемная фазовая доля, $\bar{u}_k$ – вектор скорости для k-й фазы суспензии. Величина $\overline{g}$ определяет вектор ускорения свободного падения для учета силы тяжести, $\bar{F}_{D,k}$ – силу сопротивления, $\bar{F}_{S,k}$ – силу поверхностного натяжения. Более подробно математическая постановка описана в работе [6].

В качестве оценки эффективности перемешивания компонентов эмульсии использовался коэффициент отклонения CoV [7]:

$$\mathrm{CoV} = \sqrt{\frac{1}{\text{J-1}} \cdot \sum_{j=1}^{J} (\alpha_j - \overline{\alpha})^2} \cdot \frac{1}{\overline{\alpha}}; \tag{3}$$

где J – число точек измерения (количество расчетных ячеек в сечении смесителя), α_j и $\overline{\alpha}$ – локальное и осредненное по сечению значение объемной доли компонента, соответственно. При $CoV = 0$ компоненты на выходе из

смесителя будут полностью перемешаны, а при $CoV = 1$ они будут оставаться не смешанными [7].

Результаты

В начальный момент времени вся область заполнена маслом, движущимся со скоростью $u_z = U_0 = 0{,}1$ м/с. На входе в расчетную область задается скорость движения компонент смеси $U_0 = 0{,}1$ м/с, объемная фазовая доля чистого вещества на соответствующей дробной части входной границы (рисунок 2б). Числа Рейнольдса, рассчитанные по приведенным скоростям масла и воды равны 43 и 5500, соответственно.

Для более точной оценки работы смесителя значение коэффициента отклонения рассчитывалось в пяти различных сечениях после смесителя с шагом 0,05 м, как показано на рисунке 3.

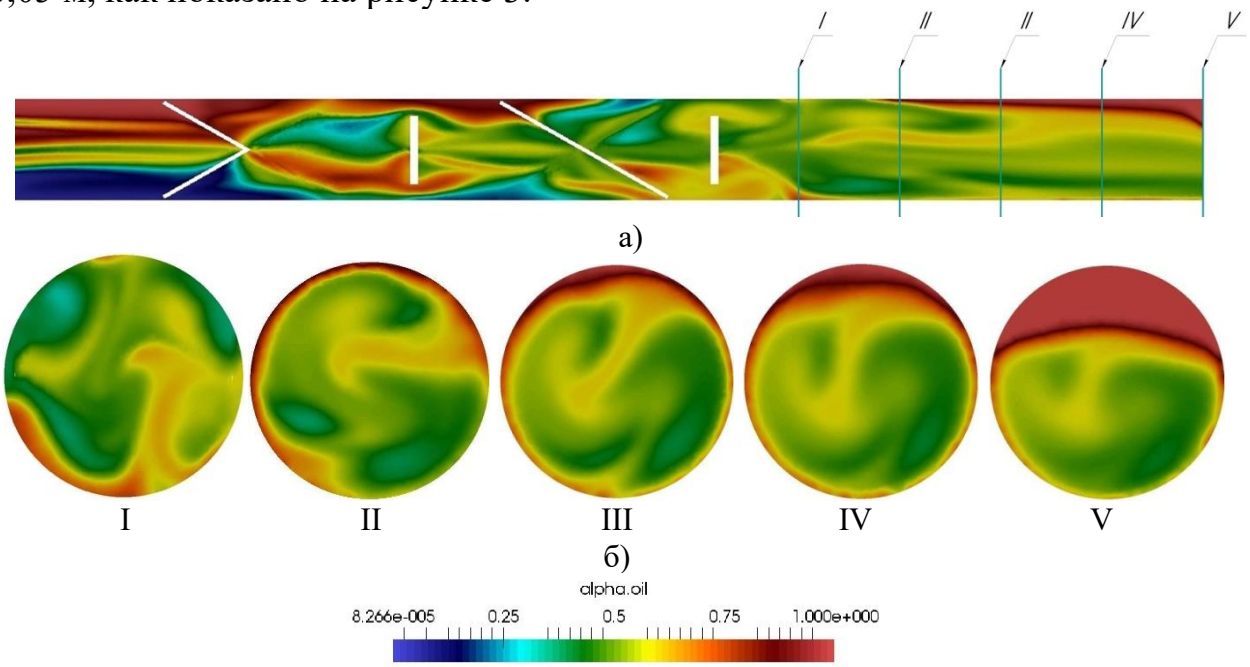


Рис. 3. Распределение объемной доли масла в различных сечениях расчетной области:
а) продольное сечение, б) поперечные сечения

График распределения степени однородности смеси по длине канала представлен на рисунке 4.

Видно, что коэффициент отклонения CoV не превышает значения 0,3, а значит, что после прохождения смесителя компоненты полностью перемешиваются, однако, по полям распределения объемной доли масла в разных сечениях видно, что расслоение масла от воды происходит быстро и, примерно, на расстоянии 0,1 м под действием силы тяжести расслоенное масло концентрируется в верхней части трубы. На расстоянии 0,2 м от края смесителя площадь, занимаемая чистым маслом, составляет ~$6{,}23 \cdot 10^{-4}$ м^2.

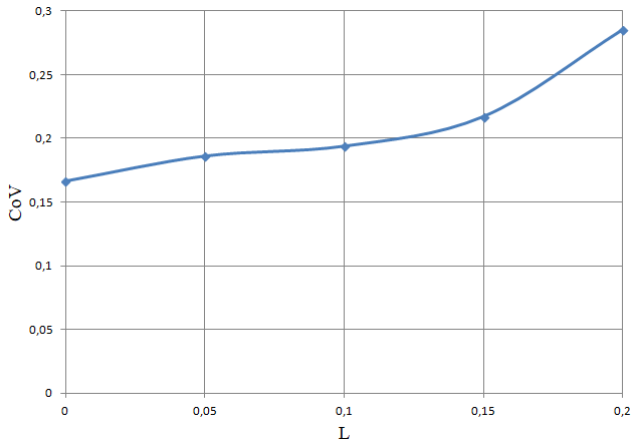


Рис. 4. График распределения степени однородности смеси по длине канала

Список литературы

1. *Бикмаева Ю. С., Муртазин В. Р., Калимуллин Р. Р.* Обзор существующих конструкций статических смесителей для многокомпонентных жидкостей // Молодежный вестник УГАТУ. 2019. № 1 (20). С. 14-18.
2. *Богданов В. В.*, Христофоров Е.И., Клоцунт Б.А. Эффективные малообъемные смесители. Л.: Химия, 1989.
3. *Дударовская О. Г.* Модели интенсифицированного тепломассообмена и смешения сред в каналах с хаотичными насадочными слоями: дис. канд. техн. наук. Казань, 2016. 202 с.
4. *Королева М. Р., Волков В. С.* Численное моделирование течения двухкомпонентной жидкости по трубе со статическим смесителем // Химическая физика и мезоскопия. 2024, № 1. С. 22-30. https://doi.org/10.62669/17270227.2024.1.2.
5. *Chen J., Anastasiou C., Cheng S., Basha N. M., Kahouadji L., Arcucci R., Angeli P., Matar O. K.* Computational fluid dynamics simulations of phase separation in dispersed oil-water pipe flows // Chemical Engineering Science, 2023, vol. 267, 118310. https://doi.org/10.1016/j.ces.2022.118310.
6. *Wardle K., Weller H.* Hybrid Multiphase CFD Solver for Coupled Dispersed/Segregated Flows in Liquid-Liquid Extraction // International Journal of Chemical Engineering, 2013, vol. 2013, 128936. https://doi.org/10.1155/2013/128936.
7. *Мухаметзянова, А. Г.*, Методы вычислительной гидродинамики при оценке эффективности статических смесителей насадочного типа / *А. Г. Мухаметзянова, К. А. Алексеев* // Математические методы в технике и технологиях - ММТТ. – 2019. – Т. 10. – С. 9-11. – EDN HUJWJP.

ДИНАМИКА КОНСОЛИДАЦИИ ПОРОШКОВ ПРИ ЛАЗЕРНОМ ПЛАВЛЕНИИ В АДДИТИВНОМ ПРОИЗВОДСТВЕ

Е. С. Ворошилов[a], М. Д. Кривилев[a], С. А. Груздь[a], Р. М. Мосина[a],
А. О. Иванцов[b], О. А. Хлыбов[b], Т. П. Любимова[b]
[a]Удмуртский государственный университет,
426034, Ижевск, ул. Университетская, 1
[b]Институт механики сплошных сред УрО РАН,
614013, Пермь, ул. Академика Королева, 1

Многофазные течения в пористых средах с микроскопической внутренней структурой характеризуются высокой кривизной межфазных поверхностей, что усложняет процесс консолидации металлических порошков при лазерном сплавлении в течение короткого интервала времени. В работе проводилось теоретическое моделирование протекающих процессов и выполнялась оценка характеристических параметров.

Ключевые слова: пористые среды; плавление; капиллярные явления

CONSOLIDATION DYNAMICS OF POWDERS DURING LASER MELTING IN ADDITIVE MANUFACTURING

E. S. Voroshilov [a], M. D. Krivilyov[a], S. A. Gruzd[a], R. M. Mosina[a],
A. O. Ivantsov[b], O. A. Khlybov[b], T. P. Lyubimova[b]
[a]Udmurt State University,
1 Universitetskaya St., 426034, Izhevsk
[b]Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS,
1 Academician Korolev St., 614013, Perm

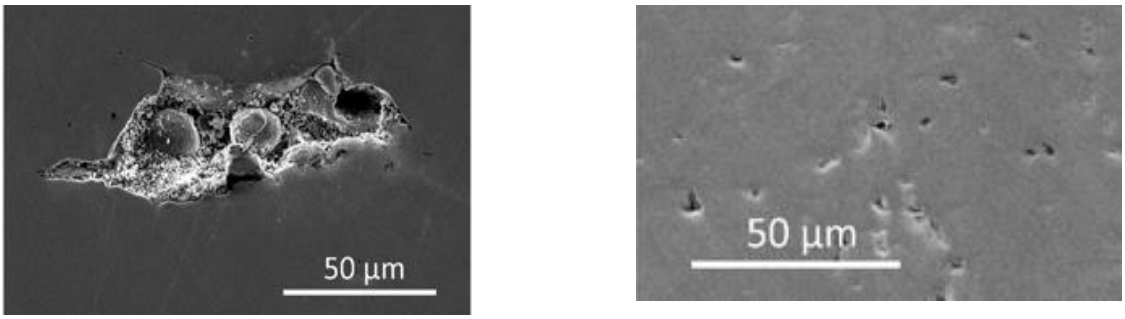
Multiphase flows in porous media with microscopic internal structure are characterized by high curvature of interfaces. This feature complicates the consolidation of metallic powders in laser melting which occurs in short time intervals. In the present work, theoretical simulation of underlying processes is performed for estimation of governing parameters and characteristic times.

Keywords: porous media; melting; capillary effects

Трехмерная печать изделий методом аддитивного производства позволяет существенно сократить время изготовления опытных образцов, обеспечивает изготовление деталей со сложной структурой каналов и внутренних полостей [1]. При отмеченных преимуществах новых методов существует несколько технических проблем, которые требуют детального анализа. К их числу относится образование пор и дефектов несплавления (рис. 1), которые снижают механические свойства полученных компактов. Основными причинами несплавления или неполной консолидации являются: (1) наличие оксидных плен на поверхности частиц порошка, (2) высокая кривизна поверхностей

© Ворошилов Е.С., Кривилев М.Д., Груздь С.А., Мосина Р.М., Иванцов А.О., Хлыбов О.А., Любимова Т.П., 2025

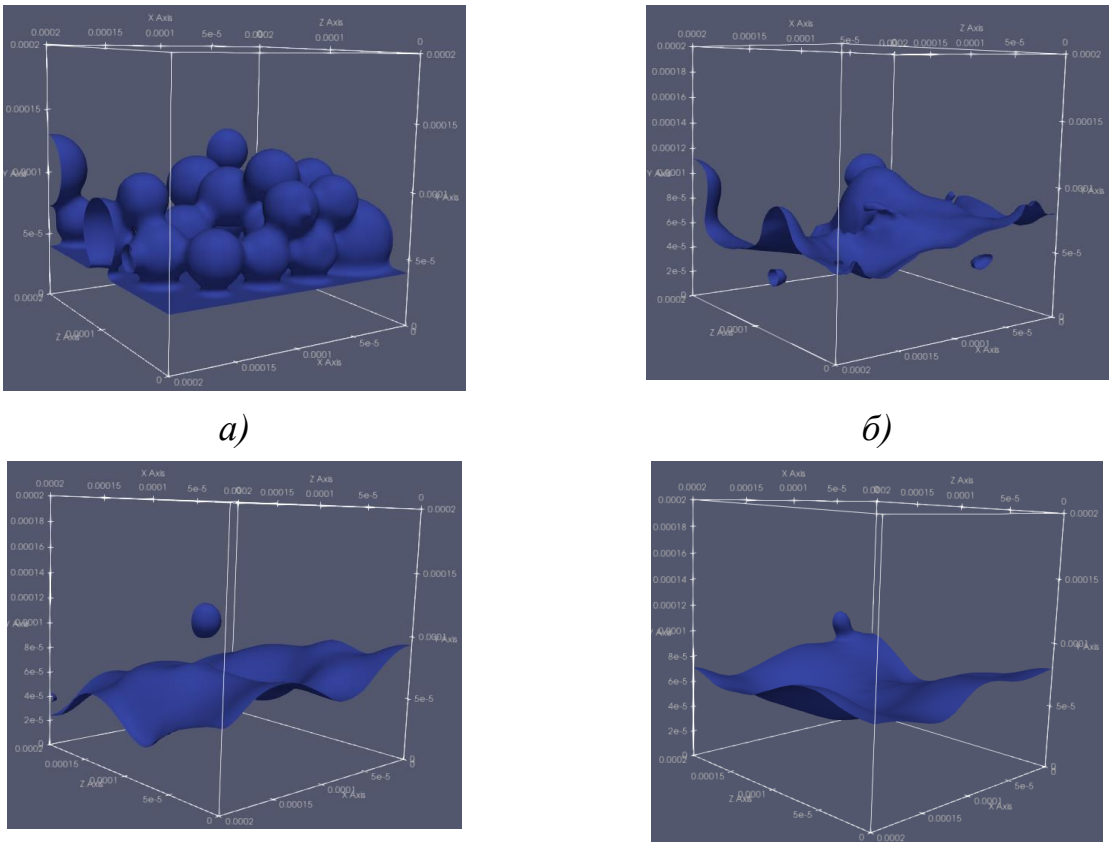
контактирующих частиц, (3) малое время сплавления, лимитированное движущимся лазерным источником.



а) *б)*

Рис. 1. Дефекты, возникающие при лазерном сплавлении порошков: а) по типу несплавления; б) по типу усадочных пор

Моделирование консолидации требует совместного решения следующих уравнений: (1) уравнения неразрывности, (2) уравнения баланса импульса для многофазной среды с учетом капиллярных и термокапиллярных эффектов, (3) уравнения теплопроводности. Основные уравнения и постановка краевой задачи представлены авторами для заинтересованного читателя в [2].



а) *б)*

в) *г)*

Рис. 2. Динамика консолидации порошка нержавеющей стали 03Х17Н10М2, полученная с применением модели [2] многофазных течений. Показаны изоповерхности, соответствующие границе раздела конденсированной и газовой фаз в моменты времени: (а) 0 мкс, (б) 20 мкс, (в) 40 мкс, (г) 60 мкс.

Отметим, что выбор представительного объема (ПО) для моделирования является крайне сложной процедурой, поскольку при выборе слишком большого ПО при анализе теряются характеристики, ответственные за капиллярные явления. По этой причине ПО должен содержать в диапазоне 20–150, не более 200 частиц.

Результаты моделирования (рис. 2) консолидации порошкового слоя показывают стадийность процесса. Формирование шеек сопряжения происходит практически мгновенно, но начало процесса консолидации весьма замедленно. Консолидация достигает продвинутой стадии только после 15 – 20 мкс, при этом сплошность сплавленного слоя все еще отсутствует. Далее требуется достаточное время для релаксации поверхности сплавления, которое превышает 100 мкс. При том, что отмеченные времена не столь физически длительны, их следует учитывать при подборе технологических параметров сплавления. Действительно, высокая скорость движения лазерного источника с высокой вероятностью приводит к образованию дефектов несплавления и поровым дефектам.

Для приведенного (рис. 2) нестационарного распределения разработан метод количественного анализа. С этой целью строились графики осредненной по горизонтальным плоскостям пористости, которые далее анализировались во времени (рис. 3). Построенные графики осредненной пористости позволяют проанализировать не только ранние и средние, но и поздние стадии консолидации.

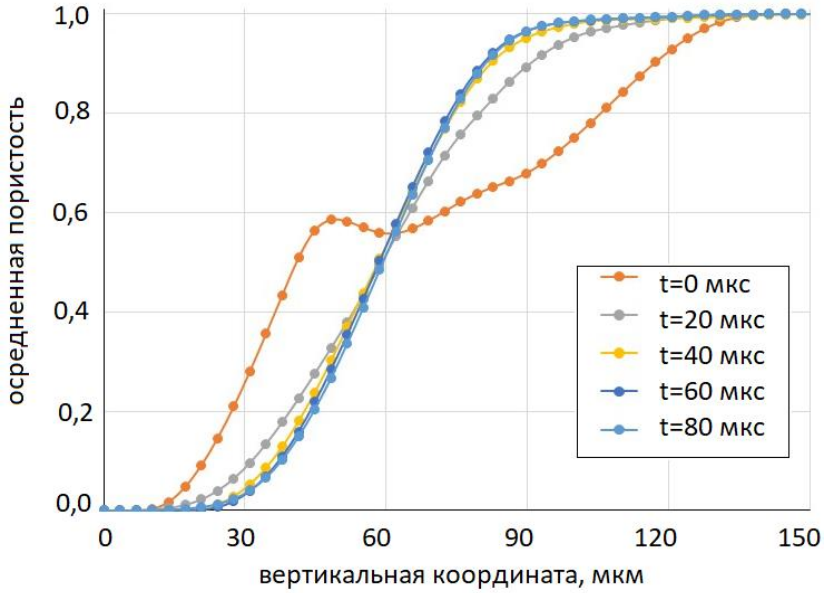


Рис. 2. Динамика изменения осредненной по горизонтальным сечениям пористости

На основании результатов анализа осредненной пористости, рассчитанного характеристического времени консолидации и теплофизических свойств материала порошка производится определение параметров кинетической модели консолидации. Кинетическая модель зависит от механизма консолидации. Для

одноступенчатого механизма кинетическая модель сводится к уравнению для локальной пористости ε:

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = -\varepsilon A exp\left(-\frac{E_A}{RT}\right) \times \left[1 + \beta_p \left(\frac{p_F - p_K}{p_A}\right)\right], \quad (1)$$

где ε – локальная пористость (безразмерная); t – время (с); A – предэкспоненциальный множитель (1/с); E_A – энергия активации (Дж/моль); R – газовая постоянная (Дж/(моль·К)); p_F – давление в факеле лазерного луча (Па); p_F – давление в зоне оплавления (факеле лазерного луча) (Па); p_K – давление в рабочей камере СЛП машины (Па); p_A – атмосферное давление (Па); β_p – коэффициент корреляции между импульсом воздействия газовой среды и поглощаемым импульсом порошкового слоя.

Далее с использованием параметров кинетической модели проводится расчет прогнозируемой осредненной пористости порошкового слоя и определяется характеристическое время консолидации $\tau_{конс.}$, когда осредненная пористость уменьшается до значения 10% от начальной пористости. Результаты расчета кинетики консолидации применимы для прогнозирования поровых дефектов в сплавленном порошковом слое. Если время $\Delta\tau_{перегр.}$ перегрева локального объема порошкового слоя выше температуры плавления меньше характеристического времени $\tau_{конс.}$ консолидации, то возникают дефекты сплавления в поверхностном слое. Для достижения удовлетворительного качества сплавленного слоя требуется, чтобы время $\Delta\tau_{перегр.}$ перегрева выше температуры плавления было не менее 150% от характеристического времени $\tau_{конс.}$. Данный критерий обобщен в виде следующей эмпирической модели:

$$\text{качество сплавления} = \begin{cases} \text{низкое}, & \Delta\tau_{перегр.} \le \tau_{конс.}; \\ \text{пограничное}, & \tau_{конс.} < \Delta\tau_{перегр.} < 2\tau_{конс.}; \\ \text{удовлетворительное}, & \Delta\tau_{перегр.} \ge 2\tau_{конс.}. \end{cases}$$

Работы выполнены при финансовой поддержка проекта ЕОТП-МТ-97 «Виртуальный 3D-принтер» Росатома.

Список литературы

1. *Шишковский И.В.* Основы аддитивных технологий высокого разрешения. СПб.: Питер, 2016. 400 с.
2. *Voroshilov E.S., Mosina R.M., Gruzd S.A., Ivantsov A.O., Khlybov O.A., Lyubimova T.P., Krivilyov M.D.* Capillary effects and consolidation kinetics during selective laser melting of 316L powder // Physics of Fluids, Vol. 36 (4) (2024) 043306.

ОСРЕДНЕННАЯ КОНВЕКЦИЯ, ВЫЗВАННАЯ ИНЕРЦИОННЫМИ МОДАМИ ВО ВРАЩАЮЩЕМСЯ ГОРИЗОНТАЛЬНОМ ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ СЛОЕ С ГРАНИЦАМИ РАЗНОЙ ТЕМПЕРАТУРЫ

А. А. Вяткин, В. Г. Козлов, С. А. Петухов
Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет,
614990, Пермь, ул. Сибирская, 24

Экспериментально изучается актуальная технологическая задача — тепловая конвекция в полости, вращающейся вокруг горизонтальной оси. Исследования проводятся в горизонтальном коаксиальном зазоре с изотермическими границами. Внутренняя граница зазора имеет более высокую температуру, поэтому центробежная сила играет стабилизирующую роль. Показано, что при уменьшении скорости вращения в слое пороговым образом развиваются двумерные азимутально-периодические конвективные валики. Развитие конвекции сопровождается существенной интенсификацией теплообмена. Показано, что возбуждение осредненной тепловой конвекции в виде системы двумерных валиков происходит на фоне колебаний неизотермической жидкости в системе отсчета полости, вызванных полем силы тяжести. Порог возникновения и структура конвективных валиков согласуются с результатами ранее выполненных авторами теоретических исследований с использованием уравнений «вибрационной» конвекции, полученных методом осреднения. В ходе экспериментов обнаружен также новый тип осредненных течений в виде пространственно-периодической системы тороидальных вихрей. Показано, что стационарное течение, возбуждаемое инерционными колебаниями жидкости, ответственно за генерацию тороидальных вихрей. Эти течения развиваются не пороговым образом и наиболее ярко проявляются при резонансном возбуждении одной из инерционных мод.

Ключевые слова: цилиндрический слой; инерционные колебания; вращение

AVERAGED CONVECTION CAUSED BY INERTIAL MODES IN A ROTATING HORIZONTAL CYLINDRICAL LAYER WITH BOUNDARIES OF DIFFERENT TEMPERATURES

A. A. Vyatkin, V. G. Kozlov, S. A. Petuhov
Perm State Humanitarian-Pedagogical University,
24 Sibirskaya St., 614990, Perm

An actual technological problem is experimentally studied - thermal convection in a cavity rotating around a horizontal axis. The studies are carried out in a horizontal annulus with isothermal boundaries. The inner boundary of the annulus has a higher temperature, so the centrifugal force plays a stabilizing role. It is shown that when the rotation speed decreases in the layer, two-dimensional azimuthally periodic convective rolls, rotating together with the cavity, develop in a threshold manner. The development of convection is accompanied by a significant intensification of heat transfer. It is shown that the excitation of averaged thermal convection in the form of a system of two-dimensional rolls occurs against the background of oscillations of a non-isothermal fluid in the cavity reference frame caused by the gravity field. The threshold for the occurrence and structure of convective rolls are consistent with the results of earlier performed theoretical studies

© Вяткин А.А., Козлов В.Г., Петухов С.А., 2025

by the authors using the equations of “vibrational” convection obtained by the averaging method. The experiments also discovered a new type of averaged flows in the form of a spatially periodic system of toroidal vortices. It is shown that steady streaming, excited by inertial oscillations of the fluid, is responsible for the generation of toroidal vortices. These flows develop in a non-threshold manner and are most clearly manifested in case of resonant excitation of one of the inertial modes.

Keywords: cylindrical layer; inertial oscillations; rotation

Тепловая конвекция во вращающихся системах является актуальной фундаментальной проблемой, имеющей важное значение для различных технологических процессов. Одним из примеров является тепловая конвекция во вращающихся звездах и планетах. Колебания жидкости может оказывать сильное воздействие на конвекцию. В случае звезд и планет колебания жидких ядер и атмосферы могут вызываться разными причинами. Это могут быть: приливные колебания, вызываемые гравитационным взаимодействием со спутниками; инерционные колебания, связанные с действием силы Кориолиса; осцилляции могут возбуждаться колебаниями тел (ядер) и неравномерным вращением полости. Известно, что высокочастотные колебания неизотермической жидкости генерируют осредненную массовую силу, способную как подавлять тепловую конвекцию, так и вызывать ее. Данный независимый механизм тепловой осредненной конвекции называется «термовибрационным» [1]. Осредненная тепловая конвекция в полостях, вращающихся вокруг горизонтальной оси, представляет собой особый класс задач, в которых проявляется термовибрационный механизм [2]. В этом случае вибрационное воздействие на полость отсутствует и роль силового поля, осциллирующего в системе отсчета полости, играет сила тяжести. Качественное изменение связано с действием силы Кориолиса, которая влияет на осцилляции неизотермической жидкости и на структуру конвективных потоков. Колебания неизотермической жидкости на фоне действия силы Кориолиса могут приводить к возбуждению новых типов конвекции, связанных с распространением инерционных волн [3] и резонансном возбуждении различных инерционных мод [4].

В работе исследуется тепловая конвекция во вращающемся цилиндрическом слое с границами различной температуры. Рабочая полость представляет собой систему коаксиально расположенных цилиндров (рис. 1): *1* - внутренний алюминиевый, *2* и *3* – прозрачные плексигласовый трубы разного диаметра. Рабочий слой заключен между алюминиевым теплообменником *1* и трубой *2*. Параметры образованного зазора: внутренний диаметр$d = 42$ мм, внешний - $D = 74$ мм, относительная толщина $\rho \equiv \frac{d}{D} = 0.57$, длина $L = 182$ мм. Разогрев внутренней границы слоя реализуется электрическим проволочным нагревателем, установленным в центре алюминиевого теплообменника по всей длине. В зазоре между трубами *2* и *3* («рубашка») прокачивается охлаждающая жидкость постоянной температуры 20 °С. Таким образом, обеспечивается охлаждение слоя через внешнюю цилиндрическую границу.

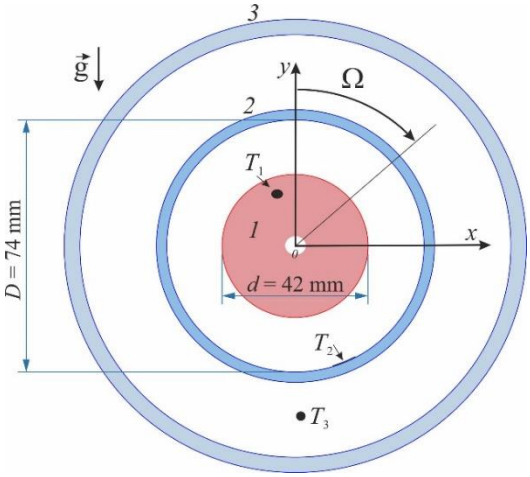
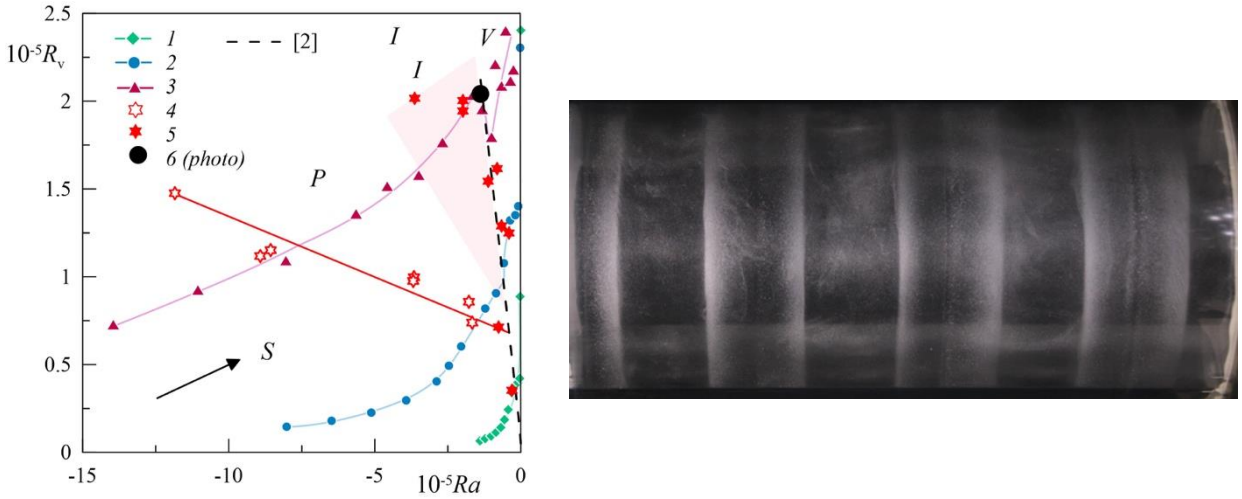


Рис. 1. Схема кюветы

Методика проведения эксперимента заключается в следующем. В начале эксперимента задается мощность на электрическом нагревателе. В «рубашку» с помощью струйного термостата подается охлаждающая жидкость. Рабочая полость приводится во вращение с относительно высокой угловой скоростью Ω. Вследствие стабилизирующего действия центробежной силы инерции в слое жидкости устанавливается равновесное распределение температуры с максимумом на внутренней границе. Далее, скорость вращения пошагово понижается. На каждом шаге выжидается время выхода на стационарный режим. На протяжении всего эксперимента мощность электрического нагревателя и температура охлаждающей жидкости остаются постоянными.

Рассмотрим результаты серии экспериментов с водой на плоскости безразмерных параметров (рис. 2*a*), описывающих термовибрационную конвекцию [2]: центробежное число Релея $Ra = \frac{\Omega^2 R\beta\Theta h^3}{\nu\chi}$ и вибрационный параметр $R_v = \frac{(g\beta\Theta h)^2}{2\nu\chi\Omega^2}$, где R – средний радиус слоя, Θ – разность температур границ слоя, h – характерный размер полости, ν и χ – коэффициенты кинематической вязкости и температуропроводности. В рамках одного эксперимента пошагово уменьшается скорость вращения, что приводит к увеличению параметра R_v и одновременному увеличению Ra Точки 1-3 отмечают шаги в экспериментах с разным начальным перепадом температур на границах слоя. При большой скорости вращения тепловая конвекция в слое отсутствует, что является результатом стабилизирующего действия центробежной силы инерции (область *S*). С понижением скорости вращения пороговым образом возбуждаются параметрические колебания жидкости, на фоне которых возникают продольные валы. Интенсивность валов колеблется с удвоенным периодом вращения. Точки *4* отмечают порог возбуждения параметрической конвекции. С понижением скорости вращения интенсивность конвективных валов растет (область *P*).



а) *б)*

Рис. 2. Результаты экспериментов на плоскости безразмерных управляющих параметров (а), фотография конвективных структур (б)

С дальнейшим понижением скорости вращения продольные валы сменяются (область *I*) пространственно-периодической системой тороидальных вихрей (рис. 2*б*). Для визуального наблюдения конвективных течений в жидкость добавляется алюминиевая пудра. На фотографии (рис. 2*б*) наблюдается распределение тяжелой фракции пудры на внешней стенке полости в виде колец. Трехмерные вихри развиваются не пороговым образом. Можно предположить, что новый режим конвекции связан с резонансным возбуждением одной из инерционных мод.

На фотографии конвективных структур (рис. 2*б*) помимо колец наблюдаются азимутально-периодические валы большой длины волны. Параметры эксперимента (точка *6*) при этом соответствуют порогу возбуждения вибрационной тепловой конвекции (точки *5*). Пунктирная линия отмечает теоретическую пороговую кривую, полученную в [2]. Отметим, что порог возбуждения термовибрационной конвекции, полученный в эксперименте (точки *5*), удовлетворительно согласуется с теоретическим порогом линейной устойчивости, несмотря на наличие интенсивной конвекции в допороговой области. Исключение составляют точки, полученные при больших R_v. Расхождение экспериментальных и теоретических результатов в этом случае связано с возникновением нового механизма конвекции, возникающего на фоне инерционных колебаний жидкости и резонансном возбуждении одной из инерционных мод.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства Просвещения РФ в рамках Государственного задания (Рег. номер 1023032300071-6-2.3.1).

Список литературы

1. *Gershuni, G.Z., Lyubimov, D.V.*: Thermal vibrational convection. N.Y.: Wiley, 1998. 342 p.
2. *Vjatkin A. A., Siraev R. R., Kozlov V. G.* Theoretical and Experimental Study of Thermal Convection in Rotating Horizontal Annulus. // Microgravity Sci. Technol. 2020. Vol. 32, P. 1133–1145.
3. *Kozlov V. G., Ivanova A. A., Vjatkin A. A., Sabirov R. R.* Vibrational convection of heat-generating fluid in a rotating horizontal cylinder. The relative length of the cavity role // Acta Astronautica. 2015. Vol. 112. P. 48–55.
4. *Borcia I. D., Harlander U.* Inertial waves in a rotating annulus with inclined inner cylinder: comparing the spectrum of wave attractor frequency bands and the eigenspectrum in the limit of zero inclination //Theoretical and Computational Fluid Dynamics. 2013. Vol. 27. P. 397-413.

ИССЛЕДОВАНИЕ ПОВЕДЕНИЯ ВОЗДУШНОГО ПУЗЫРЬКА ВБЛИЗИ ТВЕРДОЙ ПОВЕРХНОСТИ ПОД ДЕЙСТВИЕМ УЛЬТРАЗВУКА

В. А. Галишевский[a], М. О. Кучинский[a,b], К. А. Рыбкин[a,b], Т. П. Любимова[a,b], А. Д. Садовникова[a,b]
[a]Пермский государственный национальный исследовательский университет, 614990, Пермь, ул. Букирева, 15
[b]Институт механики сплошных сред УрО РАН, 614013, Пермь, ул. Академика Королева, 1

В данной работе изучены эффекты, возникающие при воздействии ультразвука на систему, включающую поверхности различной степени смачиваемости, жидкость и воздушные пузырьки. Эксперименты проводились с использованием пластин из кварца, акрила и тефлона. Было обнаружено, что под воздействием ультразвука воздушный пузырёк размером 1-2 мм не прикрепляется к поверхности кварцевой пластины, а осциллирует в вертикальном направлении вблизи ее поверхности. Для акриловых и тефлоновых пластин были получены данные, показывающие зависимость контактного диаметра, угла смачивания и высоты пузырька от продолжительности ультразвукового воздействия.

Ключевые слова: ультразвук, контактный угол, метод плененного пузырька

INVESTIGATION OF THE BEHAVIOUR OF AN AIR BUBBLE NEAR A SOLID SURFACE UNDER THE INFLUENCE OF ULTRASOUND

V. A. Galishevskiy[a], M. O. Kuchinskiy[a,b], K. A. Rybkin[a,b], T. P. Lyubimova[a,b], A. D. Sadovnikova[a,b]
[a]Perm State University, 15 Bukireva St., 614990, Perm
[b]Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS, 1 Academician Korolev St., 614013, Perm

In this work, the effects that occur when ultrasound is applied to a system that includes surfaces of varying degrees of wettability, liquid and air bubbles are studied. The experiments were carried out using quartz, acrylic and Teflon plates. It was found that under the influence of ultrasound, an air bubble of 1-2 mm in size does not attach to the surface of the quartz plate, but oscillates in a vertical direction near its surface. For acrylic and Teflon plates, data were obtained showing the dependence of the contact diameter, wetting angle and bubble height on the duration of ultrasonic exposure.

Keywords: ultrasound, contact angle, captive bubble method

Введение

Актуальность множества исследований, посвящённых взаимодействию пузырьков между собой и с твёрдыми поверхностями, обусловлена широким использованием акустических (в том числе ультразвуковых) полей в технологических процессах. Например, при изучении процесса флотации и

© Галишевский В.А., Кучинский М.О., Рыбкин К.А., Любимова Т.П., Садовникова А.Д., 2025

факторов, влияющих на прикрепление воздушных пузырьков к твёрдым частицам, важной характеристикой поверхности является её смачиваемость.

Смачиваемость в науке и технологиях считается значимым свойством поверхности материала [1]. В различных промышленных процессах необходимо управлять смачиваемостью поверхности, поэтому существует множество методов изменения её численного параметра – контактного угла.

Если пузырёк, находящийся под воздействием ультразвука (УЗ), приближается к твёрдой поверхности, он может закрепиться на ней. В этом случае контактный угол будет зависеть как от физических характеристик пузырька, так и от шероховатости и структуры поверхности [2]. Контактный угол может также изменяться под влиянием внешних сил: например, в [3] описываются явления гистерезиса при вибрации подложки на ультразвуковой частоте. В рассматриваемых системах ультразвуковое воздействие необратимо уменьшает контактный угол и при фиксированной частоте это уменьшение зависит от амплитуды ультразвука [4, 5].

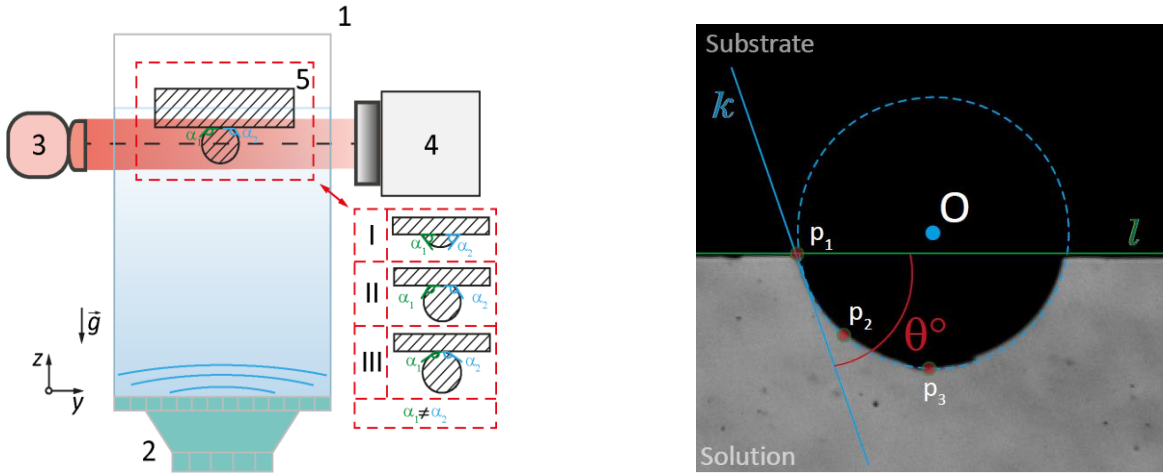
Целью данного исследования является изучение динамики одиночного воздушного пузырька в дистиллированной воде рядом с твёрдыми поверхностями разной степени смачиваемости, а также эффекты, возникающие при закреплении и удержании пузырька на поверхности под воздействием ультразвука.

Описание экспериментальной установки и методики обработки результатов измерений

В экспериментах использовалась оргстеклянная кювета, имеющая форму параллелепипеда, с размерами 103×103×195 мм^3 (рис. 1*а*). В центральной части кюветы строго горизонтально закреплялись исследуемые пластины (5) из материалов с различной степенью гидрофильности (кварцевое стекло, акрил, тефлон). В нижней части кюветы располагался 28 кГц источник УЗ (2). Эксперименты проводились в дистиллированной воде при нормальных условиях. Пузырек диаметром $d \sim 1$ мм создавался при помощи калиброванного стеклянного капилляра и шприцевого насоса.

Для регистрации изменения краевого угла смачивания поверхности использовались SSD камера Basler acA1920-155um (4) и коллимированный источник контрового света Telecentric HP illuminator (3), оснащенный телецентрическими макрообъективами. С использованием высокоскоростной камеры Basler A504kc была проведена серия коротких экспериментов для изучения характеристик колебаний пузырька и для их сравнения с теоретическими данными. Полученные в экспериментах фотографии обрабатывались с помощью программы на Python, разработанного на основе тангенциального метода измерения краевого угла (рис. 1*б*). На первом этапе производилась бинаризация изображения, чтобы на изображении остался только контур пузырька на поверхности пластины, затем черному цвету присваивалось значение 0, белому - 1. Далее на картинке определялась линия пластинки (l) и максимальное отклонение от нее, соответствующее верхней точке пузырька (p_3),

после чего производился поиск крайней (p_1) и промежуточной (p_2) точек на границе пузырька. Далее по трем точкам записывались уравнения окружности, касательной в крайней точке пузырька. Затем из уравнения прямой, идущей вдоль пластины, и уравнения касательной (k) вычислялся краевой угол θ, °.



а) *б)*

Рис. 1. а) Схема экспериментальной установки; б) Изображение в процессе программной обработки.

Результаты и обсуждение экспериментов

Установлено, что на гидрофильной кварцевой пластине пузырёк не закрепляется на твёрдой поверхности, оставаясь разделённым с ней тонким слоем жидкости.

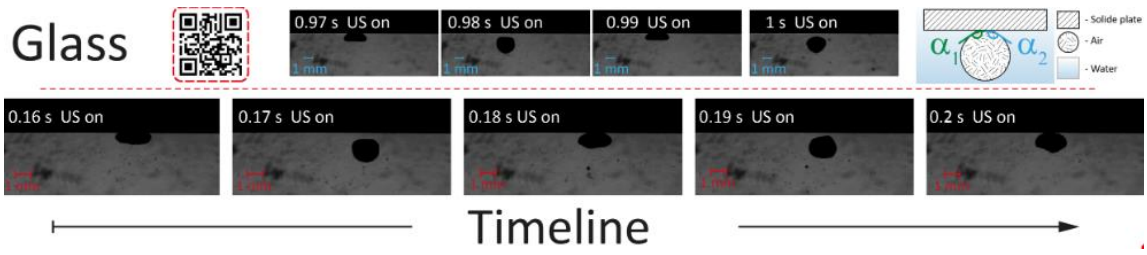


Рис. 2. Колебания пузырька вблизи поверхности кварца под воздействием ультразвука с дальнейшим отрывом от пластины и деформацией поверхности пузырька в направлении распространения волны

Ультразвуковое воздействие в таком случае приводит к возникновению неоднородного поля давления, которое заставляет пузырек перемещаться вдоль пластины в область низкого давления. После этого пузырек начинает осциллировать в вертикальном направлении, приближаясь и удаляясь от твердой пластины, это движение сопровождается колебаниями поверхности пузырька (рис. 2).

Эксперименты на более гидрофобных поверхностях акрила и тефлона показали, что ультразвук изменяет мгновенные характеристики пузырька.

Высокоскоростная камера зафиксировала изменения контактного диаметра, высоты и динамического угла контакта с течением времени. Обнаружено, что на коротких временных интервалах (около 10^{-2} с) эти параметры колеблются вокруг средних значений с частотой, близкой к частоте второй моды собственных колебаний сферического пузырька (рис. 3).

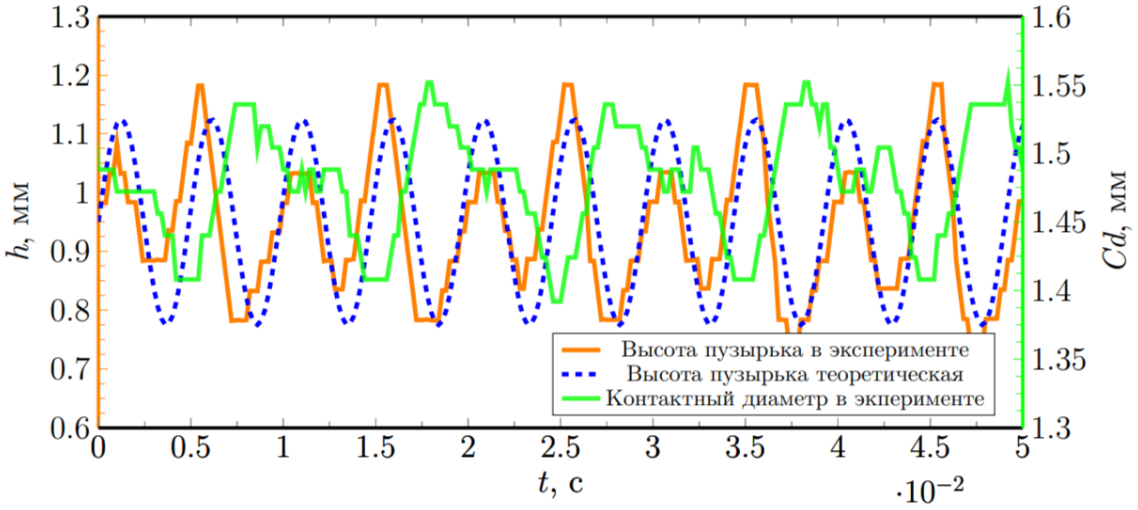


Рис. 3. Временная динамика изменения контактного диаметра и высоты пузырька на поверхности тефлона при ультразвуковом воздействии; сравнение экспериментальных данных колебаний высоты пузырька с формулой для частоты собственных колебаний формы (2 мода) невязкого, сжимаемого пузырька в жидкости

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 24-11-00269).

Список литературы

1. *Wang T. et al.* Droplet wetting propagation on a hybrid-wettability surface // Langmuir. – 2021. – Т. 37. – №. 39. – С. 11646-11656.
2. *Brutin D. et al.* Sessile drop in microgravity: creation, contact angle and interface //Microgravity Science and Technology. – 2009. – Т. 21. – С. 67-76.
3. *Sarasua J. A. et al*. Energetic study of ultrasonic wettability enhancement // Ultrasonics Sonochemistry. – 2021. – Т. 79. – С. 105768.
4. *Liu Y.* et al. Experimental and molecular dynamics study into the surfactant effect upon coal wettability //RSC advances. – 2021. – Т. 11. – №. 40. – С. 24543-24555.
5. *Day J. K.* A study of bubble wetting on surfaces: дис. – Massachusetts Institute of Technology, 2010.

ВОССТАНОВЛЕНИЕ УПРУГИХ СВОЙСТВ НЕГОМОГЕННОГО МАТЕРИАЛА МЕТОДОМ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ НА ОСНОВЕ ДАННЫХ КОМПЬЮТЕРНОЙ ТОМОГРАФИИ

О. В. Герасимов, Д. Э. Хамзин, Д. В. Бережной, О. А. Саченков
Казанский (Приволжский) федеральный университет,
420008, Казань, ул. Кремлёвская, 18

Моделирование негомогенных материалов выступает актуальным направлением при исследовании композиционных материалов. Широкое распространение получило совместное применение численного моделирования и данных с изображений. Одним из подходов выступает гомогенизация расчётной области. В работе представлен метод восстановления упругих характеристик негомогенного материала на основе метода конечных элементов. Подход позволяет проводить расчёт образцов сложной структуры с учётом данных их компьютерной томографии. Применение метода для определения упругих характеристик пористого материала позволило получить достоверные результаты.

Ключевые слова: негомогенные среды, численное моделирование, цифровой двойник

CT-BASED RESTORATION OF ELASTIC PROPERTIES OF INHOMOGENEOUS MATERIAL USING THE FINITE ELEMENT METHOD

O. V. Gerasimov, D. E. Khamzin, D. V. Berezhnoi, O. A. Sachenkov
Kazan (Volga Region) Federal University,
18 Kremlevskaya St., 420008, Kazan

Modeling of inhomogeneous materials is a relevant area in the study of composite materials. The combined use of numerical modeling and image data has become widespread. One of the approaches is the homogenization. The work presents a method for restoring the elastic characteristics of an inhomogeneous material based on the finite element method. The approach allows for the calculation of samples of complex structure taking into account their CT data. The use of the method to determine the elastic characteristics of a porous material made it possible to obtain reliable results.

Keywords: inhomogeneous media, numerical modeling, digital twin

Актуальным направлением при проведении численного моделирования образцов из негомогенных материалов выступает применение методов неразрушающего контроля, позволяющих выполнять построение цифрового двойника, определяющего пространственное распределение неоднородных механических свойств среды [103-103]. Восстановление цифровых двойников может быть реализовано путём проведения компьютерной томографии. В этом случае данные, полученные с изображения, интерпретируются в качестве показателей механических свойств, соответствующих кусочно-однородному материалу. Моделирование структуры подобных материалов может быть выполнено на основе применения метода конечных элементов. Существующие

© Герасимов О.В., Хамзин Д.Э., Бережной Д.В., Саченков О.А., 2025

подходы позволяют восстанавливать трёхмерные сетки, каждый элемент которых соответствует отдельному микрообъёму сканирования. Недостатком таких подходов выступает необходимость проведения множества вычислений, что накладывает ограничения на размерность получаемой системы.

К другим подходам относится гомогенизация выделенной области, направленная на усреднение механических характеристик согласно данным с изображений. В работе [103] рассматривается гомогенизация, основанная на применении метода конечных элементов. В рамках подхода построение отдельного элемента выполняется с учётом кусочно-однородных свойств среды. Метод представляет собой развитие подхода, основанного на восстановлении тензора упругости V-периодического материала, определяемого соотношением [103]:

$$C_{ijkl}^{H} = \frac{1}{|V|}\int_{V} \Delta\varepsilon_{pq}^{(ij)} C_{pqrs} \Delta\varepsilon_{rs}^{(kl)} dV \quad (1)$$

где V — представительный объём дискретизируемой ячейки, $[C]$ -- локально изменяющийся тензор упругости, $[\Delta\varepsilon^{(ij)}]$ -- тензор отклонения деформаций для (ij)-го нагружения (при $i = j = 0$ нагружение соответствует приложению единичных деформаций вдоль оси $\overrightarrow{x_0}$), определяемый соотношением:

$$[\Delta\varepsilon^{(ij)}] = [\varepsilon^{0(ij)}] - [\varepsilon^{(ij)}], \quad (2)$$

где $[\varepsilon^{0(ij)}]$ -- постоянные по объёму единичные деформации, $[\varepsilon^{(ij)}]$ -- локально изменяющиеся деформации, которые могут быть вычислены методом конечных элементов. В работе [103] выражение (1) было переформулировано как:

$$[D^{H}] = \frac{1}{|V|}\sum_{k=1}^{N^e} [\Delta\chi_k]^T [K_k][\Delta\chi_k], \quad (3)$$

где N^e -- количество конечных элементов, разбивающих ячейку объёма V, V_k -- объём k-го конечного элемента, $[K_k]$ -- локальная матрица жёсткости, $[\Delta\chi_k]$ -- матрица, образованная вектор-столбцами отклонения перемещений:

$$\Delta\chi_k^{(ij)}\} = \{\chi^{0(ij)}\} - \{\chi_k^{(ij)}\}. \quad (4)$$

Здесь вектор перемещений $\{\chi^{0(ij)}\}$ соответствует тензору единичных деформаций $[\varepsilon^{0(ij)}]$, $\{\chi_k^{(ij)}\}$ -- локально изменяющемуся тензору деформаций $[\varepsilon_k^{(ij)}]$.

В настоящем исследовании было предложено применить определяющее соотношение (3) к расчёту образцов из негомогенных материалов совместно с методом построения численной модели по данным компьютерной томографии [103]. В результате интегрирование матрицы жёсткости каждого конечного элемента выполнялось с учётом неоднородности материала, определяемой согласно данным цифрового прототипа, а в качестве локально изменяющегося вектора перемещений $\{\chi_k^{(ij)}\}$ выбиралось отклонение от $\{\chi^{0(ij)}\}$, полученное нагружением отдельного конечного элемента единичными деформациями:

$$\{\chi_k^{(ij)}\} = \{\chi_k^{CT(ij)}\} - \{\chi^{0(ij)}\}, \quad (5)$$

где $\{\chi_k^{CT(ij)}\}$ соответствует решению на основе учёта неоднородности материала.

Применение такого подхода на практике позволяет проводить гомогенизацию произвольно пористых материалов. Восстановление неоднородных свойств многофазных сред может быть реализовано на основе изолированного исследования каждой фазы: последующее суммирование полученных компонент локальной матрицы жёсткости может быть проведено в силу сплошности материала и непрерывности функций форм конечного элемента. В этом случае в качестве вектора $\{\chi^{0(ij)}\}$ принимаются перемещения, соответствующие результатам нагружения однородного конечного элемента, полностью определяемого расчётной фазой среды, а $\{\chi_k^{CT(ij)}\}$ – соответствующие пористому материалу, в котором фаза, соответствующая веществу пор, обладает пренебрежительно малыми показателями упругости.

В моделировании использовался гексагональный восьмиузловой изопараметрический конечный элемент с линейной аппроксимацией [103]. Интегрирование локальной матрицы жёсткости определялось формулой:

$$[K^e] = \int_{V^e} [B]^T[D][B]|J|\omega dV^e, \tag{6}$$

где $[B]$ − матрица дифференцирования, $[D]$ − матрица упругости расчётной фазы среды, $|J|$ − якобиан преобразования координат, а ω − весовая функция, значения которой соответствуют показателям проницаемости среды, определяющим негомогенные свойства материала.

В рамках исследования были проведены вычислительные эксперименты на основе моделирования двухфазных пористых материалов. Верификация метода выполнялась на основе моделирования образцов равномерной пористости. В этом случае предполагалось построение тестовых изображений.

В первую очередь численно было подтверждено выполнение следствия формулы (3) по отношению к расчёту сплошного однородного материала, что позволило получить матрицу упругости, соответствующую исходным механическим свойствам расчётной среды:

$$[D^H] = [D] \tag{7}$$

где $[D]$ определяет матрицу упругости образующего материала. Данный результат определяет предельный случай моделирования и соответствует физической постановке задачи в рамках моделирования однородной среды.

Предметом следующей расчётной задачи выступало моделирование прямоугольного выреза в расчётной области с геометрией в виде куба. Подобъём образованной полости составлял 3.7 % от исходного объёма конечного элемента. Результаты, полученные представленным методом, сопоставлялись с решением на основе применения формулы смеси механики композиционных материалов [103]. Погрешность значений составила порядка 12 %, что может быть объяснено неточностью формулы смеси при моделировании пористости единой полостью.

Таким образом, следующей численной моделью выступала область равномерного распределения неоднородности с заданным интервалом. На

рисунке 1 представлена проекция моделируемой области на плоскость *Ox-Oy*: количественное содержание «вырезов», обозначенных чёрными квадратами, определяло пористость образца и зависело от размера пор $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ и расстояния между ними Δh. Внешняя граница сохраняла сплошность материала для возможности приложения непрерывных граничных условий и соответствовала ширине Δs. В рамках численного моделирования принималось, что $\Delta x = \Delta y = \Delta z = \Delta h = \Delta s = \Delta$. Образованная таким образом область устанавливала равномерное распределение неоднородности, а относительный размер пор определялся внешним размером геометрии a.

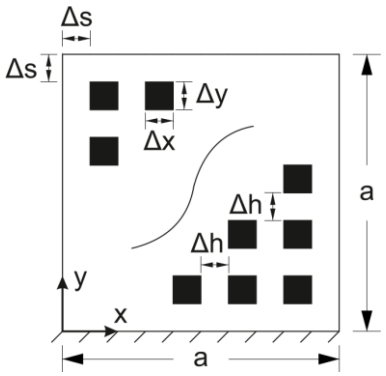


Рис. 1. Моделирование распределения пористости.

Принимая в качестве коэффициента пропорциональности величину $a/\Delta = 100$, результаты показали достоверную сходимость значений к решению, полученному согласно формуле смеси: расчётные параметры материала позволяют оценивать изменение жёсткости конструкции, обусловленное наличием равномерной пористой структуры.

Представленный подход позволяет учитывать неоднородное распределение свойств материала на основе данных с изображений моделируемой области. В рамках работы была исследована применимость метода по отношению к материалам равномерной пористой структуры. В дальнейшем моделирование может быть рассмотрено с точки зрения определения ортотропных свойств материала, предполагая выделение усреднённого направления осей ортотропии. К преимуществам метода можно отнести возможность восстановления упругих характеристик материала на основе матрицы жёсткости сетки, исключая необходимость в проведении большого количества вычислений. Применение подхода совместно с методом конечных элементов в рамках взвешенного интегрирования матрицы жёсткости позволяет проводить гомогенизацию на основе аппроксимации представительной ячейки одним конечным элементом. Развитие представленного метода может быть направлено на увеличение точности дискретизации области с применением нескольких конечных элементов.

Исследование выполнено при финансовой поддержке, выделяемой Казанскому федеральному университету по государственному заданию в сфере научной деятельности, проект № FZSM-2023-0009.

Список литературы

1. *Andreassen E., Andreasen C. S.* How to determine composite material properties using numerical homogenization // Computational Materials Science. 2014. Vol. 83. P. 488-495.
2. *Dong G., Tang Y., Zhao Y. F.* A 149 Line Homogenization Code for Three-Dimensional Cellular Materials Written in MATLAB // ASME. J. Eng. Mater. Technol. 2019. Vol. 141(1). No. 011005.
3. *Mazur K., Krawczuk M., Dąbrowski L.* A new finite element with variable Young's modulus // Int. J. Numer. Meth. Biomed. Engng. 2023. Vol. 39. No. e3712.
4. *Hassani B., Hinton E.* A review of homogenization and topology opimization II - analytical and numerical solution of homogenization equations // Computers and Structures. 1998. Vol. 69. P. 719-738.
5. *Gerasimov O. V., Kharin N. V., Fedyanin A. O., Bolshakov P. V., Baltin M. E., Statsenko E. O., Fadeev F. O., Islamov R. R., Baltina T. V., Sachenkov O. A.* Bone Stress-Strain State Evaluation Using CT Based FEM // Front. Mech. Eng. 2021. Vol. 7. P. 688474.
6. *Fedotov A.* Prediction of effective elasticity moduli of porous composite materials // Proceedings of Higher Schools. Powder Metallurgy and Functional Coatings. 2015. No. 1. P. 32.

ДИНАМИКА И НЕСТАБИЛЬНОСТЬ ТОНКИХ КОЛЛОИДНЫХ ПЛЕНОК

Т. А. Герцен, Н. Ю. Любимова, А. А. Любимова
Пермский национальный исследовательский политехнический университет,
614990, Пермь, Комсомольский проспект, 29

В работе представлен качественный анализ эффектов, сопровождающих растекание пленки лака по водным поверхностям. Отмечен характерный рисунок волнообразного сморщивания края полимеризующейся пленки в виде «гармошки». Проведены измерения размеров и количества образующихся «морщин». Отмечено влияние температуры; так с ее повышением уменьшается сморщивание и в ряде случаев неустойчивость (при 40^0 С) не наблюдалась

Ключевые слова: коллоидные пленки, неустойчивость, периодические структуры.

DYNAMICS AND INSTABILITY OF THIN COLLOIDAL FILMS

T. A. Gertzen, N. Yu. Lyubimova, A. A. Lyubimova
Perm National Research Poytechnic University,
29 Komsomolsky Pr., 614990, Perm

The paper presents a qualitative analysis of the effects accompanying the spreading of the varnish film over water surfaces. A characteristic pattern of undulating wrinkling of the edge of the polymerizing film in the form of an "accordion" is noted. Measurements of the size and number of "wrinkles" formed were carried out. The influence of temperature was noted; thus, with its increase, wrinkling decreases and in some cases instability (at 400 C) was not observed.

Keywords: colloidal films, instability, periodic structures

Процессы, связанные с образованием пленок при растекании капель, их эволюцией, актуальны для развития многих современных направлений [1], таких как нанотехнологии, биотехнологии, электроника, медицина и медицинская диагностика.

Тонкие жидкие пленки могут быть образованы привычными для нас жидкостями, такими как вода, масло, мыльные растворы, а также полимерными растворами или расплавами.

В качестве исследуемых объектов в работе рассмотрены косметические лаки – коллоидные растворы полимеров (пленкообразователей).

Цель работы – наблюдение и анализ динамики пленок с нарушением их устойчивости при их растекании по жидким поверхностям, а также их деформации при внешних воздействиях.

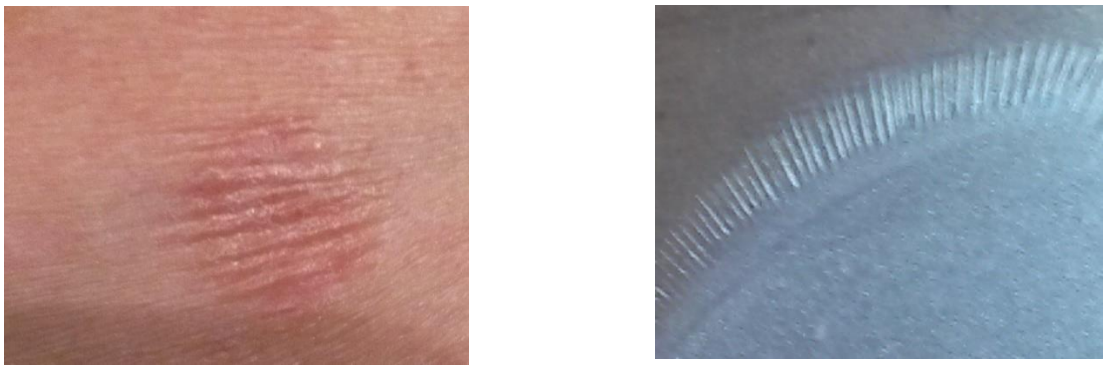
Динамика распространения жидкости по жидкой подложке обсуждалась в работе [2], а условия равновесия были сформулированы в работе [3].

В данной работе представлен качественный анализ эффектов, сопровождающих растекание пленок лаков по жидким поверхностям. В первом

© Герцен Т.А., Любимова Н.Ю., Любимова А.А., 2025

случае капля лака, помещенная на жидкую подложку, которую она смачивает, начинает растекаться, полимеризуясь и образуя пленку. Полимеризация лака – это процесс его затвердевания. Обычные лаки и краски полимеризируются под влиянием атмосферных факторов (определенной температуры и влажности, и т.д). Наблюдается переход от сравнительно маловязкой жидкости к твердому не текучему материалу.

Известно также, что на периферии пленки, растекающейся по твердой подложке, могут возникать «пальцевидная» [4] и «фестонная» [неустойчивость. Морщинистые узоры на сжатых тонких листах встречаются в природе и технологиях, от борозд на лбу до морщинистых листьев растений, от ряби на предметах, завернутых в полиэтилен, до белковой пленки на молоке [5]. Тканеобразующая неустойчивость, происходящая в эпителиях животных или листьях растений, часто возникают из механической нестабильности клеточных листов (рис.1*а*).



а) *б)*

Рис. 1. Примеры периодических деформаций пленок: а) Неустойчивость в эпителии, б) Неустойчивость пленки лака

В качестве экспериментальной установки использована чашка Петри с плоским дном заполненная жидкостью. Каплю лака помещали в центр чашки и следили за ее растеканием. Как и авторы работы [6], мы обратили внимание на очень резкое, быстрое начало растекания капли, затем в течение 5-10 секунд пленка становится неустойчивой, по ее краю образуется «бахрома» (Рис.1б), которая не сразу стабилизируется (застывает), а некоторое время колеблется. Течения в тонких пленках возникают в самых разных масштабах и играют главную роль во многих областях техники, геофизики и биофизики, в частности, в нанофлюидике и микрофлюидике, в применении жидких покрытий, в интенсивной обработке, в течениях лавы, в динамике континентальных ледников.

Свободно плавающая полимерная пленка толщиной в десятки нанометров сминается под действием капиллярной силы, создаваемой каплей воды, попавшей на ее поверхность. Структура складок характеризуется количеством и длиной складок. Зависимость количества складок от упругих свойств пленки и от капиллярной силы, создаваемой каплей, подтверждает недавние

теоретические предсказания о выборе рисунка с четко определенной шкалой длины при нестабильности образования складок.

В последние годы большое внимание уделяется проблеме периодической деформации поверхностных слоев при различных внешних воздействиях [7].. К настоящему моменту не существует полного понимания механизмов периодической деформации сопряженных сред поэтому, исследование эволюции деформационного рельефа тонких пленок является весьма актуальным. Изучение растекающихся высыхающих капель началось с публикации в 1997 году Deegan et al.[8].

Серда и Махадеван [9] становили, что пленка «сморщивается» при превышении некоторой критической деформации. Минимизация общей энергии упругости приводит к масштабированию зависимости между амплитудой и длиной волны морщин.

Их аргументы были применены к различным объектам, включая механику искусственной кожи [5] и хирургических шрамов.

При растекании раствора поверхностно-активного вещества по тонкой вязкой пленке преобладают силы Марангони, которые сдвигают жидкость пропорционально локальному поверхностному градиенту концентрации. В сочетании с капиллярными силами эти тангенциальные напряжения создают сложные профили поверхности, на фронтах которых образуются сильно разветвленные узоры [10].

Проведены измерения размеров и количества образующихся «морщин». Сравнение полученных результатов показало роль вида пленкообразователей и пластификаторов в составе лаков. Отмечено влияние температуры; так с ее повышением уменьшается сморщивание и в ряде случаев неустойчивость (при 40^0 С) не наблюдалась.

Список литературы

1. *Daehwan J., Dongjo K., Jooho M.* Influence of Fluid Physical Properties on Ink-Jet Printability // Langmuir. 2009. № 25 (5). P. 2629–2635.
2. *Цвелодуб О. Ю.* Волновые режимы на пленке обобщенной ньютоновской жидкости, стекающей по вертикальной плоскости // Известия РАН, Механика жидкости и газа. – 2007. – № 4. – С. 14-26.
3. *Саранин В. А*. Равновесие жидкостей и его устойчивость. – Ижевск.: Изд-во Удмуртского ун-та, 1995. – 172 с.
4. *Cazabat, A. M., Heslot, F., Carles, P., Troian, S. M*. Hydro-dynamic fingering instability of driven wetting films //Adv. Colloid Interface Sci. 1992. 39. C. 61–75
5. *Генцер Й., Груневолд Д.,* Мягкие материи с твердой кожей: от морщин на коже до шаблонов и характеристик материала. // Soft Matter **2**, 310–323 2006.
6. *Семаков А. Е. Постнов Е. М , Куличихин В. Г., Малкин А. Я.* Взрывное распространение концентрированной эмульсии по поверхности жидкости // Коллоидный журнал, 2017. Т. 79. № 3. С. 363–366.

7. *Vella D, Adda-Bedia M, Cerda E* (2010) Capillary wrinkling of elastic membranes // Soft Matter 6:5778-5872.
8. *Deegan R. D., Bakajin O., Dupont T. F., Huber G., Nagel S. R., Witten T. A.* Capillary flow as the cause of ring stains from dried liquid drops // Nature. 1997. № 389(6653). P. 827–829.
9. *Cerda E, Mahadevan L* (2003) Geometry and physics of wrinkling. Phys. Rev. Lett. 90: 074302.
10. *Pocivavsek L et al.* (2008) Stress and fold localization in thin elastic membranes // Science 320:912-916.
11. *Панин В. Е., Панин А. В., Сергеев В. П., Шугуров А. Р.* Эффекты скейлинга в структурно-фазовой самоорганизации на интерфейсе «тонкая пленка–подложка» // Физ. мезомех. – 2007. – Т. 10, № 3. – С. 9-21.

ТРЁХМЕРНЫЕ КОНВЕКТИВНЫЕ РЕЖИМЫ С ИСПАРЕНИЕМ: СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ТЕОРЕТИЧЕСКИХ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

О. Н. Гончарова[a,b], В. Б. Бекежанова[b]
[a]Алтайский государственный университет,
656049, Барнаул, Проспект Ленина, 61
[b]Институт вычислительного моделирования СО РАН,
660036, Красноярск, ул. Академгородок, 50/44

Конвективные течения испаряющейся жидкости и газопаровой смеси изучаются на основе частично инвариантного решения уравнений конвекции, дополненных уравнением диффузии для описания процесса переноса пара в газе. Уравнения и граничные условия обобщены для учёта взаимообратных эффектов термодиффузии. Представлены анализ структуры двухслойных трёхмерных течений в каналах и детальное сравнение с экспериментальными данными количественных характеристик течений (массовой скорости испарения, сдвиговых и термокапиллярных напряжений на поверхности раздела).

Ключевые слова: конвекция; точное решение; испарение

THREE-DIMENSIONAL CONVECTIVE REGIMES WITH EVAPORATION: COMPARATIVE ANALYSIS OF THEORETICAL AND EXPERIMENTAL RESULTS

O. N. Goncharova[a,b], V. B. Bekezhanova[b]
[a]Altai State University,
61 Lenina Pr., 656049, Barnaul
[b]Institute of Computational Modeling SB RAS,
50/44 Akademgorodok St., 660036, Krasnoyarsk

Convective flows of evaporative liquid and gas-vapor mixture are studied on the basis of a partially invariant solution of the convection equations coupled with the diffusion equation for the vapor transfer process in the gas phase. Equations take into account the reciprocal thermal diffusion effects in the gas phase and the evaporation/condensation processes on the thermocapillary interface. Analysis of structure of the two-layer three-dimensional flows in channels and detailed comparison with experimental data of the quantitative flow characteristics, such as evaporation mass flow rate, shear and thermocapillary stresses at the interface, are presented.

Keywords: convection; evaporation; exact solution

Изучаются конвективные течения в двухслойной системе жидкости и газопаровой смеси, заполняющей бесконечный канал с прямоугольным сечением и находящейся под действием поперечно направленного поля силы тяжести и продольного градиента температуры. Математическое моделирование установившихся течений испаряющейся жидкости и газопаровой смеси в

© Гончарова О.Н., Бекежанова В.Б., 2025

трёхмерном канале проводится на основе решения специального вида уравнений конвекции Обербека – Буссинеска, точного в групповом смысле: частично инвариантного решения ранга 2 дефекта 3. Уравнения конвекции дополнены уравнением диффузии для описания процесса переноса пара. Уравнения и граничные условия обобщены для учёта взаимообратных эффектов термодиффузии и диффузионной теплопроводности.

Структура точного решения допускает редукцию исходной трёхмерной задачи к цепочке двумерных постановок, поскольку компоненты скорости жидкости и газопаровой смеси зависят только от поперечных координат, а функции температуры, концентрации пара и давление являются линейными относительно продольной координаты и имеют в качестве аддитивных компонент также подобные зависимости. Вид решения корректно согласуется с положением о плоском характере термокапиллярной поверхности раздела.

Численное решение полученных двумерных краевых задач позволяет моделировать реальные конвективные течения, изучать их топологическую структуру, характеристики температурных и концентрационных полей, включая условия формирования валиковой конвекции, термических валов и их деформацию, возникновение горячих и холодных приповерхностных пленок и термоклинов. Исследование течений на основе точного решения включает характеристику поверхностных явлений и сравнение теоретических результатов с экспериментальными данными [1]. Проводится анализ экспериментальных и контрольно-измерительных методик, способов обеспечения высокой точности измерений и методов обработки результатов физических экспериментов.

Для двухслойных систем типа «этанол–воздух» и «HFE7100–воздух» исследованы зависимости массовой скорости испарения от скорости прокачки газа, исходной температуры системы, толщины жидкого слоя. Представлено детальное сравнение расчётных и экспериментальных значений массовой скорости испарения и касательных напряжений на межфазной поверхности.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (код проекта 22-11-00243).

Список литературы

1. *Lyulin Yu. V., Kabov O. A.* Thermal effect in the evaporation process from the interface of the horizontal liquid layer under a shear gas flow // Interfacial Phenomena and Heat Transfer. 2023. Vol. 12 (1). P. 55–64.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ТЕРМОГРАВИТАЦИОННОЙ КОНВЕКЦИИ НА ПРОЦЕСС ПРОТОННОГО ОБМЕНА ПРИ ИЗГОТОВЛЕНИИ ВОЛНОВОДОВ НА КРИСТАЛЛЕ НИОБАТА ЛИТИЯ

А. И. Гордеева, А. Р. Корнилицын
Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614990, Пермь, ул. Букирева, 15

Работа направлена на экспериментальное изучение микрофлюидных процессов, возникающих на поверхности кристалла ниобата лития при изготовлении планарных и канальных волноводов метод протонного обмена. Управление и интенсификация процесса осуществляется с помощью создания конвективного вихря путем наложения на систему внешнего градиента температуры. Оценка качества и скорости протонного обмена проводится методом рентгеноструктурного анализа и модовой спектроскопией.

Ключевые слова: интегрально-оптический фазовый модулятор; протонный обмен; термогравитационная конвекция; ниобат лития; планарный волновод

EXPERIMENTAL STUDY OF THERMO CONVECTION IMPACT AT THE PROTON EXCHANGE ON LITHIUM NIOBATE CRYSTAL ON PROCESS FOR WAVEGUIDES FABRICATION

A. I. Gordeeva, A. R. Kornilitsyn
Perm State University,
15 Bukireva St., 614990, Perm

The article is dedicated to the experimental study of microfluidic processes occurring on the lithium niobate crystal surface during the manufacture of planar and channel waveguides by the proton exchange method. The process is controlled and intensified through creating a convective vortex by imposing an external temperature gradient on the system. The quality and rate of proton exchange are evaluated by X-ray diffraction analysis and mode spectroscopy.

Keywords: integrated optical phase modulator; proton exchange; thermal convection; lithium niobate; planar waveguide

Компоненты интегральной и волоконной оптики широко используются при создании сенсоров и систем мониторинга температуры, давления, напряженности электрических и магнитных полей, диагностики газового состава атмосферы, а также в изготовлении интегрально-оптических фазовых модуляторов. Последние являются структурным элементом волоконно-оптических линий связи, по которым на сегодняшний день осуществляется основная передача данных. Оптические модуляторы обладают широкой полосой пропускания, характеризуются малым весом и объемом, невосприимчивы к электромагнитным наводкам, полностью взрывобезопасны. Наиболее часто при

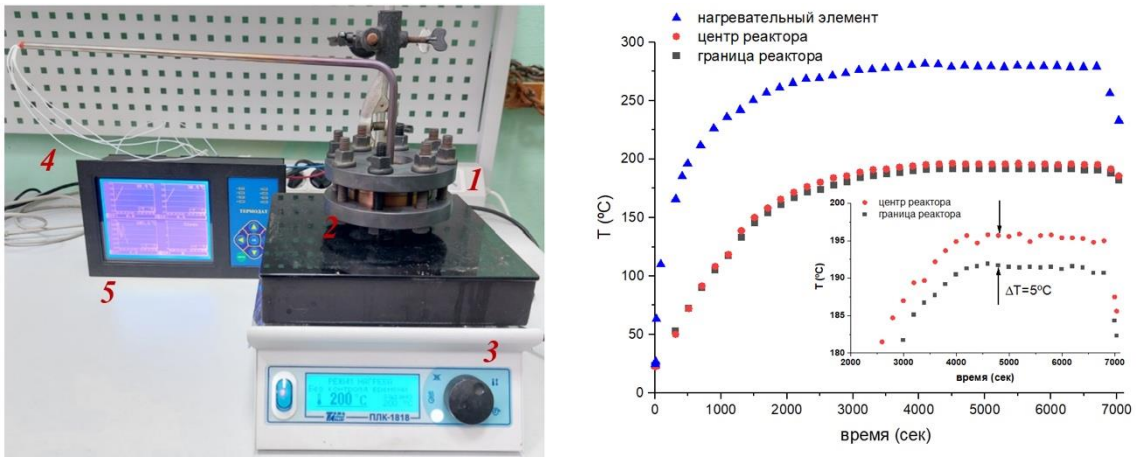
© Гордеева А.И., Корнилицын А.Р., 2025

сборке модуляторов используют канальные волноводы, изготовленные методом протонного обмена на монокристалле ниобата лития ($LiNbO_3$), который обладает уникальным сочетанием акустооптических, электрооптических, нелинейно-оптических, фотоупругих и фотоэлектрических свойств [1]. Оптические волноводы являются структурой для ограниченного распространения оптической волны при выполнении условий полного внутреннего отражения на границе двух диэлектриков. Выделяют планарные и канальные волноводы. Планарные волноводы обеспечивают двухмерное ограничение оптического излучения, канальные – трехмерное, и поэтому являются наиболее востребованными при создании высокоэффективных нелинейно-оптических устройств. Обширный набор методов создания волноводов в ниобате лития позволяет контролировать параметры получаемых волноводов. Наиболее часто используется метод протонного взаимодействия подложки с расплавом бензойной кислоты, в ходе которого происходит замещение лития протонами и, как следствие, изменение показателя преломления кристалла. Волноводы, созданные методом протонного обмена, обладают малыми потерями, высокой степенью оптической локализации и применимы для лазерного излучения с длиной волны, лежащей в полосе пропускания телекоммуникационных систем.

Обычно процесс осуществляют в реакторе при однородном нагреве с фиксированной температурой в течение нескольких часов. При этом в бензойной кислоте образуется тонкий ионный пограничный слой, который замедляет ход протонирования. Протонный обмен внутри кристалла описан классической физико-математической моделью [2, 3]. Данных об исследовании процессов тепло- и массообмена, происходящих вблизи поверхности кристалла, на сегодняшний день найти не удалось. Также не удалось обнаружить данных о попытке создать вблизи поверхности кристалла омывающий поток, который бы позволил подконтрольно проводить процесс протонирования. Предполагается, что наличие термогравитационной конвекции внутри реактора поможет создать поток, который будет препятствовать накоплению бензоата лития вблизи поверхности кристалла, а значит сможет увеличить область распространения рекомбинирующих ионов и ускорить процесс.

В работе осуществлена попытка организации омывающего течения. Термогравитационная конвекция в расплаве бензойной кислоты, контактирующей с кристаллом ниобата лития, создавалась путём неоднородного нагрева дна циркониевого реактора *1* (рис. 1*а*). Заполненный реактор диаметром 66 мм и высотой 40 мм помещался на медный нагревательный элемент *2* диаметром 20 мм и высотой 20 мм. В ходе эксперимента с помощью плитки *3* плк-1818 элемент *2* нагревался до 270–290º С. Контроль температуры и оценка интенсивности термогравитационной конвекции в кислотной среде осуществлялась с помощью термопар *4*, заведенных в исследуемый объем через верхнюю чашу реактора. Показания термопар записывались в реальном времени на ПК с использованием четырехканального регистрирующего устройства термодат 19Е6. Различное положение термопар относительно центра реактора позволяло судить о наличии и интенсивности омывающего поверхность кристалла течения. Эксперименты показали, что при неоднородном нагреве в

реакторе беспороговым образом возбуждается термогравитационный вихрь, интенсивность которого зависит от положения исследуемого объекта относительно нагревательного элемента.



а) *б)*

Рис. 1. а) фото экспериментальной установки: 1 – циркониевый реактор, 2 – нагревательный элемент, 3 – плитка плк-1818, 4 – термопары, 5 –термодат 19Е6, б) показания термопар от времени

В ходе работы была проведена серия экспериментов, в которых было изготовлено два типа образцов. Первый – эталонный, полученный при однородном нагреве по стандартной методике с использованием муфельной печи. Второй – тестовый, изготовленный при наличии термогравитационного течения различной интенсивности. Показания термопар от времени для случая производства тестовых образцов приведены на рис. 2*б*. Из графика видно, что после часа непрерывного нагрева в системе устанавливается равновесное состояние, при котором наблюдается разность температур между центром и периферией реактора в $\Delta T \sim 5^{o}$ C. Измерение температуры в реакторе при классическом проведении эксперимента в муфельной печи показало отсутствие дельты.

Для оценки качества и скорости протонного обмена в работе планируется провести исследование фазового состава протонообменных слоев методом рентгеноструктурного анализа на рентгеновском двух кристальном дифрактометре ДРОН-УМ1. Оптические характеристики волноводов будут исследованы с помощью модовой спектроскопии. Рентгеноструктурный анализ – один из дифракционных методов исследования структуры вещества, в основе которого лежит явление дифракции рентгеновских лучей на трёхмерной кристаллической решётке. Проведение исследований позволит однозначно судить о степени влияния термогравитационного течения на процесс протонирования, а при наличии положительного эффекта в дальнейшем может быть использовано для сокращения времени технологического цикла при производстве как планарных, так и канальных волноводов. Научная значимость и актуальность работы заключается в получении результатов, позволяющих расширить понимание механизмов, играющих большую роль в реакции

протонного обмена, и предложить дополнительные возможности по её контролю и интенсификации.

Работа выполнена при финансовой поддержке РНФ (грант № 24-29-20277) и Пермского края.

Список литературы

1. *Volk T., Wöhlecke M.* Lithium Niobate: Defects, Photorefraction and Ferroelectric Switching. Berlin: Springer, Series in Materials Science, 2008. 4.
2. *Vohra S. T., Mickelson A. R., Asher S. E.* Diffusion characteristics and waveguiding properties of proton-exchanged and annealed LiNbO3 channel waveguides //Journal of applied physics. 1989. Vol. 66(11). P. 5161–5174.
3. *Демин В. А., Петухов М. И., Пономарев Р. С., Топова А. В.* О роли анизотропии и нелинейных диффузионных эффектов при формировании волноводов в кристалле ниобата лития // Вестник Пермского университета. Серия: Физика. 2021. №. 1. С. 49–58.

ПЕРЕМЕШИВАНИЕ ЖИДКОСТИ В МИКРОРЕАКТОРЕ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЛАЗЕРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

А. И. Гордеева[a], Е. А. Краснякова[b], Р. С. Пономарёв[a]
[a]Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614990, Пермь, ул. Букирева, 15
[b]Институт механики сплошных сред УрО РАН,
614013, Пермь, ул. Академика Королева, 1

В работе экспериментально исследуется влияние термогравитационной конвекции на процесс смешивания жидкостей в микрореакторе проточного типа. Рассмотрена устойчиво стратифицированная по плотности двухслойная система смешивающихся реагентов. Для индуцирования перемешивания используется газовый пузырек, который формируется на торце оптического волокна, введенного в микрореактор. Пузырек создается с помощью лазерного излучения, которое, проходя через оптическое волокно, нагревает окружающую жидкость, создавая вблизи поверхности пузырька температурный градиент, приводящий к формированию термогравитационного течения. Варьирование интенсивности излучения позволяет управлять размером пузырька и, как следствие, интенсивностью конвекции. Обнаружено, что создаваемая термогравитационная конвекция способствует более быстрому и эффективному перемешиванию прокачиваемых реагентов.

Ключевые слова: микрореактор; оптоволокно; конвекция Марангони; газовый пузырёк

MIXING OF LIQUID IN A MICROREACTOR USING LIGHT OF LASER

A. I. Gordeeva[a], E. A. Krasnyakova[b], R. S. Ponomarev[a]
[a]Perm State University,
15 Bukireva St., 614990, Perm
[b]Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS,
1 Academician Korolev St., 614013, Perm

The paper experimentally investigates the effect of thermogravitational convection on the process of mixing liquids in a flow-type microreactor. A two-layer system of miscible reagents, stably stratified in density, is considered. To induce mixing, a gas bubble is used, which is formed at the end of an optical fiber inserted into a microreactor. The bubble is created using laser radiation, which, passing through an optical fiber, heats the surrounding liquid, creating a temperature gradient near the surface of the bubble, leading to the formation of a thermogravitation flow. Varying the radiation intensity allows you to control the size of the bubble and, as a result, the intensity of convection. It was found that the thermogravitational convection created contributes to faster and more efficient mixing of the pumped reagents.

Keywords: microreactor; optical fiber; Marangoni convection; gas bubble

На сегодняшний день микрореакторы непрерывного действия широко используются для моделирования процессов и изучения химических реакций на

© Гордеева А.И., Краснякова Е.А., Пономарёв Р.С., 2025

микромассштабах. Как правило, характерный размер каналов таких реакторов достаточно велик, что делает простое диффузионное перемешивание в них неэффективным. Для интенсификации процесса в реакторе необходимо создать движущую силу, которая бы ускоряла смешение реагентов вдоль канала.

В работах [1-3] показано, что в качестве такой силы может выступать концентрационно-капиллярная конвекция Марангони, формирующаяся вблизи пузырька воздуха, имплантированного в канал на некотором расстоянии от входа и частично перекрывающего его. Продемонстрированно, что наличие границы раздела приводит к формированию автоколебательного режима с относительно быстрой гомогенизацией раствора и выравниванием поля концентрации с последующим восстановлением критического градиента концентрации и запуску новой конвективной вспышки на поверхности пузырька. Показано, что с увеличением размера пузырька процесс перемешивания ускоряется, сокращая длину смешения, а сам конвективный механизм по эффективности в разы превышает диффузионный [3].

В работе [4] показано, что использование оптического излучения позволяет получить контролируемое движение жидкости, возбуждаемое действием диэлектрофоретической силы и термогравитационной конвекцией.

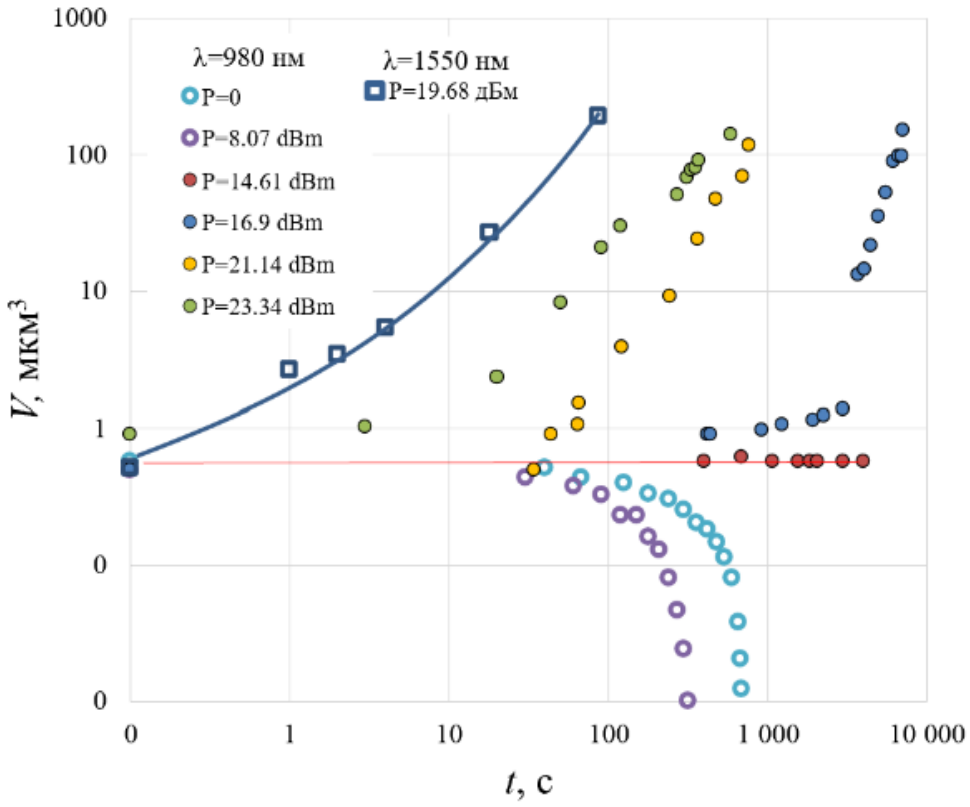


Рис. 1. Временная эволюция объема пузырька газа в зависимости от длины волны и мощности лазерного излучения

В работе [5] подробно описана методика создания микрополостей на торце оптического волокна, которые могут быть использованы в качестве единого базового элемента в волоконно-оптическом датчике интерферометра Фабри-

Перо. В роли рабочего тела чувствительной части такого датчика выступает воздушный пузырь газа, который формируется внутри каплеобразной полости, в результате погружения её в жидкие среды. Позже эксперименты показали, что увеличение мощности лазерного излучения, используемого для регистрации сигнала, приводит к нагреву газа. В результате чего пузырь увеличивается в размере и при некоторых условиях способен покинуть внутренний объем полости (рис. 1). При этом конечный объем пузыря может превышать расчетный более чем на порядок. Размер и динамика роста пузырька определяется не только мощностью и длинной волны лазерного излучения, но и параметрами исследуемой жидкости. Предполагается, что ускорение перемешивания реагентов в микрореакторе будет наблюдаться при совокупности использования всех вышеописанных механизмов.

Для проверки гипотезы в работе были проведены эксперименты в симметричном микроканале Y-типа. В работе использовался горизонтальный микроканал прямоугольного сечения 1х40 мм с тремя входными каналами, расположенными на его верхней границе, и одним выходным каналом, расположенном на его конце.

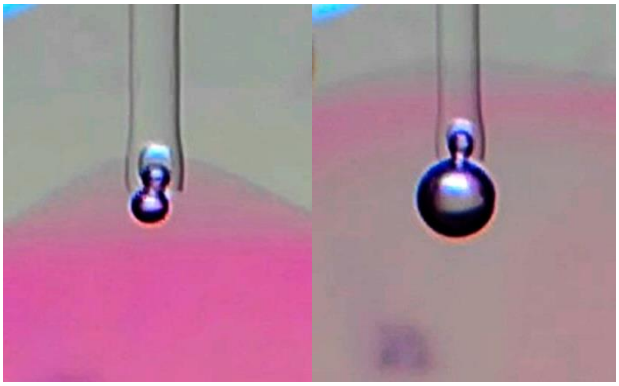


Рис. 2. Фото пузырька в микроканале

Выходной канал предназначен для слива продуктов реакции. Два входных канала предназначены для подачи реагентов: менее плотного раствора изомасляной кислоты (концентрация 0.5 моль/л) и более плотного водного раствора гидроксида натрия (концентрация 0.5 моль/л). Третий входной канал располагался в начале канала и использовался для введения оптоволокна, подключенного к источнику постоянного лазерного излучения. Введение волокна с полостью на торце позволяет создавать внутри реакционной зоны (место контакта реагентов) пузырь газа заданного размера. Эксперименты показали, что лазерное излучение, проходя через оптическое волокно, нагревает окружающую жидкость, создавая температурный градиент вблизи поверхности пузырька, что приводит к возникновению термогравитационного течения, направленного поперек канала (рис. 1*б*). В докладе обсуждается влияние термогравитационной конвекции и создаваемого ею подъемного течения на интенсивность процесса смешения прокачиваемых реагентов. Также рассматривается вопрос о существовании комбинированного эффекта,

связанного с совокупным действием термогравитационной и концентрационно-капиллярной конвекции Марангони, которая может возникать на поверхности газового пузырька вследствие наличия концентрационного градиента изомасляной кислоты и органического продукта реакции, которые являются поверхностно-активными веществами.

Работа выполнена в рамках госзадания Министерства науки и высшего образования РФ №121101300016-2.

Список литературы

1. *Bratsun D.A., Kostarev K.G., Mizev A.I, Aland S., Mokbel, M.; Schwarzenberger K., Eckert K.* Adaptive Micromixer Based on the Solutocapillary Marangoni Effect in a Continuous-Flow Microreactor // Micromachines. 2018. Vol. 9. P. 600.
2. *Denisova M.O., Zuev A.L., Kostarev K.G.* Oscillatory modes of concentration convection // Phys. Usp. 2022. Vol 65(8). P. 767-788.
3. *Мошева Е.А., Шмыров А.В., Мизев А.И.* Экспериментальное исследование влияния концентрационно-капиллярной конвекции марангони на процесс смешения двух жидкостей в Т-образном микрореакторе непрерывного действия // Сборник статей по материалам IX Всероссийской конференции Пермские гидродинамические научные чтения. Пермь, 2023. С. 296-300.
4. *Нурмухаметов Д.И., Шмырова А.И., Корнилицын А.Р., Пономарёв Р.С., Паньков А.С.* Интенсификация процесса формирования микролинз на торце оптических волокон при жидкостном травлении под действием гидродинамического течения, генерируемого инфракрасным излучением // Фотон-экспресс. 2023. 6 (190). С. 184-185.
5. *Morozov O.G., Agliullin T., Sakhabutdinov A., Kuznetsov A., Valeev B., Qaid M., Ponomarev R., Nurmuhametov D., Shmyrova A., Konstantinov Yu.* Fiber-optic hydraulic sensor based on an end-face Fabry–Perot interferometer with an open cavity // Photonics. 2024. Vol. 11(1). P. 22.

ПРИМЕНЕНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИ КОНСЕРВАТИВНОЙ РАЗНОСТНОЙ СХЕМЫ ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРОЦЕССА ПОЛУЧЕНИЯ МОНОКРИСТАЛЛОВ МЕТОДОМ ЧОХРАЛЬСКОГО

А. О. Гусев, О. С. Мажорова
Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН,
125047, Москва, Миусская пл., 4

В работе рассмотрена нестационарная термо-капиллярная математическая модель процесса выращивания монокристаллов методом Чохральского. Для решения задачи с подвижными границами предложена геометрически консервативная разностная схема, гарантирующая выполнение закона сохранения внутренней энергии в дискретной среде. Численно изучено влияние внешнего температурного режима на радиус растущего кристалла.

Ключевые слова: геометрическая консервативность; моделирование роста кристаллов, метод Чохральского с жидкостной герметизацией расплаве

IMPLEMENTATION OF GEOMETRIC CONSERVATION LAW IN NUMERICAL SIMULATION OF CZOCHRALSKI CRYSTAL GROWTH

A. O. Gusev, O. S. Mazhorova
Keldysh institute of applied mathematics RAS,
4 Miusskaya sq., 125047, Moscow

The thermal-capillary model of Czochralski single crystal growth is considered. To handle the moving boundary problem, the time-varying physical domain is mapped to a fixed computational space. Conservative finite volume approximation of governing equations is constructed in computational space on fixed rectangular grid. The geometric conservation law is incorporated into the numerical scheme. The effect of external thermal regime on the radius of the growing crystal is studied numerically.

Keywords: geometric conservation law; numerical simulation of crystal growth process; liquid encapsulated Czochralski crystal growth

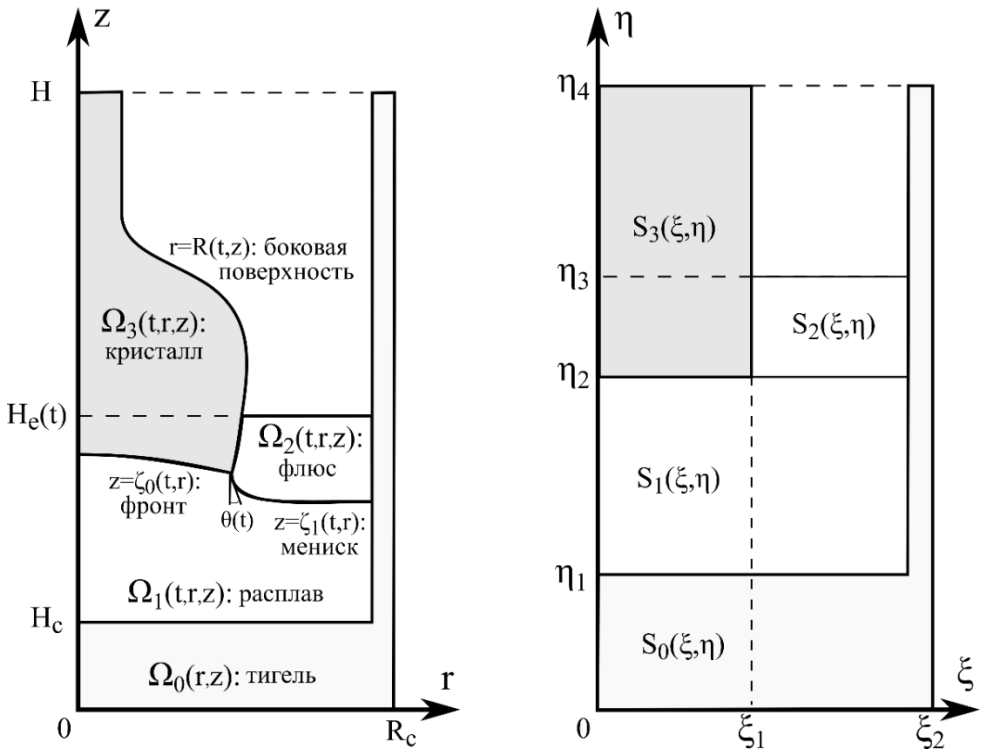
Введение

Математическое моделирование промышленных способов получения полупроводниковых монокристаллов из расплавов предполагает совместное решение уравнений тепломассопереноса и уравнений, описывающих движение межфазных границ, присутствующих в системе. В случае, когда подвижная граница выделяется явным образом, уравнения, описывающие эволюцию системы, аппроксимируются либо в физической системе координат на подвижной сетке, согласованной с формой границы, либо в специальной системе координат, в которой расчетная область имеет фиксированные границы, совпадающие с координатными линиями. Конечно-разностные аппроксимации дифференциальных уравнений, описывающих процессы переноса массы, энергии и импульса, на подвижных неортогональных сетках, как правило,

© Гусев А.О., Мажорова О.С., 2025

строятся с помощью метода контрольного объема. На подвижных сетках, наряду с законами сохранения массы, импульса и энергии, в дискретной среде необходимо обеспечить выполнение закона сохранения площади элементарного объема (geometric conservation law) – соотношения, связывающего изменение площади расчетной ячейки со скоростью движения ее границ. Нарушение геометрического закона сохранения приводит к возникновению в сеточных уравнениях схемных источников/стоков внутренней и кинетической энергии, массы и т.д. [1].

В работе рассматривается процесс выращивания монокристаллов методом Чохральского с жидкостной герметизацией расплава. Для описания процесса кристаллизации используется нестационарная термо-капиллярная математическая модель процесса, предложенная Р. Брауном и Дж. Дерби в работе [2]. Для решения задачи с подвижными границами используется геометрически консервативная разностная схема, гарантирующая выполнение закона сохранения внутренней энергии в дискретной среде [3].



а) *б)*

Рис. 1 Термо-капиллярная модель процесса кристаллизации
а) Физическая система координат; б) Расчетная система координат

Постановка задачи

Метод Чохральского является одним из вариантов метода направленной кристаллизации и состоит в следующем. Тигель, заполненный расплавом кристаллизующегося материала и покрытый слоем флюса, расположен в печи. На начальной стадии процесса затравочный кристалл малого радиуса приводится в контакт со свободной поверхностью расплава. После

контролируемого расплавления небольшого объема затравки начинается процесс роста кристалла. Образующийся монокристалл медленно вытягивается из жидкой фазы (рис. 1a). За счет изменения скорости протяжки и температуры теплового узла кристалл разращивают, увеличивая его радиус до номинального. Численное изучение тепловых полей, возникающих внутри установки, помогает оптимизировать условия выращивания и, как следствие, повысить качество материала.

Подробное описание термо-капиллярной математической модели приведено в работе [2]. Расчет ведется в области $\Omega(r,z)$ расположенной в плоскости Orz (рис. 1a). В ходе моделирования предполагается, что перенос тепла в тигле $\Omega_0(r,z)$, расплаве $\Omega_1(t,r,z)$, флюсе $\Omega_2(t,r,z)$, и кристалле $\Omega_3(t,r,z)$ осуществляется механизмом теплопроводности, при этом конвективное движение расплава не учитывается. Поле температуры $T(t,r,z)$ является осесимметричным. В задаче присутствуют три подвижные границы, положение которых определяется процессами переноса, протекающими в системе: боковая поверхность кристалла, кривая $r=R(t,z)$, фронт кристаллизации $z=\zeta_0(t,r)$ и граница между расплавом и флюсом — мениск $z=\zeta_1(t,r)$, смачивающий кристалл под углом $\theta(t)$. Изменение объема кристалла и расплава происходит в соответствии с законом сохранения массы. На межфазной границе $z=\zeta_0(t,r)$ выполнен закон сохранения внутренней энергии, записанный в виде условие Стефана, форма фронта кристаллизации определяется положением изотермы, соответствующей температуре фазового перехода, Форма мениска, поверхностное натяжение жидкости и сила тяжести связаны уравнением Лапласа для капиллярного давления [4]. Форма боковой поверхности $r=R(t,z)$, определяется из условия, связывающего изменение положения тройной точки «кристалл/расплав/флюс» с отклонением реального контактного угла $\theta(t)$ от своего равновесного значения θ_0. Боковая стенка тигля имеет однородную температуру $T_c(t)$, дно тигля — теплоизолированное. Поверхности кристалла, флюса и тигля участвуют в теплообмене излучением.

Метод решения

Основу метода решения задачи составляет модификация метода выпрямления фронта. Физическая область $\Omega(t,r,z)$ отображается в расчетную $\Omega(\tilde{t},\xi,\eta)$ так, что в новой системе координат положение фронта и мениска фиксировано и совпадает с координатной линией $\eta=\eta_1=\text{const}$, а боковой границы кристалла — с координатной линией $\xi=\xi_1=\text{const}$ (рис. 1$б$). Связь между расчетной $(\tilde{t},\xi,\eta)$ и физической (t,r,z) системами координат выражается соотношениями

$$t=\tilde{t},\ r=\chi(\tilde{t},\xi,\eta),\ z=\phi(\tilde{t},\xi,\eta). \qquad (1)$$

При наличии в физической области твердой и жидкой фаз преобразование координат (1) является невырожденным. Можно показать, что уравнение теплопроводности, записанное в расчетной системе координат, имеет вид

$$\frac{\partial(rJT)}{\partial t} - \frac{\partial(rUT)}{\partial \xi} - \frac{\partial(rVT)}{\partial \eta} = \frac{\partial}{\partial \xi}\left(L^{\xi\xi}\frac{\partial T}{\partial \xi} + L^{\xi\eta}\frac{\partial T}{\partial \eta}\right) + \frac{\partial}{\partial \eta}\left(L^{\eta\xi}\frac{\partial T}{\partial \xi} + L^{\eta\eta}\frac{\partial T}{\partial \eta}\right). \quad (2)$$

Здесь $J(t,\xi,\eta)$ — Якобиан преобразования (1), $U(t,\xi,\eta), V(t,\xi,\eta)$ — контравариантные скорости: $J = \chi_\xi \phi_\eta - \chi_\eta \phi_\xi$, $U = \chi_t \phi_\eta - \phi_t \chi_\eta, V = \chi_t \phi_\xi - \phi_t \chi_\xi$,

метрические коэффициенты $L^{\xi\xi}, L^{\eta\xi}, L^{\xi\eta}, L^{\eta\eta}$ вычисляются по формулам: $L^{\xi\xi} = \kappa r\,(\chi_\eta^2 + \phi_\eta^2)/J$, $L^{\eta\eta} = \kappa r\,(\chi_\xi^2 + \phi_\xi^2)$ / J, $L^{\xi\eta} = L^{\eta\xi} = -\kappa r\,(\chi_\xi \chi_\eta + \phi_\xi \phi_\eta)$ / J.

При этом Якобиан преобразования координат и контравариантные скорости не являются независимыми и связаны уравнением переноса Якобиана:

$$\frac{\partial(rJ)}{\partial t} = \frac{\partial(rU)}{\partial \xi} + \frac{\partial(rV)}{\partial \eta}. \quad (3)$$

Уравнение (3) выражает закон сохранения площади произвольной ячейки в физической системе координат в дифференциальной форме.

Разностная схема для преобразованных уравнений термо-капиллярной модели строится в расчетной системе координат с помощью интегро-интерполяционного метода на неподвижной прямоугольной сетке. При аппроксимации левой части уравнения теплопроводности (2), необходимо вычислять Якобиан J и контравариантные скорости U, V таким образом, чтобы они удовлетворяли дискретному аналогу закона сохранения площади (3). В противном случае в аппроксимации уравнения (2) возникает схемный источник внутренней энергии, существенным образом влияющий на динамику процесса [1].

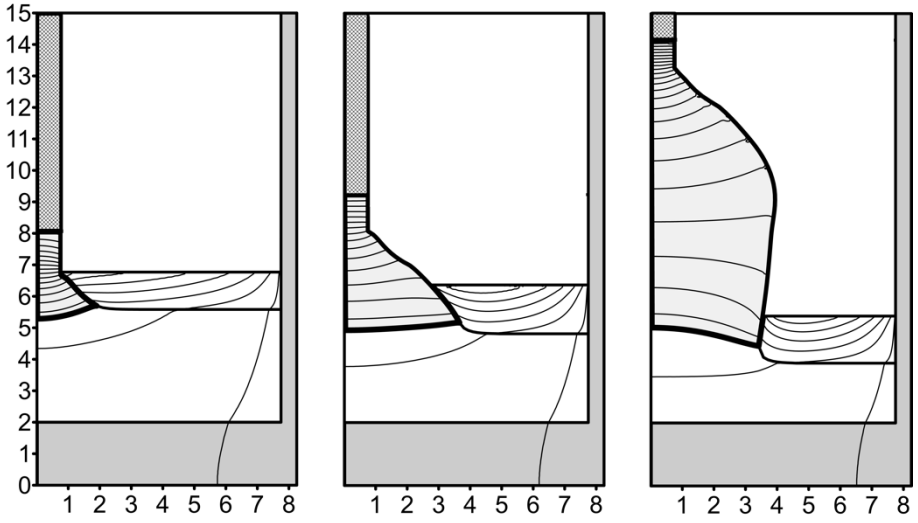
В работе [3] из закона сохранения площади восьмиугольного в физической области контрольного объема получены формулы для вычисления Якобиана и контравариантных скоростей. Для этого использовалось дискретное преобразование системы координат. Вычисленные таким образом J, U и V тождественно удовлетворяют неявной аппроксимации уравнения переноса Якобиана (3). Предложенная разностная схема наследует основные свойства исходной дифференциальной задачи, является геометрически консервативной и гарантирует выполнение закона сохранения внутренней энергии в дискретной среде.

Результаты расчетов

На основе рассмотренной в работе разностной схемы построен численный метод и разработан программный комплекс. Предложенный вычислительный алгоритм позволяет моделировать теплоперенос в ростовой камере метода Чохральского на протяжении всего процесса: в рассмотренном случае анализ начинался в момент, когда затравочный кристалл приводился в контакт с жидкой фазой и заканчивался, когда в тигле оставалось менее 20% от первоначального объема расплава. Распределение температуры в области и форма монокристалла на различных этапах выращивания приведены на рисунке 2. В начале процесса ($t < t_1$) температуру нагревателя быстро понижают, в результате чего начинается разращивание кристалла (рис. 2*а*). При $t_1 < t < t_2$ на боковой стенке

ампулы поддерживается постоянная температура, поэтому увеличение радиуса кристалла продолжается (рис. 2*б*). Для того чтобы остановить разращивание, температуру нагревателя немного повышают. Дальнейшее контролируемое понижение температуры обеспечивает рост кристалла необходимого радиуса (рис. 2*в*).

Расчеты показали, что несмотря на то, что в ходе процесса подвижная сетка в физической области существенно деформируется, разностные аналоги законов сохранения внутренней энергии и площади ячейки выполняются в дискретной среде с высокой точностью. Результаты численного моделирования отражают качественные особенности рассматриваемого процесса.



а) *б)* *в)*

Рис. 2. Поле температуры внутри ростовой камеры на различных этапах процесса: а) начальная стадия ($t = t_1$); б) окончание разращивания ($t = t_2$); в) рост кристалла ($t = t_3$)

Список литературы

1. *Demirdzic I., Peric M.* Space conservation law in finite volume calculations of fluid flow // Int. J. Numer. Methods Fluids. 1988. Vol. 8, P. 1037–1050.
2. *Derby J. J., Brown R. A.* On the dynamics of Czochralski crystal growth // Journal of crystal growth. 1987. Vol. 83. P. 137–151.
3. *Гусев А. О.*, *Мажорова О. С.* Геометрическая консервативность разностных методов решения задачи Стефана на подвижных и фиксированных сетках //Дифф. Ур. 2024. Т. 60. № 7. В печати.
4. *Гусев А.О., Мажорова О.С.* Численное моделирование процесса выращивания монокристаллов методом Чохральского в квазистационарном приближении // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша. 2023. № 59. 20 с.

ДИНАМИКА ЗАТОПЛЕННОЙ ГАЗОЖИДКОСТНОЙ СТРУИ РАЗЛИЧНОЙ ДИСПЕРСНОСТИ

В. А. Демин[a,b], А. В. Костыря[b]
[a]Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614990, Пермь, ул. Букирева, 15
[b]Пермский национальный исследовательский политехнический университет,
614990, Пермь, Комсомольский проспект, 29

Рассмотрено движение многофазного потока в выпарной емкости аппарата погружного горения при различной дисперсности газожидкостной струи. Исследование проводилось на примере контейнера с затопленной струей и свободной поверхностью, которая является модельным представлением выпарной емкости. Методом конечных объёмов проведена серия численных экспериментов для различных диаметров пузырьков газа. В результате численных экспериментов получены данные о зависимости гидродинамического поведения в выпарной емкости от морфологии затопленной струи. Обнаружено наличие неподвижной зоны на кончике газожидкостной струи при ее ударе о выпариваемую среду. Сделан вывод о немонотонности параметров выносного потока от диаметра пузырьков.

Ключевые слова: аппараты погружного горения, численное моделирование, многофазное течение, затопленная струя

DYNAMICS OF A SUBMERGED GAS-LIQUID JET OF VARIOUS DISPERSITY

V. A. Demin[a,b], A. V. Kostyrya[b]
[a]Perm State University,
15 Bukireva St., 614990, Perm
[b]Perm National Research Polytechnic University,
29 Komsomolskiy Pr., 614990, Perm

The motion of a multiphase flow in an evaporation tank of submerged combustion apparatus with different dispersion of a gas-liquid jet is considered. The study has made using a cell with a submerged jet and a free surface, which is an abstract representation of the evaporation tank. A series of numerical experiments with different diameters of gas bubbles using the finite volume method has been carried out. As the result of experiments, the data on the dependence of the hydrodynamic behavior in the evaporation tank on the morphology of the submerged jet were obtained. The presence of a motionless zone at the tip of the gas-liquid jet has detected. It is concluded that the geometric characteristics and initial flow velocities are insufficient to describe the flow structure

Keywords: submerged combustion apparatus, numerical modeling, multiphase flow, submerged jet

Аппараты погружного горения (далее – АПГ) представляют собой теплотехнические устройства для прямого нагрева и выпаривания растворов. Конструктивные схемы АПГ могут быть различны, однако, общим для всех

© Демин В.А., Костыря А.В., 2025

является наличие выпарной емкости, где происходит контакт горячих дымовых газов и нагреваемой среды. Для исследования происходящих при этом процессов методами вычислительной гидродинамики введём понятие о ячейке с затопленной струёй и свободной поверхностью (далее – ячейка). Схема ячейки представлена на рисунке 1. Ячейка абстрагирована от конкретной конструкции выпарной емкости, но в то же время воспроизводит её характерные признаки: погружённая в жидкость камера сгорания с узким соплом, из которого вырывается затопленная газовая струя, свободная поверхность, перелив, а также ввод свежей жидкости. Важным свойством ячейки является удалённость боковых стенок от границ газожидкостной струи.

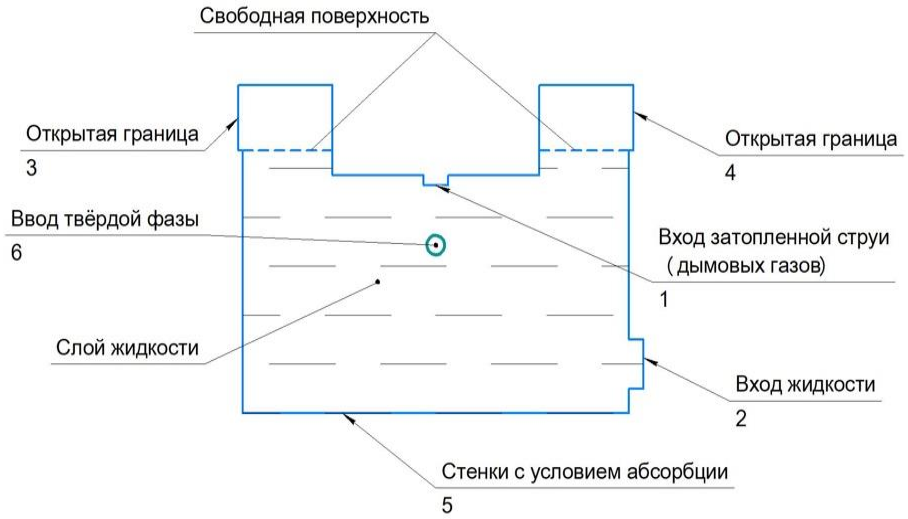


Рис. 1. Схема ячейки с затопленной струей и свободной поверхностью

В рассматриваемой многофазной системе несущей фазой является жидкость. Это обусловлено тем, что, во-первых, жидкость является сплошной средой, а во-вторых, её объёмная доля является наибольшей. В расчётной модели жидкость представлена водой. Дымовые газы диспергированы в жидкости в виде пузырьков. Для целей моделирования дымовые газы были заменены на воздух, так как теплофизические свойства дымовых газов, полученных при сжигании природного газа с коэффициентом избытка воздуха равным 1.65, близки к свойствам чистого воздуха. Твёрдая фаза представлена частицами хлорида калия диаметром 0.24 мм, что соответствует среднему диаметру флотационного продукта. Диаметр пузырьков менялся для каждого численного эксперимента, при этом начальная скорость газовой струи оставалась постоянной. Значения диаметра выбирались в диапазоне от 3 до 27 мм с шагом 3 мм. В этом диапазоне пузырьки не дробятся [1], и задача может быть рассмотрена без изменения размера пузырька.

В ранее проведённом исследовании [2] были обнаружены осцилляции скорости жидкости и массового расхода осевших частиц. Чтобы учесть данное обстоятельство, задача решалась в нестационарной постановке. Все параметры получены осреднением по времени величин, измеренных в моменты времени $\theta_1 = 60$ с и $\theta_2 = 70$ с.

Основой системы уравнений является модель «Эйлер-Эйлер» [3] с добавлением некоторых уравнений подхода «Эйлер-Лагранж» [4]. Таким образом, имеем следующие уравнения неразрывности и переноса импульса:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_i \quad \rho_i \quad) + \nabla(\alpha_i \quad \rho_i \quad \vec{v}_i \quad) = 0, \tag{1}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_i \rho_i \vec{v}_i) + \nabla(\alpha_i \rho_i \vec{v}_i \otimes \vec{v}_i) = -\alpha_i \nabla p + \nabla \overline{\boldsymbol{\tau}_i} + \alpha_i \rho_i \vec{g} + \vec{F}_{dr,ij} + \vec{F}_{VM}, \tag{2}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_i \rho_i H_i) + \nabla(\alpha_i \rho_i \vec{v}_i H_i) = \alpha_i \frac{\partial p}{\partial t} + \overline{\overline{\boldsymbol{\tau}_i}} : \nabla \vec{v}_i + \nabla(\lambda_i \nabla T_i) + Q_{ij}, \tag{3}$$

$$Q_{l\,g} \quad = -Q_{g\,l} = h_{g\,l}\big(T_g \quad - T_l\big), \quad H_i = \int c_{p,i} dT_i,$$

$$m_s \frac{d\vec{v}_s}{dt} = \vec{F}_{dr,ls} + \vec{F}_{gr}. \tag{4}$$

Силы в уравнениях (2), (4) имеют вид:

$$\vec{F}_{dr,lg} \quad = \frac{3}{4}\rho_l C_D \frac{\alpha_l \alpha_g}{d_g} \left|\vec{v}_l - \vec{v}_g \quad\right| \left(\vec{v}_l - \vec{v}_g \quad\right),$$

$$\vec{F}_{dr,ls} = \frac{\pi d_s^2}{8} \rho_l C_D |\vec{v}_l - \vec{v}_s| (\vec{v}_l - \vec{v}_s),$$

$$\vec{F}_{VM} = C_{VM} \rho_l \alpha_g \left(\frac{d\vec{u}_g}{dt} - \frac{du_l}{dt}\right), \vec{F}_{gr} = m_s \vec{g}.$$

Здесь α – объёмная доля, ρ – плотность (кг/м^3), $\vec{v}$ – скорость (м/с), t – время (с), p – давление (Па), H – удельная энтальпия (Дж/кг), λ – теплопроводность (Вт/м·К), T – температура (К), Q – количество тепла, поступившее из фазы j (Дж/м^3), c_p – теплоёмкость при постоянном давлении (Дж/кг·К), d – диаметр (м), m – масса (кг). Векторы $\vec{g}$, $\vec{F}_{dr,i,j}$, $\vec{F}_{VM}$, $\vec{F}_{gr}$ представляют ускорение свободного падения (м/с^2), удельную силу межфазного взаимодействия (Н/м^3), удельную силу присоединённой массы (Н/м^3) и силу тяжести (Н); $\boldsymbol{\tau}$ – тензор вязких напряжений. C_{VM} – безразмерный коэффициент присоединённой массы (задан 0.5). Индексы i, j указывают на произвольные фазы, индексы g, l, s отвечают газовой, жидкой и твёрдой фазам, соответственно.

На базовые уравнения (1) – (6) были наложены граничные условия:

а) вход затопленной струи

$$v_{g\,n}\big|_{\text{ЗС}} = 50 \rightleftharpoons \text{м/с}, \rightleftharpoons \ T_g \quad\big|_{\text{ЗС}} = 1573 \text{ К}, \rightleftharpoons \alpha_g \quad\big|_{\text{ЗС}} = 1, \quad \rho_g \quad\big|_{\text{ЗС}} = 0.225 \text{ кг/м}^3$$

б) открытая граница

$$p|_{\text{ОГ}} = 101325 \rightleftharpoons \text{Па}, \rightleftharpoons \ T|_{\text{ОГ}} = 298 \text{ К}, \rightleftharpoons \alpha_g\big|_{\text{ОГ}} = 1$$

(указанные условия справедливы, строго говоря, за открытой границей)

в) вход жидкости

$$v_{l\,n}|_{ж} = 0.576 \text{ м/с}; \rightleftharpoons T|_{ж} = 298 \text{ K}; \alpha_g \;\big|_{ж} = 0; \quad \rho_l|_{ж} = 997 \text{ кг/м}^3$$

г) адиабатические стенки с учетом условия прилипания

$$\vec{v}|_{ст} = 0, \rightleftharpoons q_n|_{ст} = 0.$$

Индекс *n* означает направление по нормали, обращённой внутрь расчётной области.

Массовый расход твёрдой фазы принят $4 \cdot 10^{-4}$ кг/с. Ввод осуществлялся равномерными порциями на каждом временном шаге по сфере радиусом 0.05 м. Сфера соосна с вводом затопленной струи, центр сферы находится на расстоянии 0.55 м от нижней границы ячейки. Начальная скорость частиц – 0.01 м/с, что несколько меньше скорости их осаждения. Начальные скорости жидкости и дымовых газов приняты нулевыми. Начальная температура во всей расчётной области – 298 К. В начальный момент времени уровень жидкости составляет 0.8 м, что соответствует точке перехода боковой стенки в открытую границу.

Для замыкания системы уравнений введены дополнительные соотношения. Условие нормировки для объемных долей фаз: $\alpha_l + \alpha_g = 1$; выражения для тензоров вязких напряжений и деформаций:

$$\overline{\boldsymbol{\tau}_i} = -\alpha_i \mu_i \left(\nabla \vec{v}_i + \nabla \vec{v}_i^{\,T}\right) + \alpha_i \overline{\overline{\boldsymbol{\tau}_{ik}}}, \quad \overline{\overline{\boldsymbol{\tau}_{ik}}} = 2\mu_{SGS} \overline{\overline{\boldsymbol{S}_i}}^{f} - \frac{1}{3} \overline{\overline{\boldsymbol{\tau}_{kk}}} \delta_{ik}, \overline{\boldsymbol{S}_i}^{f} =$$

$$\frac{1}{2}\left(\nabla \vec{v}_i^{\,f} + \nabla \vec{v}_i^{\,Tf}\right), \quad \mu_{SGS} = \rho C_s^2 V_e^{2/3} S, \quad S = \left(2\overline{\boldsymbol{S}_l}^{f} \overline{\boldsymbol{S}_l}^{f}\right)^{\frac{1}{2}}.$$

$\boldsymbol{\tau}_{ik}$ представляет собой осредняемую на подсеточном уровне часть вязких напряжений, μ – динамическая вязкость (Па·с). Верхний индекс *f* указывает на фильтрованные переменные. C_s – постоянная Смагоринского (принята 0.18), V_e – величина контрольного объёма (м^3).

Коэффициент сопротивления для твёрдой фазы определяется корреляцией:

$$C_D = \frac{24}{Re_s}\left(1 + 0.15 \cdot Re_s^{0.687}\right)$$

Коэффициент сопротивления для газовой фазы определяется соотношениями [5]:

$$C_D = \frac{4}{3}\frac{g d_g}{u_T^2}\frac{\Delta\rho}{\rho_l}, u_T = \frac{\mu_l}{\rho_l d_g}\boldsymbol{Mo}^{-0.149}(J - 0.857), J = \begin{cases} 0.94H^{0.757}, & 2 < H < 56.3 \\ 3.42H^{0.441}, & H > 59.3 \end{cases},$$

$$H = \frac{4}{3}\boldsymbol{Eo} \cdot \boldsymbol{Mo}^{-0.149}\left(\frac{\mu_l}{\mu_{ref}}\right)^{-0.14}.$$

Коэффициент теплоотдачи определяется согласно формуле:

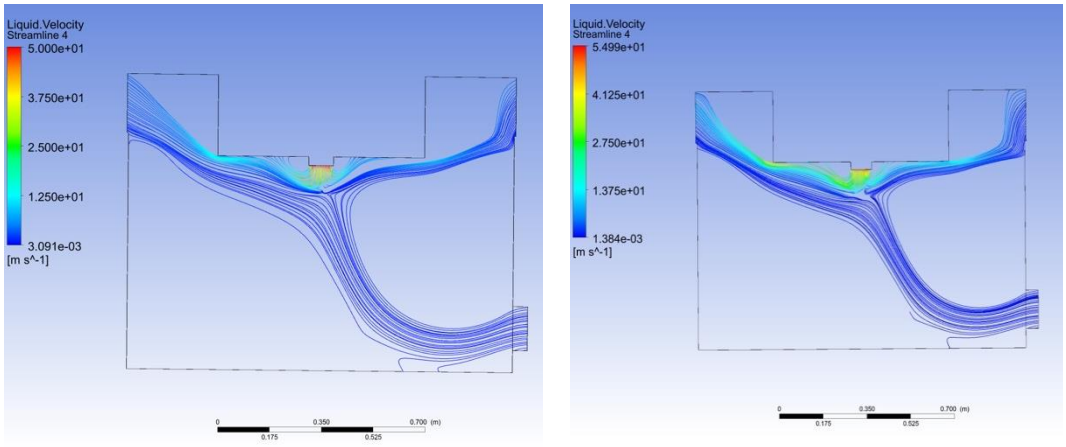
$$h_{gl} = \frac{6\lambda_l \alpha_l \alpha_g \boldsymbol{Nu}}{d_g}$$

Введены следующие обозначения для безразмерных комплексов: это два критерия Рейнольдса для пузырьков воздуха и твёрдых частичек, а также числа Рейнольдса, Прандтля, Эотвоса, Нуссельта и Мортона соответственно:

$$Re_g = \frac{\rho_l d_g |\vec{v}_g - \vec{v}_l|}{\mu_l}, Re_s = \frac{\rho_l d_s |\vec{v}_s - \vec{v}_l|}{\mu_l}, Pr = \frac{c_{p,l}\mu_l}{\lambda_l}, \boldsymbol{Eo} = \frac{g\Delta\rho d_g^2}{\sigma}, Nu = 2 + 0.6 \cdot \sqrt{Re} \cdot Pr^{\frac{1}{3}}, \boldsymbol{Mo} = \frac{\mu_l^4 g \Delta\rho}{\rho_l^2 \sigma^3}.$$

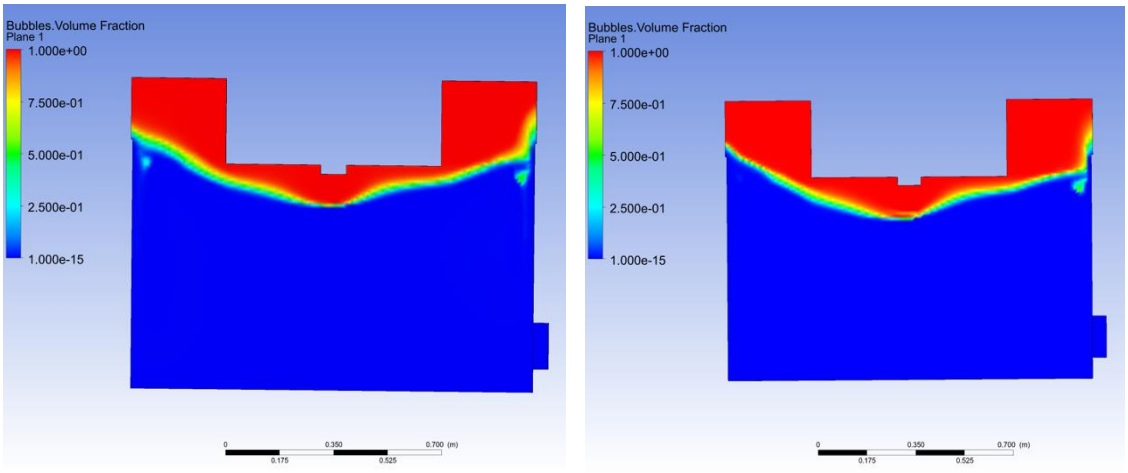
Для дискретизации системы уравнений была построена равномерная конечно-объёмная сетка. Количество ячеек сетки по вертикали – 100, по горизонтали – 130.

В результате численных экспериментов были получены линии тока жидкости, поля скоростей и концентраций жидкой фазы.



(а) *(б)*

Рис. 2. Линии тока жидкости при диаметре пузырьков 3 мм (а) и 27 мм (б)



(а) *(б)*

Рис. 3. Объёмная доля газовой фазы при диаметре пузырьков 3 мм (а) и 27 мм (б)

На рис. 2 представлены линии тока, которые являются результатом наложения двух течений: относительной быстрого потока жидкости, увлекаемого затопленной газовой струей, и медленного восходящего потока, берущего свое начало на входе свежей жидкости. Форма восходящего потока явно указывает на наличие по обе стороны от него вихревых зон, что подтверждается полем скоростей (рис. 4), представленным в векторной форме. Наличие таких вихревых зон согласуется с обнаруженными ранее эффектами [2]. Очевидно, что твёрдая фаза, попавшая в вихревые зоны, не покинет их иначе как путём осаждения на дно ячейки.

На рис. 2 также видна седловая область, возникающая в месте встречи двух потоков. По мере увеличения диаметра пузырьков размер неподвижной области несколько увеличивается, каждый раз смещаясь относительно предыдущего расчётного случая. Таким образом, течение в ячейке зависит не только от скоростей фаз на границах, но и от их морфологии.

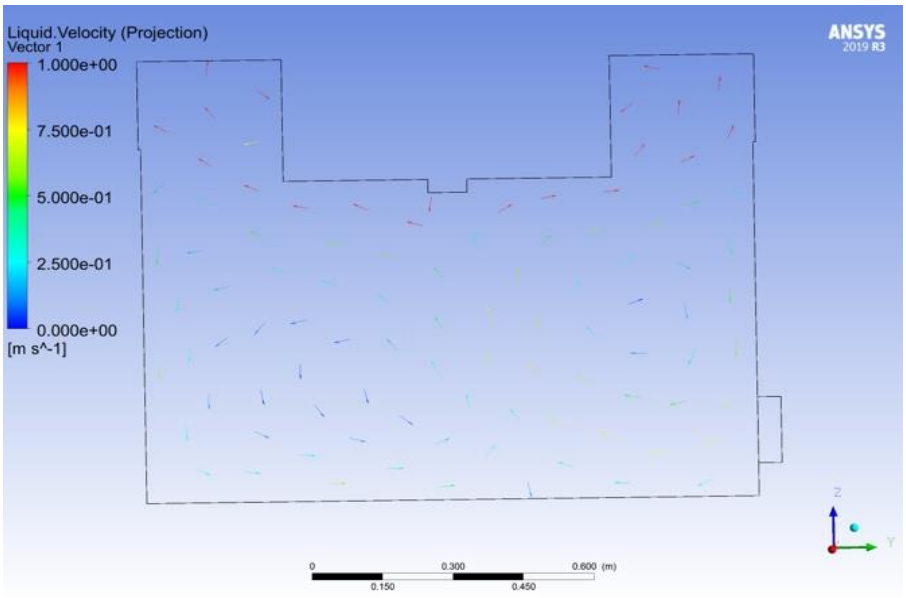


Рис. 4. Поле скоростей (диаметр пузырьков 3 мм)

Список литературы

1. *Левич В.Г.* Физико-химическая гидродинамика // М.: Гос. изд-во физико-математической лит-ры, 1959. – 699 с.
2. *Демин В.А., Костыря А.В.* Нестационарные гидродинамические режимы в установке погружного горения // Пермские гидродинамические научные чтения: Сборник статей по материалам IX Всероссийской конференции, Пермь, Пермск. гос. нац. исслед. ун-т, 2023. С. 121-127.
3. Three-dimensional Eulerian modeling of gas–liquid–solid flow with gas hydrate dissociation in a vertical pipe / Peng Li, Xuhui Zhang, Xiaobing Lu // Chemical Engineering Science. 2019. No. 196, pp. 1456-1465. DOI: 10.1016/j.ces.2018.10.053.

4. Lagrangian Particle Tracking: Model Development / M. Mahdavimanesh, A.R. Noghrehabadi, M. Behbahaninejad, G. Ahmadi, M. Dehghanian. // Life Science Journal. 2013. No. 10. pp. 34-41.
5. CFD simulation of industrial bubble columns: Numerical challenges and model validation successes / David F. Fletcher, Dale D. McClure, John M. Kavanagh, Geoffrey W. Barton // Applied Mathematical Modelling. 2017. No. 44, pp. 25-42. DOI: 10.1016/j.apm.2016.08.033.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРОВ КРЕМНИЯ В РЕТОРТЕ В ХОДЕ СИЛИЦИРОВАНИЯ ПОРИСТЫХ УГЛЕРОДНЫХ МАТЕРИАЛОВ

В. А. Демин[a], Т. В. Демина[a,b]
[a]Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614990, Пермь, ул. Букирева, 15
[b]Институт механики сплошных сред УрО РАН,
614013, Пермь, ул. Академика Королева, 1

Проведено трехмерное численное моделирование процесса переноса паров кремния в реторте в ходе высокотемпературного силицирования пористых углеродных материалов. Показано, что пары кремния в необходимом количестве распредеолены в рабочем пространстве печи и его достаточно, чтобы заполнить поры рассамтриваемого углеродного волокна.

Ключевые слова: углеродное волокно; парофазный метод силицирования; численное моделирование

NUMERICAL MODELING OF SILICON VAPOR DISTRIBUTION IN A RETORT DURING SILICONIZING OF POROUS CARBON MATERIALS

V. A. Demin[a], T. V. Demina[a,b]
[a]Perm State University,
15 Bukireva St., 614990, Perm
[b]Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS,
1 Academician Korolev St., 614013, Perm

Three-dimensional numerical simulation of silicon vapor transfer in retort during high-temperature siliconizing of porous carbon product is carried out. It has been shown that the silicon vapor is distributed in the working space of retort at sussicient amount and it is enough to saturate the pores of carbon fiber.

Keywords: carbon fiber; liquid-vapor method of siliconizing; numerical modeling

Парожидкофазный метод высокотемпературного силицирования углеродных материалов широко применяется для получения кремний-углеродных композиционных материалов. Одной из актуальных проблем является организация процесса доставки паров кремния в реторте от зеркала расплава к изделию. В работе [1] показано, что этот процесс может быть успешно описан модифицированным уравнением диффузии вида

$$\frac{\partial C}{\partial t} - D_c \left(\nabla C\right)^2 = D\Delta C, \qquad (1)$$

© Демин В.А., Демина Т.В., 2025

где C – массовая концентрация паров кремния в несущем газе, роль которого играет аргон, D – коэффициент диффузии, D_c – параметр конвективного транспорта, имеющий такую же размерность как коэффициент диффузии. Параметр D_c выражается через материальные константы задачи следующим образом:

$$D_c = \frac{\kappa R T \rho_к}{\eta \mu_к}. \qquad (2)$$

Здесь κ – проницаемость аргона, R – универсальная газовая постоянная, T – температура, $\rho_к$, $\mu_к$ – плотность и молярная масса кремния, соответственно; η – динамическая вязкость паров кремния. При условии, что все величины заданы в системе СИ, параметр D_c имеет размерность м^2/с. С математической точки зрения уравнение (1) представляет собой нелинейное уравнение в частных производных второго порядка, которое в предельном случае $D_c = 0$ переходит в классическое уравнение диффузии. Ранее в [1] было найдено одномерное аналитическое решение задачи, а в [2] – различные двумерные нестационарные решения этого уравнения для типичных условий технологического процесса. В этих статьях всегда подчеркивалось, что уравнение (1) может быть применено к решению трехмерных задач близких по постановке к практическим. Данная работа восполняет этот пробел. Рассмотрим задачу переноса паров кремния в реторте в трехмерной постановке. Геометрия задачи представлена на рис. 1.

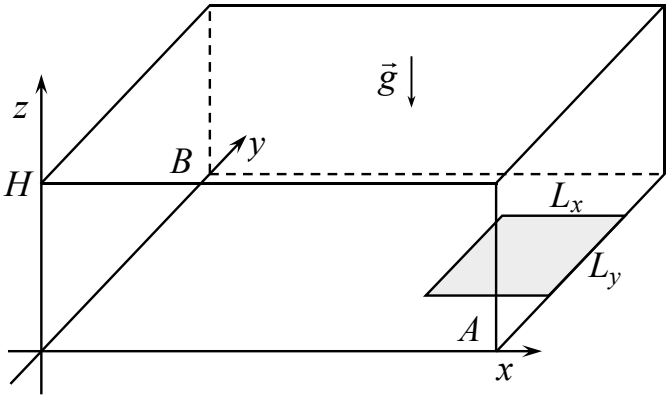


Рис.1. Пространство реторты, зеркало расплава и система координат

Объемные габариты реторты составляют $A = B = 0.6$ м, $H = 0.4$ м; площадь зеркала расплава равна $S = L_x \times L_y$. Вся система находится выше точки плавления кремния ($T = 1800 \div 1900$ K). С поверхности расплава (серая область на рис. 1) идет интенсивное испарение. Предполагается, что левая вертикальная граница, отвечающая условию $x = 0$, полностью поглощает кремний, в то время как все остальные границы являются непроницаемыми для пара. Условие поглощения кремния моделирует процесс силицирования изделия.

Задача решается методом конечных разностей в соответствии с явной схемой. При аппроксимации пространственных производных использовалась гибридная разностная схема с центральными и односторонними разностями. Для простоты использовалась прямоугольная равномерная сетка 101:101:51. Под зеркало расплава выделялось 21:21 узел.

Численное моделирование показало, что за время порядка $\tau = 1$ с в реторте устанавливается стационарное распределение, при котором пары кремния ожидаемо заполняют практически весь объем реторты, за исключением тонкого слоя вблизи изделия, на поверхности которого имеет место их полное поглощение. Это время приблизительно соответствует расчетам [1,2] в одномерной и двумерной постановках. Профили концентрации в горизонтальном сечении на разной высоте приведены на рис. 2 для момента времени $\tau = 0.03$ с при $D = 0.7$ м^2/с, $D_c = 22.1$ м^2/с.

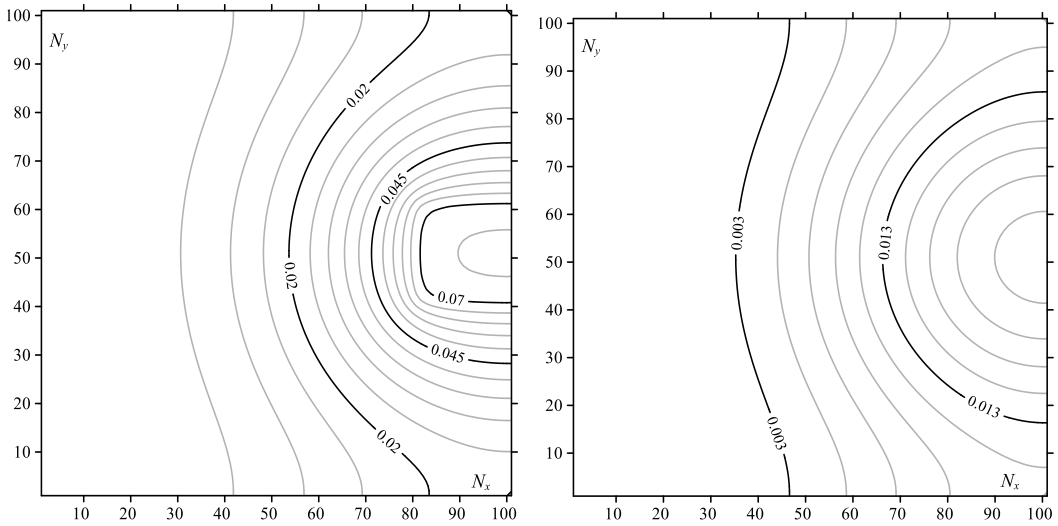


Рис. 2. Поля концентрации в горизонтальном сечении на высоте z = 1.6 см (слева) и при z = 23 см (справа), демонстрирующие трехмерное продвижение концентрационного фронта от зеркала расплава к изделию

Расчеты показывают, что за весьма короткое время на поверхности изделия формируется крутой профиль концентрации паров кремния, который отвечает за возникновение интенсивного потока массы внутрь образца. Расчет этого потока для конкретных параметров изделия позволяет количественно предсказывать время его полного силицирования.

Работа выполнена в рамках бюджетной темы № 1023041300072-3-2.3.2.

Список литературы

1. *Демин В.А., Демина Т.В., Марышев Б.С.* Физико-математическая модель переноса газообразного кремния в ходе высокотемпературного силицирования углеродных композитных материалов // Вестник Пермского университета. Физика. 2022. № 3, с. 48-55.
2. *Агеева М.В., Демин В.А., Демина Т.В.* Физико-математическая модель доставки паров кремния в ходе высокотемпературного силицирования пористых углеродных материалов // Известия вузов. Порошковая металлургия и функциональные покрытия, 2024, 18(3). С. 49-61 https://doi.org/10.17073/1997-308X-2024-3-49-61

О ТЕМПЕРАТУРЕ ЛЕЙДЕНФРОСТА ДЛЯ КАПЕЛЬ НА ТЕКТУРИРОВАННЫХ ПОВЕРХНОСТЯХ

В. А. Демин[a,b], Ф. В. Демин[b]
[a]Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614990, Пермь, Букирева, 15
[b]Пермский национальный исследовательский политехнический университет,
614990, Пермь, Комсомольский проспект, 29

Дается объяснение сдвига точки Лейденфроста в область более высоких температур для водоэмульсионных капель, находящихся на текстурированных лазерным излучением металлических поверхностях. Описание эффекта основывается на рассмотрении отдельных капель, лежащих на шероховатых поверхностях в зависимости от теплофизических свойств и характеристик пористости.

Ключевые слова: кризис кипения, текстурированные поверхности, парение капли

ON THE LEIDENFROST TEMPERATURE FOR DROPS ON TEXTURED SURFACES

V. A. Demin[a,b], F. V. Demin[b]
[a]Perm State University,
15 Bukireva St., 614990, Perm
[b]Perm National Research Polytechnic University,
29 Komsomolskiy Pr., 614990, Perm

Description of the Leidenfrost temperature shift to the region of higher temperature for water-emulsion drops, which are placed on the textured surfaces, is fulfilled. The texture is made on the metal surfaces by laser emission. Consideration is based on the analysis of the behaviour of a single drop which lies on the smooth or textured surface for different types of metal. The difference of thermophysic properties and variety of texture porosity has taken into account to explain the phenomenon of the Leidenfrost temperature shift.

Keywords: the boiling crisis, textured surfaces, levitation of the drop

В работе [1] экспериментально определена возможность сдвига пороговой точки, отвечающей за кризис теплообмена второго рода, в область более высоких температур за счет структурирования металлических поверхностей лазерными импульсами наносекундной длительности. На металлических поверхностях осуществлялось формирование текстуры в виде последовательности одинаковых неоднородностей, образующих непрерывную картину с регулярной шероховатостью. По результатам экспериментов было зафиксировано повышение критической точки для эффекта Лейденфроста для всех исследуемых образцов. Был сделан вывод, что данный сдвиг происходит за счет улучшения смачиваемости поверхности по причине формирования на ней сложной и развитой текстуры. Более подробного объяснения наблюдаемому эффекту в

© Демин В.А., Демин Ф.В., 2025

работе [1] дано не было. Результаты современных исследований, посвященные левитации капель по причине интенсивного испарения, представлены в обзорах [2,3].

В настоящей работе сделана попытка количественного описания явления левитации кали с учетом характеристик шероховатости и теплофизических свойств материала подложки.

А именно, рассматривается капля жидкости, лежащая на твердой поверхности. Сравнивались гладкие и текстурированные поверхности. По мере приближения к критической точке, когда парообразование на границе раздела становится достаточно интенсивным, между каплей и подложкой пороговым образом появляется тонкий слой пара, который приводит к возникновению подъемной силы (рис. 1). Наличие стационарной прослойки пара между каплей и подложкой связано с тем, что нагрев капли становится настолько сильным, что этот пар не успевает покидать пространство из под капли. Избыточное давление за счет пара поддерживает каплю в состоянии левитации. В результате того, что капля отрывается от подложки, происходит кризис теплопередачи, т.к. слой пара обладает значительно меньшей теплопроводностью, нежели жидкость. Этот эффект называется в литературе кризисом кипения.

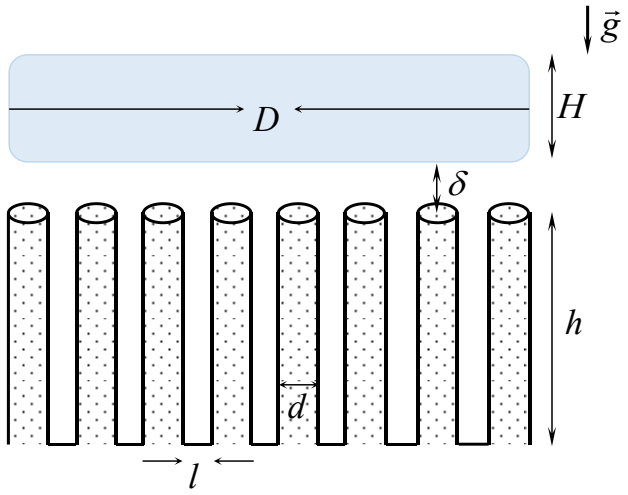


Рис. 1. Схема капли на шероховатой поверхности; D – диаметр капли, H – толщина, δ –расстояние между каплей и подложкой, d, h – толщина и высота столбиков текстуры, l – расстояние между столбиками, $\vec{g}$ – ускорение силы тяжести

Если капля лежит на шероховатой поверхности, пар выходит из под нее не только через боковую цилиндрическую поверхность между каплей и поверхностью, но и через пористое пространство текстуры. Таким образом, становится понятно, что в зависимости от материала твердой подложки отрыв капли от поверхности должен происходить при разных температурах.

Шероховатость поверхностей различных металлов и сплавов имеет свою собственную структуру, даже несмотря на одинаковую лазерную обработку. Различные свойства шероховатости отражаются на пористости и проницаемости текстуры. В дополнение теплофизические свойства разных материалов должны

обеспечивать разный теплообмен с подложкой при прохождении пара (создаваемого каплей) и несущего воздуха, что тоже по-разному должно отражаться на кризисе кипения. Все эти факторы, так или иначе, учитываются в предлагаемой физико-математической модели.

В заключение отметим, что разработанная физико-математическая модель справедлива для испарения капли заведомо ниже точки кипения. Взрывное парообразование в результате фазового перехода первого рода потребовало бы непосредственно учитывать динамику перехода жидкости в пар, что остается за рамками указанной модели.

Список литературы

1. *Феоктистов Д.В., Кузнецов Г.В., Абедтазехабади А., Орлова Е.Г., Бондарчук С.П., Дорожкин А.В.* Повышение энергоэффективности систем охлаждения энергонасыщенного оборудования путем смещения кризиса теплообмена второго рода в область более высоких температур // Известия Томского политехнического университета. Инжиниринг георесурсов. 2023. Т. 334, № 4. С. 72-88.
2. *Ajaev V.S., Kabov O.A.* Levitation and self-organization of droplets // Annual Review of Fluid Mechanics. 2021.53:203-25. https://doi.org/10.1146/annurev-fluid-030620- 094158.
3. *Vakarelski I.U., Patankar N.A., Marston J.O., Chan D.Y.C., Thoroddsen S.T.* Stabilization of Leidenfrostvapour layer by textured superhydrophobic surfaces // Nature. 2012.489:274-77.

РАЗВИТИЕ РЕАКЦИИ НЕЙТРАЛИЗАЦИИ В КАПЛЕ, ПОГЛОЩАЮЩЕЙ ПАВ. РЕЗУЛЬТАТЫ

М. О. Денисова, К. Г. Костарев
Институт механики сплошных сред УрО РАН,
614013, Пермь, ул. Академика Королева, 1

Экспериментально изучено развитие реакции нейтрализации в неподвижной капле цилиндрической формы, экстрагирующей поверхностно-активный реагент из окружающей смеси в вертикальной ячейке Хеле-Шоу. В исследовании использован новый метод, который основан на одновременной визуализации поля показателя преломления света и распределения степени кислотности растворов исходных реагентов и продуктов реакции в капле. Для реализации этого подхода были применены соответственно, интерферометр Физо и и pH индикатор, вводимый в каплю непосредственно перед началом опыта. Рассмотрены два варианта осуществления реакции – с развитием конвекции Марангони и без нее. Выявлена структура течений и полей концентрации в капле и ее окрестности, прослежена их эволюция. Определены характерные времена процесса экстракции. Обнаружено, что возникающая конвекция Марангони имеет колебательный характер и продолжается после завершения реакции. Как и ожидалось, формирование капиллярного движения интенсифицирует развитие химической реакции в объеме капли.

Ключевые слова: экстракция; реакция нейтрализации; конвекция Марангони

DEVELOPMENT OF A NEUTRALIZATION REACTION IN A DROPLET THAT EXTRACTS SURFACTANT. RESULTS

M. O. Denisova, K. G. Kostarev
Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS,
1 Academician Korolev St., 614013, Perm

The development of the neutralization reaction in a stationary droplet of cylindrical shape, extracting a surfactant from the surrounding mixture in a vertical Hele-Shaw cell, was studied experimentally. In our experiment, we used a new method of the simultaneous visualization of the refractive index field of light and the distribution of acidity levels in the solutions of source reactants and reaction products within the droplet. To carry out this approach, we utilized a Fizeau interferometer and added a pH indicator to the droplet before the experiment. Two variants of reaction realization - with and without Marangoni convection development - were considered. We determined the structures of flows and concentration fields in the droplet and its neighborhood and traced their evolution. Also, we evaluated the characteristic times of the extraction process depending on the initial reactant concentrations and droplet sizes. It was found that the resulting Marangoni convection had an oscillatory character and continued after the reaction completion. As expected, the formation of the capillary motion intensified the development of chemical reaction inside the droplet.

Keywords: extraction; neutralisation reaction; Marangoni convection

© Денисова М.О., Костарев К.Г., 2025

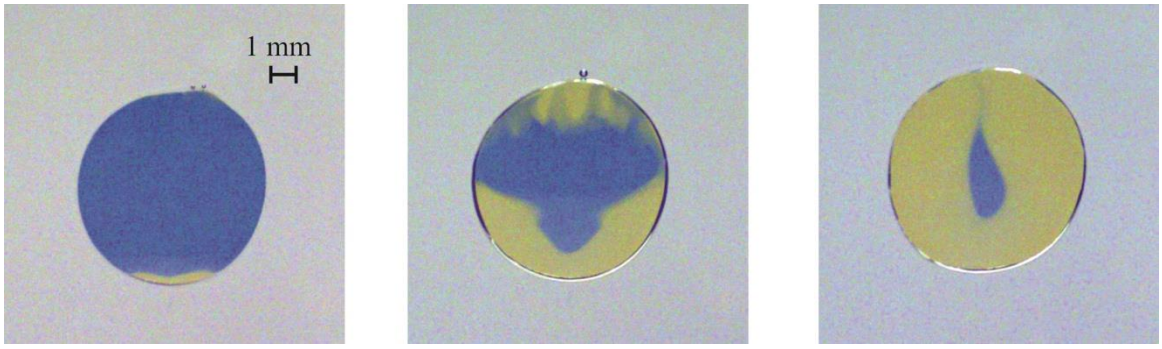
В настоящее время капли являются одним из наиболее востребованных объектов исследований в хемогидродинамике. Основную роль в создании этого интереса играют задачи тепло/массообмена, касающиеся экстракции реагентов с участием капель [1]. К сожалению, объем полученных знаний пока явно недостаточен. Причины хорошо известны – это малые размеры капли, наличие межфазной границы, высокая чувствительность последней к любым внешним воздействиям, наконец, сама сферическая форма капли. Все эти особенности значительно ограничивают применение традиционных приемов для изучения течений, распределений температуры и концентрации в капле. Частично существующих ограничений можно избежать, если использовать капли цилиндрической формы, для создания которой каплю достаточно поместить в параллельный зазор с толщиной меньше ее диаметра. В такой капле массообмен идет только через ее боковую поверхность, а ее плоские торцы позволяют беспрепятственно исследовать этот процесс с помощью оптических методов.

В докладе представлены результаты изучения реакции нейтрализации в капле подобной формы, поглощающей недостающий реагент из окружающей однородной смеси. Рассмотрен случай, когда равенство химических потенциалов в системе жидкостей наступает при достижении более высокой концентрации реагента в капле, чем в окружающей среде. Для создания таких условий в качестве базовой жидкости капли выбран водный раствор гидроксида натрия; окружающая среда представлала собой смесь бензола и хлорбензола с уксусной кислотой, последняя выполняла роль экстрагируемого реагента с поверхностно–активными свойствами. Продукты реакции – вода и водорастворимый ацетат натрия.

Для изучения развития реакции нейтрализации был предложен новый метод, в основе которого лежит одновременная визуализация распределений показателя преломления света и степени кислотности растворов исходных реагентов и продуктов реакции в капле. С этой целью были применены, соответственно, интерферометр Физо и pH индикатор «Универсальный». Он представлял собой слабо концентрированный раствор ряда pH-индикаторов на водно-спиртовой основе. Индикатор окрашивал в синий цвет водные растворы гидроксида натрия, в зелено-желтый – водные растворы продукта реакции (ацетата натрия) и уксусной кислоты. Индикатор добавлялся в исходный раствор гидроксида натрия непосредственно перед созданием капли.

К сожалению, введение индикатора в каплю даже в малых дозах ($\leq$0.3%) препятствовало развитию в ней конвекции Марангони, поэтому исследование динамики реакции нейтрализации было проведено в три этапа. На первом этапе структура распределений реагентов в капле и их эволюция были изучены только с помощью pH индикатора. В рамках второго этапа данные о полях концентрации исходных реагентов и продуктов реакции, структуре течений в капле и ее окрестности были получены путем одновременной визуализации распределений реагентов и показателей преломления света с применением интерферометра для капель с pH индикатором. Особенности реакции нейтрализации при возникновении конвекции Марангони были исследованы, используя только интерферометр (третий этап). Индикатор в этом случае в каплю не добавлялся.

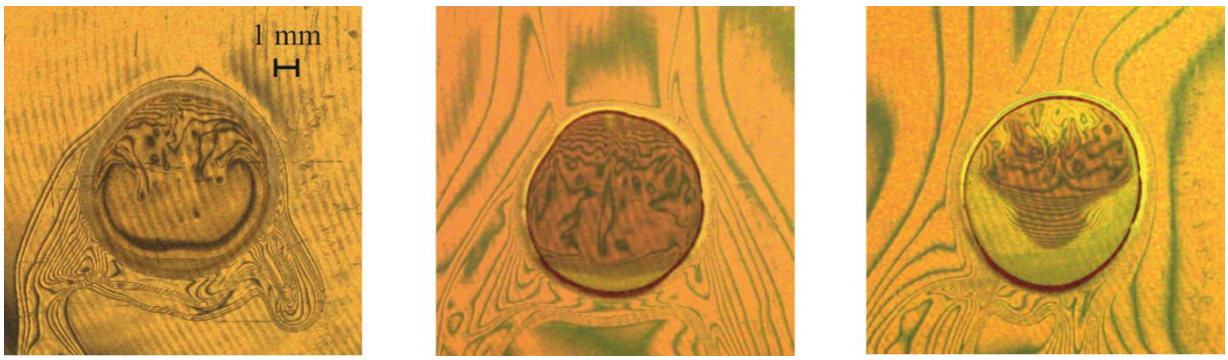
На рис. 1 представлена серия фотографий, описывающих эволюцию распределения реагентов в ходе реакции нейтрализации. За начало отчета времени принят момент завершения формирования капли, процесс создания которой занимал порядка 30 с. Концентрация индикатора в капле 0.26%.



а) *б)* *в)*

Рис. 1. Эволюция распределения раствора гидроксида натрия в реагирующей капле, поглощающей уксусную кислоту из смеси бензолов. $C_{01} = C_{02} = 1.0$ моль/л. Время с момента формирования капли t, с: а – 93; б – 236; в – 613

Использование интерферометра одновременно с pH визуализацией распределения реагентов позволило получить значительно больше информации. На рис. 2 представлена серия подобных интерферограмм, отражающих динамику экстракции уксусной кислоты каплей с развитием реакции нейтрализации при равных исходных концентрациях кислоты и гидроксида натрия $C_{01} = C_{02} = 1$ моль/л. Хорошо видно, что формирование зоны релей-тейлоровской неустойчивости, включая характерное падение «пальцев» раствора ацетата натрия, в верхней части капли начиналось существенно раньше (~30 с), чем это становилось заметным по изменению распределения гидроксида натрия (см. рис. 1).

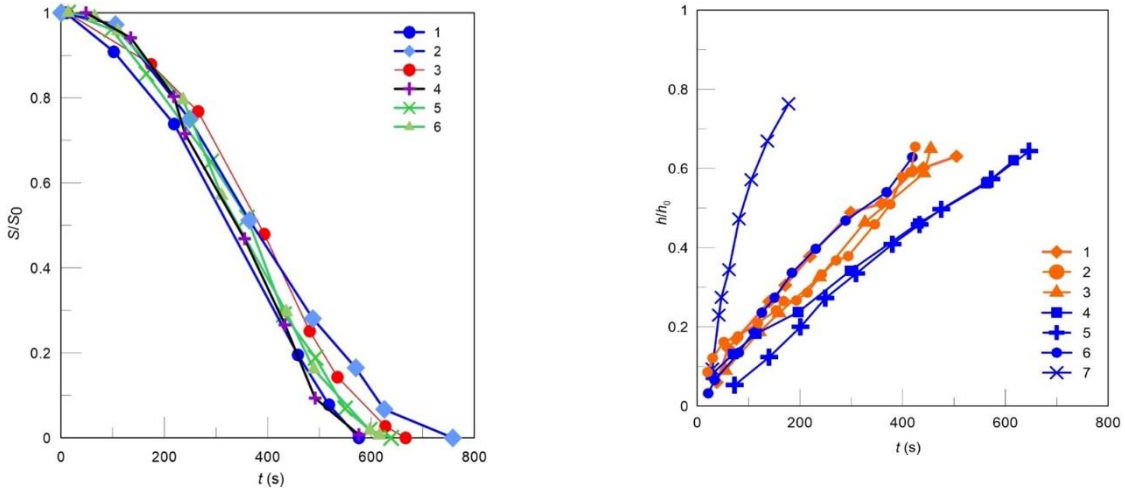


а) *б)* *в)*

Рис. 2. Эволюция совместного поля показателя преломления света и распределения раствора гидроксида натрия в реагирующей капле, поглощающей уксусную кислоту из смеси бензолов. $C_{01} = C_{02} = 1.0$ моль/л. t, с: a - 36; b - 98; c – 360

Одновременно в нижней части капли возникала застойная зона с высокой стратификацией по плотности, образуемая послойно тройными растворами ацетата и гидроксида натрия (сверху) и ацетата натрия и уксусной кислоты (снизу). Еще одним преимуществом предлагаемого метода является возможность визуализировать внешнее поле концентрации уксусной кислоты и течения вокруг капли (рис. 2*а*-*б*).

Полученные данные позволили получить зависимости от времени относительной площади, занимаемой раствором гидроксида натрия в капле, (рис. 3*а*) и высоты застойной зоны, состоящей из растворов ацетата натрия (рис. 3*б*), как характеристики интенсивности реакции в случае применения pH индикатора и без него.



а) *б)*

Рис. 3. Изменение со временем: (а) – относительной площади, занимаемой раствором гидроксида натрия в реагирующей капле, $C_{01} = C_{02}$, mol/l: pH-визуализация: 1 – 0.50 (D_0 = 6.4 мм), 2 – 1.00 (D_0 = 7.4 мм); pH-визуализация + интерферометрия: 3 – 0.50; 4 – 0,75; 5 – 1.00; pH-визуализация при кратковременном перекрытии лазерного излучения: 6 – 1.00; (б) – высоты застойной зоны при $C_{01} = C_{02}$, mol/l: с pH-индикатором: 1 – 0.50; 2 – 0.75; 3 – 1.00; с развитием конвекции Марангони: 4 – 0.50; 5 – 0.75; 6 – 1.00; 7 – 2.00.

Выводы

Выполненный эксперимент продемонстрировал перспективность предложенного метода исследования развития химических реакций в каплях, позволяя эффективно сочетать преимущества визуализации распределений реагентов с помощью pH индикаторов и полей показателя преломления света, получаемых с помощью интерферометрии.

Подробно изучена динамика реакции нейтрализации в случае диффузии реакционно-способного ПАВ из его однородной смеси в каплю водного раствора второго реагента. Продемонстрировано, что хотя наличие pH индикатора не меняет кинетику реакции, добавление его раствора – даже в малых концентрациях – может существенно повлиять на эволюцию течений и полей концентраций, возникающих в капле в результате реакции, если один из

реагентов обладает поверхностно-активными свойствами. Как следствие, исследование реакции было выполнено как с добавлением pH индикатора, так и без него – соответственно, как в условиях развития только свободно конвективного движения реакционной смеси, так и в условиях его взаимодействия с конвекцией Марангони.

Несмотря на высокую скорость самой реакции нейтрализации, развитие реакционного процесса в объеме капли даже небольшого (~ 6-7 мм) диаметра занимает довольно много времени (порядка десяти минут и дольше). Основной причиной такого медленного распространения реакции служат возникающие продукты реакции, разделяющие реагенты. Медленному развитию реакции содействует и близость плотностей растворов одного из реагентов и продукта реакции, а также тепло, генерируемое в ходе реакции. Последнее в условиях близости плотностей растворов может заметно изменить структуру и динамику течений.

Показано, что в отсутствие капиллярного движения относительная площадь еще непрореагировавшего реагента уменьшается со временем линейно, что позволяет прогнозировать развитие реакции в капле.

Возникновение конвекции Марангони заметно ускоряет реакционный процесс, а концентрационное течение в капле приобретает осциллирующий характер. При этом определяющую роль в возникновении капиллярного движения играют перепады плотности и межфазного натяжения внутри капли из-за выбранного соотношения химических потенциалов жидкостей капли и окружающей среды. Колебательный режим массообмена с окружающей средой сохраняется и после завершения реакции.

Работа выполнена в рамках крупного научного проекта (Соглашение № 075-15-2024-535 от 23 апреля 2024 г.).

Список литературы

1. *Zhang J., Wang Y., Stevens G.W., Fei W.* A state-of-the-art review on single drop study in liquid–liquid extraction: Experiments and simulations // Chin J Chem Eng. 2019. Vol. 27 (12). P. 2857-2875

ТЕПЛОВАЯ КОНВЕКЦИЯ В ДОННЫХ ОТЛОЖЕНИЯХ С АНИЗОТРОПИЕЙ ПРОНИЦАЕМОСТИ

А. А. Егорова[a,b], А. Е. Самойлова[b,a]
[a]Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614990, Пермь, ул. Букирева, 15
[b]Институт механики сплошных сред УрО РАН,
614013, Пермь, ул. Академика Королева, 1

В данной работе изучена тепловая конвекция в донных отложениях при наличии анизотропии проницаемости. Донные отложения моделируются в виде горизонтального слоя пористой среды конечной толщины, насыщенной жидкостью, расположенного над полубесконечным непроницаемым массивом. Решается сопряженная задача о теплопереносе в твердом массиве и конвекции в пористой среде в условиях постоянного вертикального геотермического теплопотока через систему. Сверху система окружена водным телом, влияние которого не учитывается. Температура на верхней границе постоянная, а гидродинамические условия рассмотрены в двух вариантах: проницаемая и непроницаемая верхняя граница. Анизотропия проницаемости учитывается с помощью тензорного вида коэффициента проницаемости в уравнениях: вводится горизонтальная и вертикальная проницаемости. В рамках линейного анализа устойчивости получены нейтральные кривые для различной анизотропии; изучено влияние параметра анизотропии на критические значения числа Рэлея–Дарси и волнового числа. Выяснено, что с повышением анизотропии порог возникновения конвекции понижается, а сама неустойчивость носит более длинноволновый характер.

Ключевые слова: тепловая конвекция; пористая среда; линейная устойчивость; анизотропия проницаемости

THERMAL CONVECTION IN SEABED SEDIMENTS WITH PERMEABILITY ANISOTROPY

A. A. Egorova [a,b], A. E. Samoilova[b,a]
[a] Perm State University,
15 Bukireva St., 614990, Perm
[b] Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS,
1 Academician Korolev St., 614013, Perm

We investigate thermal convection in seabed sediments with the permeability anisotropy. The seabed sediments are considered as a horizontal layer of a porous medium located above a semi-infinite impermeable massif. The conjugate problem of heat transfer in a solid massif and convection in a porous medium is solved under the presence of constant vertical geothermal heat flux. The system is bounded from above by a water body, the influence of which is ignored. The temperature at the upper boundary is constant, and the hydrodynamic conditions are considered in two versions: permeable and impermeable upper boundaries. Permeability anisotropy is taken into account through the tensor of the permeability coefficient in the equations: horizontal and vertical permeabilities are introduced. Within the linear stability analysis, neutral curves are obtained for different

© Егорова А.А., Самойлова А.Е., 2025

anisotropies; the influence of the anisotropy parameter on the critical values of the Rayleigh-Darcy number and the wave number is studied. It was found that with increasing anisotropy, the convective threshold decreases, and the convection become a longwave.

Keywords: thermal convection; porous media; linear stability; anisotropy of permeability

В настоящей работе исследуется конвекция в донных отложениях, которые формируются из осаждённых примесей на дне морей и океанов. Донные отложения рассматриваются нами как горизонтальный слой пористой среды, насыщенной несжимаемой жидкостью и ограниченный твёрдым непроницаемым массивом [1]. Сверху пористая среда граничит с океаном, температура на верхней границе фиксирована, поскольку теплоперенос в пористой среде существенно менее эффективен, чем в водном теле. Распределение температуры внутри непроницаемого массива определяется из уравнения теплопроводности, а также из требования постоянства геотермального теплопотока при удалении от границы с насыщенной пористой средой. На границе между непроницаемым массивом и насыщенной жидкостью пористой среды выполняются условия непрерывности температуры и теплопотока.

В данной работе рассматриваются два типа верхней границы: проницаемая (см. в раздел 1) и изолированная (см. в раздел 2). Действительно, для верхних слоев донных отложений характерно как наличие глиняных гидроизолирующих пластов, так и их отсутствие [2].

Естественный механизм формирования отложений приводит к тому, что порода может быть сильно анизотропной [2,3]. В таком случае коэффициент проницаемости следует рассматривать в виде тензора второго ранга:

$$\overline{K} = \begin{pmatrix} K_x & 0 \\ 0 & K_z \end{pmatrix},$$

где диагональные элементы K_x и K_z имеют смысл эффективной проницаемости вдоль горизонтального и вертикального направлений, соответственно.

Тепловая конвекция в изотропной пористой среде описывается стандартными уравнениями в приближении Дарси–Буссинеска [3] в безразмерном виде с учётом анизотропии проницаемости:

$$\frac{\partial p}{\partial x} + \varepsilon u_x = 0;\ \frac{\partial p}{\partial z} + u_z + \mathrm{Rp}T = 0, \tag{2}$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \boldsymbol{u} \cdot \nabla T = \Delta T, \tag{3}$$

$$\frac{\partial T_m}{\partial t} = \Delta T_m, \tag{4}$$

$$\nabla \cdot \boldsymbol{u} = 0, \tag{5}$$

$$z = 1: \quad u_z = 0, T = T_m, \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{\partial T_m}{\partial z};\ \left.\frac{\partial T_m}{\partial z}\right|_{z\to\infty} = 1. \tag{6}$$

Здесь p, T – безразмерные давление и температура жидкости, $\boldsymbol{u} = (u_x, 0, u_z)$ – безразмерная скорость фильтрации, T_m – безразмерная температура непроницаемого массива. Система содержит безразмерные параметры: $\varepsilon = K_z/K_x$ параметр анизотропии проницаемости, Rp – число Рэлея-Дарси, которое определено через эффективную вертикальную проницаемость K_z.

В дальнейшем мы ограничиваемся значениями ε, лежащими в интервале [0; 1]. Предельный случай $\varepsilon = 0$ является вырожденным и соответствует сильной анизотропии (жидкость практически не может просачиваться в вертикальном направлении), а случай $\varepsilon = 1$ – изотропной среде.

Проницаемое дно океана

В случае проницаемого дна океана система уравнений и граничные условия (2)-(6) дополняются следующими граничными условиями для верхней проницаемой границы:

$$z = 0: \quad \frac{\partial p}{\partial x} = 0, T = T_u. \tag{7}$$

Задача (2)-(7) допускает решение, которое соответствует состоянию механического равновесия с линейным профилем температуры:

$$\bar{\boldsymbol{u}} = 0, \bar{T} = T_u + z, \frac{d\bar{p}}{dz} = -R\bar{p}\,T, \bar{T}_m = T_u + z. \tag{8}$$

Для дальнейшего анализа удобно ввести функцию тока:

$$u_x = -\frac{\partial \psi}{\partial z},\ u_z = \frac{\partial \psi}{\partial x}.$$

Линеаризованная задача (2)-(7) для малых возмущений в терминах функции тока имеет следующий вид:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \varepsilon \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} + Rp \frac{\partial T}{\partial x} = 0, \tag{9}$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial x} = \Delta T, \tag{10}$$

$$\Delta T_m = 0, \tag{11}$$

$$z = 0: \ \frac{\partial \psi}{\partial z} = 0, T = 0, \tag{12}$$

$$z = 1: \ \psi = 0, T = T_m, \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{\partial T_m}{\partial z}; \left.\frac{\partial T_m}{\partial z}\right|_{z\to\infty} = 0. \tag{13}$$

Решение данной краевой задачи ищется в виде периодических возмущений вдоль оси *Ox*:

$$\psi = rf(z)\sin k\,x,\ T = g(z)\cos k\,x,\ T_m = e^{-k(z-1)}\cos k\,x,$$

где введено обозначение $r = \sqrt{Rp}$, k – волновой вектор конвективных возмущений.

Вид нейтральной кривой определяется из следующего трансцендентного уравнения:

$$s_1 s_2(\sigma^2 - \lambda^2)\, sh\,\sigma\, sin\,\lambda + \lambda\sigma({s_1}^2 + {s_2}^2)\, ch\,\sigma\, cos\,\lambda + 2\lambda\sigma s_1 s_2 + \\ + k(\sigma^2 + \lambda^2)(\sigma s_1\, ch\,\sigma\, sin\,\lambda + \lambda s_2\, sh\,\sigma\, cos\,\lambda) = 0, \qquad (14)$$

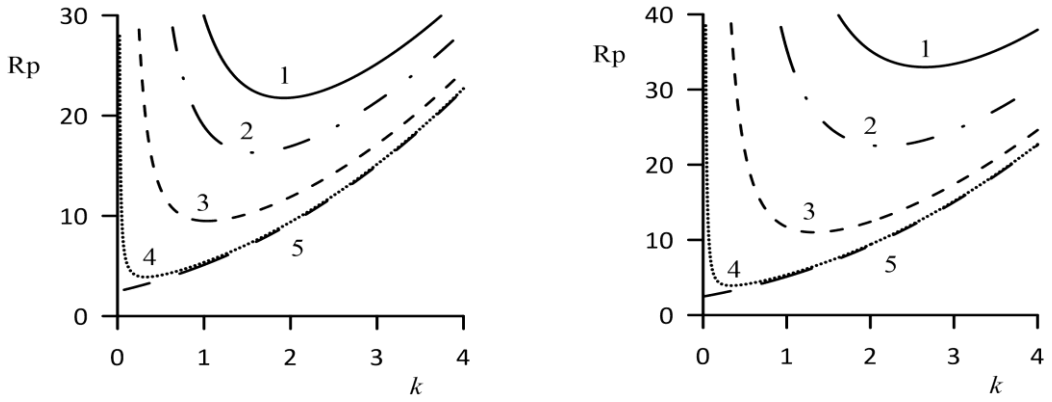
где

$$\lambda = \sqrt{\frac{-k^2(\varepsilon+1)+\sqrt{(\varepsilon k^2+k^2)^2-4\varepsilon k^2(k^2-r^2)}}{2\varepsilon}},$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{k^2(\varepsilon+1)+\sqrt{(\varepsilon k^2+k^2)^2-4\varepsilon k^2(k^2-r^2)}}{2\varepsilon}},$$

$$s_1 = \sigma^2 - k^2 \text{ и } s_2 = \lambda^2 + k^2.$$

Уравнение (14) решается численно (методом секущих). Результат численного решения этого уравнения представлен на рис. 1*а*. Нейтральные кривые имеют характерный вид с одним минимумом, который соответствует критическим значениям числа Рэлея-Дарси и волнового числа. Видно, что нейтральная кривая смещается вниз и влево с уменьшением параметра анизотропии.



а) *б)*

Рис. 1. Нейтральные кривые конвективной неустойчивости жидкости в слое пористой среды для различной анизотропии проницаемости: 1 – $\varepsilon = 1$, 2 – $\varepsilon = 0.5$, 3 – $\varepsilon = 0.1$, 4 – $\varepsilon = 0.001$, 5 – $\varepsilon = 0$.

Непроницаемое дно океана

В случае непроницаемого дна океана граничное условие на верхней границе имеет следующий вид:

$$z = 0: \quad u_z = 0, T = T_u, \qquad (15)$$

Задача (2)-(6) и (15) также допускает решение, которое соответствует состоянию механического равновесия и совпадает с решением (8).

Линейная задача устойчивости в таком случае будет совпадать с задачей (9) - (13) за исключением граничного условия в (12) для функции тока: $\psi = 0$.

Вид нейтральной кривой определяется из следующего трансцендентного уравнения:

$$s_2\sigma\mathrm{cth}\sigma + s_1\lambda\mathrm{ctg}\lambda + k(\lambda^2 + \sigma^2) = 0. \qquad (16)$$

Уравнение (16) решается также численно. Результат численного решения этого уравнения представлен на рис. 1*б*. Вид и эволюция нейтральных кривых качественно совпадает с тем, что описано выше для проницаемой верхней границы.

Примечательно, что в предельном случае бесконечно большой анизотропии ($\varepsilon = 0$) нейтральная кривая меняет вид: из характерного «мешка» кривая превращается в монотонную линию, пересекающую вертикальную ось. Это означает, что критические возмущения имеют $k_c = 0$, т.е. конвекция носит длинноволновый характер. Отметим также, что в изотропном пределе ($\varepsilon = 1$) в случае проницаемой верхней границы нейтральная кривая совпадает с полученными ранее результатами без учёта анизотропии [1].

Работа выполнена в рамках бюджетной темы № 124021600038-9.

Список литературы

1. *Самойлова А.Е., Егорова А.А.* Тепловая конвекция в слое пористой среды между водным телом и непроницаемым массивом // Пермские гидродинамические научные чтения: материалы IX Всероссийской конференции. Пермь, 2023. С. 367-370.
2. *Spinelli G., Giambalvo E., Fishe, A.* Sediment permeability, distribution, and influence on fluxes in oceanic basement // Hydrogeology of the Oceanic Lithosphere, 2004. P. 151-188.
3. *Nield D.A., Bejan A.* // Convection in porous media. 2013. P. 778.

ВЛИЯНИЕ МОРФОЛОГИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК НА МЕХАНИЧЕСКИЙ ОТКЛИК РЕШЕТЧАТЫХ СКАФФОЛДОВ ДЛЯ ЗАМЕЩЕНИЯ КОСТНОЙ ТКАНИ

Н. В. Еленская, М. А. Ташкинов
Пермский национальный исследовательский политехнический университет,
614990, Пермь, Комсомольский пр., 29

Костная ткань способна к самостоятельному восстановлению и ремоделированию, однако это требует длительного периода реабилитации, что значительно влияет на качество жизни пациента. В связи с этим остро встает вопрос о замещении костного дефекта искусственным объектом, функционально эквивалентным костной ткани по своим морфометрическим, механическим и биологическим свойствам. Данное исследование направлено на оценку влияния морфометрических характеристик архитектуры скаффолда на основе трижды периодических минимальных поверхностей на его физико-механические свойства и эффективный упругий отклик. Проведено численное моделирование механического поведения структур при одноосном сжатии. Установлено, что пространственная ориентация элементарной ячейки оказывает значительное влияние на механический отклик структуры и на интенсивность напряжений, возникающее под воздействием различных механических нагрузок. Полученные результаты позволили выделить структуры с контролируемыми морфологическими характеристиками, демонстрирующие механическое поведение, схожее с поведением костной ткани.

Ключевые слова: тканевая инженерия, решетчатые скаффолды, механические поведение, морфологические характеристики, трижды периодические минимальные поверхности

EFFECT OF MORPHOLOGICAL CHARACTERISTICS ON THE MECHANICAL RESPONSE OF LATTICE SCAFFOLDS FOR BONE REPLACEMENT

N. V. Elenskaya, M. A. Tashkinov
Perm National Research Polytechnic University,
29 Komsomolsky Ave., 614990, Perm

Bone tissue has the ability to self-repair and remodel, but this requires a lengthy rehabilitation period, significantly affecting the patient's quality of life. Therefore, the issue of replacing the bone defect with an artificial object that is functionally equivalent to bone tissue in terms of its morphometric, mechanical, and biological properties becomes acute. This study aims to assess the impact of the morphometric characteristics of scaffold architecture based on triply periodic minimal surfaces (TPMS) on its physical-mechanical properties and effective elastic response. Numerical modelling of the mechanical behaviour of structures under uniaxial compression was conducted. It was found that the spatial orientation of the unit cell significantly influences the mechanical response of the structure and the intensity of stresses arising from various mechanical loads. The obtained results allowed for the identification of structures with controlled morphological characteristics, demonstrating mechanical behaviour similar to that of bone tissue.

Keywords: tissue engineering, lattice scaffolds, mechanical behaviour, morphological characteristics, triply periodic minimal surfaces

© Еленская Н.В., Ташкинов М.А., 2025

Живые ткани представляет из себя сложную неоднородную структуру, точное формализованное описание и воспроизведение которой представляет большую сложность. Поэтому целесообразным является создание искусственных моделей (скаффолдов), которые по своим механическим и морфометрическим свойствам будут функционально эквивалентны восстанавливаемой ткани. Поскольку спрос пересадку костной ткани непрестанно растет, для заживление крупных дефектов и последующей регенерации костной ткани с помощью методов аддитивного производства изготавливаются специализированные биомедицинские изделия для тканевой инженерии [1]. Для каждого случая замещения требуется адаптация структуры, поскольку требования к характеристикам скаффолда в значительной степени зависят от исходных характеристик кости [2]. Механические характеристики будут сильно отличаться в зависимости от типа костной ткани, возраста, пола и анатомического расположения кости, а также от направления нагружения [2, 3]. Архитектура скаффолда зависит от типа элементарной ячейки, взятой за основу на этапе проектирования. Один из таких подходов заключается в применении ячеек на основе трижды периодических минимальных поверхностей [4]

В рамках данного исследования структуры на основе трижды периодических минимальных поверхностей (ТПМП) сопоставляются с моделью костной ткани, выбранной в качестве референтной. Параметры проектирования подбираются таким образом, чтобы часть морфометрических характеристик (средняя толщина стенки структуры и её средняя пористость) соответствовали морфометрических характеристикам референтной модели костной ткани (средняя толщина трабекул и средняя пористость). В качестве модели материала выбран полилактид (PLA), поскольку сложность и уникальность костных скаффолдов для каждого конкретного случая предполагает применение технологий аддитивного производства (АМ) из биосовместимых материалов. Рассматривается и анализируется упругопластическое поведение таких структур под воздействием типовых для костей механических нагрузок. Помимо этого, анализировалось влияние типа ТПМП и метода проектирования структуры на её морфометрические характеристики.

В общем случае поверхность уровня, задаваемая функцией ТПМП, определяется выражением (1) [5]:

$$\phi(\boldsymbol{r}) = \sum_{l=1}^{L} \sum_{m=q}^{M} \mu_{ml} \cos\left(2\pi\kappa_l(\boldsymbol{P}_m^T\boldsymbol{r})\right) = C, \quad (1)$$

где μ_{ml} – периодический момент, κ_l – масштабный коэффициент, $\boldsymbol{P}_m(a_m, b_m, c_m)$ – базисный вектор, $\boldsymbol{r}(x, y, z)$ – локальный вектор, C – параметр, контролирующий пористость. Большинство известных ТПМП не имеют самопересечений, что позволяет использовать их для моделирования двухфазных взаимопроникающих сред, в том числе костной ткани [6]. В этой схеме область, рассматриваемая как элементарная ячейка, делится на две подобласти поверхностью уровня. Морфометрические параметры структур на основе ТПМП регулируются путем изменения масштабного фактора (изменение количества элементарных ячеек в домене), а также параметров, которые

регулируют средний уровень пористости в структуре. Разработанная геометрия затем была дополнительно дискретизирована в системе Wolfram Mathematica для перехода к моделированию на основе FE в SIMULIA Abaqus.

Ориентация элементарной ячейки относительно системы координат позволяет управлять механическим откликом скаффолда. Изменение ориентации элементарной ячейки производился за счет поворота образующей ТПМП вокруг оси Z на 30˚ и 45˚ относительно координатной точки (2,2,2) (габариты структуры $0 \le x \le 4{,}0 \le y \le 4{,}0 \le z \le 4$), углы поворота 60˚ и 90˚ не рассматриваются в силу наличия у ТПМП свойств симметрии (рис. 1*Рис. 1*).

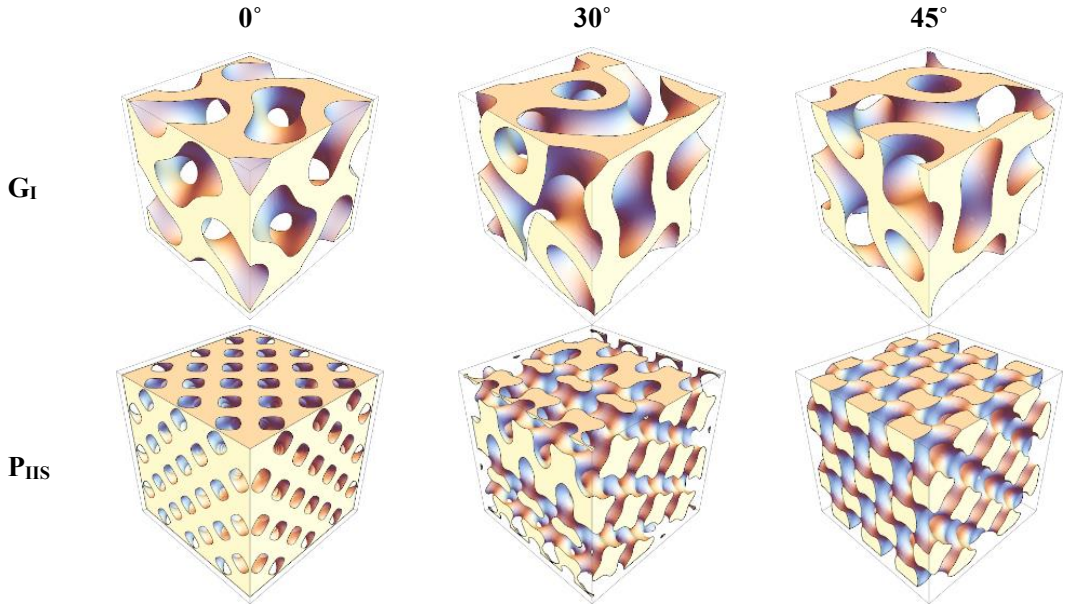


Рис. 1. Визуализация структур на основе ТПМП, спроектированных для случаев варьирования начальной ориентации элементарной ячейки

Для того, чтобы оценить, как поворот ТПМП при фиксированном параметре средней толщины структуры, влияет на общую морфометрию модели для полученных структур проведен морфометрический анализ (рис. 2). Изменение ориентации ячейки относительно объема скаффолда, с учетом ограничений на величину средней толщины стенки, незначительно влияло на среднее значение морфометрических характеристик кости. При этом оказалось, что среднее стандартное отклонение усредненных данных в значительной степени зависит от доли элементарных ячеек, входящих в структуру, что позволило скорректировать разброс данных и получить структуру с анизотропными свойствами, характерными для кости.

Полученные результаты анализа механического поведения при сжатии и сдвиге представлены в виде сглаженных гистограмм плотности распределения напряжений по объему структуры (рис. 3).

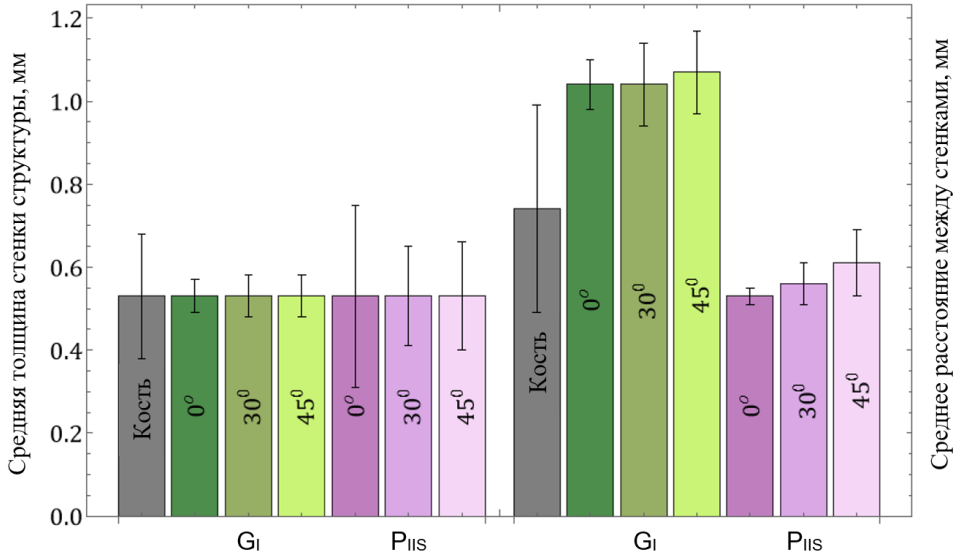


Рис. 2 Оценка влияния поворота элементарной ячейки относительно структуры скаффолда на морфометрические характеристики в сопоставлении с референтной костной тканью

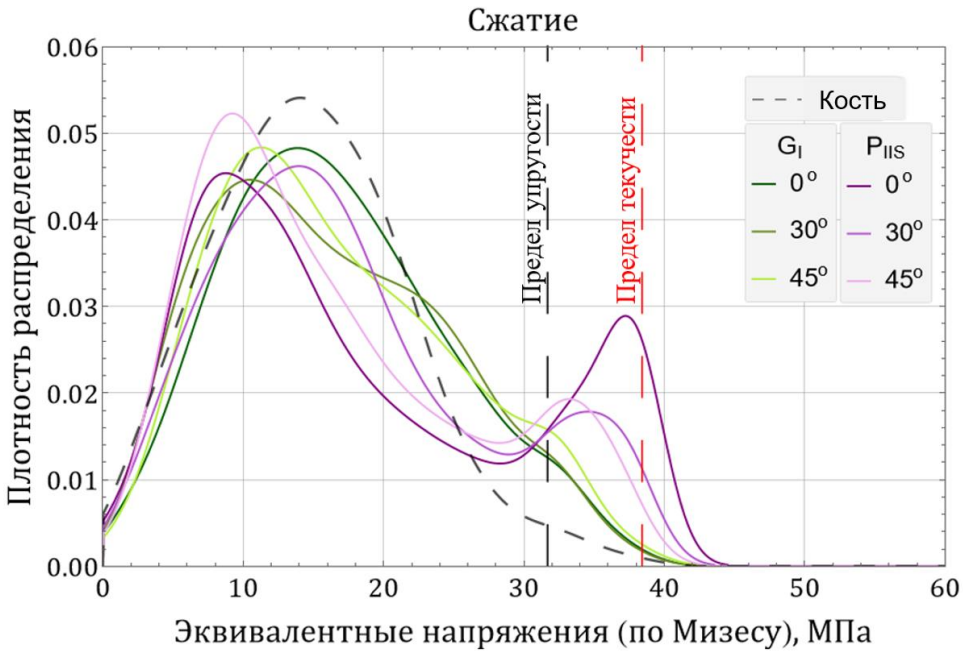


Рис. 3 Распределение плотности вероятности эквивалентных напряжений (по Мизесу) по объему структуры при сжатии

Численный анализ показал, что, несмотря на совпадение морфометрических параметров (одинаковая средняя толщина и средняя пористость для всех структур), тип поверхности также оказывает существенное влияние на механический отклик и характер распределения напряжений. Качественная оценка распределения напряжений по структурам показала, что для разных TPMS могут возникать дополнительные концентраторы напряжений, что приводит к отклонению от эталонной модели. Было показано, что одна и та же

структура на основе TPMS может иметь хорошее соответствие с распределением напряжений эталонной модели для одного режима нагружения (сжатие) и сильное расхождение, приводящее к чрезмерно жесткому поведению, для другого (сдвиг). Поворот базовой поверхности конструкции в некоторых случаях позволяет получить лучшие результаты с точки зрения соответствия эталонной модели, но это зависит от исходных требований и выбранной в качестве эталона системы TPMS. В целом было показано, что структуры на основе TPMS могут с достаточной точностью моделировать свойства костной ткани путем варьирования геометрических и морфометрических параметров. Сочетание инструментов численного проектирования скаффолдов с современными методами 3D-печати может быть эффективно использовано для адаптации их характеристик к потребностям отдельных пациентов.

Результаты получены при выполнении государственного задания Министерства науки и высшего образования Российской Федерации на выполнение фундаментальных научных исследований (проект FSNM-2024-0013).

Список литературы

1. Biomimetic approaches for the design and fabrication of bone-to-soft tissue interfaces / *C. Pitta Kruize, S. Panahkhahi, N. E. Putra* [et al.] // ACS Biomaterials Science & Engineering. – 2023. – Vol. 9. – № 7. – P. 3810-3831.
2. Young's modulus of trabecular bone at the tissue level: A review / *D. Wu, P. Isaksson, S. J. Ferguson, C. Persson* // Acta Biomaterialia. – 2018. – Vol. 78. – P. 1-12.
3. Biomechanical properties and clinical significance of cancellous bone in proximal femur: A review / *H. Wang, Y. Zhang, C. Ren* [et al.] // Injury. – 2023. – Vol. 54. – № 6. – P. 1432-1438.
4. Understanding of trabecular-cortical transition zone: Numerical and experimental assessment of multi-morphology scaffolds / *N. Elenskaya, M. Tashkinov, I. Vindokurov* [et al.] // Journal of the Mechanical Behavior of Biomedical Materials. – 2023. – Vol. 147. – № August. – P. 106146.
5. Triply periodic bicontinuous cubic microdomain morphologies by symmetries / *M. Wohlgemuth, N. Yufa, J. Hoffman, E. L. Thomas* // Macromolecules. – 2001. – Vol. 34. – № 17. – P. 6083-6089.
6. Generation of 3D representative volume elements for heterogeneous materials: A review / *S. Bargmann, B. Klusemann, J. Markmann* [et al.] // Progress in Materials Science. – 2018. – Vol. 96. – P. 322-384.

ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИКИ КОЛЛОИДНЫХ ЧАСТИЦ В ЦЕПОЧЕЧНЫХ СТРУКТУРАХ В РАЗРЯДЕ ПОСТОЯННОГО ТОКА

А. В. Ерилин[a], К. Г. Косс[a,b], Е. А. Кононов[a,b], М. М. Васильев[b], О. Ф. Петров[a,b]
[a] Московский физико-технический институт
(национальный исследовательский университет),
141701, Долгопрудный, Институтский переулок, 9
[b] Объединенный институт высоких температур РАН,
125412, Москва, ул. Ижорская, 13-2

В работе представлены результаты исследования траекторий частиц в цепочечной структуре в разряде постоянного тока, полученных путем обработки видеозаписей движения частиц с высокоскоростных видеокамер. В ходе эксперимента варьировалась плотность мощности излучения облучающего лазера. Исследовались траектории, восстановленные по записям с двух видеокамер, и в проекции на плоскость одной из них. Получены зависимости фрактальной размерности траекторий активных частиц от их кинетической энергии. Проведено сравнение результатов исследования описанных выше случаев.

Ключевые слова: разряд постоянного тока; цепочечная структура; фрактальная размерность

INVESTIGATION OF DYNAMICS OF COLLOIDAL PARTICLES IN CHAIN STRUCTURE IN DC PLASMA DISCHARGE

A.V. Erilin[a], X. G. Koss[a,b], E. A. Kononov[a,b], M. M. Vasiliev[b], O. F. Petrov[a,b],
[a] Moscow Institute of Physics and Technology,
9 Institutskiy per., 141701, Dolgoprudny
[b]Joint Institute for High Temperatures of Russian Academy of Sciences,
13 Bd.2 Izhorskaya, 125412, Moscow

The paper presents the results of research of trajectory of particles in chain structure in DC plasma discharge, which were obtained by processing video recordings from high-speed video camera. During the experiment power density of the irradiating laser was varied. The study aims to investigate trajectories restored from video recordings of two cameras and in the projection onto one of them. The authors obtained correlation of fractal dimension of particles' trajectories and their kinetic energy. The researchers compared results of investigation of cases described above.

Key words: DC discharge; chain structure; fractal dimension

Одним из интереснейших примеров многофазных сред является пылевая (коллоидная) плазма - ионизированный газ, содержащий заряженные частицы конденсированного вещества микронных размеров, которые либо самопроизвольно образуются в плазме в результате различных процессов, либо вводятся в плазму извне [1, 2]. Помимо широкой распространенности в природе, такая плазма активно изучается в лабораторных условиях. Для формирования

© Ерилин А.В., Косс К.Г., Кононов Е.А., Васильев М.М., Петров О.Ф., 2025

упорядоченных плазменно-пылевых структур используется, в частности, газовый разряд постоянного тока [2]. Разряд обычно создается в вертикально установленной цилиндрической трубке. Вводимые в него частицы могут левитировать в областях баланса внешних сил, где они освещаются лазерным излучением и регистрируются с помощью видеокамеры. Обычные условия в разряде - давление газа от долей Торр до нескольких Торр, и разрядный ток от долей мА до нескольких мА. Структуры обычно наблюдаются в стоячих стратах положительного столба тлеющего разряда, то есть там, где имеется достаточно сильное электрическое поле для левитации частиц. За счет высокого плавающего потенциала стенок разрядной трубки страты имеют существенно двумерный характер: разность потенциалов центр – стенка в голове страты достигает 20 – 30 В. Таким образом, в голове каждой страты имеется электростатическая ловушка, которая в случае вертикальной ориентации способна удержать частицы, имеющие достаточно большой заряд и небольшую массу, от падения на расположенный внизу катод, а сильное радиальное поле препятствует их выпадению на стенки разрядной трубки.

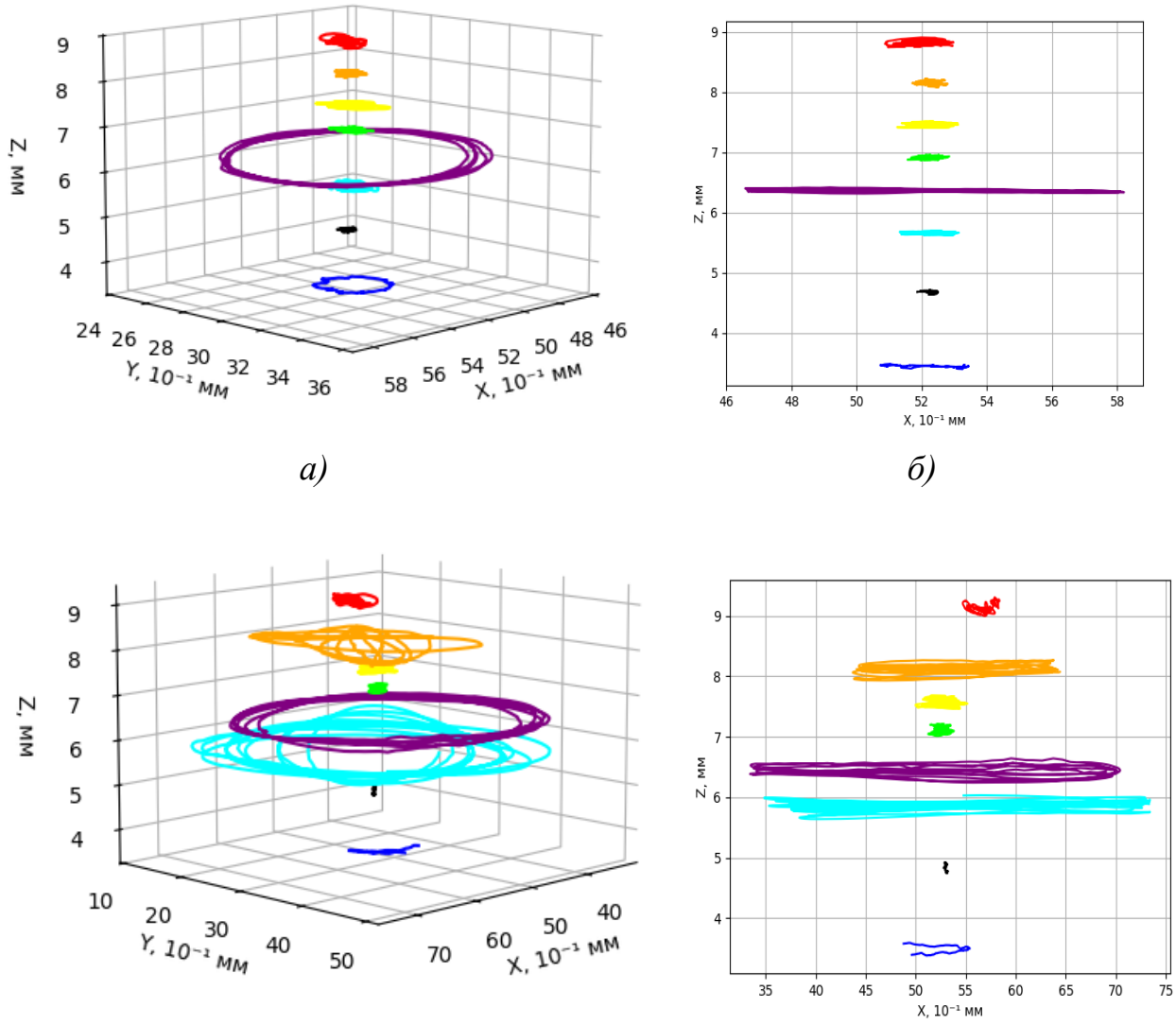
Значительное внимание в различных областях науки и техники привлекает исследование условий формирования высокоанизотропных структур взаимодействующих частиц, таких, как цепочечные структуры [2]. Помимо фундаментальных аспектов, изучение таких систем представляет особый прикладной интерес в области нано- и микротехнологий, а также при разработке покрытий и материалов с заданными свойствами.

В настоящее время системы, состоящие из активных броуновских частиц, то есть частиц, способных преобразовывать внешнюю энергию в кинетическую энергию своего движения, вызывают большой интерес как быстро развивающаяся и перспективная междисциплинарная область науки. [3]. Примером активных частиц являются многие бактерии, подвижные клетки, микро- и нанороботы [3], пылевые частицы в разрядной плазме [4] и сверхтекучем гелии [5]. Исследование эволюции этих открытых систем является интересной и актуальной проблемой. Общей особенностью всех видов природной и искусственной активной материи является ее динамика, отличающаяся от поведения пассивных, «классических» броуновских частиц.

В данной работе представлены результаты экспериментального исследования динамики цепочечных структур активных коллоидных частиц в тлеющем разряде постоянного тока при воздействии лазерного излучения. Структуры формировались из сферических монодисперсных частиц меламин-формальдегида (МФ), покрытых медью. Поглощение лазерного излучения металлической поверхностью частиц приводило к нагреву их поверхности и возникновению термофоретической силы. В результате этого наблюдалось увеличение интенсивности движения микрочастиц.

В исследовании предлагается использование фрактальной размерности траектории частиц [6, 7] для определения степени их активности. Также устанавливается возможность исследования проекции траектории частицы вместо исследования полной траектории в пространстве. Для влияния на степень активности частиц в структуре в ходе эксперимента варьировалась плотность

мощности облучающего лазера. Движение частиц в эксперименте регистрировалось с помощью двух высокоскоростных видеокамер. Камеры были поставлены под углом 90 градусов друг относительно друга. По полученным записям были восстановлены траектории движения частиц в 3D и 2D (в проекции на одну из камер) случаях (рис. 1).

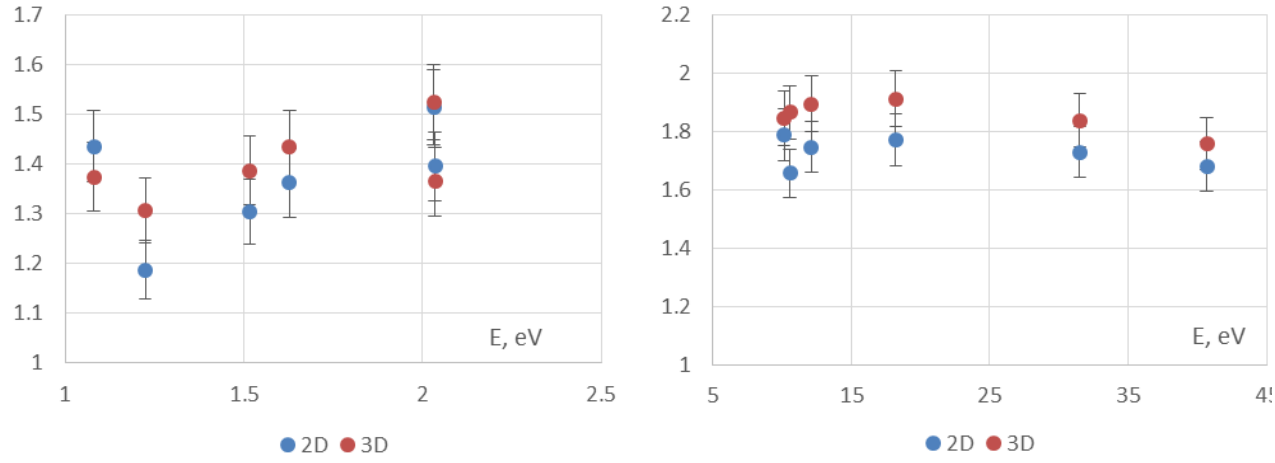


а) *б)*

в) *г)*

Рис. 1. Примеры траекторий частиц для различных значений мощности облучающего лазера: 0.08 Вт/см² *3D (а) и 2D (б),* 0.56 Вт/см² *3D (в) и 2D (г)*

Для каждой частицы были получены зависимости кинетической энергии и фрактальной размерности траектории от плотности мощности лазера. Проведено сравнение 2D и 3D случаев (рис. 2). Выяснено, что в пределах погрешности фрактальные размерности, определённые для 2D и 3D случаев, совпадают. Фрактальная размерность траектории частицы незначительно снижается с увеличением её кинетической энергии.



а) *б)*

Рис. 2. Зависимость фрактальной размерности траектории частицы от её кинетической энергии: частица 1 (а), частица 7 (б)

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 20-12-00372).

Список литературы

1. *Coy C.* Гидродинамика многофазных систем. - М.: Мир, 1971.
2. *Ваулина О.С., Петров О.Ф., Фортов В.Е., Храпак А.Г., Храпак С.А.* Пылевая плазма, Эксперимент и теория, 2009
3. *Bechinger C., Roberto di Leonardo, Löwen H., Reichhardt C., Volpe G., Volpe G.* Active particles in complex and crowded environments // Rev. Mod. Phys. 2016. V. 88: 045006. DOI: 10.1103/RevModPhys.88.045006.
4. *Arkar K., Vasiliev M.M., Petrov O.F., Kononov E. A., Trukhachev F. M.* Dynamics of Active Brownian Particles in Plasma // Molecules. 2021. V. 26(3): 561. DOI: 10.3390/molecules26030561.
5. *Petrov O.F., Boltnev R.E., Vasiliev M.M.* Experimental evolution of active Brownian grains driven by quantum effects in superfluid helium // Sci Rep. 2022. V. 12(1): 6085. DOI: 10.1038/s41598-022-09523-z.
6. *Allegrini, P., Douglas, J.F., Glotzer, S.C.* Dynamic entropy as a measure of caging and persistent particle motion in supercooled liquids // Physical Review E. 1999. V. 60: 5714. DOI: 10.1103/PhysRevE.60.5714.
7. *Koss, X. G., Kononov, E. A., Lisina, I. I., Vasiliev, M. M., Petrov, O. F.* Dynamic Entropy of Two-Dimensional Active Brownian Systems in Colloidal Plasmas. // Molecules 2022, 27, 1614.

ГИДРОЛЮМИНЕСЦЕНЦИЯ КАК ПРОЯВЛЕНИЕ МЕХАНИЗМА ЛОКАЛИЗОВАННОГО СДВИГА В ЖИДКОСТЯХ

Д. В. Ефремов, С. В. Уваров, О. Б. Наймарк
Институт механики сплошных сред УрО РАН,
614068, Пермь, ул. Академика Королева, 1

В работе изложены предположения, что в жидкостях, как конденсированных средах, могут проявляться механизмы переноса импульса, обусловленные локализованными сдвигами. Данные механизмы аналогичны пластическому течению в твёрдых телах и развиваются за времена, на 6-7 порядков больше времени самодиффузии. Развитие локализованных сдвигов ассоциируется с проявлениями гидро- и сонолюминесценции. Представлены экспериментальные исследования явлений гидро- и сонолюминесценции при пропускании гидравлического масла через узкий канал. Установлено, что существует пороговое значение скорости деформации ~10^5 $с^{-1}$ (Re ~ 1350, градиент давления в канале ~1.2 Гпа/м), при котором наблюдается резкое увеличение сигналов гидро- и сонолюминесценции. Обосновано предположение, что гидролюминесценция возникает вследствие изменения механизма переноса импульса от диффузионного к квазипластическому сдвигу.

Ключевые слова: перенос импульса в жидкостях; гидролюминесценция; узкий канал.

HYDROLUMINESCENCE AS A MANIFESTATION OF THE MECHANISM OF LOCALIZED SHEAR IN LIQUIDS

D. V. Efremov, S. V. Uvarov, O. B. Naimark
Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS,
1 Academician Korolev St., 614068, Perm

The paper presents assumptions that in liquids, as condensed media, momentum transfer mechanisms caused by localized shears may manifest themselves. These mechanisms are similar to plastic flow in solids and develop over times 6-7 orders of magnitude longer than the self-diffusion time. The development of localized shears is associated with manifestations of hydro- and sonoluminescence. Experimental studies of hydro- and sonoluminescence phenomena during hydraulic oil flow through a narrow channel are presented. It is established that there is a threshold value of the strain rate of ~10^5 s^{-1} (Re ~ 1350, pressure gradient in the channel ~1.2 GPa/m), at which a sharp increase in hydro- and sonoluminescence signals is observed. The assumption is substantiated that hydroluminescence occurs due to a change in the momentum transfer mechanism from diffusion to quasi-plastic shear.

Keywords: momentum transfer in liquids; hydroluminescence; narrow channel

Традиционно считается, что механизм переноса импульса в жидкостях – диффузионный, предполагается, что упругопластические свойства жидкости могут проявлять при временах меньше времени самодифузии $\tau \sim 10^{-11} \div 10^{-12}$ с, установленные по формуле Эйнштейна: $\tau = \delta^2/2D$. Однако, в работах А.Д. Сахарова с коллегами в экспериментах по исследованию распространения

© Ефремов Д.В., Уваров С.В., Наймарк О.Б., 2025

ударных волн в твёрдых телах и жидкостях была установлена универсальная асимптотика вязкости конденсированных сред при скоростях деформации ~ 10^5 c^{-1} [1]. Позднее Б.В. Дерягиным, при измерении сдвиговой упругости жидкостей резонансным методом, было показано, что сдвиговая упругость присуща большинству жидкостей независимо от вязкости и полярности при частотах $10^5 \div 10^6$ Гц, на 5-7 порядков ниже, чем это предполагалась ранее [2].

Я.И. Френкель в своих работах предложил идею [3], что молекулы жидкости некоторое время колеблются, как в твёрдых телах, а затем диффузионно перемещаются в соседние квазиравновестные положения. И ввёл время τ как среднее время между диффузионными скачками и предсказал, что жидкости ведут себя как твёрдые тела и, следовательно, поддерживают распространяющиеся сдвиговые моды при временах меньше τ или на частоте выше частоты Френкеля ω_F:

$$\omega > \omega_F = \frac{1}{\tau}$$

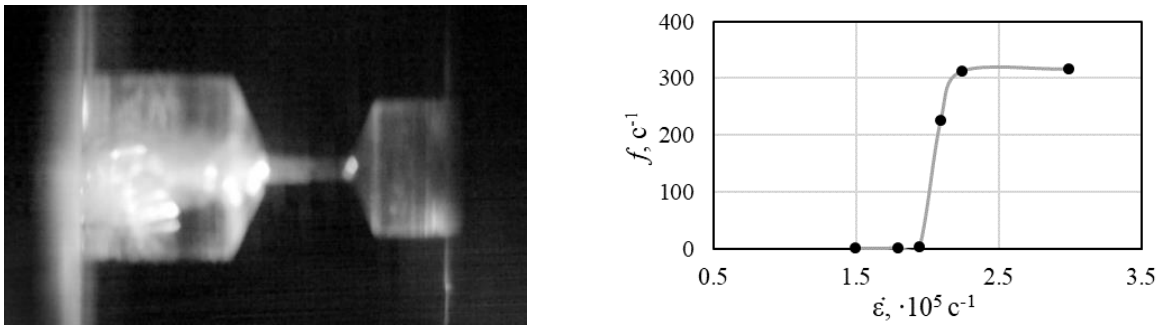
Я.И. Френкель предположил, диффузионный механизм переноса импульса реализуется посредствам перескока молекул в жидкости при наличии точечных дефектов. Для реализации диффузионного механизма достаточно энергии kT. Другие дефекты не могут образоваться при малых скоростях деформации, если в среде нет акустических мод. Акустические фононы появляются при наличии сдвиговой упругости в жидкости. При скорости деформации ~10^5 c^{-1} жидкость обнаруживает сдвиговую упругость, появляются акустические моды, энергии которых в дополнение к kT может оказаться достаточной для формирования локализованных сдвигов – скольжение групп молекул относительно групп молекул.

Ещё одним классом экспериментов, когда скорость деформации в пограничных слоях может достигать значений ~ $10^5 \div 10^6$ c^{-1}, с возможностью реализации квазипластического механизма переноса импульса. Являются эксперименты по регистрации явления гидролюминесценции при пропускании жидкости через канал диаметром < 1 мм.

Выделяют два явления гидролюминесценцию (ГЛ) и сонолюминесценцию (СЛ) Под ГЛ понимается эффект эмиссии света жидкостью, возникающей в интенсивных гидродинамических потоках. Механизм ГЛ, существенным образом зависит от наличия стенок канала, чем больше диаметр узкого канала, тем большую скорость протекания жидкости необходимо создать, чтобы зафиксировать свечение. Эмиссия света при СЛ происходит при схлопывании кавитационных пузырьков, вызванных гидродинамическими эффектами [4].

Регистрация явлений ГЛ и СЛ осуществлялась на оригинальной экспериментальной установке [4]. На рисунке 1а показан видеокадр наблюдения ГЛ в узком канале и СЛ при выходе жидкости в диффузор в следствии падения давления с образованием кавитационных пузырьков. На рисунке 1б показана обработка сигналов, полученных с помощью фотоумножителя, которая показала, что существует пороговое значение скорости деформации ~ 10^5 c^{-1} (Re ~ 1350, *gradP* ~1.2 ГПа/м), при котором наблюдается резкое увеличение сигналов

ГЛ и СЛ. Скорости деформации возникновения ГЛ согласуются с результатами полученными в [5].



а) *б)*

Рис. 1. Видеокадр наблюдения явлений ГЛ и СЛ (а); зависимость числа сигналов ГЛ и СЛ, регистрируемых фотоумножителем, от скорости деформации в канале.

Вероятно, явление ГЛ связанно с формированием коллективных мод сдвига, аналогично сценариям формирования мод локализованного сдвига пли пластической деформации твёрдых тел при достижении пороговых значений скорости деформации ~10^5 $с^{-1}$. Характер такого перехода сопровождается резким изменением диссипативных свойств жидкости, проявлением которых является ГЛ.

Работа выполнена в рамках государственного задания Министерства науки и высшего образования РФ (№ тема АААА-А19-119013090021-5).

Список литературы

1. *Сахаров А.Д, Зайдель Р.М., Минеев В.Н., Олейник А.Г.,* Экспериментальное исследование устойчивости ударных волн и механических свойств вещества при высоких давлениях и температурах // Докл. АН СССР. 1964. Т. 159. № 5. С. 1019–1022
2. *Derjagin B.V., Churaev N.V.* Nature of "Anomalous Water" // Nature. 1973. V. 244. pp. 430-431
3. *Френкель Я.И.* Кинетическая теория жидкости. Л.: Наука. 1975. 592 с.
4. *Ефремов Д.В., Уваров С.В., Дежкунов Н.В., Наймарк О.Б.* Исследование стадийности развития кавитации в каналах по данным измерений гидро- и сонолюминесценции // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. 2024. Т. 90. № 6. С. 36-41.
5. *Герценштейн С.Я., Монахов А.А.* Электризация и свечение жидкости в коаксиальном канале с диэлектрическими стенками // Механика жидкости и газа. 2009. №. 3. С. 114-119

ВЛИЯНИЕ КОНТРАСТА ВЯЗКОСТЕЙ ЖИДКОСТЕЙ НА УСТОЙЧИВОСТЬ ГРАНИЦЫ РАЗДЕЛА В НЕРАВНОМЕРНО ВРАЩАЮЩЕМСЯ ГОРИЗОНТАЛЬНОМ ЦИЛИНДРЕ

А. Р. Зимасова, А. С. Кобяков, А. А. Мальцева, В. Г. Козлов
Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет,
614990, Пермь, ул. Пушкина, 42

Экспериментально исследуется динамика границы раздела пары жидкостей в горизонтальной цилиндрической полости, совершающей модулированное вращения. Жидкости отличаются вязкостью и плотностью. Изучается порог развития осцилляционной неустойчивости Кельвина-Гельмгольца в зависимости от величины контраста вязкостей жидкостей. Варьируются отношение объемов жидкостей, скорость вращения, амплитуда и частоты либраций. Показано, что понижение контраста вязкостей приводит к снижению порогового значения амплитуды модуляции скорости.

Ключевые слова: неустойчивость; граница раздела; квазистационарный рельеф; вращение; либрации; контраст вязкостей

INFLUENCE OF VISCOSITY CONTRAST OF LIQUIDS ON THE STABILITY OF THE INTERFACE IN AN UNUNIFORMLY ROTATING HORIZONTAL CYLINDER

A. R. Zimasova, A. S. Kobyakov, A. A. Maltseva, V. G. Kozlov
Perm State Humanitarian Pedagogical University,
42 Pushkina St., 614990, Perm

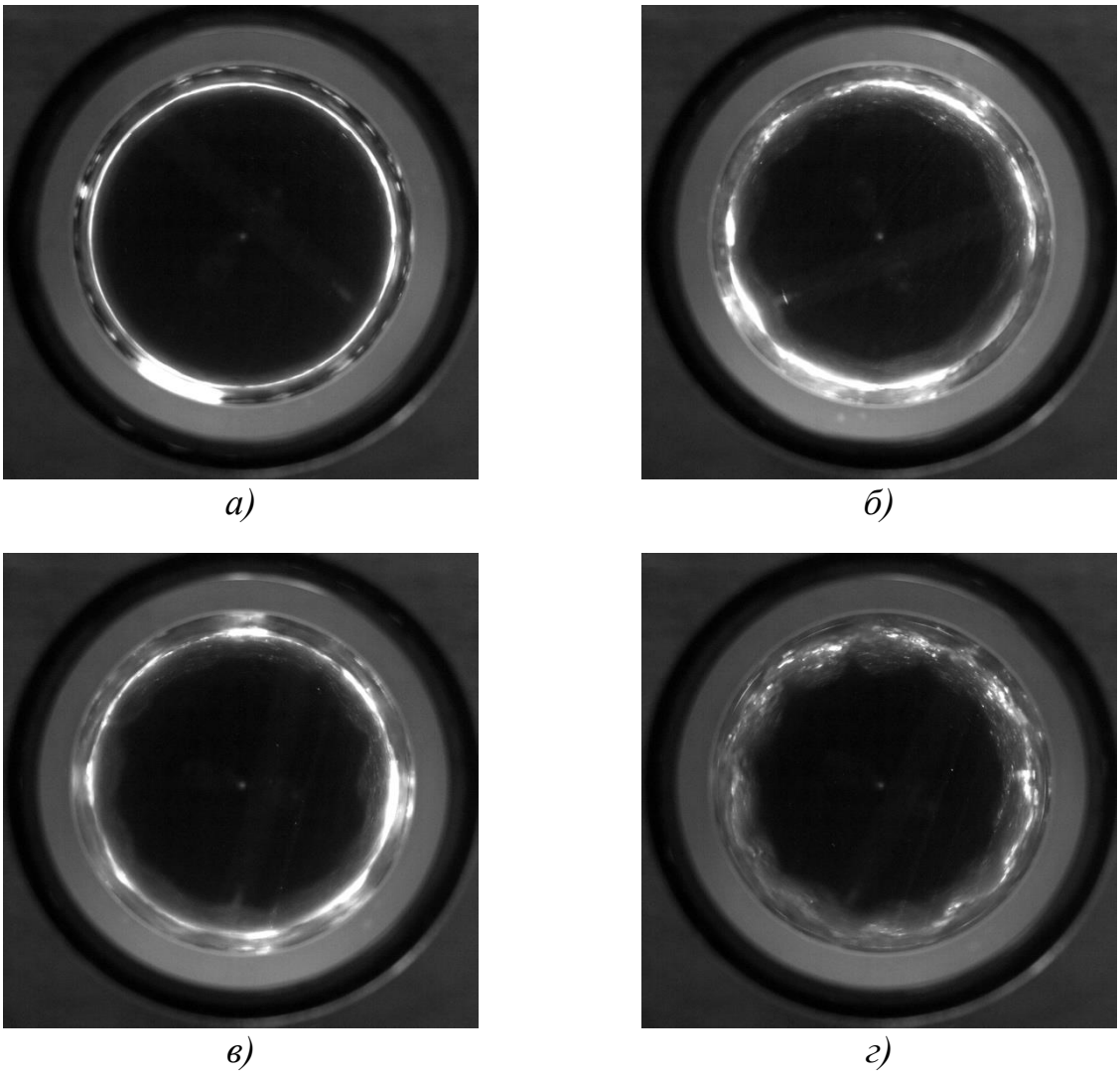
The dynamics of the interface of a pair of liquids in a horizontal cylindrical cavity performing modulated rotation is experimentally investigated. The liquids differ in viscosity and density. The threshold of development of the Kelvin-Helmholtz oscillatory instability is studied depending on the value of the contrast of the liquid viscosities. The ratio of the liquid volumes, rotation speed, amplitude and frequency of librations are varied. It is shown that a decrease in the contrast of viscosities leads to a decrease in the threshold value of the amplitude of velocity modulation.

Keywords: instability; interface; quasi-stationary relief; rotation; libration; viscosity contrast

В работе [1] представлены результаты исследования осцилляционной неустойчивости Кельвина – Гельмгольца в неравномерно вращающемся горизонтальном цилиндре с парой жидкостей ПМС 0.65 и глицерин. Было обнаружено, что на поверхности осесимметричного тонкого слоя вязкой жидкости, сформированного центробежной силой, с повышением амплитуды модуляции скорости вращения возникает квазистационарный рельеф в виде азимутально периодической системы двумерных холмов. "Замороженная" волна практически неподвижна в системе отсчета полости, она формируется в результате азимутальных тангенциальных осцилляций маловязкой жидкости над

© Зимасова А.Р., Кобяков А.С., Мальцева А.А., Козлов В.Г., 2025

межфазной границей. Природа такого поведения кроется в высоком контрасте вязкостей жидкостей: тонкий слой глицерина увлекается поверхностью неравномерно вращающейся полости в то время, как маловязкая жидкость совершает равномерное вращение. Настоящая работа посвящена изучению этого явления на паре жидкостей с меньшим контрастом вязкостей: октанол и глицерин. Кинематическая вязкость октанола составляет $\nu_{oct} = 9.8$ сСт, т.е. на порядок выше вязкости ПМС 0.65 [1]. Другим важным отличием у пары октанол-глицерин является сравнительно малая величина межфазного натяжения, $\sigma = 5.83$мН/м. Полость совершает вращение по закону $\Omega = \Omega_{rot}(1 + \varepsilon\, cos\Omega_{lib})$. В экспериментах варьируются скорость вращения полости, амплитуда и частота модуляции скорости. Подробное описание экспериментальной установки и методики проведения эксперимента можно найти в [1]. В данных экспериментах в маловязкую жидкость были добавлены PIV частицы для визуализации потоков, генерируемых в маловязкой жидкости вблизи межфазной границы в надкритической области.



а) *б)*

в) *г)*

Рис. 1. Фотографии границы раздела жидкостей октанол – глицерин при $f_{rot} \equiv \Omega_{rot}/2\pi$ = 5 об/с, $f_{lib} \equiv \Omega_{lib}/2\pi$ = 4 Гц, ε: а) 0; б) 0.36; в) 0.40; г)0.48

Граница раздела во вращающейся полости в отсутствие либрации имеет осесимметричную форму (рис. 1*а*). При увеличении амплитуды модуляции скорости до определенного значения граница остается устойчивой (рис. 1*б*). Граница теряет устойчивость пороговым образом при достижении определенного значения амплитуды модуляции скорости вращения ε (рис. 1*в*), при дальнейшем увеличении ε рельеф развивается, а интенсивность потоков возрастает (рис. 1*г*).

Опыты показали, что зависимости порогового значения ε от частоты либраций при фиксированных скоростях вращения для границы раздела жидкостей октанол – глицерин аналогичны случаю пары жидкостей ПМС 0.65 – глицерин (рис. 2): с увеличением частоты либрации при фиксированной скорости вращения пороговые значения возникновения рельефа на границе сначала уменьшается, а затем практически не изменяются; с увеличением скорости вращения пороговые кривые смещаются вниз. Из сравнения с результатами [1] следует, что понижение контраста вязкостей приводит к значительному снижению порога развития осцилляционной неустойчивости Кельвина – Гельмгольца.

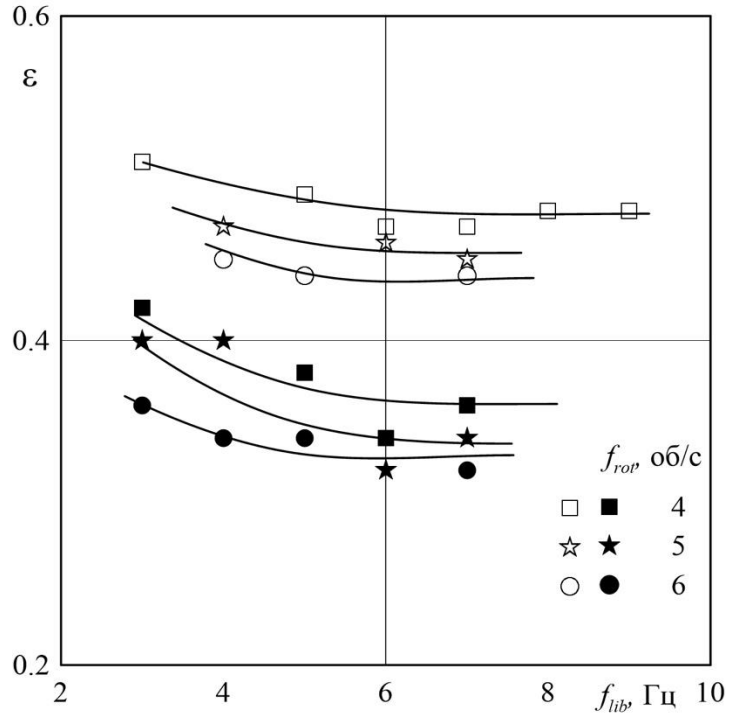


Рис. 2. Зависимость порогового значения амплитуды модуляции скорости ε от частоты либраций f_{lib} для двух пар жидкостей: темные значки – граница раздела октанол – глицерин; светлые значки – граница раздела ПМС 0.65 – глицерин [1]

Длины волны при фиксированной скорости вращения с увеличением частоты либрации сначала понижается (рис. 3). Результаты для обеих пар жидкостей с точностью до погрешностей эксперимента согласуются.

Значительный разброс экспериментальных точек определяется, в частности, условием целочисленного значения числа холмов на периметр границы раздела.

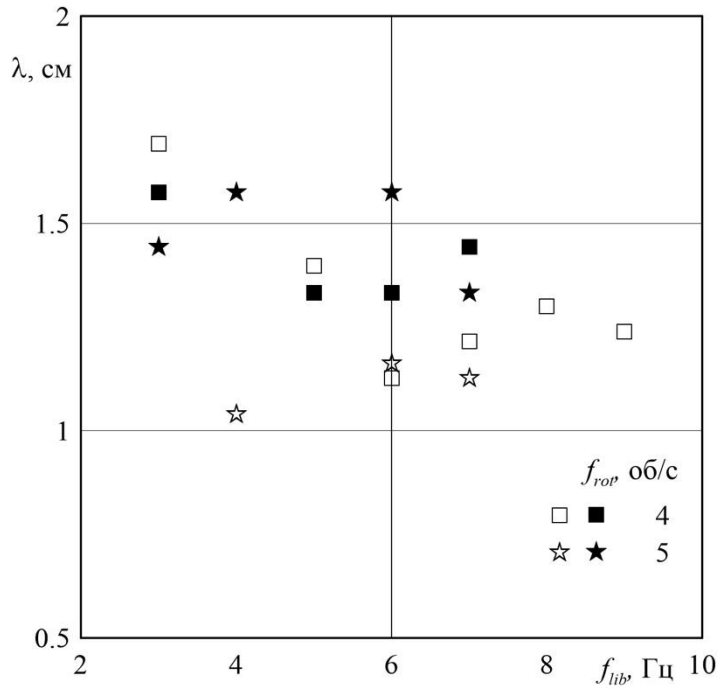


Рис. 3. Зависимость длины волны λ в пороге от частоты либраций f_{lib} для двух пар жидкостей: темные значки – граница раздела октанол – глицерин; светлые значки – граница раздела ПМС 0.65 – глицерин

Исследование выполнено при поддержке министерства Просвещения РФ в рамках Государственного задания (рег. номер 1023032300071-6-2.3.1).

Список литературы

1. *Kozlov V. G., Zimasova A. R., Kozlov N. V.* Stability of liquid− liquid interface in unevenly rotating horizontal cylinders // Interfacial Phenomena and Heat Transfer. 2024. Vol. 12 (1). P.63-74.

МОДЕЛЬ ФОРМИРОВАНИЯ КОНИЧЕСКИХ ОСТРИЙ НА ПОВЕРХНОСТИ ПРОВОДЯЩЕЙ ЖИДКОСТИ В ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ

Н. М. Зубарев[a,b]
[a]Институт электрофизики УрО РАН,
620016, Екатеринбург, ул. Амундсена, 106
[b]Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН,
119991, Москва, Ленинский проспект, 53

Предложена аналитическая модель формирования конических острий на исходно гладкой поверхности идеально проводящей жидкости (жидкого металла) во внешнем электрическом поле. При формировании особенности кривизна вершины выступа, локальная напряженность поля и скорость жидкости обращаются в бесконечность за конечное время. Продемонстрировано, что в этом процессе можно выделить два масштаба с различным типом поведения жидкости. На макромасштабе применимо приближение идеальной жидкости; формируется конус с тейлоровским углом раствора. На микромасштабе определяющую роль играют вязкие эффекты, и формируется конус с втрое меньшим углом раствора. В обоих случаях реализуются автомодельные режимы течения жидкости.

Ключевые слова: конус Тейлора; неустойчивость Тонкса–Френкеля; автомодельные решения; сингулярности

MODEL OF FORMATION OF CONICAL CUSPS ON THE SURFACE OF A CONDUCTING LIQUID IN AN ELECTRIC FIELD

N. M. Zubarev[a, b]
[a]Institute of Electrophysics, UB RAS,
106 Amundsena St., 620016, Ekaterinburg
[b]Lebedev Physical Institute, RAS,
53 Leninskii Pr., 119991, Moscow

An analytical model is proposed for the formation of conical cusps on an initially smooth surface of a perfectly conducting liquid (liquid metal) in an external electric field. When the singularity is formed, the protrusion apex curvature, local electric field strength, and fluid velocity become infinite in a finite time. It has been demonstrated that two scales with different types of fluid behavior can be distinguished in this process. On the macroscopic scale, the ideal fluid approximation is applicable; a cone of the Taylor opening angle develops. At the microscale, viscous effects play a decisive role, and a cone with an opening angle three times smaller is formed. In both cases, self-similar fluid flow regimes are realized.

Keywords: Taylor cone; Tonks–Frenkel instability; self-similar solutions; singularities

Работа посвящена исследованию процесса формирования конических острий – динамических конусов Тейлора – на поверхности жидкостей в электрическом поле.

© Зубарев Н.М., 2025

Плоская горизонтальная свободная поверхность проводящей жидкости неустойчива в достаточно сильном внешнем вертикальном электрическом поле. Взаимодействие поля с индуцированным им поверхностным электрическим зарядом приводит к росту исходно малых возмущений границы: развивается так называемая неустойчивость Тонкса–Френкеля [1,2]. На линейной стадии этой неустойчивости амплитуда возмущений растет экспоненциально. Влияние нелинейности ускоряет развитие неустойчивости – на ее развитых стадиях происходит неограниченное заострение поверхности, приводящее за конечное время к формированию конических острий.

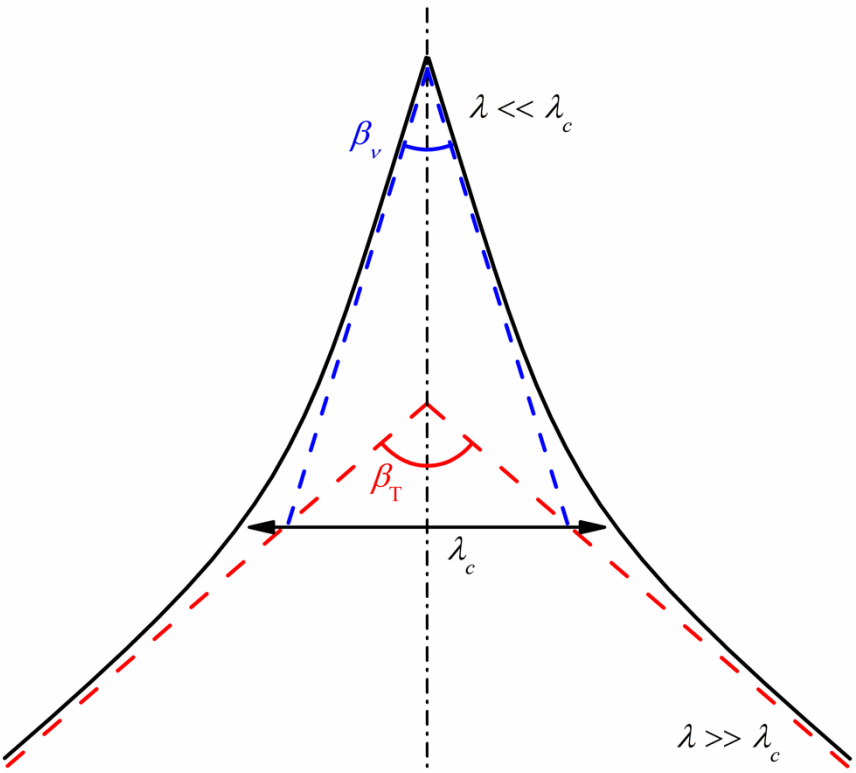


Рис. 1. Схематически показана форма поверхности к моменту формирования особенности

Предложен простой, качественный подход к описанию основных закономерностей процесса формирования острий, основанный на анализе дисперсионного соотношения для поверхностных волн в сочетании с учетом нелинейного усиления электрического поля на образующихся выступах [3]. В рамках этого подхода установлено, что за образование особенностей ответственны автомодельные решения уравнений движения, для которых характерный пространственный масштаб (λ) уменьшается со временем (t) по степенному закону $\lambda \propto (t_c - t)^{2/3}$, где t_c – момент формирования сингулярности (коллапса). При этом кривизна вершины ускоряющегося выступа, локальная напряженность электрического поля (E) и скорость жидкости (u) становятся бесконечными за конечное время. Показано, что в этом процессе можно выделить два масштаба с различными типами поведения жидкости. В макроскопическом масштабе $(\lambda > \lambda_c$, где $\lambda_c \sim \nu^2 \rho / \alpha$, ν – кинематическая

вязкость жидкости, ρ – ее плотность, α – коэффициент поверхностного натяжения) применимо приближение идеальной жидкости; формируется конус с углом раствора $\beta_T \approx 98.6°$ (конус Тейлора [4]). а поле (E) и скорость (u) на вершине нарастают по одинаковому закону: $E \propto u \propto (t_c - t)^{-1/3}$. В микромасштабе $(\lambda < \lambda_c)$ определяющую роль играют вязкие эффекты, и образуется конус с существенно меньшим предельным углом раствора $\beta_v \approx 33.1°$ (см. рис. 1). При этом поле и скорость на вершине нарастают по степенным законам с различными показателями: $E \propto (t_c - t)^{-1/2}$ и $u \propto (t_c - t)^{-1/3}$. Различие поведения жидкости в разных масштабах связано с изменением характера баланса сил в уравнениях движения. В первом случае основной баланс реализуется между динамическими, электростатическими и капиллярными силами [5,6], а во втором – между электростатическими и вязкими силами [7].

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 20-19-00323-П.

Список литературы

1. *Tonks L.* A theory of liquid surface rupture by a uniform electric field // Phys. Rev. 1935. Vol. 8. P. 562–568.
2. *Френкель Я. И.* К теории Тонкса о разрыве поверхности жидкости постоянным электрическим полем в вакууме // ЖЭТФ. 1936. Т. 6. № 4. С. 348–350.
3. *Zubarev N. M.* The effect of viscosity on the self-similar growth of conic cusps on the surface of a conducting liquid in an electric field: Limiting cone angle // Physics of Fluids. 2024. Vol. 36, P. 042102.
4. *Taylor G. I.* Disintegration of water drops in an electric field // Proc. R. Soc. A. 1964. Vol. 280. P. 383–397.
5. *Зубарев Н. М.* Формирование конических острий на поверхности жидкого металла в электрическом поле // Письма в ЖЭТФ. 2001. Т. 3, № 10, С. 613–617.
6. *Suvorov V. G., Zubarev N. M.* Formation of the Taylor cone on the surface of liquid metal in the presence of an electric field // J. Phys. D. 2004. Vol. 37. P. 289–297.
7. *Betelu S. I., Fontelos M. A., Kindelan U., Vantzos O.* Singularities on charged viscous droplets // Phys. Fluids. 2006. Vol. 18. P. 051706.

ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ЗНАЧЕНИЯ КОНЦЕНТРАЦИИ ОТ ВЫБРОСОВ ПРЕДПРИЯТИЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МЕТОДОВ МАШИННОГО ОБУЧЕНИЯ И ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ГИДРОДИНАМИКИ

А. А. Исахов, Н. Рысмамбетов, А. Сабыркулова, А. Абылкасымова
Казахстанско-британский технический университет,
050000, Алматы, Толе би, 59

Данное исследование посвящено моделированию и прогнозированию распространения загрязнений в реке Урал и Каспийском море в результате аварийных разливов нефти вблизи устья Урала, рядом с городом Атырау, Казахстан. Была разработана модель CFD на основе осредненных уравнений Навье-Стокса по Рейнольдсу, в сочетании с уравнениями концентрации и температуры, для моделирования гидродинамического поведения нефтепродуктов, выбранного в качестве загрязнителя. Модель CFD была реализована с использованием алгоритма SIMPLE. Кроме того, для прогнозирования значения концентраций загрязняющих веществ в конкретных местах была использована нейронная сеть Bi-LSTM. Модель Bi-LSTM обучалась на проведенных прямых вычислениях с помощью CFD модели в конкретных контрольных точках вычислительной области. Результаты показывают, что архитектура BiLSTM эффективно прогнозируют значения загрязняющих веществ, хотя необходимо проведения улучшения для моделей в некоторых точках с более высокими уровнями ошибок и шумом. Полученные результаты демонстрируют возможности комбинирования CFD вычисления и машинного обучения для эффективного улучшения прогнозирования, и мониторинга распространения нефтяных разливов.

Ключевые слова: методы машинного обучения, архитектура BiLSTM, уровень загрязнения, прямое численное моделирование, суррогатная модель

FORECASTING THE VALUE OF CONCENTRATION FROM ENTERPRISE EMISSIONS USING MACHINE LEARNING AND COMPUTATIONAL FLUID DYNAMICS

A. A. Isakhov, N. Rysmambetov, A. Sabyrkulova, A. Abylkasymova
Kazakh-British Technical University,
59 Tole bi, 050000, Almaty

This study is devoted to modeling and forecasting the spread of pollutants in the Ural River and the Caspian Sea as a result of accidental oil spills near the Ural River mouth, near the city of Atyrau, Kazakhstan. A CFD model based on the averaged Reynolds Navier-Stokes equations, combined with the concentration and temperature equations, was developed to simulate the hydrodynamic behavior of oil products selected as a pollutant. The CFD model was implemented using the SIMPLE algorithm. In addition, the Bi-LSTM neural network was used to predict the concentration values of pollutants at specific locations. The Bi-LSTM model was trained on the direct calculations performed using the CFD model at specific control points of the computational domain. The results show that the BiLSTM architecture effectively predicts the pollutant values,

© Исахов А.А., Рысмамбетов Н., Сабыркулова А., Абылкасымова А., 2025

although improvements are needed for the models at some points with higher error levels and noise. The obtained results demonstrate the potential of combining CFD computation and machine learning to effectively improve the forecasting and monitoring of oil spills.

Keywords: machine learning methods, BiLSTM architecture, pollution level, direct numerical simulation, surrogate model

Вода представляет собой не только жизненно важный ресурс для каждого человека, но и ключевой элемент экосистем, поддерживающих разнообразие жизни на планете. Охрана водных ресурсов имеет значительное экономическое и социальное значение для современного общества, играя важную роль в сельском хозяйстве, промышленности, энергетике и других секторах экономики. Однако в последние десятилетия проблема загрязнения водоемов стала одной из наиболее острых экологических проблем, требующих срочных мер.

Загрязнение водных ресурсов вызвано множеством факторов, включая промышленные выбросы, сельскохозяйственные стоки, бытовые отходы и несанкционированные сбросы химических веществ. Эти загрязнения не только снижают качество воды, делая ее непригодной для использования, но и наносят значительный вред здоровью людей и состоянию экосистем. В результате ухудшается урожайность сельского хозяйства, возрастают расходы на очистку воды и медицинское обслуживание, что негативно сказывается на экономическом развитии [1-12].

Данное исследование посвящено использованию суррогатной модели, объединяющая модель динамики жидкости (CFD) и методы машинного обучения при распространении загрязнения в водной среде для реки Урал и Каспийского моря нефтепродуктами в результате аварийных разливов, которые происходят вблизи устья Урала, в непосредственной близости от города Атырау, известного своей нефтяной промышленностью. Исследование охватывает северную часть Каспийского моря, где влияние таких разливов может быть наиболее значительным.

В работе рассматриваются аварийные сбросы нефтепродуктов и их последующее распространение в водах Урала и Каспийского моря. Нефтепродукты, образующие пленку на поверхности воды из-за их меньшей плотности по сравнению с водой, моделируются с использованием двумерных уравнений осредненных уравнений Навье-Стокса по Рейнольдсу, уравнений концентрации и температуры. Поток рассматривается как несжимаемый и нестационарный турбулентный поток. Для замыкания модели используются дополненные турбулентные модели k-omega SST.

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial \left(\rho u_i u_j\right)}{\partial x_j} = \frac{\partial \left(-\rho \overline{u_i' u_j'}\right)}{\partial x_j} - \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\mu\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right)\right) \tag{2}$$

$$\frac{\partial T}{\partial t}+\frac{\partial(\rho u_j T)}{\partial x_j}=\frac{\partial\left(-\rho\overline{u_j' T'}\right)}{\partial x_j}+\frac{\partial}{\partial x_j}\left(D_T\frac{\partial T}{\partial x_j}\right) \quad (3)$$

$$\frac{\partial C}{\partial t}+\frac{\partial(\rho u_j C)}{\partial x_j}=\frac{\partial\left(-\rho\overline{u_j' C'}\right)}{\partial x_j}+\frac{\partial}{\partial x_j}\left(D_C\frac{\partial C}{\partial x_j}\right) \quad (4)$$

где u_i – вектор средней скорости, u_i' и u_j' – турбулентные флуктуации скорости, μ – вязкость, ρ - плотность, P - давление жидкости, T - температура жидкости, D_T и D_C - коэффициенты диффузии, $\overline{u_i' u_j'}$ – тензор Ренольдсовых напряжений, $\overline{u_j' T'}$ – турбулентные флуктуации теплового потока, $\overline{u_j' C'}$ – турбулентные флуктуации концентрации.

В этой секции рассматривается архитектура Bi-LSTM, которая используется для прогноза уровня концентрации для загрязняющих веществ в определённых локальных местах в разрезе по времени. Для того, чтобы использовать Bi–LSTM, необходимо ознакомиться с работой архитектур RNN и LSTM. На рисунке 1 показано распространение концентрации нефтепродуктов в различные временные интервалы. На рисунке 2 приведены прогнозы с помощью модели на тестовых данных полученные с помощью прямого численного моделирования. Визуальный анализ показывает, что используемая модель хорошо справляется с прогнозированием, однако нужно отметить, что для некоторых контрольных точек, такие как для первого датчика, имеются значительные отклонения.

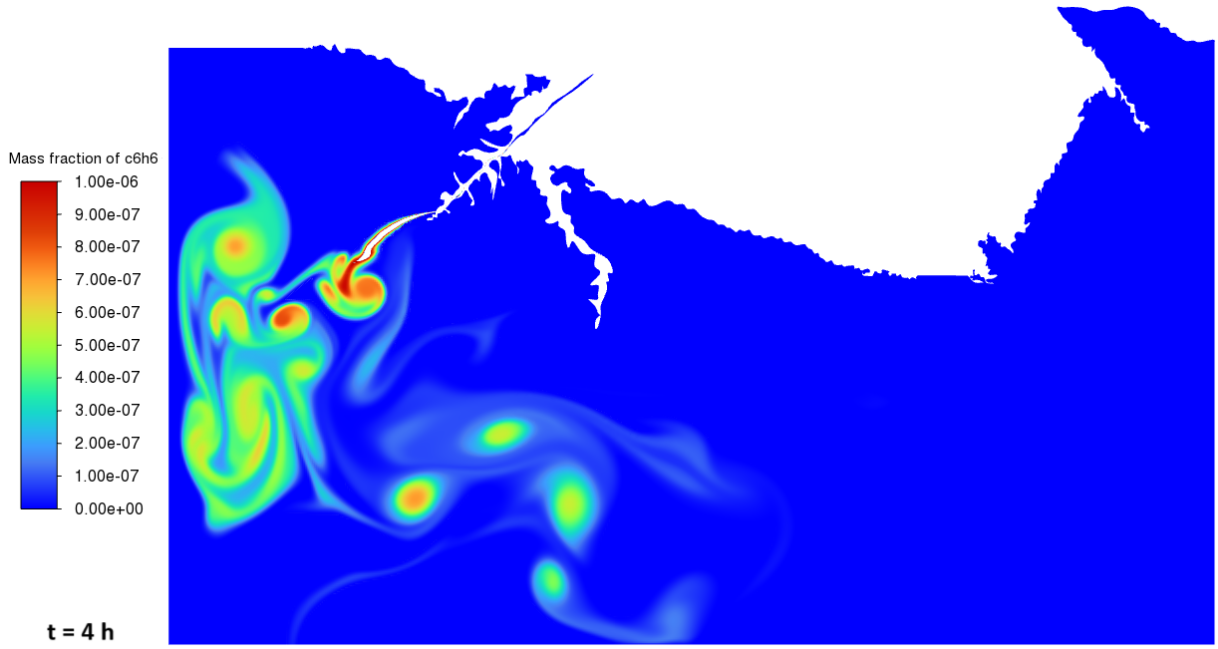


Рис. 1. Распространение концентрации в разные промежутки времени

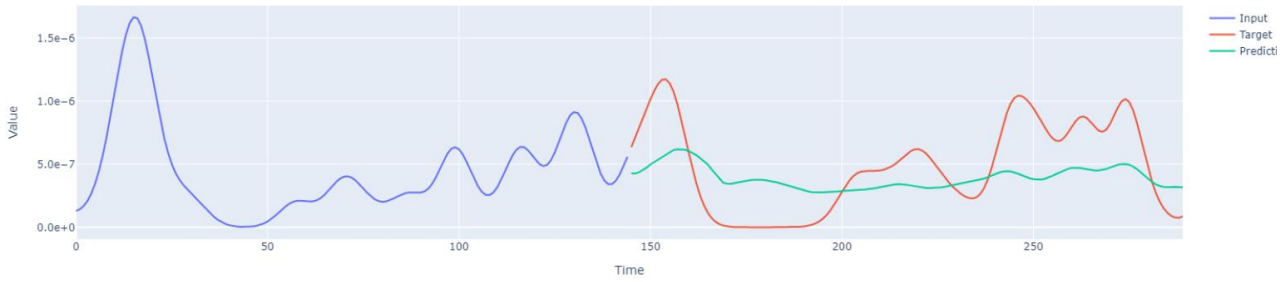


Рис. 2. Прогнозы концентрации, полученные моделью Bi-LSTM

Для предсказания значения концентрации загрязняющих веществ использовалась архитектура Bi-LSTM. Модели Bi-LSTM были обучены на данных CFD моделирования для каждой измерительной точки отдельно, которые расположены в различных местах в Каспийском море. Анализ результатов показал, что модели демонстрируют различные уровни точности в зависимости от расположения датчика. Наилучшие результаты были достигнуты моделью, обученной на данных третьего датчика, тогда как модель для первого датчика показала наибольшее значение ошибки, указывающее на сложность данных.

Список литературы

1. *Amiri S, Mazaheri M, Samani JMV*. Introducing a general framework for pollution source identification in surface water resources (theory and application). Journal of Environmental Management. 2019; 248:109281. doi:10.1016/j.jenvman.2019.109281
2. *Alfwzan WF, Selim MM, Almalki AS, Alharbi IS.* Water quality assessment using Bi-LSTM and computational fluid dynamics (CFD) techniques. Alexandria Engineering Journal /Alexandria Engineering Journal. 2024; 97:346-359. doi:10.1016/j.aej.2024.04.030
3. *Chen H, Xu L, Ai W, Lin B, Feng Q, Cai K.* Kernel functions embedded in support vector machine learning models for rapid water pollution assessment via near-infrared spectroscopy. Science of the Total Environment. 2020; 714:136765. doi:10.1016/j.scitotenv.2020.136765
4. *Ejaz U, Khan SM, Jehangir S, et al.* Integrated analytics and machine learning for water quality index assessment - Monitoring of industrial waste polluted stream. Journal of Cleaner Production. 2024; 450:141877. doi:10.1016/j.jclepro.2024.141877
5. *Huan H, Hu L, Yang Y, et al.* Groundwater nitrate pollution risk assessment of the groundwater source field based on the integrated numerical simulations in the unsaturated zone and saturated aquifer. Environment International. 2020;137:105532. doi:10.1016/j.envint.2020.105532
6. *Li D, Dong Z, Shi L, Liu J, Zhu Z, Xu W.* Risk Probability Assessment of Sudden Water Pollution in the Plain River Network Based on Random Discharge from Multiple Risk Sources. Water Resources Management. 2019;33(12):4051-4065. doi:10.1007/s11269-019-02366-w

7. *Li X, Yang Y, Yang J, Fan Y, Qian X, Li H.* Rapid diagnosis of heavy metal pollution in lake sediments based on environmental magnetism and machine learning. Journal of Hazardous Materials. 2021;416:126163. doi:10.1016/j.jhazmat.2021.126163
8. *Liu X, Lu D, Zhang A, Liu Q, Jiang G.* Data-Driven Machine learning in Environmental Pollution: Gains and problems. Environmental Science & Technology. 2022;56(4):2124-2133. doi:10.1021/acs.est.1c06157
9. *Poursaeid M.* An optimized Extreme Learning Machine by Evolutionary Computation for River Flow Prediction and Simulation of Water Pollution in Colorado River Basin, USA. Expert Systems With Applications. 2023;233:120998. doi:10.1016/j.eswa.2023.120998
10. *Raznahan M, An C, Li SS, Geng X, Boufadel M.* Multiphase CFD simulation of the nearshore spilled oil behaviors. Environmental Pollution. 2021;288:117730. doi:10.1016/j.envpol.2021.117730
11. *Uba F, Fiagbe YAK, Opoku R, Forson FK, Nyantakyi EK.* CFD modelling and analysis of the trajectory and behaviour of oil pollutant particles in the ghanaian territorial waters. Scientific African. 2020;8:e00411. doi:10.1016/j.sciaf.2020.e00411
12. *Wei S, Fu D, Wang D, Yu G, Luo Y, Xu H.* Tracer study of CDOM for nitrogen and phosphorus pollution in the offshore Leizhou Peninsula, China. Ecological Indicators. 2023;148:110019. doi:10.1016/j.ecolind.2023.110019

КОНВЕКТИВНАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ СТРАТИФИЦИРОВАННОЙ ФЕРРОЖИДКОСТИ В ЯЧЕЙКЕ ХЕЛЕ-ШОУ

П. Н. Казанцев, Б. Л. Смородин
Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614990, Пермь, ул. Букирева, 15

Рассмотрена термомагнитная конвекция стратифицированной магнитной жидкости в ячейке Хеле-Шоу, помещённой во внешнее неоднородное магнитное поле и нагреваемой со стороны длинной узкой грани. С помощью метода Галеркина получена зависимость пороговых значений магнитного числа Рэлея от концентрационного числа Рэлея и параметра разделения смеси, характеризующих степень начальной стратификации жидкости за счет магнетофореза и термодиффузии соответственно. Проанализированы колебательные конвективные течения, возникающие при положительном значении параметра разделения смеси.

Ключевые слова: магнитная жидкость; неоднородное магнитное поле; ячейка Хеле-Шоу

CONVECTIVE INSTABILITY OF STRATIFIED FERROFLUID IN A HELE-SHAW CELL

P. N. Kazantsev, B. L. Smorodin
Perm State University,
15 Bukireva St., 614990, Perm

The thermomagnetic convection of a stratified magnetic colloid inside a Hele-Shaw cell placed in an external inhomogeneous magnetic field and heated from the long narrow face is considered. Using the Galerkin method, the dependence of the threshold values of the magnetic Rayleigh number on the concentration Rayleigh number and the separation ratio, characterizing the initial fluid stratification rate caused by magnetophoresis and thermal diffusion, respectively, is obtained. The oscillatory convective flows arising at a positive value of the separation ratio are analyzed.

Keywords: ferrofluid; non-uniform magnetic field; Hele-Shaw cell

Рассмотрим ячейку в форме параллелепипеда с высотой $h = 20d$, длиной $l = 40d$ и толщиной $2d$ (ячейка Хеле-Шоу), заполненную магнитной жидкостью (МЖ) с вязкостью η, температуропроводностью κ и магнитной восприимчивостью χ.

Данная ячейка подогревается сверху и охлаждается снизу так, что обеспечивается разница температур ΔT, а также помещена во внешнее неоднородное постоянное магнитное поле, создаваемое парой магнитов в форме колец, так что внутри ячейки создается вертикальное поле:

$$H = (0,0,Gz),$$

где G – параметр, характеризующий поле кольцевых магнитов [1].

© Казанцев П.Н., Смородин Б.Л., 2025

Так как толщина ячейки много меньше расстояния между кольцевыми магнитами, намагниченность МЖ линейно зависит от напряженности:

$$M = \chi(\varphi, T)H, \quad \chi = \frac{\varphi M_s m}{3k_B T},$$

где M_s – намагниченность насыщения диспергированного ферромагнетика, m – магнитный момент коллоидной частицы.

Будем считать нулевой компоненту скорости v_x [2] и введем функцию тока Ψ и завихренность Φ, связанные с ненулевыми компонентами скорости жидкости $\boldsymbol{v}$ соотношениями:

$$v_y = -\frac{\partial \Psi}{\partial z}, \quad v_z = \frac{\partial \Psi}{\partial y}, \quad \Phi = (\mathrm{rot\ v})_x$$

Для решения данной задачи понадобится система уравнений термомагнитной конвекции, обезразмеренная с помощью следующих масштабных величин: длина – d, время – d/κ^2, скорость – κ/d, температура – $\bar{T}(\eta\kappa/\chi G^2 d^4)$, концентрации – $\bar{\varphi}(\eta\kappa/\chi G^2 d^4)$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \left[\frac{\partial \Psi}{\partial y}\frac{\partial \Phi}{\partial z} - \frac{\partial \Psi}{\partial z}\frac{\partial \Phi}{\partial y}\right] = \mathrm{Pr}\left[\Delta\Phi - z\left(\frac{\partial \theta}{\partial y} - \frac{\partial \varphi}{\partial y}\right)\right], \quad \Phi = \Delta\Psi,$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + \left[\frac{\partial \Psi}{\partial y}\frac{\partial \theta}{\partial z} - \frac{\partial \Psi}{\partial z}\frac{\partial \theta}{\partial y}\right] = \Delta\theta - R_m\frac{\partial \Psi}{\partial y},$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + \left[\frac{\partial \Psi}{\partial y}\frac{\partial \varphi}{\partial z} - \frac{\partial \Psi}{\partial z}\frac{\partial \varphi}{\partial y}\right] = \mathrm{Le}\left[\Delta\varphi + \psi\Delta T - R_c\left(z\frac{\partial \varphi}{\partial z} + \varphi\right)\right] - (R_c z - R_m\psi)\frac{\partial \Psi}{\partial y},$$

в которой вводятся отклонения температуры θ и концентрации φ от их равновесных распределений, характеризующихся градиентами $dT_0/dz = R_m$ и $d\varphi_0/dz = R_c z - R_m\psi$, а также число Прандтля $\mathrm{Pr} = \frac{\eta}{\kappa\rho}$, магнитное число Рэлея $R_m = \frac{\chi G^2 d^4}{\eta\kappa}\frac{\Delta T}{\bar{T}}$, концентрационное число Рэлея $R_c = \frac{\chi G^2 d^4}{\eta\kappa}\frac{\gamma^2}{3}$, число Льюиса $\mathrm{Le} = D/\kappa$, параметр разделения смеси $\psi = S_T\bar{T}/\bar{\varphi}$, где $\bar{T}$ и $\bar{\varphi}$ – средние значения температуры и концентрации в состоянии равновесия, S_T – коэффициент термодиффузии Соре, $\gamma = \frac{10dmG}{k_B\bar{T}}$.

Отметим, что числа R_c и ψ характеризуют начальную степень концентрационной неоднородности магнитной жидкости, вызванную магнетофорезом и термодиффузией соответственно.

Данная система замыкается условиями на границах ячейки:

$$y = \pm 20: \qquad \Psi = \Psi_{yy} = \theta_y = \varphi_y = 0,$$

$$z = \pm 10: \qquad \Psi = \Psi_{zz} = \theta = \varphi = 0,$$

$$x = \pm 1: \qquad \Psi = \theta_x = \varphi_x = 0.$$

Решение задачи запишем в виде разложения по различным пространственным гармоникам [3]:

$$\Psi = \sum_{n,m=1}^{\infty} \Psi_{nm}(t)\mathrm{CS}\left(\frac{n\pi y}{40}\right)\mathrm{CS}\left(\frac{m\pi z}{20}\right)\cos\left(\frac{\pi x}{2}\right),$$

$$\theta = \sum_{n=0,m=1}^{\infty} \theta_{nm}(t)\mathrm{SC}\left(\frac{n\pi y}{40}\right)\mathrm{CS}\left(\frac{m\pi z}{20}\right),$$

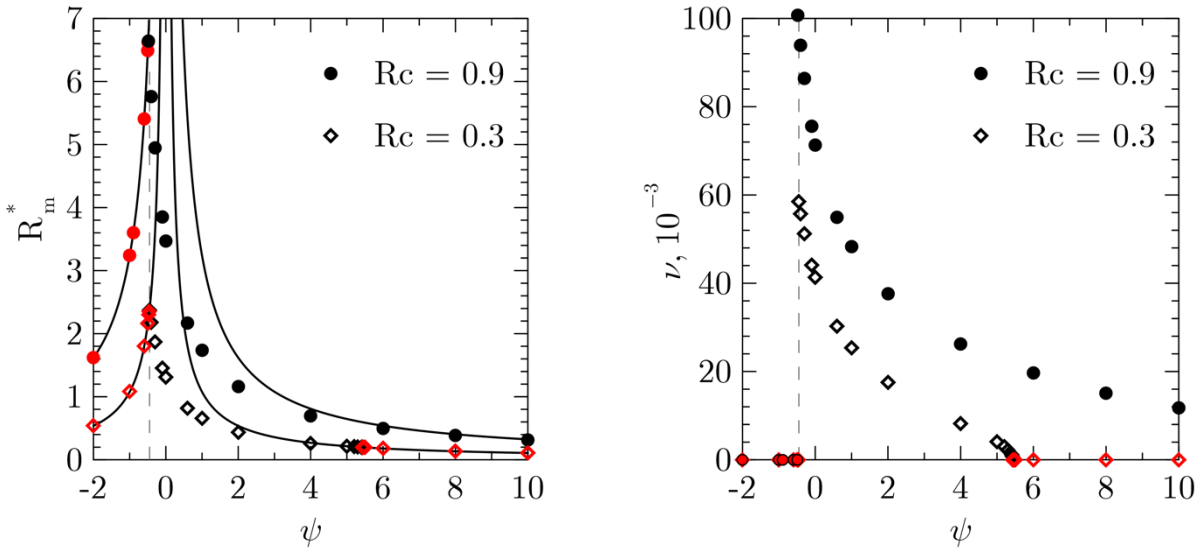
$$\varphi = \sum_{n=0,m=1}^{\infty} \varphi_{nm}(t)\mathrm{SC}\left(\frac{n\pi y}{40}\right)\mathrm{CS}\left(\frac{m\pi z}{20}\right),$$

$$CS(nx) \equiv \begin{Bmatrix} \cos n\,x, & \text{нечетные } n \\ \sin n\,x, & \text{четные } n \end{Bmatrix}, \quad SC(nx) \equiv \begin{Bmatrix} \sin n\,x, & \text{нечетные } n \\ \cos n\,x, & \text{четные } n \end{Bmatrix}.$$

После применения процедуры Галеркина [2,4] при $n_{\max} = 6$, $m_{\max} = 2$ была получена система из 40 нелинейных дифференциальных уравнений относительно амплитуд $X_i(t) = [\Psi_{nm}(t), \theta_{nm}(t), \varphi_{nm}(t)]$ общего вида:

$$\dot{X}_i = \sum_j a_{ij} X_j + \sum_{jk} b_{ijk} X_j X_k.$$

В результате были получены зависимости критического значения магнитного числа Рэлея $R_m{}^*$ от параметра разделения смеси ψ при $\mathrm{Pr} = 10$, $\mathrm{Le} = 10^{-4}$ и различных значениях R_c (рис. 1*а*). Как можно заметить, в случае изначально стратифицированной магнитной жидкости $(R_c > 0, \psi \neq 0)$ наблюдаются колебательные конвективные режимы в форме стоячей волны, характеризуемые частотой ν (рис. 1*б*).



а) *б)*

Рис. 1. Зависимость порогового магнитного числа Рэлея $R_m{}^*$ (а) и частоты колебательных режимов ν (б) от параметра разделения смеси ψ при нескольких значениях R_c. Черные символы соответствуют колебательным конвективным режимам, красные – монотонным

Из полученных зависимостей следует вывод, что повышение степени концентрационной неоднородности магнитных частиц (увеличение R_c) приводит к повышению порога устойчивости МЖ, а добавочная стратификация за счет термодиффузии (накопление большего числа частиц в горячей области в случае $\psi > 0$), в свой черед, понижает порог конвекции.

В то же время, существуют такие критические значения ψ^*, при превышении которых колебательные режимы сменяются монотонными. При этом увеличение R_c расширяет интервал значений ψ, соответствующих колебательной неустойчивости.

Сплошные линии на рис. 1a – результаты аналитического решения задачи линейной устойчивости для монотонных возмущений (на вертикальных границах использованы периодические граничные условия). Результаты аналитического решения хорошо совпадают с данными расчета, учитывающими ограниченное число гармоник вдоль длинной стороны. Из рис. 1a видно, что в области положительных параметров разделения пороги колебательной неустойчивости лежат ниже порогов монотонной моды.

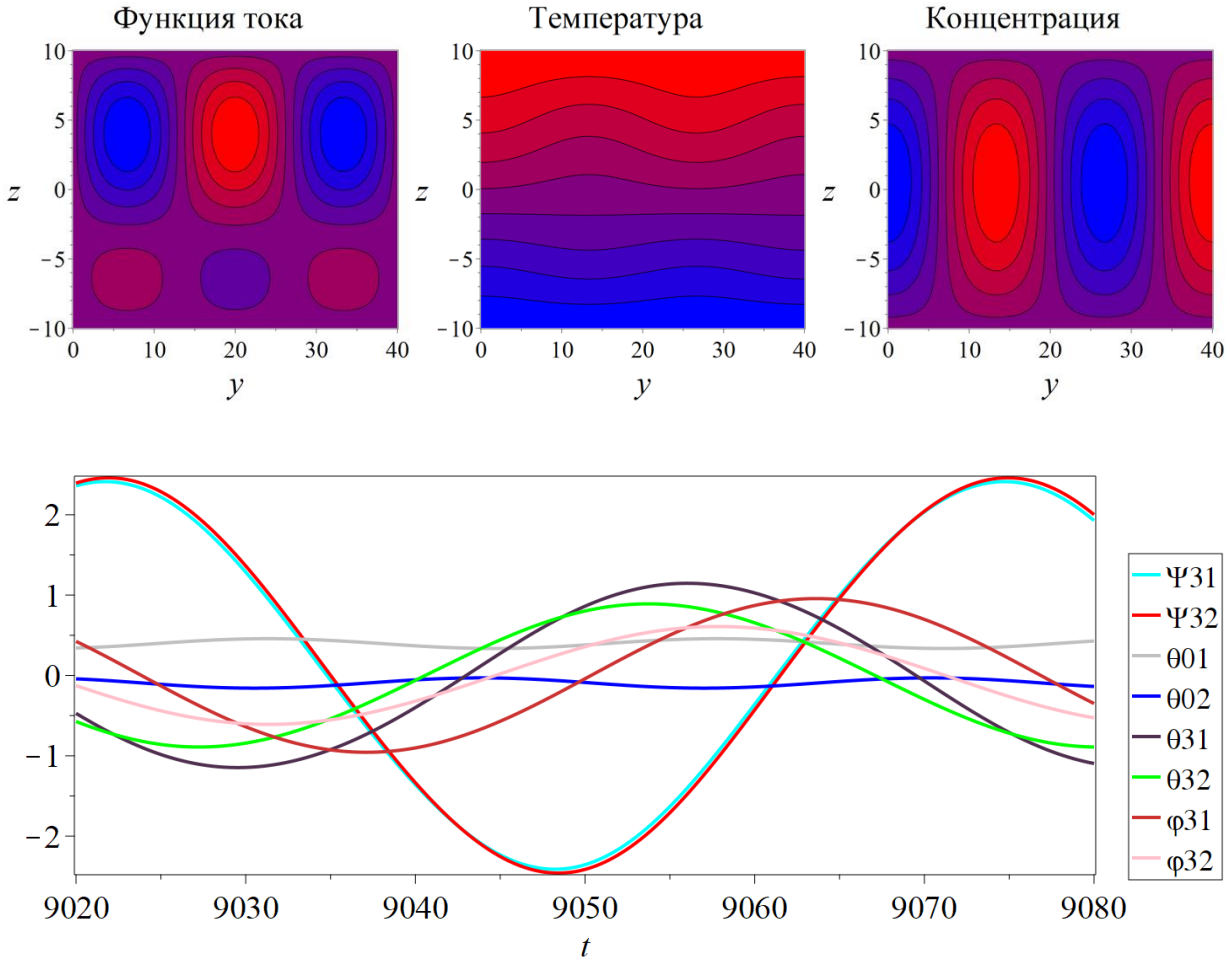


Рис. 2. Изолинии функции тока, температуры и отклонения концентрации от равновесного распределения в момент времени $t = 9044$*, а также график эволюции амплитуд;* $R_c = 0.9$, $\psi = 6$, $R_m = 0.5$ ($R_m{}^* = 0.495$)

Течения жидкости как в случае монотонной, так и при колебательной конвекции имеют “двухэтажную” структуру (рис. 2), что обусловлено явной зависимостью от координаты z объемной магнитной силы в уравнении Навье-Стокса и что качественным образом совпадает с известными результатами [2].Таким образом, с помощью метода Галеркина исследовалось поведение стратифицированной магнитной жидкости внутри подогреваемой сверху ячейки Хеле-Шоу, помещенной во внешнее неоднородное постоянное магнитное поле. Вычислены пороговые значения магнитного числа Рэлея при различных значениях параметра разделения смеси и концентрационного числа Рэлея. Обнаружено, что стратификация за счет магнетофореза повышает порог конвективной устойчивости, а увеличение параметра разделения смеси ($\psi > 0$) компенсирует этот эффект.

Список литературы

1. *Shliomis M. I., Smorodin B. L. Kamiyama S.* The onset of thermomagnetic convection in stratified ferrofluids // Philosophical Magazine. 2003. Vol. 83. no 17-18. P. 2139–2153.
2. *Любимов Д. В., Путин Г. Ф., Чернатынский В. И.* О конвективных движениях в ячейке Хеле–Шоу // Докл. АН СССР. 1977. Т. 235. №3. С. 554–556.
3. *Smorodin B. L., Cherepanov I. N., Ishutov S. N., Myznikova B. I.* Convection of a colloidal suspension in a Hele-Shaw cell // Eur. Phys. J. E. 2017. Vol. 40. 18.
4. *Канторович Л. В., Крылов В. И.* Приближенные методы высшего анализа. Л.: Физматгиз, 1962. 708 с.

СМЕШЕНИЕ ЖИДКОСТЕЙ В ПРОТОЧНОМ МИКРОКАНАЛЕ В УСЛОВИЯХ РАЗВИТИЯ НЕУСТОЙЧИВОСТИ РЭЛЕЯ-ТЕЙЛОРА

М. И. Каракчеева, Е. А. Краснякова
Институт механики сплошных сред УрО РАН,
614013, Пермь, ул. Академика Королева, 1

В работе экспериментально исследовано влияние неустойчивости Рэлея–Тейлора на процесс взаимного смешения двух жидкостей с изначальной неустойчивой стратификацией по плотности в Y-образном проточном микроканале. В ходе исследования выполнена визуализация течения и восстановлены двумерные концентрационные поля. Анализ результатов показал, что при высоких значениях числа Ричардсона неустойчивость интенсивно развивается, что положительно сказывается на эффективности смешения прокачиваемых потоков.

Ключевые слова: проточные микроканалы; конвекция Рэлея-Тейлора; массоперенос

THE MIXING PROCESS OF LIQUIDS IN A CONTINUOUS-FLOW MICROCHANNEL UNDER CONDITIONS OF RAYLEIGH-TAYLOR INSTABILITY

M. I. Karakcheeva[a], E. A. Krasnyakova[a]
[a]Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS,
1 Academician Korolev St., 614013, Perm

In this study, we experimentally investigated effect of Rayleigh–Taylor instability on the mixing process of two liquids with initially unstable density stratification in a Y-shaped continuous-flow microchannel. Flow visualization was performed to capture images of the instability dynamics, and the corresponding two-dimensional concentration fields were meticulously reconstructed from the obtained data. Analysis of the results showed that at high Richardson numbers, the instability develops actively, which positively affects the mixing efficiency of the pumping streams.

Keywords: continuous-flow microchannels; Rayleigh-Taylor convection; mass transfer processes

В работе анализируется процесс смешивания воды с однородным водным раствором перманганата калия в Y-образном проточном микроканале в условиях неустойчивой стратификации по плотности. Эксперименты проводились в горизонтальном микроканале, схема которого представлена на рис. 1. Микроканал (1) состоит из двух идентичных прозрачных стекол и тефлонового вкладыша, зажатого между ними. Габариты стекол и вкладыша были одинаковыми, что обеспечивало необходимую герметичность системы. Вкладыш содержал вырезы, определяющие форму и размеры микроканала. Высота микроканала составляла $h = 0.2$ см, толщина $d = 0.02$ см. Высота каждого плеча микросмесителя составляла $h/2$. С помощью пластиковых трубок плечи Y-смесителя, находящегося с одной стороны канала, были соединены с двухканальным шприцевым насосом SPLab 02 (2). На противоположном конце

© Каракчеева М.И., Краснякова Е.А., 2025

микроканала располагалось отверстие, к которому также была подведена трубка, через которую происходил свободный вывод прокачанной смеси в сливную емкость (3). Установка также была оснащена камерой (4) и источником рассеянного света (5).

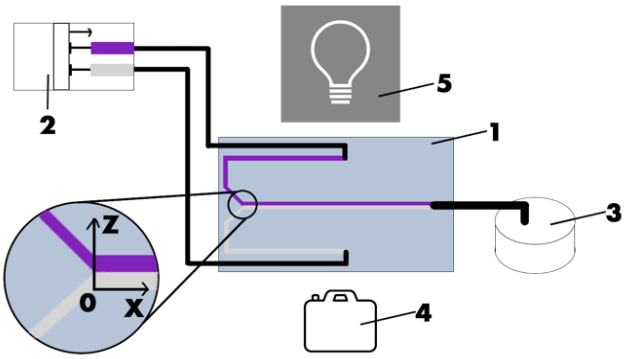


Рис. 1. Схема экспериментальной установки

В рамках исследования был рассмотрен диапазон расхода, равный $Q = 2q = 0.012\text{-}0.040$ мл/мин, где q – это значение расхода, задаваемое на насосе. В качестве рабочих жидкостей использовались бидистиллированная вода и однородный водный раствор перманганата калия ($KMnO_4$) с массовой концентрацией $C = 3\%$ и плотностью 1.0187 г/см³. Концентрация раствора контролировалась посредством измерения плотности с помощью вибрационного плотномера ВИП-2МР (точность измерений – 0.0001 г/см³) и последующего сравнения результатов с табличными данными [1]. Используемый раствор перманганата имеет яркую розовую окраску, что позволяет наблюдать процессы смешивания и структурообразования без использования дополнительных красителей. Согласно имеющимся данным, при отсутствии прокачки неустойчивость Рэлея-Тейлора в двухслойных системах жидкостей (независимо от того, смешиваются ли жидкости [2] или нет [3]), визуализируется в виде конвективных плюмов, которые симметрично распространяются вертикально вверх и вниз от зоны начального контакта слоев. При включении прокачки наблюдаются изменения в структуре и динамике конвекции. На рис. 2а представлена фотография, демонстрирующая процесс развития конвекции Рэлея-Тейлора в горизонтальном микроканале при прокачке с расходом $q = 0.008$ мл/мин и соответствующее двумерное поле концентрации $C(x, z)$ на рис 2б.

Поля концентрации были получены для всего рабочего диапазона расхода и были далее использованы для оценки интенсивности взаимного смешения прокачиваемых потоков. В качестве критерия оценки эффективности смешивания был использован безразмерный параметр $E = 1 - (\Delta C_i / \Delta C)$, где ΔC_i – поперечная разность концентраций, вычисляемая как разность концентраций вблизи верхней и нижней границы канала в заданном срезе i, ΔC – начальная разность концентраций. Критерий E имеет два предельных значения. Случай

$E = 0$ соответствует ситуации, когда потоки полностью разделены. Случай $E = 1$ соответствует однородному состоянию.

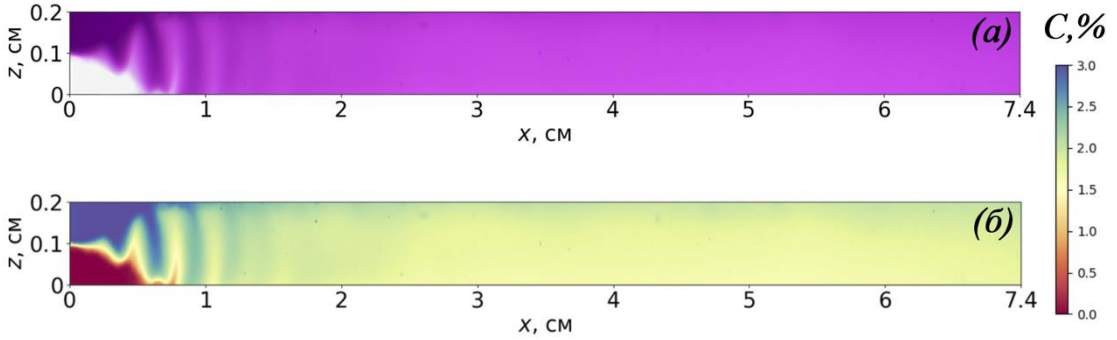


Рис. 2. Визуализация процесса развития конвекции Рэлея-Тейлора в проточном Y-образном микроканале при q = 0.008, мл/мин

На рис. 3 представлены зависимости $E(x/h)$, полученные для различных расходов, которые характеризуют процесс смешения потоков при диффузионном (рис. 3*а*) и конвективном (рис. 3*б*) сценариях смешения.

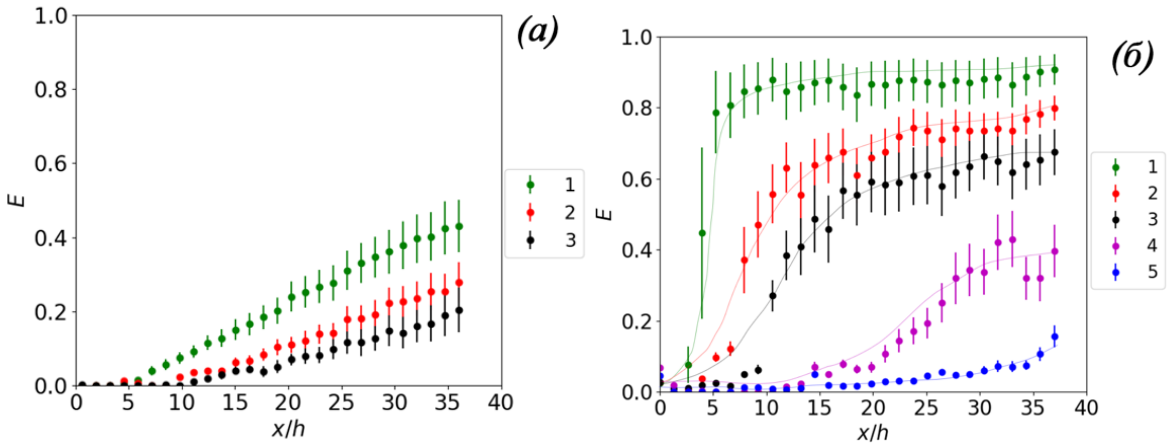


Рис. 3. Изменение эффективности смешения вдоль канала в случае: (а) – диффузионного и (б) – конвективного сценария смешения. Значения расходов q, мл/мин: 1 – 0.006, 2 – 0.008, 3 – 0.010, 4 – 0.015, 5 – 0.020

Помимо оценки эффективности смешивания на основе безразмерного параметра E, также была исследована характерная длины смешения L, необходимая для достижения определенной степени смешения. В экспериментах полное смешивание не было зафиксировано, поэтому длина смешения L измерялась для случая, когда 40%-ое смешение ($E = 0.4$). На рис. 4 представлена зависимость безразмерной длины смешения L/h. необходимой для достижения 40%-го уровня однородности смеси, от числа Ричардсона для диффузионного и конвективного сценариев смешения. Показано, что в случае конвекции L/h уменьшается с ростом числа Ричардсона, что указывает на положительное влияние увеличения скорости потока на процесс смешивания.

В докладе проводится количественная оценка степени смешения потоков для диффузионного и конвективного сценариев смешения. Экспериментальные результаты подтвердили, что конвекция Рэлея-Тейлора значительно повышает

эффективность смешивания в микроканалах при низких расходах, снижая характерную длину смешения более чем на порядок для данной геометрии канала. Тем не менее, при высоких расходах наблюдается стабилизация конвективных структур, что приводит к замедлению процесса смешивания. Несмотря на это, смешивание остаётся более эффективным по сравнению с чисто диффузионным сценарием, хотя данная эффективность оказывается недостаточной для большинства технологических задач.

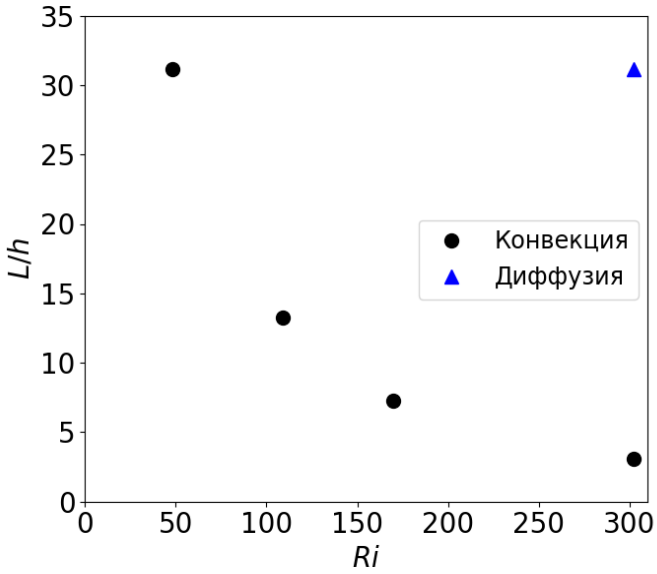


Рис. 4. Зависимость длины смешения, необходимой для достижения 40% (E = 0.4) уровня однородности смеси, от числа Ричардсона для диффузионного и конвективного сценариев смешения

Работа выполнена при поддержке Минобрнауки РФ (121031700169-1, ИМСС УрО РАН).

Список литературы

1. *Никольский, Б. П. Справочник химика. М.: Химия, 1964. Т. 3. 490 с.*
2. *Young Y. N. et al.* On the miscible Rayleigh–Taylor instability: two and three dimensions // Journal of Fluid Mechanics. 2001. Т. 447. С. 377-408. DOI: 10.1017/S0022112001005870
3. *Chandrasekhar S.* Hydrodynamic and Hydromagnetic Stability. Clarendon, Oxford, 1961.

КАПЕЛЬНОЕ ВКЛЮЧЕНИЕ В ЖИДКОСТИ В РАДИАЛЬНОЙ ЯЧЕЙКЕ ХЕЛЕ-ШОУ: ОСЦИЛЛЯЦИОННАЯ ДИНАМИКА И ДИФФУЗИОННЫЙ ОБМЕН

И. Э. Карпунин, В. Г. Козлов
Лаборатория вибрационной гидромеханики,
Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет,
614990, Пермь, ул. Сибирская, 24

Разработана экспериментальная установка и выполнено исследование диффузионного массообмена между капельным включением и окружающей несмешивающейся жидкостью в горизонтальной осесимметричной ячейке Хеле-Шоу. Жидкость в ячейке совершает осциллирующее движение в радиальном направлении. Поперечный размер включения значительно превосходит толщину ячейки, вязкости включения и окружающей жидкости близки. Эксперимент направлен на изучение влияния осцилляций на скорость диффузионного обмена растворенным веществом между каплей и окружающей её жидкостью. В качестве растворенного вещества выступает Родамин Б. Рассмотрены различные случаи, как в отсутствие осцилляций, так и при обтекании фазового включения осциллирующим потоком жидкости, заполняющей рабочий объем щелевого зазора.

Ключевые слова: осцилляции; капельное включение; диффузия; радиальная ячейка Хеле-Шоу

DROPLET INCLUSION IN LIQUID IN A RADIAL HELE-SHAW CELL: OSCILLATORY DYNAMICS AND DIFFUSIVE EXCHANGE

I. E. Karpunin, V. G. Kozlov
Laboratory of vibrational hydromechanics,
Perm State Humanitarian Pedagogical University,
24 Sibirskaya St., 614990, Perm

An experimental setup has been developed and a study of diffusion mass transfer between a droplet inclusion and the surrounding immiscible liquid in a horizontal axisymmetric Hele-Shaw cell has been performed. The liquid in the cell oscillates in the radial direction. The transverse size of the inclusion significantly exceeds the cell thickness, the viscosities of the inclusion and the surrounding liquid are close. The experiment is aimed at studying the effect of oscillations on the rate of diffusion exchange of the dissolved substance between the droplet and the surrounding liquid. Rhodamine B acts as a dissolved substance. Various cases are considered, both in the absence of oscillations and with the oscillating flow of liquid around the phase inclusion, filling the working volume of the slit gap.

Keywords: oscillations; droplet inclusion; diffusion; radial Hele-Shaw cell

© Карпунин И.Э, Козлов В.Г., 2025

Молекулярная концентрационная диффузия представляет собой один из основных механизмов переноса вещества в процессе массообмена как в технологических, так и в биологических системах, которые имеют место в газовых, жидких и твердых средах. Примеры таких диффузионных процессов включают сушку, адсорбцию, растворение, экстрагирование, пропитку, десорбцию, дистилляцию и экстракцию, а также реакции, сопровождающиеся химическими изменениями. На практике диффузия играет важную роль в массопереносе в пористых материалах, в производстве полупроводников и в пищевой промышленности [1]. Диффузионные процессы значительно влияют на обмен веществ между организмом и окружающей средой, а также между различными частями организма. Таким образом, изучение диффузионных (массообменных) процессов и разработка методов их интенсификации с практической и фундаментальной точек зрения крайне важно.

Экспериментальное исследование осцилляционной динамики систем с границей раздела в щелевом канале (ячейке Хеле-Шоу) проводилось как для маловязких жидкостей, так и для жидкостей с высоким контрастом вязкости. В прямоугольной ячейке Хеле-Шоу изучена динамика границы раздела смешивающихся [2] и несмешивающихся [3] жидкостей. Показано, что периодические колебания жидкости влияют на устойчивость границы раздела и на характер и темп смешивания. Колебания жидкостей в плоском слое приводят к потере устойчивости границы раздела [2, 4]. В случае, когда фазовое включение находится в круговой ячейке, ввиду его неоднородного обтекания осциллирующим потоком [5] наблюдаются колебания включения и средний дрейф. Подобные колебания границы раздела, генерируемые осциллирующим потоком, являются источником интенсивных осредненных течений в самой капле. В работе [6] исследовано влияние колебаний стенок упругой сферы (деформируемой границы раздела) на структуру и интенсивность потоков жидкости внутри сферы. В данном случае сфера выступает в качестве модели капли. Показано, что в осциллирующей капле и вокруг нее генерируются интенсивные осредненные течения, которые могут значительно интенсифицировать массообмен.

В настоящем исследовании рассматривается динамика капли и диффузионный массообмен между каплей и окружающей ее жидкостью в плоском осесимметричном горизонтальном слое. В качестве фазового включения выступает капля хлорбензола (или октанола), окрашенная родамином Б, а в качестве окружающей жидкости – дистиллированная вода. Концентрация растворенного вещества в насыщенной родамином Б капле изменяется со временем за счет молекулярной диффузии в окружающую её воду. Без вибраций скорость диффузии определяется коэффициентом молекулярной диффузии родамина Б в воде, а при колебаниях жидкости – интенсивностью внешнего осцилляционного воздействия. Рассмотрен случай в отсутствие вибраций и при

обтекании капельного включения осциллирующим потоком окружающей жидкости.

Экспериментальная установка (рис. 1) представляет собой осцилляционный гидравлический насос, соединенный с кюветой, и аппаратную часть фото- и видеофиксации с системой освещения. Капля может подсвечиваться в проходящем свете коллимированным источником или лазером (лазерным ножом). Поскольку родамин Б, растворенный в жидкости, обладает флуоресцентными свойствами, в свете непрерывного лазера с длиной волны 520 нм наблюдается свечение капли (рис. 2,а). Капля рассекается лазерным ножом под углом к плоскости кюветы, поскольку конструкция рабочего слоя не позволяет подсвечивать слой сбоку.

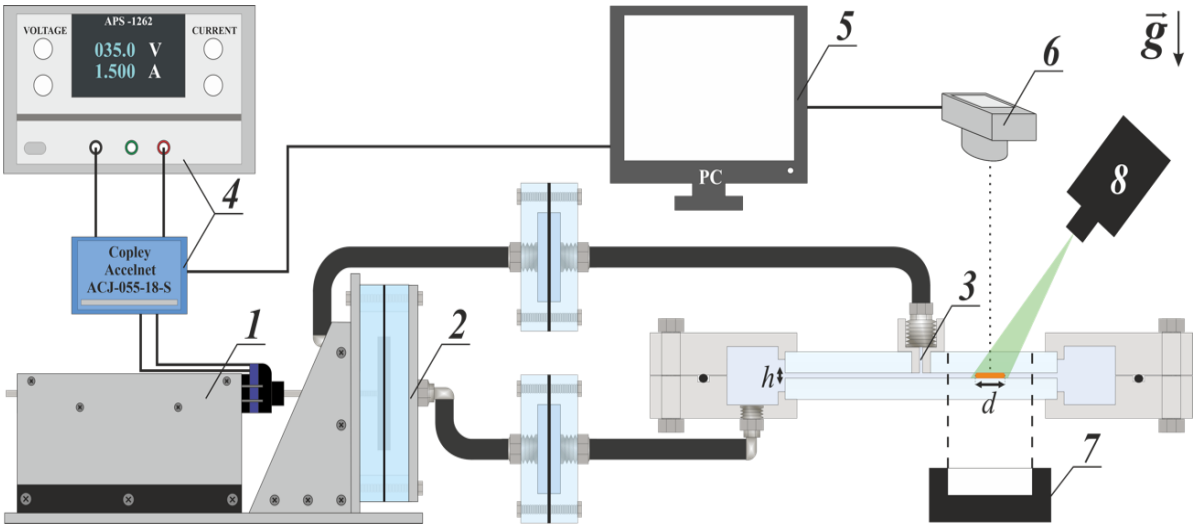
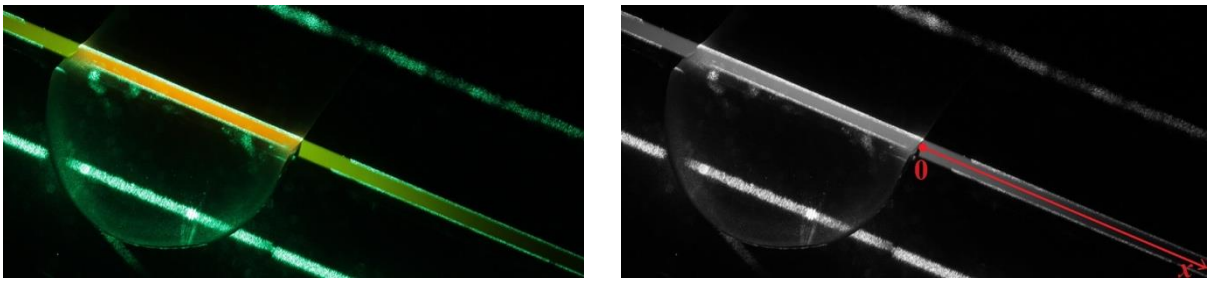


Рис. 1. Схема экспериментальной установки: 1 – линейный двигатель; 2 – насос и гидравлический контур; 3 – радиальная ячейка Хеле-Шоу; 4 – драйвер линейного двигателя и источник питания; 5 – персональный компьютер; 6 – фото- и видеокамера; 7 – коллимированный источник света; 8 – непрерывный лазер



а) *б)*

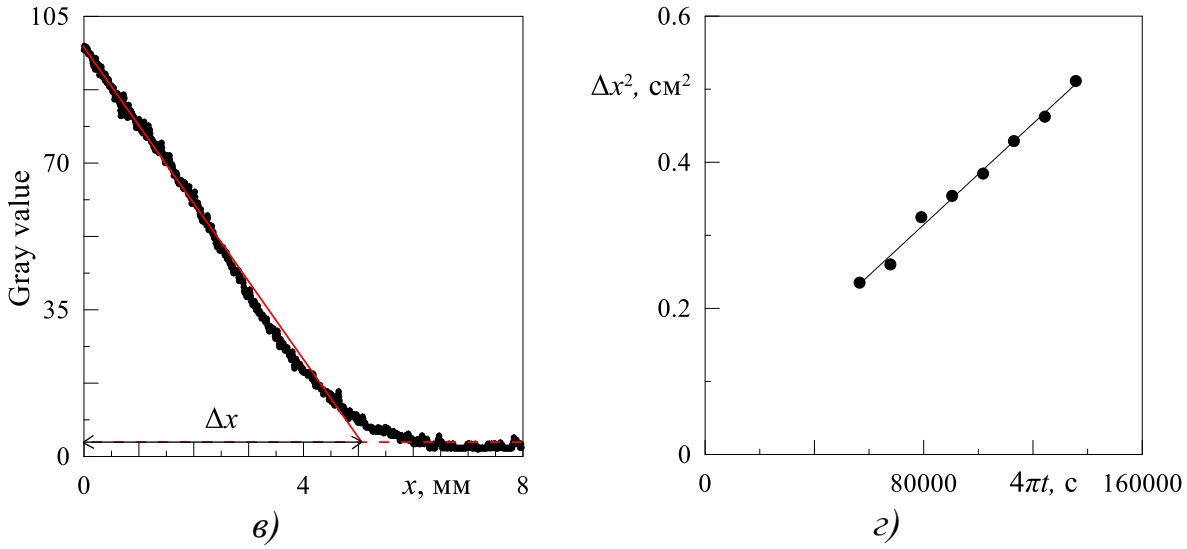


Рис. 2. Экспериментальные результаты: а) Фото капли хлорбензола с Родамином Б в свете ножа лазера; б) обработанное фото в «градациях серого»; в) изменение яркости флуоресценции родамина Б с координатой x; г) квадрат ширины диффузионной зоны в зависимости от времени

Проведены тестовые отладочные эксперименты по генерации осциллирующего движения жидкости в радиальном слое. Отлажена методика определения коэффициента молекулярной диффузии в постановке настоящего исследования. Изначально капля, имеющая высокую концентрацию растворенного родамина Б, помещается в тонкий слой, заполненный водой с нулевой концентрацией. В свете ножа лазера наблюдается изменение интенсивности флуоресценции родамина Б (рис. 2*а*) как в капле хлорбензола, так и в окружающей её воде. Измерения показали, что для определения концентрации Родамина Б и интенсивности диффузионного обмена между каплей и жидкостью можно измерять уровень серого цвета, предварительно обработанного фото. Таким образом, вдоль линии, представленной на рис. 2*б*, определено распределение яркости свечения, а значит, концентрации родамина Б в воде, окружающей каплю (рис. 2*в*).

Руководствуясь методикой определения коэффициента молекулярной диффузии, описанной в работах [7, 8], определялась ширина диффузионной зоны Δx, что позволяет определить коэффициент молекулярной диффузии, $D_m = \frac{\Delta x^2}{4\pi t}$. С течением времени Δx изменяется (рис. 2, г). Полученное в тестовых экспериментах значение $D_m = 3.46 \cdot 10^{-6}$см^2/с согласуется с величиной коэффициента, полученной в других исследованиях [9], что свидетельствует о применимости данной методики в постановке настоящего эксперимента. В случае, когда капля, насыщенная родамином Б, обтекается осциллирующим потоком, генерируются интенсивные осредненные течения, как в капле, так и вне её, что приводит к интенсификации массообмена и повышению эффективной диффузии. В зависимости от размера капельного включения, амплитуды и частоты осцилляций жидкости исследована скорость массобменных процессов и эффективная диффузия родамина Б.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского Научного Фонда (грант № 23-11-00242).

Список литературы

1. *Рудобашта С. П., Карташов Э. М.* Химическая технология: диффузионные процессы. Диффузия в химико-технологических процессах. Москва: Издательство Юрайт, 2024. 262 с.
2. *Bushueva A., Vlasova O., Polezhaev D.* Averaged Dynamics of Fluids near the Oscillating Interface in a Hele-Shaw Cell // Fluid Dynamics & Materials Processing. 2024. Vol. 20 (4).
3. *Kozlov V. G., Vlasova O. A., Dyakova V. V.* Stability of the interface of liquids oscillating in a vertical flat channel // Interfacial Phenomena and Heat Transfer. 2024. Vol. 12 (1).
4. *Kozlov V., Karpunin I., Kozlov N.* Finger instability of oscillating liquid-liquid interface in radial Hele-Shaw cell // Physics of Fluids. 2020. Vol. 32 (10). P. 102102.
5. *Карпунин И. Э., Козлов В. Г., Козлов Н. В.* Влияние высокочастотных колебаний жидкости на вязкое капельное включение в ячейке Хеле-Шоу // Конвективные течения. 2019. № 9. С. 36–51.
6. *Kozlov V. G., Sabirov R. R., Subbotin S. V.* Steady flows in an oscillating spheroidal cavity with elastic wall // Fluid Dynamics. 2018. Vol. 53 (2). P. 189–199.
7. *Bushueva A., Polezhaev D.* Mass transfer of solute in an oscillating flow in a two-dimensional channel // Physics of Fluids. 2024. Vol. 36 (4). P. 045150.
8. *Rashidnia N., Balasubramaniam R., Kuang J., Petitjeans P., Maxworthy T.* Measurement of the diffusion coefficient of miscible fluids using both interferometry and Wiener's method // International journal of thermophysics. 2001. Vol. 22. P. 547–555.
9. *Rani S. A., Pitts B., Stewart P. S.* Rapid diffusion of fluorescent tracers into Staphylococcus epidermidis biofilms visualized by time lapse microscopy // Antimicrobial agents and chemotherapy. 2005. Vol. 49 (2). P. 728–732.

ПОВЕДЕНИЕ ГАЗОВОГО ПУЗЫРЬКА В ОСЦИЛЛИРУЮЩЕМ ПОТОКЕ ЖИДКОСТИ В КАНАЛЕ ПЕРЕМЕННОГО РАЗМЕРА

И. Э. Карпунин
Лаборатория вибрационной гидромеханики,
Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет,
614990, Пермь, ул. Сибирская, 24

Экспериментально исследована динамика газового пузырька в вертикальном осесимметричном канале, заполненном жидкостью. Движение пузырька осложнено периодически меняющимся вдоль оси профилем канала и осцилляциями столба жидкости. Экспериментальное исследование заключается в изучении влияния осцилляций на скорость всплытия, интенсивность и характер колебаний границы раздела. Ввиду неоднородного обтекания газового включения осциллирующим потоком жидкости наблюдаются колебания его границы. Рассмотрена динамика как в отсутствие вибраций, так и в зависимости от заданных параметров осцилляций, а также вязкости жидкости и формы канала.

Ключевые слова: газовый пузырек; осцилляции; осесимметричный канал; переменное сечение; вязкость

BEHAVIOUR OF A GAS BUBBLE IN OSCILLATING FLUID FLOW IN A CHANNEL OF VARIABLE SIZE

I. E. Karpunin
Laboratory of vibrational hydromechanics,
Perm State Humanitarian Pedagogical University,
24 Sibirskaya St., 614990, Perm

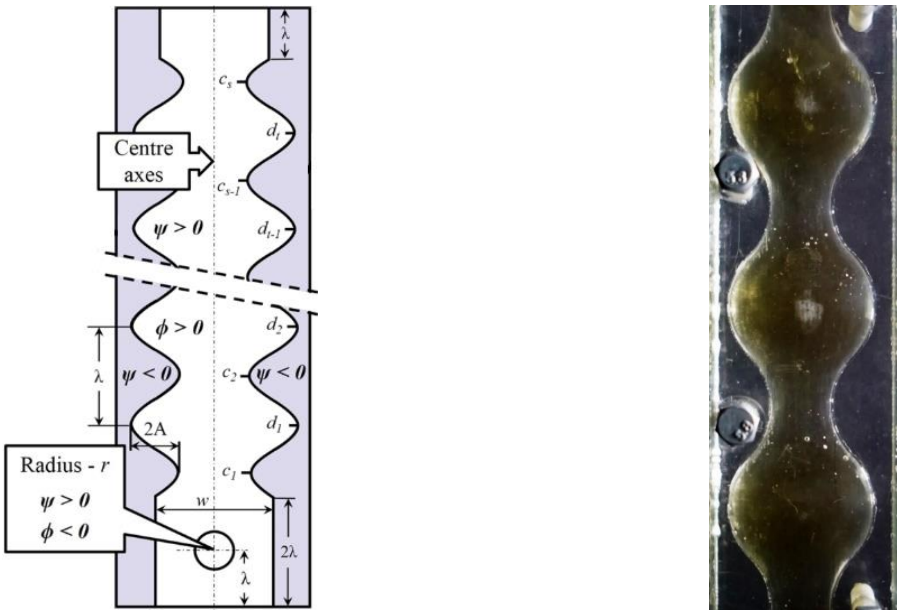
The dynamics of a gas bubble in a vertical axisymmetric channel filled with liquid is experimentally investigated. The motion of the bubble is complicated by a periodically changing along the axis profile of the channel and oscillations of the liquid column. The experimental investigation consists in studying the influence of oscillations on the surfacing velocity, intensity and character of interface oscillations. Due to inhomogeneous flowing of a gas inclusion by an oscillating liquid flow, oscillations of its boundary are observed. The dynamics is considered both in the absence of vibrations and depending on the given oscillation parameters, as well as on the fluid viscosity and channel shape.

Keywords: gas bubble; oscillations; axisymmetric channel; variable cross-section; viscosity

Исследование газовых пузырьков, темпа и характера их всплытия в жидкостях представляют широкий научный интерес в связи со множеством технических приложений. Изучение поведения систем жидкость – газ важно в отраслях связанных с биомолекулярными потоками, кавитацией в реакторах с пузырьковыми колоннами, переносом аэрозолей и пузырьковыми потоками. Исследовано поведение всплывающих пузырьков вблизи наклонных поверхностей [1] или стенок [2], в тонких щелевых зазорах [3], в объеме

© Карпунин И.Э., 2025

жидкости в зависимости от размеров пузырька и вязкости жидкости [4]. Распространенной моделью для теоретического и в меньшей степени экспериментального исследования является осесимметричная или плоская система в виде канала с изогнутыми (синусоидальными) стенками заполненная жидкостью (рис. 1) в которой рассматривается динамика уединенного газового пузырька. Так в работах [4, 5] подробным образом как теоретически, так и экспериментально рассмотрена динамика газового включения в каналах переменного сечения. Показано, что данная форма канала сказывается эффективно на колебаниях границы фазового включения, что может свидетельствовать об эффективном массообмене.



а) *б)*

Рис. 1. Схематичное изображение пузырька [5] внутри вертикального синусоидального канала (а); фото экспериментальной кюветы (б)

Однако динамика газовых включений в осциллирующем потоке жидкости практически не рассмотрена экспериментально. В работах [6, 7] представлен обзор литературы и достаточно подробно описан метод интенсификации массообменных процессов при пульсациях жидкости в плоских и осесимметричных каналах переменного сечения, но при наличии постоянного ненулевого течения и без газового включения.

Настоящее исследование посвящено изучению особенностей поведения всплывающего газового пузырька в осесимметричном канале переменного сечения на фоне осциллирующего движения окружающей его жидкости. Внимание уделено темпу всплытия (скорости) газового включения, интенсивности и характеру колебаний его деформируемой границы в зависимости от заданных параметров осцилляций, размера пузырька и физических свойств рабочей жидкости. Форма канала и вязкость рабочей жидкости на фоне внешнего осцилляционного воздействия сказываются на динамике колебаний границы газового включения. Подобный механизм

управления колебаниями и темпом всплытия газового пузырька является эффективным методом интенсификации масообменных процессов. Разработана экспериментальная установка, позволяющая помещать газовое включение заданного объема в заполненный рабочей жидкостью канал с одновременной возможностью задания параметров колебаний жидкости. Апробирована методика наблюдения и регистрации положения газового пузырька. С помощью специализированного программного обеспечения (ImageJ) определяется форма фазового включения, его линейные размеры и их изменение по мере всплытия пузырька. Рассмотрен случай в отсутствие вибраций и при обтекании газового включения осциллирующим потоком окружающей жидкости. Предварительные эксперименты показали, что для пузырьков сравнительно малого размера (порядка 1 мм) характерна динамика, наблюдаемая ранее для твердого фазового включения. При исследовании динамики пластиковой сферы, которая тяжелее или легче окружающей жидкости, обнаружен и описан интересный вибрационный эффект, связанный с «удержанием» включения вблизи сужения канала. В экспериментах эффект «удержания» фазового включения в квазиравновесном состоянии на фоне совершения им колебаний относительно собственного среднего положения наблюдался при различных относительных размерах тела, вязкостях окружающей жидкости и частотах, и амплитудах колебаний столба жидкости. В случае, когда в качестве включения выступает газовый пузырек также обнаружен эффект «удержания» вблизи сужения канала. Частота колебаний пузырька в этом случае определяется частотой колебаний столба жидкости, а амплитуда его колебаний – относительным положением в канале.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского Научного Фонда (грант № 23-71-01103).

Список литературы

1. *Maxworthy T.* Bubble rise under an inclined plate // Journal of Fluid Mechanics. 1991. Vol. 229. P. 659–674.
2. *Krishna R., Urseanu M. V., Van Baten J. M., Ellenberger, J.* Wall effects on the rise of single gas bubbles in liquids // International communications in heat and mass transfer. 1999. Vol. 26. № 6. P. 781–790.
3. *Böhm L., Kurita T., Kimura K., Kraume M.* Rising behaviour of single bubbles in narrow rectangular channels in Newtonian and non-Newtonian liquids // International journal of multiphase flow. 2014. Vol. 65. P. 11–23.
4. *Bhaga D., Weber M. E.* Bubbles in viscous liquids: shapes, wakes and velocities // Journal of fluid Mechanics. 1981. Vol. 105. P. 61–85.
5. *Patel T., Patel D., Thakkar N., Lakdawala A.* A numerical study on bubble dynamics in sinusoidal channels // Physics of Fluids. 2019. Vol. 31. №. 5.
6. *Chakravorty A.* Process intensification by pulsation and vibration in miscible and immiscible two-component systems // Chemical Engineering and Processing-Process Intensification. 2018. Vol. 133. P. 90–105.
7. *Nishimura T., Murakami S., Kawamura Y.* Mass transfer in a symmetric sinusoidal wavy-walled channel for oscillatory flow // Chemical engineering science. 1993. Vol. 48. №. 10. P. 1793–1800.

ПОДАВЛЕНИЕ НЕУСТОЙЧИВОСТИ РЭЛЕЯ-ТЕЙЛОРА С ПОМОЩЬЮ ВЕРТИКАЛЬНЫХ ВИБРАЦИЙ

В. А. Кирпичёв[a], Т. П. Любимова[b]
[a]Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614990, Пермь, ул. Букирева, 15
[b]Институт механики сплошных сред УрО РАН,
614013, Пермь, ул. Академика Королева, 1

Известно, что с помощью вибраций можно управлять поведением неоднородных по плотности гидродинамических систем, в частности, влиять на устойчивость поверхности раздела. В настоящей работе проведено численное моделирование поведения двухслойной системы с более тяжелой жидкостью сверху в поле тяжести и вертикальных вибраций. Расчеты, проведенные для фиксированных значений геометрических параметров, параметров жидкостей и частоты вибраций при разных значениях амплитуды вибраций, показали, что при малых амплитудах вибраций наблюдается возникновение и развитие неустойчивости Релея-Тейлора. При амплитудах вибраций, превышающих некоторое критическое значение неустойчивость Релея-Тейлора подавляется. С дальнейшим увеличением амплитуды вибраций, при некотором ее значении поверхность раздела теряет устойчивость – возникает параметрическая неустойчивость (рябь Фарадея). Аналогичные расчеты, проведенные для нескольких значений частоты вибраций, позволили получить карту устойчивости на плоскости параметров частота вибраций – амплитуда скорости вибраций. Изучено также влияние вязкости на поведение системы. Расчеты показали, что критическое значение амплитуды скорости вибраций, выше которого неустойчивость Релея-Тейлора может быть подавлена с помощью вибраций, слабо зависит от вязкости, а порог возникновения параметрической неустойчивости значительно повышается с ростом вязкости.

Ключевые слова: двухслойная система; поверхность раздела; вибрации; неустойчивость Релея - Тэйлора; параметрическая неустойчивость

SUPPRESSION OF RAYLEIGH-TAYLOR INSTABILITY USING VERTICAL VIBRATIONS

V. A. Kirpichev[a], T. P. Lyubimova[b]
[a]Perm State University,
15 Bukireva St., 614990, Perm
[b]Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS,
1 Academician Korolev St., 614013, Perm

It is known that with the help of vibrations, it is possible to control the behavior of hydrodynamic systems with non-uniform density, in particular, to influence the stability of the interface. In this paper, a numerical simulation of the behavior of a two-layer system with a heavier liquid above is performed for fixed values of geometric parameters, fluid parameters and vibration frequency at different values of vibration amplitude showed that at small vibration amplitudes, the occurrence and development of Rayleigh-

© Кирпичёв В.А., Любимова Т.П., 2025

Taylor instability is observed. At the vibration amplitudes exceeding a certain critical value, the Rayleigh-Taylor instability is suppressed. With a further increase in the amplitude of vibrations, at a certain value, the interface loses stability – parametric instability occurs (Faraday waves). Similar calculations performed for several vibration frequency values allowed to obtain a stability map on the parameter plane vibration frequency – vibration velocity amplitude. The effect of viscosity on the behavior of a system is also studied. The calculations have shown that the critical vibration velocity amplitude above which the Rayleigh-Taylor instability is suppressed just weakly depends on the viscosity whereas the threshold of parametric instability substantially increases with the viscosity growth.

Keywords: two-layer system; interface; vibrations; Rayleigh-Taylor instability; parametric instability

Работа посвящена численному исследованию поведения системы двух несмешивающихся несжимаемых вязких жидкостей разной плотности под действием тяжести и вертикальных вибраций конечной амплитуды и частоты. Жидкости заполняют горизонтальный цилиндр прямоугольного сечения. Более тяжелая жидкость находится сверху. Задача решается в двумерной постановке. Для численного решения задачи применяется пакет прикладных программ COMSOL Multiphysics. Для моделирования динамики двухслойной системы жидкостей используется метод LevelSet, в котором система двух жидкостей с различающимися, постоянными в каждой жидкости, плотностями и вязкостями представляется в виде одной жидкости с меняющимися в зависимости от функции уровня плотностью и вязкостью [1-4].

Для описания поведения жидкостей используются уравнения Навье-Стокса и непрерывности:

$$\rho \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \rho(\vec{v} \cdot \vec{\nabla})\vec{v} = -\vec{\nabla} p + \eta \Delta \vec{v} + \rho \vec{g} + \vec{F}_{st} \tag{1}$$

$$div \vec{v} = 0 \tag{2}$$

Здесь p - давление; $\vec{v}$ - скорость; t - время; η - динамическая вязкость; ρ - плотность; $\vec{g}$ - ускорение свободного падения; $\vec{F}_{st}$ - сила поверхностного натяжения.

На твердых границах полости считается выполненным условие прилипания $\vec{v} = 0$.

Метод LevelSet использует для описания динамики двухслойных систем дистанционную функцию, которая имеет противоположные по знаку значения в разных фазах, а нулевой уровень этой функции соответствует истинному положению границы раздела. В соответствии с идеей метода, к уравнениям 1 и 2 добавляется уравнение переноса для дистанционной функции

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \vec{v} \cdot \vec{\nabla} \Phi = \gamma \vec{\nabla} \cdot \left(\varepsilon \vec{\nabla} \Phi - \Phi(1-\Phi) \frac{\vec{\nabla} \Phi}{|\vec{\nabla} \Phi|} \right) \tag{3}$$

где Φ - маркерная функция; ε - толщина переходного слоя, пропорциональная максимальному шагу сетки; γ - параметр повторной инициализации (по умолчанию равен 1). Двухслойная система представляется в виде одной жидкости с меняющимися плотностью и динамической вязкостью в зависимости от функции уровня Φ, как:

$$\rho(\Phi) = \rho_1 + (\rho_2 - \rho_1)\Phi \tag{4}$$

$$\eta(\Phi) = \eta_1 + (\eta_2 - \eta_1)\Phi \tag{5}$$

Объемная сила, моделирующая поверхностное натяжение, записывается с учетом маркерной функции в виде:

$$\vec{F}_{st} = \sigma\,\delta(\Phi)k(\Phi)\frac{\vec{\nabla}\Phi}{|\vec{\nabla}\Phi|} \tag{6}$$

где σ - коэффициент поверхностного натяжения; $k(\Phi)$ - кривизна поверхности раздела, равная $\vec{\nabla}\cdot\frac{\vec{\nabla}\Phi}{|\vec{\nabla}\Phi|}$; $\delta(\Phi)$ - дельта функция Дирака.

Расчеты проводились с использованием равномерной пространственной сетки с треугольными элементами, количество которых варьировалось в диапазоне 25478–103186.

Численные результаты

Основные расчеты проводились для области, представляющей собой квадрат со стороной $2 \cdot 10^{-2}$ м. Толщины слоев жидкостей считались одинаковыми. Амплитуда и частота вибраций и вязкости жидкостей варьировались.

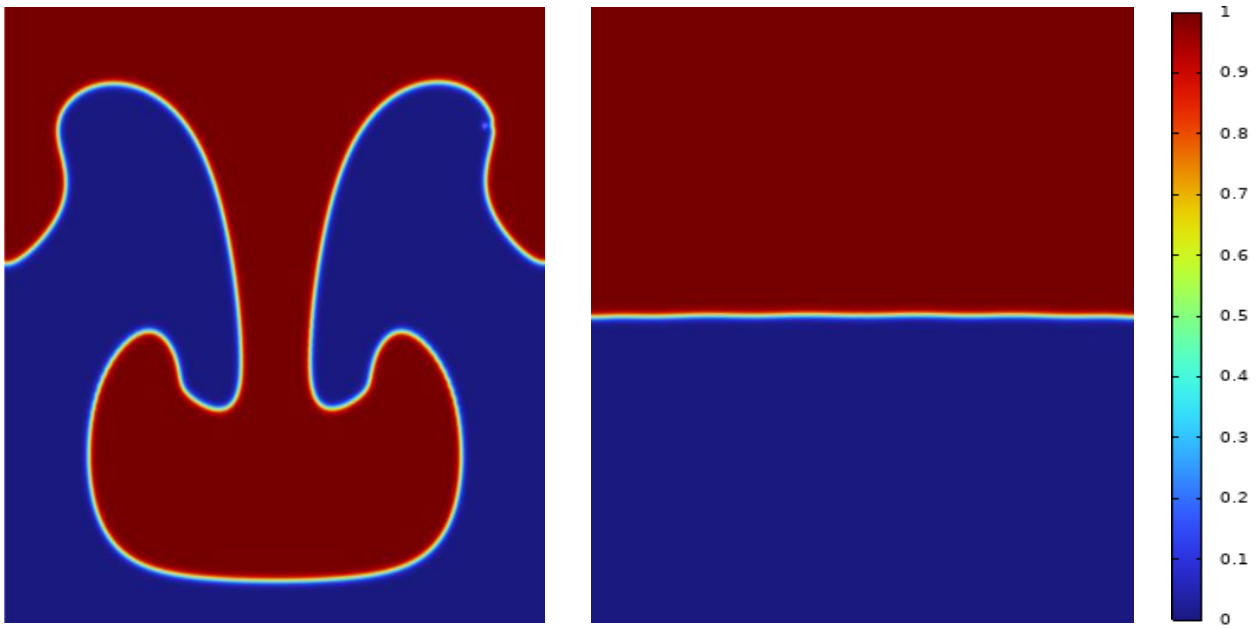
В качестве начального состояния использовалось возмущение границы раздела по гармоническому закону амплитудой $5 \cdot 10^{-4}$ м.

Тестовые расчеты, проведенные для частоты вибраций, равной 60 Гц, с использованием постоянных разных шагов по времени, равных ω^{-1}, $\omega^{-1}/4$, $\omega^{-1}/8$, показали, что уменьшение шага не приводит к изменениям в поведении границы раздела. На основании этих результатов основные расчеты проводились с шагом ω^{-1}.

Вначале проводились расчеты в отсутствие вибраций. В качестве тяжелой жидкости рассматривался раствор хлористого калия в воде с плотностью $\rho_2 = 1660$ кг м$^{-3}$ и вязкостью $\nu_2 = 0.01$ Ст, в качестве легкой жидкости - минеральное масло с $\rho_1 = 0.97$ г см$^{-3}$ и $\nu_1 = 10$ Ст. Для этой системы жидкостей и рассматриваемой геометрии области в отсутствие вибраций наблюдается неустойчивость Релея - Тейлора, поскольку горизонтальный размер сосуда в 4 раза превышает критическую длину волны.

Расчеты, проведенные для этой системы при наличии вибраций с частотой 60 Гц и разными значениями амплитуды вибраций, показали, что при малых амплитудах вибраций наблюдается развитие неустойчивости Релея-Тейлора (рис. 1а).

При амплитудах вибраций, превышающих $1.4 \cdot 10^{-3}$ м, неустойчивость Релея-Тейлора подавляется (рис.1б).



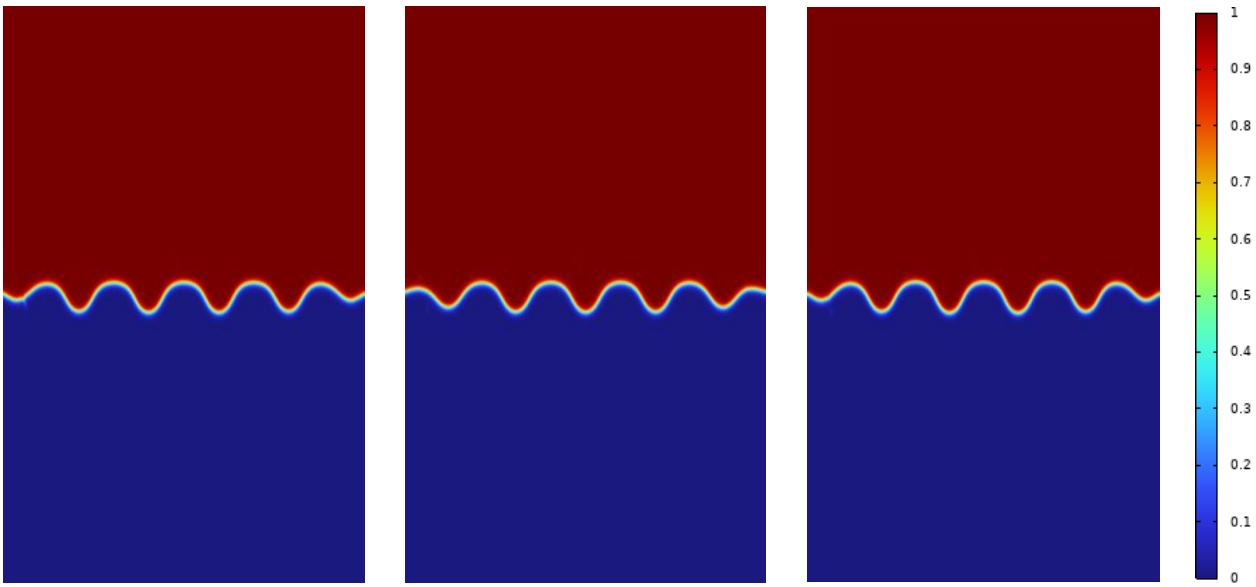
а) *б)*

Рис. 1. Мгновенная форма границы при фиксированной частоте вибраций 60 Гц: а – амплитуда вибраций равна $\mathbf{0.7 \cdot 10^{-3}}$ *м, развитие неустойчивости Рэлея-Тейлора; б – амплитуда вибраций равна* $\mathbf{1.4 \cdot 10^{-3}}$ *м, подавление неустойчивости Рэлея-Тейлора*

С дальнейшим увеличением амплитуды вибраций, при достижении амплитуды $6.7 \cdot 10^{-3}$ м, поверхность раздела становится неустойчивой – возникает параметрическая неустойчивость (рябь Фарадея) (рис.2*а*, 2*б*, 2*в*).

Аналогичные расчеты, проведенные для нескольких значений частоты вибраций, позволили получить карту устойчивости на плоскости параметров частота вибраций – амплитуда скорости вибраций (рис.3).

Изучено также влияние вязкости на поведение системы. Сопоставление карт устойчивости для вязкостей жидкостей, обсуждавшихся выше, и в 10 раз меньших вязкостей показано на рис.3. Как видно, критическое значение амплитуды скорости вибраций, выше которого неустойчивость Релея-Тейлора может быть подавлена с помощью вибраций, слабо зависит от вязкости (в масштабе графика границы совпадают), а порог возникновения параметрической неустойчивости значительно повышается с ростом вязкости.



а) *б)* *в)*

Рис. 2. Параметрическая неустойчивость при фиксированной частоте вибраций 60 Гц. а - в момент времени 0.46 с; б - спустя период вибраций; в - спустя 2 периода вибраций

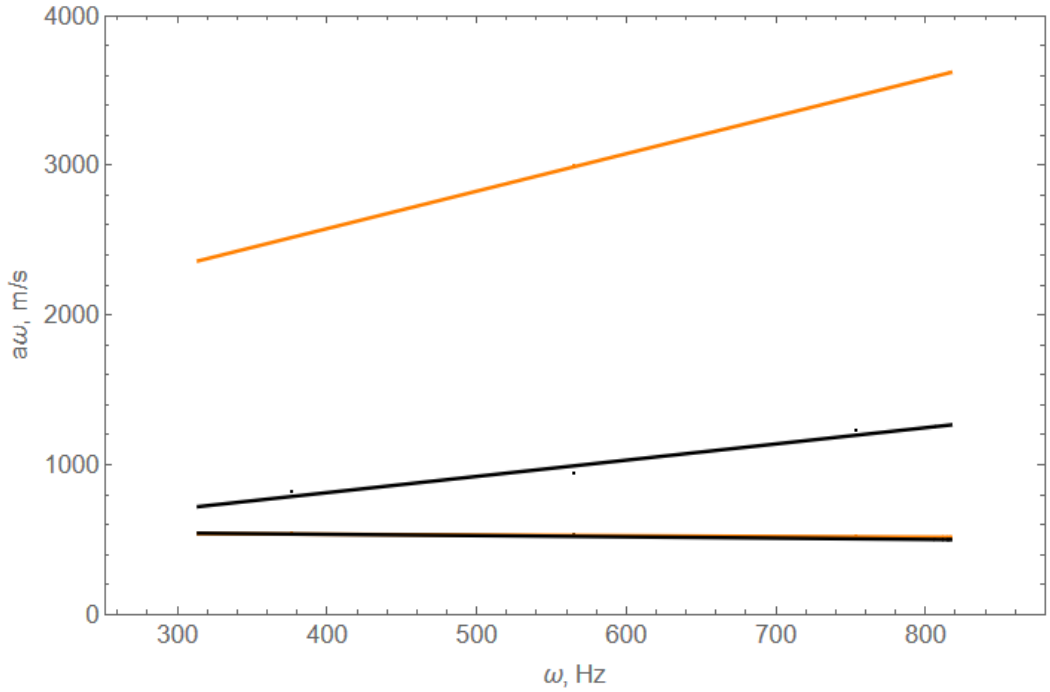


Рис. 3. Карты устойчивости на плоскости параметров частота вибраций – амплитуда скорости вибраций для двух наборов вязкостей жидкостей. Оранжевым линиям соответствует система, рассматриваемая в самом начале; черные линии соответствуют менее вязким жидкостям с $\nu_2 = 0.001\ Ст$ *и* $\nu_1 = 1\ Ст$

Заключение

Численно исследовано поведение двухслойной системы с более тяжелой жидкостью сверху в поле тяжести и вертикальных вибраций. Получена карта устойчивости на плоскости параметров частота вибраций – амплитуда скорости вибраций. Изучено влияние вязкостей жидкостей на поведение системы. Найдено, что критическое значение амплитуды скорости вибраций, выше которого неустойчивость Релея-Тейлора может быть подавлена с помощью вибраций, слабо зависит от вязкости, а порог возникновения параметрической неустойчивости значительно повышается с ростом вязкости.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования РФ (бюджетная тема № 121031700169-1).

Список литературы

1. *Любимов Д. В., Любимова Т. П., Черепанов А. А.* Динамика поверхностей раздела в вибрационных полях // Физматлит, 2003
2. *Sussman M., Smereka P., Osher S.* A level set approach for computing solutions to incompressible two-phase flow. // Comp. Phys. 1994. Vol. 114, no. 1. P. 146–159.
3. *Любимов Д.В., Любимова Т.П.* Об одном методе сквозного счета для решения задач с деформируемой поверхностью раздела // Моделирование в механике. 1990. Vol. 4 (21), no. 1. P. 136–140.
4. *Brackbill J.U., Kothe D.B., Zemach C. A.* A continuum method for modeling surface tension // Comp. Phys. 1992. Vol. 100, no. 1. P. 335–354.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ОЧИСТКИ МИКРОКАНАЛА ВНЕШНИМ ПУЛЬСАЦИОННЫМ ПОТОКОМ

Л. С. Клименко[a,b], Б. С. Марышев[a,b,c]
[a]Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614068, Пермь, ул. Букирева, 15
[b]Институт механики сплошных сред УрО РАН,
614013, Пермь, ул. Академика Королева, 1
[c]Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского
603022, Н.Новгород, проспект Гагарина, 23

Исследована задача об очистке канала от мелкодисперсной примеси с помощью внешнего пульсационного потока чистой жидкости. Задача решена для прямоугольного микроканала, в начальный момент времени канал случайным образом загрязнен. Поток жидкости создается за счет приложенного давления на вход и выход. Считается, что давление меняется со временем по гармоническому закону. При включении внешнего потока чистой жидкости с течением времени частицы могут отрываться от стенок под действием вязких напряжений. Взаимодействие частиц с потоком описывается в рамках приближения Стокса, учитывается случайная сила, обусловленная диффузией. Взаимодействием между частицами пренебрегается. Взаимодействие со стенками канала обусловлено силами Ван-дер-Ваальса. Получены уравнения, описывающие динамику частиц и изменения потока внутри микроканала при их отрыве. Задача решается численно в рамках модели случайного блуждания со статистической обработкой полученных данных. Получены характеристики потока и время очистки микроканала в зависимости от амплитуды и частоты приложенного давления.

Ключевые слова: сорбция; мелкодисперсная примесь; метод случайных блужданий

MODELING OF MICROCHANNEL CLEANING BY EXTERNAL PULSATING FLOW

L. S. Klimenko[a,b], B. S. Maryshev[a,b,c]
[a]Perm State University,
15 Bukireva St., 614068, Perm
[b]Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS,
1 Academician Korolev St., 614013, Perm
[c]Nizhny Novgorod State University,
23, Gagarin Pr., 603022, Nizhny Novgorod

The problem of channel cleaning from fine impurity by means of external pulsation flow of pure liquid is investigated. The problem is solved for a rectangular microchannel, at the initial moment of time the channel is randomly contaminated. The fluid flow is generated by applied inlet and outlet pressures. The pressure is assumed to vary with time according to a harmonic law. When an external flow of clean fluid is switched on, over time, particles can be detached from the walls by viscous stresses. The interaction of the particles with the flow is described within the framework of the Stokes approximation,

© Клименко Л.С., Марышев Б.С., 2025

and the random force due to diffusion is taken into account. The interaction between particles is neglected. The interaction with the channel walls is due to van der Waals forces. Equations describing the dynamics of particles and flow changes inside the microchannel at their detachment are obtained. The problem is solved numerically within the framework of the random walk model with statistical processing of the obtained data. Flow characteristics and microchannel cleaning time depending on the amplitude and frequency of the applied pressure are obtained.

Keywords: sorption; fine impurities; random walk method

Засорение микроканалов из-за сорбции частиц на стенки является серьезной проблемой во многих технологических процессах. К ним относятся различные системы фильтрации, такие как системы очистки воды, промышленные и бытовые фильтры, используемые, например, в катализе или жидкостной хроматографии. Как правило, время работы фильтрующего элемента в конечном итоге ограничивается временем его засорения. Еще одно применение, которое в настоящее время становится все более популярным, - это различные микрофлюидные системы, в которых частицы либо являются частью системы, либо присутствуют в виде пыли или других загрязнений. Способность поддерживать поток в течение длительного времени диктует полезность и срок службы микрофлюидных систем, поэтому сорбция частиц очень нежелательна [1]. Довольно часто для продления срока службы как фильтра, так и микрофлюидных систем используется достаточно мощный поток рабочей жидкости. В этом случае жидкость предварительно очищают от возможных примесей [2].

Существует множество экспериментальных и численных исследований закупорки микроканалов. В качестве основных причин закупорки выделяют «механическое» затыкание частицами более крупного размера [3-4], образование агрегатов при прокачке мелкодисперсной примеси [5-7] и сужение каналов за счет сорбции [8]. Однако, как показал обзор литературы, обратная задача очистки канала от мелкодисперсных примесей мало исследована. В настоящей работе мы заполняем этот пробел и изучаем влияние переменного потока на очистку микроканала.

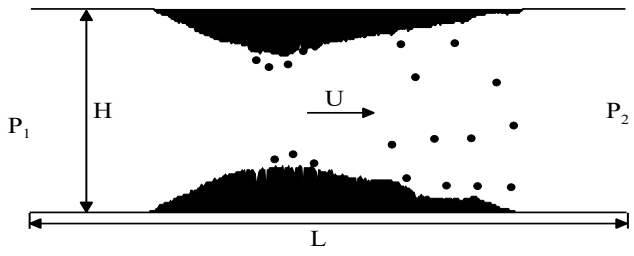


Рис. 1. Конфигурация задачи.

Для этой цели рассмотрим микроканал прямоугольной формы. В начальный момент времени микроканал случайным образом засорен примесью, частицы удерживаются на стенках и между собой с помощью сил Ван-дер-Ваальса. Для очистки канала через него пропускаем поток чистой жидкости,

который создается пульсационным перепадом давления между входом и выходом по закону $p = p_0(1 + p_a\, sin\, \omega\, t)$.

Задача решена в рамках модели случайных блужданий, согласно которой уравнение движения частицы может быть записано, как

$$x_n = \sum_{i=1}^{n} \left[\frac{3}{2}\frac{\pi\eta a^3}{kT} u(x_i, y_i, t_i) + a f_x(t_i)\right] \quad (1)$$

$$y_n = \sum_{i=1}^{n} \left[\frac{3}{2}\frac{\pi\eta a^3}{kT} w(x_i, y_i, t_i) + a f_y(t_i)\right], \quad (2)$$

$$t_i = \sum_{j=1}^{i} \delta t_j = \frac{3}{2}\frac{\pi\eta a^3}{kT}\, i, \quad (3)$$

где x_n, y_n– координаты частицы в момент времени t_n, η – динамическая вязкость жидкости, T– температура, k– постоянная Больцмана, $f_x(t_i), f_y(t_i)$ – независимые реализации случайной величины распределенной по нормальному закону, u, w– горизонтальная и вертикальная составляющие скорости потока.

Несмотря на то, что течение создается пульсациями давления, за время прохождения одной частицы поток считается стационарным, изменения величин u, w могут произойти только в момент прилипания частицы к стенке или отрыва частицы от нее. Тогда, уравнение Навье-Стокса для скорости потока имеет вид:

$$\eta\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right) = \frac{\partial p}{\partial x}, \quad \eta\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right) = \frac{\partial p}{\partial y}, \quad (4)$$

где p– поле давления. Для определения поля давления решается задача в терминах завихренности и давления:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} = 0, \quad \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} = 0, \quad p|_{x=0} = p_0(1 + p_a\, sin\, \omega\, t), \quad p|_{x=L} = P_2, \quad (5)$$

$$\left.\frac{\partial \varphi}{\partial x}\right|_{x=0,L} = 0, \quad \eta\left.\frac{\partial \varphi}{\partial y}\right|_{y=S_l,S_u} = -\left.\frac{\partial p}{\partial x}\right|_{y=S_l,S_u}, \quad \left.\frac{\partial p}{\partial y}\right|_{y=S_l,S_u} = \eta\left.\frac{\partial \varphi}{\partial x}\right|_{y=S_l,S_u}, \quad (6)$$

где P_1, P_2– значения давления на входе и выходе из канала, φ– поле завихренности, $S_l(x,t)$, $S_u(x,t)$ положение нижней и верхней границ полости соответственно. Частицы могут отрываться от стенок канала благодаря тепловым флуктуациям (случайной силе) и силам вязкого напряжения. Условие отрыва может быть записано как

$$\left.\eta\frac{\partial u}{\partial y} + \tau^* f\right|_{y=S_u,S_l} > \tau_c, \quad \left.\eta\frac{\partial u}{\partial x} + \tau^* f\right|_{y=S_u-a,S_l-a} > \tau_f, \quad (7)$$

где τ^*– характерные значения тепловых флуктуаций напряжений, τ_c– критическое значение напряжений на отрыв,τ_f – критическое значение

напряжений при проскальзывании. Настоящая система (5) - (7) решалась численно с помощью метода конечных разностей.

Зависимость времени очистки канала от параметров пульсаций давления представлены на рис.2. Видно, что изменение частоты приводит к колебаниям времени очистки. В то время как с увеличением амплитуды давления сначала происходит замедление, а потом ускорение процесса очистки. Таким образом, подбирая внешние параметры можно управлять средним временем очистки микроканала.

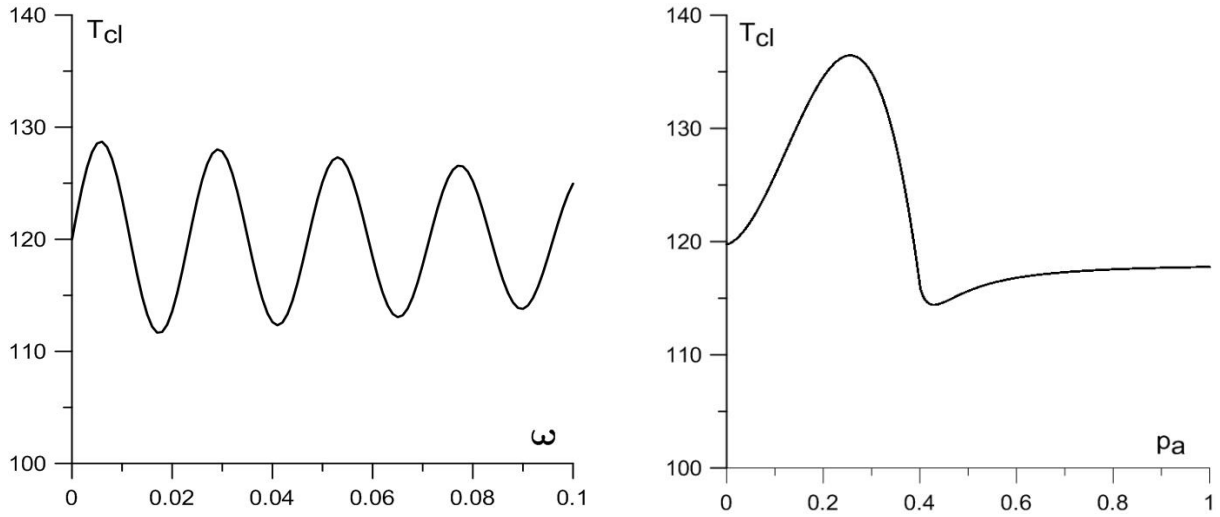


Рис. 2. Зависимости времени очистки канала, загрязненного примесью, от частоты (слева, для $p_a = 0.5$) и амплитуды приложенного давления (справа, для $\omega = 0.01$)

Работа выполнена при финансовой поддержке РНФ № 23-12-00180.

Список литературы

1. *Flowers B. S., Hartman R. L.* Particle handling techniques in microchemical processes //Challenges. 2012. Т. 3. №. 2. С. 194–211.
2. *Gothsch T. et al.* Effect of microchannel geometry on high-pressure dispersion and emulsification //Chemical engineering & technology. 2011. Т. 34. №. 3. С. 335–343.
3. *Frey J., Schmitz P., Dufreche P., Pinheiro I. G.* Particle deposition in porous media: analysis of hydrodynamic and weak inertial effects// Transport in porous media. 1999. Т. 37 С. 25–54.
4. *Mays D. C., Hunt J. R.* Hydrodynamic aspects of particle clogging in porous media// Environmental science & technology. 2005. Т. 39. С. 577–584.
5. *Sharp K., Adrian R.* On flow-blocking particle structures in microtubes// Microfluidics and Nanofluidics. 2005 Т.1 С. 376–380.
6. *Agbangla G. C., Climent E., Bacchin P.* Experimental investigation of pore clogging by microparticles: Evidence for a critical flux density of particle yielding arches and deposits// Separation and purification technology. 2012. Т. 101. С. 42–48.

7. *Gudipaty T., Stamm M. T., Cheung L. S., Jiang L., Zohar Y.* Cluster formation and growth in microchannel flow of dilute particle suspensions// Microfluidics and nanofluidics. 2011. Т. 10, № 3. С. 661–669.
8. *Klimenko L. S., Maryshev B. S.* Numerical simulation of microchannel blockage by the random walk method //Chemical Engineering Journal. 2020. Т. 381. С. 122644

КОНЦЕНТРАЦИОННАЯ КОНВЕКЦИЯ В НАКЛОННОМ СЛОЕ ПОРИСТОЙ СРЕДЫ

Л. С. Клименко[a,b], И. А. Кольцова[a]
[a]Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614068, Пермь, ул. Букирева, 15
[b]Институт механики сплошных сред УрО РАН,
614013, Пермь, ул. Академика Королева, 1

Исследован транспорт тяжелой примеси через наклонный слой пористой среды при наличии осаждения (иммобилизации) частиц и прокачки вдоль слоя. На границах слоя задан постоянный перепад концентрации, течение вдоль слоя создаётся постоянным перепадом давления. Задача допускает режим одномерной фильтрации вдоль слоя с линейным законом распределения примеси. Получена система уравнений, описывающая возникновение концентрационной конвекции при наличии малых возмущений основных режимов для двух типов неустойчивости: плоские и спиральные возмущения. Решена задача устойчивости по отношению к этим возмущениям. Получены нейтральные кривые. В случае отсутствия иммобилизации и прокачки, конвекция возникает монотонным образом. Учет иммобилизации и прокачки не оказывает влияния на спиральные возмущения. Для случая плоских возмущений добавление прокачки приводит к возникновению колебательной моды неустойчивости. Учет иммобилизации повышает устойчивость системы.

Ключевые слова: концентрационная конвекция; MIM модель; фильтрация

MODELING OF MICROCHANNEL CLEANING BY EXTERNAL PULSATING FLOW

L. S. Klimenko[a,b], I. A. Koltsova[a]
[a]Perm State University,
15 Bukireva St., 614068, Perm
[b]Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS,
1 Academician Korolev St., 614013, Perm

The transport of heavy impurity through an inclined layer of porous medium in the presence of particle deposition (immobilization) and pumping along the layer is studied. A constant concentration drop is set at the boundaries of the layer. The mixture flow along the layer is created by a constant pressure drop. The problem assumes one-dimensional filtration regime along the layer with a linear law of impurity distribution. A system of equations describing the occurrence of concentration convection in the presence of small perturbations of the main modes for two types of instability: plane and spiral perturbations is obtained. The problem of stability with respect to these perturbations is solved. Neutral curves are obtained. In the absence of immobilization and pumping, convection occurs in a monotonic manner. Taking immobilization and pumping into account has no effect on the spiral perturbations. For the case of plane perturbations, the addition of pumping leads to an oscillatory mode of instability. Taking immobilization into account increases the stability of the system.

Keywords: sorption; fine impurities; random walk method

© Клименко Л.С., Кольцова И.А., 2025

Настоящая работа посвящена изучению процесса транспорта примеси в наклонном слоем пористой среды с учетом взаимодействия частиц примеси со скелетом среды. Наиболее широко используемым в настоящее время подходом к описанию такого транспорта является MIM модель (mobile/immobile media) [1]. В рамках этой концепции предполагается, что примесь можно разделить на две "фазы": подвижную (движущуюся с потоком жидкости) и неподвижную (сцепленную или адсорбированную). В этом случае перенос примеси осуществляется через подвижную фазу и описывается моделью адвекции-диффузии [2] с дополнительным слагаемым, которое описывает отток примеси в неподвижную фазу.

В настоящей работе проведено исследование влияния иммобилизации примеси на конвекцию в наклонном слое пористой среды. Между верхней и нижней границами слоя поддерживается постоянный перепад концентрации, кроме того осуществляется фильтрация вдоль слоя. Задача в предложенной постановке ранее не решалась.

Рассмотрим фильтрацию примеси через бесконечный наклонный слой пористой среды (рис. 1). Будем считать, что смесь состоит из несущей несжимаемой жидкости и мелкодисперсной тяжелой примеси. Фильтрация обеспечивается заданным постоянным градиентом давления в горизонтальном направлении. Между верхней и нижней границами поддерживается постоянный перепад концентрации. Горизонтальные границы предполагаются непроницаемыми для жидкости.

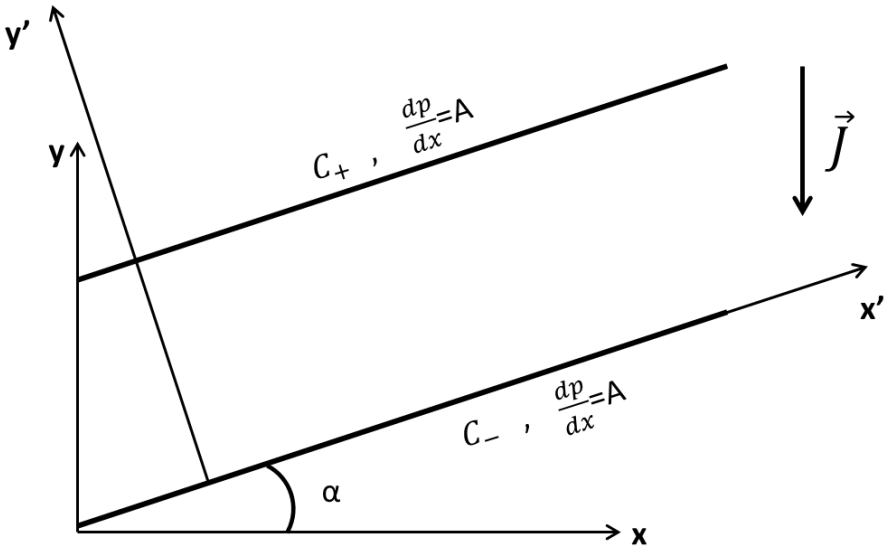


Рис 1. Конфигурация задачи

Полная система уравнений, описывающая транспорт примеси, в безразмерном виде может быть записана как [3]

$$\partial_t(C+Q) = -\vec{U}\cdot\nabla C + \Delta C,$$

$$U_x = -\frac{\partial}{\partial x}P + R_p C\sin\alpha,$$

$$U_y = -\frac{\partial}{\partial y}P + R_p C\cos\alpha$$

$$U_z = -\frac{\partial}{\partial z}P,$$

$$div\vec{U} = 0,$$

$$\partial_t Q = aC - bQ,$$

где вектор C, Q– безразмерные мобильная и немобильная концентрации, $\vec{U} = \left(U_x, U_y, U_z\right)$ - скорость фильтрации, P - давление.

Обсудим граничные условия. Будем считать, что на границах слоя задан постоянный перепад концентрации и они не проницаемы для жидкости. Поток вдоль слоя создаётся постоянным перепадом давления:

$$C_{y=0} = 1, \quad C_{y=1} = 0,$$

$$\int_0^1 u_x dy = Pe,$$

Как видно, данная задача содержит следующие безразмерные параметры: безразмерные коэффициенты адсорбции и десорбции $a = \alpha L^2/(\phi D)$, $b = \alpha K_d L^2/D$, число Пекле $Pe = \kappa AL\gamma/(D\phi\eta)$, описывающее интенсивность фильтрации вдоль слоя, число Релея-Дарси $Rp = \kappa \mathrm{C}_0 \rho\beta_\mathrm{c} gL/(\eta D\phi)$, описывающее интенсивность течения возникающего из-за сил плавучести.

Настоящая задача допускает решение, соответствующее режиму стационарной горизонтальной фильтрации в виде:

$$P^0 = -\left(Pe - \frac{R_p}{2}\sin\alpha\right)x + \frac{R_p}{2}(2y - y^2)\cos\alpha,$$

$$U^0 = Pe + R_p\left(\frac{1}{2} - y\right)\sin\alpha,$$

$$Q^0 = \frac{a}{b}(1 - y),$$

$$C^0 = 1 - y.$$

Последнее линейное распределение примеси поперек слоя совпадает с известным решением [4]. Обратим внимания, что для наклонного слоя скорость жидкости вдоль слоя уже не является постоянной и зависит от координаты поперёк слоя.

В рамках работы стационарный режим был исследован на устойчивость по отношению к малым возмущениями двух типов: плоские возмущения и спиральные возмущения. Для плоских возмущений считалось, что z компонента скорости отсутствует и производных по z координате тоже нет. Для спиральных возмущений отсутствует производная по x координате, при этом все компоненты скорости отличны от 0.

В качестве проверки был рассмотрен случай отсутствия иммобилизации и внешней прокачки (число Пекле равно нулю). В этом случае наша задача совпадает с известным случаем тепловой конвекции [5], для которой конвекция возникает монотонным образом. Пороговые значения числа Релея-Дарси и соответствующего волнового числа представлены на рис. 2. Они полностью совпадают с известными ранее результатами [5].

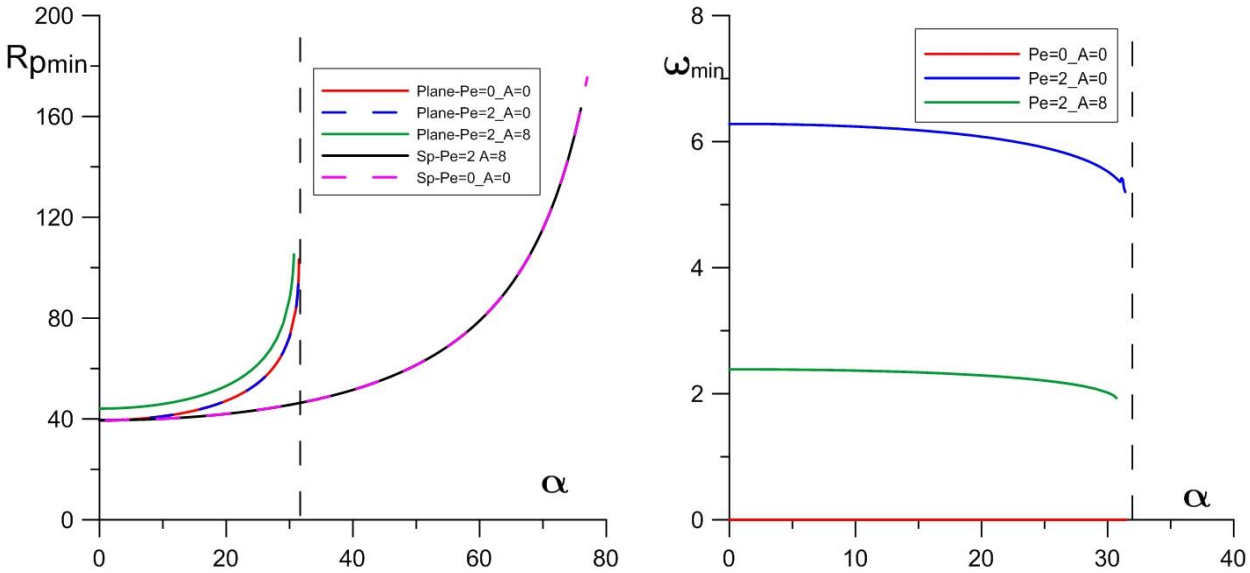


Рис. 2. Зависимости критического числа Релея-Дарси (слева) и частоты колебаний (справа) от угла наклона. Параметры представлены в легегнде

Для случая спиральных возмущений аналитически были получены значения критических параметров (числа Релея - Дарси, волнового числа) от угла наклона (рис.2, черная и фиолетовая кривые). Показано, что неустойчивость возникает монотонным образом и критические значения не зависят ни от числа Пекле, ни от параметров иммобилизации. Также была произведена численная проверка с помощью метода дифференциальной прогонки. Получившиеся результаты критических значений управляющих параметров полностью совпадают с известными результатами.

Для случая плоских возмущений численно с помощью метода дифференциальной прогонки получены нейтральные кривые. Показано, что в случае отсутствия иммобилизации и прокачки, конвекция возникает монотонным образом (рис 2, красная кривая). Добавление прокачки как и ранее не влияет на порог устойчивости, но приводит к возникновению колебательной моды (рис. 2, синяя кривая). Учет иммобилизации при этом повышает устойчивость системы (рис.2, зеленая кривая).

Работа выполнена при финансовой поддержке РНФ № 20-11-20125.

Список литературы

1. *Deans* H. A. A mathematical model for dispersion in the direction of flow in porous media //Society of Petroleum Engineers Journal. 1963. Vol. 3. N 01. P. 49– 52.
2. *Einstein* A. Zur theorie der brownschen bewegung //Annalen der physik. – 1906. – Т. 324. – №. 2. – С. 371– 381.
3. *Nield* D. A. et al. Convection in porous media. – New York : springer, 2006. Vol. 3. P. 629– 982.
4. *Maryshev* B. S. The effect of sorption on linear stability for the solutal Horton–Rogers–Lapwood problem //Transport in Porous Media. 2015. Vol. 109. N. 3. P. 747– 764.
5. *Гершуни* Г. З., Жуховицкий Е. М., Непомнящий А. А. Устойчивость конвективных течений. – Наука, 1989.

ВОЛНЫ ФАРАДЕЯ НА ГРАНИЦЕ НЕСМЕШИВАЮЩИХСЯ ЖИДКОСТЕЙ, ОСЦИЛЛИРУЮЩИХ В ВЕРТИКАЛЬНОМ ЩЕЛЕВОМ КАНАЛЕ

В. Г. Козлов[a], О. А. Власова[a], В. В. Дьякова[a,b]
[a]Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет,
614990, Пермь, ул. Сибирская, 24
[b]Пермский национальный исследовательский политехнический университет,
614990, Пермь, Комсомольский проспект, 29

Экспериментально изучается динамика межфазной границы двух маловязких несмешивающихся жидкостей разной плотности, совершающей вертикальные гармонические осцилляции в вертикальном прямом щелевом канале. Обнаружено, что с повышением амплитуды осцилляций наблюдается пороговое возбуждение параметрических колебаний границы, в виде расположенной в плоскости слоя стоячей волны, при этом межфазная граница совершает колебания в виде осциллирующего языка, а контактная линия в ходе колебаний остается практически неподвижной. Показано, что зависимость длины волны от частоты не согласуется с классическим дисперсионным соотношением для маловязких жидкостей. Отличие определяется демпфирующим действием вязких слоев Стокса вблизи границ канала и кривизной межфазной границы в нормальной слою плоскости. С увеличением кривизны (уменьшением относительной толщины канала) порог возбуждения параметрических колебаний (осцилляционное ускорение) возрастает. Обнаружено, что в надкритической области в плоскости канала генерируются интенсивные осредненные вихревые структуры, размеры которых определяются длиной возбуждаемой стоячей волны: между соседними узлами волны располагаются по два вихря с противоположным направлением вращения. Исследованы пороги возбуждения и надкритические структуры.

Ключевые слова: несмешивающиеся жидкости; межфазная граница; щелевой зазор; осцилляции; параметрические колебания

FARADAY WAVES AT THE BOUNDARY OF IMMISCIBLE LIQUIDS OSCILLATING IN A VERTICAL SLOT CHANNEL

V. G. Kozlov[a], O. A. Vlasova[a], V. V. Dyakova[a,b]
[a]Perm State Humanitarian Pedagogical University,
24 Sibirskaya St., 614990, Perm
[b]Perm National Research Polytechnic University,
29 Komsomolsky Pr., 614990, Perm

The dynamics of the interface of two low-viscosity immiscible liquids of different density, performing vertical harmonic oscillations in a vertical straight slot channel, is studied experimentally. It is found that with an increase in the oscillation amplitude, a threshold excitation of parametric oscillations of the interface is observed in the form of a standing wave located in the plane of the layer, while the interface oscillates in the form of an oscillating tongue, and the contact line remains virtually motionless during the oscillations. It is shown that the dependence of the wavelength on the frequency does not

© Козлов В.Г., Власова О.А., Дьякова В.В., 2025

agree with the classical dispersion relation for low-viscosity liquids. The difference is determined by the damping effect of viscous Stokes layers near the channel boundaries and the curvature of the interface in the plane normal to the layer; with an increase in the curvature (a decrease in the relative thickness of the channel), the threshold (oscillatory acceleration) for excitation of parametric oscillations increases. It was found that in the supercritical region in the plane of the channel, intense averaged vortex structures are generated, the dimensions of which are determined by the length of the excited standing wave: between adjacent nodes of the wave, two vortices with opposite directions of rotation locate. The excitation thresholds and supercritical structures are investigated.

Keywords: immiscible liquids; interphase boundary; gap; oscillations; parametric oscillations.

Динамика границы раздела несмешивающихся жидкостей, совершающих осцилляции, является важной прикладной и фундаментальной проблемой [1]. Недавние эксперименты с границей раздела, осциллирующей в щелевых зазорах, обнаружили новый тип неустойчивости, осцилляционной неустойчивости Саффмана, в случае жидкостей с высоким контрастом вязкостей [2-4]. Неустойчивость проявляется в развитии пальцев маловязкой жидкости, проникающих в высоковязкую в определенной фазе периода осцилляций. Обнаружено, что снижение контраста вязкостей подавляет данный тип неустойчивости. Эксперименты с жидкостями малой вязкости и разной плотности в вертикальном канале обнаружили возбуждение параметрической неустойчивости в виде синхронной стоячей волны в случае большого коэффициента межфазного натяжения [4].

Настоящее исследование направлено на экспериментальное изучение поведения границы раздела маловязких жидкостей с невысоким коэффициентом межфазного натяжения, совершающих осцилляции в прямом вертикальном щелевом канале. Ширина щелевого зазора варьируется в диапазоне $d = 0.13 – 0.38$ см. Эксперименты выполняются на паре несмешивающихся жидкостей: силиконовое масло ПМС – 0.65 и флуоринерт FC – 40 с относительной плотностью $\rho = \rho_1/\rho_2 = 0.42$ и коэффициентом межфазного натяжения $\sigma = 2.3$ мН/м. Кинематическая вязкость жидкостей составляет $\nu_1 = 0.7$ сСт и $\nu_2 = 2.4$ сСт. Динамика осциллирующей границы раздела и устойчивость последней исследуется методом видео-фото регистрации в широком диапазоне частот и амплитуд колебаний столба жидкостей, осредненные потоки – PIV методом.

Обнаружено, что однородные по ширине канала колебания границы теряют устойчивость пороговым образом при повышении амплитуды осцилляций. На осциллирующей границе возбуждаются параметрические колебания в виде расположенной в плоскости слоя стоячей волны. Стоячая волна на границе аналогична классической «ряби Фарадея» и совершает колебания с частотой вдвое меньшей частоты колебаний столба жидкостей. Длина волны при повышении частоты осцилляций понижается, принимая дискретные значения. По ширине межфазной границы укладывается целое число волн с пучностями смещения на вертикальных границах канала. Показано, что длина волны в зависимости от частоты лишь качественно согласуется с классическим дисперсионным соотношением для маловязких жидкостей в отсутствие

осложняющих факторов. Собственная частота колебаний заданной длины волны оказывается ниже по сравнению с классическим случаем, что связано с дополнительной упругостью межфазной границы. При этом относительная толщина зазора, отношение толщины зазора к капиллярной длине волны, играет важную роль, с уменьшением относительной толщины слоя пороговое значение осцилляционного ускорения повышается по степенному закону.

Обнаружено возникновение интенсивных осредненных вихревых потоков в плоскости канала в надкритической области, генерируемых стоячей волной в пограничных слоях Стокса, осредненные потоки относятся к «steady streaming». Вихри развиваются по обе стороны от межфазной границы и образуют регулярную пространственную структуру, в каждой из жидкостей, между соседними узлами стоячей волны укладывается по два вихря противоположной закрутки.

Исследованы пороги возбуждения и надкритические структуры нового типа неустойчивости. Проведено сравнение с классическим случаем вибрационного возбуждения ряби Фарадея, которое в исследованной области параметров показало качественное отличие зависимости порога устойчивости от безразмерной частоты, с повышением последней пороговое осцилляционное ускорение в щелевом зазоре изменяется немонотонно, демонстрируя локальный минимум в области умеренных частот.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского Научного Фонда (грант № 23-11-00242).

Список литературы

1. *Любимов Д. В., Любимова Т. П., Черепанов А. А.* Динамика поверхностей раздела в вибрационных полях. Физматлит, 2003. 216 с.
2. *Kozlov V.G., Karpunin I.E., Kozlov N.V.* Finger instability of oscillating liquid–liquid interface in radial Hele-Shaw cell // Physics of Fluids. 2020. Vol. 32 (10). 102102.
3. *Kozlov V., Vlasova O.* Oscillatory dynamics of immiscible liquids with high viscosity contrast in a rectangular Hele–Shaw channel // Physics of Fluids. 2022. Vol. 34 (3). 032121.
4. *Subbotin S.V., Karpunin I.E., Kurysheva D., Kozlov V.G.* Effect of the density ratio on the oscillatory Saffman–Taylor instability in vertical conical Hele–Shaw cell // Physics of Fluids. 2023. Vol. 35 (9). 093102.
5. *Kozlov V. G., Vlasova O. A., Dyakova V. V.*, Stability of the interface of liquids oscillating in a vertical flat channel // Interfacial Phenomena and Heat Transfer. 2024. Vol. 12 (1). P.15-25.

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ТРАНЗИТНОГО СПИРАЛЬНОГО ТЕЧЕНИЯ ЖИДКОГО МЕТАЛЛА

И. В. Колесниченко
Институт механики сплошных сред УрО РАН,
614013, Пермь, ул. Академика Королева, 1

В работе численно исследуются характеристики транзитных течений, созданных электромагнитным индуктором. Индуктор позволяет бесконтактно создавать в цилиндрическом канале как однородные транзитные течения жидкого металла, так и закрученные транзитные потоки. Целью работы является поиск условий, при которых реализуются наибольшие расходы либо наибольшая закрутка жидкого металла. Математическая модель процессов в жидком металле в цилиндрическом канале основана на уравнениях магнитной гидродинамики в электродинамическом приближении. Выполнены многовариантные трехмерные расчеты, в которых анализируется различные характеристики поля скорости, как локальные, так и интегральные. Получены зависимости расхода и величины гидродинамической спиральности от значений управляющих параметров.

Ключевые слова: магнитная гидродинамика; бегущее магнитное поле; вращающееся магнитное поле

NUMERICAL STUDY OF TRANSIT HELICAL FLOW OF LIQUID METAL

I. V. Kolesnichenko
Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS,
1 Academician Korolev St., 614013, Perm

The characteristics of transit currents created by an electromagnetic inductor are numerically investigated. The inductor allows contactless creation of both homogeneous transit flows of liquid metal and swirling transit flows in a cylindrical channel. The aim of the work is to find conditions under which the highest flow rates or the highest twisting of liquid metal are realized. The mathematical model of processes in liquid metal in a cylindrical channel is based on the equations of magnetic hydrodynamics in the electrodynamic approximation. Multivariant three-dimensional calculations are performed. Characteristics of the velocity field, both local and integral, are analyzed. The dependences of the flow rate and the magnitude of hydrodynamic helicity on the values of control parameters are obtained.

Keywords: magnetic hydrodynamics; traveling magnetic field; rotating magnetic field

Жидкий металл используется в качестве теплоносителя на атомных станциях на быстрых нейтронах. Для создания транзитного течения наряду с механическими насосами широко используются электромагнитные насосы. Наиболее востребованными оказались цилиндрические линейные индукционные насосы [1,2] (сокращенно ЦЛИН), в которых каналом является цилиндрический трубопровод. На канал надет набор коротких кольцевых

© Колесниченко И.В., 2025

обмоток-соленоидов, подключенных к трехфазному источнику питания таким образом, чтобы создать в канале бегущее магнитное поле. Для интенсификации магнитной индукции используют внешний шихтованный (набранный из тонких пластин) ферромагнитный сердечник-ярмо, а в канал помещают цилиндрическую вставку, заполненную ферромагнитным шихтованным пассивным сердечником, превращая цилиндрический канал в щелевой [1,2]. Именно такая конструкция индуктора и канала обеспечивает наибольшую производительность ЦЛИН. Насосы на АЭС должны работать несколько десятилетий без замены и обеспечивать сейсмостойкость [3]. Поэтому, главное требование к насосу, помимо обеспечения производительности — надежность и прочность. Насосы такого типа предпочтительны для исследований, проводимых на экспериментальных стендах [4]. Высокие темпы развития металлургии и переход на импортозамещающие технологии является причиной поиска новых конструкций насосов для жидких металлов [2,5]. Некоторые особенности работы этих насосов могут служить основой измерительных методик [5]. Все это обуславливает высокую актуальность и востребованность электромагнитных насосов в ближайшие годы и десятилетия. В этом направлении есть проблемы, необходимость преодоления которых мотивирует авторов к разработке новых конструкций на основе ЦЛИН.

Первая проблема связана с потребностью в электромагнитных насосах, которые монтируются на существующий цилиндрический металлопровод, возможно даже действующий, без его разборки. В данном случае подразумевается отсутствие пассивного сердечника с ферромагнетиком, а канал является не щелевым, а цилиндрическим. Здесь традиционный описанный выше ЦЛИН не подойдет, т. к. сила будет генерироваться у стенки канала, что приведет к появлению возвратного течения через его центральную часть и существенно снизит производительность. Необходима такая модификация конструкции индуктора насоса, которая обеспечит наиболее однородный профиль силы поперек канала. Вторая проблема связана с отсутствием азимутальной компоненты силы и, как следствие, азимутальной скорости в канале ЦЛИН. При всей тщательности изготовления насоса, выдержать однородный щелевой зазор, скажем в 3 мм, очень сложно. Это приводит к неоднородности скорости по каналу, появлению застойных зон, где аккумулируются примеси или газовые включения, локальному перегреву, что снижает производительность и приводит к пульсациям расхода.

Решением данных проблем является ЦЛИН новой разборной конструкции. Он состоит из соединяемых ферромагнитных секций, на которые надеты обмотки-соленоиды, отведенные в охлаждаемую зону аппарата. Аппарат подключается к трехфазному источнику питания. Индуктор позволяет генерировать в расплавленном металле как бегущее, так и вращающееся магнитное поле с возможностью оперативного управления каждым из них (Рис. 1). С помощью данного индуктора в цилиндрическом канале можно бесконтактно создавать как однородные транзитные течения жидкого металла, так и закрученные транзитные потоки (Рис. 1). В данной работе численно исследуются характеристики этих течений в зависимости от внешних

управляющих параметров. Целью работы является поиск условий, при которых реализуются наибольшие расходы либо наибольшая закрутка жидкого металла.

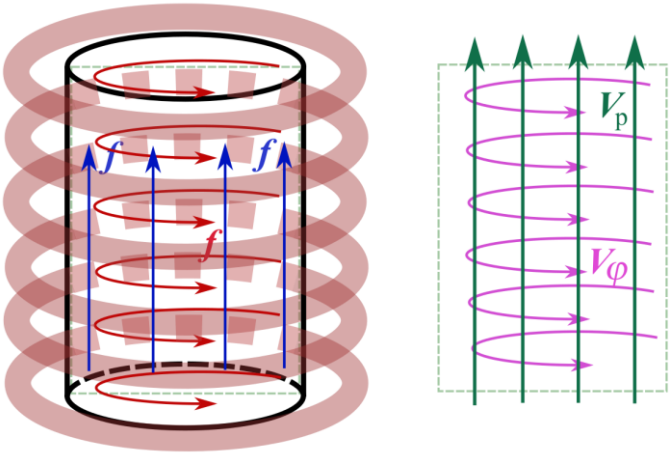


Рис. 1. Схема постановки задачи

Математическая модель процессов в жидком металле в цилиндрическом канале основана на уравнениях магнитной гидродинамики, которые учитывают взаимодействие электрических и магнитных полей с движущимися электропроводными средами. Величина магнитного числа Рейнольдса в рамках исследуемых процессов меньше единицы. Это означает, что перенос магнитного поля потоком электропроводной жидкости можно не принимать во внимание [6]. Интенсивность тормозящего действия внешнего магнитного поля на поток электропроводной жидкости определяется числом Гартмана. Оценки показывают, что в области исследуемых параметров магнитное поле не оказывает существенного тормозящего эффекта на поток электропроводной жидкости, то есть можно не учитывать индуцированный ток. Поэтому, уравнения МГД используются в электродинамическом приближении. Это позволяет разделить задачу на две части: электродинамическую и гидродинамическую.

Электродинамическая математическая постановка основывается на уравнениях Максвелла. Для определения степени насыщения ферромагнетика отдельно вычисляется зависимость индукции магнитного поля от значения тока в обмотках. Электрический ток и магнитное поле приводят в электропроводной среде к появлению объемной электромагнитной силы, которая в жидком металле создает течение. Течение описывается уравнением Навье–Стокса с учетом действия электромагнитной силы, и уравнением неразрывности. Для описания турбулентности используется метод крупных вихрей Large Eddy Simulation (LES) с моделью Смагоринского. На боковых и торцевых стенках канала ставится условие прилипания.

Для вычислений при реализации электродинамической постановки задачи применялся ANSYS EMAG — один из модулей программного комплекса ANSYS с использованием универсального языка APDL. Выполнены многовариантные расчеты, в которых варьировалось значение частоты тока в

индукторе и определялись вихревые электрическое и магнитное поля, поля плотности тока и электромагнитной силы с учетом граничных условий. Вычисления гидродинамической части задачи проводились с помощью метода конечных объемов в программном комплексе ANSYS Fluent с применением UDF подпрограмм. Сопряжение гидродинамической и электродинамической части решений выполнялось однократно в начале гидродинамических расчетов. Выполнены многовариантные трехмерные расчеты, в которых анализируется различные характеристики поля скорости, как локальные, так и интегральные. Получены зависимости расхода и величины гидродинамической спиральности от значений управляющих параметров.

Работа выполнена в соответствии с госбюджетным планом № 122030200191-9 и при финансовой поддержке Правительства Пермского края в рамках научного проекта «Разработка электромагнитных насосов, реализующих транзитные и спиральные течения жидких металлов в щелевых и цилиндрических каналах устройств металлургии и атомной промышленности» № СЭД-26-08-08-35 от 29.01.2024 г.

Список литературы

1. *Вольдек А.* Индукционные магнитогидродинамические машины с жидкометаллическим рабочим телом. Ленинград: Энергия, 1970. 271 с.
2. *Khalilov R., Kolesnichenko I.* Annular linear induction pump for liquid sodium // Magnetohydrodynamics. 2015. Vol. 51, No. 1. P. 95–103.
3. *Архипов В.* Техника работы с натрием на АЭС. М.: Энергоатомиздат, 1986. 136 с.
4. *Колесниченко И., Халилов Р., Шестаков А., Крылов А., Пахолков В., Павлинов А., Мамыкин А., Васильев А., Рогожкин С., Фрик П.* Перемешивание разнотемпературных потоков жидкого натрия в трубопроводе за тройником // Теплоэнергетика. 2023. С. 49-57.
5. *Колесниченко И., Халилов Р.* Экстремум зависимости напора электромагнитного насоса для жидкого металла от частоты питающего тока // Вычислительная механика сплошных сред. 2022. Т. 15. № 4. С. 495– 506.
6. *Брановер Г., Цинобер А.* Магнитная гидродинамика несжимаемых сред. М.: Наука, 1970. 379 с.

ЭФФЕКТЫ НЕДИФФУЗИОННОГО ПЕРЕРАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПРИМЕСИ NaCl В ПОТОКЕ ВОДЫ СКВОЗЬ ПОРИСТУЮ СРЕДУ В НАКЛОННОЙ КРУГЛОЙ ТРУБЕ

Н. В. Колчанов, Е. А. Колчанова
Институт механики сплошных сред УрО РАН,
614013, Пермь, ул. Академика Королева, 1

В работе измерялось распределения концентрации соли NaCl в круглой трубе с пористым стеклянным гранулятом при добавлении примеси в поток дистиллированной воды. Система кондуктометрических датчиков, управляемая микроконтроллером, измеряла концентрацию соли в девяти точках вдоль круглой трубы. Были получены профили концентрации соли NaCl при разных начальных концентрациях соли, объёмов примеси и углах наклона. В опытах с наклонной трубой зафиксированы эффекты преобразование однопикового профиля концентрации NaCl в двухпиковый профиль с устойчивой локализацией провала концентрации между пиками. Эти эффекты сигнализировали о деформации потока жидкости в поле сил тяжести.

Ключевые слова: пористая среда; перераспределение примеси NaCl; адсорбция; десорбция

EFFECTS OF NON-DIFFUSION TRANSFER OF NaCl IMPURITY IN WATER FLOW THROUGH POROUS MEDIUM IN A INCLINED CIRCLE PIPE

N. V. Kolchanov, E. A. Kolchanova
Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS,
1 Academician Korolev St., 614013, Perm

In this work, the distribution of NaCl salt concentration in a circular tube with porous glass granulate was measured when an impurity was added to a stream of distilled water. A conductometric sensor system controlled by a microcontroller measured the salt concentration at nine points along the circular tube. NaCl salt concentration profiles were obtained at different initial salt concentrations, impurity volumes, and angles of inclination. In the experiments with the inclined tube, the effects of transformation of a single-peak NaCl concentration profile into a two-peak profile with stable localization of the concentration dip between the peaks were recorded. These effects signaled the deformation of fluid flow in the field of gravity forces.

Keywords: porous medium; NaCl impurity redistribution; adsorption; desorption

Сорбционные процессы при прокачке жидкости с примесью через пористую среду влияют на распределение концентрации примеси, возникающее вдоль потока жидкости. Часть примеси присоединяется к скелету пористой среды за счёт адсорбции и перестаёт двигаться [1, 2]. Застрявшая примесь влияет на пористость и фильтрацию жидкости. После Исследования течений солевых растворов в пористой среде с учётом сорбционных процессов имеет большой научный и прикладной интерес.

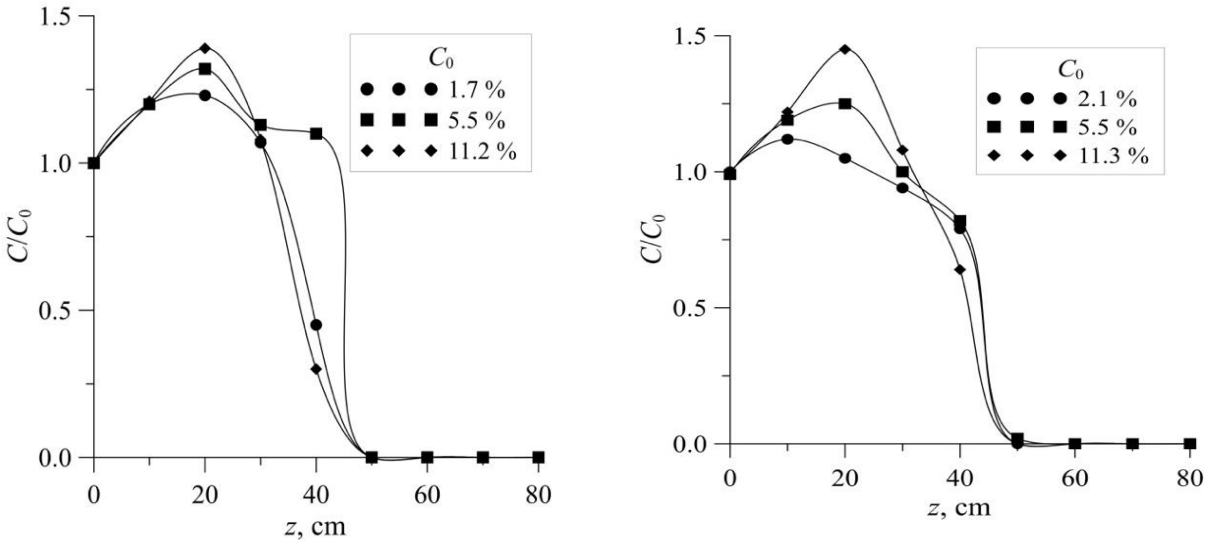
© Колчанов Н.В., Колчанова Е.А., 2025

В настоящем эксперименте после уплотнения пористой среды проводились опыты по просачиванию примеси определённой концентрации NaCl сквозь пористую среду. Для этого устанавливались определённые значения перепада давления на концах цилиндрической трубы и проталкивались растворы соли с различными концентрациями. Труба с пористой средой располагалась вертикально или была наклонена, и жидкость прокачивалась снизу вверх против сил тяжести. Микроконтроллер управлял электромеханическими реле, поочерёдное замыкание которых позволяло менее чем за секунду опросить все девять кондуктометрических датчиков. Измерения концентрации повторялись на протяжении опыта с некоторым периодом. В течение опыта так же измерялась масса вытекшей жидкости. Измерения прекращались, когда показания датчика на выходе достигали нулевого значения.

Среди всего временного интервала наблюдения от его начала и до конца было выделено два характерных момента. Первый момент времени t_1 характеризует окончание этапа закачки порции раствора, начиная с которого концентрация на входе перестаёт поддерживаться на уровне исходного значения C_0 и начинает уменьшаться. Учитывая, что объём примеси, инжектированной в поток дистиллированной воды, в опытах с растворами различных концентраций C_0 был одинаков, моменты t_1 окончания закачки примеси для всех растворов в пределах погрешности эксперимента совпадали друг с другом при одном и том же перепаде давления Δp. Для примера значения t_1 для вертикального расположения трубы представлены в таблице 1. На рис. 1 изображены нормированные профили концентрации, сформировавшиеся вдоль трубы с пористой средой в момент t_1 окончания закачки примеси. Нормировка по оси концентрации осуществлялась на величину исходной концентрации C_0 раствора NaCl. На всех профилях относительной концентрации присутствует один пик в координатах z = 10 см или z = 20 см. Его величина зависит от C_0 и Δp. Пиковые значения концентрации существенно превышают C_0. Анализ профилей рис. 1 показал, что повышение перепада давления приводит к уменьшению пиковых значений концентрации при прокачке примеси с $C_0 < 8$ % и, наоборот, увеличению пиковых значений концентрации при $C_0 > 8$ %.

Таблица 1. Значения момента времени t_1 окончания закачки примеси и момента времени t_2 формирования двухпикового профиля с одинаковыми пиковыми концентрациями

Δp, мм.вод.ст.	t_1, мин	t_2, мин
50	9.9 ± 0.6	15.0 ± 1.0
110	5.0 ± 0.3	7.57 ± 0.18



а) *б)*

Рис. 1. Профили концентрации NaCl вдоль цилиндрической трубы с пористой средой при прокачке растворов различных исходных концентраций C_0 в момент t_1 окончания закачки примеси. а) Δp = 50 мм.вод.ст.; б) Δp = 110 мм.вод.ст. Сплошная линия – сплайн-интерполяция

Сразу после момента t_1 окончания закачки примеси профиль концентрации с одним пиком становился неустойчивым. В нём справа от первого пика появлялся второй. Новый пик концентрации рос с течением времени в противовес уменьшающемуся первому пику. В итоге наступал другой характерный момент эволюции профиля концентрации t_2, при котором второй правый пик концентрации по значению сравнивался с первым левым пиком. Так же как и t_1 моменты времени t_2 для всех растворов в пределах погрешности эксперимента можно было считать одинаковыми при одном и том же перепаде давления Δp. Значения t_2 с погрешностью эксперимента представлены в таблице 1. На рис. 2 представлены профили концентрации NaCl в моменты времени близкие к моменту t_2 формирования двухпикового профиля с одинаковыми пиковыми концентрациями. После этого характерного момента времени тенденция продолжалась, т.е. правый пик рос, а левый уменьшался до полного исчезновения. Положение провала между пиками концентрации в профиле не зависело от изменения C_0 и Δp. Из рис. 2 видно, что при различных C_0 и перепадах давления 50 и 110 мм.вод.ст. минимум концентрации в провале находится в окрестности высоты $z = 50$ см. Согласно рис. 2а, при $\Delta p = 50$ мм.вод.ст. повышение исходной концентрации C_0 увеличивает провал между пиками профиля. Рост перепада давления до $\Delta p = 110$ мм.вод.ст. существенно понижает минимальные концентрации в провале и зависимость глубины провала от C_0 с учётом погрешности эксперимента исчезает.

Наблюдаемое в опытах преобразование однопикового профиля концентрации NaCl в двухпиковый профиль с устойчивой локализацией провала концентрации между пиками сигнализирует о деформации вертикального потока жидкости в поле сил тяжести. Деформация основного потока жидкости снизу вверх вызвана концентрационной неустойчивостью, возникающей практически

сразу после момента времени t_1 окончания закачки более тяжёлой, чем дистиллированная вода, примеси внутрь цилиндрической трубы с пористой средой.

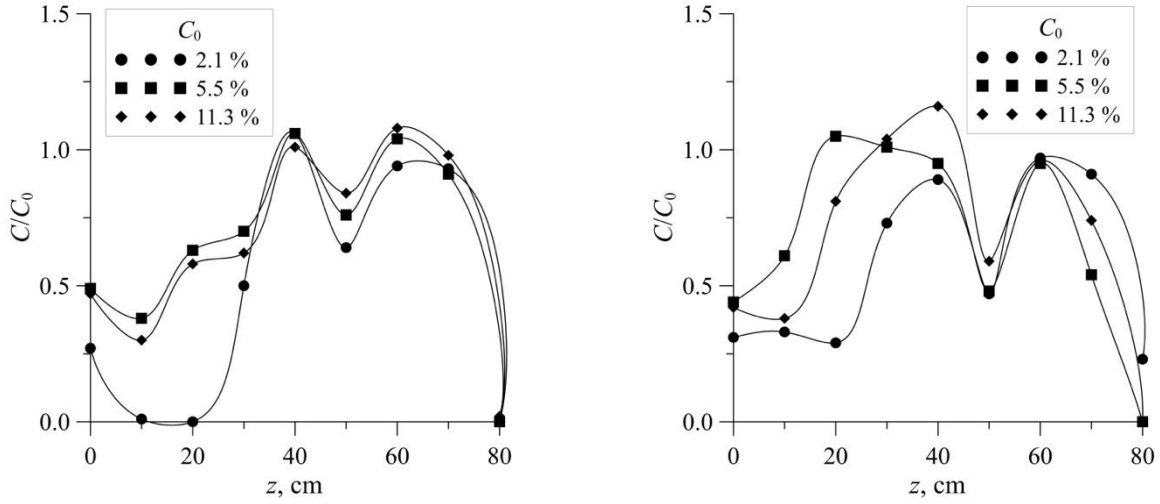


Рис. 2. Профили концентрации NaCl вдоль цилиндрической трубы с пористой средой при прокачке растворов различных исходных концентраций C_0 в момент t_2 формирования двухпикового профиля с одинаковыми пиковыми концентрациями. а) Δp = 50 мм.вод.ст.; б) Δp = 110 мм.вод.ст. Сплошная линия – сплайн-интерполяция

После этого момента в трубе формируется неустойчивый градиент по плотности, который почти сразу после своего образования стремится разрушиться, формируя вторичное течение на фоне основного потока. Вторичное течение имеет упорядоченную структуру и существует в течение всего времени просачивания примеси сквозь пористую среду в вертикальной или наклонной круглой трубе.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 20-11-20125),

Список литературы

1. *Latrille C., Cartalade A.* New experimental device to study transport in unsaturated porous media / in: *Birkle P., Torres I.S.* (Ed). Water-Rock Interaction // Leiden: CRC Press, 2010. P. 299-302.
2. *Agaoglu B., Scheytt T., Copty N. K.* Laboratory-scale experiments and numerical modeling of cosolvent flushing of multi-component NAPLs in saturated porous media // Journal of Contaminant Hydrology, 2012. Vol. 140. P. 80-94. DOI: 10.1016/j.jconhyd.2012.07.005

АКУСТИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ ПЛЕНКИ ПАРА НА ПОВЕРХНОСТИ ГОРЯЧЕГО ШАРА

В. В. Коновалов
Институт механики сплошных сред УрО РАН,
614013, Пермь, ул. Академика Королева, 1

Рассмотрен погруженный в подохлаждаемую жидкость сферический нагреватель, температура поверхности которого поддерживаются постоянной. Поверхность горячего шара покрыта паровой пленкой, которая в отсутствии силы тяжести обладает устойчивостью. Система подвергается воздействию акустического поля давления в жидкости. Определена толщина стабильной паровой пленки в зависимости от температур жидкости и твердого шара. В рамках приближения тонкого парового слоя проведена модификация уравнения Рэлея-Плессе, из чего для монопольной моды колебаний межфазной поверхности определена ее собственная частота, а также декремент затухания, зависящий, в том числе от интенсивности фазового перехода, который оказывается фактором возможной неустойчивости при слабой вязкой диссипации. В рамках высокочастотного приближения определена амплитуда возникающего в жидкости поля пульсаций скорости и проведено сравнение полученных результатов со случаем газового пузыря в жидкости.

Ключевые слова: уравнение Рэлея-Плессе, высокочастотное приближение, акустические колебания, фазовый переход, подохлажденное пленочное кипение

ACOUSTIC OSCILLATIONS OF A VAPOR FILM ON THE SURFACE OF A HOT SPHERE

V. V. Konovalov
Institute of Continuous Media Mechanics, UB RAS,
1 Academician Korolev St., 614013, Perm

A spherical heater immersed in a cooled liquid, the surface temperature of which is maintained constant, is considered. The surface of the hot sphere is covered with a vapor film, which is stable in the absence of gravity. The system is exposed to the acoustic pressure field in the liquid. The thickness of the stable vapor film is determined depending on the temperatures of the liquid and the solid sphere. Within the framework of the thin vapor layer approximation, a modification of the Rayleigh-Plesset equation is carried out, from which the natural frequency of the monopole mode of oscillations of the interphase surface is determined, as well as the attenuation decrement, depending, among other things, on the intensity of the phase transition, which turns out to be a factor in possible instability at weak viscous dissipation. Within the framework of the high-frequency approximation, the amplitude of the velocity pulsation field arising in the liquid is determined and a comparison of the obtained results with the case of a gas bubble in the liquid is carried out.

Keywords: Rayleigh-Plesset equation, high-frequency approximation, acoustic vibrations, phase transition, subcooled film boiling

© Коновалов В.В., 2025

Рассмотрим погруженный в подохлаждаемую жидкость с температурой T_c нагреватель сферической формы радиусом R_0, температура поверхности которого поддерживается равной T_h. Для температур жидкости и нагревателя, а также температуры насыщения жидкости T_s выполнено неравенство $T_c < T_s < T_h$. Сила тяжести отсутствует. Список необходимых для настоящего анализа материальных свойств жидкости составляют ее плотность ρ_l, коэффициент кинематической вязкости ν_l, а также коэффициент теплопроводности κ_l и температуропроводности χ_l, соответственно. Для пара необходимо знать его плотность ρ_{v_0} при некотором, указанном ниже давлении и температуре насыщения жидкости T_s, а также коэффициенты теплопроводности κ_v и температуропроводности χ_v, соответственно, и молярную массу M. На образованной межфазной поверхности жидкость-пар заданы коэффициент поверхностного натяжения σ и удельная теплота генерации пара L.

В настоящей работе полагаем, что существующей в изучаемой системе разности температур недостаточно, чтобы привести к заметной температурной неоднородности жидкости и ее пара, критериями чего являются следующие условия:

$$\frac{T_h - T_s}{T_s} \ll 1, \qquad \frac{T_s - T_c}{T_s} \ll 1$$

выполнение которых позволяет нам далее задать не зависящие от температуры материальные параметры фаз и исключить эффект излучения от поверхности нагревателя. Зависимостью теплопроводности пара от давления также пренебрегаем, однако плотность пара рассматриваем как величину, зависящую от его давления.

Движение жидкости, которая считается однородной вязкой несжимаемой средой, управляется уравнением Навье-Стокса

$$\frac{\partial \vec{u}_l}{\partial t} + (\vec{u}_l \nabla)\vec{u}_l = -\frac{\nabla p_l}{\rho_l} + \nu_l \Delta \vec{u}_l \qquad (1)$$

и уравнением непрерывности

$$\mathrm{div}\vec{u}_l = 0. \qquad (2)$$

Также выполняется уравнение переноса тепла

$$\frac{\partial T_l}{\partial t} + \vec{u}_l \nabla T_l = \chi_l \Delta T_l. \qquad (3)$$

Уравнения выше выписываются для полей скорости $\vec{u}_l$, давления p_l и температуры T_l жидкости, соответственно.

Что касается пара, то он рассматривается как среда, обладающая однородным полем давления p_v и зависящей от него плотности $\rho_v = \rho_v(p_v)$.

В глубине объема жидкости, где она неподвижна

$$\vec{u}_l = 0 \tag{4}$$

и поддерживается при постоянной температуре

$$T_l = T_c, \tag{5}$$

задано акустическое поле давления

$$p_l = p_0 + \delta p \, Re\left(e^{i\omega t}\right), \tag{6}$$

которое состоит из постоянной части p_0 и слагаемого, изменяемого с амплитудой δp и циклической частотой ω. Здесь Re обозначает вещественную часть числа.

Решение для температуры пара T_v считаем подчиняющимся уравнению

$$\frac{\partial T_v}{\partial t} + \vec{u}_v \nabla T_v = \chi_v \Delta T_v. \tag{7}$$

На поверхности горячего шара, которая в сферической системе координат $\{O\,; r\,, \vartheta, \phi\}$ с началом O, выбранном в центре шара, задается уравнением $r = R_0$, поддерживается постоянная температура и

$$T_v = T_h. \tag{8}$$

На межфазной поверхности жидкость-пар, заданной уравнением $G(r, \vartheta, \phi, t) = r - R_0 - h(\vartheta, \phi, t) = 0$, где h – толщина слоя пара, ставятся следующие граничные условия:

$$\frac{\partial G}{\partial t} = \vec{u}_l \nabla G + \frac{\xi}{\rho_l}, \tag{9}$$

$$T_l = T_v = T_s, \tag{10}$$

$$\kappa_l \frac{\partial T_l}{\partial n} - \kappa_v \frac{\partial T_v}{\partial n} = L\xi, \tag{11}$$

$$p_v - p_l + 2\rho_l \nu_l \frac{\partial u_{ln}}{\partial n} = \sigma \mathrm{div}\vec{\mathrm{n}}. \tag{12}$$

Здесь ξ – скорость фазового перехода, а $\vec{n}$ – единичный вектор нормали к границе раздела, направленный из пара в жидкость. В данном случае в условии баланса нормальных напряжений (12) пренебрегается вязкими напряжениями в паре.

Краевая задача (1)-(12) допускает в отсутствии колебаний давления, когда $\delta p = 0$, стационарное, неподвижное ($\vec{u}_l = \vec{u}_v = 0$) основное состояние без фазового перехода ($\xi = 0$) со сбалансированными на межфазной поверхности тепловыми потоками и паровой пленкой постоянной толщины

$$h_{st} = \frac{\kappa_v}{\kappa_l}\frac{T_h - T_s}{T_s - T_c}R_0,$$

определяемой из выражений (3), (7) и (10)-(11). Видно, что толщина стационарного слоя пара h_{st} увеличивается с ростом перегрева в паре и уменьшается с ростом величины подохлаждения в жидкости. Отдаваемый в жидкость стационарный тепловой поток q_{st} равен

$$q_{st} = \frac{\kappa_l(T_s - T_c)}{R_0}.$$

При этом, как следует из соотношения (12), стационарное давление в паре $p_{v_{st}}$ устанавливается таким образом, чтобы скомпенсировать капиллярное давление парового пузыря

$$p_{v_{st}} = p_0 + \frac{2\sigma}{R_0 + h_{st}}, \tag{13}$$

а плотность пара в силу уравнения состояния идеального газа можно выразить как

$$\rho_{v_{st}} = \left(1 + \frac{2\sigma}{R_0 + h_{st}}\frac{1}{p_0}\right)\rho_{v_0},$$

где ρ_{v_0} – давление пара, вычисленное при внешнем давлении p_0 и температуре насыщения жидкости T_s, которую считаем референсной температурой.

Если пренебречь в кинематическом условии (9) слагаемым, связанным с фазовым переходом, что допустимо из-за большой разницы в плотностях жидкости и ее пара, то для решения в жидкости, обладающего сферической симметрией, справедливо известное уравнение Рэлея-Плессе [1]

$$R\frac{d^2R}{dt^2} + \frac{3}{2}\left(\frac{dR}{dt}\right)^2 + \frac{4\nu_l}{R}\frac{dR}{dt} + \frac{2\sigma}{\rho_l R} = \frac{1}{\rho_l}\left\{p_v - p_0 - \delta p\, Re\left(e^{i\omega t}\right)\right\}, \tag{14}$$

где в нашем случае $R = R_0 + h$, а h – толщина нестационарного слоя пара.

Задача состоит в том, чтобы найти давление в паре p_v, которое может изменяться как из-за колебаний его объема, так и в результате фазового перехода. Считая процесс в паре изотермическим, из уравнения Менделеева-Клапейрона можно составить следующее соотношение:

$$p_v = \frac{p_{v_{st}}\left\{(R_0 + h_{st})^3 - R_0^3\right\} + \frac{3RT_S}{M}\int_0^t \xi(\tau)\{R_0 + h(\tau)\}^2 d\tau}{(R_0 + h)^3 - R_0^3}, \tag{15}$$

где R – универсальная газовая постоянная. Здесь полагаем, что акустические колебания, сопровождающиеся фазовым переходом, появляются в момент времени $t = 0$.

Далее в целях упрощения нашего анализа определим скорость фазового перехода ξ в рамках феноменологического подхода как

$$\xi = -\alpha(h - h_{st}). \tag{16}$$

Здесь феноменологический коэффициент α, рассчитанный, например, для квазистационарного случая (см. [2]), имеет следующий вид:

$$\alpha = \frac{1}{L}\frac{\kappa_l\kappa_v(T_s-T_c)(T_h-T_s)}{\kappa_l(T_s-T_c)+\kappa_v(T_h-T_s)}\frac{1}{h_{st}^2} = \frac{q_{st}}{L}\frac{1}{1+\frac{\kappa_l(T_s-T_c)}{\kappa_v(T_h-T_s)}}\frac{R_0}{h_{st}^2}.$$

Выражения (14)-(16) дают модификацию уравнения Рэлея-Плессе [1] в виде интегро-дифференциального уравнения.

Линеаризуя соотношения (14)-(16) по малой амплитуде колебаний межфазной поверхности жидкость-пар, получим дисперсионное соотношение для собственной частоты свободных колебаний ω

$$\omega^2 - \frac{4\nu_l}{(R_0+h_{st})^2}i\omega = \frac{3}{\rho_l}\frac{R_0+h_{st}}{(R_0+h_{st})^3-R_0^3}\left(p_{v\,st} - \alpha\frac{RT_s}{M}\frac{i}{\omega}\right) - \frac{2\sigma}{\rho_l(R_0+h_{st})^3}. \tag{17}$$

Вещественная часть собственной частоты ω_0 находиться из следующего выражения, выведенного из (17) с учетом (13):

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{3p_0}{\rho_l}\frac{R_0+h_{st}}{(R_0+h_{st})^3-R_0^3} + \frac{2\sigma}{\rho_l}\left\{\frac{3}{(R_0+h_{st})^3-R_0^3} - \frac{1}{(R_0+h_{st})^3}\right\}}.$$

Как видим, с уменьшением толщины стабильного слоя пара h_{st} частота незатухающих колебаний ω_0 возрастает, переходя к пределу $h_{st} \ll R_0$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{\rho_l}\left(p_0 + \frac{2\sigma}{R_0}\right)\frac{1}{R_0 h_{st}}}.$$

Наоборот, при $h_{st} \gg R_0$:

$$\omega_0 = \frac{1}{h_{st}}\sqrt{\frac{1}{\rho_l}\left(3p_0 + \frac{4\sigma}{h_{st}}\right)},$$

что соответствует случаю простого газового пузыря сферической формы.

Декремент же затухания колебаний γ находиться как

$$\gamma = \frac{2\nu_l}{(R_0+h_{st})^2} - \frac{3}{2}\frac{RT_s}{M}\frac{\alpha}{\rho_l\omega_0^2}\frac{(R_0+h_{st})}{(R_0+h_{st})^3-R_0^3}.$$

Фазовый переход оказывается дестабилизирующим фактором, который может вызывать неустойчивость свободных колебаний. В пределе тонкой паровой пленки, когда $h_{st} \ll R_0$, имеем

$$\gamma = \frac{2\nu_l}{(R_0+h_{st})^2} - \frac{1}{2}\frac{RT_s}{M}\frac{\alpha}{p_0+\frac{2\sigma}{R_0}}.$$

Для ситуации же толстого слоя пара при $h_{st} \gg R_0$:

$$\gamma = \frac{2\nu_l}{(R_0+h_{st})^2} - \frac{3}{2}\frac{RT_s}{M}\frac{\alpha}{3p_0+\frac{4\sigma}{h_{st}}}.$$

Как показано в [3], величина феноменологического коэффициента α для случая толстых слоев пара незначительна. Пренебрежем также вязкой диссипацией, а также поверхностным натяжением и представим связь комплексной амплитуды монопольной моды сжатия-растяжения парового пузыря δh с амплитудой колебаний акустического давления δp как

$$\frac{\delta h}{\delta p} = \left\{\rho_l(R_0 + h_{st})\omega^2 - \frac{3(R_0+h_{st})^2}{(R_0+h_{st})^3-R_0^3}p_0\right\}^{-1}, \qquad (18)$$

где учтено выражение (13). Сделан вывод, что для тонкого слоя пара ($h_{st} \ll R_0$), когда второе слагаемое под скобкой в правой части (18) велико, можно ожидать значительного ослабления пульсационного поля течения жидкости по сравнению с конфигурацией простого газового пузыря соответствующего размера.

В настоящей работе исследованы свободные и вынужденные малые колебания паровой пленки на поверхности горячего шара, который отдает тепло в подохлаждаемую жидкость. Обнаружен дестабилизирующий характер фактора фазового перехода, когда он может вызывать неустойчивость монопольной моды сжатия-растяжения межфазной поверхности жидкость-пар. Показано, что для конфигурации пузыря пара, образующегося вокруг поверхности твердого сферического нагревателя, пульсационное течение в жидкости, подвергаемой полю акустического давления, оказывается слабее, чем для случая простого газового пузыря.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерство науки и высшего образования РФ (тема № 121031700169-1).

Список литературы

1. *Plesset M.S.* The Dynamics of Cavitation Bubbles // Journal of Applied Mechanics. 1949. V. 16 (3). P. 277–282. DOI: 10.1115/1.4009975
2. *Hsieh D.Y.* Interfacial stability with mass and heat transfer // Physics of Fluids. 1978. V. 21 (5). P. 745–748. DOI: 10.1063/1.862292
3. *Konovalov V.V., Lyubimov D.V., Lyubimova T.P.* Influence of phase transition on the instability of a liquid-vapor interface in a gravitational field // Physical Review Fluids. 2017. V. 2 (6). DOI: 10.1103/physrevfluids.2.063902

ФОРМА И ДЛИНА КОНУСА ЛИНЗОВАННОГО ОПТИЧЕСКОГО ВОЛОКНА В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ТОЛЩИНЫ БУФЕРНОГО СЛОЯ

Д. А. Корнилин, Р. С. Пономарев, В. А. Демин
Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614990, Пермь, ул. Букирева, 15

Экспериментально изучалось влияние толщины буферного слоя на форму конуса заготовок линзованных оптических волокон. Определена зависимость формы и длины конуса от толщины буферного слоя.

Ключевые слова: Химическое травление, линзованные оптические волокна, буферный слой

SHAPE AND LENGTH OF LENSED OPTICAL FIBERS IN DEPENDENCE ON THE BUFFER LAYER THICKNESS

D. A. Kornilin, R. S. Ponomarev, V. A. Demin
Perm State University,
15, Bukirev Str., 614990, Perm

The effect of the buffer layer thickness on the cone shape of lensed optical fiber blanks has experimentally studied. The dependence of the cone length on the thickness of the buffer layer is determined.

Key words: Chemical etching, lensed optical fibers, buffer layer

Существует множество способов получения линз на торце оптического волокна: химическое травление, механическая полировка, формирование на торце волокна клеевой линзы и др. [1–5]. При помощи линзованных оптических волокон можно сфокусировать оптическое излучение в пучок 1-2 мкм, что положительно сказывается на оптических потерях при стыковке различных оптических элементов. К тому же, данный метод позволяет производить стыковку в воздушном пространстве без использования оптического клея [4]. Также стоит отметить, что геометрическая форма линзованного оптического волокна влияет на оптические параметры данного оптического элемента [6]. На геометрические параметры линзованных волокон при их формировании влияет множество факторов, в том числе, толщина буферного слоя, в толще которого тоже происходит взаимодействие оптического волокна с травителем [7].

Целью данного экспериментального исследования является получение зависимости длины конуса линзованных оптических волокон от толщины буферного слоя. В качестве травителя в опытах использовался 40-процентный раствор плавиковой кислоты, в качестве буферного слоя – органический растворитель (ксилол). Линзованные оптические волокна формировались на одномодовом волокне SMF-28.

В результате экспериментов была получена зависимость длины конуса линзованного оптического волокна от толщины буферного слоя (рис. 1).

© Корнилин Д.А., Пономарев Р.С., Демин В.А., 2025

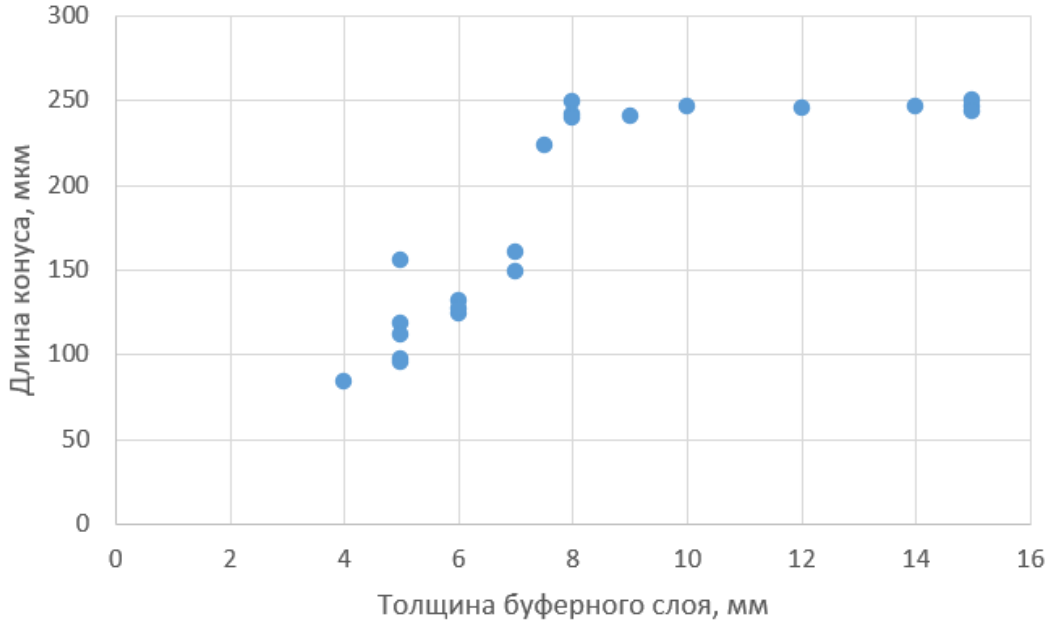


Рис. 1. Зависимость длины конуса линзованных оптических волокон от толщины буферного слоя

Анализируя график, можно сделать вывод о том, что длина конуса изменяется только до определенных значений толщины буферного слоя, а далее при увеличении толщины слоя ксилола удлинения конуса уже не наблюдается.

Список литературы

1. *Васильев М.Г. et al.* Метод ступенчатого травления оптического волокна // Журнал неорганической химии. 2016. Vol. 61, № 9. P. 1218–1220.
2. Wu C.-C. et al. Fabrication of asperical lensed optical fibers with an electro-static pulling of SU-8 photoresist // Opt Express. 2011. Vol. 19, № 23. P. 22993–22998.
3. *Плеханов А.И., Шелковников В.В.* Оптические волокна с концевыми фотополимерными микролинзами // Российские нанотехнологии. 2006. P. 240–244.
4. *Eisenstein G., Vitello D.* Chemically Etched Conical Microlenses for Coupling Single Mode Lasers into Single Mode Fibers. Applied Optics, 1982. P. 3470–3474.
5. *Minh P.N. et al.* Bach fabrication of microlens at the end of optical fiber using self-photolithgraphy and etching techniques // Opt Rev. 2003. Vol. 10, № 3. P. 150–154.
6. *Кучмижак А.А. et al.* Технология создания волоконных микроаксиконов для фокусировки лазерного излучения и генерации Бесселевых пучков // Вестник ДВО РАН. 2014. Vol. 6. P. 123–131.
7. *Корнилин Д. А., Пономарев Р. С., Демин В. А.* Влияние толщины буферного слоя на форму линзованных оптических волокон // XII Межд. конф. по фотонике и информационной оптике. 2024. P. 435–436.

ДИНАМИЧЕСКАЯ ЭНТРОПИЯ И ФРАКТАЛЬНАЯ РАЗМЕРНОСТЬ ТРАЕКТОРИИ ОДИНОЧНОЙ ПЫЛЕВОЙ ЧАСТИЦЫ В ПЛАЗМЕ: ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

К. Г. Косс[a,b], И. И. Лисина[a,b], О. Ф. Петров[a,b],
[a]Объединенный институт высоких температур РАН,
125412, Москва, ул. Ижорская, 13-2
[b]Московский физико-технический институт
(национальный исследовательский университет),
141701, Долгопрудный, Институтский переулок, 9

В работе представлены результаты численного моделирования движения одиночной коллоидной частицы в плазме в рамках различных моделей движения. Рассмотрено броуновское, ланжевеновское, активное движение коллоидной частицы. Варьировались собственная скорость частицы, соотношение коэффициента трения и шага по времени; моделирование проводилось для частицы на неограниченной плоскости и в параболической ловушке. Получены зависимости динамической энтропии первого пересечения от параметра огрубления. Исследованы статистические распределения фрактальной размерности траекторий частицы и её области локализации в зависимости от длины траектории частицы. Проведено сравнение с существующими теоретическими моделями.

Ключевые слова: коллоидная плазма; фрактальная размерность; численное моделирование

DYNAMIC ENTROPY AND FRACTAL DIMENSION OF THE TRAJECTORY OF A SINGLE DUST PARTICLE IN PLASMA: NUMERICAL SIMULATION

X. G. Koss[a,b], I. I. Lisina[a,b], O. F. Petrov[a,b],
[a]Joint Institute for High Temperatures of Russian Academy of Sciences,
13-2 Izhorskaya St., 125412, Moscow
[b]Moscow Institute of Physics and Technology,
9 Institutskiy per., 14170, Dolgoprudny

The paper presents the results of numerical simulation of motion of a single colloidal particle in plasma in the framework of different motion models. The Brownian, Langevin, and active motion of a colloidal particle was considered. The intrinsic velocity of the particle, the ratio of the friction coefficient and the time step were varied; the simulation was carried out for a particle on an unbounded plane and in a parabolic trap. The dependences of the mean first-passage time dynamic entropy on the coarsening parameter were obtained. Statistical distributions of the fractal dimension of particle trajectories and its localization area as a function of the particle trajectory length were investigated. Comparison with existing theoretical models is carried out.

Keywords: colloidal plasma; fractal dimension; numerical simulation

Пылевая (коллоидная) плазма представляет собой многофазную среду: ионизированный газ, содержащий заряженные частицы конденсированного

© Косс К.Г., Лисина И.И., Петров О.Ф., 2025

вещества (пыль) микронных размеров, которые либо самопроизвольно образуются в плазме в результате различных процессов, либо вводятся в плазму извне. Такая плазма широко распространена в природе и образуется в ряде технологических процессов [1, 2]. Макрочастицы в плазме могут заряжаться потоками электронов и ионов, а также путем фото-, термо- или вторичной эмиссии электронов и приобретать значительный отрицательный или положительный электрический заряд (~10^2-10^5 зарядов электрона). Такие заряженные частицы эффективно взаимодействуют как между собой, так и с внешними электрическими (или магнитными) полями. Основным источником диссипации кинетической энергии пылевых частиц в слабоионизованной плазме являются их столкновения с нейтралами окружающего газа. Совместное действие внешних сил и сил межчастичного взаимодействия с процессами диссипации в такой плазме может приводить к формированию как квазистационарных плазменно-пылевых структур (подобных жидкости или твердому телу), так и к сложным колебательным или хаотическим режимам [2].

Лабораторная пылевая плазма является хорошей экспериментальной моделью как для изучения свойств сильно неидеальной плазмы, так и для проверки существующих и развития новых феноменологических моделей в теории жидкости. Благодаря своему размеру пылевые частицы могут быть сняты видеокамерой, что значительно упрощает применение прямых бесконтактных методов для их диагностики и позволяет проводить исследования процессов переноса на кинетическом уровне [2, 3]. В частности, возможно прямое определение функции распределения пылевых частиц по координатам и импульсам. Это позволяет детально исследовать различные транспортные процессы, формирование фазовых переходов, низкочастотные пылевые колебания и т.д.

В последние десять лет все большее значение приобретают задачи, рассматривающие динамику так называемых активных броуновских, или самодвижущихся, частиц. Эти частицы обладают уникальным свойством преобразовывать внешнюю энергию в кинетическую энергию своего движения [4]. Природа этих частиц может быть различной: коллоиды, простейшие и бактерии, химически активированные частицы и даже механические объекты [4]. Активные броуновские частицы и структуры из них, благодаря своей способности преобразовывать энергию, обладают рядом исключительных свойств и особенностей, которые интересны как для фундаментальной науки, так и для практических задач - в биологии, медицине, технике.

Но главная особенность активных броуновских систем заключается в том, что они всегда находятся вдали от равновесия, поскольку в них присутствует внешний поток энергии. Методы классической термодинамики не могут быть использованы для изучения этих систем и процессов в них, так как это принципиально неравновесный случай. Тем не менее, возникает вопрос - что происходит с этими системами по мере их эволюции? Как мы можем описать их состояние?

Фактически, изучение фазовых переходов представляет собой изучение перехода структуры от порядка к хаосу и обратно. Если не ограничиваться

рассмотрением термодинамически изолированных систем, практически не встречающихся в природе, то для количественного описания этого процесса можно использовать лишь небольшое количество инструментов. Но, по существу, все подходы к измерению степени хаотичности незамкнутых систем сводятся к поиску их энтропии [5]. В настоящей работе для вычисления энтропии используется простое приближение, которое легко можно применять для анализа экспериментов и численного моделирования [6, 7]: так называемая динамическая энтропия первого пересечения (mean first-passage time (MFPT) dynamic entropy).

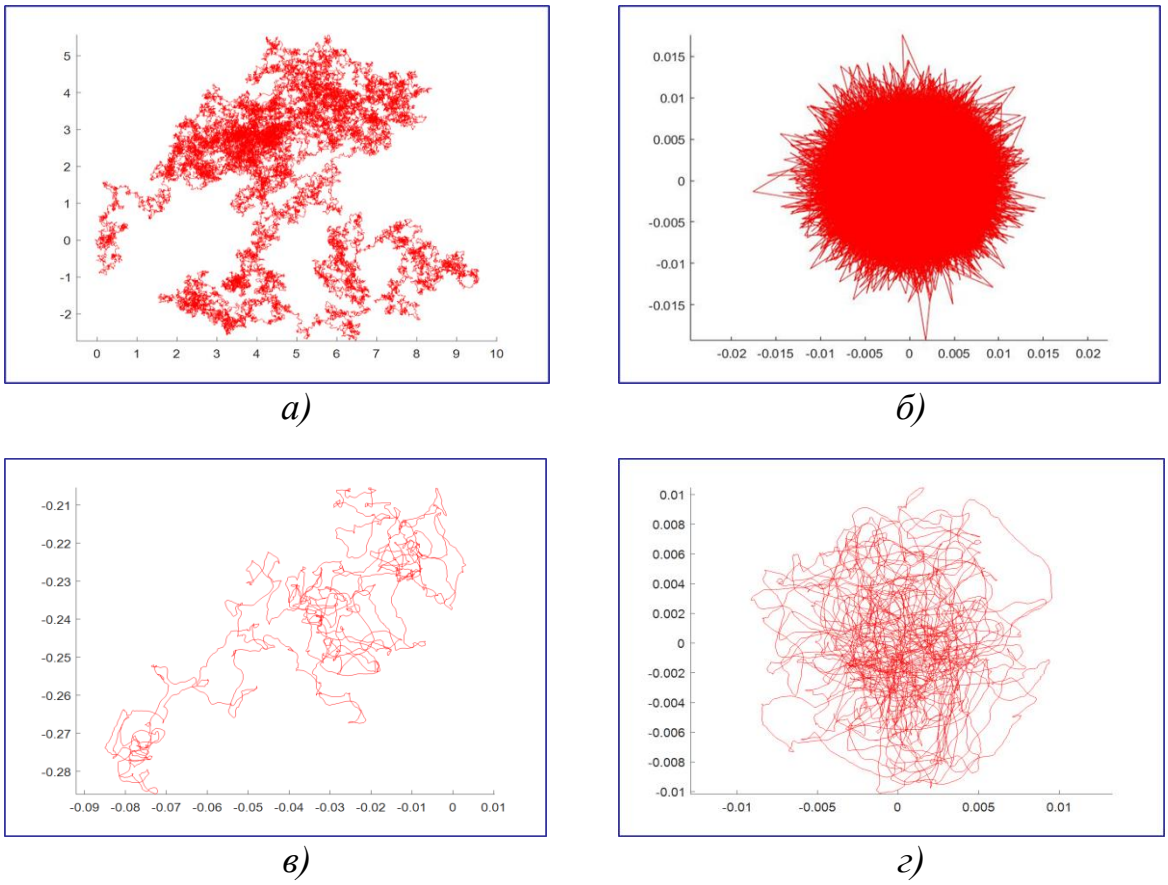


Рис. 1. Примеры траекторий частиц при различных условиях моделирования: диффузионный режим, частица без ловушки (а) и в ловушке (б); баллистический режим, частица без ловушки (в) и в ловушке (г).

Пылевая структура в плазме представляет собой сложную систему, т.е. систему, в которой множество составляющих без единого центра взаимодействуют посредством простых законов, что приводит к сложному коллективному поведению и адаптации путем обучения или эволюции. [8]. Одним из инструментов, позволяющих исследовать сложность такой системы, является фрактальный анализ, а именно, вычисление фрактальной размерности траекторий коллоидных частиц. Этот универсальный и чувствительный инструмент имеет множество потенциальных применений в различных сферах знания; в частности, он успешно применяется в исследованиях рака легких. Важно отметить, что расчеты фрактальной размерности могут применяться на разных уровнях, начиная с анализа последовательностей ДНК и заканчивая

оценкой изображений клеток, тканей и целых органов [9]. В коллоидной плазме оценка фрактальной размерности траекторий пылевых частиц успешно применялась для диагностики структурных фазовых переходов в малых [10] и протяжённых [11, 12] квазидвумерных пылевых системах.

В настоящей работе предлагается численное исследование величины фрактальной размерности траектории отдельной коллоидной частицы в рамках различных моделей движения. Рассмотрено броуновское, ланжевеновское, активное движение коллоидной частицы. Варьировались собственная скорость частицы, коэффициент вращательной диффузии, соотношение коэффициента трения и шага по времени (“частоты съёмки”); моделирование проводилось для частицы на неограниченной плоскости и в параболической ловушке. Численное моделирование траекторий активных и пассивных частиц проводилось методом молекулярной динамики Ланжевена [2]. Метод молекулярной динамики основан на численном решении уравнений движения уединенной массивной точечной частицы и хорошо описывает изменения в подвижности частицы. Получены траектории частиц для каждого исследованного случая (рис. 1).

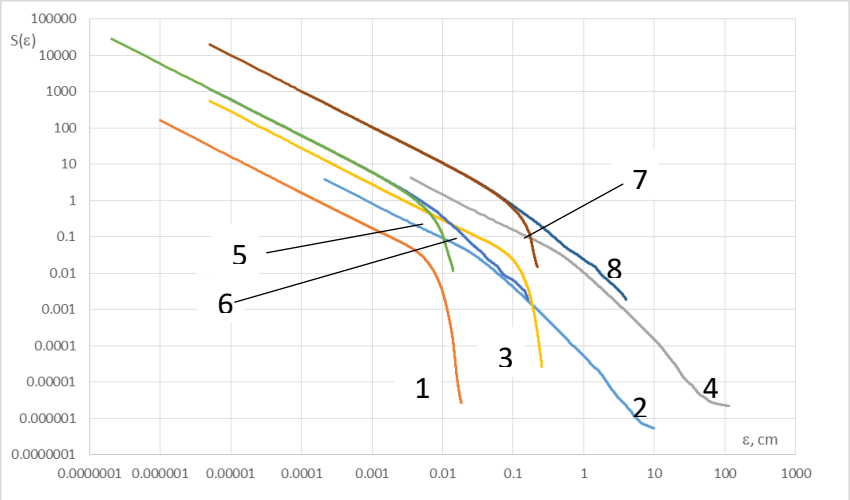


Рис. 2. Динамическая энтропия S(c) для одиночной коллоидной частицы в плазме при различных параметрах моделирования: пассивная частица в ловушке (1) и без ловушки (2), диффузионный режим; активная частица в ловушке (3) и без ловушки (4), диффузионный режим; пассивная частица в ловушке (5) и без ловушки (6), баллистический режим; активная частица в ловушке (7) и без ловушки (8), баллистический режим.

Для каждого исследованного случая получены зависимости динамической энтропии первого пересечения от параметра огрубления (рис. 2). Исследованы статистические распределения фрактальной размерности траекторий частицы и её области локализации в зависимости от длины траектории частицы. Проведено сравнение с существующими теоретическими моделями.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 20-12-00372).

Список литературы

1. *Coy C.* Гидродинамика многофазных систем. - М.: Мир, 1971.
2. Пылевая плазма, Эксперимент и теория. *Ваулина О.С., Петров О.Ф., Фортов В.Е., Храпак А.Г., Храпак С.А., 2009.*
3. *Chu J., and I L.* Direct observation of Coulomb Crystals and Liquids in Strongly Coupled Dusty Plasmas // Phys. Rev. Lett. 1994. V. 72. P. 4009.
4. *Bechinger, C.; Di Leonardo, D.; Löwen, H.; Reichhardt, C.; Volpe, G.; Volpe, G.* Active particles in complex and crowded environments. // Rev. Mod. Phys. 2016, 88, 045006.
5. *Климонтович Ю. Л.* Введение в физику открытых систем, Янус-К, Москва (2002).
6. *Gaspard P. and Wang X.-J.* // Phys. Rep. 235, 291 (1993).
7. *Allegrini P., Douglas J. F., and Glotzer S. C. //* Phys. Rev. E 60, 5714 (1999).
8. *Mitchell, M.* Complexity: a guided tour. New York: Oxford University Press (2009).
9. *Lennon, F., Cianci, G., Cipriani, N. et al.* Lung cancer—a fractal viewpoint. // Nat Rev Clin Oncol 12, 664–675 (2015).
10. *Koss X. G., Petrov O. F., Statsenko K. B. and Vasiliev M. M.* "Small systems of laser-driven active Brownian particles: Evolution and dynamic entropy" // EPL (Europhysics Letters), Volume 124, Number 4 (2018)
11. *Koss X. G., Lisina I. I., Statsenko K. B. and Petrov O. F.*"Localization area, fractal dimension and phase transitions in dissipative 2D Yukawa systems: Numerical simulation" // Journal of Physics: Conference Series 946, 012145 (2018)
12. *Koss, X. G., Kononov, E. A., Lisina, I. I., Vasiliev, M. M., Petrov, O. F.* Dynamic Entropy of Two-Dimensional Active Brownian Systems in Colloidal Plasmas. // Molecules 2022, 27, 1614.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ КЛЕТОЧНОЙ ПЕРЕУПАКОВКИ ВО ВРЕМЯ РАЗВИТИЯ ЭПИТЕЛИАЛЬНОЙ ТКАНИ

И. В. Красняков, Д. А. Брацун
Пермский национальный исследовательский политехнический университет,
614990, Пермь, Комсомольский проспект, 29

В данной работе представлена многоуровневая математическая модель морфогенеза эпителиальной ткани. Проведено исследование развития отдельных стадий, которые возникают в эпителиальной ткани при морфогенезе, а именно: переупаковка клеток, установление контактов между разобщёнными зачатками ткани, последовательные стадии изгибов, агрегация подвижных клеток. Также проведено численное исследование механизма снятия локальных напряжений в эпителиальных листах в процессе её эволюции. Полученные результаты способствуют лучшему пониманию процессов в развивающейся живой многоклеточной материи.

Ключевые слова: математическое моделирование; вершинная модель; эпителиальная ткань; клеточные структуры

MATHEMATICAL MODELING OF CELLULAR REARRANGEMENT PROCESSES DURING THE DEVELOPMENT OF EPITHELIAL TISSUE

I. V. Krasnyakov, D. A. Bratsun
Perm National Research Polytechnic University,
29 Komsomolsky prospect, 614990, Perm

In this work, a multi-level mathematical model of morphogenesis of epithelial tissue is presented. The study investigates the development of individual stages that occur in epithelial tissue during morphogenesis, namely: cell rearrangement, establishment of contacts between separated tissue primordia, successive stages of bending, and aggregation of motile cells. A numerical study of the mechanism for relieving local stresses in epithelial sheets during their evolution was also conducted. The results obtained contribute to a better understanding of the processes in developing living multicellular matter.

Keywords: mathematical modeling; vertex model; epithelial tissue; cellular structures

В работе представлена двумерная многоуровневая математическая модель морфогенеза эпителиальной ткани. Эпителиальная ткань представляет собой совокупность полярных дифференцированных клеток, которые плотно прилегают друг к другу, формируя сплошной слой, который лежит на базальной мембране. В разрабатываемой модели в качестве элементарной единицы, клетки, представлен многоугольник с шестью сторонами (см. рис. 1). Выбор такого типа многоугольника обусловлен тем, что его форма наиболее близко описывает форму реальной клетки – окружность и заполняет плоскость без просветов. Так в нашей модели клетки плотно примыкают друг к другу, формируя сплошную двумерную поверхность эпителиального слоя (рис. 1). Модель обладает целым

© Красняков И.В., Брацун Д.А., 2025

набором свойств, которые позволяют ей эффективно имитировать поведение реальной эпителиальной ткани. Эти свойства включают: индивидуальную динамику каждого элемента системы; рост общего количества клеток посредством их деления; возможность перемещения клеток внутри эпителиальной ткани; учёт механизма интеркаляции; обмен химическими сигналами (рис. 1 – розовые стрелки с тёмным контуром); обмен механическими сигналами (рис. 1 – красные стрелки); учёт смены фенотипа клетки в зависимости от условий микро- и макроокружения.

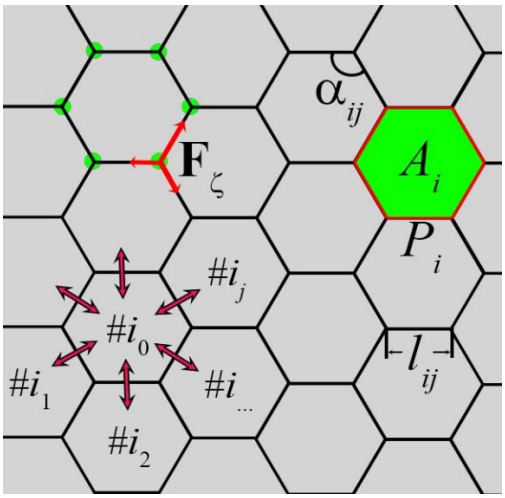


Рис. 1. Схематическое представление клеток в разработанной модели

Используя разрабатываемую хемомеханичекую модель нами исследованы процессы роста и самоорганизации инвазивной карциномы [1], рост ткани в порах скаффолдов и заполнение пор тканью [2], и начато исследование ранних процессов морфогенеза [3]. В этой работе мы продолжаем исследование морфогенетических процессов с использованием усовершенствованной математической модели, которая теперь охватывает определенные стадии, происходящие в эпителиальной ткани во время морфогенеза. Модель была модернизирована на случай развития отдельных стадий, которые возникают в эпителиальной ткани при морфогенезе, а именно: переупаковка клеток, установление контактов между ранее разобщёнными зачатками, последовательные стадии изгибов, агрегация подвижных клеток.

Реализована модель установления контактов между разобщенными зачатками, которые прорастают в ткани. Этот механизм позволяет продемонстрировать процесс синтеза белков одной группой клеток, что, в свою очередь, влияет на скорость деления другой группы клеток. Такой механизм характерен для эпителиальных тканей, например, при заживлении ран, где синтез белков и взаимодействие клеток играет ключевую роль в восстановлении ткани.

Кроме того, проведено численное исследование развития эпителиальной ткани с учетом неоднородных граничных условий. В рамках системы были рассмотрены различные граничные условия, такие как твердые и упругие границы. Оценена средняя скорость роста эпителиальной ткани в условиях

неоднородных границ, что позволяет получить более точное представление о поведении ткани в реальных условиях.

Численное моделирование также включало анализ поведения листа эпителия под воздействием механических сил, приводящих к одноосному растяжению и сжатию. Определен оптимальный параметр интеркаляции для случаев растяжения и сжатия, что позволяет лучше понять, как эпителиальные листы реагируют на различные механические нагрузки. Также исследовано развитие эпителиальных листов в условиях неравномерного клеточного деления и проведен анализ их энергетических конфигураций, что предоставляет дополнительные данные о влиянии деления клеток на механическое поведение ткани.

Результаты нашего анализа параметров и клеточных структур позволяют получить представление о формировании морфологии тканей, их структурной форме и общей стабильности. Предлагаемая математическая модель демонстрирует структурную устойчивость при большом числе взаимодействующих элементов системы. Качественное сравнение полученных результатов с результатами клинических исследований [4, 5] подтверждает достоверность и применимость модели.

Работа ведёт к понимаю развития морфогенетических процессов. Это может быть полезно для разработки новых методов лечения заболеваний, связанных с нарушениями эпителиальной ткани. Полученные результаты открывают новые перспективы для исследований в области биомеханики, а также могут способствовать улучшению медицинских технологий и терапии.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда, грант № 23-71-01020, https://rscf.ru/project/23-71-01020

Список литературы

1. *Bratsun D.A., Krasnyakov I.V., Pismen L.M.* Biomechanical modeling of invasive breast carcinoma under a dynamic change in cell phenotype: collective migration of large groups of cells // Biomechanics and Modeling in Mechanobiology. 2020. Vol. 19. P. 723– 743.
2. *Krasnyakov I., Bratsun D.* Cell-based modeling of tissue developing in the scaffold pores of varying cross-sections // Biomimetics. 2023. Vol. 8. Art. 562.
3. *Krasnyakov I.V., Kostarev K.V., Bratsun D.A.* Mathematical modeling of early processes of morphogenesis of epithelial tissues // Russian Journal of Biomechanics. 2024. Vol. 28, No. 1. P. 76–86.
4. *Chan K.Y., Yan C.-C.S., Roan H.Y. et al.* Skin cells undergo asynthetic fission to expand body surfaces in zebrafish // Nature. 2022. Vol. 605. P. 119–125.
5. *Liu T.L., Upadhyayula S., Milkie D.E. et al.* Observing the cell in its native state: imaging subcellular dynamics in multicellular organisms // Science. 2018. Vol. 360. Art. eaaq1392.

НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ПРИ ЭЛЕКТРОФОРЕЗЕ МИКРОЧАСТИЦЫ В НЕПОЛЯРНОМ ЭЛЕКТРОЛИТЕ

А. А. Крылов[a], Е. А. Франц[b], Е. А. Демехин[a,b,c]
[a] Кубанский государственный университет,
350040, Краснодар, ул. Ставропольская, 149
[b] Финансовый университет при Правительстве РФ,
350051, Краснодар, ул. Шоссе Нефтяников, 32
[c] НИИ Механики МГУ,
119192, Москва, Мичуринский пр., 1

Численно исследована задача электрофореза диэлектрической частицы в неполярном электролите для широкого диапазона параметров. В данных условиях обнаружена область неустойчивости. Одна из её границ была сопоставлена с экспериментальными данными [4]. Были построены карты, очерчивающие границы этой области (кривые нейтральной устойчивости), при некоторых фиксированных параметрах. Рассмотрен вид этой неустойчивости.

Ключевые слова: Электрофорез, неполярный электролит, поверхностная проводимость

INSTABILITY IN ELECTROPHORESIS OF MICROPARTICLE FOR NON-POLAR ELECTROLYTES

A. A. Krylov[a], E. A. Frants[b] , E. A. Demekhin[a,b,c]
[a] Kuban State University,
149 Stavropolskaya St., 350040, Krasnodar
[b] Financial University under the Government of Russian Federation,
32 Shosse Neftyanikov St., 350051, Krasnodar
[c] Research Institute of Mechanics,
1 Michurinsky Pr., 119192, Moscow

A numerical investigation was conducted on the problem of electrophoresis of a dielectric particle in a non-polar electrolyte over a wide range of parameters. Under these conditions, an area of instability was discovered. One of its boundaries was drawn with experimental data [4]. Maps were constructed drawing the boundaries of this region (neutral stability curves), under certain fixed conditions. The look of this instability is considered.

Keywords: Electrophoresis, non-polar electrolyte, surface conductivity

В отличии от классической задачи электрофореза с тонким дебаевским слоем в данной работе будет рассмотрена аналогическая задача, но уже для неполярного типа электролитов. Для них характерна значительно меньшая диссоциация ионов, вследствие чего возникает низкая диэлектрическая проницаемость. Дебаевский слой в таком случае нельзя считать тонким.

Будем рассматривать движение диэлектрической частицы с поверхностным зарядом σ под действием электрического поля напряженности E_∞ внутри бинарного электролита. Коэффициенты диффузии ионов считаем равными.

© Крылов А.А., Франц Е.А., Демехин Е.А., 2025

Математическая постановка

Задача осесимметричная, потому рассматривается в плоскости. Она описывается системой уравнений Нернста-Планка-Пуассона-Стокса:

$$\frac{\partial c^{\pm}}{\partial t} + \mathbf{U}\cdot\nabla c^{\pm} = \nabla\left(c^{\pm}\nabla\Phi\right) + \nabla^2 c^{\pm}; \tag{1}$$

$$\nu^2\nabla^2\Phi = c^- - c^+; \tag{2}$$

$$-\nabla P + \nabla^2\mathbf{U} = (c^+ - c^-)\frac{\kappa}{\nu^2}\nabla\Phi = 0,\ \nabla\cdot\mathbf{U} = 0. \tag{3}$$

С граничными условиями: (в полярной системе координат)

$$r = 1:\ c^+\frac{\partial\Phi}{\partial r} - \frac{\partial c^+}{\partial r} = 0,\ \ c^-\frac{\partial\Phi}{\partial r} - \frac{\partial c^-}{\partial r} = 0,\ \Phi = \varphi,\ \nu\frac{\partial\Phi}{\partial r} = \delta\nu\frac{\partial\varphi}{\partial r} - \sigma,\ \mathbf{U} = 0 \tag{4}$$

$$r\to\infty:\ c^+\to 1,\ c^-\to 1,\ \mathbf{U}\to\left(-U_\infty\sin\theta, U_\infty\cos\theta\right),\ \Phi = -E_\infty r\cos\theta \tag{5}$$

И начальными условиями: $t = 0$: $c\pm = 1$.

Результаты численного моделирования

В экспериментальной статье [4] показано начало образования неустойчивости в неполярных электролитах. Численным моделированием, отталкиваясь от параметров, при которых неустойчивость была обнаружена, построены кривые нейтральной устойчивости.

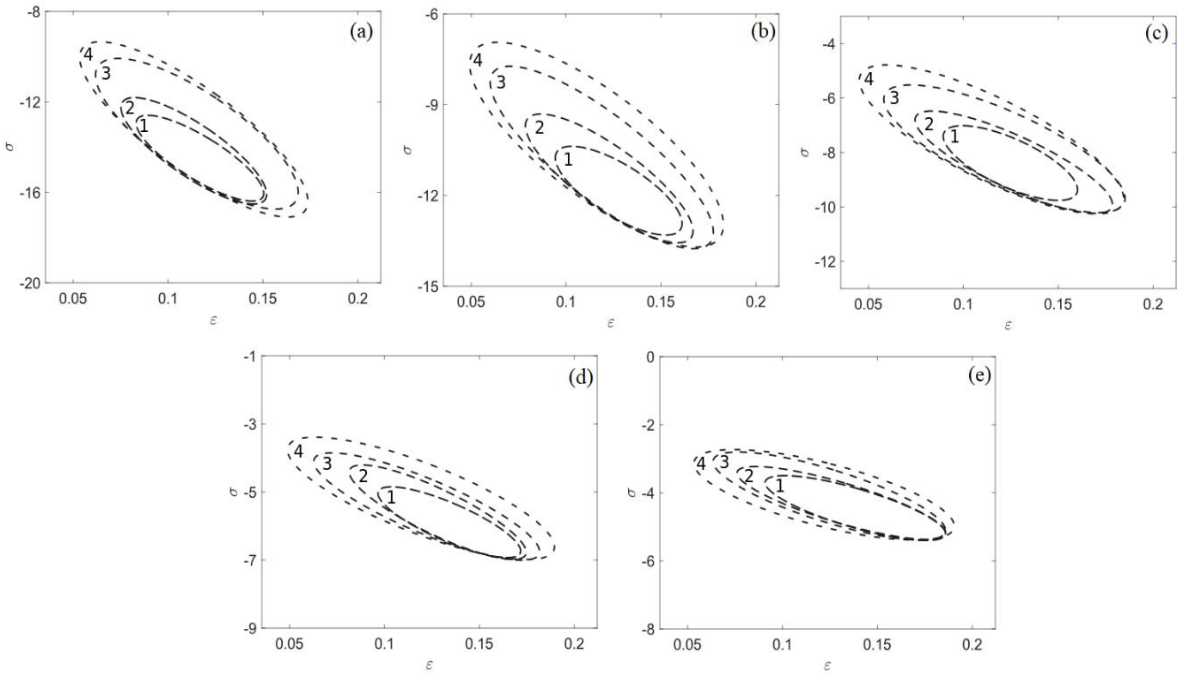


Рис. 1. Кривые нейтральной устойчивости при различных параметрах к, равных (a) 0.01, (b) 0.05, (c) 0.07, (d) 0.15, (e) 0.2, причём на каждой картинке E_∞ считаем равным (1) 545, (2) 600, (3) 800, (4) 1000

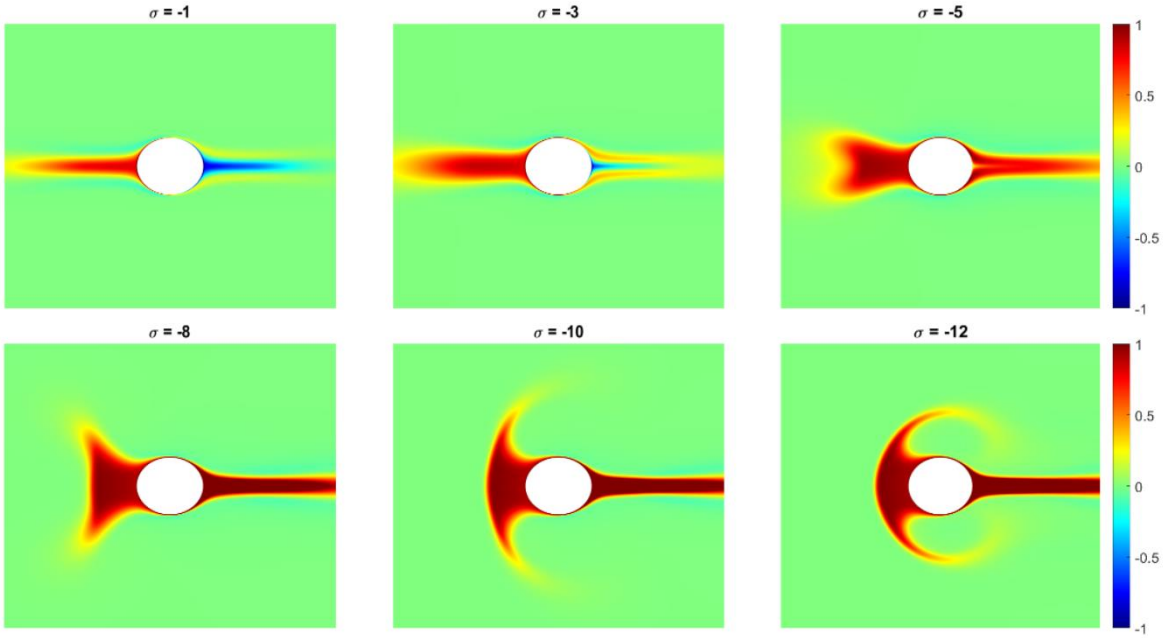


Рис. 2. Изменение распределения заряда около частицы при увеличении плотности поверхностного заряда (начало неустойчивости при $\sigma = 13$)

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект № 24-79-00129).

Список литературы

1. *Benedetto A.* Room-temperature ionic liquids meet bio-membranes: the state-of-the-art // Biophys Rev. 2017, 9(4): 309–320.
2. *Hallett J.P., Welton T.* Room-Temperature Ionic Liquids: Solvents for Synthesis and Catalysis // Chem. Rev. 2011, 111, 5, 3508–3576.
3. *Katiyar N.K., Biswas K., Tiwary C.H., Machado L.D., Gupta R.K.* Stabilization of a Highly Concentrated Colloidal Suspension of Pristine Metallic Nanoparticles // Langmuir 2019, 35, 7, 2668–2673.
4. *Stotz S.* Field Dependence of the Electrophoretic Mobility of Particles Suspended in Low-Conductivity Liquids // Journal of Colloid and Interface Science 1978, 65(1): 118- 130.

ИСПАРЕНИЕ КАПЛИ РАСТВОРА СОЛИ

Ю. Л. Кузнецова
Институт механики сплошных сред УрО РАН,
614013, Пермь, ул. Академика Королева, 1

В настоящее время остается открытым вопрос о морфологии частиц, образующихся при интенсивном испарении капель раствора соли в воздухе. Согласно экспериментальным данным, поверхность частиц может быть, как достаточно «ровный», так и содержать дендритные структуры, что является отражением различия в физических процессах их формирования. В работе сделано предположение о факторах, влияющих на форму частиц и построена соответствующая математическая модель. Проведено сравнение предсказаний модели с экспериментальными данными.

Ключевые слова: математическая модель; морфология кристалла; раствор хлорида натрия

EVAPORATION OF A DROP OF SALT SOLUTION

Y. L. Kuznetsova
Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS,
Academician Korolev St., 614013, Perm

At present, the question of the morphology of particles formed during intensive evaporation of salt solution droplets in the air remains open. According to experimental data, the surface of the particles can be both fairly "smooth" and contain dendritic structures, which is a reflection of the difference in the physical processes of their formation. The paper makes an assumption about the factors influencing the shape of the particles and builds a corresponding mathematical model. A comparison of the model predictions with experimental data is carried out.

Keywords: mathematical model; crystal morphology; sodium chloride solution

Процесс испарение капель водорастворимых солей лежит в основе различных технологических процессов, таких как опреснение воды, защита от пожара морских нефтяных платформ, изготовление микро- и нанопорошков для технического и лекарственного применения, а также он является частью атмосферных явлениях.

По сравнению с чистыми жидкостями процесс испарения капель растворов солей существенно усложняется вследствие различий в теплофизических характеристиках компонентов, их сложного взаимного влияния при испарении капель, а также формированием дополнительной фазы – кристаллического вещества.

В общем случае процесс испарения капель водорастворимых соединений является задачей трехмерного течения трехфазной двухкомпонентной среды, но при описании данного процесса в рамках динамики полидисперсного аэрозоля, такой подход не оправдан. Поэтому широкое распространение получили

© Кузнецова Ю.Л., 2025

диффузионные модели, основанные на решении обыкновенных дифференциальных уравнений, которые отражали бы основные закономерности процессов роста и уменьшения размеров частиц, а также давали качественное и количественное соответствие с экспериментально полученными зависимостями размера и массы частиц от времени при различных внешних условиях.

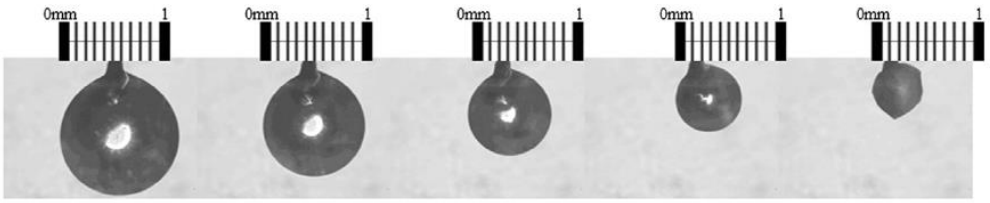
Большинство применяемых в настоящее время диффузионных моделей основывается на модификации уравнении Максвелла для конденсации и испарения пара на/с сферической капли. Для учета твердой фазы вещества (соли) в данных моделях обычно искусственно разделяют изучаемые процессы на несколько стадий. Например, в [1] при описании гигроскопического роста частицы используется искусственное разделение уравнений на этапы до и после полного растворения кристаллического вещества частицы, а в модели [2] при описании испарения выделяется четыре стадии, включая описание образования корки кристаллического вещества после того, как концентрация раствора достигает критического значения.

В работе [3] автором предложена математическая модель, позволяющая описать кинетику взаимодействия водорастворимой, химически нейтральной сферической аэрозольной частицы с влажным воздухом на всех этапах ее гигроскопического роста/уменьшения размера. Благодаря учету зависимости активности воды от концентрации растворенной части частицы и введению дополнительного уравнения для эволюции нерастворенного ядра удалось избежать искусственного разделения этапов растворения частицы с нерастворенным ядром и без него, в отличие от работы [1]. На основе предложенной модели проведено моделирование различных сценариев изменения состояния частицы в зависимости от ее начальной степени растворения и относительной влажности окружающей среды. Показано, что предсказания предложенной в работе модели качественно и количественно согласуются с экспериментальными данными о эволюции размера частиц хлорида натрия в режимах увлажнения и медленного высушивания, когда концентрацию соли во всем объеме можно считать близкой к равновесной. В рамках данной работы выполнено обобщение модели [3] с целью описания процесса интенсивного испарения и кристаллизации капли раствора.

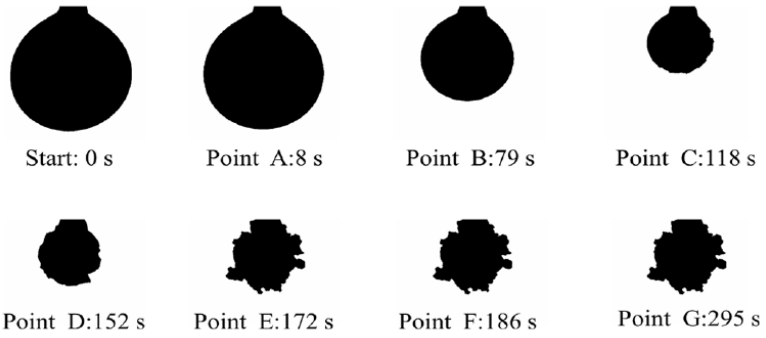
Испарение капли происходит с ее поверхности. Это повышает концентрацию соли вблизи поверхности, что заставляет соль диффундировать к центру капли. В случае интенсивного испарения скорость изменения концентрации воды на поверхности частицы превосходит скорость диффузии соли. В результате перенасыщение концентрации соли достигается в периферийной области капли, тем самым формируя кристалл (корку) вокруг капли раствора. При этом экспериментально показано, что кристаллическая корка обладает рыхлой (пористой) структурой, обеспечивая перенос водяного пара через поры. Однако из-за слоя корки интенсивность испарения с поверхности частицы уменьшается.

Несмотря на достаточно четкое понимание происходящих в результате интенсивного испарения процессов, остается открытым вопрос о морфологии образующихся кристаллов. Так, в работе [2] в результате испарении капли

хлорида натрия в воздухе с влажностью $RH \approx 0.8\%$ при комнатной температуре образуются кристаллы с достаточно «ровной» поверхностью (рис. 1*а*). Это свидетельствует о том, что после образования кристаллической корки дальнейшая кристаллизация происходит из перенасыщенного раствора внутри частицы, тем самым не меняя ее внешний вид и размер. Такое поведение может быть обусловлено малой пористостью корки, поэтому проходящая сквозь поры вода сразу испаряется. Другой вариант морфологии кристалла получен в работе [4](рис. 1*б*), при испарении капли хлорида натрия в сухом воздухе и дополнительным ее обдувом нагретым воздухом ($RH \approx 0.0001\%$, $U = 0.62$ м/с, $T = 90°C$), что увеличивает скорость испарения капли. Образование в этом случае кристаллов с дендритными структурами свидетельствует о том, что кристаллизация происходила на поверхности частицы. Такое поведение возможно, когда кристаллическая структура корки достаточно пористая (рыхлая) и раствор соли может интенсивно выходить из-под нее, испаряясь и кристаллизуясь на поверхности частицы.



а)



б)

Рис. 1. Эволюция морфологии частицы NaCl: а) [2]; б) [4]

Для математического описания процесса интенсивного испарения использовалась модель [3], в которую внесены ряд изменений:

- введены переменные -- концентрации раствора соли на поверхности частицы и ее центре;
- добавлено слагаемое, описывающее диффузию молекул соли от ее поверхности, которое основано на предположение о виде профиля концентрации и рассчитываемых концентрациях раствора на поверхности и в центре частицы;
- включено условие фиксации радиуса частицы, когда концентрация раствора на поверхности превышает концентрацию перенасыщенного раствора;

- введены новая переменная -- пористость корки и соотношение для определения ее значения, как функция от разности концентраций раствора соли;

- добавлено условие на количество молекул воды, проникающих через корку, которое зависит от пористости.

Результаты сравнения предсказаний модифицированной модели с экспериментальными данными работы [4] представлены на рисунке 2. Следует отметить, что построенная модель содержит ряд коэффициентов пропорциональности, позволяющих добиться более точного количественного соответствия с экспериментальными данными в области D-F, где происходит фильтрация воды через пористую кристаллическую корку.

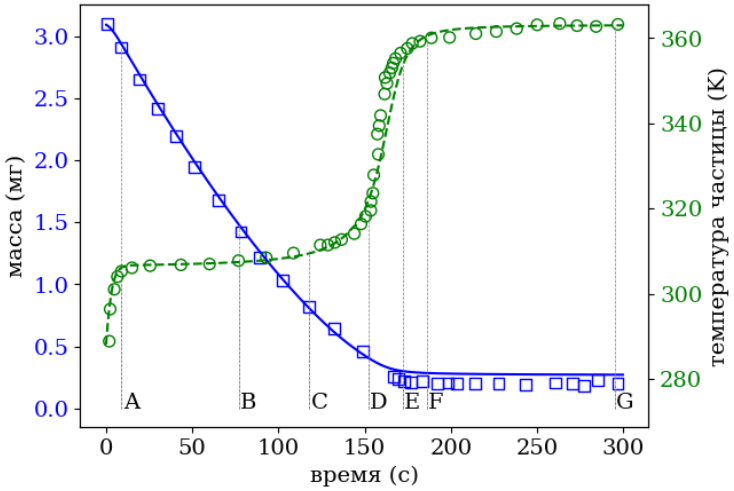


Рис. 2. Изменение массы (сплошная линия - расчет, □ - эксперимент) и температуры (штриховая линия - расчет, ○ - эксперимент) частицы NaCl с начальным объемом 3 мкл. Экспериментальные данные взяты из работы [4], расчет проводился по разработанной модели. Буквы A-G соответствуют моментам времени на рисунке 1б

Список литературы

1. *O'Shaughnessy P., LeBlanc L., Pratt A. [и др.].* Assessment and validation of a hygroscopic growth model with different water activity estimation methods // Aerosol Science and Technology. 2020. Vol. 54 (10). P. 1169– 1182.
2. *Sadafi M. H., Jahn I., Stilgoe A. B., Hooman K.* Theoretical and experimental studies on a solid containing water droplet // International Journal of Heat and Mass Transfer. 2014. Vol. 78. P. 25–33.
3. *Кузнецова Ю. Л.* Эволюция размера растворимой аэрозольной частицы во влажном воздухе // Вычислительная механика сплошных сред. 2022. Т. 15 №1. С. 31–44
4. *Guo P., Zhang B., Li T., Xu B., Li J.* An experimental and numerical study on the brine droplet evaporation considering salt precipitation // Applied Thermal Engineering. 2023. Vol. 234. 121312

ИЗУЧЕНИЕ КАВИТАЦИОННОЙ АКТИВНОСТИ В СОНОХИМИЧЕСКОМ РЕАКТОРЕ С ПРИМЕНЕНИЕМ ТРЕХМЕРНЫХ ТЕПЛОВЫХ КАРТ

М. О. Кучинский[a,b], К. А. Рыбкин[a,b], Т. П. Любимова[a,b]
[a]Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614990, Пермь, ул. Букирева, 15
[b]Институт механики сплошных сред УрО РАН,
614013, Пермь, ул. Академика Королева, 1

Ультразвуковые ванны и сонохимические реакторы применяются для очистки поверхностей и проведения химического синтеза при решении различных прикладных задач. Регулируя геометрию полости, мощность и частоту ультразвуковых излучателей, химический состав жидкости и другие параметры, можно влиять на химические реакции и процессы эрозии и очистки твердых поверхностей. Исследователи используют различные методы для определения зон активной кавитации в полости реактора, включая тест фольгой (foil test), основанный на процессе эрозии алюминиевой фольги. В данной работе экспериментально исследуется влияние поверхностно-активного вещества sodium dodecyl sulfate (ПАВ SDS) на процесс эрозии алюминиевой фольги при ультразвуковом воздействии. Визуализация зон активной кавитации выполняется модифицированным с помощью трехмерных тепловых карт методом foil test.

Ключевые слова: ультразвук; кавитация; эрозия фольги

A STUDY OF CAVITATION ACTIVITY IN A SONOCHEMICAL REACTOR USING THREE-DIMENSIONAL HEAT MAPS

M. O. Kuchinskiy[a,b], K. A. Rybkin[a,b], T. P. Lyubimova[a,b]
[a]Perm State University,
15 Bukireva St., 614990, Perm
[b]Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS,
1 Academician Korolev St., 614013, Perm

Ultrasonic baths and sonochemical reactors are used for surface cleaning and chemical synthesis in solving various applied problems. By adjusting the geometry of the cavity, the power and frequency of ultrasonic emitters, the chemical composition of the liquid and other parameters, it is possible to influence chemical reactions and processes of erosion and cleaning of hard surfaces. Researchers use various methods to determine active cavitation zones in the reactor cavity, including a foil test based on the erosion process of aluminum foil. In this work, the effect of the surfactant sodium dodecyl sulfate (surfactant SDS) on the process of erosion of aluminum foil under ultrasonic exposure is experimentally investigated. Visualization of active cavitation zones is performed using a modified foil test method using three-dimensional heat maps.

Keywords: ultrasound; cavitation; foil erosion

Введение

Для оптимизации процессов в сонохимических реакторах исследователям необходимо искать способы влияния на положение зон активной кавитации, так

© Кучинский М.О., Рыбкин К.А., Любимова Т.П., 2025

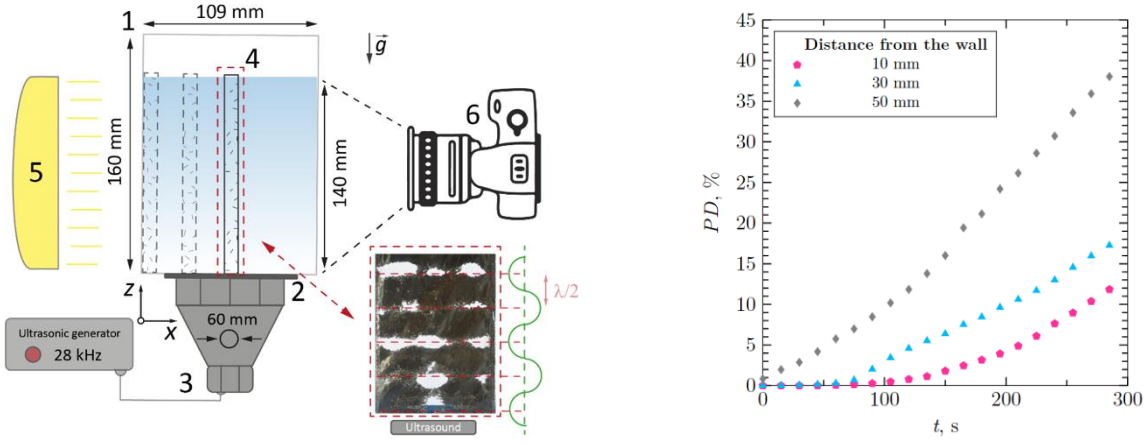
как, например, появление кавитационных пузырьков рядом с поверхностью материала часто является нежелательным [1]. Зоны кавитационной активности определяются различными методами, одним из которых является механический метод, основанный на эрозии поверхности. В качестве такой поверхности часто используется алюминиевая фольга (foil test), позволяющая оценить интенсивность кавитационных событий [2]. Этот метод позволяет визуализировать процесс эрозии фольги по областям с наибольшим количеством повреждений и определить распределение кавитационной активности внутри сонохимического реактора [3].

Тепловые карты являются наглядным способом представления данных о временной и пространственной динамике различных процессов, поэтому их использование эффективно для модификации метода теста фольгой при визуализации активности кавитационных событий в лабораторных исследованиях.

Цель данной работы состоит в изучении распределения кавитационной активности в растворах поверхностно-активных веществ в объеме сонохимического реактора; обработка и визуализация результатов происходит с помощью модифицированного метода теста фольгой с применением трехмерных тепловых карт.

Описание экспериментальной установки и методика обработки результатов измерений

Для проведения эксперимента была изготовлена лабораторная установка (рис. 1*а*), включающая в себя кювету из акрилового стекла (1), фольгу, натянутую на пластиковую рамку (2) и источник УЗ 28 кГц (3); в качестве рабочих жидкостей использовались водные растворы с концентрациями SDS в диапазоне 1 - 3 ммоль/л.



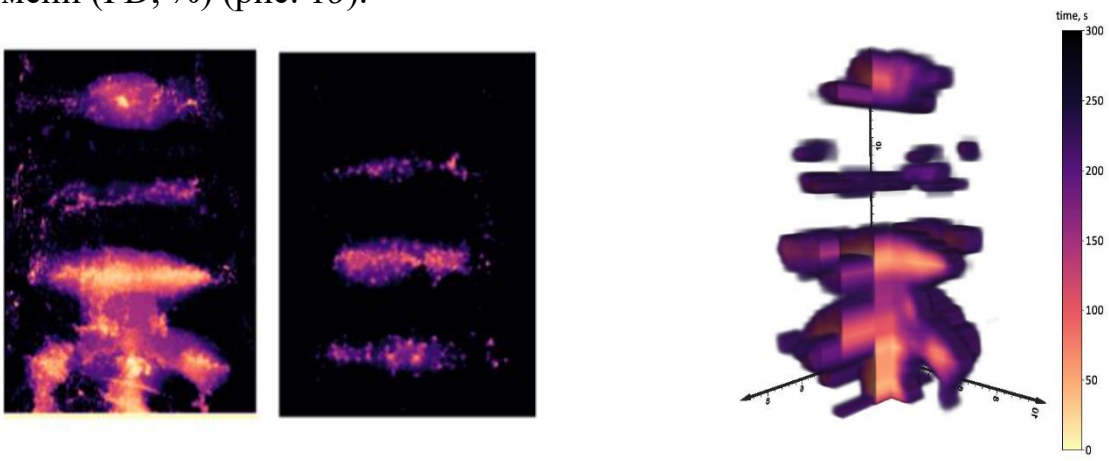
а) *б)*

Рис. 1. а) Лабораторная установка, пример фотографии разрушенной поверхности фольги после t = 300 с ультразвукового воздействия; (б) Зависимость площади разрушенной поверхности фольги от времени для дистиллированной воды на разном расстоянии до боковой стенки

Для регистрации областей разрушения фольги применялись цифровая камера (6) и контровый источник света (5). В ходе эксперимента получался набор фотографий, соответствующих одному вертикальному срезу реактора, находящемуся на расстоянии x = 10 мм от боковой стенки (рис. 1*а*). Затем рамка смещалась на 10 мм вдоль оси x относительно предыдущего сечения и повторно производилась съемка.

Программа загружает экспериментальные фотографии, а затем обрабатывает их, в результате таких манипуляций получаются черно-белые снимки с четкими границами разрушения фольги. Затем из каждой фотографии получается двумерный массив, отражающий интенсивность света в каждой точке. На следующем этапе обработки происходит присвоение цвета каждой точке, минимальному значению присваивается черный цвет, а максимальному желтый цвет. В результате обработки получается тепловая карта, цветовая схема которой показывает момент времени, когда произошло разрушение фольги (рис. 2*а*). Для построения итогового трехмерного изображения распределения активности кавитационных событий использовалась Trilinear Interpolation, позволяющая визуализировать временную динамику разрушений фольги в объеме реактора (рис. 2*б*). Для удобства восприятия на трехмерной визуализации поверхность фольги, не поврежденная за время эксперимента, окрашена в белый цвет.

На основе первого кадра фиксировалась Initial line area в отсутствие УЗ воздействия. Далее при включении источника УЗ происходило постепенное разрушение фольги, вызванное коллапсом кавитационных пузырьков вблизи твердой поверхности. После этого для каждого из снимков определялась полная площадь эродированной поверхности (Damaged line area), и на основе обработки рассчитывалась относительная площадь разрушения фольги в данный момент времени (PD, %) (рис. 1*б*).



а) *б)*

Рис. 2. а) Тепловые карты кавитационной активности для дистиллированной воды на расстоянии от боковой стенки, равном: x = 50 мм, x = 10 мм; б) Трехмерная тепловая карта распределения кавитационной активности в дистиллированной воде

Результаты экспериментов и обсуждение

В результате проведенных с применением метода foil test экспериментальных исследований получены тепловые карты и зависимости площади разрушения от времени воздействия УЗ при различных концентрациях SDS (0 - 3 ммоль/л). Выявлено, что с увеличением концентрации ПАВ меняется количество и расположение зон кавитационной активности в объеме жидкости при УЗ воздействии.

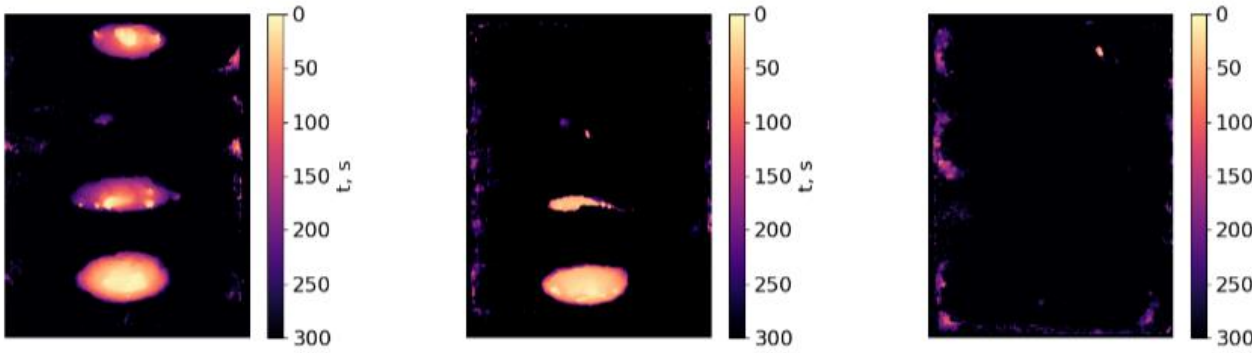


Рис. 3. Тепловые карты, иллюстрирующие зоны кавитационной активности в водном растворе с концентрацией SDS 3 ммоль/л на расстоянии от боковой стенки, равном: x = 50 мм, x = 30 мм, x = 10 мм

В дистиллированной воде в рассмотренных условиях возникают 5 зон активной кавитации, в которых наиболее интенсивно происходит деградация поверхности алюминиевой фольги.

В растворе, содержащем SDS, количество зон уменьшается в связи с изменением характерных параметров среды. Разрушение начинается раньше, однако суммарная PD через 300 с эксперимента оказывается меньше почти в 3 раза.

При достижении концентрации 3 ммоль/л эрозия фольги активнее происходит не в центральной области, а вблизи боковых стенок реактора. По-видимому, при такой концентрации пузырьки становятся менее стабильными и не могут достигнуть резонансного размера, поэтому количество и площадь зон активной кавитации уменьшаются; стабильность в таких условиях достигается только вблизи границ раздела.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 24-11-00269).

Список литературы

1. *Liu Lei, Yu Ping.* Design and Experiment-Based Optimization of High-Flow Hydraulic One-Way Valves // Fluid Dynamics and Materials Processing. 2020. — Vol. 16, no. 2. — P. 211–224,
2. *Yuan B., Jiang Y., Zhu L.* Study on the processing methods of aluminum foil measurement signals for ultrasonic cleaning parameters //2011 Second International Conference on Digital Manufacturing & Automation. – IEEE, 2011. – С. 1180-1183.
3. *Tangsopa W., Thongsri J.* Development of an industrial ultrasonic cleaning tank based on harmonic response analysis //Ultrasonics. – 2019. – Т. 91. – С. 68-76.

НЕЛИНЕЙНАЯ ВОЛНОВАЯ ДИФФУЗИЯ ТЕПЛА В ТОРФЯНЫХ ПОЧВАХ ОСУШЕННЫХ И ЕСТЕСТВЕННЫХ БОЛОТ

Л. Э. Лапина [a], Е. А. Дюкарев[b,c]
[a] Институт водных проблем РАН,
119333, Москва, ул. Губкина, 3
[b] Институт мониторинга климатических и экологических систем СО РАН,
634055, Томск, пр. Академический, 10/3
[c] Югорский государственный университет,
628011, Ханты-Мансийск, ул. Чехова, 16

Рассмотрен температурный режим торфяных почв различной степени увлажнения на нескольких ключевых участках Бакчарского болота (Томская обл.). Среди объектов есть точки, приуроченные к осушенной части болота и к части, находящейся в естественном состоянии. Использованы результаты измерений температуры почвы с июля по сентябрь 2014 г и с мая по сентябрь 2015 г на глубинах 0, 2, 5, 10, 15, 20 и 30 см. Показано, что температурный режим разных точек наблюдений существенно различается. Показано, что в вегетационный период идет поступление тепла в почву: чем больше амплитуда суточных колебаний температуры на поверхности почвы, тем больше поступление. В среднем повышение амплитуды колебаний поверхности почвы на 1 ˚C ведет к повышению «виртуальной» (условно на глубине затухания колебаний) температуры на 0.8 градуса.

Ключевые слова: торфяные почвы, Бакчарское болото, пампинг-эффект, нелинейное уравнение теплопроводности

NONLINEAR WAVE DIFFUSION OF HEAT IN PEAT SOILS OF DRAINED AND NATURAL BOGS

L. E. Lapina [a], E. A. Dyukarev[b,c]
[a] Institute of Water Problems RAS,
3 Gubkina St., 119333, Moscow
[b] Institute for Monitoring of Climatic and Ecological Systems SB RAS,
10/3 Akademichesky Pr., 634055, Tomsk
[c] Yugra State University,
16 Chekhova St., 628011, Khanty-Mansiysk

The temperature regime of peat soils with different degrees of moisture in several key areas of the Bakcharskoye Bog (Tomsk Region) is considered. Among the objects, there are points confined to the drained part of the bog and to the part in a natural state. The results of soil temperature measurements from July to September 2014 and from May to September 2015 at depths of 0, 2, 5, 10, 15, 20 and 30 cm were used. It was shown that the temperature regime of different observation points differs significantly. It was shown that during the growing season there is an influx of heat into the soil: the greater the amplitude of daily temperature fluctuations on the soil surface, the greater the influx. On average, an increase in the amplitude of soil surface fluctuations by 1 ˚C leads to an

© Лапина Л.Э., Дюкарев Е.А., 2025

increase in the "virtual" (conditionally at the depth of fluctuation attenuation) temperature by 0.8 degrees.

Keywords: peat soils, Bakcharskoe bog, pumping effect, nonlinear heat conductivity equation

Нелинейная волновая диффузия тепла (пампинг-эффект) возникает в краевых задачах для нелинейного параболического уравнения типа теплопроводности с периодическими граничными условиями [1,2]. Этот эффект заключается в том, что чисто гармоническое колебание изучаемой характеристики среды на границе области приводит к увеличению или уменьшению ее значения внутри области относительно ее среднего значения на границе. Он проявляется при изучении самых различных процессов Обзор задач, в которых наблюдается эффект, можно найти в работе [3]. Для мерзлотных почв повышение амплитуды годовых колебаний температуры поверхности почвы на 1 ˚С ведет к понижению среднегодовой температуры почвы [4]. Для других типов почв может быть другая ситуация, в зависимости от характера функции температуропроводности.

Натурные исследования температурного режима почв проводились на различных участках Бакчарского и Иксинского болотных массивов (Томская область), характеристика которых приведена в табл. 1. Наблюдательные площадки организованы на сосново-кустарничково-сфагновых олиготрофных болотах с различным уровенным режимом болотных вод (УБВ).

Таблица 1. Описание объектов исследования

№	Описание	Глубина торфа (см)	Тип
1	Наблюдательная площадка а141 находится на зарастающей после торфяного пожара гари на окраине Иксинского болотного массива.	115	осуш
2	Наблюдательная площадка а140 расположена в осушенном ряме Бакчарского болота на расстоянии 50 метров от осушительного канала и 2 км от окраины болотного массива.	120	осуш
3	Площадка а142 на осушенном рослом ряме Бакчарского болота расположена на расстоянии 40 м от осушительного канала на окраине (120 м) осушенного болотного массива.	110	осуш
4	Площадка а144 расположена в 500 м от окраины олиготрофного Бакчарского болота болотного массива.	240	ест

На площадке 1 колебания уровня болотных вод больше, чем на других площадках. УБВ опускается ниже 120 см, при том, что толщина торфяной залежи здесь 115 см. На площадке 2 растительность низкого ряма типичная с густым

древостоем и маломощным очесом. На площадке 3 влияние осушения и прошлых пожаров отразилось в структуре растительного покрова в большей степени, чем на площадке 2. Площадка 4 находится в сосново-кустарничково-сфагновом фитоценозе с невысоким древесным ярусом или так называемым низким рямом (НР). Мощность торфяной залежи 240 см. НР здесь находится в естественном состоянии, уровень болотных вод стоитна глубине около 30 см.

В работе анализируются данные измерений температуры почвы с июля по сентябрь 2014 г и с мая по сентябрь 2015 г на глубинах 0, 2, 5, 10, 15, 20 и 30 см. Цель данной работы оценить влияние амплитуды суточных колебаний на температурный режим наблюдательных площадок и оценить их отклик на изменение амплитуды.

Для достижения этой цели требуется знание зависимости коэффициента температуропроводности как функции от температуры, хотя в большинстве работ эта зависимость ищется от влажности почвы. Например, в работе [5] коэффициент температуропроводности предлагается описывать в виде экспоненциальной функции от влажности почвы отдельно для мерзлого и талого ее состояния. Данные измерений на каждой глубине аппроксимировали функцией следующего вида:

$$\mathrm{T(z,t)} = \mathrm{A(z)}\sin\big(\omega \mathrm{t} + \varphi(\mathrm{z})\big) + \mathrm{B(z)},$$

где T(z,t) – данные измерения температуры почвы на глубине z (см) в момент времени t(час), A(z) – амплитуда суточных колебаний (˚C), B (z) – среднесуточное значение температуры почвы на глубине z (˚C), φ (z) – сдвиг фазы. Коэффициент температуропроводности рассчитывается по амплитуде колебаний согласно [6]:

$$K_T(z_2) = \frac{\pi(z_2 - z_1)^2}{24ln^2\left(\frac{A(z_2)}{A(z_1)}\right)}$$

где $K_T(z_2)$ – коэффициент температуропроводности для глубины z_2 (см^2/час), z_1, z_2- две соседние глубины (z_2>z_1).

Расчет нелинейной волновой диффузии

Для оценки этой величины рассматривается дифференциальное уравнение теплопроводности в следующем виде:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z}\left(F(T)\frac{\partial T}{\partial z}\right), \quad (1)$$

где T – температура почвы (˚C), F(T) – функция, зависящая от температуры почвы. Ось z направлена вниз по вертикали, z=0 – поверхность почвы.

Как доказано в работе [1], периодическое решение уравнения (1) с периодическим граничным условием на поверхности и затухание колебаний с глубиной, стремится при $z \to \infty$ к константе T^{∞}, которая находится следующим образом:

$$T^{\infty} = \Psi^{-1}[\langle \Psi(f(t)) \rangle] \qquad \Psi(T) = \int F(T)dT \tag{2}$$

и Ψ^{-1} – обратная функция к Ψ. Уравнение (2) можно записать в виде:

$$\Psi(T^{\infty}) = \langle \Psi(f(t)) \rangle \tag{3}$$

Угловые скобки означают операцию осреднения по периоду колебания, т.е.

$$\langle T \rangle = \frac{1}{\tau} \int_t^{t+\tau} T dt,$$

где τ –период колебаний, t – любой произвольно взятый момент времени. Из уравнения (3) можно найти значение T^{∞}.

Параметризацию коэффициента температуропроводности сделали следующим образом: данные второй точки были исключены из рассмотрения ввиду некорректности расчета, обусловленной близостью амплитуд колебаний, значения первой, третьей и четвертой точек были использованы для параметризации коэффициента параболой вида

$$K_T = A1T^2 + B1T + \text{C1}, \tag{4}$$

параметры которой используются для уточнения (корректировки) значения коэффициента во второй точке (2см). Далее по значениям в третьей, четвертой и пятой точках оценивались параметры экспоненциальной зависимости от T в виде:

$$K_T = Cexp(-\gamma T) \tag{5}$$

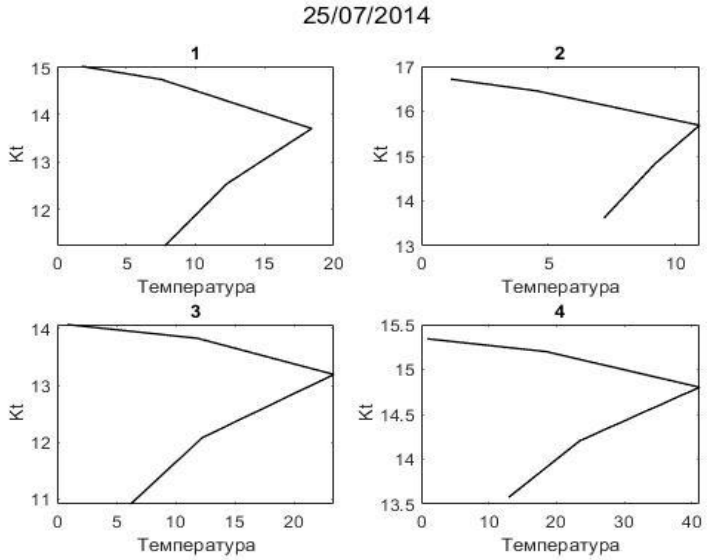


Рис.1. Зависимость коэффициента температуропроводности от температуры на различных площадках для 25.07.2014. Здесь данные расчетов по предложенному алгоритму параметризации, то есть по формуле (4) до 5 см, ниже 5 см формула (5)

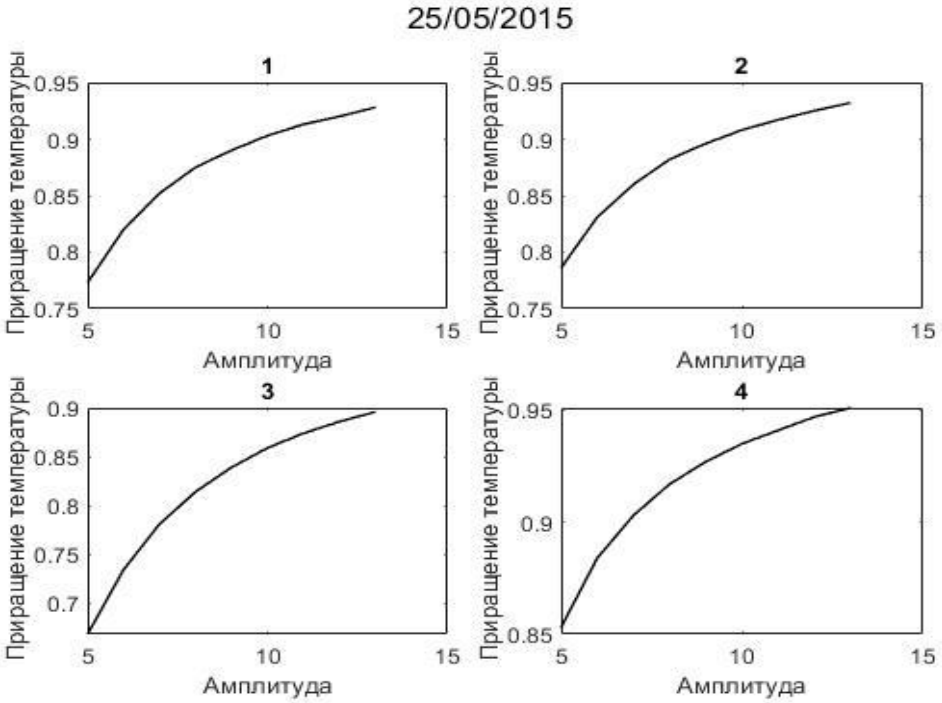


Рис. 2. Оценка максимально возможного приращения температуры почвы на большой глубине в зависимости от амплитуды суточных колебаний по данным за 25.05.2015. Под приращением температуры понимается разность T^{∞}-T_0. Цифры 1,2,3,4 означают номер площадки, для которой получен график. Использовалось уравнение (3) для расчета T^{∞}.

Работа по моделированию пампинг-эффекта выполнена в рамках темы NFMNZ-2022-0001 Государственного задания ИВП РАН.

Список литературы

1. *Зырянов В.Н., Хубларян М.Г.* Пампинг-эффект в теории нелинейных процессов типа уравнения теплопроводности и его приложение в геофизике // Доклады Академии наук. 2006. Т.408. № 4. С.535-538
2. *Зырянов В.Н.* Антипотепление глубинных слоев Мирового океана // Океанология. 2007.*Т.*47. № 5.С. 666-673.
3. *Зырянов В.Н.* Нелинейная волновая диффузия в геосредах: пампинг-эффект // Избранные труды Института водных проблем РАН. 2017.Т2. С.125-161.
4. *Зырянов В.Н.* Нелинейный пампинг-эффект в колебательных процессах в геофизике // Водные ресурсы. 2013. Т. 40, №3. С. 227-239.
5. *Калюжный И.А., Лавров С.А.* Теплофизические характеристики осушенных болот Кольского полуострова // Труды Главное геофизической обсерватории им. А.И.Войекова. 2019. Т.594.С. 63-81.
6. *Микайылов Ф.Д., Шеин Е.В.* Теоретические основы экспериментальных методов определения температуропроводности почв //. *Почвоведение.* 2010. №5. С. 595-605.

ИЗУЧЕНИЕ ВЛИЯНИЯ ГЕОМЕТРИИ СИСТЕМЫ НА ХАРАКТЕР ДВУХСЛОЙНЫХ ТЕЧЕНИЙ ЖИДКОСТИ И ГАЗА В ГОРИЗОНТАЛЬНОМ КАНАЛЕ

Е. В. Ласковец[a,b]
[a]Алтайский государственный университет,
656049, Барнаул, пр. Ленина, 61
[b]Институт вычислительного моделирования СО РАН,
660036, Красноярск, ул. Академгородок, 50/44

Изучается двухслойное конвективное течение жидкости и газа в горизонтальном канале в условиях массопереноса на недеформируемой границе раздела сред. При моделировании процессов в газожидкостном верхнем слое системы, принимаются во внимание эффекты термодиффузии и диффузионной теплопроводности, а также задан расход газа. Для изучения влияния физических и геометрических характеристик на течения в системе „жидкость — газ“ построено точное решение. Изучено влияние геометрии рассматриваемой области на характер течения. Представлены случаи смены режимов течения, а также процессов конденсации и испарения жидкости. Показано, что значения высоты слоев жидкости оказывает существенное влияние на характер течения.

Ключевые слова: точное решение; массоперенос; термодиффузия, диффузионная теплопроводность

STUDY OF THE INFLUENCE OF SYSTEM GEOMETRY ON THE NATURE OF LIQUID AND GAS TWO-LAYER FLOWS IN A HORIZONTAL CHANNEL

E. V. Laskovets[a,b]
[a]Altai State University,
61 Lenina Pr., 656049, Barnaul
[b]Institute of computational modelling SB RAS,
50/44 Akademgorodok St., 660036, Krasnoyarsk

A two-layer convective liquid and gas flow in a horizontal channel under conditions of mass transfer at a non-deformable interface is studied. The effects of thermal diffusion and diffusion thermal conductivity are taken into account when modeling processes in the gas-liquid upper layer of the system. The gas flow rate is specified. An exact solution is constructed to study the influence of physical and geometric characteristics on flows in the liquid-gas system. The influence of the geometry of the region under consideration on the nature of the flow is studied. Cases of changing flow regimes, as well as condensation and evaporation of liquid, are presented. It is shown that the values of the height of the liquid layers have a significant effect on the nature of the flow.

Keywords: exact solution; mass transfer; thermal diffusion, diffusion thermal conductivity

Рассматривается стационарная задача о течении жидкости и газа в горизонтальном канале с твердыми непроницаемыми верхней и нижней

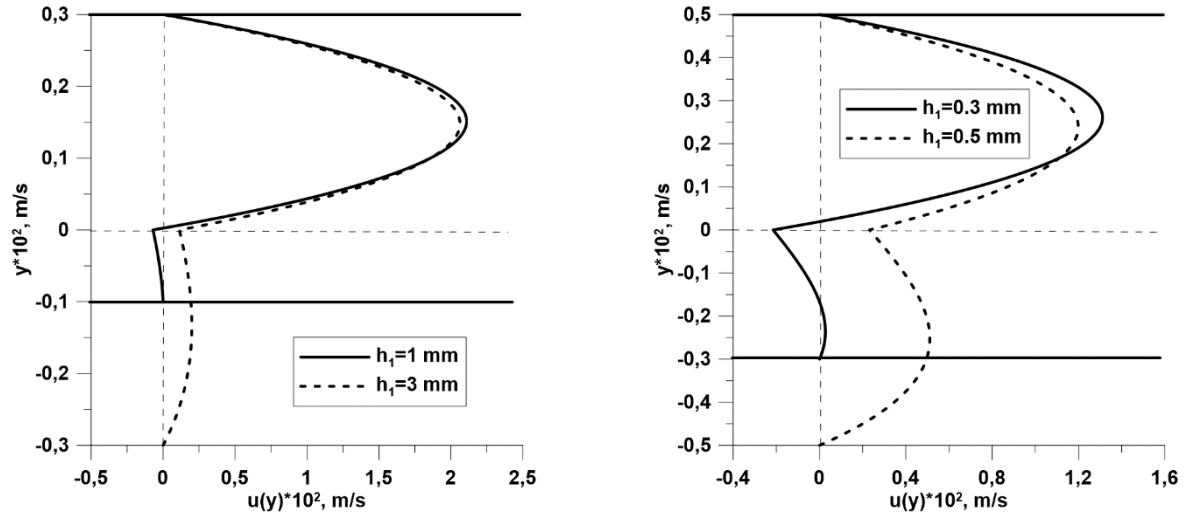
© Ласковец Е.В., 2025

стенками. Граница раздела сред полагается недеформируемой. Для изучения влияния физических и геометрических характеристик на течения в системе „жидкость — газ“ построено точное решение, являющееся обобщением решения Остроумова – Бириха [1, 2]. На термокапиллярной границе раздела учитываются эффекты тепло- и массопереноса. При моделировании процессов в двухкомпонентном верхнем слое системы, состоящем из газа и паров жидкости, принимаются во внимание эффекты Соре и Дюфура, а также задан расход газа. Математическая модель основана на приближении Буссинеска уравнений Навье-Стокса, а также уравнении диффузии для описания переноса пара в газопаровом слое.

На твердых верхней и нижней стенках выполнены условия прилипания для скорости. На нижней границе системы задано линейное распределение температуры. На верхней стенке канала температура также может быть распределена линейно или удовлетворять условию теплоизоляции. Рассматриваются различные условия концентрации пара на верхней границе: условие полной абсорбции пара или условие отсутствия потока пара. На термокапиллярной границе раздела сред полагаются равными функции скорости и температуры, заданы кинематическое и динамическое условия, условие переноса тепла с учетом эффекта Дюфура и условие баланса масс с учетом эффекта Соре. Масса испаряющейся на границе раздела жидкости может полагаться постоянной или линейно зависеть от продольной координаты. Концентрация насыщенного пара вычисляется исходя из следствия уравнений Менделеева-Клапейрона и Клапейрона-Клаузиуса [3].

В качестве примера рассматриваются системы типа „этанол – воздух“ и „HFE-7100 – воздух“. Изучено влияние геометрии системы на структуру течения и процессы массопереноса жидкости. Представлены случаи смены режимов течения, а также процессов конденсации и испарения жидкости. Показано, что значения высоты нижнего и верхнего слоев системы оказывают существенное влияние на характер течения.

Рисунок 1 иллюстрирует смену режима течения в зависимости от значений толщин нижнего (h_1) и верхнего (h_2) слоев в системе „HFE-7100 – воздух“. Рассматривается случай, когда на верхней стенке канала задано линейное распределение температуры и условие отсутствия потока пара. Прочие физические параметры системы полагаются неизменными. В случае, когда параметр h_2 равен 3 мм, переход от термокапиллярного течения к пуазейлевскому наблюдается при малых значениях толщины жидкого слоя (см. рис. 1*а*). При увеличении высоты газопарового слоя до 5 мм в случае, когда параметр h_1 равен 3 мм сохраняется термокапиллярный режим течения. Смена режима течения здесь также наблюдается при возрастании значения h_1 (см. рис. 1*б*). Отметим также, что в рассматриваемых случаях пуазейлевские течения сопровождаются конденсацией паров жидкости на границе системы, тогда как при усилении термокапиллярного эффекта.



а) *б)*

Рис. 1. Профили скорости в системе при различных значениях толщин слоев: а) h_2 = 3 мм; б) h_2 = 5 мм.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (код проекта 22-11-00243, https://rscf.ru/project/22-11-00243/).

Список литературы

1. *Остроумов Г. А.* Свободная конвекция в условиях внутренней задачи. Москва Ленинград: Гос. изд-во технико-теоретической литературы, 1952. 256 с.
2. *Бирих Р. В.* О термокапиллярной конвекции в горизонтальном слое жидкости // ПМТФ. 1966. № 3. С. 69–72.
3. *Гончарова О. Н., Резанова Е. В., Люлин Ю. В., Кабов О. А.* Изучение конвективных течений жидкости и спутного потока газа с учетом испарения // ТВТ. 2017. Т. 55, № 6. С. 720–732.

К ОЦЕНКЕ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ СВЯЗНОСТИ ПОЛЕЙ ГОДОВЫХ И СЕЗОННЫХ СУММ ОСАДКОВ

А. П. Лепихин, Т. Н. Синцова
Горный институт УрО РАН
614007, Пермь, ул. Сибирская, 78а

Цель исследования – оценка пространственной связности полей годовых и сезонных сумм осадков. Показано, что для сезонных и годовых пространственных корреляционных функций сумм осадков как в Турции, так и на территориях европейской части и Урала среднемесячная, годовая пространственная корреляционная функция имеет монотонно убывающую тенденцию, что означает, что в среднем региональные модели осадков почти однородны и изотропны. В результате проведенных исследований выявлено, что для рассматриваемых территорий значения пространственных коэффициентов корреляции поля осадков в летние месяцы более низкие, чем зимний сезон. Предложено описание сезонных, годовых пространственных корреляционных функций сумм осадков и стока через характеристики горизонтального влагопереноса в атмосфере (средняя скорость влагопереноса V, коэффициент макротурбулентного обмена χ).

Ключевые слова: пространственная связность, корреляционные функции, сумма осадков, скорость влагопереноса, коэффициент макротурбулентного обмена

TO THE ASSESSMENT OF SPATIAL CONNECTIVITY OF FIELDS OF ANNUAL AND SEASONAL PRECIPITATION TOTALS

A. P. Lepikhin, T. N. Sintsova
Mining Institute of the Ural Branch of the Russian Academy of Sciences
78a Sibirskaya St., 614007, Perm

The aim of the study is to assess the spatial connectivity of the fields of annual and seasonal precipitation amounts. It is shown that for seasonal and annual spatial correlation functions of precipitation amounts both in Turkey and in the territories of the European part and the Urals, the average monthly, annual spatial correlation function has a monotonically decreasing trend, which means that, on average, regional precipitation patterns are almost homogeneous and isotropic. As a result of the studies, it was revealed that for the territories under consideration, the values of the spatial correlation coefficients of the precipitation field in the summer months are lower than in the winter season. Seasonal, annual spatial correlation functions of precipitation and runoff amounts are described through the characteristics of horizontal moisture transfer in the atmosphere (average moisture transfer velocity V, macroturbulent exchange coefficient χ).

Keywords: spatial connectivity, correlation functions, precipitation amount, moisture transfer rate, macroturbulent exchange coefficient

Введение

Для решения очень широкого круга задач принципиальное значение имеет оценка пространственной связности полей осадков и стока. Несмотря на то, что поля осадков определяются локальными точечными характеристиками, а поля

© Лепихин А.П., Синцова Т.Н., 2025

стока по своей природе являются интегральными, относящимися к определенной территории, механизмы формирования их пространственной связности за достаточно большие временные интервалы осреднения $T_{ос} >> T_{доб}$ (где $T_{доб}$ – характерное время добегания) оказываются весьма близки. Пространственная связность полей стока при достаточно больших масштабах осреднения должна определяться в доминирующей степени синхронностью колебаний полей осадков. Факторы подстилающей поверхности также, как и другие факторы, влияющие на формирование стока, характеризуются значительно большей временной инерционностью. Значительно больше для описания механизмов формирования пространственной связности полей осадков и стока подходят орографические факторы.

Материалы и методы

В качестве «меры» пространственной связности в гидрометеорологических задачах используют коэффициент корреляции Пирсона, представляющий собой отнормированный второй центральный момент. Так как локальные неоднородности полей осадков в первую очередь проявляются в виде пространственной неоднородности средних значений и их дисперсий, то связность центрированных, нормированных показателей $X_i = \frac{x_i - \bar{x_i}}{\sigma_{xi}}$, где $\bar{x}$, σ_x – среднее арифметическое значение и среднее квадратичное отклонение рассматриваемых полей, соответственно, в значительно большей степени характеризуется однородностью и изотропностью.

Колебания сумм осадков за достаточно длительный период осреднения по многочисленным оценкам [1] достаточно близки к нормальному в силу центральной предельной теоремы (ЦПТ). Поэтому использование в данной задаче для оценки их пространственной связности параметрических критериев вполне оправдано. В условиях высокой разреженности сети метеорологических станций, имеющих достаточно длительные ряды наблюдений, простейшим подходом к оценке пространственной связности рассматриваемых рядов является принятие допущения однородности и изотропности рассматриваемых полей осадков и стока.

При данном допущении принимается, что единственным параметром, определяющим связность колебаний осадков в двух пунктах наблюдений, является расстояние между ними *l*. Для оценки пространственной связности полей стока ситуация более сложная. Необходимо учитывать размеры бассейнов. Если размеры рассматриваемых бассейнов достаточно малы и в их пределах сохраняется высокая синхронность полей осадков, то зависимости, полученные для полей осадков, должны наблюдаться в первом приближении и в характере связности полей стока. Если линейные размеры рассматриваемых речных бассейнов достаточно большие, то в этом случае необходимо учитывать локальные связности полей осадков в масштабах рассматриваемого речного бассейна.

Обсуждение результатов

Большинство оценок пространственной связности рассматриваемых полей осадков и стока выполнено в допущении их однородности и изотропности. В этих условиях единственным параметром, определяющим связность колебаний рассматриваемых гидрометеорологических показателей для одной и той же территории, становится некоторый локальный масштаб расстояния l между пунктами наблюдений. Многочисленные оценки пространственных корреляционных функций полей осадков и стока построены в данном приближении. При этом для одних территорий, для определенных времен года пространственная связность снижается более интенсивно, для других менее интенсивно. При этом данные различия весьма существенны, статистически значимы [1]. Таким образом должны существовать, кроме расстояния между пунктами наблюдений и другие факторы, определяющие пространственную связность полей осадков и стока при их значительном осреднении. В качестве определяющих должны рассматриваться факторы, характеризующие некоторую пространственную и временную связность, при этом в определенной мере удовлетворять условиям локальной однородности и изотропности.

Факторы подстилающей поверхности в первую очередь орографические, как показано выше, не могут рассматриваться в качестве таковых. При достаточно масштабном пространственно-временном осреднении величина атмосферных осадков определяется атмосферным влагопереносом [2]. Соответственно, и характер пространственной связности полей осадков должен определяться характером, структурой полей переноса влаги.

При этом основными параметрами, определяющими особенности атмосферного влагопереноса, кроме самого влагосодержания, являются скорость атмосферного влагопереноса V [м/с] и коэффициент макротурбулентного обмена χ [м^2/с]. Так как сами абсолютные значения влагосодержания не могут непосредственно влиять на характер их пространственной связности, то в качестве основных определяющих параметров следует рассматривать соответственно следующие три параметра l, V, χ.

При параметризации пространственной корреляционной функции необходимо также учитывать ее следующие специфические характеристики

$$|R(l)| \leq 1, \tag{1}$$

$$dR(l)/dl \leq 0. \tag{2}$$

При построении пространственной корреляционной функции $R(l)$ в однородной изотропной постановке на основе анализа размерностей для обеспечения выполнения условий (1), (2) в качестве определяемой зависимости следует рассматривать не саму функцию $R(l)$, а ее первую производную по l. В этом случае число определяющих параметров n будет четыре R, l, V, χ, включая две независимые размерности ν_1, ν_2. В этом случае расчетное соотношение будет определяться двумя безразмерными комплексами, и будем соответственно иметь

$$\frac{dR(l)}{dl} = -\frac{1}{l} \cdot R^{\nu 1} \cdot \left(\frac{V \cdot l}{\chi}\right)^{\nu 2}. \quad (3)$$

В простейшем случае при ν_1=1, ν_2=1, решая (3), имеем

$$R(l)=\exp(-c_1 \cdot l), \quad (4)$$

где c_1 – безразмерная постоянная. Согласно полученным оценкам в [1] c_1=1/2; l – безразмерный масштаб расстояния,

$$l \sim \frac{L \cdot V}{\chi}. \quad (5)$$

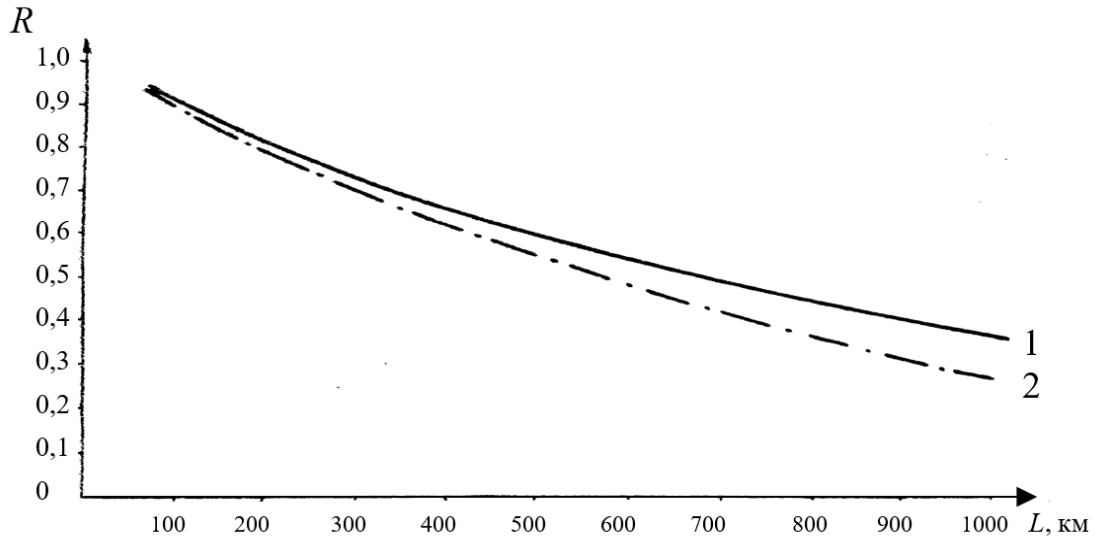


Рис. 1 Пространственная корреляционная функция поля влажности атмосферы на поверхности 850 млб для Европейской территории (1 - зима, весна, 2- лето) по [4]

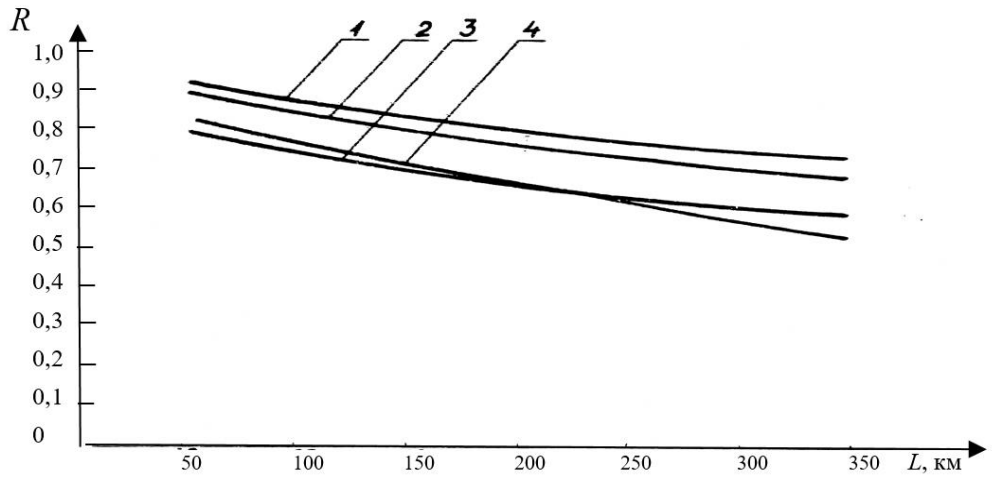


Рис. 2 Пространственные корреляционные функции полей осадков на исследуемой территории Урала (1 – сев. часть, холодный период; 2 – юж. часть, холодный период; 3 – сев. часть, теплый период; 4 – юж. часть, теплый период)

Достаточно отчетливо на примере европейской части территории, территории Урала в [1] и Турции [3] показано, что значения пространственных коэффициентов корреляции поля осадков в летние месяцы более низкие, чем зимний сезон. Это связано, по-видимому, с тем, что циклонические появления осадков преобладают зимой, тогда как конвективные появления довольно локальных осадков появляются в летний сезон (рис. 1, 2).

В статье [5] еще в 1975 г. были получены функции пространственных коэффициентов корреляции поля осадков, которые достаточно хорошо совпадают с расчетными коэффициентами корреляции для относительно однородной территории бассейна р. Днепр (рис. 3).

В работе [1] представлено очень подробное описание сезонных и годовых пространственных корреляционных функций сумм осадков и стока на основе средней скорости влагопереноса V и коэффициента макротурбулентного обмена χ. При этом при выше указанных значениях скорости переноса влаги и коэффициента макротурбулентного обмена соотношение (4) довольно хорошо отражает данные натурных измерений, приведенных в работах [6, 7] (рис. 3).

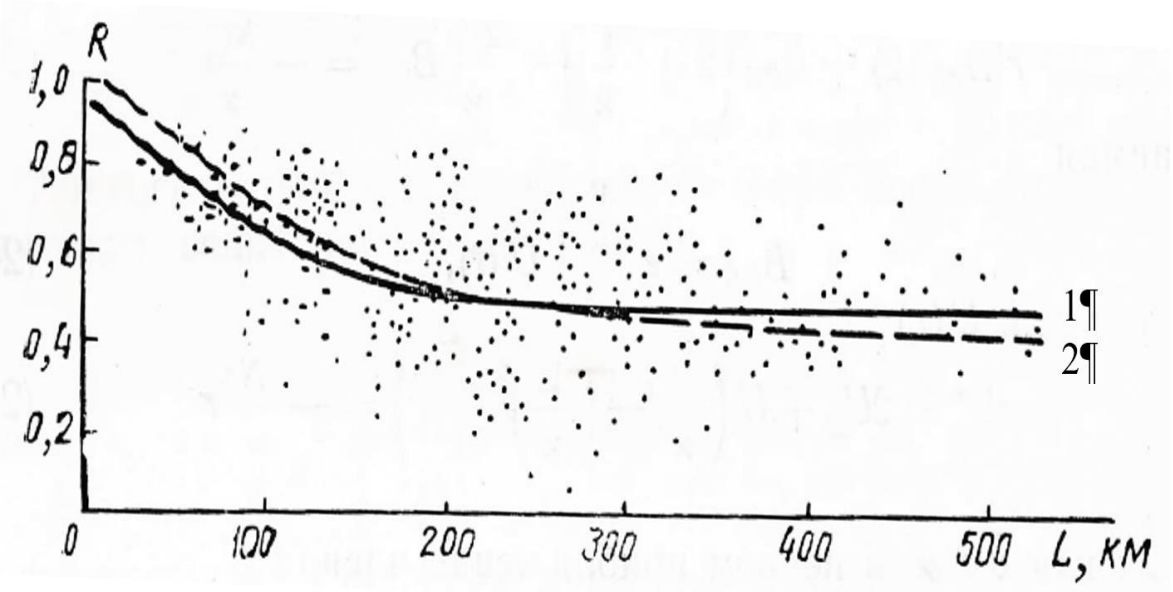


Рис. 3. Пространственная корреляционная функция осадков за год для бассейна р. Днепра (1 – по экспериментальным данным; 2 – по расчетным значениям) по [5]

Соотношение (4), описывающее пространственно-корреляционные функции полей осадков, является основой для построения аналогичных функций полей стока.

В настоящее время некоторые интерпретации этих пространственных корреляционных функций представлены в [3] на примере территории Турции. В рассматриваемой работе [3] показано, что наиболее очевидная убывающая тенденция наблюдалась с интервалами 30 км. При этом чем больше коэффициент усредненной корреляции в пределах первых 30 км, тем более сильно связана пространственная корреляция между местами измерения (рис. 4).

В работах [1, 3, 5] показано, что плавное уменьшение значений пространственных коэффициентов корреляции подразумевает, что региональный режим распределения осадков на территориях европейской части, Урала и Турции статистически однороден и изотропен [8] (рис. 1-4).

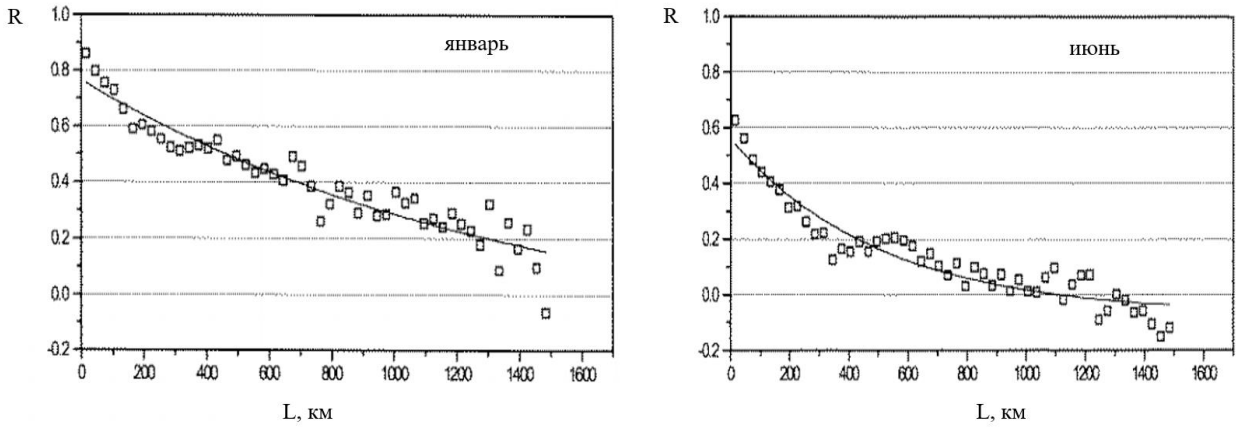


Рис. 4. Пространственная корреляционная функция сумм осадков за январь, июнь для территории Турции (сплошная линия – по теоретическим значениям) [3]

Как указано в соотношении (4), так и в работах [1, 3, 5], математически наиболее подходящей моделью для описания пространственно-корреляционных функций полей осадков является «отрицательно-экспоненциальная» функция. В общем случае в [3] отрицательно-экспоненциальная модель имеет следующее математическое выражение:

$$R_{ij} = a + b \exp(-c \cdot l_{ij}) \qquad (9)$$

где a, b, c – параметры модели; l_{ij} – расстояние между станциями i и j.

В приближении однородности и изотропности с использованием классического метода наименьших квадратов были оценены параметры модели (9) для полей осадков [3]. Были получены для территории Турции среднемесячные и годовые значения определяющих параметров соотношения (9), например, a = -0.16, b = 0.9 и c = 0.0007 для января и a = -0.07, b = 0.6 и c = 0.002 для июня.

Наряду с этим в работе [1] указано, что в соотношении (4) диапазон значений параметра c_1 колеблется $0.65\text{-}2.1 \cdot 10^{-3}$ согласно [2, 9]. При этом для зимы и первой половины весны фактические значения составляют $1.03 \cdot 10^{-3}$, а для осени $1.3 \cdot 10^{-3}$ [4], т.е. достаточно близко к расчетному интервалу параметра c_1.

В то же время представляется необходимым отметить, что принципиальное значение имеют общие характерные свойства для сезонных и годовых пространственных корреляционных функций сумм осадков как в Турции, так и на территориях европейской части и Урала (рис. 1-3), заключающиеся в следующем:

– каждая среднемесячная, годовая пространственная корреляционная функция показывает монотонно убывающую тенденцию, что означает,

что в среднем региональные модели осадков почти однородны и изотропны;

- при этом для территории Турции из-за процедуры усреднения в пределах первого 30-километрового интервала появляется, что коэффициент корреляции при нулевом лаге не равен 1, как теоретически ожидалось. По-видимому, это расхождение может быть частично обусловлено схемой усреднения, а частично - региональным разрывом в режиме осадков над Турцией;
- достаточно отчетливо на примере европейской части территории, территорий Урала [1] и Турции [3] показано, что значения пространственных коэффициентов корреляции поля осадков в летние месяцы более низкие, чем зимний сезон;
- существует принципиальная значимая связь пространственно-корреляционных функций полей осадков соотношений (4) и (9).

Заключение

В настоящее время существует практически единственная работа, вышедшая еще в 1976 г. в России, по ориентировочным оценкам пространственных корреляционных функций полей осадков и стока [1] на основе геофизических процессов, которая еще раз доказывает принципиальную значимость данных оценок. На протяжении практически 50-летнего периода ничего не изменилось в оценке данных функций, так в работе турецких авторов, опубликованной в 2001 года [3], представлены оценки ежемесячных пространственных функций корреляции осадков согласно соотношению (9), идентичному (4) в работе [1]. В результате проведенных расчетов согласно [1, 5] описание пространственных корреляционных функций сумм осадков и стока за период (сезон, год) возможно на основе характеристик горизонтального влагопереноса в атмосфере. В качестве основных определяющих параметров функции принимаются: средняя скорость влагопереноса V и коэффициент макротурбулентного обмена χ. При этом исходя из закономерностей горизонтального влагопереноса в первом приближении имеем $R(L)=A\cdot\exp(-c_1\cdot L)$, где $A \sim 1$, $c_1=1/2\cdot V/\chi$.

Список литературы

1. *Лепихин А.П.* Особенности обоснования и использования геофизических пространственных и временных моделей стока на основе уравнений диффузии: Автореферат дис. на соискание ученой степени кандидата географических наук. (11.00-07) / Перм. гос. ун-т им. А. М. Горького. Пермь. 1976. 22 с.
2. *Дроздов О.А., Григорьева А.С.* Влагооборот в атмосфере. Л. Гидрометеоиздат. 1963.
3. *Zekai Şen & Zeyad Habib* Monthly spatial rainfall correlation functions and interpretations for Turkey, Hydrological Sciences Journal, 2001. 46:4. 525-535. DOI:10.1080/02626660109492848

4. *Гандин Л.С., Мелешко В.П., Мещерская А.В.* О применении универсальных цифровых машин для исследования статистической структуры метеорологических полей. Труды IT0, 1963. Вып. 143. С. 113-129.
5. *Лепихин А.П.* Некоторые особенности теоретического исследования корреляционных функций полей осадков. Мелиорация земель Урала. 1975. №2.
6. *Калинин Г.П.* Проблемы глобальной гидрологии Л. Гидрометеоиздат. 1968.
7. *Лобанова А.П., Рождественский А.В.* Пространственные корреляционные функции речного стока в бассейне Днепра. Сб. работ по гидрологии. Л. Гидрометеоиздат. 1973. №11.
8. *Sen Z.* Regional drought and flood frequency analysis: theoretical considerations. J. Hydrol. 1980. 46. 265-279.
9. *Монин А.С., Яглом А.М.* Статистическая гидромеханика. Ч.1. Наука. 1965.

К ИЗМЕРЕНИЮ РАСХОДОВ ВОДЫ В ВОДОТОКАХ ХИМИЧЕСКИМ МЕТОДОМ

А. П. Лепихин., А. В. Богомолов, Т. Н. Синцова
Горный институт УрО РАН
614007, Пермь, ул. Сибирская, 78а

Цель исследования заключается в оценке методов измерения расходов воды. Показано, что из-за необходимости проведения большого количества измерений концентрации маркерного показателя оценка расходов воды с мгновенным введением маркера должна быть несколько ниже, чем при постоянном сбросе. Предложены определенные требования к выбору маркеров и организации самих замеров.

Ключевые слова: измерения, расход воды, химический метод

TO THE MEASUREMENT OF WATER FLOW IN WATER COURSES BY THE CHEMICAL METHOD

A. P. Lepikhin, A. V. Bogomolov, T. N. Sintsova
Mining Institute of the Ural Branch of the Russian Academy of Sciences
78a Sibirskaya St., 614007, Perm

The aim of the study is to conduct methods for assessing water consumption measurements. It is shown that due to the need to conduct a large number of measurements of the marker indicator concentration, the assessment of water consumption measurements with instantaneous introduction of the marker should be somewhat lower than with constant discharge. Certain requirements for the selection of markers and the organization of the measurements themselves are proposed.

Keywords: measurements, water consumption, chemical method

Введение

Наиболее распространенным, значимым количественным параметром, характеризующим водоток, является его расход, представляющий интеграл скорости потока по площади его поперечного сечения

$$Q \sim \int_{\omega} V(\omega) d\omega \quad (1)$$

или при записи в дискретной форме

$$Q \sim \sum_{i=1}^{N_B} \sum_{j=1}^{N_H} V_{ij} \cdot \Delta f_{ij}, \quad (2)$$

где Δf_{ij} – шаг разбиения поперечного сечения потока, соответственно, по глубине H и ширине потока B, соответственно, $N_B = B / \Delta f \cdot b$, $N_B = H / \Delta f \cdot h$.

© Лепихин А.П., Богомолов А.В., Синцова Т.Н., 2025

Если поток имеет простую геометрическую форму и распределение скорости потока описывается достаточно гладкой функцией, то оценка расхода воды не представляет каких-либо проблем.

В прямоугольном линейном канале достаточно часто применяются упрощенные способы измерений скорости потока, иногда даже с использованием всего одной промерной точки [1]. Чем сложнее геометрия поперечного сечения русла, тем большее количество точек измерения скорости потока требуется использовать [2]. Однако даже в установившихся потоках часто возникают технические сложности при измерении скорости потока более многоточечным способом.

Так как процесс измерения расхода воды по данной технологии достаточно медленный ($T_{из}$ для использования участка протяженностью $L_{изм}$), необходимо чтобы поток был установившимся и равномерным, т.е. выполнялись неравенства (3), (4)

$$\frac{\text{Тиз}}{Q}\frac{\partial Q}{\partial t} \ll \varepsilon, \tag{3}$$

$$\frac{L\text{изм}}{Q}\frac{\partial Q}{\partial x} \ll \varepsilon, \tag{4}$$

где ε – приемлемая погрешность измерения расхода воды.

Материалы и методы

Наиболее простой и очевидный подход к решению данной проблемы – совершенствование системы измерения скорости течения воды. Сейчас наибольшее распространение получила система измерения, построенная на совмещении эхолотов с доплеровскими акустическими измерителями скорости потока [3]. Однако при этом методе измерения остается проблема дискретности измерения Δh_i, Δb_j. Для горных рек с очень сложным поперечным сечением данные методы измерения могут давать неприемлемо высокую погрешность, поэтому для водных объектов с очень сложной морфометрией необходимо применение принципиально других подходов, несвязанных с пространственно-временной дискретностью измерений.

Результаты и обсуждение

Один из таких методов основан на оценке кратности разбавления. Исходя из элементарных балансовых оценок, что в зоне полного перемешивания должно наблюдаться, следуя закону сохранения, следующее балансовое соотношение (5) содержания маркерного поллютанта непосредственно в самом источнике и в контрольном створе

$$(q_{сб} \cdot S_{сб})_t \approx (Q \cdot S_{контр})_t, \tag{5}$$

принимая при этом для упрощения записи расчетных соотношений $S_{фон} \sim 0$.

Впервые на русском языке этот метод измерения расходов воды был описан Бернадским еще в 1913 г. [4], однако интерес к этой технологии измерения с особенностями его реализации сохранился до сих пор [5].

Рассмотрим условия, когда будет выполняться это простейшее соотношение (5). Вводимый маркерный поллютант должен быть консервативным, т.е. характерное время изменения его содержания $T_{тр}$ за счет трансформации вследствие внутриводоемных процессов должно быть значительно больше, чем время добегания до контрольного створа $T_{доб} \sim L/V$, т.е. $T_{доб} << T_{тр}$

$$\text{Ттр} \sim \left(\frac{\frac{\partial}{\partial t}\left(\int_{\omega} V(\omega)C(\omega)\right)}{\int_{\omega} V(\omega)C(\omega)} \right)^{-1}. \qquad (6)$$

Вводимые маркеры должны быть гидродинамически пассивными, т.е. не оказывать воздействие на гидродинамику потока, и естественно не токсичными, не способными оказывать значимое негативное влияние на гидробионтов и потребительские свойства воды. При этом погрешность измерения, используемого маркерного поллютанта, должна быть значительно меньше, чем допустимая погрешность измерения расходов воды.

Условие длительного равномерного введения маркерного поллютанта в водотоке очень сложно выполняется. Поэтому необходимо оценить условия, при которых бы выполнялось неравенство (6).

При поступлении поллютанта в водный объект происходит снижение его концентрации под воздействием совокупности молекулярной и турбулентной диффузии, а также диффузии Тейлора [6].

Если коэффициенты молекулярной диффузии весьма малы и определяются температурой воды и химическим составом маркера, по определению однородны и изотропны, а коэффициенты турбулентной диффузии могут рассматриваться таковыми только в первом приближении, то Тейлоровская диффузия, обусловленная неоднородностью распределения скорости течения по его поперечному сечению, существенна анизотропна [6].

Линейные размеры зоны распространения поллютанта в диффузионном приближении характеризуются следующими параметрами по глубине потока $L_H = (Dzz \cdot t)^{1/2}$, по ширине потока $L_B = (Dyy \cdot t)^{1/2}$, вдоль потока $L_X = V\,t + (Dxx \cdot t)^{1/2}$, где *Dzz, Dyy, Dxx* – коэффициенты диффузии по глубине, ширине потока и продольной диффузии, соответственно, *t* – время «добегания» от источника поступления маркера в водоток до контрольного створа, где производятся измерения. Принимая, что $t \sim L_X / V$, где L_X – расстояние от источника поступления маркера в поток до контрольного створа, *V* – средняя характерная скорость потока на рассматриваемом участке, нетрудно оценить расстояние до створа эффективного перемешивания по глубине потока

$$L_{XH} >> H^2 \cdot Vx / Dzz, \qquad (7)$$

соответственно, по ширине потока

$$L_{XB} >> B^2 \cdot Vx / Dyy. \quad (8)$$

Согласно большинству прикладных моделей турбулентности в русловых потоках

$$Dzz \sim Pzz \cdot Vx \cdot H, \quad (9)$$

$$Dyy \sim Pyy \cdot Vx \cdot H, \quad (10)$$

Подставляя (3), (4) в (5) и (6) соответственно будем иметь

$$L_{XH} >> \text{H} / Pzz, \quad (11)$$

$$L_{XB} >> B / Pyy, \quad (12)$$

контрольный створ соответственно должен располагаться на расстоянии $L_{\text{конт}} \geq L_{XB} \geq L_{HB}$. При этом начало измерения концентрации маркера должно проводиться не раньше, чем $T >> (Dxx\ Lx/Vx)^{1/2} / Vx$ от начала пуска поллютанта.

Данная схема измерения расходов воды основана на использовании минимального объема априорной информации о гидродинамике потока и соблюдении неравенств (5), (6), что требует наличия соответствующего оборудования по обеспечению длительного, равномерного поступления маркера в водоток.

В тоже время горные реки, для которых рассматриваемый метод представляет наибольший интерес, характеризуются весьма быстрым прохождением паводка.

Однако, если принять некоторые допущения о характере перемешивания в рассматриваемом водотоке, то можно рассматривать *схему измерения при мгновенном (залповом) введении маркера в поток*. Этот подход основан на Гауссовой схеме формирования продольной дисперсии. Согласно этой схеме при мгновенном введении поллютанта в поток его содержание на расстоянии L от источника поступления (рис. 1) должно описываться следующим соотношением:

$$C(L,t) \sim A(L)\left(-\frac{(L-V\ t)^2}{2\sigma_x^2}\right), \quad (13)$$

где $\sigma_x \sim (2 * D_{xx}\ t)^2$.

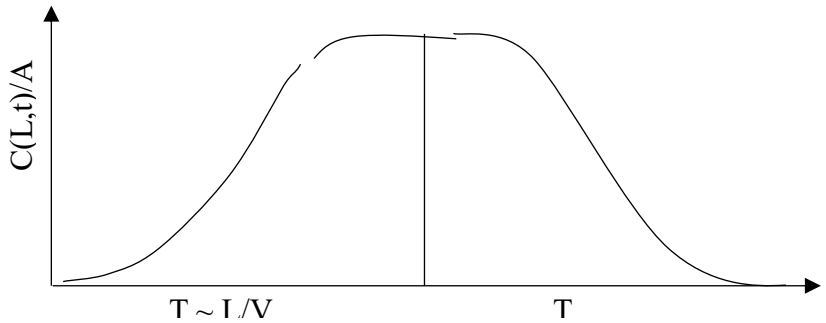


Рис. 1. Характерный профиль кратковременного повышения концентрации загрязняющего вещества

Параметр $A(L)$, имеющий размерность кг/м^3, определяется из соотношения интенсивности вертикального и поперечного перемешивания на участке от источника загрязнения $L_{x\ \text{контр}}$.

В простейшем случае, если размеры поперечного сечения водотока достаточно малы, скорость течения достаточна для обеспечения интенсивного перемешивания, принимая, что $L_{x\ \text{контр}} > L_{XB} > L_{XH}$

$$A(L) \sim \frac{G}{W(\pi D_{xx} Lx/V)^{1/2}} \sim \frac{G}{W(\pi D_{xx}\, t)^{1/2}}, \qquad (14)$$

где W – площадь поперечного сечения водотока.

В этом случае при проведении регулярных измерений концентрации маркера можно по соотношениям (13), (14) определить значение параметра $A(L)$, затем зная объем поступления в водоток маркера W нетрудно оценить отношение $Dxx/V \sim Pxx$ *Нэф*, а на основе этих переменных определить непосредственно значение расхода водотока.

В общем случае при невыполнении неравенств (10), (11) при активной продольной диффузии, при смешении по глубине и ширине потока, достаточной близости к источнику, величина коэффициента $A(t) \sim 1/t^{3/2}$, а при равномерном смешении только по глубине потока $A(t) \sim 1/t$ [7]. Данные обстоятельства могут вносить очень существенную погрешность в оценку основного расчетного показателя – расхода воды. При этом данная схема требует введения значительно большего количества допущений и предположений о гидродинамике рассматриваемого водного потока. Поэтому при решении практических задач при мгновенном вводе маркера, как и при варианте постоянного сброса, исходят из простейшего балансового соотношения без обращения к гидродинамическим моделям потока. Несмотря на поперечное перемешивание и продольную дисперсию общее количество маркеров, прошедшее через поперечное сечение потока за время $T_{\text{из}} >> (Dxx \cdot L/V)^{1/2} / V$, должно соответствовать количеству поступившему в водоток, т.е.

$$G = \int_0^{T\text{из}} C_\omega(\omega, t)dt \sim Q \cdot \sum_i^N C(t)\Delta t, \qquad (15)$$

где $N = 2\ T\text{изм} / \Delta t$, $C_\omega(\omega, t)$ – средняя по поперечному сечению концентрация маркера, фиксируемая в момент времени t.

Соответственно, как следует из данного балансового соотношения (15), расход водотока может быть определен как

$$Q = \frac{G}{\sum_i^N C_i \Delta t}. \qquad (16)$$

где Δt - интервал времени, в течение которого наблюдается концентрация Ci.

Данная схема расчетов содержит значительно меньшее количество априорных допущений. Оно основано только на допущении гладкости функции скорости потока, однако требует достаточно большого количества замеров концентраций при априорной объективности оценки $T_{\text{из}}$. Тем не менее из-за необходимости проведения достаточно большого количества измерений

концентрации с определенной погрешностью оценка расходов воды по соотношению (16) с мгновенным введением маркера должна быть несколько ниже, чем по схеме (5) с постоянным вводом.

При всей своей простоте и очевидности данная технология измерения расходов воды предъявляет определенные требования как к выбору маркеров, так и организации самих замеров.

Заключение

В результате проведенных исследований показано, что оценка расходов воды с залповым введением показателя ниже, чем при его постоянном сбросе. Поэтому необходимо выполнение основных требований к выбору вещества, используемого в качестве маркера:

- оно не должно быть токсичным даже в малых концентрациях;
- должны существовать, быть доступными методы измерения, позволяющие определять малые концентрации с погрешностями приемлемыми для измерения расходов;
- вещество должно быть консервативно, по крайней мере его коэффициент неконсервативности k должен обеспечивать выполнение следующего неравенства $k * \frac{L}{V} \ll \acute{\varepsilon}$, где $\acute{\varepsilon}$ – приемлемая погрешность измерения расходов воды, а также гидродинамически пассивная, т.е. не оказывающая какого-либо влияния на гидродинамику потока.

Горные реки, на которые в первую очередь ориентируются рассматриваемые методы оценки расходов воды, характеризуются как высокой турбулентностью, так и быстрой временной изменчивостью расходов воды. Поэтому расстояние от места ввода маркеров до контрольного створа должно обеспечивать достаточно равномерное и полное смешение маркера по поперечному сечению потока, при этом характерное время отслеживания изменения концентраций в контрольном створе при мгновенном введении маркера должно быть много меньше характерной временной изменчивости самого расхода воды.

Список литературы

1. СТО 4.2-3-2015 Мелиоративные системы и сооружения. Открытые каналы. Правила определения расхода воды с использованием метода одноточечного измерения скорости потока.
2. Методические указания. ГСИ. Расход воды на реках и каналах. Методика выполнения измерений методом «скорость - площадь». МИ 1759-87. Изд. стандартов. М. 1987. 25 с.
3. РД 52.08.767-2012 Расход воды на водотоках. Методика измерений акустическими доплеровскими профилографами "Stream Pro" и "Rio Grande" / Министерство природных ресурсов и экологии РФ; Росгидромет. СПб.: Нестор-История. 2012.

4. *Бернадский Н. М.* Измерение расходов воды химическим методом. СПб. 1913.
5. Рекомендации Р 52.08.930 – 202. ФГБУ «ГГИ». С.-П. 2023.
6. *Монин А. С., Яглом А. М*. Статистическая гидродинамика. Изд. Наука. 1965.
7. *Полянин А. Д., Вязьмин А. В., Журов А. И., Казенин Д. А*. Справочник по точным решениям уравнений тепло- и массопереноса. Факториал. М. 1998.

ИССЛЕДОВАНИЕ ХАРАКТЕРА ДРЕЙФОВЫХ ТЕЧЕНИЙ НА НЕБОЛЬШИХ ВОДНЫХ ОБЪЕКТАХ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ БПЛА

А. П. Лепихин., А. И. Лучников, Т. Н. Синцова
Горный институт УрО РАН
614007, Пермь, ул. Сибирская, 78а

Цель исследования – оценка характера дрейфовых течений на небольших водных объектах с использованием БПЛА. Показано, что линейная статистически значимая связь между скоростями ветра W и скоростями данных течений наблюдается только при W > 2.5-3 м/с. Результатом исследований является оценка ветровых коэффициентов и скорости дрейфовых течений на различных глубинах при температуре 24 ^{0}C и средней скорости ветра W ~ 3.73 м/с.

Ключевые слова: дрейфовое течение, ветровой коэффициент, БПЛА

STUDY OF THE NATURE OF DRIFT CURRENTS IN SMALL WATER BODIES USING UAVS

A. P. Lepikhin, A. I. Luchnikov, T. N. Sintsova
Mining Institute of the Ural Branch of the Russian Academy of Sciences
78a Sibirskaya St., 614007, Perm

The aim of the study is to assess the nature of drift currents on small water bodies using UAVs. It is shown that a linear statistically significant relationship between wind speeds W and the speeds of these currents is observed only at W > 2.5-3 m/s. The result of the study is an assessment of the wind coefficients and the speed of drift currents at various depths at a temperature of 24 0C and an average wind speed of W ~ 3.73 m/s.

Keywords: drift current, wind coefficient, UAV

Введение

Дрейфовые течения, формируемые вследствие взаимодействия воздушного потока с водной поверхностью, являются настоящее время активным объектом исследования. Однако они в значительной мере исследуются как решение соответствующих задач в океанологии и крупных озерах. В то же время для решения задач хозяйственного использования, обеспечения экологической безопасности небольших водных объектов, как правило, наиболее часто подвергаемых, активному техногенному воздействию, оценка дрейфовых течений играет ключевую роль [1].

При этом прямой непосредственный перевод полученных результатов в океанологии на небольшие водные объекты некорректен, так как эти водные объекты принципиально отличаются не только размерами, плотностью воды, но характерными временными масштабами, для которых требуется описание дрейфовых течений. В то же время для данных водоемов не представляет интерес спираль Экмана, играющая в океанологии ключевую роль.

© Лепихин А.П., Лучников А.И., Синцова Т.Н., 2025

Согласно многочисленным экспериментальным данным и теоретическим оценкам [2-6], при решении практических задач, как правило, принимается линейное приближении зависимости скорости дрейфового течения (V) от скорости ветра (W), т. е.:

$$V = k_{ветер} \cdot W, \quad (1)$$

где V – скорость дрейфового течения, м/с; $k_{ветер}$ – ветровой коэффициент; W – скорость ветра, м/с.

При этом первые достаточно строгие оценки были получены в океанологии [2 - 6] с допущением, что ветер постоянен как по скорости, так и направлению, а водный объект имеет неограниченную глубину. Особое внимание было уделено оценке изменения направления течения с глубиной, по отношению к направлению ветра, вследствие эффекта Кориолиса. Данный эффект имеет принципиальное значение для больших глубоких водных объектов, а на небольших, мелких водоемах он не может значимо проявляться. В тоже время на этих объектах (небольших, мелких водоемах) принципиальное значение имеют такие характеристики как морфометрия, вертикальная плотностная стратификация, температура воздуха и воды, пространственная и временная изменчивость ветра.

Как показывают многочисленные экспериментальные данные, полученные на различных водных объектах, наблюдается очень широкий диапазон изменения ветрового коэффициента $0.008 \leq k_{ветер} \leq 0.06$ [2, 4-6] при задании параметров V и W одной размерности. В чем причина такого широкого разброса значений коэффициентов $k_{ветер}$ для относительно небольших однородных по морфометрическим характеристикам водных объектов? Эти оценки широко используются в озероведении [3], гидрологии водохранилищ [7]. Однако для решения практических задач на современном уровне этого совершенно недостаточно.

В [8, 9] на основе достаточно строгого анализа формирования дрейфовых течений в водных объектах было показано, что ветровой коэффициент в соотношении (1) определяется следующим комплексом параметров:

$$k_{ветер} = \frac{\mu_a}{\mu_w} \cdot \frac{\delta_w}{\delta_a}, \quad (2)$$

где μ_w, μ_a – коэффициенты динамической вязкости соответственно воды и воздуха; δ_w , δ_a – толщина вязкого ламинарного подслоя соответственно для воды и воздуха.

Учитывая, что динамическая вязкость воды при повышении ее температуры снижается значительно сильнее, чем изменение динамической вязкости воздуха, то отношение $\frac{\mu_{воздух}}{\mu_{вода}}$ должно существенно возрастать с увеличением температуры. В то же время, как показано в работах [8, 9], величины параметров δ_w δ_a определяются скоростью ветра. При этом, как показано в [8], при скорости ветра

W = 1 м/с отношение $\frac{\delta_w}{\delta_a} = 1.16$, при W= 2 м/с, $\frac{\delta_w}{\delta_a} = 1.35$, а при $W \geq 3$ м/с – $\frac{\delta_w}{\delta_a} = 2.35$.

Таким образом, при оценке ветрового коэффициента $k_{ветер}$ определяющими параметрами выступают в первую очередь температура воды и скорость ветра. Поскольку натурные измерения могут выполняться в значительных диапазонах значений температуры воды и скорости ветра – данные факторы достаточно хорошо объясняют наблюдаемый широкий диапазон экспериментальных оценок коэффициента $k_{ветер}$. Для удобства оценки данного коэффициента на рисунке 1 представлена его зависимость от температуры при различных скоростях ветра. Так динамическая вязкость воздуха не очень существенно изменяется в зависимости от температуры, и ее значение принимается соответствующей температуре воды.

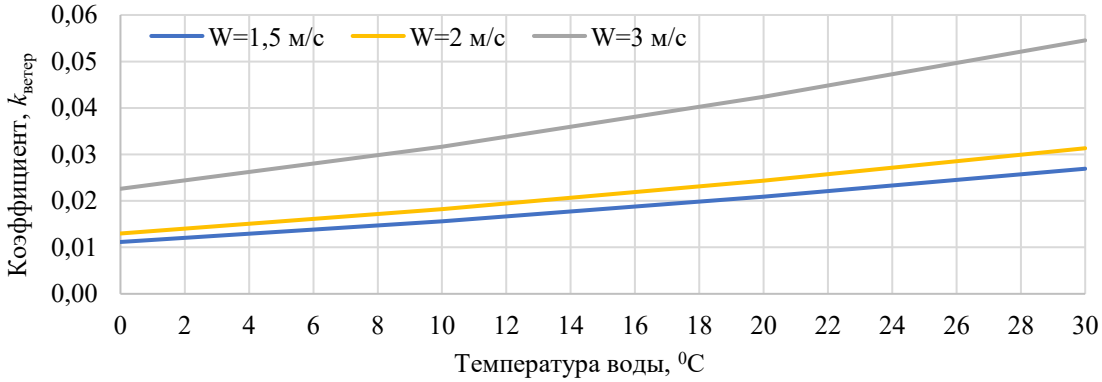


Рис. 1. График изменения ветрового коэффициента $k_{ветер}$ в зависимости от температуры воды при различных скоростях ветра W

Как следует из рис. 1, значение данного коэффициента $k_{ветер}$ при температуре воды и воздуха 25 °С более чем 2 раза больше, чем при 5 °С. Данные оценки были получены на лабораторных установках для некоторых модельных условий. В связи с эти принципиальный интерес представляет оценка эффективности этих соотношений при работе на конкретных водных объектах.

Материалы и методы

Отработка технологии оценки скоростей дрейфовых течений с использованием БПЛА было проведено на Верхне–Зырянском водохранилище, являющимся важным источником технического водоснабжения предприятий г. Березники. Его морфометрические и гидрологические характеристики даны в [10, 11]. Технология проведения подобных экспериментов описана в [12].

При проведении данных натурных экспериментов предварительно на акватории Верхне-Зырянского водохранилища были закреплены 8 контрольных буев из сверхлегких плавучих материалов (экструзионный пенополистирол) в виде ярких квадратных планшетов 0.6 х 0.6 м. Для стабилизации их положения на акватории и минимизации влияния ветра каждый буй укреплялся на 3 разнонаправленных (~110-130°) растяжках. Размеры, форма и цвет поплавков

(маркеров) был выбран так чтобы обеспечивалось их безошибочное обнаружение на фотографиях с БПЛА при высоте съемки до 400 м. Плановые координаты буев были определены с помощью ГНСС-приемника в режиме RTK от сети постоянно действующих рефенцных базовых станций. В качестве маркеров (поплавков) использовались круглые планшеты диаметром ~ 0.6 м (OSB-плита), окрашенные в различные цвета (8 шт.).

Для фиксации параметров метеорологических условий использовалась портативная метеостанция Kestrel, позволяющая в автоматическом режиме записывать данные наблюдений с осреднением в 1 минуту. Установка метеостанции выполнена на одном из центральных буев на треноге, на высоте 0.5 м от поверхности воды.

Аэрофотосъемка выполнялась с помощью квадрокоптеров DJI Phantom 4 Pro (2 комплекта) с дополнительными АКБ и возможностью их перезарядки в полевых условиях. По завершению подготовительных работ осуществлялся взлет, позиционирование и зависание квадрокоптера над центром акватории в месте планируемого спуска поплавков. Фотофиксация осуществлялась с наклоном камеры в надир (угол съемки 90°) с интервалом 1 минута. Параллельно выполнялись работы по спуску поплавков на акваторию с плавсредства (с наветренного борта). Далее каждые 18-20 минут на высоту зависания «снимающего» квадрокоптера выводился второй БПЛА. Выполнялось его позиционирование, настройка камеры и перевод в режим интервальной съемки. Только после этого, первый квадрокоптер возвращался на точку взлета для замены аккумуляторной батареи. Общее время эксперимента составило 280 минут.

За время эксперимента выполнено 3 цикла наблюдений при различных метеорологических условиях. Стартовая зона поплавков (место спуска) была единой для всех 3-х запусков. Непрерывное время интервальной съемки 3-х циклов составило 248 минут. Средняя температура воды в поверхностном слое составила 25 °С.

Обсуждение результатов

Выполненный комплекс натурных исследований показал, что ветровые характеристики и формируемые дрейфовые течения существенно неоднородны по акватории даже небольших водных объектов F~1-2 км^2. При этом могут существенно изменяться направления ветра, что очень существенно отражается на фиксированных перемещениях маркеров, характеризующих некоторую интегральную скорость. Наиболее существенно эта относительная неоднородность при малых скоростях ветра. При этом начинают играть существенную роль факторы, имеющие принципиально другой генезис, а также не квадратичный характер формирования гидравлического сопротивления. Так при скоростях ветра менее 2-2.5 м/с связь между скоростью ветра и скоростью перемещения маркера становится статистически очень слабой, коэффициент линейной Пирсоновской корреляции $r^2 \leq 0.1$. В то же время при скоростях ветра $W > 3.5$-4 м/с эта зависимость становится линейной, статистически значимой.

Поэтому все представленные в дальнейшем оценки дрейфовых течений даются для этих скоростей.

Еще более сложный характер носят дрейфовые течения, формируемые на определенных глубинах исследуемого водного объекта. Для описания распределения дрейфовых течений по глубине, как правило, используется логарифмическое распределение $V(Z) \sim W \cdot \left(\alpha - \beta ln\left(\frac{Z}{Z0}\right)\right)$ [13], при этом α~0.03, β~0.0027 с единственным пространственным масштабом, характеризующим величину шероховатости водной поверхности, формируемую в слое взаимодействия < воздух > - < вода > $Z_0 \sim 0.001$ [13]. Для решения данной задачи для малых водоемов в качестве важнейших параметров необходимо учитывать характерные глубины водного объекта, а при наличии значимой вертикальной плотностной стратификации расположение слоя скачка плотности.

Для сужения возможного сектора перемещения маркеров для анализа использовались материалы наблюдений, проведенных при достаточно устойчивой скорости ветра $W > 3$ м/с. Распределение скорости и повторяемости ветра во время проведения эксперимента представлено на рис. 2. Перемещение маркеров отслеживалось на следующих четырех горизонтах: поверхность; 0.5 м от поверхности; 1.0 м от поверхности; 2.0 м от поверхности, при характерной глубине водного объекта в зоне проведения эксперимента 3.5 м.

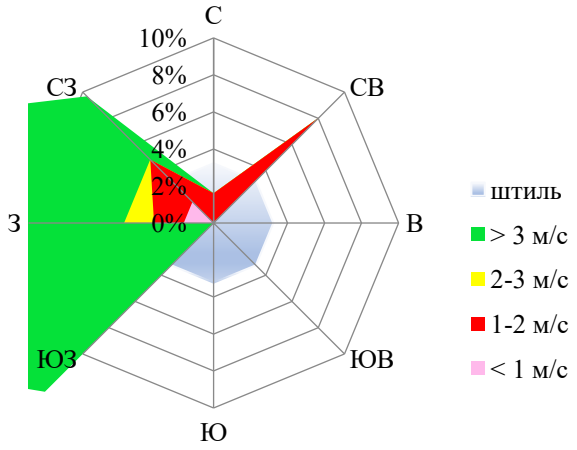


Рис. 2. Распределение скорости и направления ветра во время проведения эксперимента

Среднее значение ветрового коэффициента, полученное на основе наблюдения за каждым маркером, составило $k_{ветр} \sim 0.042$. Наблюденные значения данных коэффициентов достаточно хорошо соответствуют их расчетным значениям, определяемым по соотношению (2). Их несколько более заниженные значения по сравнению с расчетными объясняются неустойчивостью как направления, так и скорости ветра в начале проведения эксперимента (рис. 2). Распределение скоростей дрейфовых течений по глубине представлено в таблице 1.

Табл. 1. Экспериментальные оценки скорости дрейфовых течений на различных глубинах (при T ~ 24 ^{0}C, средняя скорость ветра во время проведения эксперимента W ~ 3.73 м/с)

Горизонт, м	Поверхность	0.5	1.0	2.0
Скорость течения м/с	0.16	0.11	0.07	0.05

Как следует из табл. 1, наблюдается снижение скорости потока в верхнем 2-х метровом слое воды. При этом распределение дрейфовых скоростей по глубине очень существенно отличается от подобных распределений, используемых в океанологии [14-16], из-за существенной ограниченности глубин.

Заключение

Проведенные натурные эксперименты по оценке дрейфовых течений на небольших водоемах с использованием БПЛА показали, что наблюдается достаточно устойчивая линейная статистически значимая связь между скоростями ветра W и скоростями данных течений только при W >2.5-3 м/с. При этом значения ветрового коэффициента очень существенно зависят от температуры воды. При более малых скоростях ветра статистическая значимая связь отсутствует, что связано по-видимому с существенной пространственно-временной неоднородностью полей ветра при их очень низких скоростях.

Список литературы

1. *Lyubimova T., Lepikhin A., Parshakova Y., Bogomolov A., Lyakhin Y. and Tiunov A*. Особенности гидродинамики малых поверхностных водоемов в зонах активного техногенеза (на примере Верхне-Зырянского водохранилища, Россия) // Water. 2021. Vol. 13. Is. 12. 16381-163818. https://doi.org/10.3390/w13121638
2. *Лепихин А. П., Ляхин Ю. С., Лучников А. И.* Опыт применения БПЛА для оценки коэффициентов горизонтальной турбулентной диффузии на небольших водных объектах // Водные ресурсы. 2023. Т. 50. № 2. С. 139-149.
3. *Богословский Б. Б.* Волны, течения и водные массы водоемов. Конспект лекций. Изд. ЛГМИ. 1980. 86 с.
4. *Филатов Н. Н.* Динамика озер. Л.: Гидрометеоиздат. 1983. 165 с.
5. *Csanady G. T.* J. Phys. Oceanogr. 1985. № 15. P. 1486.
6. *Banner M. L., Melvill W. K.* J. Fluid Mech. 1976. Vol. 77. P. 825.
7. *Матарзин Ю.М.* Гидрология водохранилищ. Учеб. для вузов по спец. "Гидрология" и "Геоэкология". Пермь: ПГУ. 2003. 295 с.
8. *Kamura H., Toba Y. J.* Fluid Mech. 1988. Vol. 197. P. 105.
9. *Иванова И. Н., Ильгисонис И. В., Мельникова О. Н., Показеев К. В.* Дрейфовое течение на гладкой и взволнованной поверхности воды //

Вестник Московского университета. Серия 3: Физика. Астрономия. 2006. № 3. С. 64-67.
10. *Лучников А. И., Ляхин Ю. С., Лепихин А. П.* Опыт применения беспилотных летательных аппаратов для оценки состояния берегов поверхностных водных объектов // Водное хозяйство России: проблемы, технологии, управление. 2018. № 1. С. 37-46.
11. *Мельникова О. Н., Показеев К. В., Рожновская А. А.* Торможение дрейфового течения на склонах ветровых волн в зоне усиления // Вестник Московского университета. Серия 3: Физика. Астрономия. 2013. № 4. С. 55-58.
12. *Лепихин А. П., Ляхин Ю. С., Лучников А. И.* Опыт применения БПЛА для оценки коэффициентов горизонтальной турбулентной диффузии на небольших водных объектах // Водные ресурсы. 2023. Т. 50. № 2. С. 139-149.
13. *Wagner T. J. W., Eisenman I., Ceroli A. and Constantinou N.* How Winds and Ocean Currents Influence the Drift of Floating Objects // J. Phys. Oceanogr. Vol. 52. Is. 5. 2022. P. 907-916. DOI: 10.1175/JPO-D-20-0275.1
14. *Chang Y.-C., Chen G.-Y., Tseng R.-S., Centurioni L. R., and Chu P. C.* Observed near-surface currents under high wind speeds // J. Geophys. Res. Vol. 117. 2012. C11026. DOI: 10.1029/2012JC007996.
15. *Lech Kasyk, Krzysztof Pleskacz, Tomasz Kapuściński* Analysis of Wind and Drifter Movement Parameters in Terms of Navigation Safety: The Example of Szczecin Lagoon // European Research Studies Journal. Vol. XXIV. Is. 3. 2021. P. 541-559.
16. *Henderson-Sellers B.* The dependence of surface velocity in water bodies on wind velocity and latitude // Appl. Math. Modelling. Vol. 12. 1988. P. 202-203.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОВЕДЕНИЯ ГАЗОВОГО ПУЗЫРЬКА В ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ, В КРУГОВОЙ ПОЛОСТИ, ПОД ДЕЙСТВИЕМ ПОСТУПАТЕЛЬНЫХ ВИБРАЦИЙ

Т. П. Любимова[a], Ю. В. Гаричева[b], А. О. Иванцов[a]
[a]Институт механики сплошных сред УрО РАН,
614013, Пермь, ул. Академика Королева, 1
[b]Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614990, Пермь, ул. Букирева, 15

Проведено численное моделирование поведения газового пузырька в вязкой жидкости в горизонтальном цилиндре кругового сечения, совершающем линейно-поляризованные поступательные вибрации в условиях невесомости. Под действием вибраций пузырек двигается к стенке сосуда с ускорением, зависящим от амплитуды и частоты вибраций. Вблизи стенки, на расстоянии порядка толщины вязкого пограничного слоя Стокса, проявляется тормозящее действие вязкости, вследствие чего возникает сила отталкивания пузырька от стенки. В результате, после некоторых колебаний, среднее положение пузырька перестает меняться, пузырек совершает лишь вынужденные колебания около положения, определяемого балансом силы притяжения и силы отталкивания.

Ключевые слова: пузырек; вибрация; вязкость

NUMERICAL MODELLING OF A GAS BUBBLE BEHAVIOR IN VISCOUS LIQUID IN CIRCULAR CAVITY UNDER TRANSLATIONAL VIBRATIONS

T. P. Lyubimova[a] , Y. V. Garicheva[b], A. O. Ivantsov[a]
[a]Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS,
1 Academician Korolev St., 614013, Perm
[b]Perm State University,
15 Bukireva St., 614990, Perm

Numerical modeling of a gas bubble behavior in a viscous liquid in a horizontal cylinder of round cross-section, performing linearly polarized translational vibrations, is carried out under weightlessness conditions. Vibrations lead to the bubble motion to the rigid wall of the container with the acceleration depending on the vibration amplitude and frequency. Near the wall (at a distance of the order of the thickness of the viscous Stokes boundary layer) the influence of viscosity raises, and the bubble is repelled from the wall by the repulsion force. As a result, after some oscillations, the average position of the bubble ceases to change; the bubble oerforms only forced oscillations around the position determined by the balance of the attractive and repulsive forces.

Keywords: bubble; vibration; viscosity

Настоящая работа посвящена исследованию поведения газового пузырька в вязкой жидкости в сосуде, совершающем линейно-поляризованные поступательные вибрации. Поведение одиночного твердого включения в

© Любимова Т.П., Гаричева Ю.В., Иванцов А.О., 2025

заполненном жидкостью сосуде, совершающем высокочастотные поступательные вибрации, рассматривалось в [1-4] в пренебрежении вязкостью. Исследование показало, что на частицу со стороны колеблющейся жидкости действует средняя вибрационная сила, в результате действия которой включение притягивается к ближайшей стенке. Для поступательных вибраций эта сила быстро уменьшается с ростом расстояния между включением и стенкой. Как в случае, вибраций стенки параллельно самой себе (тангенциальные вибрации), так и в случае, когда стенка колеблется перпендикулярно самой себе (нормальные вибрации) сила взаимодействия включения со стенкой в невязкой жидкости является силой притяжения.

Влияние вязкости на движение газовых пузырьков в жидкостях в условиях невесомости исследовалось в работе [5]. Обнаружено, что притяжение пузырька к ближайшей стенке в маловязких жидкостях сменяется отталкиванием в высоковязких жидкостях. В работе [6] это явление исследовалось экспериментально. Рассматривалось взаимодействие твердой сферической частицы, подвешенной на проволоке, со стенкой прямоугольной ячейки, заполненной жидкостью и подвергающейся горизонтальным вибрациям с различными частотами и амплитудами. Вязкость жидкости варьировалась для исследования силы притяжения или отталкивания, возникающей в направлении, нормальном к направлению вибраций.

Рассмотрим поведение цилиндрического газового пузырька в вязкой жидкости, заполняющей длинный горизонтальный цилиндр кругового сечения в условиях невесомости. Сосуд с жидкостью совершает линейно-поляризованные поступательные вибрации конечной амплитуды и частоты. Геометрия задачи представлена ниже (рис. 1). Задача рассматривается в двумерной постановке.

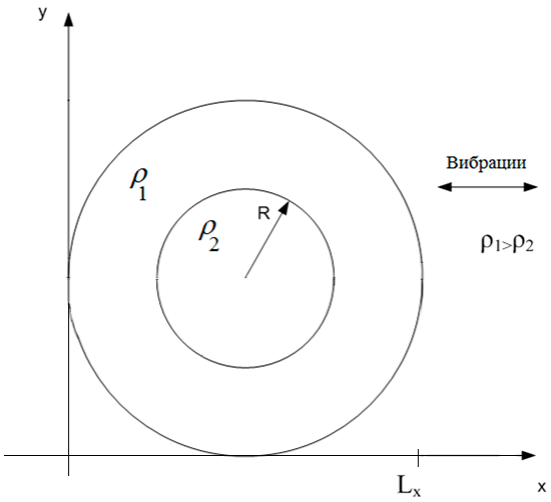


Рис. 1. Геометрия задачи

На твердых стенках полости ставится условие прилипания. В начальный момент времени пузырек находился вблизи центра полости со сдвигом по X в 0.1 мм от центра, скорости жидкости и пузырька равны нулю.

Для решения задачи использовался пакет прикладных программ Ansys-Fluent. Расчеты проводились для длинных горизонтальных цилиндров кругового

сечения в двумерной постановке. Расчетная сетка строилась в программе Ansys. Сетка прямоугольная, состоит из 4144 элементов.

Рассмотрим сначала динамику пузырька газа в жидкости с вязкостью, соизмеримой с водой (кинематическая вязкость: 1.07×10^{-6}м^2/с), в сосуде с твердыми стенками, который подвергается линейно-поляризованным поступательным вибрациям с амплитудой 0.2 мм и частотой 15 Гц. Радиус пузырька R = 0.75мм, то есть 1/2 от радиуса сосуда. На рисунке 2 представлена зависимость координаты центра масс от времени. Как видно, под действием вибраций пузырек совершает вынужденные колебания с частотой, равной частоте вибраций. Наблюдается также ускоренное среднее движение пузырька к ближайшей стенке сосуда. Это движение связано с действием средней вибрационной силы, действующей на пузырек со стороны колеблющейся жидкости.

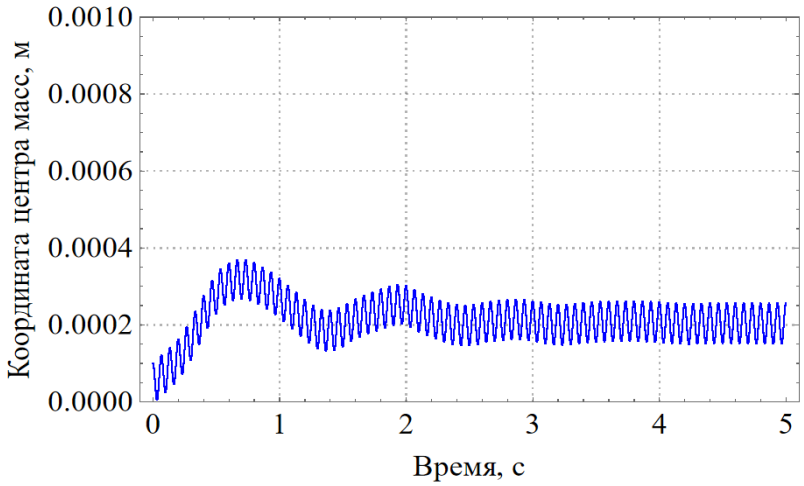


Рис. 4. Динамика пузырька в круговой области при амплитуде 0.2 мм и частоте 15 Гц

Формула для средней вибрационной силы, действующей на недеформируемое цилиндрическое включение, взвешенное в жидкости отличающейся плотности, при поступательных вибрациях была получена аналитически в [3] в пренебрежении вязкостью. В размерной форме эта сила на единицу длины цилиндра равна

$$F = -\frac{\pi}{2}\frac{b^2\omega^2 R_b\left(\rho_l-\rho_g\right)^2}{\left(\rho_l+\rho_g\right)^2}\left(\frac{l}{h}\right)^3,$$

где *h/l* – безразмерное расстояние между включением и стенкой. Происхождение этой силы связано с эффектом Бернулли: увеличение пульсационной скорости потока между стенкой и включением приводит к снижению давления в этой области, что приводит к притяжению включения к стенке.

За время около 2.5с пузырек движется по направлению к стенке, затем в течение примерно 0.5с совершает затухающие колебания около некоторого положения вблизи стенки. В дальнейшем среднее положение пузырька не

меняется, он совершает лишь вынужденные колебания на этом расстоянии от стенки.

Рассмотрим влияние амплитуды вибраций на динамику пузырька в круговой области. Для изучения влияния амплитуды вибраций расчеты проводились при фиксированном значении частоты вибраций 38.5 Гц и нескольких значениях амплитуды вибраций: 0.10, 0.15, 0.17, 0.20, 0.25, 0.30 мм.

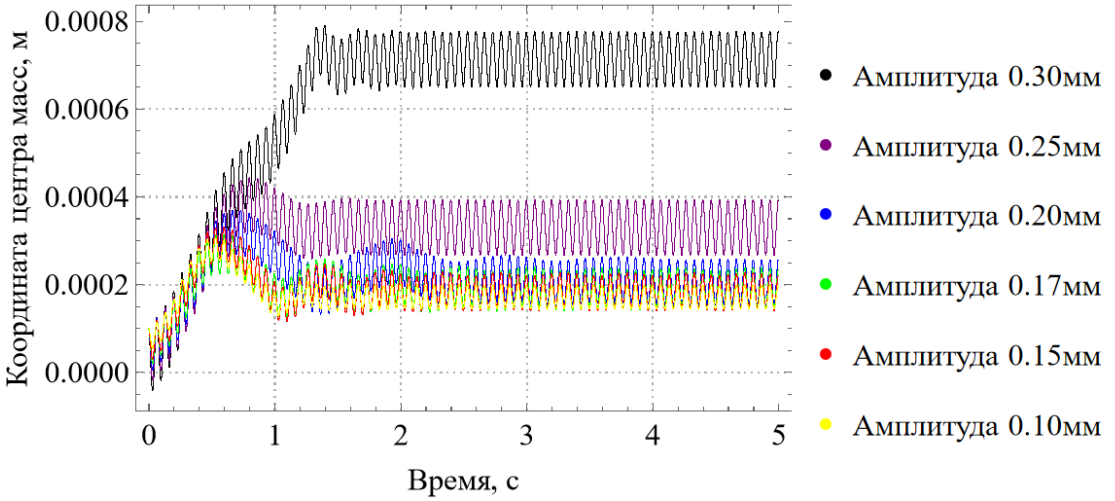


Рис. 3. Зависимости координаты центра масс пузырька от времени для различных амплитуд вибраций

На рис. 3 представлены зависимости координаты центра масс от времени для разных амплитуд. Как видно, под действием вибраций пузырек двигается в среднем к стенке сосуда с ускорением, зависящим от амплитуды вибраций. Как показали расчеты, при высоких амплитудах пузырек доходит до стенки и продолжает совершать вынужденные колебания. При меньших же амплитудах, пузырек не доходит до стенки. При амплитуде 0.25 мм сначала пузырек, как и при больших амплитудах, движется по направлению к стенке, но, дойдя до некоторого расстояния, меняет направление движения на противоположное и после некоторых колебаний выходит на квазиравновесное положение, около которого и колеблется в дальнейшем. При дальнейшем уменьшении амплитуды квазиравновесное положение пузырька еще больше смешается от стенки.

Это соответствует приведенной выше формуле для средней вибрационной силы, из которой следует, что средняя вибрационная сила пропорциональна квадрату амплитуды вибраций. Квазиравновесное расстояние, на котором пузырек совершает вынужденные колебания в окрестности стенки на последнем этапе, также уменьшается с ростом амплитуды вибраций.

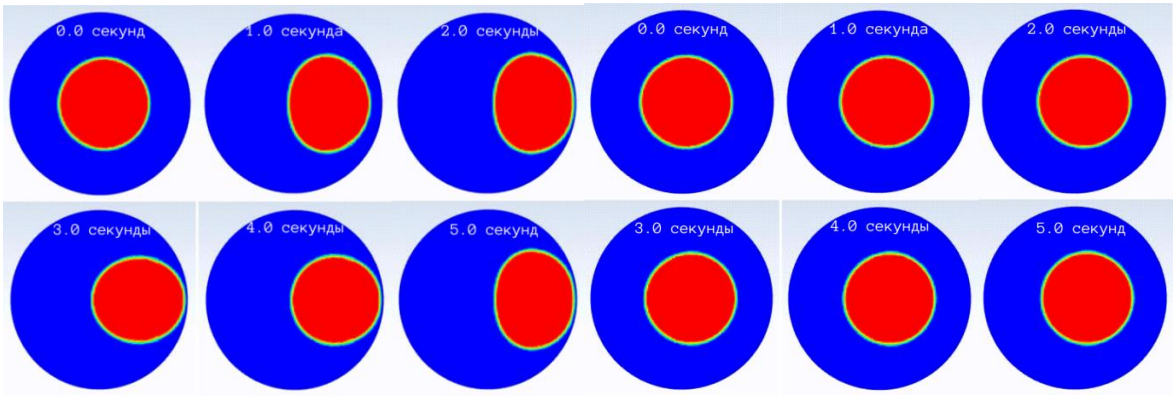


Рис. 4. Мгновенная форма пузырька в различные моменты времени при амплитуде 0.3 и 0.1 мм

На рис. 4 приведены данные о мгновенной форме пузырька в различные моменты времени при действии вибраций с амплитудой 0.30 и 0.10 мм в круговой области. Видно, что при большей амплитуде пузырек доходит до стенки быстрее и сильнее деформируется. При амплитуде 0.3 мм пузырек сдвигается с начальной точки всего лишь на 0.2 мм.

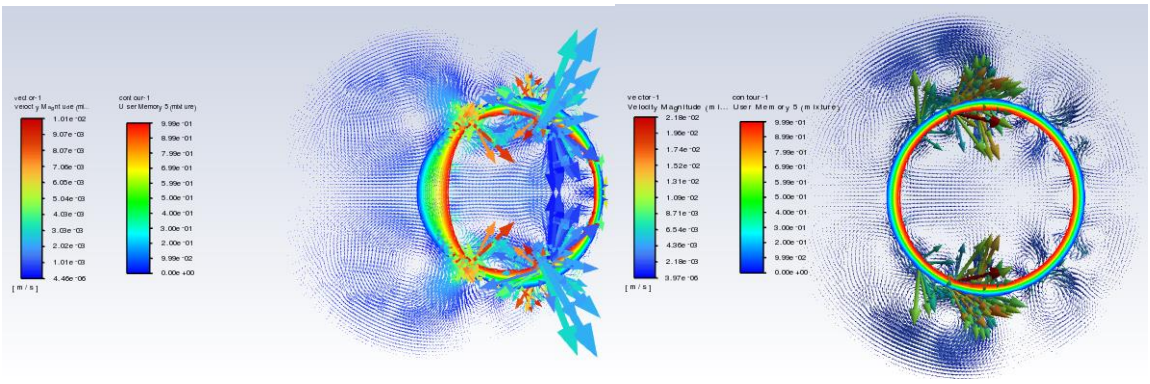


Рис. 5. Векторные поля скорости средних течений в момент времени 5с при амплитуде вибраций 0.3 и 0.1 мм

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования РФ (бюджетная тема № 121031700169-1).

Список литературы

1. *Луговцов Б. А., Сенницкий В. Л.* О движении тела в вибрирующей жидкости // Докл. АН СССР. 1986. Т. 289, № 2. С. 314–317.
2. *Любимов Д. В., Любимова Т. П., Черепанов А. А.* О движении тела в вибрирующей жидкости. Конвективные течения, Пермь, ПГПИ, 1987, сс. 61-70.
3. *Lyubimov D. V., Cherepanov A. A., Lyubimova T. P.* The motion of solid body in a liquid under the influence of a vibrational field //Reviewed Proc. Of the First Int. Symp. On Hydromechanics and Heat/Mass Transfer in Microgravity, Gordon and Breach. – 1992. – С. 247-251.

4. *Lyubimov D. V., Cherepanov A. A., Lyubimova T.P., Roux B.* Vibration influence of a two-phase system in weightlessness conditions. J. Physique IV, 2001, vol. 11 (Pr 6), pp. 83-90.
5. *Lyubimova T., Cherepanova A.* Vibrational dynamics of bubbles suspended in a viscous liquid //Third International Symposium on Physical Sciences. – 2007.
6. *Saadatmand M., Kawaji M.* Effect of viscosity on vibration-induced motion of a spherical particle suspended in a fluid cell //Microgravity Science and Technology. – 2010. – T. 22. – C. 433-440.

КОНВЕКЦИЯ СОРЕ В СЛОИСТОЙ ПОРИСТОЙ СРЕДЕ, МОДЕЛИРУЮЩЕЙ АНТИКЛИНАЛЬНУЮ ГЕОЛОГИЧЕСКУЮ СКЛАДКУ, ПОД ДЕЙСТВИЕМ ГЕОТЕРМАЛЬНОГО ГРАДИЕНТА

Т. П. Любимова, И. С. Шубенков, Н. А. Ожгибесова
Институт механики сплошных сред УрО РАН,
614013, Пермь, ул. Академика Королева, 1

Статья посвящена исследованию трехмерной конвекции Соре в трехслойной пористой системе, имитирующей антиклинальную геологическую складку, под действием геотермического температурного градиента. Пористости слоев одинаковы, а проницаемости различны. В качестве жидкости, насыщающей пористую среду, рассматривается смесь тетралина и додекана. Сначала исследуется линейная устойчивость неподвижного состояния бинарной смеси в наклонном пористом слое под действием вертикального температурного градиента. Установлено, что при любых углах наклона слоев наиболее опасными возмущениями являются продольные валики с конечными волновыми числами в перпендикулярном направлении. Нелинейные расчеты выполнены для фиксированных проницаемостей внешних слоев, меньших порогового значения согласно линейной теории. Установлено, что при малых проницаемостях всех слоев возникающее течение имеет длинноволновой характер. С ростом проницаемости среднего слоя течение в плоскости крыльев геологической складки приобретает вид продольных валиков, а в перпендикулярном направлении структура течения становится многоячеистой, что хорошо соответствует результатам линейной устойчивости. Течение локализуется в среднем слое и существенно влияет на поле концентраций.

Ключевые слова: конвекция; эффект Соре; наклонная слоистая пористая среда; антиклинальная складка; линейная устойчивость; трехмерное численное моделирование

SORET-INDUCED CONVECTION IN A LAYERED POROUS MEDIUM SIMULATING AN ANTICLINAL GEOLOGICAL FOLD UNDER THE ACTION OF A GEOTHERMAL GRADIENT

T. P. Lyubimova, I. S. Shubenkov, N. A. Ozhgibesova
Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS,
1 Academician Korolev St., 614013, Perm

The paper is devoted to the investigation of three-dimensional Soret-induced convection in a three-layer porous system imitating an anticlinal geological fold, under the influence of a geothermal temperature gradient. The layer porosities are the same and the permeabilities are different. The mixture of tetralin and dodecane is considered as a fluid saturating the porous medium. First, we study the linear stability of the motionless state of a binary mixture in an inclined porous layer under the vertical temperature gradient. It is found that at any layer inclination angles, the most dangerous disturbances are longitudinal rolls with finite wave numbers in perpendicular direction. Nonlinear calculations are performed for fixed permeabilities of the external layers, lower than the threshold value according to the linear theory. It is found that at small permeabilities of all layers, arising flow has a longwave character. With the increase of permeability of the

© Любимова Т.П., Шубенков И.С., Ожгибесова Н.А., 2025

middle layer, the flow in the plane of a geological fold limbs takes the form of longitudinal rolls and in the perpendicular direction the flow structure becomes multicellular, this flow structure well corresponds to the linear stability results. The flow is localized in the middle layer and significantly influences the concentration field.

Keywords: convection; Soret effect; inclined layered porous medium; anticlinal fold; linear stability; three-dimensional numerical modeling

Геологические структуры представляют собой слоистые образования горных пород, различающихся по пористости и проницаемости. При пластической деформации слоев горных пород они сминаются в складки. Складка называется антиклинальной (антиклинальной), если изгиб слоев выпуклостью вверх (в ядре залегают более древние слои, на крыльях – более молодые) [1]. При насыщении жидкостями в таких подземных естественных резервуарах возникают конвективные процессы [2-4].

Обычно при изучении конвекции в наклонном слое пористой среды рассматривают случай постоянных различных температур на границах слоя. В этом случае стационарное проводящее состояние невозможно. При любых перепадах температур существует базовое стационарное течение, а при увеличении перепада температур в результате неустойчивости базового течения возникает вторичное течение, накладывающееся на базовое. В работах [5, 6] показано, что во всем диапазоне углов наклона пористого слоя, насыщенного жидкостью, наиболее опасными являются продольные возмущения.

В данной работе изучается конвекция Соре бинарной смеси жидких углеводородов тетралина и додекана, взятых в равных частях, в трехслойной пористой среде, слои которой имеют различную проницаемость и форму симметричной антиклинальной геологической складки (Рис.1). Длина расчетной области составляет 200 м, ширина – 100 м, высота каждого слоя – 25 м. Эти размеры характерны для пластов, содержащих углеводороды. При таких геометрических размерах угол складки (угол между наклонными плоскостями) составляет примерно 152 градуса.

Предполагается, что влияние бародиффузии и диффузионной теплопроводности незначительно. В рассматриваемой смеси в качестве растворенного вещества принимается более легкий компонент тетралин, а растворителем считается более тяжелый додекан. Предполагается, что плотность смеси линейно зависит от температуры T и концентрации примесей C: $\rho = \rho_0(1 - \beta_T(T - T_0) - \beta_C(C - C_0))$. Здесь $\beta_T = -1/\rho_0(\partial\rho/\partial T)$ – коэффициент теплового расширения, $\beta_C = -1/\rho_0(\partial\rho/\partial C)$ – коэффициент концентрационного расширения, ρ_0, C_0, T_0 – средние плотность, концентрация примеси и температура.

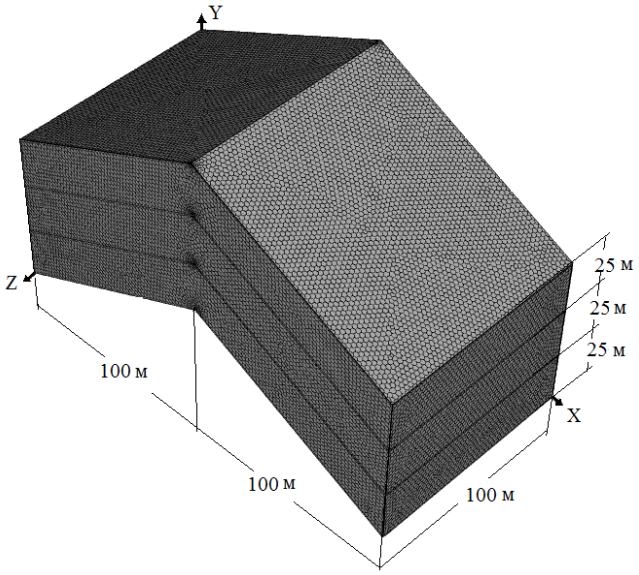


Рис. 1. Модель синклинальной складки

Задача рассматривается в трехмерной нестационарной нелинейной постановке. Моделирование проводится в рамках уравнений Дарси-Буссинеска [7] с учетом эффекта Соре:

$$0 = -\frac{1}{\rho_0}\nabla p_i - \frac{\nu}{K_i}V_i - g\big(\beta_T(T_i - T_0) + \beta_T(C_i - C_0)\big), \tag{1}$$

$$(\rho c)_i^* \frac{\partial T_i}{\partial t} + \rho_f c_f V_i \cdot \nabla T_i = \lambda_i^* \nabla^2 T_i, \tag{2}$$

$$\varepsilon_i \frac{\partial C_i}{\partial t} + V_i \cdot \nabla C_i = \varepsilon_i D \nabla^2 C_i + C_0(1 - C_0)\varepsilon_i D_T \nabla^2 T_i, \tag{3}$$

$$\nabla \cdot V_i = 0. \tag{4}$$

Здесь индекс $i = 1,\ 2,\ 3$ обозначает принадлежность к пористому слою, а индекс f соответствует фильтрату, V – скорость фильтрации,p – давление, g – ускорение свободного падения, t – время, ν – кинематическая вязкость фильтрата, λ^* – эффективная теплопроводность, c – удельная теплоемкость, D – коэффициент молекулярной диффузии, D_T – коэффициент термодиффузии.

Граничные условия имеют вид:

$$x = 0,\ 200\ \text{м}: \quad V_i \cdot n = 0;\ \ \partial T_i/\partial n = 0;\ \ \partial C_i/\partial n = 0, \tag{5}$$

$$z = 0,\ 100\ \text{м}: \quad V_i \cdot n = 0;\ \ \partial T_i/\partial n = 0;\ \ \partial C_i/\partial n = 0, \tag{6}$$

$$y = y_{\Gamma_B}: \quad V_3 \cdot n = 0;\ \ T_3 = T_0 - Ay;\ \ \partial(C_3 - T_3)/\partial n = 0, \tag{7}$$

$$y = y_{\Gamma_T}: \quad V_1 \cdot n = 0;\ \ T_1 = T_0 - Ay;\ \ \partial(C_1 - T_1)/\partial n = 0, \tag{8}$$

$$y = y_{\Gamma_1}: \quad p_1 = p_2;\ \ V_{y_1} = V_{y_2};\ \ \partial T_1/\partial n = \partial T_2/\partial n;\ \ T_1 = T_2;$$

$$\partial(C_1 - T_1)/\partial n = \partial(C_2 - T_2)/\partial n\,;\;\; C_1 = C_2, \tag{9}$$

$$y = y_{\Gamma_2}:\quad p_2 = p_3\,;\;\; V_{y_2} = V_{y_3}\,;\;\; \partial T_2/\partial n = \partial T_3/\partial n;\; T_2 = T_3\,;$$

$$\partial(C_2 - T_2)/\partial n = \partial(C_3 - T_3)/\partial n\,;\;\; C_2 = C_3. \tag{10}$$

Здесь $A = 0{,}03$ К/м – величина среднего геотермального градиента, Γ_B и Γ_T – нижняя и верхняя поверхности, ограничивающие расчетную область, Γ_1 и Γ_2 – поверхности, заделяющие верхний и средний и средний и нижний слои соотвественно, n – единичный вектор нормали к границе.

В начальный момент времени жидкость считается неподвижной, концентрация растворенного вещества однородной, а температура линейно зависит от вертикальной координаты.

Задача линейной устойчивости

Рассмотрим бесконечный пористый слой, насыщенный бинарной смесью, наклоненный под углом α к вертикали (рис. 2). Слой находится в поле тяжести. На границах слоя задано распределение температуры, соответствующее строго вертикальному градиенту температуры.

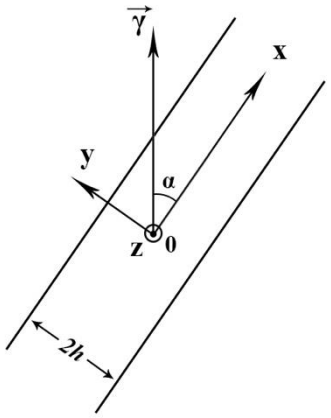


Рис. 2. Геометрия задачи

Исходные уравнения (1)–(4) линеаризованы относительно бесконвективного состояния $V_S = 0$, $\nabla T_S = -A\gamma$, $\nabla C_S = -\alpha_T\beta_C/(\psi h\beta_T)\gamma$, $\nabla P_S = \rho_0 g(\beta_T T_0 + \beta_C C_0)\gamma$, где $\alpha_T = \frac{k_T}{T_0}$, $k_T = \frac{D_T}{D}$.

После введения нормальных возмущений, исключения давления уравнения принимают вид:

$$\Delta\varphi + i\zeta k\mathrm{Ra}\cos\alpha\cdot(\theta' - \psi\cdot\xi') - k^2\mathrm{Ra}\sin\alpha\cdot(\theta + \psi\cdot\xi) = 0,$$

$$\Delta\theta - \mathrm{Ra}\varphi\sin\alpha + i\mathrm{Ra}\frac{\zeta}{k}\varphi'\cos\alpha + \mathrm{Ra}^2\cos^2\alpha\,(1-\zeta^2)(\theta + \psi\cdot\xi) = 0,$$

$$\Delta\eta + \psi\varphi\mathrm{Le} - \psi(\theta'' - k^2\theta) = 0.$$

Здесь $Ra = Kg\beta_T h^2 A/(av)$ – аналог числа Релея для пористой среды, $\psi = C_0(1-C_0)\beta_C D_T/(\beta_T D)$ – отношение разделения смеси, φ, θ, ξ – амплитуды возмущений скорости течения жидкости, температуры и концентрации примеси, $\zeta = k_x/k$ – параметр трехмерности.

Численное исследование проводилось при фиксированных значениях коэффициента разделения и числа Льюиса, соответствующих смеси тетралина (50%) и додекана (50%): $\psi = 0{,}694$, $Le = 150$. Остальные параметры варьировались.

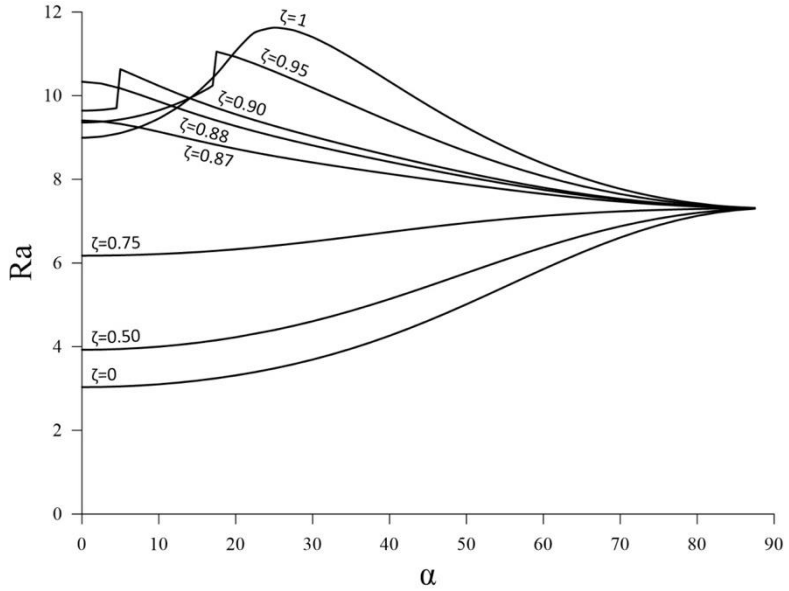


Рис. 3. Зависимости минимального критического числа Рэлея от угла наклона слоя α для различных значений параметра трехмерности ζ

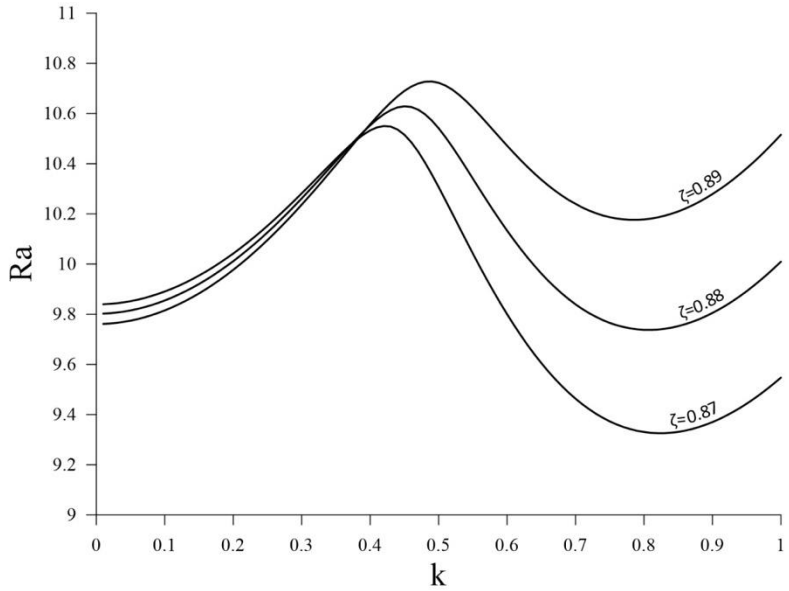


Рис. 4. Нейтральные кривые вблизи точки смены локального минимума (для угла наклона слоя $\alpha = 5°$)

Как видно, абсолютный минимум критического числа Рэлея во всем диапазоне углов наклона слоя реализуется для возмущений с $\zeta = 0$ (валы с осями, параллельными оси X), в дальнейшем будем называть такие возмущения продольными валами. При переходе через $\zeta = 0{,}88$ кривые меняют наклон, что сопровождается скачком. Это связано с изменением локального минимума на нейтральных кривых (рис. 4).

Трехмерное численное моделирование

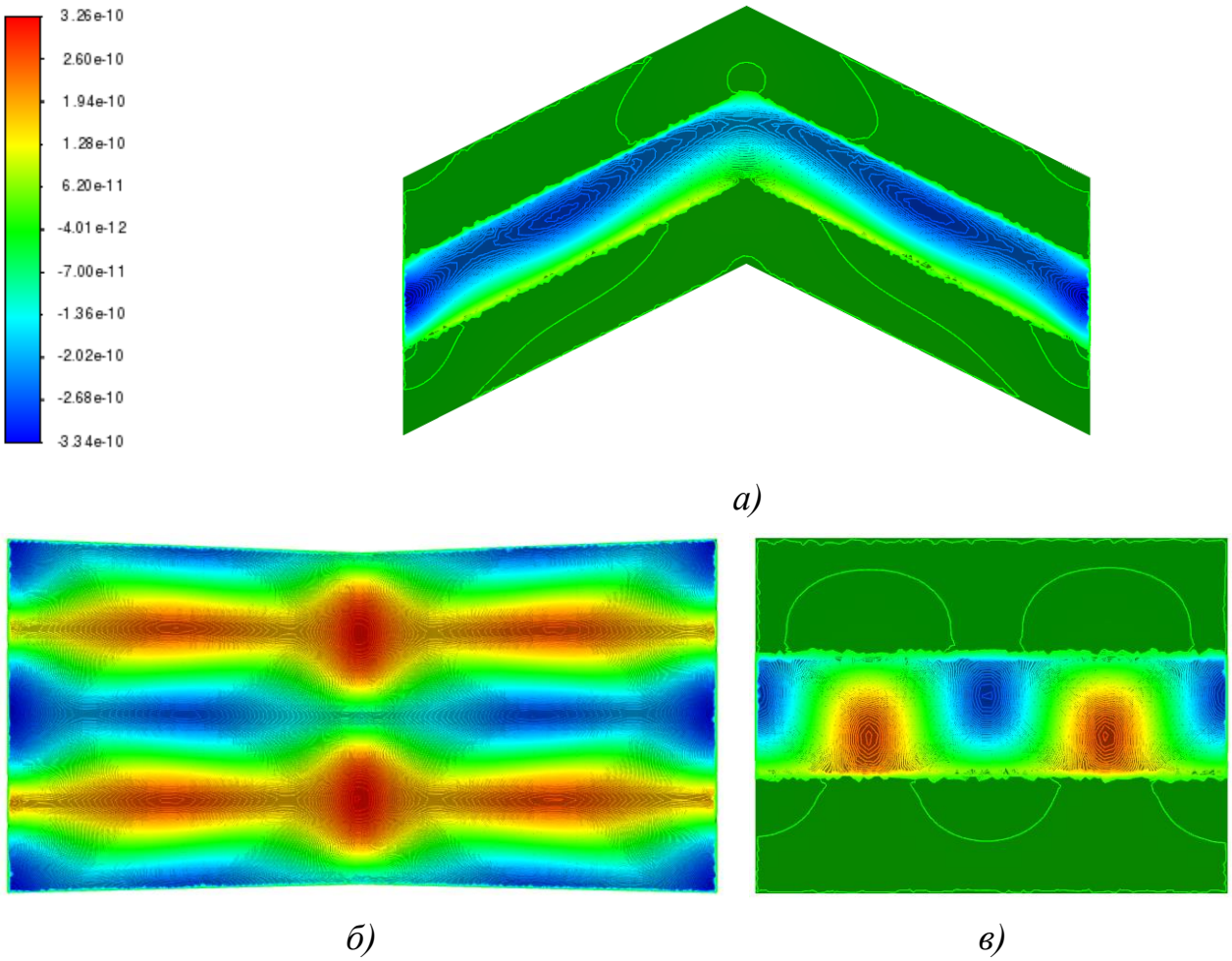


Рис. 5. Изолинии вертикальной составляющей скорости в различных сечениях расчетной области при $K_2 = 10^{-12}$ м^2, $t = 10^4$ лет. а – в сечении XOY, б – в плоскости крыльев складки, в – в плоскости оси складки

При проницаемости среднего слоя $K_2 = 10^{-12}$ м^2 (см. рис. 1) и выше течение имеет структуру продольных валов. На рис. 5 показаны изолинии вертикальной компоненты скорости, показывающие эту структуру в различных сечениях расчетной области. Как видно из рисунка, вдоль среднего слоя, который в наших расчетах моделируют углеродный слой, возникают продольные валы. В сечении XOY они выглядят как вихревое течение вдоль крыльев складки (рис. 5*а*). На поверхности, расположенной вдоль крыльев складки, видны продольные слою валы с утолщениями на сгибе складки (рис. 5*б*), а на поверхности оси складки

наблюдаются ячейки поперек валов (рис. 5*в*). Это течение локализовано в среднем слое. Структура течения вдоль крыльев складки соответствует той, которая была обнаружена при исследовании линейной устойчивости: безразмерное волновое число $k = 1{,}66$ при выборе полутолщины слоя в качестве масштаба длины означает, что в ширину расчетной области, равную 100 м, укладывается 2 длины волны (рис. 5*б*, *в*).

Такое течение локализуется в среднем слое и существенно деформирует изолинии концентрации. С ростом проницаемости характер развития течения становится резко нелинейным, а перестройка течения к продольным валам требует больше времени.

Работа выполнена в рамках крупного научного проекта, финансируемого Министерством науки и высшего образования Российской Федерации (Соглашение № 075-15-2024-535 от 23 апреля 2024 г.).

Список литературы

1. *Михайлов А. Е.* Структурная геология и геологическое картирование. М.: Недра, 1984. 464 с.
2. *Szulczewski M., Hesse M., Juanes R.* Carbon dioxide dissolution in structural and stratigraphic traps // Journal of Fluid Mechanics. 2013. V. 736. P. 287-315.
3. *Baghooee H., Montel F., Galliero G., Yan W., Shapiro A.* A new approach to thermal segregation in petroleum reservoirs: Algorithm and case studies // Journal of Petroleum Science and Engineering. 2021. V. 201. no 108367.
4. *Parameswari K., Mudgal B. V.* Assessment of contaminant migration in an unconfined aquifer around an open dumping yard: Perungudi a case study // Environmental Earth Sciences. 2015. V. 74. №7. P. 6111-6122.
5. *Lyubimova T. P., Muratov I. D., Shubenkov I. S.* Onset and non-linear regimes of convection in an inclined porous layer subjected to vertical temperature gradient // Physics of Fluids. 2022. V. 34. no 094114.
6. *Shubenkov I., Lyubimova T., Sadilov E.* Three-dimensional convection in an inclined porous layer subjected to vertical temperature gradient // Fluid Dynamics & Materials Processing. 2024. V. 20. № 5. P. 1093-1102
7. *Nield D. A., Bejan A.* Convection in porous media. Springer, 2013. 778 p.

ОСОБЕННОСТИ СЛИЯНИЯ РЕК, НАХОДЯЩИХСЯ В ГИДРОДИНАМИЧЕСКОМ ПОДПОРЕ

Т. П. Любимова[a], А. П. Лепихин[b], Я. Н. Паршакова[a], А. В. Богомолов[b], А. Исахов[c]

[a]Институт механики сплошных сред УрО РАН,
614013, Пермь, ул. Академика Королева, 1
[b]Горный институт УрО РАН,
614007, Пермь, ул. Сибирская, 78а
[c]Казахский национальный университет им. аль-Фараби,
050040, Алматы, просп. аль-Фараби, 71

Слияние рек весьма распространенное явление, его исследованию посвящено большое количество работ. Достаточно часто сливающиеся реки характеризуются существенно различающимися составами вод. Если скорость течения в зоне слияния достаточно мала, то возможно формирование стратификации водных масс, существенно влияющее на характер гидродинамики рассматриваемого явления. При этом, как правило, рассматривается только один фактор, определяющий плотностную стратификацию. В данной работе, на конкретном примере слияния рек Сылва и Чусовая, находящихся в подпоре от Камской ГЭС, рассматривается влияние двух факторов: температуры и минерализации воды, на формирование плотностной стратификации водных масс. Показаны особенности их влияния на формирование слоистых структур. На основе сопряженного комплекса натурных наблюдений и вычислительных экспериментов, показана возможность формирования слоистых структур, когда водные массы с повышенной минерализацией, занимают не придонную, а центральную по глубине часть потока.

Ключевые слова: слияние рек, плотностная стратификация, натурные наблюдения, численные эксперименты

FEATURES OF RIVER CONFLUENCES UNDER HYDRODYNAMIC BACKWATER CONDITIONS

T. P. Lyubimova[a], A. P. Lepikhin[b], Ya. N. Parshakova[a], A. V. Bogomolov[b]. A. Issakhov[c]

[a]Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS,
1 Academician Korolev St., 614013, Perm
[b]Mining Institute of the Ural Branch of the Russian Academy of Sciences,
78a Sibirskaya St., 614007, Perm,
[c]Al-Farabi Kazakh National university,
71 al-Farabi Pr., 050040, Almaty

The confluence of rivers is a very common phenomenon, its study is devoted to a large number of works. Quite often, merging rivers are characterized by significantly different water compositions. If the flow velocity in the confluence zone is small enough, then the formation of stratification of water masses is possible, significantly affecting the nature

© Любимова Т.П., Лепихин А.П., Паршакова Я.Н., Богомолов А.В., Исахов А., 2025

of the hydrodynamics of the phenomenon under consideration. In this case, as a rule, only one factor determining the density stratification is considered. In this paper, using a specific example of the confluence of the Sylva and Chusovaya rivers, located in the backwater of the Kama hydroelectric power station, the influence of two factors is considered: temperature and mineralization of water, on the formation of density stratification of water masses. The features of their influence on the formation of layered structures are shown. Based on a conjugated complex of field observations and computational experiments, the possibility of forming layered structures is shown, when water masses with increased mineralization occupy not the bottom, but the central part of the flow in depth.

Keywords: river confluence, density stratification, natural observations, numerical experiments.

Введение

Слияние рек весьма распространенное явление, его исследованию посвящено большое количество работ. В последнее время значительное внимание уделяется формированию квазидвумерных вихрей Кельвина-Гельмгольца ниже зоны слияния [1]. Достаточно часто сливающиеся реки характеризуются существенно различающимися составами вод [6-10]. Если скорость течения в зоне слияния мала, что может быть обусловлено находящейся ниже по течению плотины гидроэлектростанции, то в рассматриваемых водных объектах могут формироваться устойчивые вертикальные структуры, существенно влияющие как на гидродинамику, так и на особенности экологического режима сливающихся рек.

В работах Т.П. Любимовой и др. [11-14] исследовались особенности формирования вертикальной неоднородности водных масс при слиянии крупных Уральских рек Сылвы и Чусовой, находящихся в подпоре от Камской ГЭС, и анализировалась возможность использования этого эффекта для повышения устойчивости систем водообеспечения. Исследование было проведено на основе сочетания детальных натурных наблюдений с проведением вычислительных экспериментов, использующих комбинированный подход, сочетающий 1D, 2D, 3D постановки. При этом в выполненных работах рассматривался только один параметр, определяющий плотность воды сливающихся водотоков. В качестве такого определяющего параметра рассматривалась минерализация воды, а температура принималась постоянной по глубине водного объекта. Такое приближение, существенно упрощающее проведение расчетов, вполне приемлемо для описания водного объекта в зимний период, при наличии ледостава. В этот период температура воды достаточно близка к нулю градусов и весьма равномерна по глубине водного объекта. В то же время в теплый период в зоне слияния рек, находящихся в гидравлическом подпоре, возможна существенная неоднородность распределения температуры по глубине потока, существенно влияющая на распределение плотности водных масс.

В настоящей работе, в отличие от выполненных ранее исследований, характер вертикальной структуры водных масс, формирующихся при слиянии водотоков, исследуется с учетом влияния двух определяющих факторов - их химического состава и температуры воды. Учет двух независимых факторов

существенно влияет на характер вертикальной структуры как полей минерализации, так и температуры воды.

Особенности гидрологического и гидрохимического режимов зоны слияния рек Сылва и Чусовая

Река Кама и Камское водохранилище находятся в России на Западном склоне Уральских гор. Первый участок находится в самой нижней части Камского водохранилища, на Чусовском плесе, непосредственно выше плотины Камской ГЭС, второй – в верхней части Камского водохранилища, непосредственно в зоне выклинивания подпора гидроузла ГЭС.

Основной водозабор питьевой воды г. Перми расположен непосредственно ниже зоны слияния рек Сылва и Чусовая, находящихся в подпоре от плотины Камской ГЭС. В проведенных ранее была выявлена характерная особенность данного района водохранилища – водные массы в зимний период характеризуются значительной вертикальной неоднородностью. В придонных горизонтах транспортируются более плотные воды, характеризующиеся повышенной жесткостью воды р. Сылва, достигающей 13-14 единиц, при общей минерализации воды ~ 1 г/л, а в приповерхностных горизонтах существенно менее плотные воды р. Чусовой с меньшей жесткостью воды.

Близость рассматриваемого водозабора к плотине Камской ГЭС (расстояние до гидроузла составляет порядка 16 км) обусловливает влияние неравномерности сбросов воды из верхнего бьефа ГЭС в нижний (резкие изменения сбросных расходов воды через плотину гидроузла) на гидродинамический режим исследуемого участка водоема.

Слоистая структура водных масс, формируемая в зоне слияния рр Сылва и Чусовая. Натурные измерения

Удельная электропроводность воды значительно проще измеряется, чем определение минерализации воды, поэтому в прикладных исследованиях, как правило, используется именно данный показатель. В водохранилище в районе ЧОС из-за значительных глубин (около 20 м) в придонных горизонтах может сохраняться с периода прохождения весеннего паводка менее минерализованная, но значительно более холодная вода с температурой около 10-15 ºС. В этих условиях теплые и значительно менее минерализованные воды р. Чусовой «надтекают» на также теплые, но более минерализованные воды р. Сылвы. Однако в самом придонном горизонте в Чусовском плесе Камского водохранилища сохраняются более холодные воды с большей плотностью, но меньшей минерализацией.

Повышение температуры воды в придонном слое обусловило снижение плотностной стратификации в придонной области, удельной электропроводности, а соответственно, и минерализации воды, как следует из рис. 1.

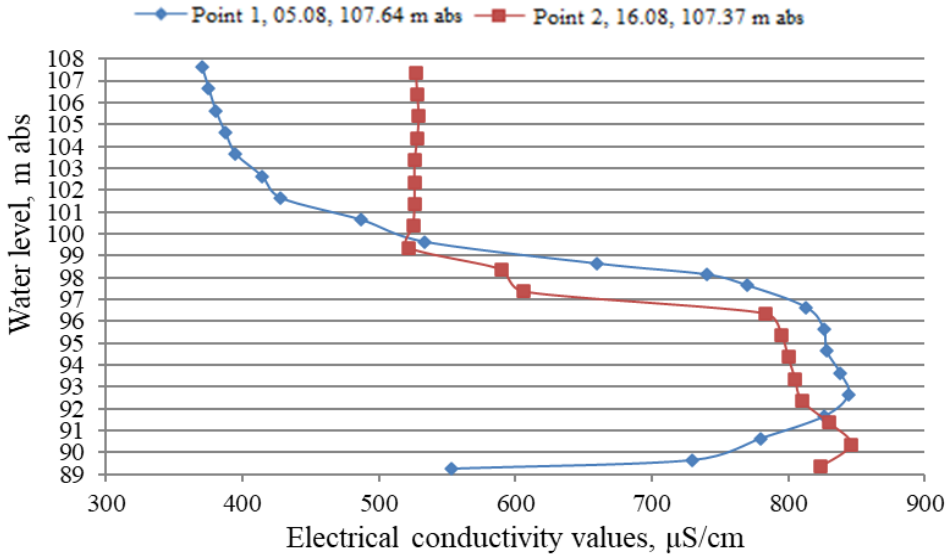


Рис. 1. Совмещенный график изменение удельной электропроводности воды в мкСм/см по глубине на ЧОС 5 августа 2016 г. (плотностное число Фруда Frp ~ 0.14) и 16 августа 2016 г. (плотностное число Фруда Frp ~ 0.21)

Результаты числительного моделирования

Трехмерное численное моделирование проводилось при помощи метода конечных объемов. Решалась задача для реальной геометрии места слияния рек Чусовая и Сылва с учетом морфологии дна, измеренной в 2016 году.

Численное моделирование проводилось для случая уровня воды в Камском водохранилище 108.4 м. Расход воды по р. Чусовой – 33.9 м^3/сек, удельная электропроводность воды 340 мксим (минерализация воды 175 мг/л), температура водной поверхности – T_c = 24 °C. Расход воды по р. Сылва 43.6 м^3/сек, удельная электропроводность воды 870 мксим (концентрация примеси 425 мг/л), температура водной поверхности T_s = 25 °C.

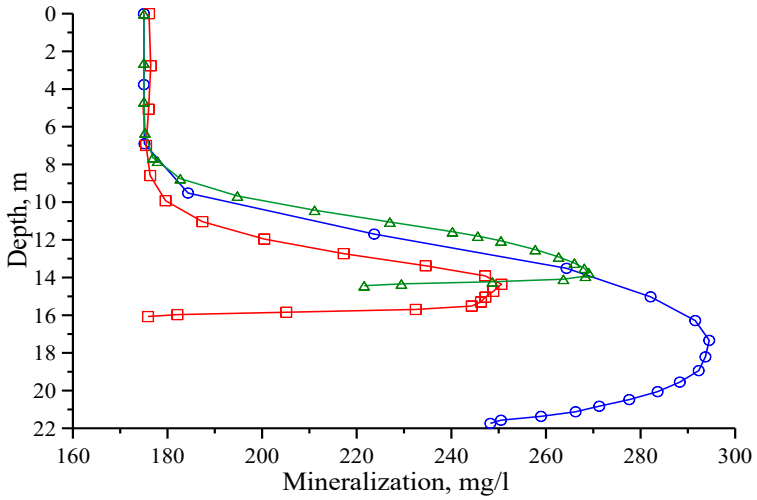


Рис. 2. Распределение примеси по глубине вблизи водозабора на расстоянии 10 м (черная линия), 100 м (зеленая линия) и 200 м (красная линия) от берега

Когда имеет место существенная неравномерность распределения температуры воды по глубине, в зоне ниже слияния ~10°C, максимальная минерализация воды наблюдается на расстоянии от дна около трех метров Рис. 3. Так Рисунок 3а показывает поле минерализации воды в непосредственно в придонном слое, на рис. 3б. и на расстоянии 3 метра от дна. Как видно, вблизи дна минерализация воды меньше, чем на расстоянии 3 метра от дна.

В задачах слияния рек существенный интерес представляют анализ, оценка распределения физических и химических характеристик их вод не только по глубине потока в зоне слияния, но и по ширине. На рис. 3в представлено распределение минерализации воды по глубине на различных вертикалях, в створе, расположенном в 6000 м ниже слияния рассматриваемых рек.

Исследование выполнено при финансовой поддержке Правительства Пермского края в рамках научного проекта № С-26/828.

Список литературы

1. *Mackay J. R.* Lateral mixing of the Liard and Mackenzie rivers downstream from their confluence // Canadian Journal of Earth Sciences. 1970. Vol. 7. P. 111-124.
2. *Cheng Z., Constantinescu G.* Stratification effects on hydrodynamics and mixing at a river confluence with a discordant bed // Environ. Fluid Mech. 2020. Vol. 20. P. 843 - 872.
3. *Lyubimova T., Lepikhin A., Konovalov V., Parshakova Ya., Tiunov A.* Formation of the density currents in the zone of confluence of two rivers // J. Hydrol. 2014. Vol. 508. P. 328-342.

КОНЦЕНТРАЦИОННАЯ КОНВЕКЦИЯ В НАКЛОННОМ СЛОЕ ПОРИСТОЙ СРЕДЫ С УЧЕТОМ ЗАКУПОРКИ В ШИРОКОМ ДИАПАЗОНЕ КОНЦЕНТРАЦИЙ

Б. С. Марышев, Л. С. Клименко
Институт механики сплошных сред УрО РАН,
614013, Пермь, ул. Академика Королева, 1

Исследуется транспорт примеси через наклонный слой пористой среды при наличии закупорки среды. Поток растворенного вещества вдоль слоя создается постоянным градиентом давления. Задача допускает одномерный режим фильтрации вдоль слоя с нелинейной зависимостью распределения концентрации от координаты поперек слоя. Исследуется устойчивость этого режима фильтрации. Рассматриваются малые двумерные возмущения. В результате получены карты устойчивости для различных значений параметров задачи. Показано, что учет закупорки приводит к значительному повышению устойчивости, которая также растет с углом наклона. Показано, что при превышении углом наклона некоторого порогового значения, поперечные конвективные валы становятся устойчивыми. Установлено, что величина этого порогового значения чувствительна к параметрам задачи.

Ключевые слова: закупорка; концентрационная конвекция; фильтрация

SOLUTAL CONVECTION IN AN INCLINED LAYER OF A POROUS MEDIUM TAKING INTO ACCOUNT CLOGGING FOR WIDE RANGE OF IMPURITY CONCENTRATIONS

B. S. Maryshev, L. S. Klimenko
Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS,
1 Academician Korolev St., 614013, Perm

The transport of an impurity through an inclined layer of a porous medium in the presence of a blockage of the medium is investigated. The flow of the mixture along the layer is created by a constant pressure gradient. The problem admits a one-dimensional filtration regime along the layer with a nonlinear dependence of the concentration distribution on the coordinate across the layer. The stability of this filtration regime is investigated. Small two-dimensional perturbations are considered. As a result, stability maps are obtained for various values of the problem parameters. It is shown that taking into account the clogging effect leads to a significant increase in stability, which also increases with the angle of inclination. It is shown that when the angle of inclination exceeds a certain threshold value, transverse convective rolls become stable. It is established that the value of this threshold value is sensitive to the parameters of the problem.

Keywords: clogging; concentration convection; filtration

Рассматривается задача о возникновении концентрационной конвекции в наклонном слое пористой среды. Смесь, состоящая из несущей жидкости и примеси фильтруется через пористый слой. Предполагается, что примесь может

© Марышев Б.С., Клименко Л.С., 2025

взаимодействовать с твердой матрицей среды, оседая на ней. Между границами рассматриваемого слоя задается постоянный перепад концентрации, так же вдоль слоя приложен постоянный градиент давления, что обуславливает навязанный фильтрационный поток (см. рис. 1).

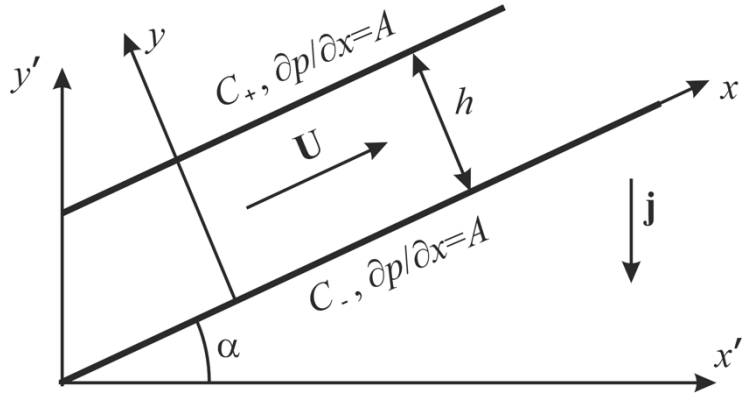


Рис. 1. Постановка задачи

Взаимодействие примеси со стенками пор описывается в рамках MIM (mobile/immobile media) подхода. [1]. В рамках этого подхода примесь делится на две фазы мобильную (подвижную) и немобильную (неподвижную, адсобрированную). Мобильная примесь, может переносится потоком несущей жидкости или благодаря диффузионному механизму. Немобильная примесь связана взаимодействием с твердой стенкой. Переход примеси между описанными состояниями мобильности обычно моделируют с помощью кинетического уравнения. Последнее уравнение учитывает природу взаимодействия и определяет конкретный вид используемой MIM модели. Поскольку концентрация примеси, в настоящей работе, может достигать достаточно больших значений, необходимо учитывать насыщение немобильной фазы. Площадь твердой матрицы среды ограничена, она не может до бесконечности накапливать примесь. Самое очевидное ограничение – это поровый объем среды. Больший объем примеси накопится, не может по чисто геометрическим причинам. В реальности же, этот объем еще меньше и ограничен силами взаимодействия между частицами примеси и твердой стенкой, так при многослойном оседании примеси на стенку «верхние слои» становятся неустойчивыми и разрушаются [2]. Для описания этих явлений была использована нелинейная MIM модель [3] второго порядка учитывающая насыщение немобильной фазы по изотерме Ленгмюра. Фильтрационное течение через массив пористой среды моделируется в рамках классического приближения приближения Дарси-Буссинеска [4], что позволяет учесть возникновение концентрационной конвекции. Взаимодействие примеси со стенкой пор приводит к изменению гидравлического сопротивления среды. В результате уменьшается объем конкретной поры и пористость всей среды, что в свою очередь приводит к снижению проницаемости. Предполагается, что этот процесс происходит медленно и достаточно равномерно, в таком случае изменение проницаемости может быть однозначно описано функциональной

зависимостью от пористости, использовано наиболее универсальное соотношение такого типа – модель Козени-Кармана [5].

Система определяющих уравнений, в рамках используемых моделей имеет вид:

$$\phi\frac{\partial\tilde{C}}{\partial t}+\left(1-\tilde{C}\right)\frac{\partial\tilde{Q}}{\partial t}=\phi D\Delta\tilde{C}-\boldsymbol{u}\cdot\nabla\tilde{C}-D\nabla\tilde{Q}\cdot\nabla\tilde{C},$$

$$\frac{\partial\tilde{Q}}{\partial t}=\alpha_d\left(\tilde{C}\left(q_0-\tilde{Q}\right)-K_d\tilde{Q}\right), \qquad (1)$$

$$\boldsymbol{u}=-\frac{\kappa(\phi)}{\eta}\left(\nabla\tilde{P}+\rho\beta_c\vec{g}\tilde{C}\right),$$

$$\mathrm{div}\mathbf{u}=0,\ \phi=\phi_0-\tilde{Q}$$

$$\kappa(\phi)=\gamma\frac{\phi^3}{(1-\phi)^2}$$

где $\tilde{C},\tilde{Q}$ объемные концентрации мобильной и немобильной компонент примеси, ϕ – пористость среды, $\tilde{P}$ – давление, $\boldsymbol{u}$ – вектор скорости фильтрации, D – коэффициент диффузии, α_d – коэффициент переноса примеси, K_d – коэффициент распределения примеси, q_0– концентрация насыщения немобильной фазы, κ – проницаемость среды, η – динамическая вязкость, ρ – плотность несущей жидкости, β_c – коэффициент концентрационного расширения, $\vec{g}$ – вектор силы тяжести, ϕ_0 – пористость чистой среды (без примеси), γ – константа Козени-Кармана.

Представим уравнения (1) в безразмерной форме, выберем следующие единицы измерения для искомых переменных:

$$[L]=h,\quad [t]=h^2/D,\quad [u]=D\phi/h,\quad [p]=D\eta\phi/\kappa_0,$$

$$[Q]=\phi C_0,\quad [C]=C_0=C_+-C_-. \qquad (2)$$

Здесь $\kappa_0={\phi_0}^3(1-\phi_0)^{-2}$ – проницаемость чистой среды. Тогда уравнения (1) перепишутся в следующем виде:

$$(1-\varsigma Q)\partial_t C+\varsigma\left(\frac{1}{C_0}-C\right)\partial_t Q=-\boldsymbol{U}\cdot\nabla C+(1-\varsigma Q)\Delta C-\varsigma\nabla Q\cdot\nabla C,$$

$$U_x=\frac{\kappa}{\kappa_0}\left(-\frac{\partial}{\partial x}P+R_pC\sin\alpha\right),$$

$$U_y=\frac{\kappa}{\kappa_0}\left(-\frac{\partial}{\partial y}P+R_pC\cos\alpha\right), \qquad (3)$$

$$div\boldsymbol{U}=0,\ \partial_t Q=a(1-Q)C-bQ,$$

$$\kappa(\phi)=\frac{\phi^3}{(1-\phi)^2},\quad \phi=\phi_0(1-\varsigma Q),$$

где C, Q – безразмерные концентрации мобильной и немобильной компонент примеси, P – безразмерное отклонение давления от гидростатического распределения, $\boldsymbol{U} = (U_x, U_y, U_z)$ – безразмерный вектор скорости фильтрации.

Таким образом, система (3) содержит следующие безразмерные параметры: безразмерные коэффициенты адсорбции и десорбции $a = \alpha_d L^2/(\phi_0 D), \quad b = \alpha_d K_d L^2/D$, параметр закупорки $\varsigma = q_0/\phi_0$, число Пекле $Pe = \kappa_0 Ah/(D\phi_0\eta)$, описывающее интенсивность фильтрации вдоль слоя, число Релея-Дарси $Rp = \kappa_0 C_0 \rho\beta_c g h/(\eta D\phi_0)$, описывающее интенсивность течения возникающего из-за сил плавучести. Будем считать, что на границах слоя задан постоянный перепад концентрации и они не проницаемы для жидкости, а поток вдоль слоя создаётся постоянным перепадом давления, тогда граничные условия можно записать в следующем виде:

$$C_{y=0} = 1, \quad C_{y=1} = 0, \quad \int_0^1 U_x dy = \frac{Pe}{\kappa_0}\int_0^1 \kappa dy\,, \tag{4}$$

Основное состояние и задача для малых возмущений

Покажем, что настоящая задача допускает решение, соответствующее режиму стационарной горизонтальной фильтрации. Для этого искать решение задачи (3), (4) в следующем виде:

$$q = Q^0(y), \quad c = C^0(y), \quad \vec{U} = (U^0(y), 0, 0) \tag{5}$$

Тогда первое уравнение системы (4) переходит в $\partial_y\{(1-\varsigma Q^0)\partial_y C^0\} = 0$. При этом из уравнения для немобильной компоненты концентрации следует, что $C^0 = b/\mathrm{a}\cdot Q^0/(1-Q^0)$ в этом случае распределение концентрации немобильной компоненты примеси может быть выражено через W– функцию Ламберта в виде:

$$Q^0(y) = 1 - exp\{W[(\varsigma-1)e^{-\beta}/\varsigma] + \beta\},\ \beta = B_1 y + B_2 \tag{6}$$

$$B_1 = \frac{(\varsigma-1)}{\varsigma}\frac{a}{b} - ln\left(1+\frac{a}{b}\right),\ B_2 = \frac{(\varsigma-1)}{\varsigma}.$$

Решение (6) задает нелинейный профиль концентрации поперек слоя и определяет распределение всех величин в основном состоянии, а именно:

$$C^0 = b/\mathrm{a}\cdot Q^0/(1-Q^0),\ P^0 = R_p\cos\alpha\int C^0\,dy + Gx,$$

$$U^0 = \frac{\kappa}{\kappa_0}\left(-G + R_p C^0 \sin\alpha\right), \tag{7}$$

где константа G может ббыть найдена из граничного условия:

$$\int_0^1 U^0(y)dy = \frac{1}{\kappa_0}Pe\int_0^1 \kappa dy \Rightarrow R_p \sin\alpha\frac{\int_0^1 \kappa C^0 dy}{\int_0^1 \kappa dy} - Pe = G,$$

$$\kappa = \frac{\phi^3}{(1-\phi)^2} = \frac{\phi_0^3(1-\varsigma Q^0)^3}{[1-\phi_0(1-\varsigma Q^0)]^2}. \quad (8)$$

Перейдём к изучению устойчивости основного состояния (6), (7), для этого введём в систему малые возмущения вида:

$$q = Q - Q^0,\ \mathrm{c} = C - C^0,\ p = P - P^0$$

$$\vec{U} = \left(U^0 + u_x, u_y, u_z\right). \quad (9)$$

Тогда задача (3), (4) линеаризованная по малым возмущениям имеет вид:

$$(1-\varsigma Q^0)\partial_t c + \varsigma\left(\frac{1}{C_0} - C^0\right)\partial_t q =$$

$$= -U^0 \cdot \frac{\partial c}{\partial x} - u_y \cdot \frac{\partial C^0}{\partial y} + (1-\varsigma q)\frac{\partial^2 C^0}{\partial y^2} + (1-\varsigma Q^0)\Delta c -$$

$$-\varsigma \frac{\partial q}{\partial y} \cdot \frac{\partial C^0}{\partial y} - \varsigma \frac{\partial Q^0}{\partial y}\frac{\partial c}{\partial y},$$

$$u_x = \frac{\kappa}{\kappa_0}\left(-\frac{\partial}{\partial x}p + R_p c \sin\alpha\right) - \varsigma\phi_0 \frac{\kappa'}{\kappa_0} q\left(-G + R_p C^0 \sin\alpha\right),$$

$$u_y = \frac{\kappa}{\kappa_0}\left(-\frac{\partial}{\partial y}p + R_p c \cos\alpha\right),$$

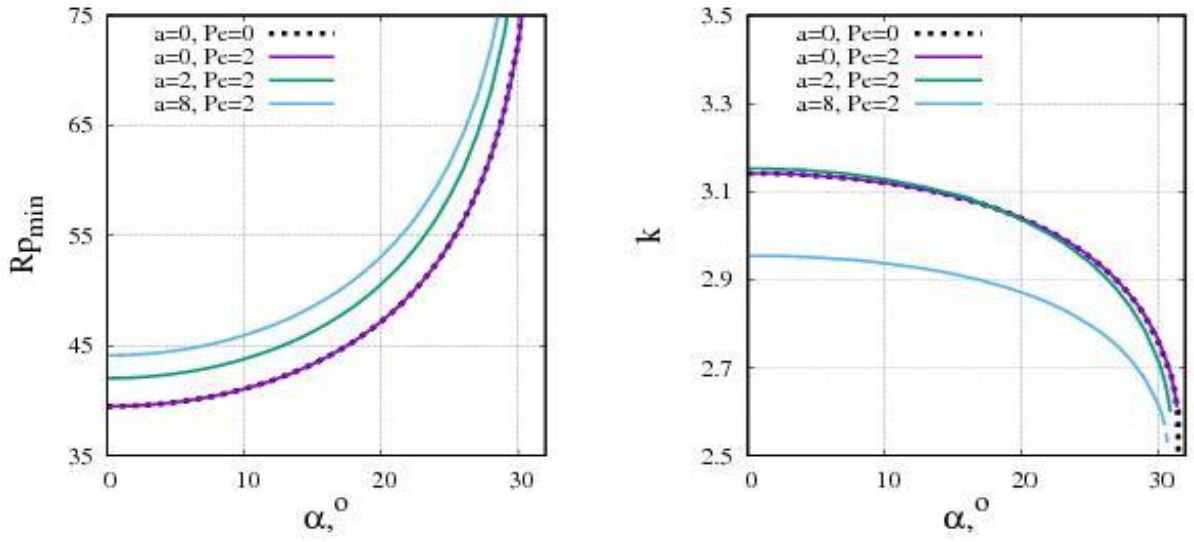
$$div\boldsymbol{u} = 0,\ \partial_t q = ac - aQ^0 c - aC^0 q - bq,$$

$$\kappa(\phi) = \frac{\phi^3}{(1-\phi)^2},\ \kappa'(\phi) = \frac{\phi^2(3-\phi)}{(1-\phi)^3},\ \phi = \phi_0(1-\varsigma Q^0),$$

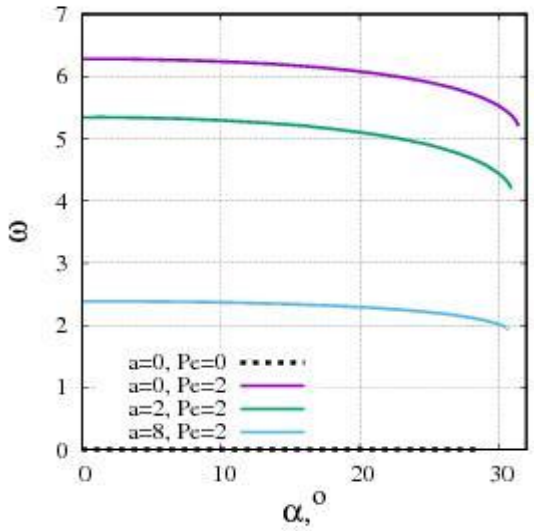
$$c, q|_{y=0,1} = 0, \quad \int_0^1 u_x dy = -\frac{\varsigma\phi_0 Pe}{\kappa_0}\int_0^1 \kappa' q dy\,. \quad (10)$$

Результаты

Задача (10) решалась численно методом дифференциальной прогонки [6] для нейтральных возмущений вида $c, q, p \sim exp(ikx - i\omega t)$. Находилась нейтральная кривая $R_p(k)$ и зависимость частоты нейтральных возмущений $\omega(k)$ для фиксированных значений остальных параметров задачи. После чего находились наиболее опасные возмущения соответсвующие минимально возможному значению числа Релея-Дарси Rp_{min} , k_{min} и $\omega(k_{min}) = \omega_{min}$. Зависимости параметров наиболее опасных возмущений jn угла наклона представлены на рисунке 2.



а) *б)*



в)

Рис. 2. Зависимости критического числа Релея-Дарси а), волнового числа б) и частоты в) наиболее опасных возмущений от угла наклона. Значения параметра адсорбции и числа Пекле для различных кривых указаны в легенде, значения остальных параметров:
$C_0 = 0.5, b = 4, \varsigma = 0.2, \phi_0 = 0.5$

Из рис. 2 видно, что при увеличении угла наклона резко повышается устойчивость режима однородной фильтрации к конвективным возмущениям, конвективные ячейки удлиняются (падает критическое значение волнового числа), а колебательный процесс замедляется. С повышением параметра адсорбции так же происходит повышение устойчивости, волновое число меняется немонотонным образом (для сильной адсорбции структуры так же удлиняются), это связано с увеличением интенсивности закупорки и общим

падением проницаемости среды. При повышении числа Пекле происходит ускорение колебательного процесса, что было отмечено в [7], так видно что в отсутствие иммобилизации ($a = 0$) полученное решение полностью согласуется с известными данными [7,8].

Заключение

Исследован перенос тяжелых примесей через наклонный слой пористой среды при наличии осаждения (иммобилизации) частиц. Показано, что рассматриваемая задача допускает режим одномерной фильтрации вдоль слоя с нелинейным законом распределения примеси, скорость фильтрации вдоль слоя и давление являются функцией координаты поперек слоя. Этот режим исследован на устойчивость к плоским малым возмущениям. Получена система уравнений, описывающая возникновение концентрационной конвекции. Построены нейтральные кривые. Показано, что при отсутствии иммобилизации и подкачки конвекция возникает монотонно. Полученные критические значения определяющих параметров хорошо согласуются с ранее известными результатами. Учет иммобилизации существенно повышает устойчивость системы. Показано, что пороговое значение угла, выше которого не допускается неустойчивость поперечного вала, чувствительно к параметрам иммобилизации и накачки. Увеличение значений параметров приводит к снижению порогового значения угла наклона и, таким образом, повышению устойчивости основного режима фильтрации.

Список литературы

1. *Deans H. A.* A mathematical model for dispersion in the direction of flow in porous media // Society of Petroleum Engineers Journal. 1963. Т. 3. №. 01. С. 49-52.
2. *Elimelech M., Gregory J., Jia X.* Particle deposition and aggregation: measurement, modelling and simulation. Butterworth-Heinemann, 2013.
3. *Selim H. M.* Prediction of contaminant retention and transport in soils using kinetic multireaction models //Environmental health perspectives. 1989.Т. 83. С. 69-75.
4. *Nield D. A., Bejan A.* Convection in porous media. Springer, 2017
5. *Carman P. C.* Fluid flow through granular beds // Trans. Inst. Chem. Eng. London. 1937. Т. 15. С. 150-156.
6. *Гольдштик М. А., Штерн В. Н.* Гидродинамическая устойчивость и турбулентность. Наука. Сиб. отд-ние, 1977.
7. *Prats M.* The effect of horizontal fluid flow on thermally induced convection currents in porous mediums //Journal of geophysical research. 1966. Т. 71. №. 20. С. 4835-4838.
8. *Caltagirone J. P., Bories S. Solutions and stability criteria of natural convective flow in an inclined porous layer //Journal of Fluid Mechanics. – 1985. – Т. 155. – С. 267 - 287.*

ВОЗНИКНОВЕНИЕ БИОКОНВЕКЦИИ В ГОРИЗОНТАЛЬНОМ СЛОЕ В УСЛОВИЯХ ПОЛОЖИТЕЛЬНОГО ГРАВИТАКСИСА

А. М. Мезенцева, Б. Л. Смородин
Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614990, Пермь, ул. Букирева, 15

Исследовано возникновение биоконвекции микроорганизмов, обладающих положительным гравитаксисом, в горизонтальном слое неизотермической жидкости с твердыми границами. Конкуренция тепловой неоднородности и движения микроорганизмов вниз приводит к появлению колебательных возмущений. Определены области параметров, в которых колебательная мода становится наиболее опасной. Проанализирована зависимость теплового числа Релея от концентрационного числа Релея и числа Пекле.

Ключевые слова: биоконвекция; положительный гравитаксис; колебательная биоконвекция

ONSET OF BIOCONVECTION IN A HORIZONTAL LAYER IN CONDITIONS OF POSITIVE GRAVITAXIS

A. M. Mezentseva, B. L. Smorodin
Perm State University,
15 Bukireva St., 614990, Perm

The onset of bioconvection of microorganisms with positive gravitaxis is investigated in a horizontal layer of a non-isothermal liquid with solid boundaries. The competition of thermal inhomogeneity and downward swimming of microorganisms leads to the appearance of oscillatory disturbances. The parameter ranges in which the oscillatory mode becomes the most dangerous are determined. The dependencies of the thermal Rayleigh number on the concentration Rayleigh number and the Peclet number are analyzed.

Keywords: bioconvection; positive gravitaxis; oscillatory bioconvection

Биоконвективные течения вызываются перераспределением плотности суспензии самодвижущихся микроорганизмов: бактерий, жгутиковых простейших и планктонных личинок некоторых беспозвоночных. Теория изотермической биоконвекции микроорганизмов, направление движения которых определяется силой тяжести (гравитаксис) предложена в [1]. Если при этом жидкость неоднородно нагрета, возникают биотермоконвективные течения [2-3].

Рассмотрим горизонтальный бесконечный слой воды, ограниченный плоскостями $z = 0$ и $z = H$ (рис. 1) и заполненный микроорганизмами со средней концентрацией $\bar{C}$. Средняя скорость микроорганизмов $\boldsymbol{V}_C$, сонаправлена с ускорением свободного падения (положительный гравитаксис), что приводит к накоплению клеток у дна. Такое поведение характерно для микроскопической водоросли *Euglena gracilis* под действием солей тяжелых металлов, спирта и

© Мезенцева А.М., Смородин Б.Л., 2025

сильного излучения [4-5]. Слой нагревается снизу, между границами поддерживается разность температур Θ.

Эволюция биоконвективных структур, возникающая благодаря гравитаксису, описывается уравнением Навье–Стокса, уравнением перераспределения концентрации микроорганизмов вследствие диффузии, конвективного переноса и коллективного дрейфа (таксиса), уравнениями теплопроводности и неразрывности [1]:

$$\rho_w\left(\frac{\partial \boldsymbol{V}}{\partial t}+(\boldsymbol{V}\nabla)\boldsymbol{V}\right)=-\nabla p'+\eta\Delta\boldsymbol{V}-\rho_C\beta_C(C-C_0)g\boldsymbol{k}+\rho_w\beta_T(T-T_0)g\boldsymbol{k}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial C}{\partial t}+(\boldsymbol{V}\nabla)C=D\Delta C-V_c\boldsymbol{k}\nabla C, \quad (2)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t}+(\boldsymbol{V}\nabla)T=\chi\Delta T, \qquad \nabla\cdot\boldsymbol{V}=0, \quad (3)$$

где $\boldsymbol{V}$ и p'– скорость и давление жидкости, ρ_w, η, χ – плотность, динамическая вязкость и температуропроводность воды, ρ_C, C – плотность клеток и концентрация клеток, β_T, β_C – коэффициент теплового расширения и концентрационный коэффициент плотности, g – ускорение свободного падения, T – температура, $D-$ коэффициент диффузии и V_c- дрейфовая скорость клеток, $\boldsymbol{k}$– единичный вектор, направленный вверх.

После введения масштабов: H – длины, D/H – скорости, Θ – температуры, $V_c H\bar{C}/D$ – концентрации безразмерная система уравнений запишется в виде:

$$\frac{\partial \boldsymbol{V}}{\partial t}+(\boldsymbol{V}\nabla)\boldsymbol{V}=Sc(-\nabla p'+\Delta\boldsymbol{V}+LeRa_T T\boldsymbol{k}-RaC\boldsymbol{k}), \quad (4)$$

$$\frac{\partial C}{\partial t}+(\mathbf{V}\nabla)C=\Delta C+Pe\nabla C, \quad (5)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t}+(\mathbf{V}\nabla)T=Le\Delta T, \quad (6)$$

где $Ra=\frac{\rho_C\beta_C g}{\nu\rho_w D}\bar{C}H^3$ – концентрационное число Релея, $Ra_T=\frac{\beta_T g}{\chi\nu}\Theta H^3$ – тепловое число Релея, $Sc=\frac{\nu}{D}$ – число Шмидта, $Pe=\frac{V_C H}{D}$ – число Пекле, $Le=\frac{\chi}{D}-$ число Льюиса.

Граничные условия для не непроницаемых теплопроводных твердых границах запишутся в виде:

$$z=\pm 1/2 \qquad w=0, \ \frac{\partial \mathrm{C}}{\partial \mathrm{z}}=-PeC, \qquad T=0, \quad (7)$$

Жидкость с микроорганизмами может находиться в покое ($\boldsymbol{V} = 0$). При этом распределение температуры линейно, а распределение клеток, удовлетворяющее закону сохранения их количества, подчиняется барометрическому закону

$$T_0 = 1 - z\,,\, C_0 = \frac{e^{-Pez}}{2\,\mathrm{sh}(Pe/2)}. \tag{8}$$

Для определения условий возникновения конвекции запишем решение системы (4-6) в виде суперпозиции основного состояния системы:

($\boldsymbol{V} = 0, T_0, C_0$) и малых возмущений: $\boldsymbol{V}' = (u, 0, w)$, $T = T_0 + T'$, $C = C_0 + C'$:

$$(w, T, C) = \big(w(z), \theta(z), \xi(z)\big)\, e^{ikx+\lambda t}, \tag{9}$$

где λ – инкремент возмущений, k – волновое число, характеризующее периодичность возмущений, $w(z)$, $\vartheta(z)$, $\xi(z)$ – амплитуды возмущений. Подставляя (9) в (4)-(6), получим спектрально-амплитудную задачу:

$$\lambda(D^2 - k^2)w = Sc((D^2 - k^2)^2 w - LeRa_T k^2 T + Rak^2 C), \tag{10}$$

$$\lambda \mathrm{C} = (D^2 - k^2)C - PeDC - w\frac{Pe\, e^{Pez}}{2\,\mathrm{sh}(Pe/2)}, \tag{11}$$

$$\lambda T - w = Le(D^2 - k^2)T, \quad D = \frac{\partial}{\partial z}. \tag{12}$$

Для монотонной моды ($\lambda = 0$) зависимость теплового числа Релея от волнового числа выражается следующим образом:

$$Ra_T = \frac{14}{135}\frac{10k^6 + 340k^4 + 17744k^2 + 153440}{k^2}. \tag{13}$$

Для колебательной моды ($\lambda = i\omega$) зависимости теплового числа Релея Ra_T и частоты нейтральных колебаний ω от параметров задачи выглядят следующим образом:

$$Ra_T = \frac{28}{27}\frac{1}{f_3 Le^2 Sck^2}\Big(\frac{7}{10}Ra_C k^2 Sc(f_5 k^2 + Scf_2) + Scf_2 f_4(Scf_2 + f_4 f_5) + Lek^2 f_1 f_4 f_5^2\Big), \tag{14}$$

$$\omega^2 = \frac{1}{10}\frac{k^2(7Ra_C(Prk^2 - Sck^2 - 10Sc) + 10f_3 k^2)}{f_3}, \tag{15}$$

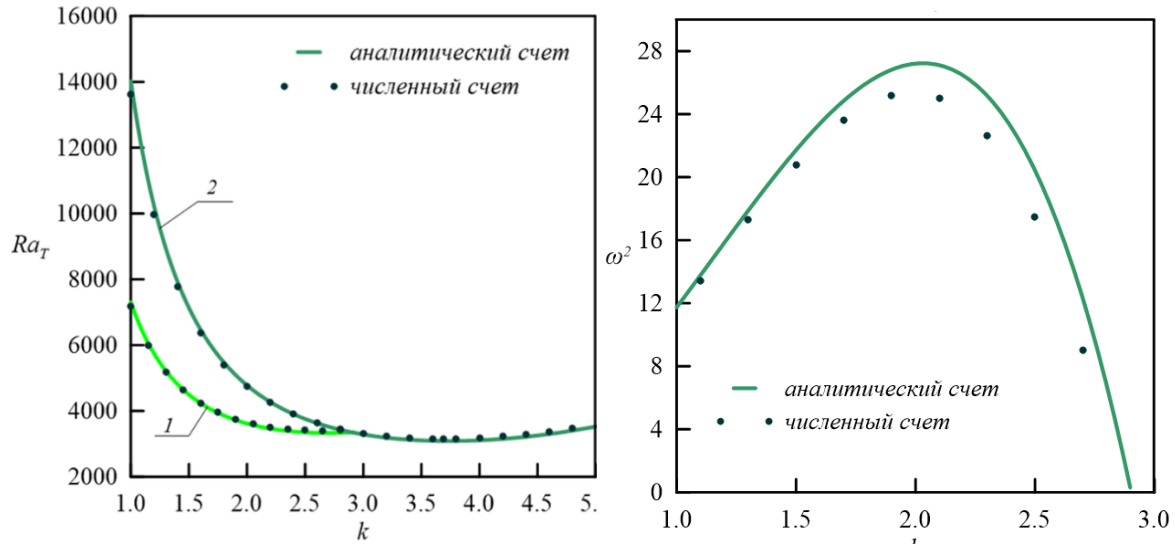
где $Pr = \frac{Sc}{Le}$ – число Прандтля,

$$f_1 = k^2 + 10,\ f_2 = k^4 + 24k^2 + 50,\ f_3 = f_1^2 + 2f_1 + Prf_2,\ f_4 = k^2 + Lef_1,\ f_5 = k^2 + 12.$$

Кроме приближенного решения (13-15) спектрально-амплитудная задача (10- 12) решена численно, с помощью метода стрельбы с ортогонализацией [6]. В качестве начального приближения $(Ra_{TMIN},\ \omega)$ использовались аналитического результаты (14-15) для колебательной и (13) для монотонной мод, соответственно.

Для воды число Прандтля равно $Pr = 7$, поэтому использовались параметры $Le = 1,\ Sc = 7$. Обсудим нейтральные кривые $Ra_T(k)$, и соответствующие им зависимости частоты нейтральных колебаний $\omega(k)$ (рис. 1).

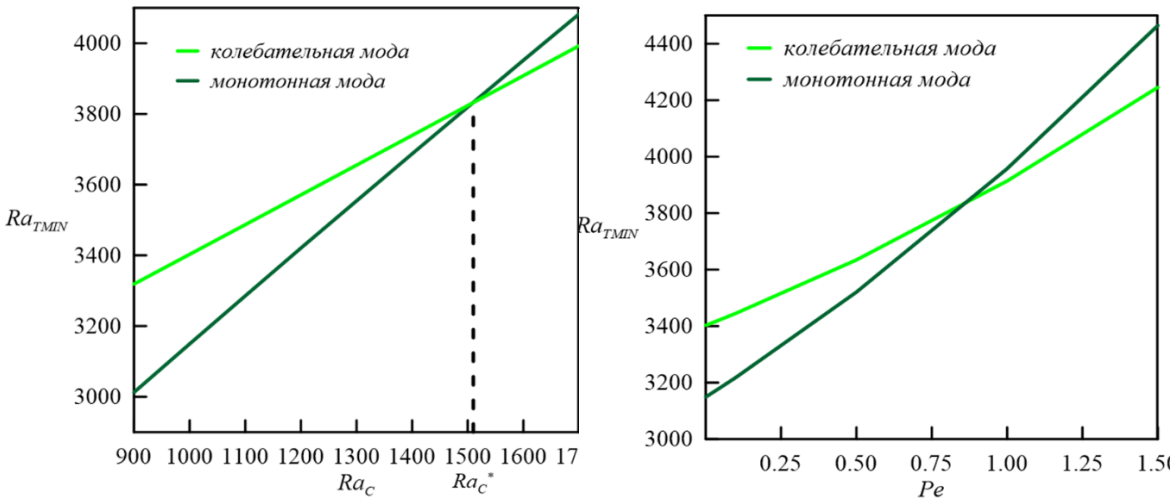
Линии на рис. 1*а* делят плоскость $(k - Ra_T)$ на три области. В области, лежащей между осью абсцисс и нижней кривой, все возмущения затухают, жидкость находится в состоянии покоя. В области между кривыми 1 и 2 нарастают колебательные возмущения, в области над кривой 2 – монотонные. Отметим, что нейтральные кривые монотонных и колебательных мод пересекаются в некоторой точке $k = k^*$. В области $(k < k^*)$ существуют растущие колебательные возмущения (рис. 1*б*, $\omega(k) > 0$). При волновых числах из области $k > k^*$конвекция становится монотонной.



(а) *(б)*

Рис. 1. Зависимости (а) теплового числа Релея (б) частоты нейтральных колебаний от волнового числа. $Ra_C = 1000,\ Pe = 10^{-4}, Le = 1,\ Sc = 7.$ *1 – колебательная мода, 2 – монотонная мода.*

Изменение концентрационного числа Релея Ra_C приводит к повышению тепловых чисел Релея Ra_{TMIN}, соответствующих минимуму нейтральной кривой (рис. 2*а*).



(а) *(б)*

Рис. 2. Зависимости минимального теплового числа Релея (а) от концентрационного числа Релея при $Pe = 10^{-4}$*; (б) от числа Пекле при* $Ra_C = 1000\,, Le = 1,\ Sc = 7$

Это связано с тем, что чем больше средняя концентрация микроорганизмов, тем больше плотность суспензии у нижней границы и для начала конвекции необходимо нагреть жидкость до более высоких температур. При некотором критическом значении Ra_C^* характер неустойчивости меняется, колебательные возмущения становятся более опасными. Отличие критического значения, разделяющего участки монотонной и колебательной неустойчивости в случае $Pe = 10^{-4}$, полученное методом Галеркина $Ra_C^* = 1472$ и в численном расчете $Ra_C^* = 1510,$ составляет 2,5 %.

На рис. 2*б* представлены зависимости критических тепловых чисел Релея Ra_{TMIN} для колебательной и монотонной мод возмущений от числа Пекле Pe. Волновое число колебательных возмущений меньше, чем у монотонной моды. Например, критическое значение, разделяющее участки монотонной и колебательной неустойчивости для $Ra_C = 1000$, полученное в численном расчете $Pe^* = 0.86$.

Список литературы

1. *Childress S., Levandowsky M., Spiegel E.A.* Pattern formation in a suspension of swimming microorganisms: equations and stability theory// J. Fluid Mech. 1975. Vol. 63. P. 591–613.
2. *Alloui Z., Nguyen T.H., Bilgen E.* Stability analysis of thermo-bioconvection in suspensions of gravitactic microorganisms in a fluid layer // International Communications in Heat and Mass Transfer. 2006. Vol. 33. P. 1198-1206.
3. *Alloui Z., Nguyen T.H., Bilgen E.* Numerical investigation of thermo-bioconvection in a suspension of gravitactic microorganisms // International Journal of Heat and Mass Transfer. 2007. Vol. 50. P. 1435-1441.

4. *Häder D.-P., Hemmersbach R.* Euglena, a Gravitactic Flagellate of Multiple Usages // Life. 2022. Vol. 12. 1522.
5. *Stallwitz E., Hader D.-P.* Effects of Heavy Metals on Motility and Gravitactic Orientation of the Flagellate, Euglena gracilis // European Journal of protisotology. 1994. Vol. 30. P. 18-24.
6. *Гершуни Г.З., Жуховицкий Е.М.* Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. М: Наука, 1972. 392 с.

ЗАВИСИМОСТЬ ДИНАМИЧЕСКОЙ ЭНТРОПИИ И ФРАКТАЛЬНОЙ РАЗМЕРНОСТИ ТРАЕКТОРИИ КОЛЛОИДНОЙ ЧАСТИЦЫ В ПЛАЗМЕ ОТ ЧАСТОТЫ ВИДЕОРЕГИСТРАЦИИ

К. А. Мизева[a], К. Г. Косс[a,b], Е. А. Кононов[a,b], М. М. Васильев[b], О. Ф. Петров[a,b]
[a] Московский физико-технический институт,
141701, Долгопрудный, Институтский переулок, 9
[b] Объединенный институт высоких температур РАН,
125412, Москва, ул. Ижорская, 13- 2

В работе экспериментально исследовано влияние частоты видеорегистрации на достоверность вычисления фрактальной размерности траектории коллоидной частицы в плазме. Проведено сравнение численных значений для нескольких частот съемки. Рассмотрена связь подходящей частоты видеорегистрации и коэффициента трения частицы о буферный газ.

Ключевые слова: коллоидная плазма; фрактальная размерность

DEPENDENCE OF DYNAMIC ENTROPY AND FRACTAL DIMENSION OF TRAJECTORIES OF A COLLOIDAL PARTICLE IN PLASMA ON THE FREQUENCY OF VIDEO REGISTRATION

K. A. Mizeva[a], X. G. Koss[a,b], E. A. Kononov[a,b], M. M. Vasiliev[b], O. F. Petrov[a,b]
[a] Moscow Institute of Physics and Technology,
9 Institutskii per., 141701, Dolgoprudny
[b]Joint Institute for High Temperatures RAS,
13-2 Izhorskaya St., 125412, Moscow

The paper presents the results of experimental research of influence of video registration frequency on the reliability of calculating fractal dimension of a colloidal particle trajectory. Numerical results for several frequences are compared. The relation between the suitable video registration frequency and the friction coefficient between the particle and surrounding gas is considered.

Keywords: dusty plasma; fractal dimension

Исследование многих фундаментальных вопросов физики конденсированных сред (процессы кристаллизации и разделения фаз, структура жидкости, стеклообразные состояния и т.д.) можно провести экспериментально с помощью модельных систем индивидуально видимых мезоскопических частиц (пылинок), играющих роль "атомов". Одним из наиболее известных примеров таких модельных систем является пылевая, или коллоидная плазма, многофазная система, состоящая из слабоионизованного газа и заряженных микрочастиц. Пыль и пылевая плазма повсеместно распространены в космосе: в планетарных кольцах, межпланетных и межзвездных облаках, мезосфере, грозовых облаках, в окрестностях космических станций и т.д. Физика такой природной пылевой плазмы уже несколько десятилетий является самостоятельной областью

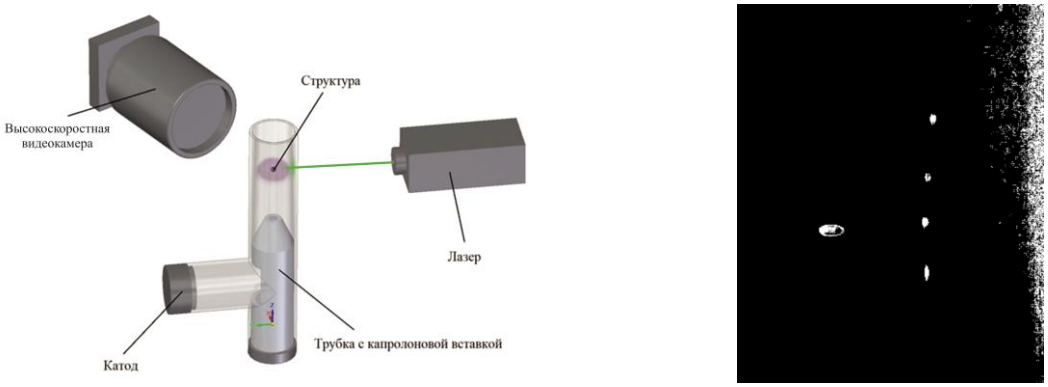
© Мизева К.А., К.Г., Кононов Е.А., Васильев М.М., Петров О.Ф., 2025

исследований. Присутствие пылевых частиц играет важную роль во многих важных промышленных процессах (в плазменном осаждении паров, производстве микрочипов, травлении, где пыль неминуемо образуется в процессе производства). В последнее время пылевая плазма активно исследуется в лабораториях по всему миру [1, 2].

Большое значение имеют задачи по изучению динамики активных броуновских частиц. Такие частицы могут преобразовывать внешнюю энергию в кинетическую энергию собственного движения. Подобные частицы бывают различного происхождения: к ним относят некоторые бактерии, подвижные клетки, коллоиды, микро- и нанороботы, янус-частицы [3].

Структура пылевых частиц в плазме является сложной системой, то есть системой частиц, взаимодействие которых описывается простыми законами, но при этом они проявляют сложное коллективное поведение и адаптацию путем обучения и эволюции [4]. Одним из параметров, с помощью которых можно описать сложность системы, является фрактальная размерность. Она применяется в различных сферах, например, для анализа последовательностей ДНК, исследования рака легких [5]. В коллоидной плазме оценка фрактальной размерности траекторий пылевых частиц успешно применялась для диагностики структурных фазовых переходов в квазидвумерных пылевых системах [6].

Значительное преимущество проведения экспериментов с коллоидными частицами в плазме (по сравнению с другими системами активных и пассивных броуновских частиц) заключается в том, что их смещения видны невооруженным глазом и могут быть зафиксированы видеокамерой. Однако при анализе экспериментальных результатов выясняется, что частота съемки сильно влияет на корректность восстановления некоторых параметров движения пылевых частиц, например, кинетической энергии [7]. Цель данной работы состоит в определении влияния частоты видеорегистрации на результаты вычисления фрактальной размерности и динамической энтропии для траектории коллоидной частицы в плазме.



а) *б)*

Рис. 1. а) Схема установки; б) Цепочечная структура, исследуемая в работе

Схема установки представлена на рис.1*а*. Стеклянная газоразрядная трубка заполнялась аргоном и откачивалась до давления 6 Па, на электроды подавалось напряжение 2.98 кВ. В трубке получался тлеющий разряд постоянного тока при

значении тока 1.5 мА. В разряд вбрасывались частицы из меламинформальдегида, покрытые медью. Диаметр частиц 5.85 мкм, толщина медного покрытия 150 нм. Параметры разряда были подобраны так, чтобы частицы формировали цепочечную структуру (рис. 1*б*). Полученная структура освещалась лазерным пучком.

Исследуемые частицы являются активными: из-за лазерного пучка нагревается одна из сторон частицы и буферный газ вокруг нее. Скорость частиц буферного газа возрастает, а вместе с этим и импульс, который они передают частице, вследствие чего возрастает её кинетическая энергия.

Освещенная лазерным пучком цепочечная структура снималась скоростной камерной на двух частотах съемки: 1700 и 17 кадров в секунду (frames per second, fps).

По полученным видеозаписям восстанавливались траектории движения частиц. Чтобы вычислить фрактальную размерность их траекторий, было использовано простое приближение энтропии Колмогорова-Синая - динамическая энтропия времени первого пересечения. Нарисуем вокруг частицы окружность радиусом ε в момент времени $t = 0$ и рассмотрим момент времени τ, в который частица первый раз пересекает эту окружность. Величина

$$S(\varepsilon) = \frac{1}{\tau(\varepsilon)} \tag{1}$$

называется динамической энтропией времени первого пересечения (mean first-passage time (MFPT) dynamic entropy) [8].

По восстановленным траекториям частиц были построены графики зависимости динамической энтропии от радиуса сферы ε. Для исследования роли частоты видеорегистрации были также взяты каждые 2, 4, 8 и 100 кадры из съемки 1700 fps (что соответствует съемке на 850, 425, 212, 17 кадрах в секунду).

Графики отражают два режима движения частицы: баллистический при наблюдении движения частицы на малых временах наблюдения (при малых радиусах ε), соответствует части графика до перегиба, и диффузионный, когда частица между кадрами претерпевает множество столкновений с нейтралами буферного газа (при малых радиусах ε), соответствует части графика после перегиба.

Графики динамической энтропии при движении в диффузионном режиме аппроксимируются прямой, которая отображает зависимость $S(\varepsilon) \sim \varepsilon^{-\gamma}$. Здесь модуль степени □ равен искомой фрактальной размерности траектории [8].

Основным источником диссипации кинетической энергии пылевых частиц в слабоионизованной плазме являются их столкновения с нейтралами окружающего газа. Коэффициент трения в условиях свободномолекулярного режима и при полной аккомодации нейтралов газа [9] может быть вычислен по формуле

$$\nu_{fr} = (8 - \pi)\frac{n_n (T_n m_n / 8\pi)^{1/2}}{a_p \rho_p} \tag{2}$$

Приближение формулы коэффициента трения для аргона комнатной температуры

$$\nu_{fr} = \frac{1144P[\text{Torr}]}{a_p[\mu\text{m}]\rho_p[\text{g/cm}^3]}. \quad (3)$$

Для значений величин в эксперименте P = 0,045 торр, a_p = 2.925 мкм, ρ_p = 1.6 г/см^3 было вычислено значение

$$\nu_{fr} = 6.6 \pm 0.3\,\text{c}^{-1}. \quad (4)$$

Было проведено сравнение графиков динамической энтропии для одной из частиц на всех частотах съемки, а также сравнение этих графиков с полученным значением коэффициента трения (рис. 2).

Можно заметить, что все графики, кроме каждого сотого кадра 1700 fps и съемки на 17 fps совпадают в диффузионном режиме. Оставшиеся два графика заметно отличаются. Также для графиков каждого сотого кадра 1700 fps и съемки на 17 fps прямая, отображающая значение коэффициента трения, подходит очень близко к перегибу. То есть при такой съемке промежуток между кадрами сравним с коэффициентом трения и частица между двумя кадрами претерпевает достаточно много столкновений с нейтралами буферного газа. Таким образом, мы выходим из баллистического режима, и полученные данные нельзя считать достоверными.

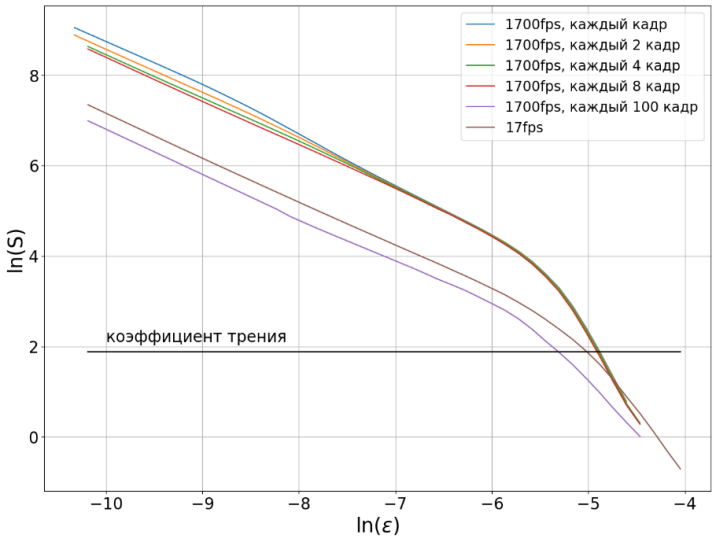


Рис. 2. Графики динамической энтропии времени первого пересечения для одной частицы в сравнении с коэффициентом трения

Результаты вычисления фрактальной размерности траекторий частиц на разных частотах съемки по наклону графиков динамической энтропии представлены в табл. 1. Можно заметить, что значения для больших частот съемки отличаются не больше, чем на 10%.

Проведенное исследование показывает, что на результаты вычисления фрактальной размерности траекторий активных частиц в плазме значительно

влияет частота видеорегистрации. Для корректного вычисления фрактальной размерности необходимо подбирать подходящую частоту съемки. Используемая частота должна значительно превосходить коэффициент трения, возникающего из-за столкновения частицы с нейтралами буферного газа.

Табл. 1. Фрактальные размерности траекторий частиц при различных частотах съемки

Номер частицы	1	2	3	4
1700 fps				
Каждый кадр	3.4	3.4	3.1	5.7
Каждый 2 кадр	3.4	3.4	3.1	5.7
Каждый 4 кадр	3.6	3.3	3.2	5.6
Каждый 8 кард	3.6	3.3	3.1	5.6
Каждый 100 кадр	2.3	2.3	2.3	4.7
17 fps				
Каждый кадр	3.0	4.3	3.2	5.4

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 20-12-00372).

Список литературы

1. *Coy C.* Гидродинамика многофазных систем. - М.: Мир, 1971.
2. Пылевая плазма, Эксперимент и теория. *Ваулина О.С., Петров О.Ф., Фортов В.Е., Храпак А.Г., Храпак С.А., 2009.*
3. *Bechinger, C.; Di Leonardo, D.; Löwen, H.; Reichhardt, C.; Volpe, G.; Volpe, G.* Active particles in complex and crowded environments. // Rev. Mod. Phys. 2016, 88, 045006.
4. *Mitchell, M.* Complexity: a guided tour. New York: Oxford University Press (2009).
5. *Lennon, F., Cianci, G., Cipriani, N. et al.* Lung cancer—a fractal viewpoint. // Nat Rev Clin Oncol 12, 664–675 (2015).
6. *Koss X. G., Lisina I. I., Statsenko K. B. and Petrov O. F.*"Localization area, fractal dimension and phase transitions in dissipative 2D Yukawa systems: Numerical simulation" // Journal of Physics: Conference Series 946, 012145 (2018)
7. *К. Г. Косс, И. И. Лисина, М. М. Васильев, А. А. Алексеевская, Е. А. Кононов, О. Ф. Петров*, Фрактальное броуновское движение коллоидных частиц в плазме. // Физика плазмы, 2023, Т. 49, № 1, стр. 33-41
8. *Allegrini P., Douglas J. F., and Glotzer S. C. //* Phys. Rev. E 60, 5714 (1999).
9. *Ваулина О. С., Адамович К. Г., Петров О. Ф., Фортов В. Е.* Анализ процессов массопереноса в неидеальных диссипативных системах (эксперименты в пылевой плазме) // Журнал экспериментальной и теоретической физики. 2008. №2. С. 367 - 381

ВЛИЯНИЕ ЛОКАЛЬНОГО НАГРЕВА КОЖИ НА ВРЕМЯ ПРИХОДА ПУЛЬСОВЫХ ВОЛН

И. А. Мизева[a], Н. П. Подолян[b], М. Е. Васильева[c], В. А. Кащенко[d,e], Е. В. Шмидт[c], В. В. Зайцев[c], Н. Б. Маргарянц[f], П. М. Долотовская[c], А. А. Камшилин[b,c]
[a]Институт механики сплошных сред УрО РАН,
614013, Пермь, ул. Академика Королева, 1
[b]Институт автоматики и процессов управления ДВО РАН,
690041, Владивосток, ул. Радио, 5,
[c]ФГБУ «СЗОНКЦ им. Л.Г. Соколова ФМБА России»,
194021, г. Санкт-Петербург, пр. Культуры, 4,
[d]Клиника высоких технологий «Белоостров» (ООО «ММЦ ВТ»),
188651, Ленинградская область, м.р-н. Всеволожский, с. п. Юкковское,
тер. "Клиника Белоостров", зд.1
[e]Кафедра факультетской хирургии,
Санкт-Петербургский государственный университет,
199106, Санкт-Петербург, 21-я лин. В.О., 8а,
[f]Университет ИТМО,
197101, Санкт-Петербург, Кронверкский пр., 49

В работе представлены пилотные результаты измерения времени прихода пульсовой волны к сосудам микроциркуляторного русла у здоровых добровольцев. Впервые получено, что при локальном нагреве участка кожи, который вызывает снижение тонуса артериол и увеличение перфузии, время прихода пульсовой волны значимо снижается. Изменение составляет более 50 миллисекунд или порядка 30% от времени в нативном состоянии.

Ключевые слова: визуализирующая фотоплетизмография; пульсовая волна; локальный тепловой тест, вазодилатация, микроциркуляция

INFLUENCE OF SKIN LOCAL HEATING ON THE PULSE ARRIVAL TIME

I. A. Mizeva[a], N. P. Podolyan[b], M. E. Vasilieva[c], V. A. Kashchenko[d,e], E. V. Shmidt[c], V. V. Zaytsev[c], N. B. Margaryants[f], P. M. Dolotovskaya[c], A. A. Kamshilin[b,c]
[a]Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS,
1, Academician Korolev St., 614013, Perm
[b]Institute of Automation and Control Processes of FEB RAS,
5 Radio St., 690041, Vladivostok,
[c] FSBI "North-Western district scientific and clinical center named after L. G. Sokolov Federal Medical and Biological Agency",
4 Kultury Pr., 194021, St. Petersburg,
[d]Beloostrov clinic of high technologies (LLC MMC HT),
1 Clinic Beloostrov, Yukki urban settlement, 188651, Vsevolzhsk District, Leningrad Region,
[e] Department of Faculty Surgery, St Petersburg University,
8a 21 Line V.O., 199106, St. Petersburg
[f]ITMO University,
49 Kronverksky Pr., 197101, St. Petersburg

© Мизева И.А., Подолян Н.П., Васильева М.Е., Кащенко В.А., Шмидт Е.В., Зайцев В.В., Маргарянц Н.Б., Долотовская П.М., Камшилин А.А., 2025

The paper presents pilot results of measuring the pulse arrival time in the vessels of the microcirculatory system. It was found for the first time that during local heating of the skin area, which leads to a decrease in the tonus of arterioles and an increase in perfusion, the pulse arrival time decreases significantly. Time diminishing is more than 50 milliseconds, which is about 30% of the time in the native state.

Keywords: imaging photoplethysmography; pulse wave, local heating test, vasodilation, microcirculation

Пульсовая волна – волна повышенного давления крови, распространяющаяся по кровеносной системе человека, обусловленная выбросом объема крови во время фазы систолы из левого желудочка сердца. На скорость распространения пульсовой волны влияют геометрические и упругие свойства магистральных артериальных сосудов. Скорость распространения пульсовой волны используется как косвенный метод оценки жесткости крупных сосудов. Для измерения скорости распространения пульсовой волны используются датчики давления или оптические методы. Одним из широко используемых методов является метод фотоплетизмографии. В большинстве промышленно-выпускаемых фотоплетизмографах используется излучение красного света с длиной волны порядка 660 нм. Глубина проникновения красного света в кожу человека составляет ~3 мм, вследствие чего красный свет взаимодействует с крупными артериолами. В то же время известно, что наибольшая модуляция проходящего излучения наблюдается в зеленом свете (530 нм), при этом зеленый свет имеет куда меньшую (~0,5 мм) глубину проникновения и взаимодействует в основном с сосудами микроциркуляторного звена. В нашем экспериментальном методе мы используем бесконтактный метод визуализирующей фотоплетизмографии (вФПГ), совмещенный с электрокардиограммой (ЭКГ) [1]. Такая методика позволяет наряду с перфузией измерить время прохождения пульсовой волны от сердца до сосудов микроциркуляторного звена. Известно, что локальный нагрев участка кожи до температуры ~40°С вызывает многократное увеличение перфузии ткани, что объясняется снижением тонуса артериол – структурных единиц системы микроциркуляции крови.

Целью данной работы является изучение влияния вазодилатации, вызванной локальным нагревом кожи, на время прихода пульсовой волны.

Материалы и методы

Исследование проводилось в группе из 24 здоровых добровольцев (6 мужчин и 18 женщина), средний возраст составил 29±12 лет. На участок кожи предплечья помещался прозрачный нагреватель, устройство которого описано в работе [2]. Температура нагревателя регулировалась при помощи блока управления. Участок кожи с размещенным на ней нагревателем освещался системой светодиодов зеленого света, изображение регистрировалась при помощи видеокамеры. Детально метод вФПГ описан в работе [2]. Первые 5 минут нагреватель был выключен, далее на протяжении 20 минут проводился нагрев до 40°С. Синхронно с записью изображения кожи регистрировалась ЭКГ сердца. Полученные записи обрабатывались при помощи алгоритма, детально

описанного в работе [2]. Время прихода пульсовой волны (pulse arrival time, PAT) в область измерения на предплечье рассчитывалось как время между R-пиком ЭКГ и минимумом сигнала вФПГ в каждом кардиоцикле.

Результаты

Обнаружено, что в момент нагрева происходит быстрое уменьшение величины PAT, сохраняющееся на протяжении всего времени нагрева (20 мин) и после его выключения (ещё 20 мин). Для каждого измерения оценивали медианное значение величины PATm в нативных условиях (временной интервал 10-140 с) и при нагреве участка кожи до температуры 40°C (временной интервал 520-630 с).

Средние значения по выборкам в исследуемой группе в нативных условиях и при нагреве представлены в Таблице 1. При $P < 0,05$ различия между выборками достоверны.

Табл. 1. Статистические характеристики величины PATm (среднее±СКО), мс в нативных условиях (интервал времени 1) и при нагреве (интервал времени 2) в двух регионах. Достоверность P рассчитана по критерию Вилкоксона для парных выборок.

Обозначение	Нативно	Нагрев	*P* между интервалами
Интервал времени, с	10-140	520-630	
PATm, мс в регионе 1	150(133;165)	100(87;118)	**0,0002**
PATm, мс в регионе 2	141 (120;165)	125(109;161)	0,009
P между регионами	>0.05	**0,003**	

Обсуждение

В этом пилотном исследовании впервые обнаружено статистически значимое уменьшение времени прихода пульсовой волны при нагреве участка кожи, которое составляет более 50 мс (порядка 30% от величины PATm в нативном состоянии). Дополнительной проверкой данного экспериментального факта служат измерения на поверхности кожи за пределами нагревателя. Эти измерения показали, что в нативных условиях статистической разницы величины PATm между двумя рассматриваемыми регионами нет. При включении нагревателя PATm в регионе 2 также уменьшается, однако абсолютная величина изменения в три раза меньше, чем в области под нагревателем. Уменьшение величины PATm в области рядом с нагревателем мы связываем с опосредованным нагревом поверхности кожи вблизи нагревателя.

Благодарности

Разработка метода и экспериментальной системы вФПГ выполнены в рамках государственного задания ИАПУ ДВО РАН (тема FWFW-2022-0003).

Список литературы

1. *Kamshilin A.A. et al*. A new look at the essence of the imaging photoplethysmography // Sci Rep. 2015. Vol. 5, P. 10494.
2. *Kamshilin A.A. et al.* Novel Method to Assess Endothelial Function via Monitoring of Perfusion Response to Local Heating by Imaging Photoplethysmography // Sensors. 2022. Vol. 22, № 15, P. 5727.
3. *Yeh C. et al.* Photoacoustic microscopy of blood pulse wave // J Biomed Opt. 2012. Vol. 17, № 7, P. 070504.

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ОБТЕКАНИЯ КОСТЯНЫХ НАКОНЕЧНИКОВ СТРЕЛ С ГОРОДИЩА ЧЕРНОВСКОЕ I

С. В. Мингалев[a], В. В. Мингалев[b]
[a] АО «ОДК-Авиадвигатель»,
614990, Пермь, Комсомольский пр., 93
[b] Пермский филиал ФГАОУ ВО НИУ «Высшая школа экономики»,
614070, Пермь, ул. Студенческая, 38

Численно исследована аэродинамика 18 наконечников костяных стрел, найденных при раскопках городища Черновское I (II-VII в.н.э.) в Краснокамском городском округе Пермского края. Получено, что значения коэффициента сопротивления формы можно использовать для разделения наконечников на виды и выделения бракованных наконечников. Также показано, что несохранившиеся части стрел не оказывают значимого влияния на это деление.

Ключевые слова: наконечник костяной стрелы; вычислительная аэродинамика; археология

NUMERICAL STUDY OF BONE PROJECTILE POINTS FROM THE HILLFORT OF CHERNOVSKOE I

S. V. Mingalev[a], V. V. Mingalev[b]
[a]UEC-Aviadvigatel JSC,
93 Komsomolskii Pr., 614990 Perm
[b]HSE University,
38 Studencheskaya St., 614070 Perm

Using the method of computer fluid dynamics, we have found drag coefficients of 18 bone projectile points excavated at the hillfort of Chernovskoe I in Krasnokamsk urban okrug of Perm Krai (II-VII centuries AD). It has been shown that the values of these drag coefficients associate with the shapes of projectile points. Besides, this association is almost independent on how these points were hafted to shafts.

Keywords: bone projectile point; computer fluid dynamic; archeology

Костяные наконечники стрел (один из которых показан на рис. 1) являются одним из наиболее распространённых артефактов, обнаруживаемых при археологических раскопках. Наличие тех или иных видов наконечников дает возможность методами сравнения и типологии определять примерный возраст раскапываемого памятника и относить его к той или иной археологической культуре. Существует много подходов к тому, как разделять костяные наконечники на виды: по форме [1,2], по габаритным размерам, массе [3], шероховатости поверхности [4]. Однако, ни один из этих подходов не позволяет оценить совершенство аэродинамики этих наконечников. Цель настоящего исследования состояла в том, чтобы численными методами найти у наконечников коэффициент сопротивления формы, который дает такую возможность. Знание его значения позволяет ранжировать наконечники стрел в зависимости от того, насколько хорошо обтекаемую форму они имеют.

© Мингалев С.В., Мингалев В.В., 2025

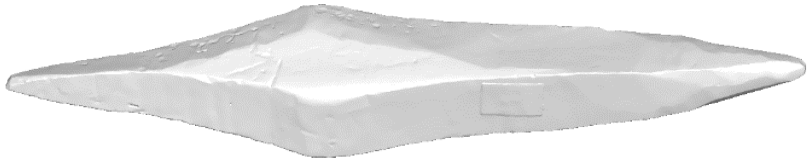


Рис. 1. Наконечник №529 с городища Черновское I

Одной из проблем, связанных с исследованием аэродинамики наконечников, является то, что это лишь часть стрелы. Соответственно, аэродинамический след, возникающий за наконечником, и его вклад в силу, действующую на него со стороны воздуха, необходимо оценить и по возможности исключить из неё. В то время как получение такой оценки экспериментальными методами представляет собой нетривиальную задачу, для численных методов сложность нахождения значения части силы сопротивления ничем не отличается от вычисления её полного значения. В настоящем исследовании как раз и используются методы вычислительной аэродинамики, что позволяет ответить на вопрос о том, можно ли, не имея всей стрелы, оценивать аэродинамическое совершенство наконечника по коэффициенту сопротивления формы, найденному экспериментальными или численными методами.

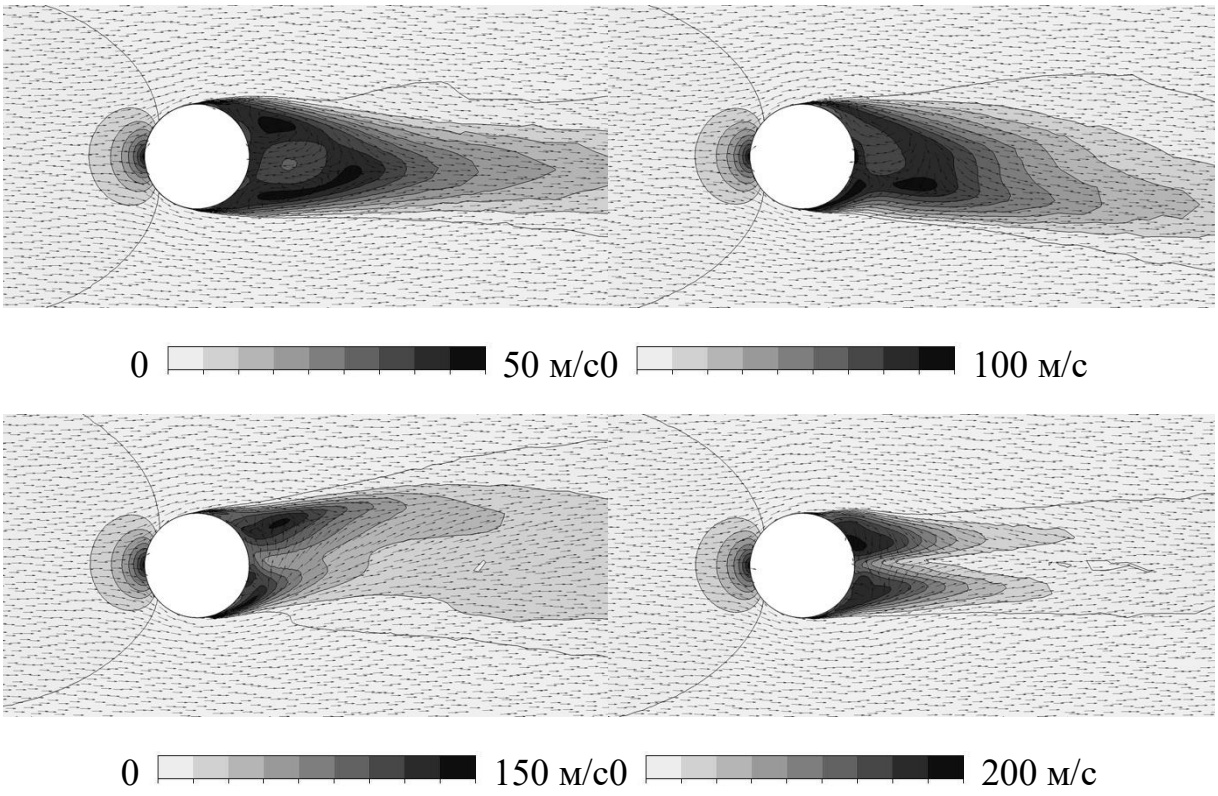


Рис. 2. Поле скорости потока воздуха вокруг сферы при скорости набегающего потока 50, 100, 150 и 200 м/с

При моделирование использовался ANSYS Fluent 22R1 с моделью турбулентности Transition SST с опциями Curvature Correction, Corener Flow Correction, Production Kato-Launder и Production Limiter. Решатель был выбран стационарным, Pressure-Based. Опции расчетной схемы были выбраны: Scheme – Coupled, Flux-Type – Rie-Choe: distance based, Spatial Discretization Gradient – Least Squares Node Based. Pressure – Second Order; Momentum, Turbulent Kinetic Energy, Specific Dissipation Rate, Intermittency, Momentum Thickness Re – Third Oder MUSCL. Pseudo Time Method – Global Time Step с опциями Warped-Face Gradient Correction и High-Order Gradient Relaxation. Воздух считался несжимаемым с плотностью 1.22 кг/м^3 и динамической вязкостью 1.8 10^{-5} кг/(м с). Расчеты проводились на сетках с разным разрешением для того, чтобы показать независимость от него результата.

Валидация модели проводилась на задаче об обтекании сферы диаметром 15 мм (рис. 2), чье поперечное сечение имело тот же порядок, что и поперечные сечения исследуемых наконечников. Табл. 1 показывает, что отклонение от экспериментальных значений 2-5%. Соответственно, можно ожидать схожей ошибки в случае наконечников стрел, для которых экспериментальные данные отсутствуют.

Табл. 1. Полученные численно коэффициенты сопротивления формы сферы

Скорость, м/с	50	100	150	200
Сетка 1	0.41	0.39	0.38	0.38
Сетка 2	0.39	0.39	0.39	0.37
[5]	0.41	0.4	0.37	0.36

Численно исследовалось 18 костяных наконечников, которые можно разделить на пять типов: 1) с четырехгранным пером и плоским черешком, 2) толстые с шестигранным сечением, 3) тонкие с шестигранным сечением, 3) с квадратным сечением, 4) с треугольным сечением и 5) бракованные. Исследованные наконечники были найдены в ходе раскопок на городище Черновское I в Краснокамском городском округе Пермского края.

Бракованные наконечники имеют коэффициент сопротивления формы от 0.18 до 0.2; наконечники с четырехгранным пером и плоским черешком, а также шестигранные толстые – от 0.13 до 0.18; толстые шестигранные наконечники с расположенной симметрично выемкой – от 0.12 до 0.13. Расчет нормированной силы лобового сопротивления, позволяющий исключить влияние частей наконечника, скрытых креплением, показал, что вышеописанное деление сохраняется и для этой величины, при этом, дополнительно, тонкие наконечники с шестигранным сечением формируют группу со значениями нормированной силы от 0.06 до 0.07.

Таким образом удалось показать возможность использования значений коэффициента сопротивления формы для классификации наконечников, а также то, что несохранившиеся части стрел не оказывают значимого влияния на это деление.

Список литературы

1. *Лозовская О.В.* Развитие костяных наконечников стрел в VII-V тыс. cal BC в Верхневолжской низменности по материалам многослойной стоянки Замостье 2 // Краткие сообщения Института археологии. 2019. №255. С. 71-90.
2. *Peyrony D.* Les Industries «aurignaciennes» dans le bassin de la Vézère / Bulletin de la Société préhistorique de France. 1933. Tome 30. n°10. pp. 543-559.
3. Legrand A., Radi G. Manufacture and use of bone points from Early Neolithic Colle Santo Stefano, Abruzzo, Italy // Journal of Field Archaeology. 2008. Vol. 33. n°3. pp. 305-320.
4. *Bradfield J.* Pointed bone tool technology in southern Africa: Results of use-trace analyses // Southern African Humanities. 2015. Vol. 27. n°1. pp. 1-27.
5. *Munson B.R., Young D.F., Okiishi T.H.* Fundamentals of Fluid Mechanics. NY: Wiley, 1990. 816 p.

ВЛИЯНИЕ ВЕРТИКАЛЬНЫХ ПОРШНЕВЫХ КОЛЕБАНИЙ НА РАЗВИТИЕ КОНВЕКЦИИ ДВОЙНОЙ ДИФФУЗИИ

Е. А. Мошева[a, b], И. Э. Карпунин[b], Н. В. Козлов[c]
[a]Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет,
614045, Пермь, ул. Сибирская, 24
[b]Институт механики сплошных сред УрО РАН,
614045, Пермь, ул. Академика Королева, 1
[c]Институт механики жидкостей Тулузы,
Тулузский национальный политехнический институт
Франция, 31400, Тулуза, Аллей профессора Камиля Соулы, 2

Экспериментально исследовано влияние вертикальных поршневых колебаний на динамику развития двухслойной смешивающейся системы в вертикальной ячейке Хеле-Шоу в условиях развития конвекции двойной диффузии. Поршневые колебания, создаваемые линейным двигателем и гидравлической системой, приводят двухслойную систему жидкостей в колебательное движение относительно внутренних стенок ячейки. Обнаружено, что колебания не оказывают влияния на форму и скорость распространения пальчиковой структуры, формирующейся вследствие развития двойной диффузии, но существенно увеличивают интенсивность взаимного перемешивания исходных слоев.

Ключевые слова: поршневые колебания; двухслойная система; конвекция двойной диффузии

ENHANCEMENT OF DOUBLE-DIFFUSIVE CONVECTION BY VERTICAL PISTON OSCILLATIONS IN TWO-LAYER SYSTEM

E. A. Mosheva[a,b], I. E. Karpunin[a], N. V. Kozlov[c]
[a]Perm State Humanitarian Pedagogical University,
24 Sibirskaya St., 614045, Perm
[b]Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS,
1 Academician Korolev St., 614013, Perm
[c]Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse, ToulouseINP,
2 Allée du Professeur Camille Soula, 31400 Toulouse, France

We experimentally investigates the influence of vertical piston oscillations on the dynamics of a two-layer miscible system in a vertical Hele-Shaw cell under conditions of double-diffusive convection. The piston oscillations, generated by a linear motor and hydraulic system, induce oscillatory motion of the two-layer liquid system relative to the inner walls of the cell. We observed that the oscillations do not affect the shape and propagation rate of the fingers structures driven by double-diffusive convection, but significantly enhance the intensity of interlayer mixing between the initial liquid layers.

Keywords: piston oscillation; two-layer system; double-diffusive convection

В работе исследуется влияние вертикальных поршневых колебаний на динамику развития конвекции двойной диффузии [1] в двухслойной системе,

© Мошева Е.А., Карпунин И.Э., Козлов Н.В., 2025

образованной менее плотным водным растворов сахара (верхний слой A) и более плотным водным раствором соли (нижний слой B). Начальные молярные концентрации соли и сахара составляли 1.00 и 0.25, соответственно. Экспериментальная установка (рис. 1) включала вертикальную ячейку Хеле-Шоу (*1*) с интегрированной противоточной системой подачи жидкостей (2), которая позволяла создавать двухслойную систему жидкость-жидкость с тонкой горизонтальной границей между слоями. Рабочая полость ячейки имела следующие размеры: высота $H = 22.5$ см, ширина $L = 6$ см и толщина $d = 0.1$ см. Установка также включала в себя гидравлический насос (*3*) и линейный двигатель (*4*), которые позволяли осуществлять вертикальные поршневые колебания жидкой системы с заданной частотой и амплитудой, значения которых контролировались с помощью компьютера (*5*) при использовании программного обеспечения CME2. Подробнее с конструкцией и особенностями работы гидравлического насоса можно ознакомиться в работе [2]. Активация поршневых колебаний инициировала вертикальные колебания исследуемой жидкой системы внутри ячейки, при этом сама ячейка в лабораторной системе отсчета оставалась неподвижной. Эксперименты записывались с использованием видеокамеры (*6*) с высоким пространственно-временным разрешением (частота съемки 60 кадров в секунду). Для улучшения качества съемки ячейка дополнительно освещалась с задней стороны коллимированным источником рассеянного света.

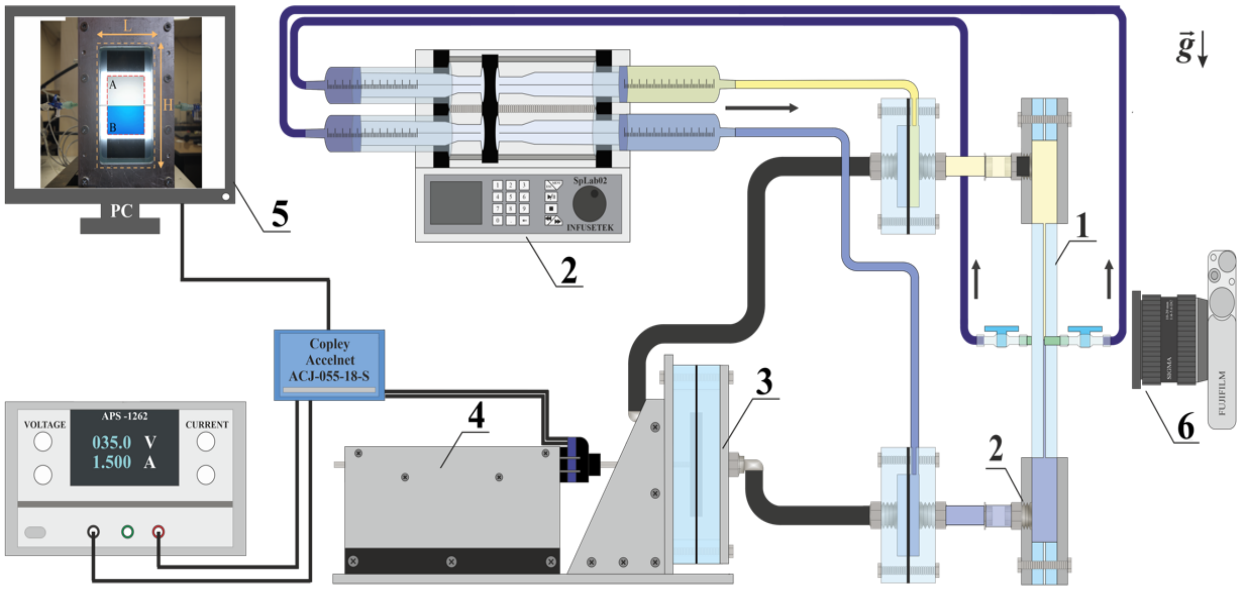


Рис. 1. Схема экспериментальной установки

Для визуализации конвективных структур мы добавили пищевой краситель синего цвета с массовой концентрацией 0.027%. краситель добавлялся только в нижний солевой раствор. Эксперименты проводились для следующего диапазона частот и амплитуд поршневых колебаний: $b = (0–0.66)$ см и $f = (2–4)$ Гц. Во время экспериментов температура окружающей среды оставалась постоянной и составляла 22±1 °C.

На рис. 2 представлены две серии изображений, иллюстрирующие временную эволюцию структуры конвекции двойной диффузии при отсутствии вибраций (рис. 2*а-в*) и при вибрационном воздействии (рис. 2*г-е*). Изображения для обоих случаев приведены для одинаковых моментов времени.

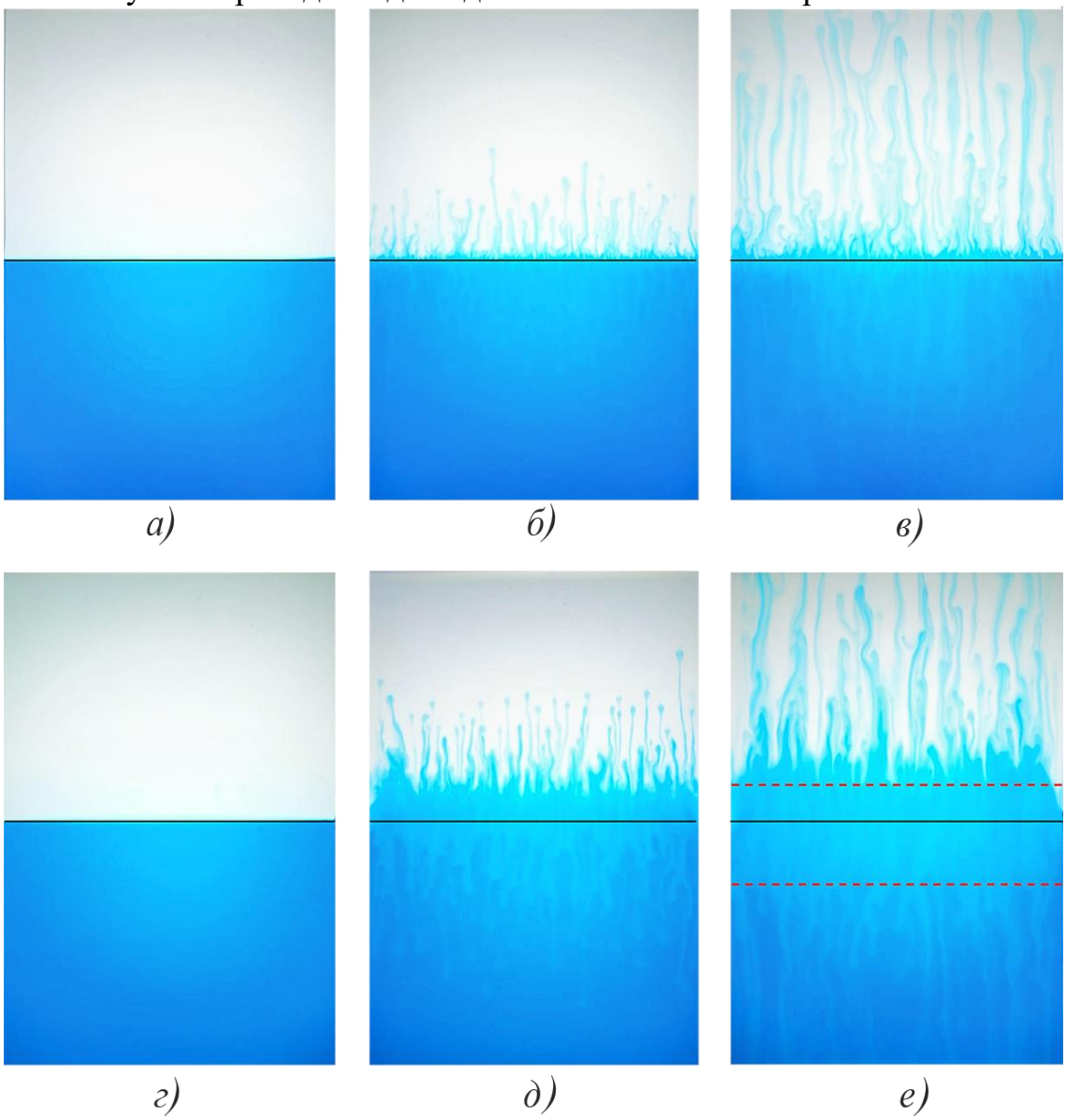


Рис. 2. Серия изображений, демонстрирующая временную эволюцию структуры конвекции двойной диффузии в случае отсутствия вибраций (верхний ряд) и в случае вибрационного воздействия (нижний ряд)

В рамках исследования была проанализирована морфология конвективных пальцев, возникающих вследствие неустойчивости двойной диффузии, а также измерена скорость их распространения. Результаты показали, что колебания не оказывают влияния на вышеупомянутые характеристики: как в присутствии вибраций, так и без них форма пальцев и скорость распространения одинаковы.

Для оценки интенсивности массопереноса была изучена временная эволюция высоты диффузионной зоны w. Этот параметр определялся как расстояние между двумя горизонтальными границами, проходящими вдоль

оснований, восходящих и нисходящих конвективных пальцев (пунктирные линии на рис. 2*е*). Временная зависимость высоты диффузионной зоны представлена на рис. 3.

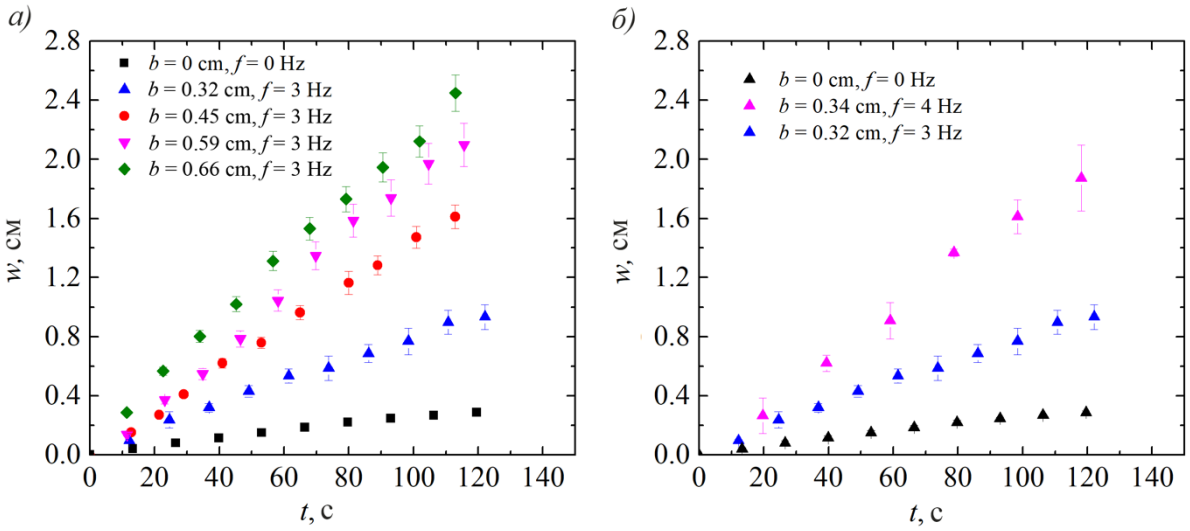


Рис. 3. Зависимость высоты диффузионной зоны w от времени, полученная для экспериментов, выполненных при фиксированной а) частоте и б) амплитуде

В условиях вибраций было исследовано два сценария: влияние амплитуды колебаний при фиксированной частоте 3 Гц (рис. 3*а*) и влияние частоты колебаний при фиксированной амплитуде (рис. 3*б*). Обнаружено, что на начальном этапе развития конвекции высота диффузионной зоны увеличивается со временем практически линейно как при отсутствии вибраций, так и при их наличии. Однако в условиях вибраций скорость роста диффузионной зоны значительно выше. Например, при частоте 3 Гц и амплитуде 0.59 см скорость массопереноса увеличивается примерно на порядок. Также было установлено, что для достижения аналогичного по мощности эффекта при более высоких частотах требуются меньшие амплитуды. Экспериментальные результаты показали, что при частоте 4 Гц и амплитуде 0.33 см интенсивность межслойного смешения достигает того же уровня, что и при 3 Гц и амплитуде 0.59 см.

В докладе обсуждаются потенциальные механизмы обнаруженной интенсификации массопереноса, которая может быть обусловлена таким явлением, как дисперсия Тейлора [3]. Это явление происходит, когда колебательное движение усиливает процессы диффузии за счет увеличения эффективного объема для массопереноса. Кроме того, вибрационные силы, действующие на неоднородности плотности, могут нарушать стратификацию слоев, а конвекция, обусловленная взаимодействиями с внутренними стенками полости ячейки, может дополнительно усиливать процессы массопереноса. Эти механизмы в совокупности способствуют значительному увеличению скорости смешивания, наблюдаемого при наличии вертикальных поршневых колебаний.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (грант № 23- 11-00242).

Список литературы

1. *Cooper C. A., Glass R. J., Tyler S. W*. Experimental investigation of the stability boundary for double-diffusive finger convection in a Hele–Shaw cell // Water Resour. Res. 1997. Vol. 33. N. 4. P. 517–526
2. *Карпунин И. Э., Козлов В. Г., Козлов Н. В*. Влияние высокочастотных колебаний жидкости на вязкое капельное включение в ячейке Хеле-Шоу // Конвективные течения. 2019. № 9. С. 36–51.
3. *Taylor G. I.* Dispersion of soluble matter in solvent flowing slowly through a tube // Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences. 1953. Vol. 219. N. 1137. P. 186-203.

НЕРАВНОВЕСНЫЕ ПЕРЕХОДЫ В СРЕДАХ С ДЕФЕКТАМИ В ШИРОКОМ ДИАПАЗОНЕ ИНТЕНСИВНОСТЕЙ НАГРУЖЕНИЯ

О. Б. Наймарк
Институт механики сплошных сред УрО РАН,
614013, Пермь, ул. Академика Королева, 1

Установлена связь коллективных мод ансамблей дефектов с механизмами неустойчивости, локализации течения, стадийностью разрушения в твердых телах и жидкостях при интенсивных воздействиях. Экспериментально подтверждена автомодельность пластических волновых фронтов, разрушения адиабатическим сдвигом, кинетики роста статистики фрагментации, показана связь с типами коллективных мод, структурными инвариантами поверхностей разрушения, данными рентгеновской томографии, гидро- и сонолюминесценции. Работа выполнена при поддержке гранта РНФ № 21-79-30041).

Ключевые слова: неравновесные переходы, дефекты, коллективные моды, автомодельность

NONEQUILIBRIUM TRANSITIONS IN MATTER WITH DEFECTS IN WIDE RANGE OF LOAD INTENSITIES

O. B. Naimark
Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS,
1 Academician Korolev St., 614013, Perm

The relationship between collective modes of defect ensembles and instability mechanisms, flow localization, and fracture stages in solids and liquids under intense impacts has been established. Self-similarity of plastic wave fronts, adiabatic shear fracture, and fragmentation statistics growth kinetics has been experimentally confirmed, and the relationship with types of collective modes, structural invariants of fracture surfaces, X-ray tomography data, and hydro- and sonoluminescence has been demonstrated. The work was supported by the Russian Science Foundation (grant № 21-79-30041).

Keywords: nonequilibrium transitions, defects, collective modes, self-similarity

Введение

Экспериментальные исследования поведения конденсированных сред в широком диапазоне интенсивностей нагружения показывают ограниченность предположения о «адиабатическом подчинении» механических свойств структурным переменным, отражающих поведение дефектов. Процессы деформации при ударно-волновом и динамическом нагружении характеризуются близкими временами нагружения к временам развития дефектов, структурной релаксации, стадийности зарождения трещин и их распространения. Это предполагает рассмотрение процесса деформирования и разрушения, обоснование термодинамики в терминах структурных переменных,

© Наймарк О.Б., 2025

характеризующих дефекты, связь термодинамики с релаксационными свойствами и стадийностью развития разрушения.

Неравновесная термодинамика и кинетика сред с дефектами

Развитая в [1] статистическая термодинамика сред с дефектами (микротрещинами, микросдвигами) установила вид термодинамического потенциала (неравновесной свободной энергии) в зависимости от внутренних переменных: деформации, индуцированной дефектами, и параметра структурного скейлинга, определяющего взаимодействие дефектов. Анализ кинетики дефектов с учетом нелинейности термодинамического потенциала показал связь коллективных мод ансамблей дефектов (автоволновых структур и диссипативных структур обострения), имеющих природу автомодельных решений, с механизмами локализации пластического течения и стадийностью поврежденности, зарождения и распространения трещин [2,3].

Экспериментальные и структурные исследования

Экспериментально подтверждена связь степенной универсальности пластических волновых фронтов, механизмов разрушения «адиабатическим сдвигом», кинетики распространения усталостных трещин при гига- и многоцикловом нагружении в металлах и сплавах, статистики фрагментации керамик с установленными типами коллективных мод [4,5]. Количественный анализ морфологии поверхностей разрушения определил структурные масштабы, соответствующие типам автомодельных решений, и зависимость параметров моделей от структурных инвариантов для различных стадий деформирования и разрушения материалов. Исследовано влияние коллективных мод дефектов на формированиеупруго-пластических фронтов в металлах, механизм «релаксации» упругого предвестника; анализируется связь с термодинамикой материалов с дефектами [6,7]. Развиты методы многомасштабного анализа структурных изменений, обусловленных дефектами, с использованием данных рентгеновской томографии применительно к широкодиапазонному моделированию поведения материалов [8].

Выводы

Широкодиапазонное моделирование поведения материалов проведено с использованием неравновесного термодинамического потенциала (свободной энергии) и эволюционных уравнений, учитывающих влияние дефектов (микросдвигов, микротрещин) и их коллективных мод на механизмы релаксации и разрушение. Параметры уравнений определены на основе квазистатических, динамических, усталостных и ударно-волновых экспериментов, сопоставлением с масштабными инвариантами морфологии поверхностей разрушения и данными рентгеновской томографии. Показана связь автомодельной природы коллективных мод дефектов со степенной универсальностью пластических волновых фронтов, стадийностью разрушения «адиабатическим сдвигом», в условиях много- и гигацикловой усталости.

Исследования выполнены при поддержке Российского научного фонда (проект № 21-79-30041).

Список литературы

1. *Naimark O.B.* Defect induced transitions as mechanisms of plasticity and failure in multifield continua // In: Advances in multifield theories of continua with substructure. Ed.: G.Capriz, P.Mariano.- Boston, Birkha*user.- 2004. -P.75-114*
2. *Bannikov M., Oborin V., Bayandin Yu., Ledon D., Kiselkov D., Savinykh A., Garkushin G., Razorenov S., Naimark O.* Damage-failure transition under consecutive dynamic and very high cycle fatigue loads // Journal of Applied Physics. -2022. -V.131. -P.135902 https://doi.org/10.1063/5.0085348
3. *Naimark O., Bayandin Yu., Uvarov S., Bannikova I., Saveleva N.* Critical Dynamics of Damage-Failure Transition in Wide Range of Load Intensity // Acta Mechanica. - 2021. - V.232. - P.1943–1959 https://doi.org/10.1007/s00707-020-02922-1
4. *Ledon D.R., Bannikov M.V., Oborin V.A., Bayandin Yu.V., Naimark O.B.* Prediction of the fatigue life of VT1-0 titanium in various structural states under very high cycle fatigue // Letters on Materials. - 2021. - V.11, Is.4. . - P. 422-426 https://doi.org/10.22226/2410-3535-2021-4-422-426
5. *Naimark O., Oborin V., Bannikov M., Ledon D.* Critical Dynamics of Defects and Mechanisms of Damage-Failure Transitions in Fatigue // Materials. - 2021. - V.14, Is.10 . - P.2554 https://doi.org/10.3390/ma14102554
6. *Davydova M., Uvarov S., Naimark O.* The effect of porosity on fragmentation statistics of dynamically loaded ZrO2 ceramics // Frattura ed Integrità Strutturale (Fracture and Structural Integrity). - 2018. - V.12, Is.43. - P.106-112. https://doi.org/10.3221/IGF-ESIS.43.08
7. *Saveleva N.V., Bayandin Yu.V., Savinykh A.S., Garkushin G.V., Razorenov S.V., Naimark O.B.* The Formation of elastoplastic fronts and spall fracture in AMg6 alloy under shock-wave loading // Technical Physics Letters. - 2018. - V.44, Is.9. - P.823-826. https://doi.org/10.1134/S1063785018090286.
8. *Ignatova A.M., Balakhnin A.N., Bannikov M.V., Kuper K.E., Nikitiuk A.S., Naimark O.B.* Technique for obtaining an integral characteristic of the structure of a loaded composite material based on microtomographic research data // Procedia Structural Integrity. - 2022. - V.41. - P.550-556 https://doi.org/10.1016/j.prostr.2022.05.063

УСТОЙЧИВОСТЬ ЭЛЕКТРООСМОТИЧЕСКОГО ТЕЧЕНИЯ В ПЕРЕМЕННОМ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ

О. О. Некрасов, Б. Л. Смородин
Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614990, Пермь, ул. Букирева, 15

Аналитически и численно исследуется электроосмотическое течение слоя жидкости, возникающее в плоском микроканале под действием продольного переменного электрического поля. Рассматриваются разные значения дзета-потенциалов на стенках канала. Получено выражение для профиля скорости в общем виде. При помощи теории Флоке изучена линейная устойчивость таких течений.

Ключевые слова: электроосмотическое течение; переменное поле; устойчивость

STABILITY OF THE ELECTROOSMOTIC FLOW IN AN ALTERNATINF ELECTRIC FIELD

O. O. Nekrasov, B. L. Smorodin
Perm State University,
15 Bukireva St., 614990, Perm

Electroosmotic flow of a liquid layer arising under the influence of longitude periodic electric field in flat microchannel is investigated analytically and numerically. Different values of zeta-potential at the channel borders are taken into account. An expression for the velocity profile is obtained in a general form. Linear stability of flows is studied in the framework of Floquet theory.

Keywords: electroosmotic flow; alternating field; stability

Микроканалы являются частным примером микрофлюидных систем и широко применяются в экологии, медицине и фармацевтике. Наибольший интерес представляют электрокинетические методы немеханического управления в микрофлюидике [1]. Среди множества работ, посвященных данной тематике, отметим [2]: в переменном электрическом поле исследовалось электроосмотическое течение в микроканале двух слоев различающихся по свойствам жидкостей. При этом исследование устойчивости течений, полученных в результате численно расчета профилей скорости, не проводилось.

В данной работе приведены результате исследования линейной устойчивости плоскопараллельного электроосмотического течения, возникающего в плоском микроканале высотой $2h$ под действием переменного электрического поля $E=E_0\cos\Omega t$ произвольной амплитуды E_0 и частоты Ω, направленного вдоль твердых границ микроканала. Дзета-потенциалы на верхней ζ_u и нижней ζ_d границах, вообще говоря, могут быть различными. Без потери общности будем считать $\zeta_u>0$.

© Некрасов О.О., Смородин Б.Л., 2025

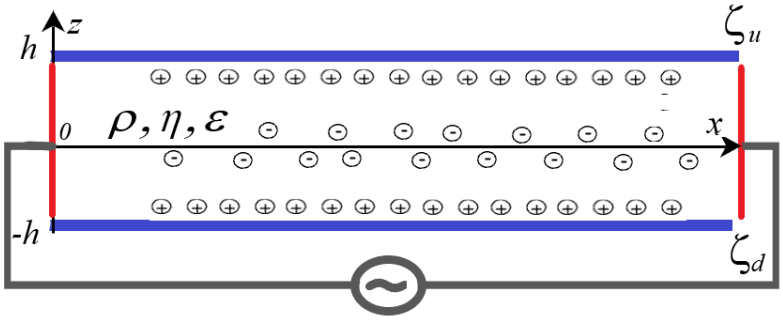


Рис. 1. Геометрия задачи

Используя масштабы длины $[x]=h$, времени $[t]=h^2/\nu$, давления $[p]=\rho_0\nu^2/h^2$, скорости $[v]=\nu/h$, потенциала $[\Phi]=\zeta_u$ и плотности заряда $[q]=\varepsilon\varepsilon_0\zeta_u/h^2$ (ρ_0 – плотность, ν – вязкость, ε – диэлектрическая проницаемость жидкости,ε_0– электрическая постоянная), запишем систему уравнений в безразмерном виде:

$$\left(\frac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial t} + (\boldsymbol{v}\nabla)\boldsymbol{v}\right) = -\nabla p + \Delta \boldsymbol{v} + \gamma \cos\omega t\, \boldsymbol{n}, \tag{1а}$$

$$\text{div}\ \boldsymbol{v}=0, \tag{1б}$$

$$\Delta\varphi = \beta\ \text{sh}\ \alpha\varphi \approx \beta\alpha\varphi = \frac{\varphi}{De^2}. \tag{1в}$$

Распределение потенциала в электролите описывается уравнением Пуассона-Больцмана, которое в случае малых значений дзета-потенциала ($|\zeta_{u,d}| < 25$ мВ)) может быть записано в приближенном виде (1в), где вместо ионного энергетического параметра α и параметра подвижности ионов β используется безразмерная длина Дебая

$$De = (\beta\alpha)^{-\frac{1}{2}} = \frac{l_D}{h} = \frac{\sqrt{\frac{\varepsilon_0 \varepsilon k_B T}{2Z^2 e^2 n_0}}}{h},$$

где Z – валентность ионов, e – заряд электрона, n_0 – концентрация.

На границах канала потенциалы заданы, а скорость обращается в ноль:

$$z = -1, \varphi = \pm\zeta,\ \boldsymbol{v} = 0;$$

$$z = +1, \varphi = 1, \boldsymbol{v} = 0. \tag{2}$$

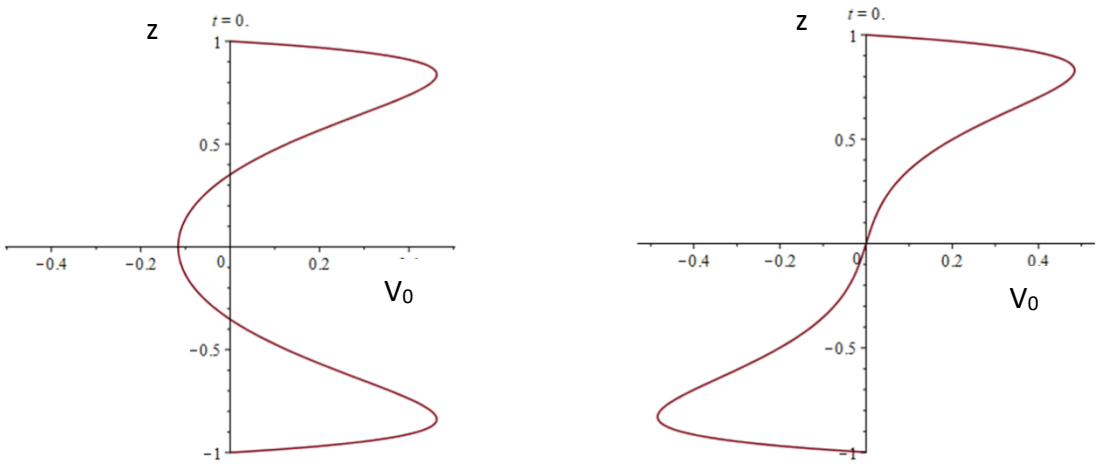
Кроме числа Дебая De, система уравнений и граничных условий (1-2) содержит отношение дзета-потенциалов границ $\zeta=\zeta_d/\zeta_u$, электроосмотический параметр $\gamma=\varepsilon_0\varepsilon\zeta_u E_0 h/\eta\nu$ и безразмерную частоту $\omega=\Omega h^2/\nu$.

Получено аналитическое выражение для скорости течения:

$$V_0(z,t) = \frac{\gamma}{(1+\omega^2 De^4)} \Re\left(\left(\frac{f(\kappa z)}{f(\kappa)} - \frac{\mathrm{f}(z/De)}{\mathrm{f}(1/De)} \right) (1 + i\omega De^2) \exp(i\omega t) \right),$$

где $\kappa = (1+i)\sqrt{\omega/2}$, $f(z) = \mathrm{ch}(z)$ при $\zeta = 1$ и $f(z) = sh(z)$ при $\zeta = -1$.

Профили скорости $V_0(z, t=0)$ для случая четного $(\zeta = 1)$ и нечетного $(\zeta = -1)$ распределения потенциала представлены на рис. 2.



а) *б)*

Рис. 2. Профиль скорости. De = 0.1, γ = 1, ω =10:
а) четный потенциал (ζ = 1); б) нечетный потенциал (ζ = −1)

При исследовании устойчивости основного течения можно доказать аналог теоремы Сквайра, таким образом, двумерные возмущения являются наиболее опасными. Запишем уравнение для возмущений, используя периодическую по горизонтали функцию тока $\varphi \sim \exp(ikx)$,

$$\frac{\partial \Delta\varphi}{\partial t} = \Delta^2\varphi + ikH\varphi, \qquad \Delta = \frac{\partial^2}{\partial z^2} - k^2, \qquad H = V_0\Delta - V_0'',$$

$$\varphi(\pm 1) = 0, \ \partial\varphi/\partial z\,(\pm 1) = 0\,. \tag{3}$$

Возмущения могут быть представлены в виде разложения $\varphi = \sum a_n \bar{\varphi}_n$ по базисным функциям Петрова [3], удовлетворяющих твердым граничным условиям. Используя метод Галеркина для возмущений [4], можно преобразовать (1) в уравнение для амплитуд разложения a_n:

$$\frac{\partial a_n}{\partial t} = \sum \boldsymbol{A}_{ns}(\omega t) a_s. \tag{5}$$

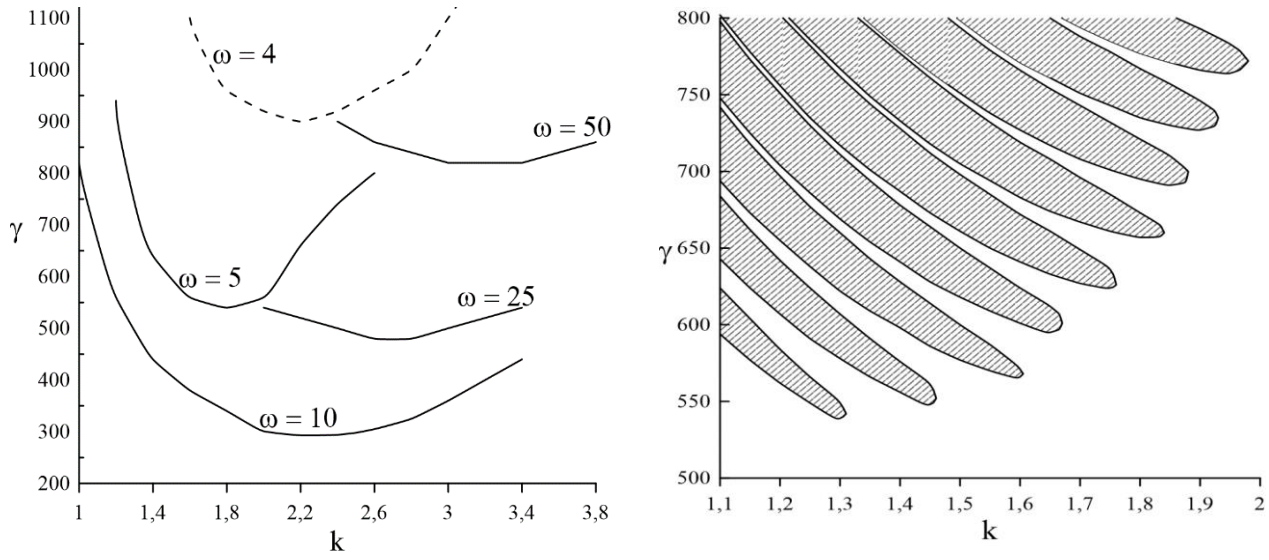
Матрица $\boldsymbol{A}_{ns}(\omega t)$ периодически зависит от времени, поэтому линейная устойчивость может быть проанализирована в рамках теории Флоке [5]. Фундаментальная матрица системы (2), полученная с помощью численного интегрирования на периоде изменения электрического поля T=2π/ω, связана с

матрицей монодромии, собственные значения которой являются критериями устойчивости системы (1). В отличие от классического случая параметрического резонанса [6], возмущений субгармонического отклика, период которых вдвое превышает период внешнего поля, в системе (1) не существует. В то же время синхронные с внешним полем возмущения можно разделить на два различных класса H1 и H2, действительная и мнимая части которых по-разному преобразуются в зависимости от временного сдвига:

$$t \to t + \frac{\pi}{\omega}\colon\ \Re\varphi \to \Re\varphi,\ \Im\varphi \to -\Im\varphi\ (H1);\ \ \Re\varphi \to -\Re\varphi,\ \Im\varphi \to \Im\varphi\ (H2).$$

Подобная ситуация наблюдается в случае термовибрационного течения в горизонтальном слое под действием продольных вибраций [7].

Получены нейтральные кривые, а также пороги неустойчивости и критические волновые числа для различных частот внешнего электрического поля, числа Дебая и отношения дзета-потенциалов границ. В случае *De = 0.1* нейтральные кривые приведены на рис. 3.



а) *б)*

Рис. 3. Нейтральные кривые. De = 0.1:
а) четный потенциал); б) нечетный потенциал, ω =10

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-21-00344, https://rscf.ru/project/23-21-00344/.

Список литературы

1. *Squires T.M., Quake S.R.* Microfluidics: Fluid physics at the nanoliter scale // Rev. Mod. Phys. 2005. V. 77. №3. P. 977–102.
2. *Navarkar A., Amiroudine S., Demekhin E. A.* On two-liquid AC electroosmotic system for thin films // Electrophoresis. 2016. M. 37. P. 727–735.

3. *Petrov G.I.* Application of the Galerkin method in the problem of viscous flow stability // Prikl. Mat. Mekh. 1940. №4. P. 3-20.
4. *Гершуни Г.З., Жуховицкий Е.М.* Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. М: Наука, 1972. 392 с.
5. *Coddington E.A., Levinson N.* Theory of Ordinary Differential Equations. – New York: McGraw-Hill, 1955. – 474 p.
6. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Теоретическая физика. Т. 6. Гидродинамика. М.: Наука, 1986. 736 с.
7. *Гершуни Г., Келлер И.О., Смородин Б.Л.* О вибрационно-конвективной неустойчивости в невесомости; конечные частоты // Доклады Академии наук. 1996. Т. 348. № 2. С. 194–196.

ПРОБЛЕМА ПЕРЕХОДА К ТУРБУЛЕНТНОСТИ В ТРУБЕ: ЛАБОРАТОРНЫЙ И ЧИСЛЕННЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ

Н. В. Никитин
Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова,
Научно-исследовательский институт механики,
117192, Москва, Мичуринский пр-т, 1

В классических опытах О. Рейнольдса 1883 г. определено критическое значение безразмерного параметра, называемого ныне числом Рейнольдса, $Re_c \approx 2000$, при превышении которого в трубе круглого сечения может устанавливаться турбулентный режим течения. Попытки уточнить это значение в течение 20-ого века не увенчались успехом. В работе даётся обзор выполненных в последние годы теоретических, экспериментальных и численных исследований течения в круглой трубе на стадии перехода к турбулентности, позволивших сформулировать новый взгляд на природу ламинарно-турбулентного перехода в этом течении.

Ключевые слова: течение в круглой трубе; переход к турбулентности; критическое число Рейнольдса

PROBLEM OF TRANSITION TO TURBULENCE IN A PIPE: LABORATORY AND NUMERICAL EXPERIMENT

N. V. Nikitin
Lomonosov Moscow State University, Institute of mechanics,
1 Michurinsky Pr., 117192, Moscow

In the classical experiments of O. Reynolds in 1883, the critical value of a dimensionless parameter, now called the Reynolds number, $Re_c \approx 2000$, was determined, when turbulent flow regime can be established in a round pipe. Attempts to clarify this value during the 20th century were unsuccessful. The paper provides an overview of theoretical, experimental and numerical studies of the flow in a round pipe at the stage of transition to turbulence in recent years, which allowed us to formulate a new view on the nature of the laminar-turbulent transition in this flow.

Keywords: flow in a round pipe; transition to turbulence; critical Reynolds number

Проблема возникновения турбулентности в круглой трубе является классической и одной из самых известных проблем теории гидродинамической устойчивости. Со времени первых экспериментов О. Рейнольдса [1] проведено большое количество экспериментальных, теоретических и численных исследований, накоплен огромный объём численного и экспериментального материала, касающегося различных сторон ламинарно-турбулентного перехода в этом течении. Всё это не привело, однако, к полному пониманию физических механизмов, определяющих смену режимов течения в круглой трубе, теоретическому обоснованию известных из экспериментов даже таких

© Никитин Н.В., 2025

простейших законов, как зависимость коэффициента сопротивления от числа Рейнольдса.

Течение в круглой трубе является представителем класса течений, неустойчивость которых не описывается линеаризованными уравнениями. И экспериментальные, и численные исследования указывают на то, что ламинарное течение Пуазейля в трубе устойчиво к малым возмущениям при любых числах Рейнольдса. Это значит, что переход к турбулентности не может быть описан последовательностью усложняющихся состояний, возникающих в результате определённой цепочки бифуркаций, как это происходит во многих других течениях, таких, например, как течение Тейлора-Куэтта между вращающимися цилиндрами, течение Рэлея-Бенара в слое, подогреваемом снизу, и даже в родственном течении Пуазейля в плоском канале, теряющем устойчивость при конечном значении числа Рейнольдса.

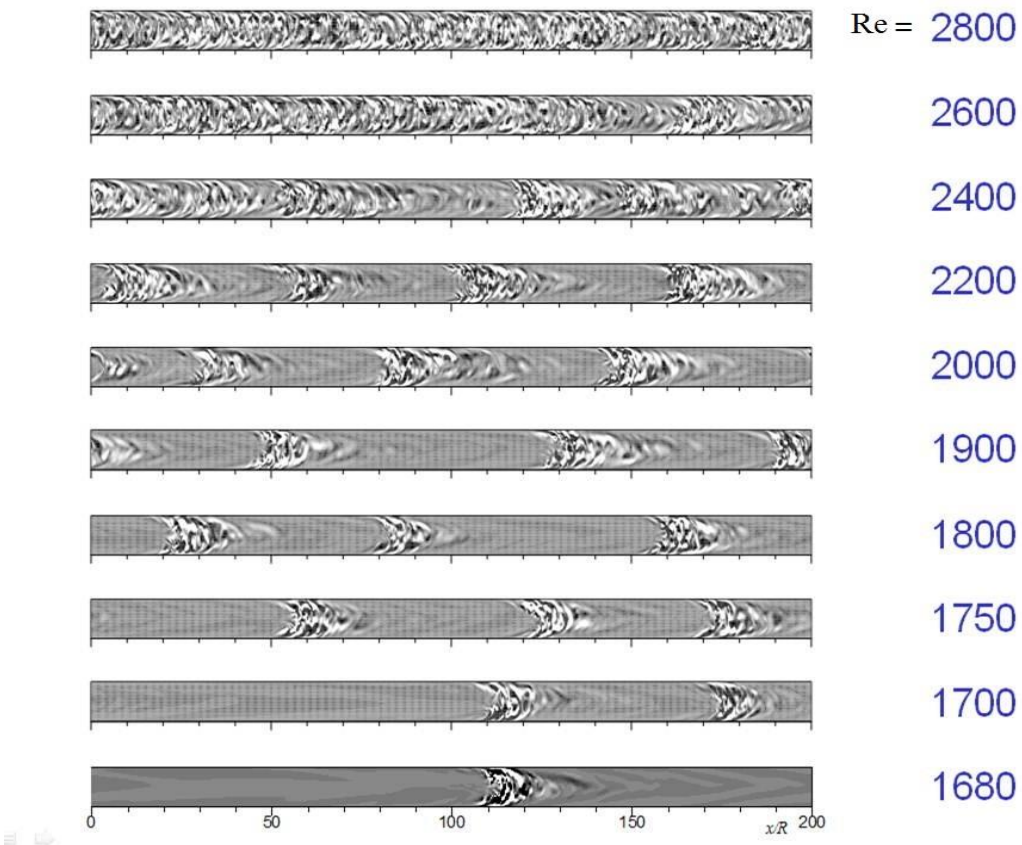


Рис. 1. Локализованные турбулентные структуры в трубе при разных значениях числа Рейнольдса

В экспериментах переход к турбулентности сопровождается интересным явлением. Турбулентные участки в трубе появляются первоначально в виде локализованных по длине трубы всплесков, уносящихся вниз по течению и не меняющих своей протяженности. С ростом числа Рейнольдса степень заполненности трубы турбулентностью повышается (см. рис. 1), и наконец, возникает режим сплошного турбулентного течения. Течение в круглой трубе на этапе перехода является гидродинамическим примером возникновения

пространственно-временной перемежаемости, наблюдающейся во многих проявлениях реального мира.

В настоящей обзорной статье дается краткое описание выполненных в последние годы экспериментальных и численных исследований течения в круглой трубе на стадии перехода к турбулентности [2]. В результате изучения поведения локализованных турбулентных структур в трубах предложена точка зрения, альтернативная к существовавшему до сих пор математическому образу турбулентности как движению на хаотическом аттракторе соответствующей динамической системы. Критическое число Рейнольдса в такой идеологии – это такое значение *Re*, при котором аттрактор появляется в фазовом пространстве. Новая концепция не предполагает наличия аттрактора, а критическое число Рейнольдса определяется как граница, на которой происходит изменение тенденций и возникают бесконечно живущие турбулентные структуры.

Список литературы

1. *Reynolds O.* An experimental investigation of the circumstances which determine whether the motion of water shall be direct or sinuous, and of the law of resistance in parallel channels // Philosophical Transactions of the Royal Society of London. 1883. Vol. 174. P. 935–982.
2. *Никитин Н. В*. Проблема перехода и локализованные турбулентные структуры в трубах // Известия РАН, Механика жидкости и газа. 2021. № 1. С. 32–46.

ВЛИЯНИЕ ПРОНИЦАЕМОСТИ ПОРОД ПОД ПОЛИГОНОМ ТВЕРДЫХ БЫТОВЫХ ОТХОДОВ НА РАСПРОСТРАНЕНИЕ ФИЛЬТРАТА В ЕГО ОСНОВАНИИ

Н. А. Ожгибесова, А. О. Иванцов
Институт механики сплошных сред УрО РАН,
614013, Пермь, ул. Академика Королева, 1

Представлены результаты численного моделирования распространения фильтрата в пористой среде, расположенной под полигоном твердых бытовых отходов (ТБО). Рассматриваемая трехслойная система основана на геологических данных, полученных в ходе полевых измерений. Для простоты задача исследуется в предположении двухкомпонентного подхода. Тем не менее, учитывается тепло, выделяемое полигоном за счет биологических и химических процессов, а также механизм термодиффузии, способствующий переносу загрязнений. Численное моделирование распространения фильтрата в рассматриваемой слоистой пористой среде реализовано для параметров, соответствующих естественному грунту, а также для случая, когда нарушение структуры пористой среды происходит из-за образования трещин или эрозии. При увеличении проницаемости горных пород наблюдается возникновение многовихревого течения в слое высокой проницаемости, которое существенно влияет на нижние слои и приводит к повышению скорости распространения фильтрата.

Ключевые слова: трехслойная пористая среда; бинарная смесь; диффузия; термодиффузия

INFLUENCE OF ROCK PERMEABILITY UNDER A MUNICIPAL SOLID WASTE LANDFILL ON THE FILTRATE PROPAGATION AT ITS FOUNDATIONE

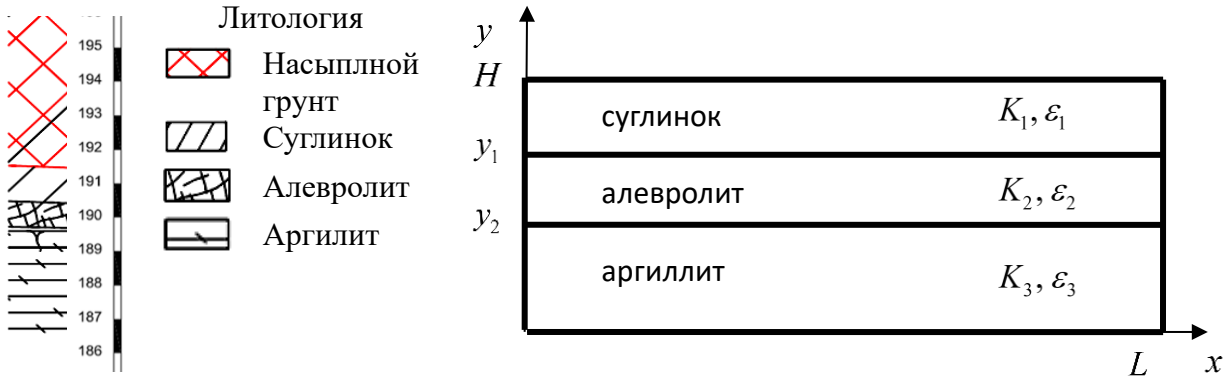
N. A. Ozhgibesova, A. O. Ivantsov
Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS,
1 Academician Korolev St., 614013, Perm

The results of the numerical modeling of leachate distribution in the porous medium located under a municipal solid waste disposal landfill (MSWLF). The considered three-layer system is based on geological data obtained in field measurements. For simplicity, the problem is investigated by assuming a two-component approach. Nevertheless, the heat produced by the landfill due to biological and chemical processes and the thermal diffusion mechanism contributing to pollution transport are taken into account. The numerical modeling of the propagation of leachate in the considered layered porous medium is implemented for parameters corresponding to natural soil and for the case where disruption of the porous medium structure is due to cracks formation or erosion. With an increase in the permeability of rocks, the emergence of a multi-vortex flow is observed in the high-permeability layer, which significantly affects the lower layers and leads to an increase in the rate of filtrate propagation.

Keywords: three-layer porous medium; binary mixture; diffusion; thermal diffusion

© Ожгибесова Н.А., Иванцов А.О., 2025

Утечка опасных веществ из шламохранилищ, полигонов бытовых и промышленных отходов может оказывать критическое воздействие на природную среду из-за высокого риска попадания загрязняющих веществ в грунтовые воды [1, 2]. При проектировании и строительстве полигонов твердых бытовых отходов необходимо учитывать геологические особенности местности. Согласно требованиям к таким объектам их основание должно состоять из водонепроницаемых пород. Кроме того, необходимо изолировать грунты от воздействия фильтрата в период эксплуатации полигона и в течение длительного времени после его консервации. В современных полигонах ТБО изоляция обеспечивается за счет устройства экрана, который сейчас выполняется из современных материалов, а в прежние времена – из специально подготовленных и уплотненных верхних слоев грунта (глины и суглинки). При этом из-за усредненности геологических изысканий и измерений увеличивается вероятность неоднородности свойств экрана при использовании старых строительных норм. В настоящее время ряд полигонов прежней конструкции продолжают эксплуатироваться. В данной работе моделируется часть полигона старой конструкции.



а) *б)*

Рис. 1. а – фрагмент геологического разреза объекта размещения твердых коммунальных отходов, б – геометрия задачи

В рамках описываемой здачи рассматривается распространение фильтрата в замкнутой трехслойной области пористой среды. Слои расположены горизонтально, а значения пористости ε и проницаемости K в них соответсвуют суглинку, алевролиту и аргилиту (согласно геологическому разрезу, рис. 1*а*). Расчетная область имеет прямоугольную форму со сторонами $L = 20$ м $H = 5$ м (рис. 1*б*). Боковые границы предполагаются непроницаемыми. Верхняя и нижняя горизонтальные границы системы поддерживаются при постоянных температурах. Считается, что система ограничена снизу слоем горной породы с низкой проницаемостью. Верхняя граница рассматривается как источник загрязнения.

Фильтрат, насыщающий пористую среду, моделируется как бинарная смесь примеси, содержащая все виды загрязнений, в чистой воде. Тогда

термоконцентрационная конвекция бинарной смеси в пористой среде описывается в рамках модели Дарси-Буссинеска с учетом термодиффузионных свойств смеси. Предполагается, что плотность смеси линейно зависит от температуры T и концентрации примесей C: $\rho = \rho_0(1 - \beta_T(T - T_0) - \beta_C(C - C_0))$. Здесь $\beta_T = -1/\rho_0(\partial\rho/\partial T)$ – коэффициент теплового расширения, $\beta_C = -1/\rho_0(\partial\rho/\partial C)$ – коэффициент концентрационного расширения, $\rho_0 = 1000$ кг/м^3 – средняя плотность, а $C_0 = 0{,}05$ – средняя концентрация (массовая доля) и $T_0 = 313$ K – средняя температура.

В рамках модели Дарси-Буссинеска нестационарные уравнения термоконцентрационной конвекции смеси двух вязких несжимаемых жидкостей в пористой среде с учетом влияния термодиффузии имеют вид:

$$0 = -\frac{1}{\rho_0}\nabla p_i - \frac{\nu}{K_i}V_i - g\big(\beta_T(T_i - T_0) + \beta_T(C_i - C_0)\big), \quad (1)$$

$$(\rho c)_i^* \frac{\partial T_i}{\partial t} + \rho_f c_f V_i \cdot \nabla T_i = \lambda_i^* \nabla^2 T_i, \quad (2)$$

$$\varepsilon_i \frac{\partial C_i}{\partial t} + V_i \cdot \nabla C_i = \varepsilon_i D \nabla^2 C_i + C_0(1 - C_0)\varepsilon_i D_T \nabla^2 T_i, \quad (3)$$

$$\nabla \cdot V_i = 0. \quad (4)$$

Здесь индекс $i = 1,\ 2,\ 3$ обозначает принадлежность к пористому слою, а индекс f соответствует фильтрату, V – скорость фильтрации,p – давление, g – ускорение свободного падения, t – время, ν – кинематическая вязкость фильтрата, λ^* – эффективнаятеплопроводность, c – удельная теплоемкость, D – коэффициент молекулярной диффузии, D_T – коэффициент термодиффузии. Уравнения записаны в предположении постоянных коэффициентов вязкости и переноса и пренебрежимо малых эффектов бародиффузии и диффузионной теплопроводности.

Граничные условия имеют вид:

$$x = 0: \quad V_{ix} = 0;\ J_i^T = 0;\ J_i = 0, \quad (5)$$

$$x = L: \quad V_{ix} = 0;\ J_i^T = 0;\ J_i = 0, \quad (6)$$

$$y = 0: \quad V_{3y} = 0;\ T_3 = T_{bottom};\ J_3 = 0, \quad (7)$$

$$y = H: \quad V_{1y} = 0;\ T_1 = T_{top};\ C_1 = C_0, \quad (8)$$

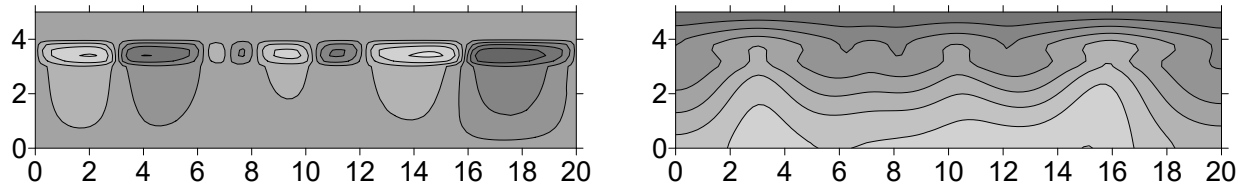
$$y = y_1: \quad p_1 = p_2;\ T_1 = T_2;\ J_1^T = J_2^T;\ C_1 = C_2;\ J_1 = J_2, \quad (9)$$

$$y = y_2: \quad p_2 = p_3;\ T_2 = T_3;\ J_2^T = J_3^T;\ \mathrm{C}_2 = \mathrm{C}_3;\ J_2 = J_3. \quad (10)$$

Здесь $J^T = \lambda^*(\partial T/\partial n)$ и $J = -\varepsilon^*\rho_0(D\nabla C + D_T C_0(1 - C_0)\nabla T)$ – тепловой поток и диффузионный поток вещества, n – единичный вектор нормали к границе.

Расчеты проводились с использованием программного пакета ANSYS Fluent. Первоначально рассматривается пористая среда, насыщенная неподвижным растворителем (водой), и температура, линейно зависящая от вертикальной координаты. Температура на верхней границе принимается равной 343 К. Это значение соответствует максимальной температуре, зафиксированной внутри полигона. Предполагается, что экран полигона прогревается до этого значения равномерно по всей поверхности. Нижняя граница находится при фиксированной температуре 283 К, что соответствует средней температуре грунта на глубине 5 м.

Результаты расчетов показывают [3], что при параметрах натурных измерений конвективный поток в рассматриваемой области не возникает. Наблюдается медленное проникновение примеси в скальный массив под полигоном. По истечении длительного времени (более 500 лет) концентрация определяется как кусочно-линейная функция глубины. Это время в целом согласуется с характерным временным масштабом диффузии (H^2/D). Таким образом, поведение жидкости стремится к состоянию механического равновесия, описывающему отсутствии конвекции и линейное распределение температуры и концентрации примеси.



а) *б)*

Рис. 2. а – изолинии функции тока и б – концентрации при повышенной проницаемости слоя алевролита. $t = 125$ *лет*

Моделирование, проведенное при параметрах среды, соответвующих натурным измерениям, показывает [3], что скорость распространения фильтрата за счет диффузии мала. При этом естественная тепловая конвекция не возникает. Однако, концентрационная конвекция может развиваться в слое с повышенной проницаемостью, когда критическая разность значений концентрации превышает порог устойчивости. В естесственных условиях повышение проницаемости может происходить при эрозии породы, образовании в ней трещин. Важным результатом моделирования является то, что конвективные потоки, изначально возникшие в слое высокой проницаемости, проникают в соседние слои и усиливают в них транспорт фильтрата. Особенно ярко эффект проявляется в слоях, расположенных ниже слоя высокой проницаемости (см. рис. 2). Это явление можно объяснить образованием в слое высокой проницаемости пальцеобразных структур, которые перемещаются вниз и вносят существенные возмущения в поле концентраций нижнего слоя. В результате в нижнем слое развивается концентрационная конвекция, которая приводит к «крупномасштабной» конвекции в системе, что существенно увеличивает скорость распространения фильтрата.

Повышение проницаемости слоя суглинка приводит к 25%-ному росту концентрации на дне слоя, а в случае повышения проницаемости слоя алевролита рост составляет более 30%. Такой рост нельзя объяснить обширной конвекцией только в одном слое. Эффект особенно заметен, если средний слой (алевролит) имеет высокую проницаемость. На рис. 3 зависимость скорости роста концентрации достигает максимума в этом случае примерно через 125 лет. Таким образом, наличие слоя с высокой

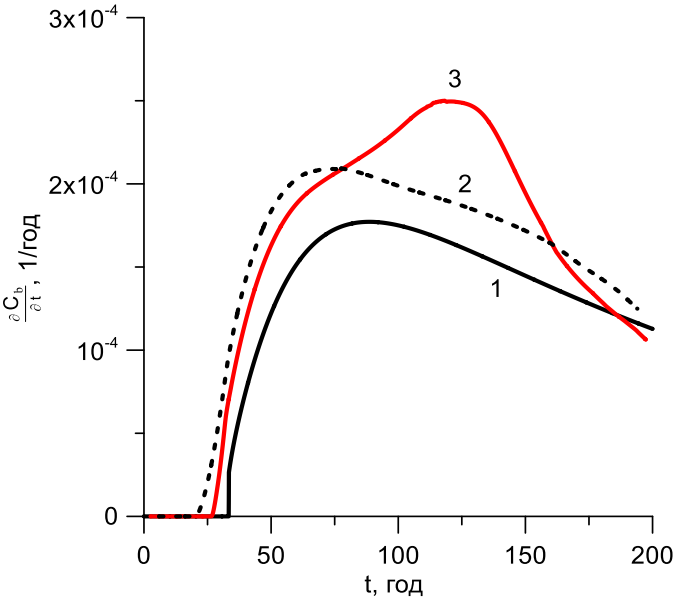


Рис. 3. Эволюция скорости роста концентрации на нижней границе слоя аргиллита при различных значениях проницаемости. 1 – натурные измерения, 2 – повышенная проницаемость в слое суглинка, 3 – повышенная проницаемость в слое алевролита

проницаемостью может существенно влиять на процесс распространения фильтрата, поскольку интенсивные конвекционные потоки в этом слое способны проникать в нижние слои, ускоряя тем самым перенос загрязнений. Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект № 23- 11-00214).

Список литературы

1. *Lindamulla L., Nanayakkara N., Othman M., Jinadasa S., Herath G., Jegatheesan V.* Municipal solid waste landfill leachate characteristics and their treatment options in tropical countries // Current Pollution Reports. 2022. V. 8. P. 273–87.
2. *Любимова Т. П., Лепихин А. П., Паршакова Я. Н., Циберкин К. Б.* Численное моделирование инфильтрации жидких отходов из хранилища в прилегающие грунтовые воды и поверхностные водоёмы // Вычислительная механика сплошных сред. 2015. Т. 8. № 3. С. 310-318.
3. *Zubova N., Ivantsov A.* Modeling of leachate propagation in a municipal solid waste landfill foundation // Fluid Dynamics & Materials Processing. 2024. V. 20. № 6. P. 1407-1424.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ И ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ЭЖЕКТОРА С ЭФФЕКТОМ КОАНДА

О. Ю. Отмахов, М. А. Пахомов, Н. П. Скибина, И. А. Чохар, В. И. Терехов
Институт теплофизики им. С.С. Кутателадзе СО РАН,
630090, Новосибирск, пр. Академика Лаврентьева, 1

Представлены результаты экспериментального исследования распределений давления вдоль оси и на стенке и локальной структуры течения в эжекторе с эффектом Коанда. Для измерения давлений на оси эжектора использовалась трубка Пито-Прандтля. Измерения статического давления на стенке были выполнены электронным дифманометром. Измерения локальной осредненной и флуктуационной структуры течения на срезе сопла проведены LDA методом. Расчеты выполнены с использованием RANS подхода в коммерческом CFD пакете Ansys Fluent. Для распределений статического давления вдоль оси сопла характерно наличие области разрежения практически на всей длине цилиндрического сопла.

Ключевые слова: эжектор; эффект Коанда; эксперимент; расчет; распределения статического и динамического давлений; локальная структура течения

EXPERIMENTAL AND NUMERICAL STUDY OF EJECTOR WITH COANDA EFFECT

O. Yu. Otmakhov, M. A. Pakhomov, N. P. Skibina, I. A. Chokhar, V. I. Terekhov
Kutateladze Institute of Thermophysics SB RAS,
1 Academician Lavrentyev Pr., 630090, Novosibirsk

The results of experimental study of pressure distribution along the axis and on the wall and local flow structure in ejector with Coanda effect are presented. Pitot-Prandtl tube was used to measure pressure on the ejector axis. Wall static pressure measurements were performed by electronic differential pressure gauge. Measurements of local averaged and fluctuation flow structure at the nozzle exit were performed by LDA method. Predictions were performed using RANS approach in commercial CFD package Ansys Fluent. The distribution of static pressure along the nozzle axis is characterized by the presence of a vacuum region along almost the entire length of the cylindrical nozzle.

Keywords: ejector; Coanda effect; experiment; numerical simulation; distribution of static and dynamic pressures; local mean and turbulent flow structure

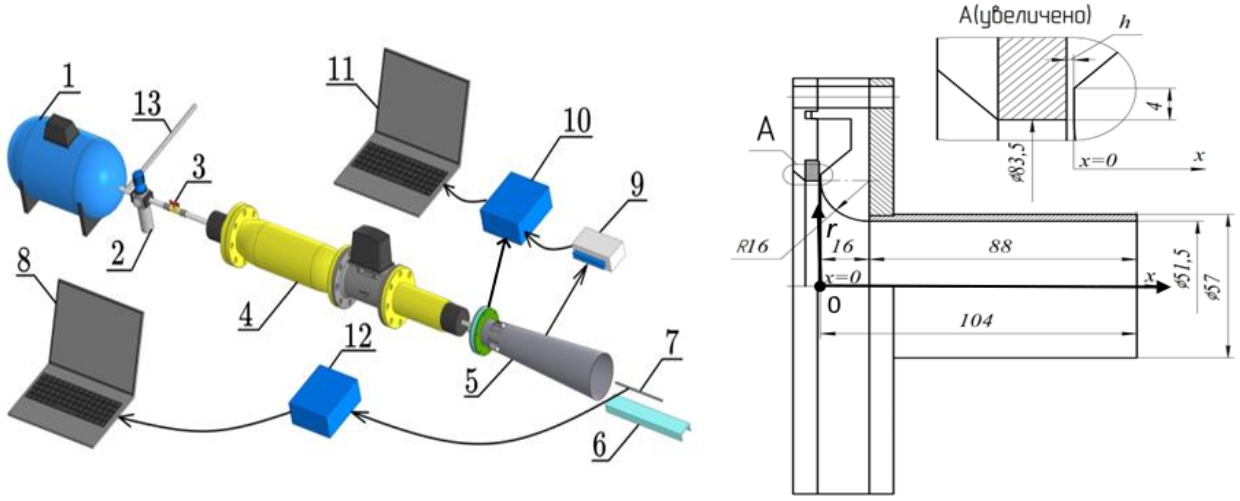
Исследование характера газодинамического взаимодействия и смешения поперечных кольцевых струй, вдуваемых в цилиндрический канал по нормали к его оси, имеет большой научный и практический интерес. Одним из практических примеров такого устройства является эжектор Коанда (ЭК) [1,2]. Струя жидкости, вытекающая из сопла (кольцевой щели), стремится отклониться по направлению к криволинейной поверхности стенки в области с пониженным давлением среды и при определенных условиях прилипает к ней при отсутствии отрыва потока от поверхности стенки [3]. При этом происходит

© Отмахов О.Ю., Пахомов М.А., Скибина Н.П., Чохар И.А., Терехов В.И., 2025

эжекция (подсос) в пристенный струйный поток газа из окружающего затопленного пространства, который затем уносится от места всасывания за счет энергии вторичной струи. Несмотря на широкое распространение эффекта Коанда в различных областях науки и техники аэрогидродинамический эффект недостаточно хорошо изучен и теоретического объяснения этого эффекта пока не существует.

К настоящему времени накоплено определенное количество экспериментальных и расчетных данных по исследованию процессов смешения в эжекторе Коанда. Однако подробных данных по локальной структуре течения, турбулентности и полям давления в литературе при вариации расхода вторичного потока и параметров щели в литературе нами не найдено. Данная работа является попыткой частично заполнить отсутствие информации в данном направлении. Были выполнены измерения распределений статического и динамического давлений вдоль оси цилиндрического сопла и профилей аксиальных осредненной и флуктуационной скоростей газа на срезе сопла.

Общий вид экспериментального стенда и его чертеж показаны на рис. 1*а* и 1*б* соответственно. По геометрии, габаритам и техническим характеристикам он соответствует таковым из работы [4], за исключением толщины кольцевой щели для подачи радиальной струи, которая в [4] составляла h = 0.15 мм. Тогда как в данной работы были исследованы щели шириной h = 0.15, 0.25 и 0.5 мм.



а) *б)*

Рис. 1. Схема (а), чертеж (б) измерительного стенда и 3D схема устройства эжектора (в). 1 – ресивер компрессора, 2 – редуктор, 3 – регулирующий вентиль, 4 – ультразвуковой расходомер ИРВИС, 5 – внешний диффузор, 6 – координатное устройство, 7 – трубка Пито-Прандтля, 8 и 11 – персональный компьютер, 9 – пневмоостров, 10 – электронный дифманометр ДМ-2

Измерение давления на оси эжектора осуществлялось трубкой Пито-Прандтля, которая располагалась на координатном устройстве с точностью измерения координаты 0.1 мм. Для измерения давлений использовались электронные дифманометры ДМ-2. Для измерения статического давления на

стенке сопла было просверлено 21 и 28 отверстие диаметром 0.5 мм, соответственно. Измерения локальных аксиальных полей осредненной и флуктуационной скоростей воздушного потока в диффузоре были проведены с использованием 2-х компонентного лазерного доплеровского анемометра ЛАД-06С, производства ИТ СО РАН.

Дополнительно были выполнены численные расчеты с использованием осесимметричного RANS подхода в коммерческом CFD пакете Ansys Fluent [5]. Турбулентность газовой фазы (теплопроводной вязкой сжимаемой среды) описывалась с применением полуэмпирической модели турбулентности k–ω SST [6]. Решение осуществлялось на неструктурированной расчетной сетке со сгущением к твердым стенкам. Для разрешения особенностей течения проводилась адаптация по градиенту давления. В численных расчетах использована схема второго порядка точности, в качестве критерия сходимости задана максимальная величина невязок основных уравнений 10^{-5}. Общее число расчетных элементов: 0.9 млн. контрольных объемов.

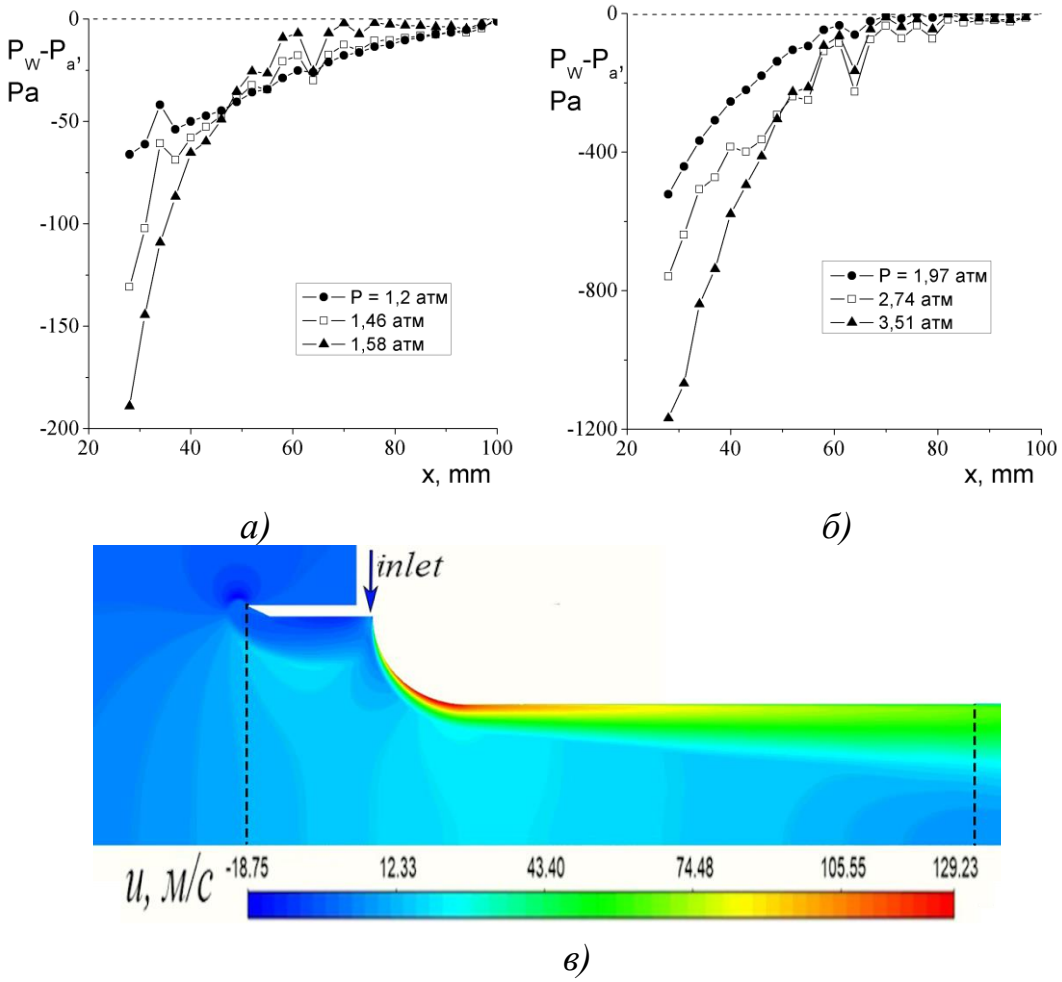


Рис. 2. Распределения статического давления на стенке P_W (а и б) и аксиальной осредненной скорости потока (в) по длине сопла при вариации полного давления P. h = 0.25 мм, T = 294 K, Q = 0.012–0.013 м³/с, M = 0.93.

На рис. 2 показаны распределения статического давления на стенке P_W по длине эжектирующего сопла (а и б) и коэффициента давления $C_{P,W} = (P_W–P_a)/(P–P_a)$ (в) при вариации в широком диапазоне полного давления в форкамере P, где P_W и P_a – статическое давление на стенке цилиндрического сопла и атмосферное давление. С ростом полного давления наблюдается увеличение разрежения на стенке в начальной части сопла от величины $\Delta P_W = P_W–P_a \approx$ -70 Па при P = 1.2 атм до $\Delta P_W \approx$ -1200 Па при P = 3.51 атм. Это связано с разрежением в пристенной зоне эжектирующего сопла за счет вдува высокоскоростной кольцевой радиальной струи. Далее происходит увеличение статического давления до величины атмосферного давления (примерно с середины длины сопла для всех исследованных в работе режимов). Небольшие локальные отклонения в сторону роста ($x \approx$ 34 мм) или уменьшения ($x \approx$ 64 мм) величины статического давления пока авторам не до конца ясны и нуждаются в дополнительном исследовании, что выходит за рамки данной работы. Распределения коэффициента давления на стенке C_P по продольной координате показаны на рис. 2*б*. С ростом полного давления увеличивается разрежение во входной части сопла и эффективность эжектора возрастает. Видно, что данные экспериментов довольно плохо обобщаются на во входной части сопла и наибольшее отличие здесь достигает 80%. Далее получено удовлетворительное обобщение данных по коэффициенту давления.

Измерения выполнены при финансовой поддержке гранта РНФ (номер проекта 24-29-00038).

Список литературы

1. *Coanda H.* U.S. Patent 1104963 Improvement in Propellers. 1911. USA.
2. *Newman B.G.* The deflection of jets by adjacent boundaries - Coanda effect // In: Lachmann G.V. (ed.) Boundary layer and flow control. Pergamon Press, Oxford, U.K. 1961. Vol. 1. P. 232–264.
3. *Trancossi M.* An overview of scientific and technical literature on Coanda effect applied to nozzles // SAE Technical Papers. 2011. Paper 2011-01-2591. 13 pages.
4. *Зеленецкий В.А., Терехов В.И.* Эжектор для проветривания горных выработок. Патент РФ № 23118119 от 27.02.2008.
5. User guide Ansys Fluent 2020R2.
6. *Menter F.R.* Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications // AIAA Journal. 1994. Vol. 32 (8). P. 1598–1605.

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ОСРЕДНЕННОГО ТЕЧЕНИЯ, ГЕНЕРИРУЕМОГО ПОЛУПОГРУЖЕННОЙ ОСЦИЛЛИРУЮЩЕЙ СФЕРОЙ С АДСОРБИРОВАННЫМ СЛОЕМ ПОВЕРХНОСТНО-АКТИВНОГО ВЕЩЕСТВА

Н. В. Панькова, А. И. Мизёв
Институт механики сплошных сред УрО РАН,
614013, Пермь, ул. Академика Королева, 1

Экспериментально исследовано взаимодействие осредненного течения, генерируемого полупогруженной в объем жидкости осциллирующей сферой, с адсорбированным слоем поверхностно-активного вещества. Эксперименты проводились при фиксированной частоте колебаний 40 Гц и различной амплитуде. Обнаружено, что колебания сферы приводят к появлению на поверхности бегущей капиллярно-гравитационной волны, а в объеме формируется тороидальное, центростремительное у поверхности, течение, интенсивность которого растет по мере увеличения амплитуды колебаний. При малых амплитудах поверхность неподвижна. При превышении амплитудой некоторого порогового значения на всей поверхности возникает многовихревое, периодическое в азимутальном направлении течение, азимутальное волновое число которого растет по мере увеличения амплитуды колебаний. При достижении следующего порогового значения в центральной части поверхности возникает стоячая волна Фарадея в виде двух разнонаправленных спиральных волн. Это приводит к формированию на поверхности мелкомасштабного вторичного многовихревого течения в области существования стоячей волны, которое сосуществует с сохраняющимся на периферии крупномасштабным вихревым течением.

Ключевые слова: осредненные течения; поверхностно-активное вещество; волны Фарадея

INTERACTION OF THE AVERAGED FLOW GENERATED BY A SEMI-SUBMERGED OSCILLATING SPHERE WITH AN ADSORBED LAYER OF SURFACTANT

N. V. Pankova, A. I. Mizev
Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS,
1 Academician Korolev St., 614013, Perm

The interaction of an averaged flow generated by an oscillating sphere semi-immersed in a liquid volume with an adsorbed layer of surfactant has been experimentally investigated. The experiments were carried out at a fixed oscillation frequency of 40 Hz and different amplitudes. It was found that the oscillations of the sphere lead to the appearance of a traveling capillary-gravitational wave on the surface, and a toroidal, centripetal near the surface, flow is formed in the volume, the intensity of which increases as the amplitude of the oscillations increases. At low amplitudes, the surface is motionless. When the amplitude exceeds a certain threshold value, a multi-vortex, periodic in the azimuthal direction, flow occurs at the entire surface the azimuthal wave number of which increases as the amplitude of the oscillations increases. When the next threshold value is reached, a standing Faraday wave appears in the central part of the surface in the form of two multidirectional spiral waves. This leads to the formation of a small-scale secondary

© Панькова Н.В., Мизёв А.И., 2025

multi-vortex flow on the surface in the region of the existence of a standing wave, which coexists with the above large-scale vortex flow that persists on the periphery.

Keywords: averaged flow; surfactant; Faraday waves

Наличие сурфактанта в гидродинамической системе способно кардинально изменить как условия гидродинамической устойчивости, так и структуру конвективного течения. Возникновение течения вблизи поверхности жидкости приводит к увлечению слоя сурфактанта за счет вязких сил и, как следствие, его пространственному перераспределению. Возникающий в результате на поверхности градиент поверхностного давления всегда направлен навстречу вызвавшим его вязким напряжениям, ослабляя, таким образом, исходное течение [1]. В случае равенства касательных напряжений поверхность жидкости остается неподвижной. Именно этот факт объясняет такие широко известные эффекты, как увеличение на несколько порядков критического значения числа Рэлея в задаче Рэлея-Бенара [2] и рост коэффициента сопротивления при движении капли или пузырька в жидкой среде [3]. Недавно режимы с неподвижной поверхностью были обнаружены для течения, создаваемого локализованным источником, расположенным в центре поверхности цилиндрического слоя жидкости [4-5]. В случае, если вязкие касательные напряжения оказываются больше градиента поверхностного давления, на поверхности возникает двухзонная структура со свободной от сурфактанта движущейся поверхностью и застойной, неподвижной, зоной, содержащей сурфактант [4,6-7]. Однако наиболее интересное явление связано с появлением многовихревого течения в застойной зоне, которое неоднократно наблюдалось исследователями. В недавней работе [4] был впервые показан пороговый характер развития такого течения и предложен физический механизм его возникновения, как результат неустойчивости механического равновесия слоя сурфактанта, названного авторами SDSL неустойчивость, возникающего в результате кризиса потока импульса от объемного течения к поверхности, который частично диссипируется поверхностной сдвиговой вязкостью в слое сурфактанта. Авторами был предложен безразмерный управляющий параметр задачи и сделана оценка его критического значения.

До сих пор неустойчивость слоя сурфактанта с последующим возникновением многовихревого течения наблюдалась для случая осесимметричных центробежных течений. С этой точки зрения представляет интерес поиск данной неустойчивости и особенностей структуры течения на поверхности для случая центростремительного течения. В настоящей статье представлены результаты пилотного экспериментального исследования, направленного на изучение взаимодействия слоя сурфактанта с центростремительным течением, генерируемым вблизи межфазной границы осциллирующей полупогруженной сферой. Известно, что твердая сфера, совершающая линейные колебания в неограниченном объеме жидкости, генерирует вдоль своей поверхности осредненное меридиональное течение, направленное от экваториальной плоскости к обоим полюсам, ориентированным вдоль направления колебаний. В результате в окружающей жидкости возникает

двухтороидальное течение дипольной структуры. В случае полупогруженной сферы ожидается формирование тороидального течения, направленного вблизи поверхности к колеблющейся сфере. Кроме того, колебания сферы приводят к генерированию капиллярно-гравитационных волн на границе раздела. В работе представлен качественный обзор конвективных структур, возникающих при взаимодействии осредненного течения и волновой структуры с адсорбированным слоем остаточных поверхностно-активных примесей, всегда присутствующих в водопроводной воде.

Экспериментальная установка и методики измерений

Фотографии экспериментальной установки представлены на рис. 1.

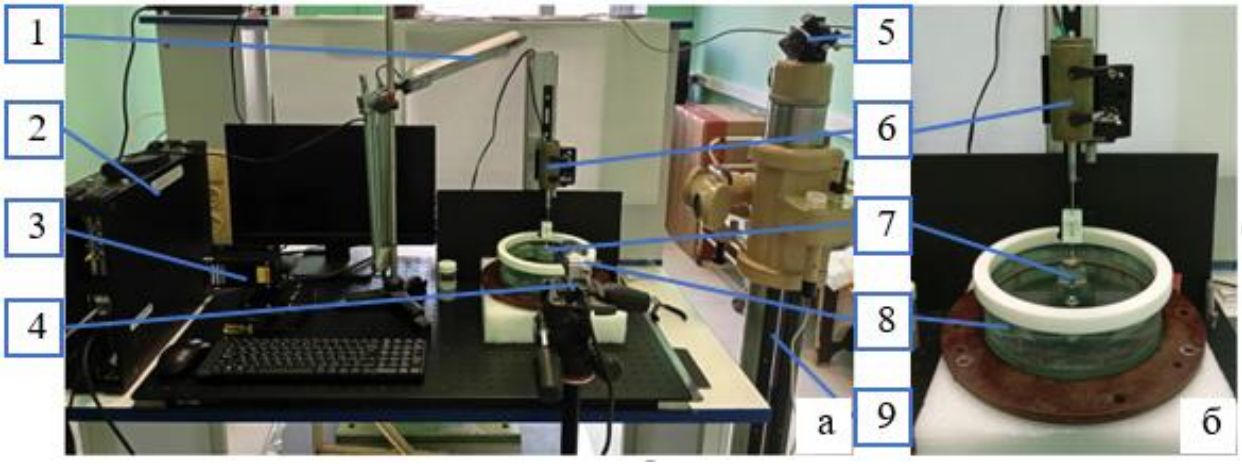


Рис. 1. Экспериментальная установка: а) общий вид; б) кювета, заполненная жидкостью с осциллирующей в ней стеклянной сферой; 1) люминесцентная лампа; 2) компьютер; 3) твердотельный лазер KLM 532/h/1000; 4) камера IDS; 5) камера BASLER; 6) электромагнитный вибратор; 7) осциллирующая стеклянная сфера d = 32 мм; 8) прозрачная стеклянная кювета D = 195 мм, h = 60 мм; 6) катетометр В-630

Прозрачная стеклянная кювета диаметром 18 см содержит слой водопроводной воды высотой 4 см. В центре поверхности жидкости расположена полупогруженная стеклянная сфера диаметром 20 мм. Сфера прикреплена через удлинительный шток к подвижному ротору электромагнитного линейного вибратора, питающегося от генератора сигналов ГЗ-33. Амплитуда колебаний сферы измерялась катетометром В-630 путем измерения координаты метки на штоке в крайних положениях. Исследования были проведены при фиксированной частоте колебаний 40 Гц и варьировании амплитуды в пределах (0-0.7) мм. Для визуализации структуры течения в жидкость были добавлены светорассеивающие частицы: посеребренные полые стеклянные сферы диаметром 2 – 20 мкм и с плотностью, близкой плотности воды. Движение частиц наблюдалось в плоскости светового ножа, формируемого твердотельным лазером (KLM 532/h/1000) и цилиндрической линзой. Свет от лазера падал под очень малым углом к свободной поверхности, что позволяло наблюдать движение частиц непосредственно на поверхности и,

вследствие конечной толщины ножа, в тонком приповерхностном слое. В некоторых экспериментах световой нож был ориентирован вертикально для изучения структуры течения в объеме жидкости в диаметральной плоскости. Захват видеоизображения осуществлялся камерой BASLER. Для анализа структуры течения использован программный пакет DigiFlow, который позволяет осуществлять постпроцессинг видеоизображения, а также раскадровку с последующим суммированием определенного количества кадров для создания трековых изображений. Наблюдения формы поверхностной волны производилось отдельной видеокамерой, фиксировавшей световой фронт от протяженного источника, отраженный от границы раздела. Частота кадров видеокамеры синхронизирована с колебаниями сферы. Отдельных измерений, направленных на контроль поверхностных свойств воды не производилось. Известно, что поверхностное натяжение водопроводной воды лежит в диапазоне (66-70) дин/см, что соответствует пленкам сурфактанта в жидко-расширенном фазовом состоянии. Серия пилотных экспериментов, представленных в данной статье, имела целью качественное наблюдение

Результаты экспериментов

Наблюдения структуры течения в вертикальной диаметральной плоскости показали, что осцилляции сферы приводят к возникновению тороидального осредненного течения (рис. 2), направленного вблизи поверхности от периферии к центру кюветы.

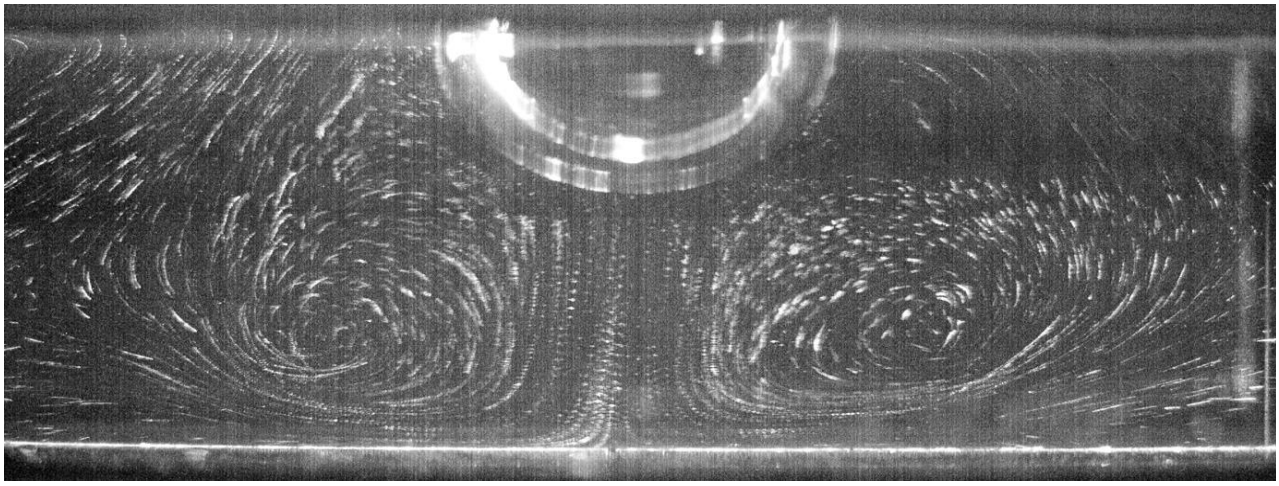


Рис. 2. Структура течения в вертикальной диаметральной плоскости

Под сферой формируется относительно узкая вертикальная струя, растекающаяся вдоль дна кюветы к ее периферии. Интенсивность течения растет с ростом амплитуды колебаний. Осцилляции сферы также приводят к формированию бегущей капиллярно-гравитационной волны (рис. 3*а*).

В области малых амплитуд колебаний, меньших 0.05 мм, поверхность жидкости остается неподвижной. При больших амплитудах на поверхности пороговым образом развивается многовихревое течение, периодическое в азимутальном направлении (рис. 3). Азимутальное волновое число конвективной

структуры растет по мере увеличения амплитуды колебаний и, следовательно, интенсивности осредненного течения под границей раздела. Последовательное увеличение амплитуды приводит к появлению сначала двухвихревого течения на поверхности (рис. 3*б*) с последующей сменой на четырех-, шести- (рис. 3*в*) и восьмивихревую (рис. 3*г*) структуру. Указанное течение локализовано на поверхности и остается стационарным при фиксированных параметрах эксперимента. Следует также отметить, что масштаб данного течения сопоставим с размерами поверхности.

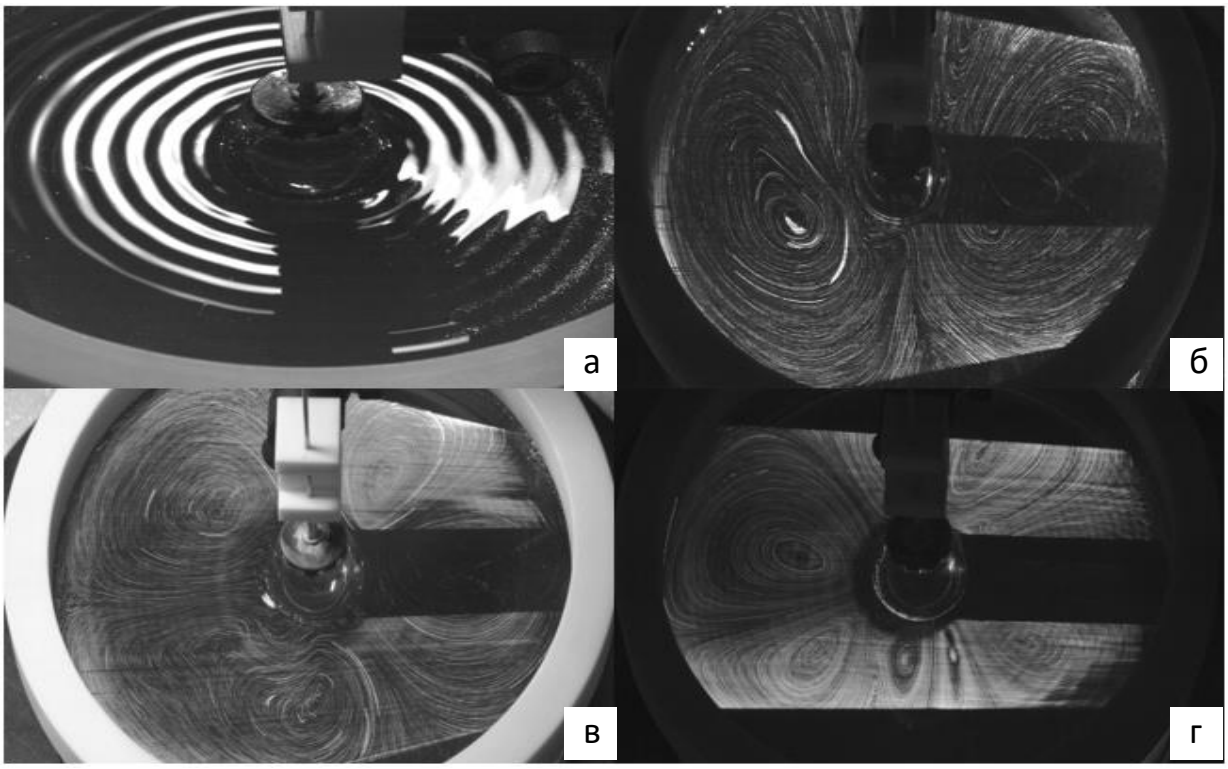


Рис. 3. а) Радиальные волны на поверхности; б) двухвихревое течение; в) четырехвихревое течение; г) восьмивихревое течение

При увеличении амплитуды свыше 0.48 мм на поверхности возникает стоячая волна в виде двух разнонаправленных спиральных волн (рис. 4*а*). Возникновение стоячей волны приводит к развитию дополнительного многовихревого течения на поверхности (рис. 4*б* и 4*в*), азимутальное волновое число которого много больше, чем у описанного выше крупномасштабного вихревого течения, и совпадает с азимутальным волновым числом стоячей волновой структуры, что указывает на причинно-следственную связь волновой и конвективной структур. Указанное мелкомасштабное течение стационарно, что позволяет говорить об осредненном течении, порождаемом колебаниями поверхности в стоячей волне. Следует также отметить, что оба описанных многовихревых течения, крупномасштабное и мелкомасштабное, сосуществуют на границе раздела одновременно, будучи встроенными друг в друга (рис. 4*в*).

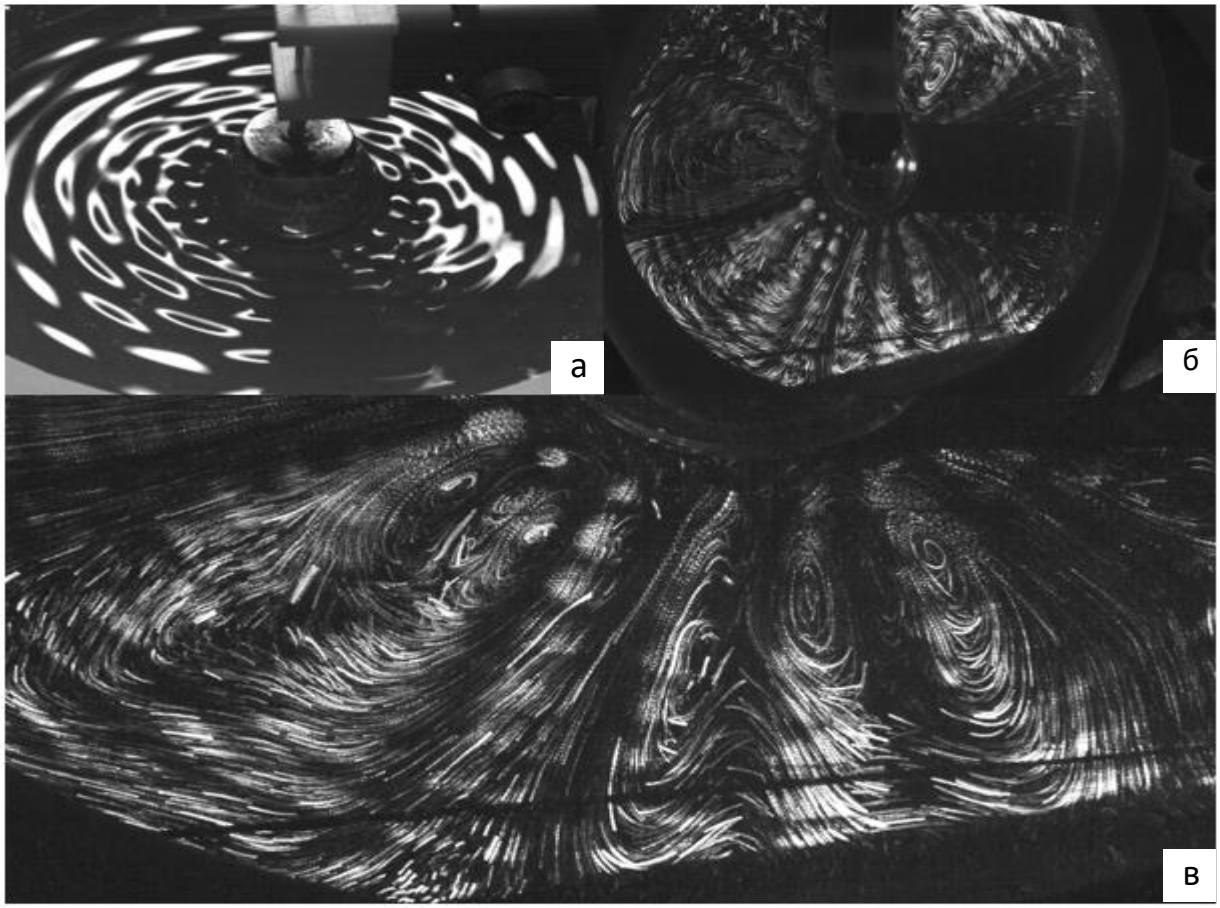


Рис. 4. а) Волны Фарадея на поверхности; б) мелковихревое течение, встроенное в структуру шестивихревого течения; в) фрагмент рисунка б

Заключение

Представленные выше эксперименты убедительно показывают универсальность механизма формирования SDSL неустойчивости [4], независимо от способа создания течения. Наличие потенциального течения, дивергентного, как в предыдущих работах [4,5], или конвергентного, как в настоящей работе, и сурфактанта на границе раздела создают условия для существования механического равновесия слоя сурфактанта и последующей неустойчивости при достижении порогового воздействия со стороны объемного течения. Вместе с тем имеется и важное отличие от случая центробежного течения, связанное с отсутствием формирования двухзонной структуры распределения сурфактанта на поверхности. Это легко объясняется совпадением локализации зон с максимальной интенсивностью течения и максимальной поверхностной концентрацией сурфактанта, которые в рассмотренной в статье ситуации расположены в центральной части поверхности. Напротив, в случае центробежного течения, эти зоны всегда пространственно разделены: максимальная интенсивность локализована в центре вблизи источника течения, тогда как максимальная плотность сурфактанта всегда локализована на периферии. Несомненно, интересным является обнаружение мелкомасштабной многовихревой структуры, развивающейся одновременно с появлением на поверхности стоячей волны. Развитие стационарных осредненных течений,

генерируемых стоячими поверхностными волнами, обычно рассматривают в объеме жидкости. Являются ли обнаруженные в работе поверхностные течения результатом взаимодействия осредненного объемного течения со слоем сурфактанта или возникают в результате проявления иного механизма, предстоит ответить в ходе дальнейших исследований. Для ответа на эти вопросы и количественного описания исследуемой задачи необходимо проведение экспериментов на чистой, свободной от сурфактанта, границе раздела, а также в условиях контролируемого содержания сурфактанта.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования РФ (тема № 121031700169-1).

Список литературы

1. *Manikantan H., Squires T.M*. Surfactant dynamics: hidden variables controlling fluid flows // Journal of Fluid Mechanics. 2020. V. 892. P1.
2. *Berg J.C., Acrivos A.* The effect of surface active agents on convection cells induced by surface tension // Chemical Engineering Science. 1965. V.20. №. 8. P. 737-745.
3. *Davis R.E., Acrivos A.* The influence of surfactants on the creeping motion of bubbles // Chemical Engineering Science. 1966. V. 21. №. 8. P. 681-685.
4. *Mizev A., Shmyrov A., Shmyrova A.* On the shear-driven surfactant layer instability // Journal of Fluid Mechanics. 2022. V. 939. P. A24.
5. *Koleski G. et al.* Azimuthal instability of the radial thermocapillary flow around a hot bead trapped at the water–air interface // Physics of Fluids. 2020. V. 32. №. 9.
6. *Palaparthi R., Papageorgiou D. T., Maldarelli C*. Theory and experiments on the stagnant cap regime in the motion of spherical surfactant-laden bubbles // Journal of Fluid Mechanics. 2006. V. 559. P. 1-44.
7. *Shmyrov A. et al*. On the extent of surface stagnation produced jointly by insoluble surfactant and thermocapillary flow // Advances in Colloid and Interface Science. 2018. V. 255. P. 10-17.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ И РЕКОНСТРУКЦИЯ ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ ТЕЧЕНИЙ С ПОМОЩЬЮ ФИЗИЧЕСКИ ИНФОРМИРОВАННЫХ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ

В. М. Парфеньев[a,b], М. И. Блуменау[b,c], И. С. Никитин[a,b]
[a]Институт теоретической физики им. Л. Д. Ландау РАН,
142432, Черноголовка, просп. Академика Семенова, 1А
[b]НИУ ВШЭ, Факультет физики,
101000, Москва, ул. Мясницкая, 20
[c]Физический институт им. П. Н. Лебедева РАН,
119991, Москва, Ленинский проспект, 53

Определение параметров и реконструкция течений на основе разреженных и зашумленных данных о поле скорости важно для многих приложений. Мы применяем алгоритмы машинного обучения для решения этой задачи. В качестве примера мы рассматриваем умеренно турбулентное двумерное течение, возбуждаемое стационарной внешней силой. Разработанный подход позволяет восстанавливать поля скорости и давления с высоким пространственным разрешением, а также определять внешнюю силу и изначально неизвестные вязкость жидкости и коэффициент трения о дно. Предлагаемый метод основан на обучении физически информированной нейронной сети путем минимизации функции потерь, которая штрафует за отклонение от предоставленных данных и нарушения уравнения Навье-Стокса. Применяемый алгоритм извлекает дополнительную информацию из экспериментальных и численных данных, потенциально расширяя возможности PIV/PTV.

Ключевые слова: гидродинамика; турбулентность; велосиметрия; машинное обучение

INFERRING PARAMETERS AND RECONSTRUCTION OF FLUID FLOWS WITH PHYSICS-INFORMED NEURAL NETWORKS

V. M. Parfenyev[a,b], M. I. Blumenau[b,c], I. S. Nikitin[a,b]
[a]Landau Institute for Theoretical Physics,
1A Akademika Semenova St., 142432, Chernogolovka
[b]HSE University, Faculty of Physics,
20 Myasnitskaya St., 101000, Moscow
[c]P.N. Lebedev Physical Institute,
53 Leninsky Pr., 119991, Moscow

Inferring parameters and reconstructing a flow field from sparse and noisy velocity measurements is important yet difficult in many applications. Here we employ machine learning algorithms to overcome the challenge. As an example, we consider a moderately turbulent two-dimensional fluid flow excited by a stationary force. We reconstruct the velocity and pressure fields with high spatial resolution, infer the driving force, and determine the unknown fluid viscosity and bottom friction coefficient. The suggested technique involves training a physics-informed neural network by minimizing the loss function, which penalizes deviations from the provided data and violations of the Navier-Stokes equation. The developed method extracts additional information from

© Парфеньев В.М., Блуменау М.И., Никитин И.С., 2025

experimental and numerical observations, potentially enhancing the capabilities of PIV/PTV.

Keywords: hydrodynamics; turbulence; velocimetry; machine learning

Представим, что мы наблюдаем за течением жидкости или газа. В результате наблюдений нам удается собрать информацию о поле скорости потока, но полученные данные не идеальны, они могут быть редкими в пространстве и содержать ошибки. Можем ли мы увеличить пространственное разрешение для поля скорости и исправить ошибки измерений, если нам известно уравнение, которым описывается течение? Можем ли мы восстановить поле давления внутри среды, основываясь на данных для поля скорости? Можем ли мы узнать физические свойства самой системы, например, кинематическую вязкость жидкость? Как подступиться к ответу на эти вопросы для хаотических (турбулентных) течений?

В данной работе мы предлагаем применить подход, основанный на обучении физически информированных нейронных сетей [1], которые позволяют объединять данные измерений с физическими законами, выраженными в виде дифференциальных уравнений в частных производных. В качестве примера мы рассматриваем вынужденное течение тонкого слоя несжимаемой жидкости [2, 3], которое описывается двумерным уравнением Навье-Стокса:

$$\partial_t \boldsymbol{v} + (\boldsymbol{v} \cdot \nabla)\boldsymbol{v} = -\nabla p + \nu \Delta \boldsymbol{v} - \alpha \boldsymbol{v} + \boldsymbol{f}, \quad (1)$$

где $\boldsymbol{v}$ – поле скорости, p – давление, ν – кинематическая вязкость жидкости, α – коэффициент трения о дно. Внешняя сила $\boldsymbol{f}$ предполагается стационарной во времени и несжимаемой в пространстве. Нас интересует хаотический режим, в котором нелинейное слагаемое в уравнении (1) играет заметную роль. Тогда, несмотря на стационарный характер внешнего воздействия, течение жидкости характеризуется сильными пространственно-временными флуктуациями.

Сперва мы генерируем эталонные данные, которые в последствии будут применяться для валидации алгоритма. Для этого мы численно интегрируем уравнение (1) в периодической области размерами $2\pi \times 2\pi$. Параметры системы $\nu = 0.01$ и $\alpha = 0.1$ выбраны в соответствии с экспериментальными исследованиями. Внешняя сила имеет вид $f_x = 10\sin(5y)$ и $f_y = 0$. После выхода системы на статистический стационар мы сохраняем данные с шагом по времени $\Delta t = 0.02$ на протяжении $T = 4$, что в несколько раз превышает типичное время флуктуаций потока. Пространственное разрешение составляет 512^2. Область наблюдения за течением имеет размер $L \times L$, где $L = \pi$. Таким образом, течение внутри зоны наблюдений зависит от того, что происходит за ее пределами. При заданных параметрах течение носит хаотический характер, см. рис. 1. Безразмерные параметры $Re = UL/\nu \approx 1300$ и $Rh = U/(\alpha L) \approx 13$, где U – среднеквадратичная скорость.

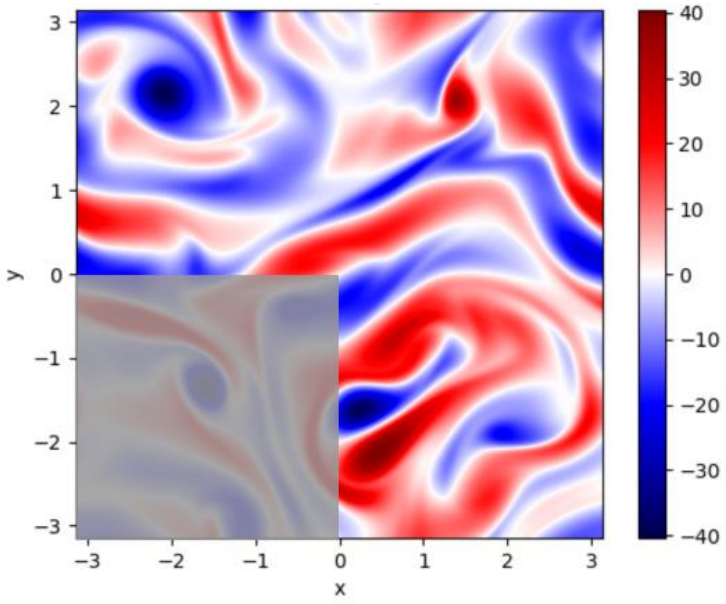


Рис. 1. Поле завихренности в статистически стационарном состоянии. Затененная область показывает зону наблюдения

Далее мы моделируем результаты измерений и считаем, что они позволяют узнать поле скорости $\boldsymbol{v}^d(\boldsymbol{r}_n^d, t_n^d)$ в $N_{data} = 3 \times 10^4$ точках $\{\boldsymbol{r}_n^d, t_n^d\}_{n=1}^{N_{data}}$, которые случайным образом распределены внутри области $L \times L$ и времени T наблюдений. В среднем это соответствует 150 точкам на одну фотографию/момент времени (при полном разрешении 65536 точек), что моделирует разреженные измерения. Дополнительно мы искажаем данные $v_{x,y}^d \to v_{x,y}^d(1+\eta)$, чтобы исследовать влияние возможной ошибки при измерениях, где $\eta \sim N(0, \varepsilon^2)$ – нормально распределенная случайная величина. В дальнейшем эти зашумленные данные используются для обучения нейронных сетей.

В нашей работе мы одновременно обучаем две нейронные сети. Первая сеть аппроксимирует давление и поле скорости в заданной точке пространства и в определенный момент времени, $(\boldsymbol{v}, p) = F_{\theta_1}(\boldsymbol{r}, t)$. Вторая сеть предназначена для предсказания стационарной внешней силы, $\boldsymbol{f} = G_{\theta_2}(r)$. Величины θ_1 и θ_2 обозначают параметры сетей (weight and biases), которые изменяются в процессе обучения. Мы применяем ResNet архитектуру [4] для обеих нейронных сетей, а в качестве активационной функции используем tanh (за исключением выходного слоя с линейной активацией). Используемые нейронные сети должны быть достаточно сложными, чтобы иметь возможность воспроизводить зависимости, характерные для рассматриваемого течения. В нашем случае $F_{\theta_1}(\boldsymbol{r}, t)$ содержит 7 скрытых слоев по 250 нейронов в каждом, а $\mathrm{G}_{\theta_2}(\boldsymbol{r})$ – 5 скрытых слоев с 30 нейронами в каждом.

Обучение нейронных сетей проводится путем минимизации функции потерь, состоящей из двух слагаемых. Первое слагаемое штрафует за отклонение от результатов измерений

$$L_{data} = \frac{1}{N_{data}U^2}\sum_{n=1}^{N_{data}}\left|\boldsymbol{v}(\boldsymbol{r}_n^d, t_n^d) - \boldsymbol{v}^d(\boldsymbol{r}_n^d, t_n^d)\right|^2,$$

а второе слагаемое обеспечивает выполнение уравнения Навье-Стокса и условий несжимаемости:

$$L_{eq} = \frac{1}{N_{eq}}\sum_{n=1}^{N_{eq}}[\boldsymbol{e}_1^2(\boldsymbol{r}_n^e, t_n^e) + e_2^2(\boldsymbol{r}_n^e, t_n^e) + e_3^2(\boldsymbol{r}_n^e)],$$

где $\{\boldsymbol{r}_n^e, t_n^e\}_{n=1}^{N_{eq}}$— это вспомогательные точки, по которым оценивается выполнение уравнений, и

$$\boldsymbol{e}_1 = (\partial_t\boldsymbol{v} + (\boldsymbol{v}\cdot\nabla)\boldsymbol{v} + \nabla p - \nu\Delta\boldsymbol{v} + \alpha\boldsymbol{v} - \boldsymbol{f})L/U^2,$$

$$e_2 = \left(\partial_x v_x + \partial_y v_y\right)L/U,$$

$$e_3 = \left(\partial_x f_x + \partial_y f_y\right)L^2/U^2.$$

Вычисление правых частей подразумевает дифференцирование выхода нейронных сетей по входным параметрам с помощью автоматического дифференцирования [5]. Отметим, что количество и расположение вспомогательных точек не ограничено результатами измерений. Мы выбираем $\mathrm{N}_{eq} = 3N_{data}$, причем треть этих точек совпадает с $\{\boldsymbol{r}_n^d, t_n^d\}_{n=1}^{N_{data}}$, а остальные генерируются случайным образом. Итоговая функция потерь принимает вид

$$L = L_{data} + \beta L_{eq}, \qquad (2)$$

где β – это коэффициент, используемый для балансировки двух слагаемых. Его значение может адаптивно изменяться в процессе обучения, но в данной работе мы используем более простую стратегию, в которой этот параметр фиксирован. Эмпирически было установлено, что $\beta = 0.02$ хорошо подходит для задач рассматриваемого типа.

Минимизация функции потерь (2) проводится стандартными градиентными алгоритмами (Adam и L-BFGS-B). В процессе обучения оптимизатор подбирает оптимальные параметры нейросетей θ_1 и θ_2 и параметры системы, неизвестные для наблюдателя. В нашей работе мы относим к таковым вязкость жидкости ν и коэффициент трения о дно α. В результате обучения мы получаем предсказания для неизвестных параметров системы, полей скорости и давления, а также внешней силы. Затем полученные предсказания сравниваются с эталонным решением. Величина относительной ошибки (по норме L_2) и ее зависимость от уровня шума в исходных данных представлена в табл. 1. Дисперсия ошибки оценивается по обучению 10 независимых моделей, которые отличаются друг от друга реализацией случайных величин.

Табл. 1. Зависимость средних значений и стандартных отклонений ошибок прогнозирования от уровня шума в исходных данных

Шум	$\Delta_{\boldsymbol{v}}$,%	Δ_p,%	$\Delta_{\boldsymbol{f}}$,%	Δ_α,%	Δ_ν,%
0%	0.22±0.01	8.0±5.6	7.9±5.2	3.9±0.5	1.5±0.1
0.5%	0.28±0.01	8.9±5.4	8.6±5.1	3.1±0.9	1.2±0.2
1%	0.50±0.03	7.8±5.9	7.6±5.6	2.2±1.8	0.7±0.5
2%	2.39±0.06	12.9±5.1	12.2±5.3	41.4±4.4	12.3±0.9
5%	5.84±0.28	19.1±5.5	17.9±6.0	188±26	56.1±2.0

Из представленных результатов можно заключить, что разработанный алгоритм устойчив к небольшим шумам (≤1%) во входных данных. Более того, в этом случае ошибка в определении поля скорости меньше уровня шума в исходных данных, то есть алгоритм способен корректировать ошибки измерений, основываясь на физических уравнениях модели. При дальнейшем увеличении шума (≥2%) точность предсказаний плавно ухудшается. Поскольку в турбулентном режиме диссипативные слагаемые малы по сравнению с другими членами в уравнении Навье-Стокса, то алгоритм достаточно быстро теряет способность восстанавливать параметры α и ν с разумной точностью. В то же время ошибка для поля скорости остается сравнимой с уровнем шума в исходных данных. Что касается поля давления и внешней силы, то ошибка для них больше и составляет порядка десяти процентов. Такое поведение связано с отсутствием измерений для этих величин, они восстанавливаются из поля скорости на основе динамических уравнений.

В заключение отметим, что представленный алгоритм может быть легко реализован поверх систем PIV/PTV измерения поля скорости, применяющихся в лабораториях по всему миру. Разработанная методика позволяет извлекать дополнительную информацию из обыденных измерений в случае, когда физическая модель явления хорошо проработана. Более подробное обсуждение, а также ссылки на исходный код для генерации данных и обучения нейронных сетей можно найти в работе [6].

Список литературы

1. *M. Raissi, P. Perdikaris, G. E. Karniadakis* Physics-informed neural networks: A deep learning framework for solving forward and inverse problems involving nonlinear partial differential equations // Journal of Computational Physics. 2019. Vol. 378. P. 686–707.
2. *G. Boffetta, A. Cenedese, S. Espa, S. Musacchio* Effects of friction on 2D turbulence: An experimental study of the direct cascade // Europhysics Letters. 2005. Vol. 71. P. 590.
3. *H. Xia, M. Shats, G. Falkovich*, Spectrally condensed turbulence in thin layers // Physics of Fluids. 2009. Vol. 21. P. 125101.

4. *K. He, X. Zhang, S. Ren, J. Sun* Deep residual learning for image recognition // Proceedings of the IEEE conference on computer vision and pattern recognition. 2016. P. 770–778.
5. *G. Baydin, B. A. Pearlmutter, A. A. Radul, J. M. Siskind* Automatic differentiation in machine learning: a survey // Journal of Machine Learning Research. 2018. Vol. 18. P. 1–43.
6. *V. M. Parfenyev, M. I. Blumenau, I. S. Nikitin* Enhancing capabilities of particle image/tracking velocimetry with physics-informed neural networks // arXiv: 2404.01193. 2024.

МОДЕЛИРОВАНИЕ СТРУКТУРЫ ТЕЧЕНИЯ ПРИ ВДУВЕ КОЛЬЦЕВОЙ РАДИАЛЬНОЙ ГАЗОКАПЕЛЬНОЙ СТРУИ В ТУРБУЛЕНТНЫЙ ПОТОК

М. А. Пахомов
Институт теплофизики им. С.С. Кутателадзе СО РАН,
630090, Новосибирск, пр. Академика Лаврентьева, 1

Выполнено численное моделирование локальной структуры течения и процесса смешения при вдуве газокапельной пристенной струи в турбулентный воздушный нагретый поток. При решении используются система осесимметричных осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье-Стокса (RANS) с учетом двухфазности течения. Для описания аэродинамики и тепломассопереноса в газовой и дисперсной фазах применяется эйлеров континуальный подход. Показано существенное влияние массовой концентрации жидкости на распределение параметров по сечению канала и тепловую эффективность. Рост тепловой эффективности достигает 30% в начальной части канала и 200% в его концевой части в сравнении с однофазной воздушной пристенной струей.

Ключевые слова: пристенная газокапельная струя; вдув; испарение капель; численное моделирование; модель переноса рейнольдсовых напряжений

MODELING OF FLOW STRUCTURE BY BLOWING OF AN ANNULAR RADIAL GAS-DROPLET WALL JET INTO A TURBULENT FLOW

M. A. Pakhomov
Kutateladze Institute of Thermophysics SB RAS,
1 Academician Lavrentyev Pr., 630090, Novosibirsk

Numerical modeling of the local flow structure and mixing process during injection of a gas-droplet wall jet into a turbulent heated air flow is performed. The numerical solution is based on a system of axisymmetric Reynolds-averaged Navier-Stokes equations (RANS) taking presence of the two-phase flow. The Eulerian approach is used to describe the aerodynamics and heat and mass transfer in the dispersed phases. A significant effect of the water droplets mass fraction on the distribution of parameters over the channel cross-section and thermal efficiency is shown. The increase in thermal efficiency is 30% in the initial part of the channel and 200% in its end part in comparison with a single-phase air wall jet.

Keywords: wall gas-droplet jet; blowing; droplet evaporation; numerical modeling; Reynolds stress transport model

Защита рабочих поверхностей энергетических машин и установок от воздействия высокоэнтальпийных потоков газа с помощью вдува пристенных газовых струй (завес) продолжает оставаться актуальной и важной задачей (см. монографию [1] и обобщающие обзоры [2,3]). Весьма эффективными бывают гидродинамические способы защиты, когда охлаждающий газ (жидкость) под различными углами вдувается через кольцевую щель или систему отверстий [1–3] в пограничный пристенный слой. Наиболее простым с

© Пахомов М.А., 2025

конструктивной точки зрения является вдув через кольцевые тангенциальные щели [1–3]. Теория однофазных газовых завес как при относительно простых, так и сложных динамических условиях, развивающихся на не- и адиабатической поверхностях является хорошо разработанной [1–3].

Одним из наиболее простых и эффективных способов значительного повышения тепловой защиты стенки является вдув пристенных газокапельных струй [4,5]. Основным механизмом повышения теплозащитных свойств двухфазных газокапельных систем является использование теплоты фазового перехода в непосредственной окрестности стенки [4,5]. Целью настоящей работе является численное исследование процесса струйного смешения при вдуве газокапельной пристенной струи в спутный турбулентный однофазный воздушный поток вблизи адиабатической поверхности цилиндрического канала.

При решении используются осесимметричные стационарные RANS уравнения, записанные с учетом влияния капель на процессы переноса в газе [6]. Схематическое представление распространения двухфазной пристенной газокапельной струи показано на рис. 1. Здесь R – радиус трубы, S – высота кольцевой щели и δ – толщина пограничного слоя смешения. Для описания динамики течения и тепломассопереноса в газовой и дисперсной фазах используется эйлеров континуальный и лагранжевы подходы [6]. Турбулентность несущей фазы описывалась с использованием эллиптической модели переноса компонент рейнольдсовых напряжений [7], записанной с учетом двухфазности потока. В настоящей работе приведены результаты расчетов смешения и распространения пристенной газокапельной струи, развивающейся в спутном газовом нисходящем турбулентном потоке. Все численные расчеты выполнены для монодисперсной газокапельной смеси на входе в расчетную область. Далее диаметр капель изменятся как в аксиальном, так и в радиальном направлениях.

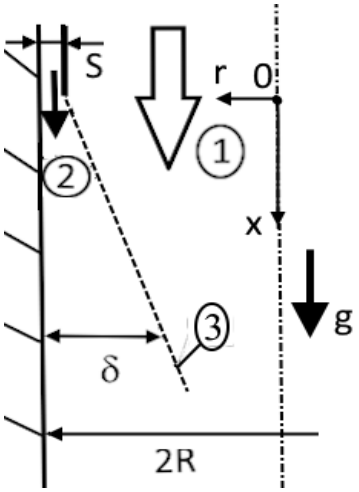


Рис. 1. Схема развития нисходящей пристенной газокапельной струи при вдуве в спутный воздушный поток (не в масштабе).
1 – основной однофазный турбулентный поток, 2 – газокапельная пристенная струя, 3 – граница слоя смешения пристенной струи с основным течением

В заключение отметим, что в работе представлены численные результаты расчетов распределения локальных параметров по сечению цилиндрического канала и тепловой эффективности для газокапельной завесы на адиабатической стенке. Показано существенное влияние массовой концентрации жидкости на распределение параметров по сечению канала и тепловую эффективность.

Профили осредненной аксиальной скорости U, массовой концентрации дисперсной фазы M_L и водяного пара M_V, температур газовой T и дисперсной T_L фаз, представлены на рис. 2 при m = 1. Все профили представлены в относительном виде: $(Q–Q_W)/(Q_0–Q_W) = f(y/R)$, где Q, Q_W, Q_0 − значения параметров в рассматриваемой точке, на стенке канала и на оси цилиндрического канала соответственно. Как видно из данных рис. 2*b*, подобия в распределении параметров по толщине пограничного слоя не наблюдается. Это объясняется тем, что уравнения энергии и диффузии для обтекания адиабатической стенки являются неподобными [1]. Наличие фазовых превращений, обусловленных испарением капель, приводит к усилению неподобия, что особенно ярко сказывается на распределении концентрации водяного пара. Профиль его массовой концентрации имеет ярко выраженный максимум − фронт испарения [6], расположенный у внешней границы пристенной струи. Добавление испаряющихся капель вызывает существенное улучшение эффективности тепловой завесы (см. рис. 3). Рост тепловой эффективности при M_{L2} = 0.05 достигает 30% в начальной части канала при $\Delta x/S$ = 10 и 200% при $\Delta x/S$ = 100 в сравнении с однофазным потоком охладителя.

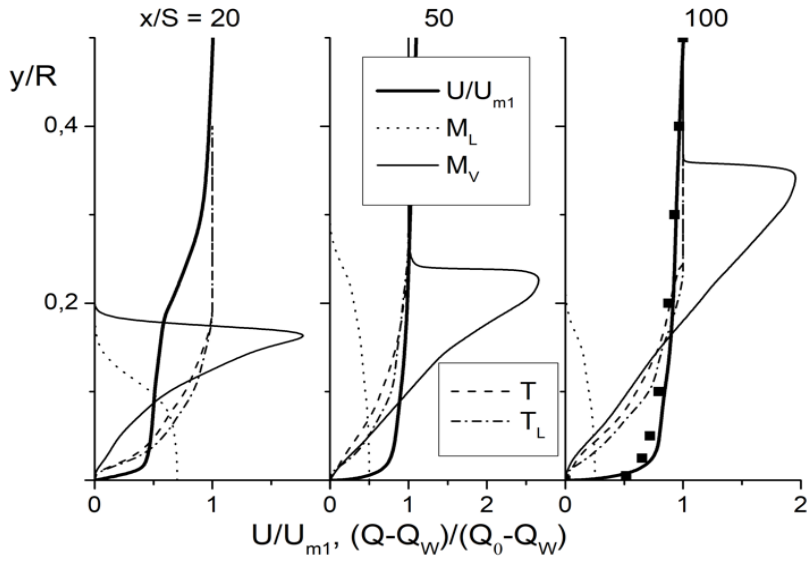


Рис. 2. Профили осредненной аксиальной скорости при вариации параметра вдува (a) и параметров газовой фазы (b) по длине канала в газокапельной пристенной завесе. Точки – расчет $U/U_0 = (y/R)^{1/7}$ [1,2]. $M_{L2} = 0.05$

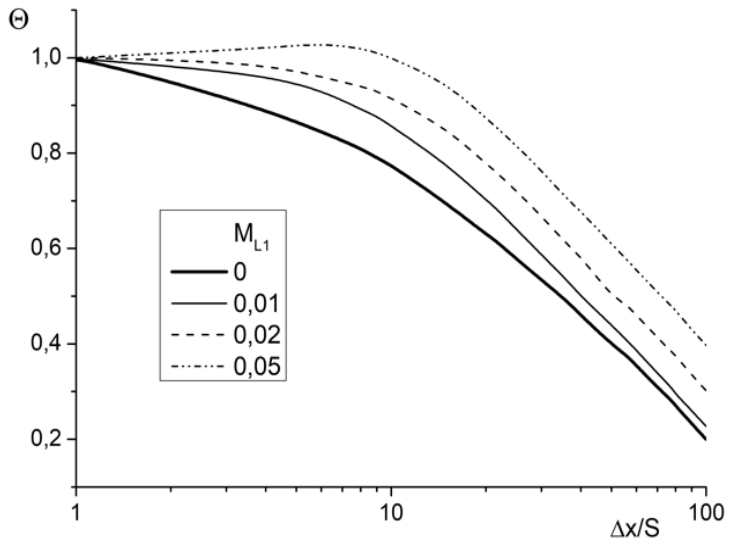


Рис. 3. Профили тепловой эффективности в газокапельной пристенной завесе. m = 1

Работа выполнена при финансовой поддержке Мегагранта Министерства науки и высшего образования (номер соглашения 075-15-2024-620).

Список литературы

1. *Волчков Э.П.* Пристенные газовые завесы. Новосибирск: Наука, 1983. 240 с.
2. *Волчков Э.П., Лебедев В.П., Терехов В.И.* Теплообмен в турбулентных пристенных струйных течениях // Теплофизика и аэромеханика. 1997. Т. 4, № 2. С. 195–210.
3. *Zhang J.Z., Zhang S.C., Wang C.H., Tan X.M.* Recent advances in film cooling enhancement: A review // Chinese J. Aeronautics. 2020. Vol. 33 (4). P. 1119–1136.
4. *Репухов В.М.* Эффективность неравновесной газопарожидкостной тепловой завесы // Промышленная теплотехника. 1986. Т. 8, № 6. С. 11−19.
5. *Terekhov V.I., Pakhomov M.A.* The thermal efficiency of near-wall gas-droplets screens. I. Numerical modeling // Int. J. Heat Mass Transfer. 2005. Vol. 48(9). P. 1747–1759.
6. *Пахомов М.А., Терехов В.И.* Структура пристенной газокапельной завесы, вдуваемой через круглые отверстия в поперечную траншею. Сравнение эйлерова и лагранжева подходов // Теплофизика и аэромеханика. 2020. Т. 27, № 3. С. 423–432.
7. *Fadai-Ghotbi A., Manceau R., Boree J.* Revisiting URANS computations of the backward-facing step flow using second moment closures. Influence of the numerics // Flow, Turbulence Combust. 2008. Vol. 81. P. 395–410.

ТРАНСПОРТ ИОННЫХ ПРИМЕСЕЙ В РАСПЛАВЕ БЕНЗОЙНОЙ КИСЛОТЫ И СТРУКТУРА ПОГРАНИЧНЫХ СЛОЕВ

М. И. Петухов
Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614990, Пермь, ул. Букирева, 15

В работе приводятся результаты аналитического и численного решения краевой задачи, в которой описывается поведение положительных ионов лития и отрицательных бензоат-ионов после их инжекции со стороны кристалла ниобата лития в расплав бензойной кислоты. В математической модели учитываются диффузия, электромиграция и рекомбинация ионов. Результаты решения уравнений переноса, описывающих распределение концентрации ионов обоих знаков, а также уравнения Пуассона для электрического потенциала показали, что с течением времени в расплаве формируются ионный пограничный слой. Приводится анализ характеристик данного слоя, а именно, рассматривается влияние электромиграции, а также размеров рассматриваемой области на толщину пограничного слоя и соответствующую ему разность потенциалов.

Ключевые слова: диффузия; электромиграция; протонный обмен

IONIC ADMIXTURES TRANSPORT IN THE BENZOIC ACID MELT AND STRUCTURE OF BOUNDARY LAYERS

M. I. Petukhov
Perm State University,
15 Bukireva St., 614990, Perm

The paper presents the results of analytical and numerical solution of the boundary problem, which describes the behavior of positive lithium ions and negative benzoate ions after their injection from the lithium niobate crystal into the benzoic acid melt. The mathematical model takes into account diffusion, electromigration and recombination of ions. The results of solving the transport equations describing the distribution of the concentration of ions of both signs, as well as the Poisson equation for the electric potential, showed that over time, an ion boundary layer is formed in the melt. An analysis of the characteristics of this layer is given, namely, the effect of electromigration, as well as the size of the region under consideration on the thickness of the boundary layer and the potential difference corresponding to it, is considered.

Keywords: diffusion; electromigration; proton exchange

Протонный обмен является ключевой технологией для создания планарных или канальных волноводов [1]. Во многих случаях общая идея реализации данной технологии заключается в следующем: кристалл ниобата лития погружают в расплав бензойной кислоты при характерных температурах ~ 500 К. В таких условиях его выдерживают на протяжении нескольких часов. За данное время в кристалле формируется тонкий приповерхностный слой, обогащенный ионами водорода. Вероятным механизмом проникновения

© Петухов М.И., 2025

протонов в кристалл является диссоциативная адсорбция молекул бензойной кислоты. Так, при взаимодействии с подложкой они разделяются на отрицательные бензоат-ионы и положительные ионы водорода. В ответ на проникновение последних в кристалл, из него в кислоту инжектируются положительные ионы лития. Ионные примеси, диффундируют в расплаве кислоты и со временем рекомбинируют, образуя молекулы бензоата лития.

В работах [2,3] была предложена физико-математическая модель, описывающая миграцию ионов в кислоте. За основу были взяты уравнения переноса для концентрации примесей

$$\frac{\partial n_{\pm}}{\partial t} = D_{\pm} n''_{\pm} \pm k_{\pm}(n'_{\pm}\varphi' + n_{\pm}\varphi'') - k_R n_+ n_- \qquad (1)$$

и уравнение Пуассона для электрического потенциала

$$\varepsilon_0 \varepsilon \varphi'' = e(n_- - n_+). \qquad (2)$$

Здесь $n_{\pm}$, φ – поля концентрации положительных и отрицательных ионов и электрического потенциала. Параметры $D_{\pm}$, $k_{\pm}$ и k_R обозначают коэффициенты диффузии, подвижности и коэффициент рекомбинации ионов. Константы ε_0, ε и e – электрическая постоянная, диэлектрическая проницаемость бензойной кислоты и элементарный заряд. Штрихом обозначается производная по координате x. Соответствующая ось направлена от поверхности кристалла вглубь расплава.

Межфазная граница служит точкой отсчета для определения электрического потенциала. На ней также моделируется постоянный поток вещества в расплав:

$$x = 0: \quad n'_{\pm} = -\frac{J}{D_{\pm}}, \quad \varphi = 0, \qquad (3)$$

где J – плотность потока ионов.

На удалении от границы раздела ставятся условия, отвечающие непроницаемой стенке реактора, в котором проводится протонный обмен и отсутствию поля на границе раздела:

$$x = h: \quad n'_{\pm} = 0, \quad \varphi' = 0. \qquad (4)$$

Параметр h определяет размер реактора. При решении использовался следующий набор параметров: $D_+ = 10^{-8}$ м^2/с, $D_- = 10^{-9}$ м^2/с, $k_+ = 1.5 \cdot 10^{-7}$ м^2/сВ, $k_- = 2 \cdot 10^{-8}$ м^2/сВ, $k_R = 1.5 \cdot 10^{-15}$ м^3/с, $J = 10^{18}$ с$^{-1}$м$^{-2}$.

Поставленная краевая задача имеет аналитическое решение в случае, когда электромиграционные слагаемые в уравнениях (1) пренебрежимо малы. Использование метода многих масштабов дает следующее выражение для толщины пограничного слоя:

$$\delta = \frac{5h^{\frac{1}{4}}}{\left(\frac{k_R J}{D_-}\left(\frac{1}{D_-} - \frac{1}{D_+}\right)\right)^{\frac{1}{4}}}. \qquad (5)$$

В свою очередь, решение полной системы уравнений (1) – (2) совместно с граничными условиями (3) – (4) и последующий анализ толщины пограничного слоя позволяет установить, что выражение (5) справедливо только при сравнительно малых h. После достижения размеров реактора ~ 10^{-5} м появляются заметные отклонения между степенным законом (5) и численным решением (рис. 1).

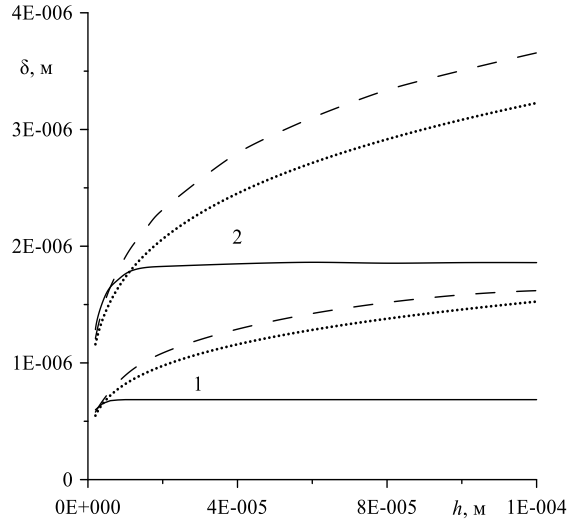


Рис. 1. Значения толщины пограничного слоя бензоат-ионов при разных значениях диэлектрических проницаемостей: 1 – ε = 1, 2 – ε = 20. Точки и штриховые линии – результаты аналитического [3] и численного решения для $k_{\pm} = 0$; сплошные линии – численное решение с учетом электромиграции.

Данное отклонение связано с тем, что учет электромиграции не дает ионам лития удалиться от кристалла на сколь угодно большое расстояние. Таким образом, в исследуемой системе формируется парный пограничный слой: бензоат-ионы удаляются от протонируемой поверхности на характерное расстояние ~ 10^{-6} м, а ионы лития – на расстояние ~ 10^{-5} м.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 24-29-20277 и Пермского края.

Список литературы

1. *Kuneva M.* Optical waveguides obtained via proton exchange technology in LiNbO3 and LiTaO3 − a short review // IJSRST, 2, 40−50, 2016.
2. *Demin V.A., Petukhov M.I., Ponomarev R.S.*, *Kuneva M.* Dynamics of the Proton Exchange Process in Benzoic Acid Interacting with Lithium Niobate Crystals // Langmuir, 39, 10855-10862, 2023.
3. *Demin V.A.*, *Petukhov M.I.* Application of multiple scales method to the problem about characteristics of the ionic layer near the surface of lithium niobate crystal in a benzoic acid melt // Microgravity Sci. and Tech. 36, 33, 2024.

СТРУКТУРА КОНВЕКЦИИ И ТЕПЛОПЕРЕНОС ВО ВРАЩАЮЩЕМСЯ ГОРИЗОНТАЛЬНОМ ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ СЛОЕ ЖИДКОСТИ

С. А. Петухов, А. А. Вяткин, В. Г. Козлов
Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет,
614990, Пермь, ул. Сибирская, 24

Экспериментально исследована тепловая конвекция во вращающемся цилиндрическом слое жидкости в случае более нагретой внутренней границы. Обнаружена серия конвективных режимов, природа которых связана с приливными колебаниями неизотермической жидкости, вызванными осциллирующим в системе отсчета полости полем силы тяжести. Изучено влияние толщины цилиндрического слоя, вязкости жидкости и скорости вращения на конвективный теплоперенос. С появлением и развитием конвективных течений регистрируется их медленный азимутальный дрейф относительно полости. Проведен сравнительный анализ результатов температурных и визуальных измерений интенсивности дрейфа и длин волн конвективных структур.

Ключевые слова: цилиндрический слой; термовибрационная конвекция; вращение; дрейф

CONVECTION STRUCTURE AND HEAT TRANSFER IN A ROTATING HORIZONTAL CYLINDRICAL LIQUID LAYER

S. A. Petuhov, A. A. Vyatkin, V. G. Kozlov
Perm State Humanitarian-Pedagogical University,
24 Sibirskaya St., 614990, Perm

Thermal convection in a rotating cylindrical fluid layer in the case of a hotter inner boundary has been experimentally investigated. A series of convective regimes has been discovered, the nature of which is associated with tidal oscillations of a non-isothermal fluid caused by a gravity field oscillating in the cavity reference frame. The influence of the cylindrical layer thickness, fluid viscosity, and rotation speed on convective heat transfer has been studied. With the emergence and development of convective flows, their slow azimuthal drift relative to the cavity is recorded. A comparative analysis of the results of temperature and visual measurements of drift intensity and wavelengths of convective structures has been carried out.

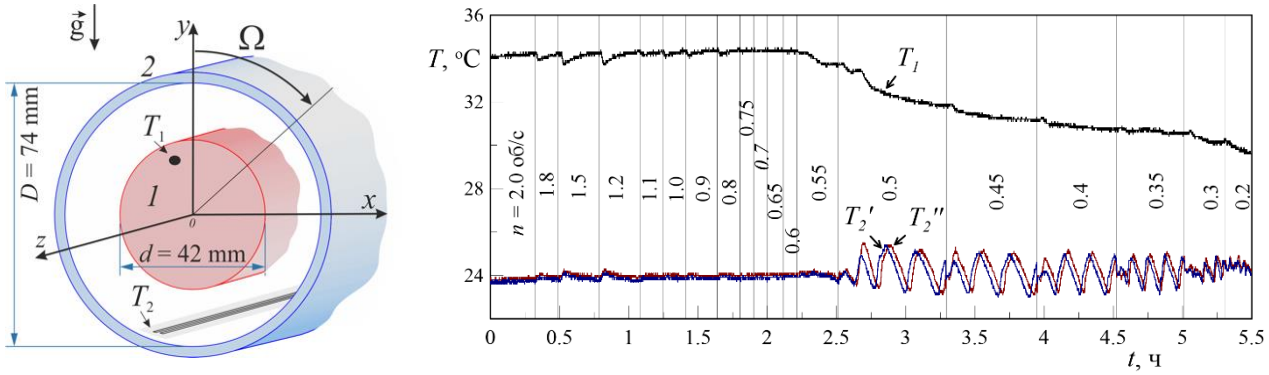
Keywords: cylindrical layer; thermovibrational convection; rotation; drift

Исследование тепловой конвекции во вращающихся системах является актуальным для разработки эффективных инструментов управления тепломассопереносом в технологических процессах [1]. Интересные свойства тепловая конвекция приобретает при вращении полости вокруг горизонтальной оси. Сила тяжести совершает вращение в системе отсчета полости, играя роль осциллирующей силы. Колебания жидкости при этом являются источником возбуждения осредненного конвективного движения [2], азимутального дрейфа [3], инерционных волн [4], параметрического резонанса и др. Широкий спектр явлений, могущих возникать во вращающихся вокруг горизонтальной оси

© Петухов С.А., Вяткин А.А., Козлов В.Г., 2025

полостях, содержащих неизотермическую жидкость, обуславливает высокий прикладной потенциал данного класса задач.

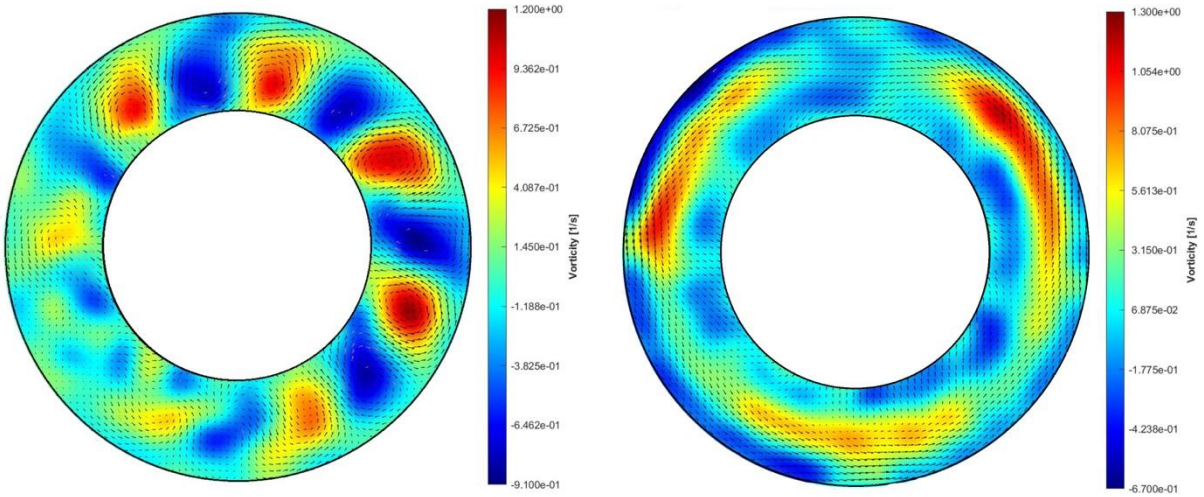
Методика экспериментального исследования аналогична методике, описанной в [5]. Слой образован внутренним алюминиевым теплообменником *1* и оргстеклянной трубой *2* (рис. 1, а). Геометрические параметры слоя: толщина $h = 16$ мм, длина $l = 182$ мм, средний радиус $\bar{R} = 29$ мм. Разогрев слоя происходит изнутри с использованием электрического нагревателя, установленного на оси вращения. Охлаждение реализуется через внешнюю цилиндрическую стенку *2*. Для этого полость помещается в прозрачную рубашку, в объеме которой циркулирует охлаждающая жидкость постоянной температуры. В пределах одного эксперимента фиксируется мощность тепловыделения. В начале эксперимента кювета приводится в быстрое вращение. После выхода на равновесное распределение температуры в слое скорость вращения полости пошагово понижается. При этом непрерывно ведется запись температуры внутренней и внешней границ слоя (рис. 1, б). В работе приводятся результаты серии экспериментов с водоглицериновым раствором (25%). Исследование структуры конвекции выполняется двумя методами: визуальный (PIV) и с помощью интегральных термометров сопротивления, размещенных на заданном расстоянии друг от друга [3].



а) *б)*

Рис. 1. Схема кюветы (а) и пример температурной записи одного эксперимента при фиксированной мощности нагревателя (б)

С понижением скорости вращения пороговым образом возбуждаются параметрические колебания жидкости с частотой в два раза меньшей частоты вращения (шаг $n = 0.55$ об/с на рис. 1 б). Конвективные течения представляют собой двумерные валы, вытянутые вдоль оси вращения (рис. 2. а). Соседние валы согласованно вращаются в противоположных направлениях. Исключение составляет область минимальной интенсивности, где конкурируют два вала одного знака закрутки. На периметр слоя укладывается нечетное количество валов. В течение одного оборота скорость вращения отдельного вала, движущегося вместе с полостью, достигает максимума в верхней точке и меняется на противоположное – в нижней.

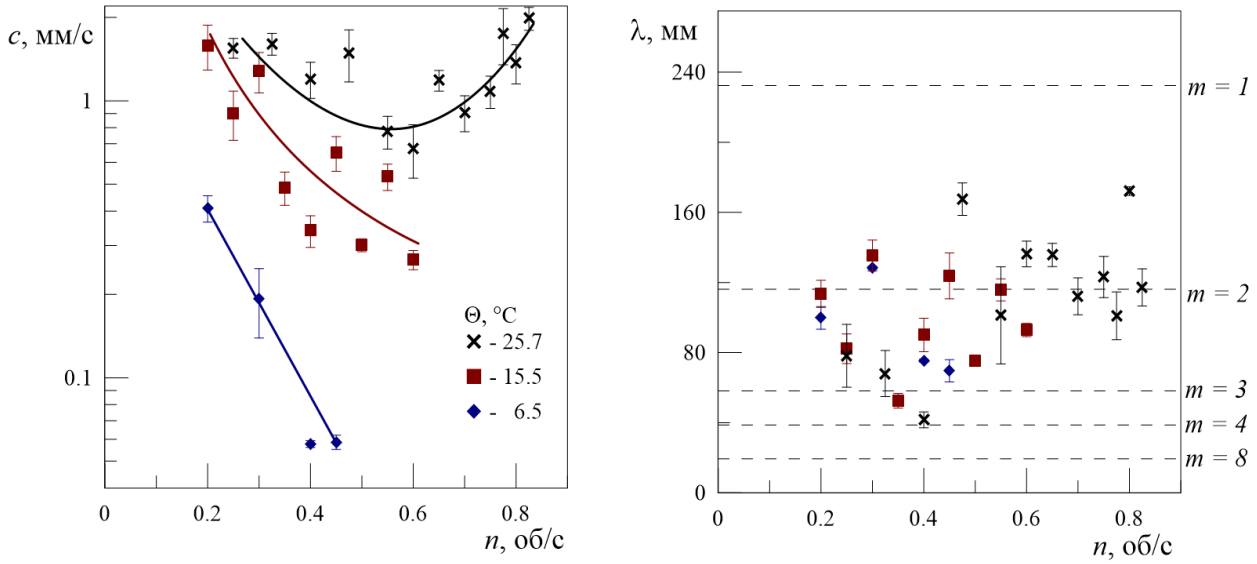


а) *б)*

Рис. 2. Примеры осредненных полей завихренности в поперечном сечении

С дальнейшим понижением скорости вращения параметрическая конвекция сменяется термовибрационной (шаг $n = 0.55$ об/с на рис. 1 б). При этом в жидкости генерируются осредненные виброконвективные течения (рис. 2, б), которые в пороге имеют вид квазистационарных валов, вытянутых вдоль оси вращения. Виброконвективные валы не изменяют интенсивности со временем. С повышением разности температур Θ границ слоя диапазон скорости вращения, в котором существует параметрическая конвекция, значительно расширяется.

Медленный дрейф двумерных конвективных валов относительно полости вызывает колебания температуры T_2 на внешней границе слоя (рис. 1, б). Виброконвективные валы обеспечивают более интенсивные температурные колебания в отличие от структур параметрической конвекции. Анализ температурных данных показывает, что скорость азимутального дрейфа существенно зависит от разности температур Θ границ слоя (рис. 3, а). Отмечается немонотонный характер изменения скорости дрейфа при больших Θ. Можно предположить, что дополнительную скорость дрейфа обеспечивают трехмерные конвективные течения, возникающие перед порогом термовибрационной конвекции. Природа трехмерных азимутальных вихрей может быть связана с распространением инерционных волн во вращающемся слое [4].



а) *б)*

Рис. 3. Зависимость скорости дрейфа (а) и длины волны виброконвективных структур (б) от скорости вращения полости

Измерения показывают, что на периметр слоя укладывается 2-3 пары виброконвективных валов (рис. 3, б). Разброс точек указывает на активную перестройку конвективных структур, связанную с тем, что вибрационная конвекция возникает на фоне уже развитой конвекции в виде двумерных параметрических валов или трехмерных азимутальных вихрей в зависимости от разности температур Θ.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства Просвещения РФ в рамках Государственного задания (Рег. номер 1023032300071-6-2.3.1).

Список литературы

1. *Vjatkin A. A., Kozlov V. G., Sabirov R. R.* Convection of a heat-generating fluid in a rotating cylindrical cavity subject to transverse vibrations // International Journal of Thermal Sciences, 2019. Vol. 137 P. 560–570.
2. *Вяткин А. А., Иванова А. А., Козлов В. Г.* Конвективный теплоперенос во вращающемся горизонтальном цилиндрическом слое // ПМТФ, 2016. Т. 57. № 2 (336). С. 172-181.
3. *Vjatkin A. A., Siraev R. R., Kozlov V. G.* Theoretical and Experimental Study of Thermal Convection in Rotating Horizontal Annulus. // Microgravity Sci. Technol. 2020. Vol. 32, P. 1133–1145.
4. *Kozlov V. G., Ivanova A. A., Vjatkin A. A., Sabirov R. R.* Vibrational convection of heat-generating fluid in a rotating horizontal cylinder. The relative length of the cavity role // Acta Astronautica. 2015. Vol. 112. P. 48–55.
5. *Kozlov V. G., Vjatkin A. A., Sabirov R. R., Myznikov V. M.* Methods of experimental study of thermal convection in cavity subject to rotation and vibration // MethodsX, 6 (2019) P. 2420–2428

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ МЕХАНИЧЕСКОГО ОТКЛИКА И МОРФОМЕТРИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК РЕШЕТЧАТЫХ КОСТНЫХ СКАФФОЛДОВ

Ю. В. Пирогова, И. В. Виндокуров, Н. В. Еленская, А. С. Шалимов, А. С. Тарасова, М. А. Ташкинов
Пермский национальный исследовательский политехнический университет, 614990, Пермь, Комсомольский проспект, 29

Исследование сосредоточено на сравнительном анализе различных концепций проектирования скаффолдов для инженерии костной ткани, основанных на исследовании их локальных физико-механических свойств и эффективной реакции на сжимающую нагрузку. Прототипы исследуемых структур были изготовлены из полилактида с использованием аддитивных технологий. Выполнен численный анализ напряженно-деформированного состояния скаффолдов при сжимающей нагрузке, а также реализован анализ прогрессирующего разрушения, основанный на модели деградации упругих свойств. Изучено влияние изменений параметров структурной морфологии на инициирование концентраторов напряжений, а также зарождение и распространение разрушения. Поля деформаций на поверхностях образцов, зарегистрированные в экспериментах с использованием метода корреляции цифровых изображений, согласуются с полученными численными результатами. Сравнение механических и геометрических характеристик прототипов решетчатых скаффолдов с представительными объемами трабекулярной кости позволяет сделать выводы о выборе их оптимального строения.

Ключевые слова: аддитивное производство; трабекулярная кость; механические свойства; решетчатая структура; каркасы; численное моделирование; испытания на сжатие

COMPARATIVE ANALYSIS OF MECHANICAL RESPONSE AND MORPHOMETRIC CHARACTERISTICS OF LATTICE BONE SCAFFOLDS

Y. V. Pirogova, I. V. Vindokurov, N. V. Elenskaya, A. S. Shalimov, A. S. Tarasova, M. A. Tashkinov
Perm National Research Polytechnic University, 29 Komsomolsky Pr., 614990, Perm

The study focuses on the comparative analysis of different design concepts of scaffolds for bone tissue engineering based on the investigation of their local physical and mechanical properties and effective response to compressive loading. Prototypes of the investigated structures were fabricated from polylactide using additive technologies. Numerical analysis of the stress-strain state of scaffolds under compressive loading was performed, and the analysis of progressive failure based on the model of elastic properties degradation was realized. The influence of changes in structural morphology parameters on the initiation of stress concentrators, as well as fracture nucleation and propagation, was studied. The strain fields on the surfaces of the specimens recorded in experiments using the digital image correlation method are in agreement with the numerical results obtained. Comparison of the mechanical and geometrical characteristics of lattice

© Пирогова Ю.В., Виндокуров И.В., Еленская Н.В., Шалимов А.С., Тарасова А.С., Ташкинов М.А., 2025

scaffold prototypes with representative volumes of trabecular bone allows us to draw conclusions about the choice of their optimal structure.

Keywords: additive manufacturing; trabecular bone; mechanical properties; lattice structure; scaffolds; numerical modeling; compression tests

Ежегодно более чем у миллиона людей диагностируют неизлечимое поражение костной ткани. Это может быть как следствием травматических повреждений, так и дегенеративных заболеваний (например, остеопороза или артрита), последствием инфекционного лечения или врожденных дефектов [1]. Ауто- и аллотрансплантация широко используются для лечения дефектов костной ткани, однако имеют ряд ограничений, такие как нехватка донорского материала, иммунное отторжение, высокие затраты и другие. Появление технологий тканевой инженерии позволяет преодолеть большую часть ограничений, связанных с восстановлением функций поврежденных костей с помощью использования имплантируемых искусственных пористых скаффолдов. Они обеспечивают поддержку для регенерации ткани, включая прикрепление клеток, их пролиферацию и дифференцировку.

Несмотря на большое количество разработанных структур скаффолдов и различные методы их изготовления, до сих пор не существует общеприемлемого подхода к проектированию оптимальной конструкции и способам их изготовления для регенерации костной ткани с точки зрения сочетания механических свойств и биологической совместимости. В этой работе сравниваются несколько классов трехмерных структур для замещения трабекулярной ткани, разработанных на основе различных подходов: регулярных структур на основе повторяющейся элементарной ячейки [2] (рис. 1д-1е), структуры, основанные на аналитическом описании трехмерных поверхностей [3], [4] (рис. 1ж-1м), случайные структуры, основанные на диаграмме Вороного [6] (рис. 1о-1п), алгоритме разделения фаз с использованием случайных Гауссовых полей [5] (рис. 1н), и исходная структура трабекулярной костной ткани, полученная по данным компьютерной томографии (рис. 1а-1г). Размеры всех моделей были подобраны с учетом размеров эталонного образца трабекулярной ткани. Все структуры сохраняли объемную долю пористой фазы, соответствующую эталонной, в диапазоне 55-60%. Опытные образцы структур были изготовлены из полилактида (PLA) с использованием технологии аддитивного производства методом послойного наплавления филамента. Их поведение при локальной деформации, процессы накопления повреждений и эффективные упругие свойства были оценены в ходе численного моделирования и сравнены с экспериментальными данными, полученными при испытаниях на сжатие, выполненных на 3D-печатных образцах с применением метода корреляции цифровых изображений. Представлены сведения об оптимальном дизайне скаффолдов для регенерации трабекулярной ткани с точки зрения их механического отклика и морфометрии.

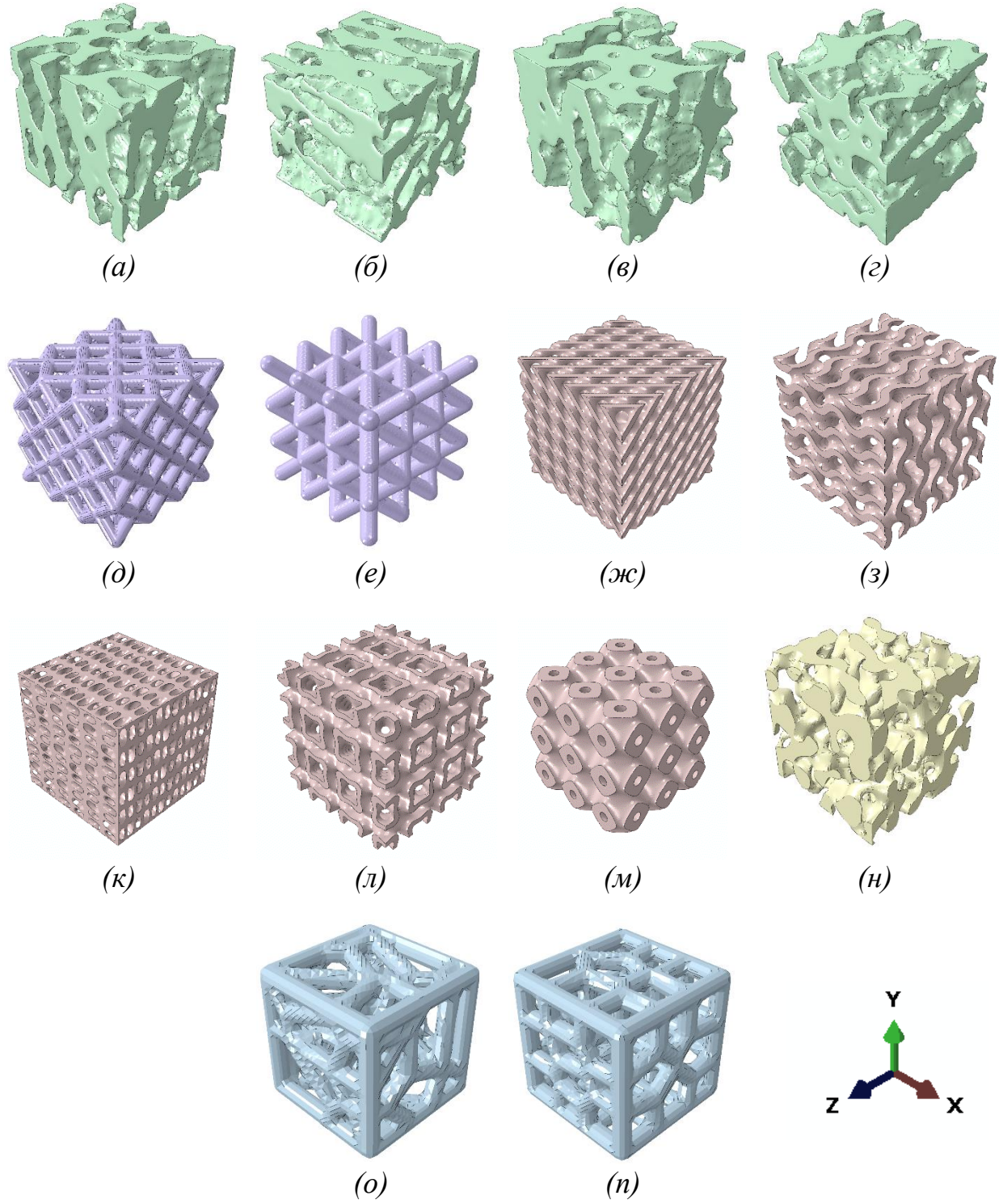


Рис. 1 – Фрагмент структуры трабекулярной костной ткани а,в) в осевом и б,г) в трансверсальном направлениях; кубические д) гранецентрированная и е) объемноцентрированная структуры; ж)алмазная и з) гироидная структуры, и) структура, основанная на поверхности вариации гироида, к) плотноупакованная и л) примитивная структуры; м) двунепрерывная структура; н) структуры на основе стандартной диаграммы Вороного о) и диаграммы Вороного с релаксацией Ллойда

Морфометрические характеристики, использованные в этом исследовании, помогают идентифицировать геометрические особенности каждой структуры. Однако при сравнении различных типов структур с точки зрения их механического поведения одного морфометрического анализа недостаточно. Структуры, построенные на основе трижды периодических минимальных поверхностей (ТПМП), а также кубические гранецентрированная (ГЦК) и объемноцентрированная (ОЦК) структуры и будут иметь схожие адгезионные свойства с трабекулярными структурами при интеграции в организм из-за схожей удельной площади поверхности. Однако модель ОЦК демонстрирует значительный процент разрушившегося объема при высоких сжимающих нагрузках. Модели ГЦК и ОЦК показали самый высокий процент расхождения между численными и экспериментальными исследованиями из-за потери устойчивости, что указывает на необходимость выбора соответствующих нагрузок и изменения геометрических характеристик элементов структуры для улучшения эксплуатационных свойств.

Алгоритм релаксации Ллойда был применен к непериодической решетчатой структуре, построенной с помощью тесселяции Вороного, для регулирования ее случайности. Полученные морфометрические параметры не показали существенных различий, но значение эффективного модуля упругости увеличилось, структура стала более жесткой, а количество концентраторов напряжений при сжимающих нагрузках уменьшилось. Несмотря на непериодический характер, модели демонстрировали схожую механическую реакцию при нагрузке в разных направлениях.

Несмотря на различное поведение при деформации, все рассмотренные структуры из ТПМП показали наибольшую устойчивость к разрушению, что привело к наименьшим областям концентрации напряжений. Это может быть связано с меньшими габаритными размерами взаимосвязанных пор, а также сложностью геометрии упорядоченной структуры. Алмазная структура и структура, основанная на поверхности вариации гироида, продемонстрировали самую большую среднюю площадь внутренней поверхности, а также самые низкие значения толщины лигаментов и расстояния между ними.

Двунепрерывная случайная структура имела самое высокое абсолютное значение минимальных главных напряжений под нагрузкой, что указывает на меньшую прочность этой структуры по сравнению с другими структурами. Это было подтверждено при моделировании деградации ее упругих свойств. Однако, эта структура близка к трабекулярной микроструктуре по морфометрическим параметрам.

Суммируя полученные результаты, структура, основанная на вариации гироида, может быть выбрана как наиболее перспективная. Эта модель продемонстрировала близкое механическое поведение к трабекулярной структуре и наибольшую устойчивость к сжимающим нагрузкам. Структура, основанная на диаграммах Вороного с использованием релаксации Ллойда, также может рассматриваться в качестве замены костной структуры; она продемонстрировала схожие упругие свойства, хорошую устойчивость к разрушению и аналогичную удельную площадь поверхности, которая на

практике напрямую связана с количеством биологически активных веществ, взаимодействующих с интегрированной структурой. Двунепрерывная структура была отмечена с точки зрения морфометрических характеристик и механического поведения, сходного с трабекулярной структурой в поперечной ориентации.

Результаты, полученные в ходе этой работы, могут быть полезны при проектировании и разработке функциональных пористых скаффолдов для замещения костной ткани в тканевой инженерии.

Результаты получены при выполнении государственного задания Министерства науки и высшего образования Российской Федерации на выполнение фундаментальных научных исследований (проект FSNM-2024-0013).

Список литературы

1. *Z. Jia, X. Xu, D. Zhu, and Y. Zheng* Design, printing, and engineering of regenerative biomaterials for personalized bone healthcare, *Prog. Mater. Sci.*, vol. 134, p. 101072, 2023, doi: https://doi.org/10.1016/j.pmatsci.2023.101072.
2. *A. A. Zadpoor* Mechanics of additively manufactured biomaterials. *J. Mech. Behav. Biomed. Mater.*, vol. 70, pp. 1–6, 2017, doi: 10.1016/j.jmbbm.2017.03.018.
3. *N. Sreedhar et al.* 3D printed feed spacers based on triply periodic minimal surfaces for flux enhancement and biofouling mitigation in RO and UF. *Desalination*, vol. 425, pp. 12–21, 2018, doi: https://doi.org/10.1016/j.desal.2017.10.010.
4. *S. M. Ahmadi et al.* Mechanical behavior of regular open-cell porous biomaterials made of diamond lattice unit cells. *J. Mech. Behav. Biomed. Mater.*, vol. 34, pp. 106–115, 2014, doi: https://doi.org/10.1016/j.jmbbm.2014.02.003.
5. *S. Bargmann et al.* Generation of 3D representative volume elements for heterogeneous materials: A review. *Prog. Mater. Sci.*, vol. 96, pp. 322–384, 2018, doi: 10.1016/j.pmatsci.2018.02.003.
6. *H. Liang et al.* Trabecular-like Ti-6Al-4V scaffolds for orthopedic: fabrication by selective laser melting and in vitro biocompatibility. *J. Mater. Sci. Technol.*, vol. 35, no. 7, pp. 1284–1297, 2019, doi: https://doi.org/10.1016/j.jmst.2019.01.012.

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ БИОПОЛИМЕРОВ В ВИДЕ ЖИДКИХ КАПЕЛЬ И МИКРОЧАСТИЦ ГИДРОГЕЛЯ С ГОМОГЕННОЙ И ГЕТЕРОГЕННОЙ ПОВЕРХНОСТЯМИ

А. Е. Пискунова[a,b], М. В. Пискунов[a,b]
[a]Томский политехнический университет,
634050, Томск, ул. Ленина, 30
[b]Сургутский государственный университет,
628412, Сургут, ул. Ленина, 1

В данной работе изучено гидродинамическое поведение микрочастиц гидрогеля и капель полимерных эмульсий при взаимодействии с твердой поверхностью. Получены эмпирические модели для прогнозирования параметров растекания микрочастиц гидрогеля и капель полимерных эмульсий на однородных и гетерогенных поверхностях, учитывающие свойства жидкости и шероховатость стенки.

Ключевые слова: биополимеры, биопечать, взаимодействие «капля-стенка», гидрогель, нановолокнистое покрытие

IMPACT OF BIOPOLYMERS IN THE FORM OF LIQUID DROPLETS AND HYDROGEL MICROPARTICLES ONTO HOMOGENEOUS AND HETEROGENEOUS SURFACES

A. E. Piskunova[a,b], M. V. Piskunov[a,b]
[a]Tomsk Polytechnic University,
30 Lenina St., 634050, Tomsk
[b]Surgut State University,
1 Lenina St., 628412, Surgut

The hydrodynamic behavior of hydrogel microparticles and polymer emulsion droplets in interaction with the surface was studied. Empirical models have been obtained for predicting the parameters of spreading of hydrogel microparticles and polymer emulsion droplets on homogeneous and heterogeneous surfaces, considering the liquid properties and the wall roughness.

Keywords: biopolymers, bioprinting, drop-wall impact, hydrogel, nanofiber mat

Полимеры используются во многих промышленных и биомедицинских технологиях: 3D-печать и биопечать, безопасный транспорт лекарств, тканевая инженерия, агропромышленность [1]. Однако, результатов исследований гидродинамического взаимодействия сложных полимерных капель и частиц с поверхностью, сопряженного с процессами термоотверждения, теплообмена и упругих деформаций пока еще мало. Также мало информации доступно о совместном эффекте реологических свойств и характеристик поверхности на динамику растекания таких структур при соударении с поверхностью. Целью данной работы является определение влияния реологических свойств жидкости

© Пискунова А.Е., Пискунов М.В., 2025

и характеристик твердого покрытия на динамику растекания полимерных капель и частиц гидрогеля при соударении с гомогенной и гетерогенной поверхностями.

Объектами исследования являются частицы гидрогеля микронных размеров и полимерные эмульсии, в которых такие частицы содержатся в качестве дисперсной фазы. Оба объекта могут использоваться в качестве биочернил для 3D-печати и тканевой инженерии: частицы гидрогеля – напрямую в качестве контейнеров для лекарственных средств и клеточных структур, а полимерные эмульсии, как термоотверждаемый полимер, содержащий в себе такие контейнеры. Частицы гидрогеля формируются при взаимодействии в воздухе микрокапельного и микроструйного потоков биополимера (раствора альгината натрия) и кросслинкера (раствора хлорида кальция с добавлением этилового спирта), соответственно. Для формирования гидрогелевых частиц разработана система генерирования сдвоенного потока жидкостей, подробно описанная в работе [2]. Полученные гидрогелевые частицы представляют структуру «бусины-на-нити». Размер частиц составляет 340-480 мкм в зависимости от концентрации полимера. Для формирования полимерной эмульсии используется водный раствор агара в качестве непрерывной среды и микрочастицы геля в качестве дисперсной среды [3].

Табл. 1. Компонентный состав и свойства образцов гидрогеля

Образец гидрогеля	Раствор полимера	Раствор кросслинкера	χ	μ, Па·с	σ, Н/м	ρ, кг/м^3
G1	2 мг/мл ALG	15 мг/мл CaCl2 + 10%EtOH	0.26	67.0	0.037	575
G2	4 мг/мл ALG	15 мг/мл CaCl2 + 10%EtOH	0.38	159.5	0.040	687
G3	6 мг/мл ALG	15 мг/мл CaCl2 + 10%EtOH	0.49	559.0	0.046	767
G4	8 мг/мл ALG	15 мг/мл CaCl2 + 10%EtOH	0.62	1024.4	0.049	857

Табл. 2. Компонентный состав и свойства полимерных эмульсий

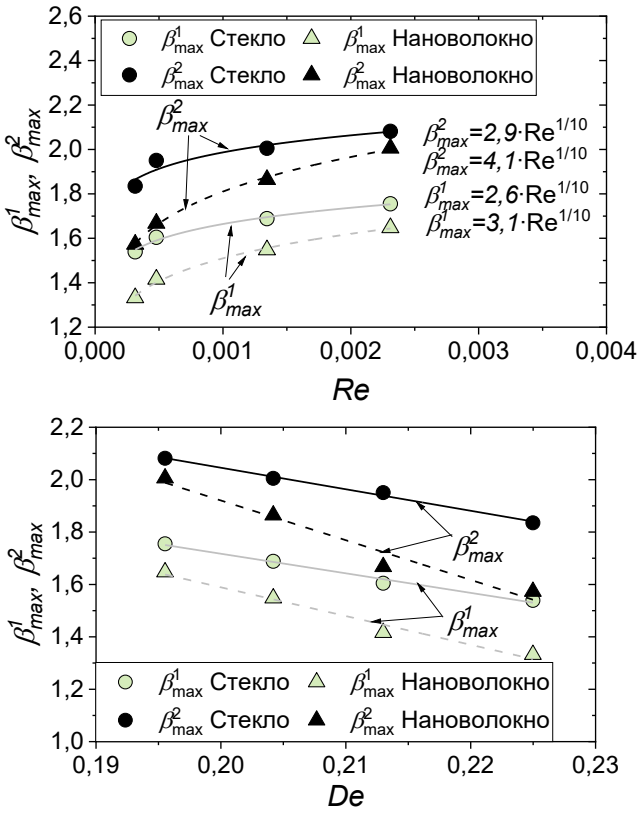
Образец эмульсии	$\omega_а$	$\omega_г$	ω_{CaCl2}	μ, Па·с	σ, Н/м	ρ, кг/м^3
PE-0	1	0	0	1.4	0.037	1065
PE-1	0.98	0.01	0.01			1105
PE-5	0.9	0.05	0.05			1145
PE-10	0.8	0.1	0.1			1203
PE-20	0.6	0.2	0.2			1262

Компонентный состав и свойства (степень гелеобразования χ, равная отношению массы полученного гидрогеля к массе исходного полимера, вязкость μ, поверхностное натяжение σ, плотность ρ, массовые доли раствора агара $\omega_{\text{а}}$, частиц геля $\omega_{\text{г}}$ и хлорида кальция ω_{CaCl2}) образцов гидрогеля и полимерных эмульсий приведены в табл. 1, 2, соответственно.

Исследовано две поверхности взаимодействия: гомогенное полированное сапфировое стекло и гетерогенное нановолокнистое покрытие, сформированное методом электроспиннинга [2]. Нановолокнистый мат моделирует каркас для выращивания ткани в тканевой инженерии. Средняя шероховатость поверхностей определена методом АСМ и составляет R=0,586 нм и R=128 нм, соответственно.

Определяемой характеристикой является коэффициент максимального растекания частицы/капли полимера $\beta_{\max}$ ($\beta_{max} = D_{max}/D_0$, где $D_{\max}$ – диаметр частицы/капли полимера в момент максимального растекания, м; D_0 – начальный размер частицы/капли, м). Причем, в случае гидрогелевых частиц $\beta_{\max}$ определяется для 1-ой упавшей частицы $\beta^1{}_{\max}$, которая взаимодействует с сухой поверхностью, и для 2-ой упавшей частицы $\beta^2{}_{\max}$, которая взаимодействует уже со смоченной поверхностью. В случае полимерных эмульсий также определяется безразмерный параметр D_{eq}/D_0, характеризующий объемную долю гидрогеля в капле (где D_{eq} – объемный эквивалентный диаметр микрочастиц геля, м). Рассчитаны число Рейнольдса ($Re = \rho U_0 D_0/\mu$), характеризующее отношение инерционных сил к силам вязкого трения, и число Деборы ($De = \tau/t$, где τ – время релаксации, с; t – характерное время наблюдения, с), характеризующее текучесть жидкости.

Для анализа результатов взаимодействия частиц гидрогеля микронных размеров (табл. 1) с поверхностью построены зависимости коэффициента максимального растекания для первой $\beta^1{}_{\max}$ и второй $\beta^2{}_{\max}$ микрочастиц гидрогеля от чисел Re (рис. 1*а*) и De (рис. 1*б*).



а) *б)*

Рис. 1. Коэффициенты β_{max} микрочастиц гидрогеля вдоль гомогенной и гетерогенной поверхностей в зависимости от: а) числа Re; б) числа De

Сформулирован вывод об общности результатов, с точки зрения типа функций, описывающих экспериментальные данные. Однако, выраженное влияние на деформацию частиц гидрогеля оказывает профиль поверхности. Для того, чтобы учесть все влияющие факторы, а именно числа *Re*, *De* и шероховатость поверхности *R*, с помощью П-теоремы введен сложный безразмерный параметр $(De \cdot R^{0.5})/\,Re^2$ (рис. 2).

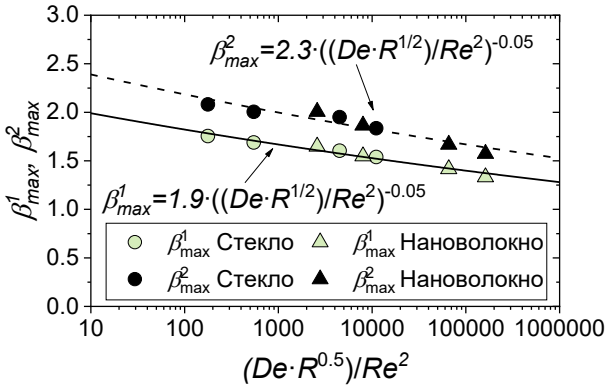


Рис. 2. Поведение значений коэффициентов β_{max} микрочастиц гидрогеля вдоль гомогенной и гетерогенной поверхностей в зависимости от безразмерного комплексного параметра $(De \cdot R^{0.5})/\,Re^2$

Для упрощения степенных аллометрических функций (рис. 2) числа *De* (ур. (1) и *Re* (ур. 2) выражены через степень гелеобразования χ. В результате получено ур. (3), которое позволяет с высокой степенью достоверности прогнозировать поведение β^1_{max} и β^2_{max}:

$$De = 0.17 + 0.07 \cdot \chi, \quad (1)$$

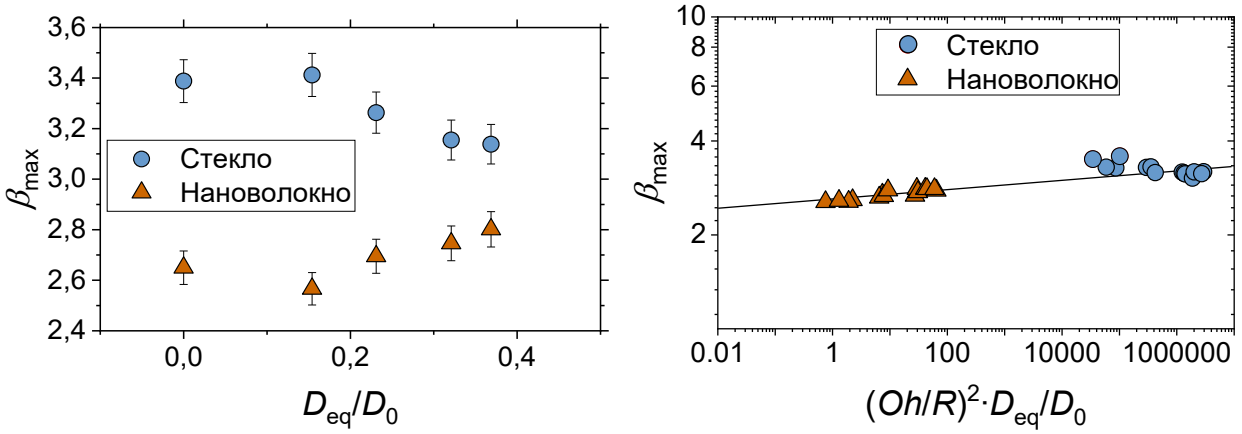
$$Re = (0.6 - 0.3\chi)^{10}, \quad (2)$$

$$\beta^{1,2}{}_{max} = A \cdot \frac{0.7-0.3\chi}{(\chi+2.5)^{0.05} \cdot R^{0.025}}, \quad (3)$$

где A – эмпирическая константа, зависящая от типа соударения, т.е. частица-поверхность (A=1.9) и частица-частица (A=2.2).

Таким образом, выведена эмпирическая модель для максимального диаметра растекания микрочастиц геля на гомогенной и гетерогенной поверхностях, а также при соударениях со смоченной поверхностью. Преимуществом является то, что для прогнозирования необходимо знать только шероховатость поверхности и степень гелеобразования жидкости.

Для капель полимерных эмульсий (табл. 2) одним из основных факторов, влияющих на их растекание, является количество микрочастиц гидрогеля, которое учитывается в безразмерном параметре D_{eq}/D_0 (рис.3*а*). Установлено, что растекание капли полимерной эмульсии на гомогенной и гетерогенной поверхностях происходит по-разному (рис. 3*а*). Для того, чтобы учесть все влияющие факторы, D_{eq}/D_0, R и свойства эмульсий, с использованием П-теоремы получен сложный безразмерный параметр $(Oh/R)^2 \cdot D_{eq}/D_0$ (рис. 3*б*). Поведение β_{max} на гомогенной и гетерогенной поверхностях хорошо описывается степенной аллометрической функцией в виде ур. (4).



а) *б)*

Рис. 3. Коэффициент β_{max} капель раствора агара и полимерных эмульсий вдоль гомогенной и гетерогенной поверхностей в зависимости от:
а) D_{eq}/D_0; б) $(Oh/R)^2 \cdot D_{eq}/D_0$

$$\beta_{max} = 2.6\left[\left(\frac{Oh}{R}\right)^2 \frac{D_{eq}}{D_0}\right]^{0.015}. \quad (4)$$

В результате получены зависимости прикладного характера (ур. (3) - (4)), позволяющие моделировать условия, близкие к трехмерной биопечати микрочастицами гидрогеля (ур. (3)) и термочувствительным полимером (ур. (4)), и точно прогнозировать геометрические характеристики сформированного биополимерного слоя.

Работа выполнена в рамках государственного задания Департамента образования и науки Ханты-Мансийского автономного округа - Югры (тема № 2023-578-05 Разработка методов капельной микрогидродинамики для высокоточного производства лекарственных форм в ХМАО).

Список литературы

1. *Wang, K., Hao, Y., Wang, Y., Chen, J., Mao, L., Deng, Y., Chen, J., Yuan, S., Zhang, T., Ren, J., et al.* Functional hydrogels and their application in drug delivery, biosensors, and tissue engineering // International Journal of Polymer Science. 2019. Vol. 2019. P. 3160732–3160732.
2. *Piskunov, M., Khomutov, N., Semyonova, A., Di Martino, A., Khan, E., Bolbasov, E.* Microgel particle collision with smooth and nanofiber hydrophobic surfaces during three-dimensional printing of a biopolymer layer // Langmuir. 2023. Vol. 39. P. 8841–8854.
3. *Piskunov, M., Ashikhmin, A., Piskunova, A., Di Martino, A.* Spreading dynamics of a microgel particle-laden thermosensitive polymer drop along smooth and nanofiber surfaces // Physics of Fluids. 2024. Vol. 36. (071910).

ХАОТИЧЕСКИЕ РЕЖИМЫ ДВУХДИСКОВОЙ МОДЕЛИ ДИНАМО РИКИТАКЕ

Р. А. Плешков[a,b], П. Г. Фрик[a,b]
[a] Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614990, Пермь, ул. Букирева, 15
[b] Институт механики сплошных сред УрО РАН,
614013, Пермь, ул. Академика Королева, 1

Двухдисковое динамо Рикитаке представляет собой простую динамическую модель случайных инверсий геомагнитного поля, описываемую системой трех ОДУ. Проведен систематический анализ решений модели Рикитаке (двухдисковое динамо без трения) и ее вязкого обобщения. Для обеих моделей построены карты режимов. Обнаружен новый хаотический режим, отличающийся длительными квазистационарными состояниями с редкими всплесками осцилляций, приводящими к инверсии. В диссипативной модели при умеренном трении этот режим вырождается в метастабильный хаос, но при слабом трении есть области, где его можно обнаружить.

Ключевые слова: МГД-динамо; динамический хаос; инверсии поля

CHAOTIC MODES OF RIKITAKE TWO-DISC DYNAMO MODEL

R. A. Pleshkov[a,b] , P. G. Frick[a,b]
[a]Perm State University,
15 Bukireva St., 614990, Perm
[b]Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS,
1 Academician Korolev St., 614013, Perm

A simple dynamical model for irregular reversals of the geomagnetic field is the two-disk Rikitake dynamo, described by a system of four ODEs. A systematic analysis of solutions of the Rikitake model (two -disk dynamo without friction) and its viscous generalization is carried out. Mode maps were constructed for both models. A new chaotic regime has been discovered, characterized by long-time quasi-stationary states with rare bursts of oscillations leading to inversion. In the model with friction, with moderate friction this regime degenerates into metastable chaos. But under weak friction it occurs demonstrating realistic for the Earth field sequence of reversals.

Keywords: MHD-dynamo; dynamical chaos; field reversals

Введение

Крупномасштабные магнитные поля космических тел генерируются турбулентными течениями проводящей жидкости, то есть процессом, получившим название магнитогидродинамического (МГД) динамо. Двухдисковое динамо Рикитаке [1] представляет собой два связанных дисковых динамо, на каждый диск которого действует одинаковый, постоянный по времени момент силы. Модель Рикитаке, представляющая собой систему

© Плешков Р.А., Фрик П.Г., 2025

четырех ОДУ, при некоторых значениях управляющих параметров дает хаотические решения, причем направление магнитного поля (в каждом диске) хаотическим образом меняет свое направление. Именно эта особенность привлекла к ней большое внимание после появления первой версии шкалы геомагнитных полярностей [2], свидетельствовавшей о хаотических переключениях магнитных полюсов Земли.

Среди попыток обобщения модели Рикитаке принципиальным является переход к системе с вязкой диссипацией (в модели Рикитаке существует омическая диссипация, но диски вращаются без трения). Введение вязкой диссипации принципиально, так как позволяет избежать зависимости возникающего решения от начальных условий [3].

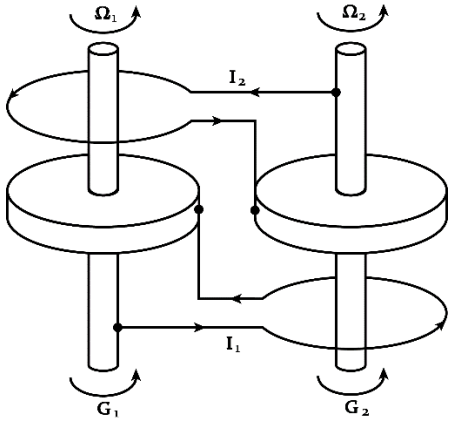


Рис.1. Модель двухдискового динамо Рикитаке. Ω_i – угловые скорости вращения дисков, I_i – электрические токи, G_i – крутящие моменты.

Модели

Двухдисковое динамо Рикитаке представляет собой два диска из электропроводного материала, каждый диск вращается под действием собственного момента, не испытывая трения (рис. 1.). Состояние системы в общем случае описывается четырьмя однородными дифференциальными уравнениями. В докладе рассматриваются два варианта моделей двухдискового динамо.

Первая модель есть вариант исходной невязкой модели Рикитаке, записанная А. Е. Куком и П. Х. Робертсоном в предположении, что свойства двух контуров не отличаются [4]. Получается система трех уравнений:

$$\begin{cases} \dot{X}_1 = -\mu X_1 + X_2 Y, \\ \dot{X}_2 = -\mu X_2 + (Y - A) X_1, \\ \dot{Y} = 1 - X_1 X_2, \end{cases} \quad (1)$$

где безразмерные токи обозначены как X_i, а безразмерные угловые скорости как Y_i. В уравнениях остается одна переменная Y, так как $Y_1 - Y_2 = A = \mu(K^2 - K^{-2})$. В системе имеется два управляющих параметра, μ и K. Величина μ^2 является безразмерной характеристикой омической диссипации, а K^2 задает отношение силы токов в двух дисках.

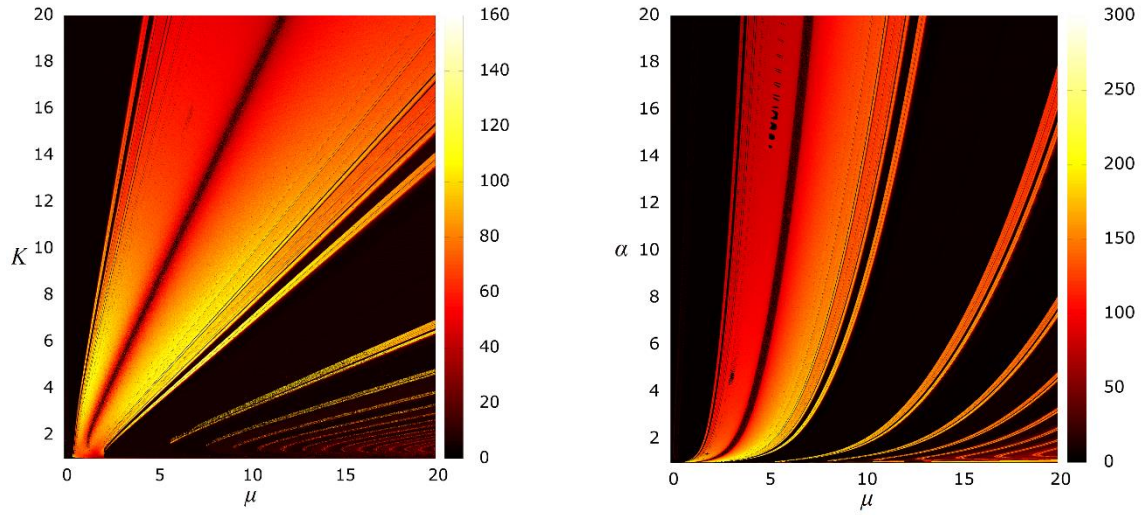
Вторая модель – это вязкий вариант модели Рикитаке (предложен в работе С. В. Ершова и др. [3]), редуцированный к системе трех уравнений. Это возможно, если положить равное вязкое трение в обоих дисках [5]:

$$\begin{cases} \dot{X}_1 = -\mu X_1 + X_2 Y, \\ \dot{X}_2 = -\mu X_2 + (Y - p) X_1, \\ \dot{Y} = -kY - X_1 X_2 + r, \end{cases} \qquad (2)$$

В системе появляется параметр k, задающий эффективность вязкого трения и параметр α, определяющий отношение крутящих моментов, а также связанные с ними величины $p = (\alpha^2 - 1)/2k\alpha$ и $r = (1 + \alpha) / 2$.

Результаты

Достаточно длительные интегрирования систем при систематическом переборе управляющих параметров позволили построить карту режимов и изучить статистику перебросов полярности в области существования хаотических режимов. На рис. 2, мы воспроизводим карты режимов для каждой из систем. Наиболее яркие области соответствуют хаотическим режимам, в черных областях решения периодические.



a) *b)*

Рис. 2. Карты режимов для двух вариантов модели динамо: a) система без трения, b) система с трением.

Сравнивая рис. 2*a* и рис. 2*b* можно видеть, что общая структура рисунков для двух различных моделей сохраняется. В обоих случаях на оси абсцисс отложен параметр μ (характеризующий отношение диффузии поля к его генерации), а на оси ординат отложены различные параметры, но оба характеризуют нарушение симметрии между двумя контурами. Основная область хаотических режимов несколько изменила свою форму, в системе без трения был конус, а в системе с трением при $\alpha > 1$ уходит резко вверх, ориентируясь практически параллельно оси ординат.

Особый интерес представляют решения на срединной черной линии, идущей на обеих картах. В случае системы без трения (1) на этой линии возникают режимы с исключительно редкими инверсиями. Важно отметить, что наблюдаемые режимы качественно отличаются от известных хаотических режимов модели Рикитаке, в которых амплитуда осцилляций тока (поля) внутри одного хрона близка к его среднему значению. В обнаруженном типе решений система находится очень долгое время в квазистационарном состоянии, демонстрируя привычные осцилляции с переходами только вблизи инверсий. Такое поведение поля действительно похоже на поведение магнитного поля Земли. На рис. 3 показано решение в одной точке на этой линии. Нельзя не отметить, что при пересчете в размерные единицы времени характерные для Земли, такой промежуток времени значительно превосходит даже самые длинные из наблюдавшихся зон одной полярности.

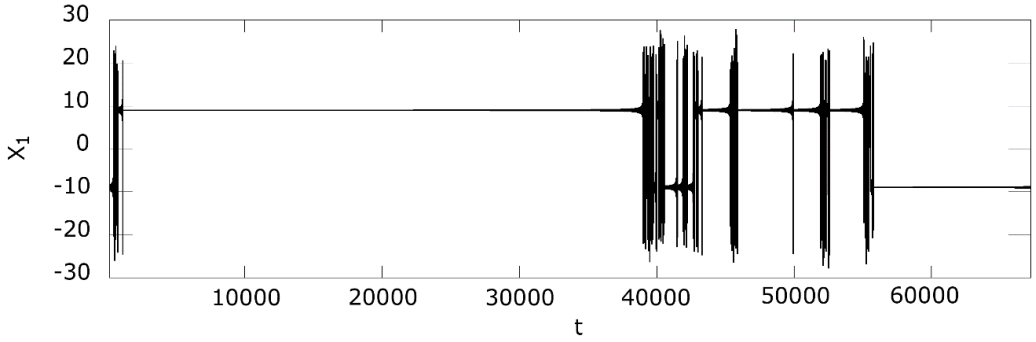


Рис. 3. Хаотический режим с экстремально редкими инверсиями ($K = 9$, $\mu = 5.28$). Время интегрирования $t = 7 \cdot 10^4$ безразмерных единиц

В системе с трением (2) характер решений в этой области отличается принципиально - наличие трения приводит к тому, что после конечного числа инверсий система выходит на стационар, который уже не покидает (рис. 4). Такое поведение попадает под определение метастабильного хаоса. Однако, при снижении параметра вязкого трения в системе (2), можно найти набор параметров, при котором режим с редкими хаотическими переключениями стационаров реализуется, а самый большой интервал между инверсиями близок к имевшим место на Земле.

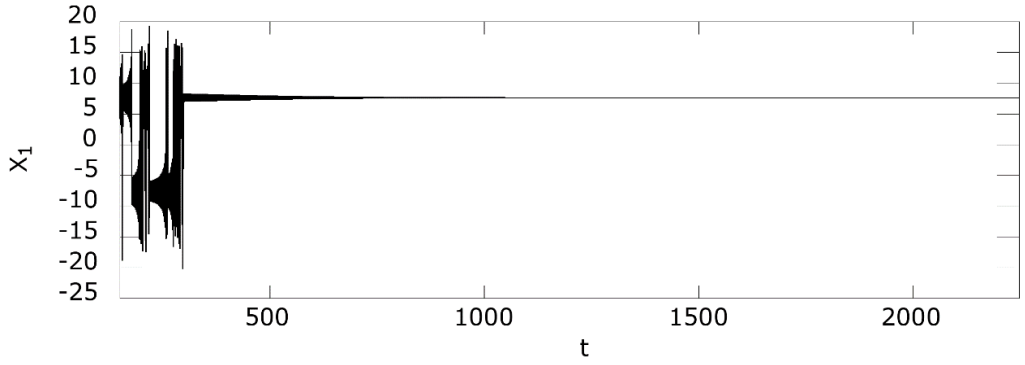


Рис. 4. Метастабильный хаос в системе с трением

Выводы

Для умеренных трений карты режимов решений для двух моделей выглядят аналогично. В двухдисковой модели без трения обнаружен новый хаотический режим, отличающийся длительными квазистационарными состояниями с редкими всплесками осцилляций, приводящими к инверсии.

В модели с трением при умеренном трении этот режим вырождается в метастабильный хаос, но при слабом трении в диссипативной двухдисковой модели также возникает хаос с редкими инверсиями.

Список литературы

1. *Tsuneji Rikitake*. Oscillations of a system of disk dynamos // Math. Proc. Cambridge Philos. Soc., 1958. P. 89–105.
2. *Allan Cox*. Lengths of geomagnetic polarity intervals // Journal Geophys. Res., 1968. P. 3247–3260.
3. *Sergey V. Ershov, George G. Malinetskii, and Alexander A. Ruzmaikin*. A generalized two-disk dynamo model // Geophys. Astrophys. Fluid Dyn., 1989. P. 251–277.
4. *A. E. Cook and P. H. Roberts*. The Rikitake Two-Disc Dynamo System // Math. Proc.Cambridge Philos. Soc., 1970. P. 547–569.
5. *Sandro Donato, Domenico Meduri, and Fabio Lepreti*. MAGNETIC FIELD REVERSALSOF THE EARTH: A TWO–DISK RIKITAKE DYNAMO MODEL // Int. J. Mod. Phys B, 2009. P. 5492–5503.

ИССЛЕДОВАНИЕ ТРАНЗИТНОГО ТЕЧЕНИЯ ЗАТОПЛЕННОЙ СТРУИ ЭЛЕКТРОПРОВОДЯЩЕЙ ЖИДКОСТИ В ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ЯЧЕЙКЕ, ПОМЕЩЕННОЙ В ПЕРЕМЕННОЕ МАГНИТНОЕ ПОЛЕ

А. О. Полуянов, И. В. Колесниченко
Институт механики сплошных сред УрО РАН,
614013, Пермь, ул. Академика Королева, 1

Работа посвящена численному моделированию процесса взаимодействия транзитного течения электропроводной среды и перемешивающего течения, возникающего под действием электромагнитной силы. В качестве электропроводной среды выступает жидкий натрий. Транзитное течение формируется в ячейке через короткую цилиндрическую трубку-вставку. Перемешивающее течение развивается в ячейке, которая помещена в переменное магнитное поле. Интенсивность перемешивания зависит от величины силового воздействия. Исследованы основные характеристики полей скорости в различных плоскостях в заданном диапазоне параметров струйного течения.

Ключевые слова: магнитная гидродинамика; переменное магнитное поле; смешение потоков; затопленная струя; азимутальный пинч

INVESTIGATION OF TRANSIT FLOW OF SUBMERGED JET OF ELECTRICALLY CONDUCTIVE LIQUID IN A CYLINDRICAL CELL PLACED IN ALTERNATING MAGNETIC FIELD

A. O. Poluyanov, I. V. Kolesnichenko
Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS,
1 Academician Korolev St., 614013, Perm

The work is devoted to the numerical simulation of the interaction between the transit flow of an electrically conductive medium and the mixing flow that arises as a result of the action of an electromagnetic force. Liquid sodium functions as an electrically conductive medium. The transit flow is generated within the cell via a short cylindrical tube insert. The stirring flow is generated in a cell that is subjected to an alternating magnetic field. The intensity of the stirring is contingent upon the magnitude of the force action. The primary characteristics of velocity fields in various planes within a specified range of jet flow parameters are investigated.

Keywords: magnetic hydrodynamics; alternating magnetic field; mixing flow; submerged jet; azimuthal pinch

Применение устройств, способных бесконтактным способом воздействовать на жидкий металл, актуально на атомных электростанциях в натриевых контурах [1]. При возврате охлажденного жидкого натрия в основной трубопровод с горячим натрием, возникают гидродинамические пульсации, а также пульсации температуры. Это может привести к термоциклической усталости и трещинам трубопровода в зоне смешения разнотемпературных потоков и непосредственно за ней. Чтобы снизить негативные факторы,

© Полуянов А.О., Колесниченко И.В., 2025

смеситель разнотемпературных потоков может быть выполнен в виде затопленной струи. Существуют работы [2-4] посвященные экспериментальным и численным исследованиям струйных течений.

Работа посвящена численному исследование струйного течения жидкого металла под действием переменного магнитного поля. Струйное течение формируется с помощью короткой трубки-вставки, расположенной с торца цилиндрической ячейки (рис. 1). Ячейка заполнена проводящим жидким металлом и расположена коаксиально с коротким соленоидом. Соленоид подключен к источнику переменного тока и генерирует переменное магнитное поле. Переменное магнитное поле индуцирует вихревой ток в проводящей среде. Вихревой ток генерирует магнитное поле. При взаимодействии вихревого тока и магнитного поля возникает обжимающая электромагнитная сила, имеющая радиальное направление и сосредоточена в области соленоида. Такая конфигурация получила название «азимутальный пинч».

На основе математического моделирования проведено исследование взаимодействия вихревого и транзитного течений. Модель сформулирована на основе уравнений магнитной гидродинамики в электродинамическом приближении [4]. Таким образом, возможно отдельно решать электродинамическую и гидродинамическую части задачи. Решение задачи проводится в программном пакете Ansys Emag и Fluent.

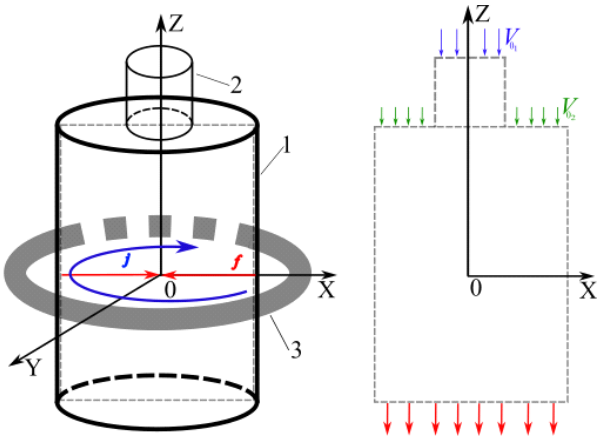
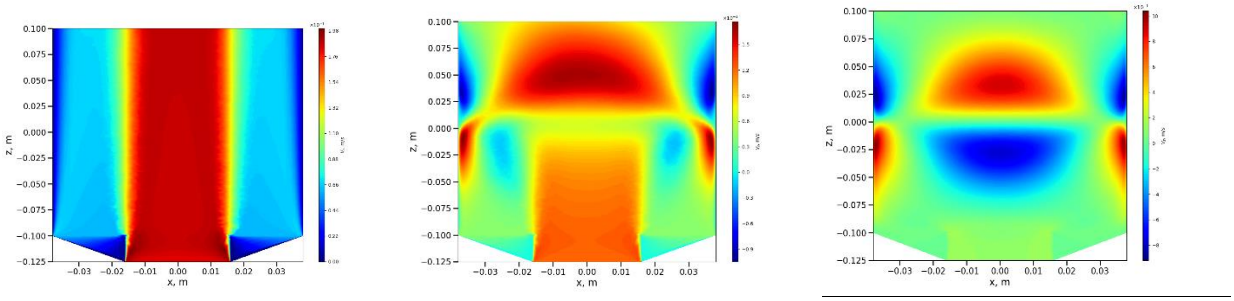


Рис. 1. Схема постановки задачи

Анализ эволюции проекций трёхмерных полей скорости на секущие плоскости показал, что в исследуемом диапазоне параметров течение можно условно разделить на два этапа. На первом этапе транзитное течение постепенно проходит через ячейку, при этом начинает формироваться вихревое перемешивающее течение. На втором этапе развивается колебательный режим, при котором транзитное течение интенсивно перемешивается под действием электромагнитной силы.

Предварительно осуществляется анализ диаграмм профилей и полей скорости. На Рис. 2 изображены осредненные поля вертикальной компоненты скорости в плоскости ZX. При отсутствии воздействия электромагнитной силы получился тривиальный результат (рис. 2*а*), при котором транзитное течение

проходит через всю расчётную область, пульсаций скорости, при этом, обнаружено не было. Проведённые расчёты для различных коэффициентов силового воздействия показали, что при наличии электромагнитной силы формируются два крупномасштабных вихря (рис. 2 *б,в*).



а) *б)* *в)*

Рис. 2. Осреднённые поля вертикальной компоненты скорости

Изучены основные характеристики поля скорости в заданном диапазоне параметров струйного течения. Результаты работы позволят подобрать параметры модели, необходимые для разработки аппаратов, способных воздействовать на неизотермический поток. Результаты будут полезны при решении проблемы возникновения и снижения температурных пульсаций в зоне смешения потоков различной температуры и предотвращения возможных разрушений труб теплоносителя.

Работа выполнена в соответствии с госбюджетным планом № 122030200191-9 и при финансовой поддержке Правительства Пермского края в рамках научного проекта «Разработка электромагнитных насосов, реализующих транзитные и спиральные течения жидких металлов в щелевых и цилиндрических каналах устройств металлургии и атомной промышленности» № СЭД-26-08-08-35 от 29.01.2024 г.

Список литературы

1. *Архипов В.М.* Техника работы с натрием на АЭС. М. Энергоатомиздат, 1986. 136 с.
2. *Krasnov D., Kolesnikov Y., Boeck T.* Numerical simulation of electrically conducting jet flow in a straight duct under longitudinal homogeneous magnetic field. Physics of Fluids. 2019. Vol. 31. 014108.
3. *Listratov Ya. I., Razuvanov N. G., Belyaev I. A., Sviridov E. V.* Dynamics of submerged jet flow in a pipe in a longitudinal magnetic field // Computational Continuum Mechanics. 2022. Vol. 15. I. 4. P. 480-494.
4. *Колесниченко И. В., Халилов Р. И., Шестаков А. В., Крылов А. Н., Пахолков В. В. и др.* Перемешивание разнотемпературных потоков жидкого натрия в трубопроводе за тройником // Теплоэнергетика. 2023. №3. С. 49-57.

ВОЗМОЖНОСТЬ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ЦИАНЭФИРНЫХ СМОЛ ДЛЯ ОТВЕРЖДАЕМЫХ НАДУВНЫХ КОНСТРУКЦИЙ В УСЛОВИЯХ ОТКРЫТОГО КОСМОСА

Т. Н. Поморцева, А. Л. Свистков
Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614990, Пермь, ул. Букирева, 15

В работе исследуется возможность использования цианэфирных связующих ВСТ-1208 и ВСТ-1210 для изготовления надувных отверждаемых конструкций и использования их в условиях открытого космоса. Эксперименты с отверждением данных смол показали, что при высоких температурах отверждения (230^0C) связующее ВСТ-1210 имеет высокую потерю массы, что указывает на испарение какого-либо компонента. С помощью дифференциальной сканирующей калориметрии проанализированы химические реакции данных смол. Экспериментально установлено, что при высоких температурах (175^0C для ВСТ-1208 и 240^0C для ВСТ-1210) в смолах начинает проходить вторая химическая реакция.

В ходе исследования установлено, что данные смолы вполне пригодны для использования в открытом космосе, но выявлена необходимость проведения дополнительных экспериментов, которые помогут ответить на вопрос о возможности отверждения при более низких температурах (менее 175^0C для ВСТ-1208 и менее 240^0C для ВСТ-1210), что позволит избежать испарения компонентов.

Ключевые слова: цианэфирное связующее, препрег, надувная конструкция

POSSIBILITY OF USING CYANOGEN ETHER RESINS FOR CURABLE INFLATABLE STRUCTURES IN OUTER SPACE

T. N. Pomortseva, A. L. Svistkov
Perm National Research University,
15 Bukireva St., 614990, Perm

The paper studies the possibility of using cyanoether binders VST-1208 and VST-1210 for the production of inflatable curable structures and their use in outer space. Experiments with curing these resins showed that at high curing temperatures (2300C), the VST-1210 binder has a high mass loss, which indicates the evaporation of some component. The chemical reactions of these resins were analyzed using differential scanning calorimetry. It has been experimentally established that at high temperatures (1750C for VST-1208 and 2400C for VST-1210), a second chemical reaction begins to occur in the resins. The study found that these resins are quite suitable for use in outer space, but it was revealed that additional experiments are needed to answer the question of the possibility of curing at lower temperatures (less than 1750C for VST-1208 and less than 2400C for VST-1210), which will avoid evaporation of the components.

Key words: cyanoether binder, prepreg, inflatable structure

© Поморцева Т.Н., Свистков А.Л., 2025

Освоение космоса развивается быстрыми темпами. Современные реалии диктуют новые требования к космическим конструкциям. Возникает необходимость создавать новые материалы, разрабатывать технологии и т.д. Все чаще стали обсуждаться идеи надувных космических конструкций. Эта идея не нова и хорошо известна [1-6]. По сравнению с металлическими они имеют более выгодные параметры: компактная упаковка, меньший вес, низкая вероятность сбоя при разворачивании на орбите. Но, на сегодняшний момент, все разрабатываемые надувные конструкции имеют один существенный недостаток: ограниченное количество газа, который поддерживает конструкцию в рабочем состоянии [7]. Для устранения этой проблемы предлагается использовать препреги (ткань, пропитанная полимерным связующим). Надувная конструкция из препрега доставляется на орбиту в сложенном виде, разворачивается и отверждается за счет солнечного излучения, после чего становится жесткой и не требует дополнительного количества газа для поддержания заданной геометрии.

Как правило, для пропитки используют эпоксидные, фенольные, полиэфирные смолы или их комбинации [8]. Для армирования чаще всего применяют углеродные или стеклянные ткани, реже – базальтовые или органические волокна [9-10].

Препреги, которые будут выполнять определенные задачи в космосе, должны удовлетворять ряду требований:

- препрег должен дожить на космодроме до старта космического корабля, т. е., срок его хранения при обычных условиях (температура 200 ^{0}C) должен быть больше трех месяцев;
- смола должна быть однокомпонентной, не требующей выполнения специальных действий на космодроме (не должно быть на космодроме этапов смешения смолы с отвердителем и пропитки ткани);
- оболочка конструкции должна быть гибкой в условиях надувания изделия на околоземной орбите;
- отверждение конструкции должно происходить под действием солнечного излучения;
- в процессе отверждения в космосе не должно происходить испарения компонентов реакционной смеси в космическое пространство;
- стенки конструкции должны обладать после отверждения хорошими механическими свойствами. Температура стеклования смолы, используемой в качестве связующего препрега, должна быть заметно больше температуры эксплуатации конструкции, чтобы не произошло размягчение оболочки изделия;
- стенки отверждаемой конструкции должны быть стойкими к действиям факторов космического пространства (глубокий вакуум, ионизирующее излучение, электромагнитное и рентгеновское излечение, перепад температур, набегающий атомарный кислород и т.д.). Изделие должно сохранять работоспособность не менее 10 лет.

В нашей работе мы исследовали цианэфирные смолы ВСТ-1208 и ВСТ-1210, разработанные и производимые Всероссийским научно-исследовательским институтом авиационных материалов Национального исследовательского центра «Курчатовский институт» (ВИАМ).

По данным из открытых источников обе смолы отвечают практически всем требованиям. Важно было убедиться, что отверждение данных смол происходит без выделения каких-либо компонентов. Первые попытки отверждения смолы ВСТ-1210 при температуре 230^0С показали, что потеря массы составляет от 17 до 22%. Это говорит о том, что во время отверждения происходит испарение какого-то компонента, что для космоса неприемлемо. Отверждение образцов связующего ВСТ-1208 было более удачным, потеря массы составила от 0 до 0,03%, что для космоса вполне допустимо.

С помощью дифференциальной сканирующей калориметрии мы проанализировали химические реакции данных смол. Эксперименты осуществлены на приборе DSC 3+ системы STARe в ИТХ УрО РАН. В основу метода положен нагрев материала с постоянной скоростью. В экспериментах использована скорость нагрева 15 градусов в минуту. При проведении экспериментов фиксировалась скорость подвода количества теплоты, которая использовалась для нагрева материала. На приведенных ниже графиках будут использованы символы: W — скорость подвода количества теплоты к исследуемому образцу; M — масса образца; T — температура образца. На представленных графиках исключена зависимость, связанная с нагревом самого образца и тиглей, в которые помещена смола.

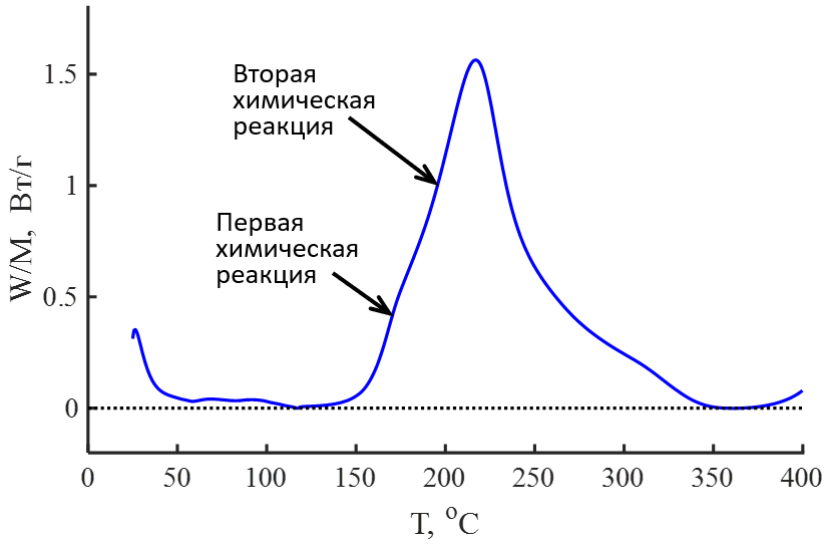


Рис. 1. Кривая зависимости скорости подвода тепла для поддержания постоянной скорости нагрева вещества от температуры смолы ВСТ-1208

Результаты экспериментального исследования для смолы ВСТ-1208 представлены на рис.1 и рис. 2. На рис. 1 заметны неоднородности наклона на возрастающем участке кривой. Это может указывать на факт, что в материале идут две химические реакции. Для уточнения этой особенности изменения

наклона кривой была построена зависимость производной скорости подвода тепла $\left(\frac{1}{M}\right)\frac{dW}{dT}$ от температуры (рис. 2). Стало четко видно существование двух участков, указывающих на две химические реакции в материале. Первая реакция начинает активно развиваться при достижении температуры 125°С, вторая — при температуре 175°С. Это хорошо согласуется с рекомендациями ВИАМ по технологии отверждения смолы. А именно: 2 часа при 130°С, далее 2 часа при 180°С, после этого выдержка в течение 2 часов при 220°С.

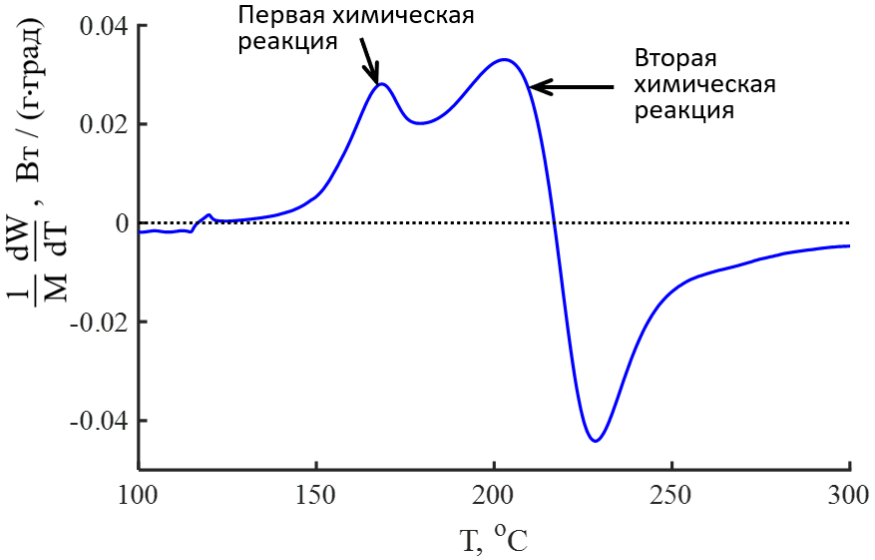


Рис. 2. Кривая температурной зависимости производной по температуре от скорости подвода тепла, полученная при обработке данных ДСК для смолы ВСТ - 1208

Похожее поведение демонстрируют эксперименты со смолой ВСТ-1210 (рис. 3 и рис. 4). Однако, имеются характерные особенности. На кривой можно выделить два участка плавления компонентов материала. Первое плавление активно начинается при температуре 50°С, плавление другого компонента начинается при температуре 70°С. График на рис. 3 указывает на одновременно идущие две химические реакции. Первая начинает активно развиваться при температуре 200°С, вторая — при температуре 240°С. График зависимости производной скорости подвода тепла от температуры $\left(\frac{1}{M}\right)\frac{dW}{dT}$ (рис. 4) позволяет четко увидеть эти процессы.

Данные эксперимента ДСК интересно сравнить с рекомендуемой ВИАМ технологией отверждения смолы ВСТ-1210, она предусматривает выдержки: 4 часа при 180°С и далее 2 часа при 220°С. Видна некоторая несогласованность проведенного эксперимента и данных ВИАМ. Есть еще одна важная цифра, данная ВИАМ: время желатинизации при температуре 180°С равно от 50 до 100 минут. То есть первая химическая реакция медленно идет при температуре 180°С. Расхождение может быть связано с погрешностью эксперимента или

погрешностью, возникающей при устранении скорости подвода тепла, идущего на нагрев материала.

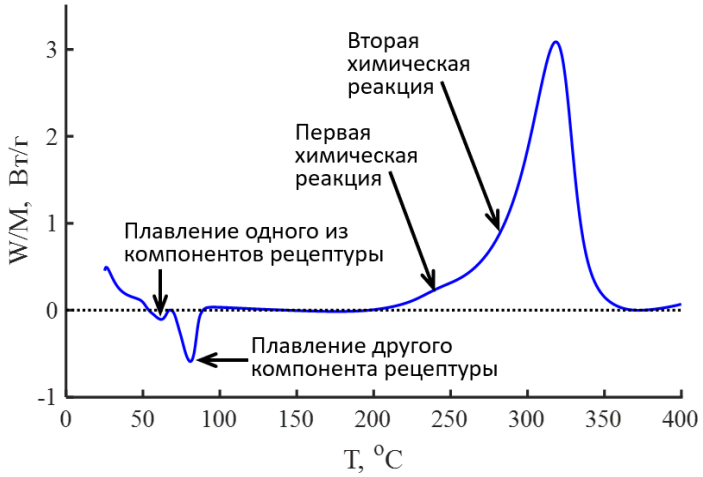


Рис. 3. Кривая зависимости скорости подвода тепла для поддержания постоянной скорости нагрева вещества от температуры смолы ВСТ-1210

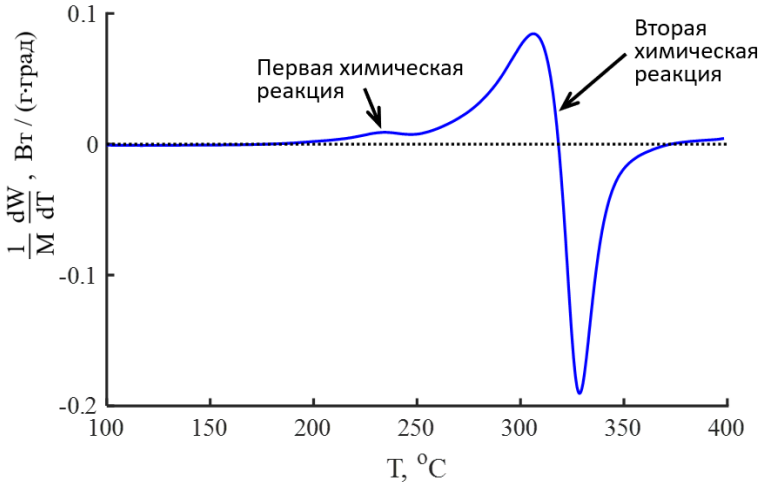


Рис. 4. Кривая температурной зависимости производной по температуре от скорости подвода тепла, полученная при обработке данных ДСК для смолы ВСТ-1210

В данной работе рассмотрены цианэфирные смолы ВСТ-1208 и ВСТ-1210. Экспериментальные данные показали, что наиболее подходящей для использования в космосе является связующее ВСТ-1208, так как оно не выделяет химических элементов в процессе отверждения. Также экспериментально установлено, что во время отверждения в данных смолах происходит две химические реакции. Дальнейшее изучение смол будет направлено на исследование возможности отверждения без достижения высоких температур, при которых начинается вторая реакция.

Работа выполнена при финансовой поддержке Правительства Пермского края в рамках научного проекта №С-26/1025.

Список литературы

1. *Kondyurin A. V.* Building the shells of large space stations by the polymerisation of epoxy composites in open space // International Polymer Science and Technology. 1998. Vol. 25. № 4. P. 78–80.
2. *Xu Y., Fuling G.* Structure design and mechanical measurement of inflatable antenna // Acta Astronautica. Elsevier. 2012. Vol. 76. P. 13–25.
3. *Pestrenin V. M., Pestrenina I. V., Rusakov S. V., Kondyurin A. V.* Curing of large prepreg shell in solar synchronous Low Earth Orbit: Precession flight regimes // Acta astronavtica. 2018. Vol. 151. P. 342–347. DOI: 10.1016/j.actaastro.2018.06.029.
4. *Пестренин В. М., Пестренина И. В., Русаков С. В., Гилев В. Г., Бузмакова Г. В.* Использование упругих шарниров для упаковки и развертывания оболочечных конструкции // Материалы XXI Междунар. конф. по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС’2019), Алушта. М.: Изд-во МАИ, 2019. С. 328–330.
5. *Garishin O. K., Svistkov A. L., Belyaev A. Yu., Gilev V. G.* On the Possibility of Using Epoxy Prepregs for Carcass-Inflatable Nanosatellite Antennas // Materials Science Forum. 2018. Vol. 938. P. 156–163.
6. *Поморцева Т. Н., Комар Л. А.* О возможности создания крупногабаритных конструкций в условиях открытого космоса // Вестник Пермского Университета. Математика. Механика. Информатика. – 2023. – Выпуск 3 (62). – С.64–75.
7. *Babuscia A., Corbin B., Knapp M., Jensen-Clem R., Loo M. V., Seager S.* Inflatable antenna for cubesats: Motivation for development and antenna design // Acta Astronautica. 2013. Vol. 91. P. 322–332. doi:10.1016/j.actaastro.2013.06.005.
8. *Abd El-baky M. A.* Evaluation of mechanical properties of jute/glass/carbon fibers reinforced hybridcomposites // Fibers and Polymers. – 2017. – Vol. 18, No. 12. – P. 2417–2432.
9. *de Azevedo A. R. G. et al.* Natural fibers as an alternative to synthetic fibers in reinforcement ofgeopolymer matrices: A comparative review // Polymers. – 2021. – Vol. 13, No. 15.
10. *Lalit R., Mayank P., Ankur K.* Natural fibers and biopolymers characterization: A future potentialcomposite material // Strojnicky Casopis. – 2018. – Vol. 68, No. 1.

ПОСТРОЕНИЕ ПОВЕРХНОСТИ СКОРОСТИ ЗВУКА В ЗАДАЧЕ О СЖАТИИ СПЕЦИАЛЬНОГО ПРИЗМАТИЧЕСКОГО ОБЪЕМА

Е. И. Понькин
Снежинский физико-технический институт НИЯУ МИФИ,
456776, Снежинск, ул. Комсомольская, 8

В работе построено транспортное уравнение для нахождения n-го коэффициента степенного ряда решения начально-краевой задачи о сжатии специального призматического объема. Для значения $n = 2$ построено численное решение уравнения и найдена функция c_2. В частном случае, когда специальный объем замкнут и заполнен водородом, построена поверхность функции скорости звука через остаточный член ряда Тейлора в форме Лагранжа.

Ключевые слова: поверхность; скорость звука; призматический объем; двойная волна

CREATION OF THE SOUND-VELOCITY SURFACE IN THE PROBLEM OF COMPRESSION OF A SPECIAL PRISMATIC VOLUME

E. I. Ponkin
Snezhinsk Engineering and Technological Institute
of National Research Nuclear University MEPhI,
8 Komsomolskay St., 456776, Snezhinsk

The paper discusses a transport equation constructed in this study to find the n-th coefficient of the power series of the solution of the initial-boundary value problem of compressing a special prismatic volume. A numerical solution of the equation is produced and the function c_2 is found for $n = 2$. In the particular case where the special volume is closed and filled with hydrogen, the surface of the sound-velocity function is constructed using the Lagrange form of the remainder of Taylor's series.

Keywords: surface; sound speed; prismatic volume; double wave

Рассматривается начально-краевая задача, описывающая при $t < 0$ сжатие специального призматического объема (см. рис. 1), в общем несогласованном случае $\left(\mathrm{tg}^2\, a \;\text{№}\left(g + 1\right)/\left(3 - \;g\right)\right)$ [1]:

$$\begin{cases} \left[\left(\mathbf{B}\right)_0 - f'(\xi)\left(\mathbf{A}\right)_0\right]\mathbf{U}_\vartheta + \left(\mathbf{A}\right)_0\mathbf{U}_\xi = 0, \\ \mathbf{U}\big|_{\vartheta=0} = \mathbf{U}_0, \quad v\big|_{y=x\,\mathrm{tg}\,\alpha} = u\,\mathrm{tg}\,\alpha\big|_{y=x\,\mathrm{tg}\,\alpha}. \end{cases} \tag{1}$$

где $\boldsymbol{U} = (c, u, v)^T$. Матрицы $(\boldsymbol{A})_0$ и $(\boldsymbol{B})_0$ равны

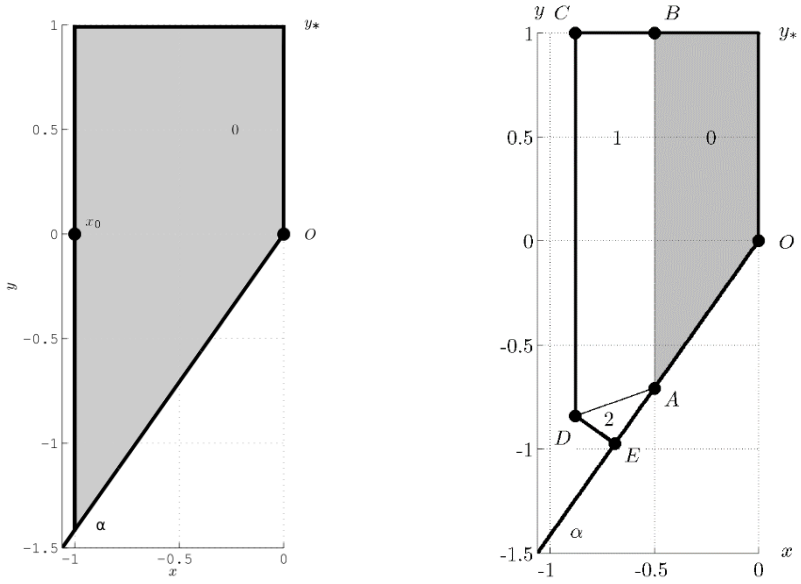
© Понькин Е.И., 2025

$$(\boldsymbol{A})_0 = \begin{pmatrix} u-\xi & \varkappa c & 0 \\ \frac{c}{\varkappa} & u-\xi & 0 \\ 0 & 0 & u-\xi \end{pmatrix}, \quad (\boldsymbol{B})_0 = \begin{pmatrix} b_{11} & 0 & \varkappa c \\ 0 & b_{11} & 0 \\ \frac{c}{\varkappa} & 0 & b_{11} \end{pmatrix}, \quad \varkappa = \frac{\gamma-1}{2}. \quad (2)$$

Здесь $b_{11} = v - \vartheta - f(\xi)$, функция $f(\xi)$ задает в пространстве переменных ξ, ϑ звуковую характеристику $(\vartheta = 0)$, разделяющую плоское течение и течение типа двойной волны. Решение (1) строится в виде сходящегося ряда по степеням J

$$\boldsymbol{U}(\xi,\vartheta) = \sum_{k=0}^{\infty} \boldsymbol{U}_k(\xi)\frac{\vartheta^k}{k!}, \quad \boldsymbol{U}_k(\xi) = \left.\frac{\partial^k \boldsymbol{U}}{\partial \vartheta^k}\right|_{\vartheta=0}. \quad (3)$$

Алгоритм построения решения задачи (1) в виде ряда (3) основан на аналоге теоремы Ковалевской, доказанной в работе [2].



а) *б)*

Рис. 1. Начальная конфигурация в момент $t_0 < 0$ (а) и конфигурация потока в момент $t_0 < t < 0$ (б): 0 – покоящийся газ; 1 – центрированная волна 2 – двойная волна

В работе [1] для водорода $(\gamma = 5/3)$ и угла наклона косой стенки $\alpha = \pi/3$ построены конкретные выражения для коэффициентов $c_1(\xi)$, $u_1(\xi)$ и $v_1(\xi)$ скорости звука $c(\xi,\vartheta)$ и компонент вектора скорости $u(\xi,\vartheta)$ и $v(\xi,\vartheta)$ в двойной волне.

Коэффициенты ряда $c_n(\xi)$, $u_n(\xi)$ и $v_n(\xi)$ при $n \geq 2$ находят из решения уравнения, которое строится путем дифференцирования n раз по ϑ системы из задачи (1) и подстановки в неё значения $\vartheta = 0$

$$\left[\left(\mathbf{B}\right)_0 - f'\left(\mathbf{A}\right)_0\right]\mathbf{U}_{n+1} - n\cdot\mathbf{E}\cdot\mathbf{U}_n + \left(\mathbf{A}\right)_0\mathbf{U}'_n + \\ + \sum_{k=1}^{n}\binom{k}{n}\left[\left(\mathbf{B}_k - f'_\xi\mathbf{A}_k\right)\mathbf{U}_{n+1-k} + \mathbf{A}_k\mathbf{U}'_{n-k}\right] = \mathbf{0}, \quad (4)$$

где $\boldsymbol{U}_k = (c_k, u_k, v_k)^T$, $\boldsymbol{U'}_k = (c'_k, u'_k, v'_k)^T$, а $\mathbf{E}$ – единичная матрица. Из второго и третьего уравнения системы (4) найдем u_{n+1} и v_{n+1}

$$u_{n+1} = \frac{c_{n+1}}{\varkappa}\frac{c_0 f'}{c_0 f' - f} + R_n, \quad v_{n+1} = -\frac{c_{n+1}}{\varkappa}\frac{c_0}{c_0 f' - f} + Q_n, \tag{5}$$

и подставим в первое уравнение системы (4). После преобразований получим дифференциальное уравнение для коэффициента $c_n(\xi)$

$$c'_n - P_n(\xi)c_n + S_{n-1}(\xi) = 0. \tag{6}$$

В (5) и (6) функции $R_n(\xi)$, $Q_n(\xi)$, $P(\xi)$ и $S_{n-1}(\xi)$ имеют вид

$$R_n(\xi) = \frac{c_0}{c_0 f' - f}\left[c_0 u' - \frac{c'_n}{\varkappa} + n u_n + \sum_{k=1}^{n}\binom{k}{n}\left(\frac{c_k}{\varkappa} f' c_{n+1-k} - \left(v_k - f' u_k\right) u_{n+1-k} - u_k u'_{n-k} - \frac{c_k}{\varkappa} c'_{n-k}\right)\right],$$

$$Q_n(\xi) = \frac{1}{c_0 f' - f}\left[c_0 v'_n + n v_n - \sum_{k=1}^{n}\binom{k}{n}\left(\frac{c_k}{\varkappa} c_{n+1-k} + (v_k - f' u_k) v_{n+1-k} + u_k v'_{n-k}\right)\right],$$

$$P_n(\xi) = \frac{c_0}{2}\left(\frac{2-n}{f^2} - \frac{n}{c_0^2} - \frac{4}{1+\varkappa}\frac{1}{c_0^2 + f^2}\right) + 3c_1\frac{\left(c_0^2 + f^2\right)^2}{4c'_0 c_0^2 f^3},$$

$$S_{n-1}(\xi) = \frac{1}{2f}\varkappa\left(c_0 Q'_{n-1} - f R'_{n-1}\right) + \frac{1}{2f}\left(Q_{n-1} - f' R_{n-1}\right)\left[2c_1\frac{c_0 f' - f}{c_0} + \varkappa n\left(1 + \frac{c_1}{c'_0}\frac{c_0 f' - f}{c_0}\right)\right] + \frac{n c_1}{2f}\left(c'_{n-1}\frac{f'}{c'_0} + u'_{n-1}\frac{c_0 f'^2(1+\varkappa) + \varkappa c_0}{c_0 f' - f} - v'_{n-1}\frac{c_0 f'}{c_0 f' - f}\right) + \frac{c'_0}{2f}\frac{c_0 f' - f}{c_0} R_{n-1} - \frac{1}{2f}\sum_{k=2}^{n-1}\binom{k}{n}\left[\left(v_k - f' u_k - \frac{c_0 f' - f}{c_0} c_k\right)\left(\varkappa v_{n+1-k} - \varkappa f' u_{n+1-k} - \frac{c_0 f' - f}{c_0} c_{n+1-k}\right)\right] + \frac{1}{2f}\sum_{k=2}^{n-1}\binom{k}{n}\left[c'_{n-k}\left(f' c_k + u_k\frac{c_0 f' - f}{c_0}\right) + \varkappa u'_{n-k}\left(f' u_k + c_k\frac{c_0 f' - f}{c_0}\right) + \varkappa u_k v'_{n-k}\right].$$

При подстановке $n = 2$ в (6) и $P_n(\xi)$, $S_{n-1}(\xi)$ получим дифференциальное уравнение для коэффициента $c_2(\xi)$, которое решается численно.

Зная коэффициенты $c_1(\xi)$ и $c_2(\xi)$ при $\gamma = 5/3$ и $\alpha = \pi/3$, можно построить функцию скорости звука $c(\xi, \vartheta)$ через остаточный член ряда Тейлора в форме Лагранжа

$$c(\xi, \vartheta) = c_0(\xi) + c_1(\xi)\vartheta + c_2(a \cdot \xi)\frac{\vartheta^2}{2}, \quad 0 < a < 1. \tag{7}$$

На рис. 2 приведено значение функции $c(\xi, \vartheta)$, полученное в результате численного решения уравнения (6) при $n = 2$, для случая сжатия специального призматического объема, заполненного водородом при $\alpha = \pi/3$, в момент времени $t = -0.5$.

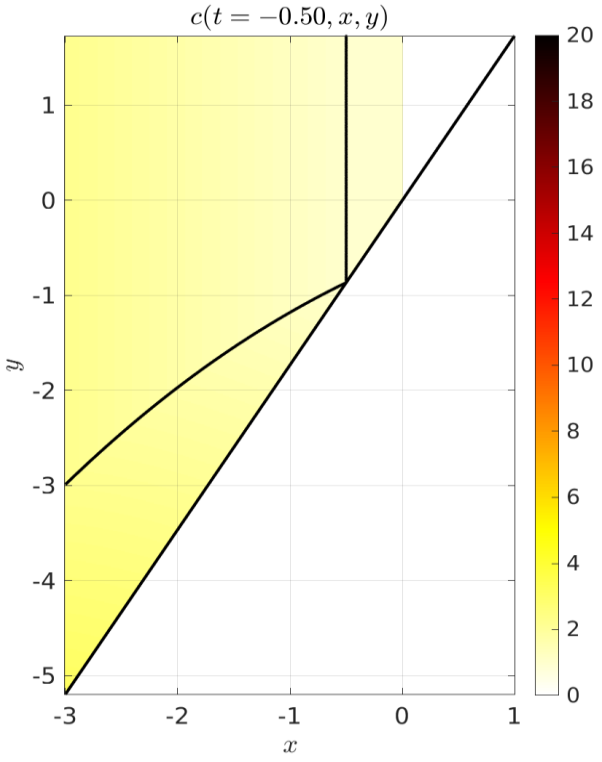


Рис. 2. Распределение скорости звука в газе в момент времени $t = -0.5$

Список литературы

1. *Понькин Е. И.*, Автомодельное решение системы уравнений газовой динамики, описывающей истечение политропного газа в вакуум с косой стенки в несогласованном случае // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. Науки. 2023. Т. 27, № 2. С. 27–39.
2. *Понькин Е. И.*, Характеристическая задача Коши стандартного вида для описания истечения политропного газа в вакуум с косой стенки// Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. Науки., 2022. Т. 26, № 2. С. 322–338.

ОПТИМИЗАЦИЯ ВОДЯНОГО СТРУЙНОГО НАСОСА С ДВУХСТУПЕНЧАТОЙ КАМЕРОЙ СМЕШЕНИЯ

Д. Р. Поспелов[a], С. Н. Пещеренко[b]
[a]Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614990, Пермь, ул. Букирева, 15
[b]Пермский национальный исследовательский политехнический университет,
614990, Пермь, Комсомольский Проспект, 29

Струйные насосы могут найти массовое применение при добыче геотермальных жидкостей. Основным сдерживающим фактором применения струйных насосов является их низкий КПД. Задача оптимизации решалась методом вычислительной гидродинамики. При варьировании геометрических размеров насоса применялся метод крутого восхождения по поверхности отклика. Были получены оптимальные значения основных геометрических размеров насосов. Максимальный КПД составил около 48%.

Ключевые слова: вычислительная гидродинамика; водяной струйный насос; оптимизация; метод крутого восхождения

OPTIMIZATION OF WATER-JET PUMP WITH TWO-STAGE MIXING CAMERA

D. R. Pospelov[a], S. N. Peschcherenko[b]
[a]Perm State University,
15 Bukireva St., 614990, Perm
[b]Perm Tech University,
29 Komsomolsky Pr., 614990, Perm

Jet pumps can find mass application in geothermal liquids production. A major limiting factor of application of jet pumps is its low efficiency. The optimization problem was solved by computational fluid dynamics (CFD). A response surface methodology (RSM) was used in varying geometrical parameters of pump. Optimal quantities of common geometrical parameters of pump were obtained. The maximum efficiency was about 48%.

Keywords: computational fluid dynamics; water-jet pump; optimization; response surface modelling

Одной из перспективных областей применения струйных насосов является геотермальная энергетика. На данный момент механизированная добыча геотермальной жидкости происходит с применением погружных насосов с приводом от поверхностного или от погружного электродвигателя и ограничена глубиной $\sim 500-600$ м. При использовании в качестве привода поверхностного электродвигателя глубина спуска определяется углом закручивания и амплитудой изгибных колебаний вала, посредством которого электродвигатель соединяется с погружным насосом [1,2], а при использовании привода от погружного электродвигателя – температурой пробоя электрической

© Поспелов Д.Р., Пещеренко С.Н., 2025

изоляции (200 – 250°C) [3]. Между тем, при увеличении глубины добычи растет температура добываемой жидкости и эффективность геотермальных электростанций. Альтернативным способом добычи геотермальной жидкости может стать применение струйных насосов, для работы которых не требуется погружной электродвигатель, а глубина спуска не ограничивается температурой добываемой жидкости. Однако КПД промышленных струйных насосов мал и составляет около 30% [4-6].

Принцип работы струйного насоса, схема устройства которого представлена на рис. 1, основан на создании области низкого давления в приёмной камере путём инжекции высокоскоростной струи рабочего тела из сопла и на перемешивании рабочего тела и перекачиваемой жидкости в камере смешения с последующим ростом давления получаемой смеси в диффузоре. Поскольку в каждой из составных частей конструкции реализуется свой физический процесс, струйный насос естественно рассматривать как совокупность трёх независимых блоков: сопло плюс приёмная камера – создание инжекции, камера смешения – перемешивание сред, диффузор – повышение давления смеси.



Рис. 1. Схема устройства струйного насоса, основные геометрические размеры и граничные условия

Основными интегральными характеристиками струйного насоса являются КПД и коэффициент инжекции. Поскольку течение в струйном насосе практически адиабатическое [3], то КПД (μ) определяется как отношение изменения энтальпии, получаемой перекачиваемой жидкостью в единицу времени, к энтальпии, подводимой к рабочей жидкости в единицу времени:

$$\mu = \frac{Q_s}{Q_p} \cdot \frac{P_d - P_s}{P_p - P_d} = M_r \cdot P_r, \quad (1)$$

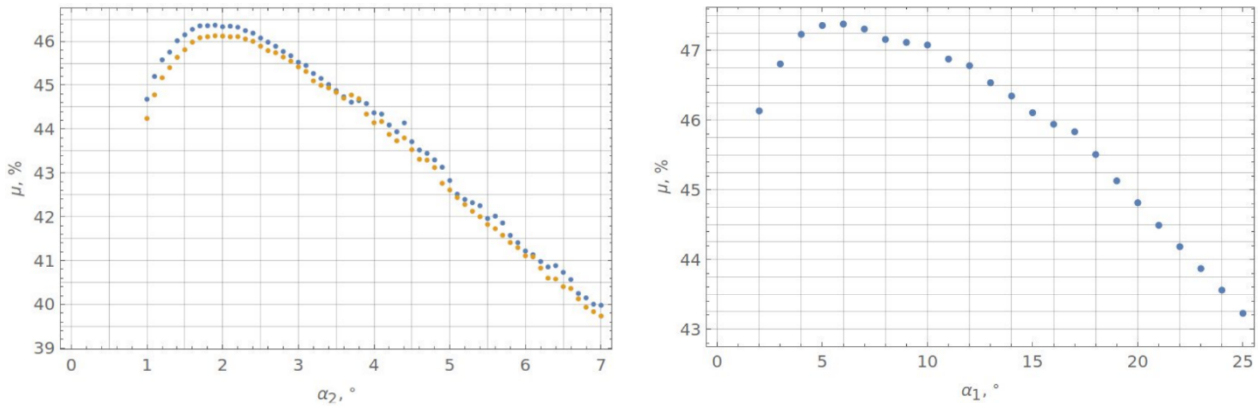
где Q_s и Q_p – объёмные расходы перекачиваемой жидкости и рабочего тела соответственно, P_s, P_p и P_d – давления перекачиваемой жидкости, рабочего тела и их смеси соответственно, M_r – коэффициент инжекции, P_r – относительное давление. В настоящее время задача максимизации КПД струйных насосов, решается методами вычислительной гидродинамики при поочередном варьировании геометрических размеров камеры смешения [7]. Однако результаты, полученные разными авторами, взаимно не согласованы.

Целью данной работы стала оптимизация струйного насоса при одновременном варьировании всех значимых геометрических параметров его конструкции.

Течение в струйном насосе считалось аксиально симметричным и расчёты велись в двухмерной постановке. Течения описывали осреднёнными по Рейнольдсу уравнениями Навье-Стокса и SST моделью турбулентности. Расчёты проводились в пакете Ansys Fluent в стационарной постановке на неструктурированных тетрагональных сетках при втором порядке дискретизации всех уравнений. Рабочим телом и перекачиваемой жидкостью являлась вода при нормальных условиях. В качестве граничных условий были взяты типичные для геотермальных скважин значения давлений: на входе в сопло $P_p = 281$ атм, на входе в приёмную камеру $P_s = 11$ атм, и на выходе из диффузора $P_d = 70$ атм.

Варьируемыми геометрическими параметрами конструкции струйного насоса являлись углы сужения сопла $\alpha_1 \in [2°; 25°]$ и раскрытия диффузора $\alpha_1 \in [1°; 7°]$, диаметры камеры смешения d_{m1} и d_{m2}, длины участков камеры смешения L_{m1} и L_{m2} и позиция сопла относительно начала цилиндрического участка камеры смешения L_{mn}. Начальное приближение и интервалы варьирования для параметров камеры смешения взяты согласно работе [9], а именно $d_{m1} = 60 \pm 6$ мм, $d_{m2} = 48 \pm 4$ мм, $L_{m1} = 145 \pm 45$ мм, $L_{m2} = 290 \pm 140$ мм и $L_{mn} = 140 \pm 95$ мм, а начальные значения углов α_1 и α_2 равны соответственно 15° и 4.5°.

Целью расчётов является нахождение максимального значения КПД струйного насоса. При поиске максимума применялся метод крутого восхождения по поверхности отклика. Суть данного метода [8] состоит в вычислении вектора-градиента целевой функции (КПД насоса) и проведении серии расчётов в точках вдоль направления, задаваемого этим вектором до достижения точки максимума КПД.



а) *б)*

Рис. 2. Зависимости КПД струйного насоса от α_2 (а) и α_1 (б)

На рис. 2а представлена зависимость КПД струйного насоса от угла раскрытия диффузора α_2. При построении зависимостей были рассмотрены сопла как с прямолинейной образующей стенки (оранжевые точки на графике), так и сопла с криволинейной образующей, состоящей из двух гладко сшитых

между собой кубических сплайнов (синие точки). Видно, что различие в КПД между криволинейным и прямолинейным соплом для каждого α_2 составляет около 0,2%, при этом максимальный КПД достигался при α_2 от 1,7° до 2,2°. На рис. 2б изображена зависимость КПД струйного насоса от угла сужения прямолинейного сопла α_1 при α_2, равном 2°. Видно, что максимум КПД достигается при α_1 в интервале от 4° до 7°.

Далее была проведена серия оптимизационных расчётов для камеры смешения методом крутого восхождения. При построении функции отклика КПД на изменения размеров камеры смешения были использованы полиномы второго порядка. Максимальное значение КПД оказалось равным 48.3% при следующих значениях варьируемых параметров, где d_n –диаметр сопла (формула (2)):

$$d_{m1} \cong 3{,}0\, d_n;\ \ d_{m2} \cong 2{,}3 d_n;\ \ \ L_{m1} \cong 7{,}8 d_n;\ \ \ L_{m2} \cong 15{,}5 d_n;\ \ \ L_{mn} \cong 6{,}2 d_n, \qquad (2)$$

На рисунке 3 представлено поле полного давления в оптимальной конструкции струйного насоса вместе со значениями потока полного давления через характерные сечения проточного канала. Видно, что потери полного давления в камере смешения составили 18,5 киловатт, что на 30% меньше потерь полного давления в цилиндрической камере смешения [9].

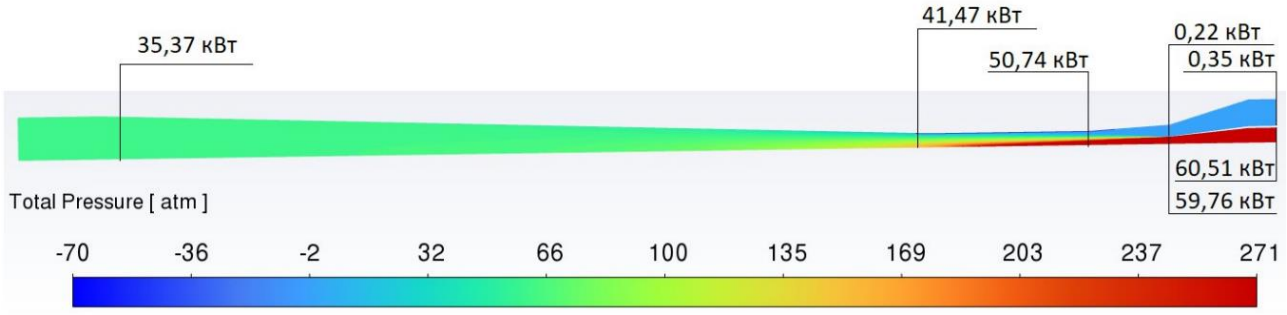


Рис. 3. Поле полного давления и потоки полного давления через характерные сечения проточного канала для оптимальной конструкции

В оптимальной конструкции насоса, на стенках камеры смешения в начале её цилиндрической части, давление потока является самым низким, и составляет порядка 1 атм. Тот факт, что зоны наименьшего давления расположены именно там, обусловлен отрывом потока на переходе из конической части камеры смешения в её цилиндрическую часть. Само наличие зон минимальных давлений в камере смешения является ещё одной проблемой применения струйных насосов в геотермальной энергетике. Дело в том, что при падении давления ниже давления насыщенных паров происходит превращение жидкости в пар (кавитация). Это ограничивает температуру добываемой геотермальной жидкости, поскольку давление насыщенных паров возрастает с увеличением температуры. При возникновении кавитации [4-6] КПД насоса может уменьшиться почти в два раза.

В дальнейшем планируется оптимизация струйного насоса по критерию максимального значения наименьшего давления внутри камеры смешения, что должно предупредить возникновение кавитации.

Список литературы

1. Idaho National Laboratory. "The Future of Geothermal Energy: Impact of Enhanced Geothermal Sys-tems (EGS) on the United States in the 21st Century". Idaho National Laboratory Report, INL/ EXT-06-11746, Contract DE-AC07-05UD14517, November (2006).
2. *Molloy L.* Designing a Global Geothermal Challenge: The Lemelson Meeting // The Foundation for Geothermal Innovation, (2009).
3. *Rumbaugh M.R., Reynolds J.E., Korte D.G.* Electrical submersible pump system having high temperature insulation materials and buffered lubricant. United States Patent US2012/0063932 A1.
4. *Лямаев Б.Ф.* Гидроструйные насосы и установки. Л. Машиностроение. 1988. - 256 с.
5. *Соколов Е.Я., Зингер Н.М.* Струйные аппараты. М. Энергоатомиздат. 1989. – 352 с.
6. *Калачев В.В.* Струйные насосы. Теория, расчёт и проектирование. М. Филинъ. 2017.- 418 с.
7. *Sheha A. A., Nasr M, Hosien M. A., Wahba E. M.* Computational and Experimental Study on the Water-Jet Pump Performance. - Journal of Applied Fluid Mechanics, Vol. 11, No. 4, 2018 - pp. 1013-1020
8. *Ахназарова С.Л., Кафаров В.В.* Методы оптимизации эксперимента в химической технологии. М. Высшая школа. 1985. – 327 с.
9. *Пещеренко С. Н., Поспелов Д. Р.* Оптимизация базовой конструкции струйного насоса для добычи геотермальных вод // Вестник Пермского университета. Физика. 2024. № 1. С. 33–42. doi: 10.17072/1994-3598-2024-1-33-42

ДВИЖЕНИЕ РЕЧНОГО ПОТОКА В СТВОРЕ ИЗОГНУТОГО РУСЛА

И. И. Потапов, Д. И. Потапов
Вычислительный центр Дальневосточного отделения
Российской академии наук,
680000, Хабаровск, ул. Ким Ю Чена, 65

В работе сформулирована математическая модель задачи о движении стационарного турбулентного спокойного речного потока в створе канала. Задача сформулирована в смешанной постановке скорости – вихрь – функция тока. Для решения сформулированной задачи используется метод конечных элементов в формулировке Петрова-Галеркина. Выполненные численные исследования показали в целом хорошую согласованность полученных решений при их сравнении с известными экспериментальными данными.

Ключевые слова: речной поток, открытый канал, изгиб русла, речной створ

RIVER FLOW MOVEMENT IN A CURVE CHANNEL SECTION

I. I. Potapov, D. I. Potapov
Computer Center of the Far Eastern Branch of the Russian Academy of Sciences,
65 Kim Yu Chen St., 680000, Khabarovsk

The paper formulates a mathematical model of the problem of steady turbulent calm river flow motion in a channel section. The problem is formulated in a mixed formulation of velocity – vortex – stream function. The finite element method in the Petrov-Galerkin formulation is used to solve the formulated problem. The numerical studies have shown generally good agreement between the obtained solutions when compared with known experimental data.

Keywords: river flow, open channel, channel bend, river section

Уравнения математической постановки задачи о движении установившегося потока в створе канала зависят только от координат створа r и z: $U = U(r,z), V = V(r,z), W = W(r,z), P = P(r,z)$ и записанные в цилиндрической системе координат имеют вид

$$\rho\left(V\frac{\partial U}{\partial r} + W\frac{\partial U}{\partial z} + \frac{VU}{r}\right) = \frac{\partial}{\partial r}\left(\mu_e\frac{\partial U}{\partial r}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\mu_e\frac{\partial U}{\partial z}\right) + \\ +\mu_e\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{U}{r}\right) + \rho g J - \frac{\partial \mu_e}{\partial r}\frac{U}{r}, \quad (1)$$

$$\omega = \frac{\partial W}{\partial r} - \frac{\partial V}{\partial z}, \quad (2)$$

$$V = \frac{1}{r}\frac{\partial \Phi}{\partial z}, W = -\frac{1}{r}\frac{\partial \Phi}{\partial r}, \quad (3)$$

© Потапов И.И., Потапов Д.И., 2025

$$\frac{\partial^2\Phi}{\partial r^2}+\frac{\partial^2\Phi}{\partial z^2}-\frac{1}{r}\frac{\partial\Phi}{\partial r}+r\omega=0, \qquad (4)$$

$$\left(\rho V-\frac{\partial\mu_e}{\partial r}\right)\frac{\partial\omega}{\partial r}+\left(\rho W-\frac{\partial\mu_e}{\partial z}\right)\frac{\partial\omega}{\partial z}=\frac{\partial}{\partial r}\left(\mu_e\frac{\partial\omega}{\partial r}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(\mu_e\left(\frac{\partial\omega}{\partial z}+\frac{\omega}{r}\right)\right)+Q_\omega, \qquad (5)$$

где

$$Q_\omega=-\frac{\rho}{r}\frac{\partial}{\partial z}(U^2)+2\frac{\partial\mu_e}{\partial r\partial z}\left(\frac{\partial W}{\partial z}-\frac{\partial V}{\partial r}\right)+\left(\frac{\partial W}{\partial r}+\frac{\partial V}{\partial z}\right)\left(\frac{\partial^2\mu_e}{\partial r^2}-\frac{\partial^2\mu_e}{\partial z^2}\right).$$

Граничные условия для уравнений задачи (1) - (5), имеют вид

$$U=0,\Phi=0,\omega=-\frac{\partial^2\Phi}{\partial^2 n},(y,z)\in\Gamma_1. \qquad (6)$$

Граничные условия на свободной поверхности потока

$$U=U_\eta,\Phi=0,\frac{\partial\Phi}{\partial z}=V_\eta,\omega=-\left(\frac{\partial^2\Phi}{\partial^2 z}\right),(y,z)\in\Gamma_2. \qquad (7)$$

Задача (1)-(7) замыкается алгебраической моделью турбулентной вязкости Лео К. ван Рейна [van Rijn, 1984] $\mu_e=\mu_t+\mu$,

$$\mu_t=\rho\kappa u_*H(r)\begin{cases}\left(1-\frac{z}{H(r)}\right)\left(\frac{z}{H(r)}\right), \frac{z}{H(r)}<0.5\\ 0.25\end{cases}, \quad u_*=\frac{\kappa U_b}{ln(z_b/z_0)}. \qquad (8)$$

где U_b - скорость U на расстоянии $z_b=0.05H$ от дна $z_0=0.03k_s$, k_s- эффективная высота шероховатости дна, U,V и W – осредненная по Рейнольдсу скорость речного потока в области Ω, J – уклон речного русла, μ_t – турбулентная вязкость потока, μ - молекулярная вязкость потока, $H=\eta-\zeta$ – глубина потока, g – ускорение свободного падения, η и $\zeta=\zeta(r)$ – отметки свободной поверхности потока и донной поверхности русла соответственно, ρ – плотность воды, ω - функции вихря, Φ - функции тока.

Для верификации предложенной математической модели (1)–(8) был выполнен ряд расчетов, связанных с определением полей U,V,W,Φ,ω в различных створах канала. Пример результата расчетов для канала Розовского приведен на рис.1.

Численные исследования подтверждают возможность редукции трехмерной модели движения речного потока к двумерной модели потока в плоскости створа канала. Расчеты показывают, что в качестве дополнительных условий для редукции задачи требуется задание граничных условий на свободной поверхности потока для поля скорости, определяемой в нормальном и касательном направлении к оси створа.

Сравнение вычисленных полей скорости с результатами экспериментальных изменений Розовского [1] показывает хорошую согласованность расчетных и экспериментальных полей для скорости U, погрешность по которым не превышала 12% для всех створов. Различия по расходу в различных створах канала не превышают 1% по отношению к

экспериментальному значению. Различия по полю радиальной скорости V по сечению канала не превышают 17% в 18 и 21 створах канала.

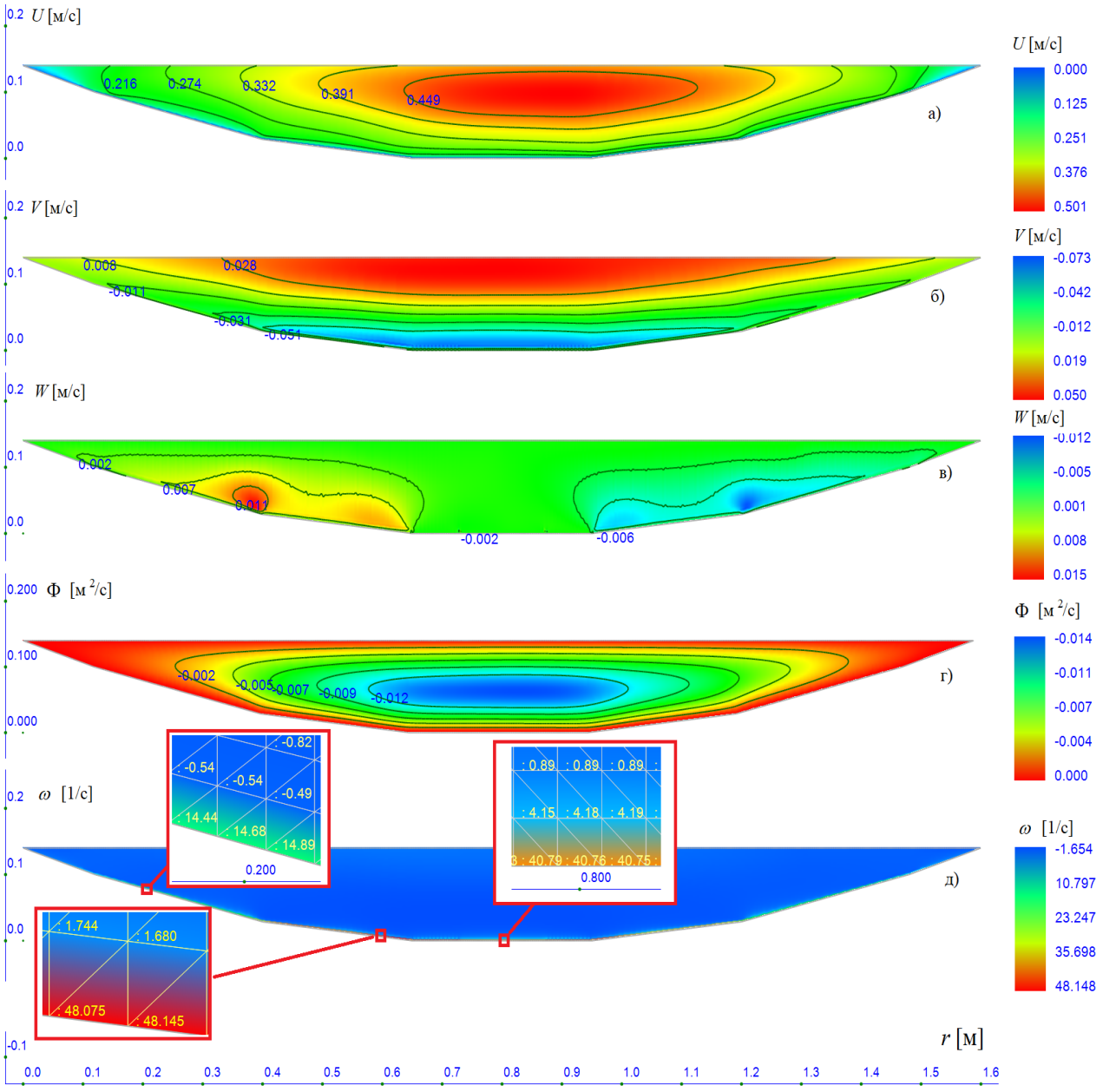


Рис. 1. Поля скоростей U, V и W функций тока Φ и вихря ω, полученные в створе 18. Поля визуализированы градиентной заливкой, масштаб полей определен их изолиниями. Поле вихря имеет ярко выраженный пограничный характер, и масштабируется сеточными вставками с числовыми значениями поля в узлах сетки.

Список литературы

1. *Розовский И.Л.* Движение воды на повороте русла.– К.: Наука.1957. –187 с.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ РУСЕЛ РЕК И КАНАЛОВ

И. И. Потапов, Ю. Г. Силакова
Вычислительный центр ДВО РАН,
680000, Хабаровск, ул. Ким Ю Чена, 65

В работе представлена математическая модель, описывающая процесс движения гидродинамического потока через переливную запруду в протоке Пемзенская реки Амур в окрестности города Хабаровска. С использованием инструментов авторской информационной системы «Амур» выполнено численное исследование процесса разрушения переливной запруды протоки с 2018 по 2024 г. Исходные данные, необходимые для верификации математической модели взяты из информационной системы «Амур».

Ключевые слова: математическое моделирование; русловые процессы; информационная система; протока Пемзенская; река Амур

MATHEMATICAL MODELING OF HYDRODYNAMIC PROCESSES OF RIVERS AND CANALS

I. I. Potapov, Yu. G. Silakova
Computer Centererm FEB RAS,
65 Kim U Chen St., 680000, Khabarovsk

The paper presents a mathematical model describing the process of hydrodynamic flow movement through an overflow dam in the Pemzenskaya channel of the Amur River in the vicinity of Khabarovsk. Using the tools of the information system, a numerical study of the process of destruction of the overflow dam of the channel was performed. As an example demonstrating the operability of the model, a solution to the problem of determining the velocity and depth fields for a section of the Pemzenskaya channel was obtained. The initial data necessary for verification of the mathematical model were taken from the author's information system "Amur".

Keywords: mathematical modeling; channel processes; information system; Pemzenskaya channel; Amur River

В работе рассматривается задача движения гидродинамического потока через переливную запруду протоки Пемзенская реки Амур в окрестности города Хабаровска.

Математическая постановка рассматриваемой задачи включает в себя:

- двумерные плановые уравнения мелкой воды [1]

$$\frac{\partial q_i}{\partial t} + \frac{\partial (q_i u_j)}{\partial x_j} + gH\frac{\partial (H+\zeta)}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_j}\left(H\nu_t\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right)\right) + H\frac{\tau_i}{\rho_w}$$
$$i, j = 1,2,, \qquad (1)$$

- уравнение неразрывности

© Потапов И.И., Силакова Ю.Г., 2025

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{\partial q_i}{\partial x_i} = 0, \tag{2}$$

где t - время; H - глубина гидродинамического потока; g - ускорение свободного падения; ρ_w - плотность воды; $q_i = Hu_i$ - расход речного потока по осям $i = 1,2$; u_i - компоненты вектора осредненной скорости по глубине потока; ζ - отметка донной поверхности русла реки; ν_t - турбулентная вязкость.

Уравнения (1) - (2) замыкаются начальными и граничными условиями:

$$q_i(\vec{x}, 0) = q_i^0, \quad t = 0, \vec{x} \in \Omega, \tag{3}$$

$$q_i(\vec{x}, t) = Q_i(\vec{x}, t), \quad (\vec{x}, t) \in \Gamma_{in}, \tag{4}$$

$$H(\vec{x}, t) = H_{out}(\vec{x}, t), \quad (\vec{x}, t) \in \Gamma_{out}. \tag{5}$$

Здесь q_i^0 - распределение расхода гидродинамического потока в начальный момент времени в русле реки; $Q_i(\vec{x}, t)$ - расход гидродинамического потока, втекающего в область через границу Γ_{in}; $H_{out}(\vec{x}, t)$ - глубина в створе границы вытекания Γ_{out} потока из области Ω.

Касательные напряжения τ_i на донной поверхности, возникающие под действием гидродинамического потока, определяются по формуле

$$\tau_i = \frac{\rho_w g u_i |u_k|}{C_s^2}, \tag{7}$$

$$\frac{1}{C_s^2} = \frac{1}{C_{ss}^2} + \frac{1}{C_{sd}^2}, \tag{8}$$

где $|u_i| \equiv |\vec{u}| = \sqrt{u_1^2 + u_2^2}$ - модуль скорости речного потока, g - ускорение свободного падения, C_s- коэффициент Шези, определенный через коэффициент Шези C_{ss}, характеризующий зернистую шероховатость дна и коэффициент Шези C_{sd}, характеризующий сопротивление от макрошероховатости речного дна (рифелей, гряд). Коэффициент Шези C_{sd} определяется по формуле Гришанина [2]

$$C_{sd} = \sqrt{g}\, exp\left(1.128 + 0.391\sqrt{Fr}\right) \tag{9}$$

здесь $Fr = \frac{|u_i|}{\sqrt{g d_{50}}}$ - число Фруда для придонных частиц, d_{50} - средний (процентный) диаметр частиц (м). Коэффициент Шези C_{ss} определяется по формуле Маннинга [2]

$$C_s = \frac{H^{\frac{1}{6}}}{n}, \tag{10}$$

здесь n - шероховатость донной поверхности по А. Штриклеру [1]

$$n = \frac{3}{20}\frac{d_{50}^{1/6}}{\sqrt{g}}. \tag{11}$$

Для определения осредненной по глубине потока приведенной вязкости $\nu_\omega = \nu_0 + \nu_t$, использована алгебраическая турбулентная модель [3], учитывающая генерацию турбулентной вязкости потока от донной поверхности и в плане течения:

$$v_\omega = v_0 + v_a u_* H, \tag{12}$$

$$u_* = \frac{gn^2}{H^{1/3}}|u_i|, \tag{13}$$

где ν_0 - кинематическая вязкость воды, u_* - динамическая скорость, $v_a \sim 0.5(0.2 \div 1.0), v_b \sim 0.1$.

Для решения сформулированной задачи в постановке (1) - (13) использовался метод конечных элементов. С использованием инструментов авторской информационной системы «Амур» [2], выполнены численные исследования процесса разрушения переливной запруды протоки за период с 2018 по 2024 годы.

Результаты одного из вариантов расчета при средних расходах протоки представлены на рисунке 1, на котором определено поле глубин гидродинамического потока за 2021 год.

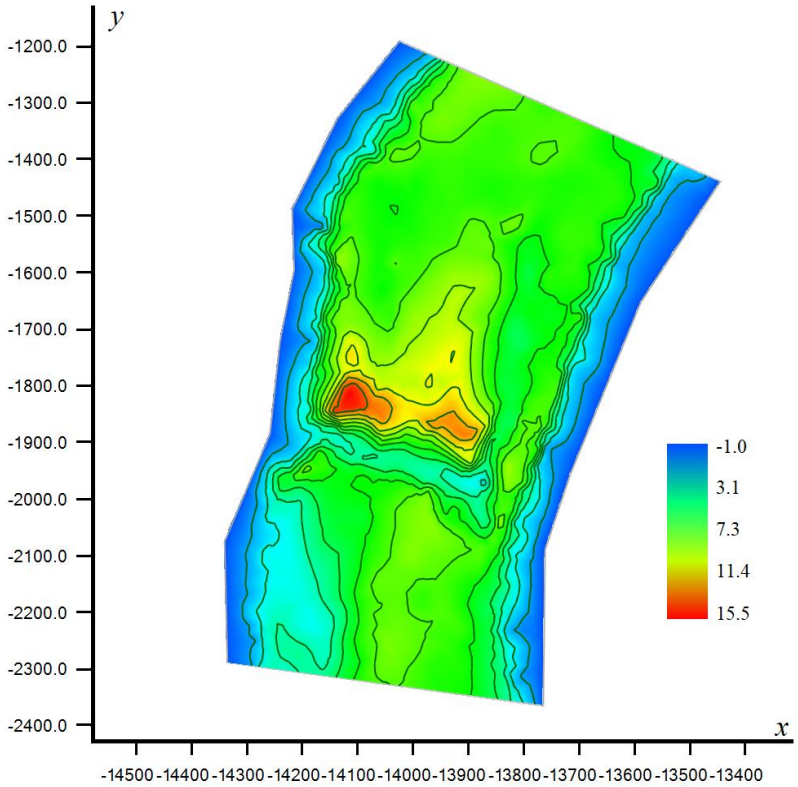


Рис. 1. Изолинии несрезанных глубин протоки Пензенская, построенные по наблюдениям за 2023 год

Список литературы

1. *Петров А.Г., Потапов И.И.* Избранные разделы русловой динамики. М.: Ленанд, 2019. 244 с.
2. *Потапов И.И.* Исходный код информационной системы «Амур». https://github.com/PotapovII/Amur.

ТРЕХМЕРНЫЕ РЕЖИМЫ КОНВЕКЦИИ БИНАРНОЙ ЖИДКОСТИ В НАКЛОННОМ СЛОЕ

С. А. Прокопьев, Т. П. Любимова
Институт механики сплошных сред УрО РАН,
614013, Пермь, ул. Академика Королева, 1

В работе исследуется устойчивость квазиравновесия бинарной жидкости по отношения к плоским и пространственным нормальным возмущениям. С помощью метода пристрелки численно найдены пороги возникновения конвекции. Проведено прямое численное моделирование нелинейных режимов конвекции в трехмерной полости, получено хорошее согласование между линейной и нелинейной теориями, получены трехмерные структуры конвективных течений.

Ключевые слова: бинарная смесь, тепловая конвекция, численное моделирование

THREE-DIMENSIONAL CONVECTION MODES OF BINARY LIQUID IN AN INCLINED LAYER

S. A. Prokopev, T. P. Lyubimova
Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS,
1 Academician Korolev St., 614013, Perm

The paper is devoted to the stability of the quasi-equilibrium of a binary fluid with respect to plane and spatial normal disturbances. Using the shooting method, thresholds for the occurrence of convection are numerically found. Direct numerical modeling of nonlinear convection regimes in a three-dimensional cavity is performed, a good agreement between the linear and nonlinear approaches is obtained, and three-dimensional structures of convective flows are obtained.

Keywords: double diffusive; thermal convection; numerical modelling

В работе исследуется устойчивость квазиравновесия наклонного слоя бинарной жидкости в поле сил тяжести при заданных однородных параллельных друг другу градиентах температуры и концентрации. Границы слоя считаются твердыми и идеально теплопроводными. Задача исследуется в рамках приближения Буссинеска. Эффекты термодиффузии и диффузионной теплопроводности не учитываются. Текущая работа является продолжением ранее исследованной аналогичной задачи в двумерной постановке, включая линейный анализ устойчивости и проведение прямого численного моделирования.

Система уравнений конвекции бинарной неизотермической смеси в поле тяжести имеет вид [1]:

$$\frac{1}{Pr}\left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \vec{v}\nabla\vec{v}\right) = -\nabla p + \nabla^2\vec{v} + Ra(T + KC)\cdot\vec{q}, \qquad (1)$$

© Прокопьев С.А., Любимова Т.П., 2025

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \vec{v}\nabla T = \nabla^2 T, \tag{2}$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \vec{v}\nabla \mathrm{C} = \frac{1}{Le}\nabla^2 C, \tag{3}$$

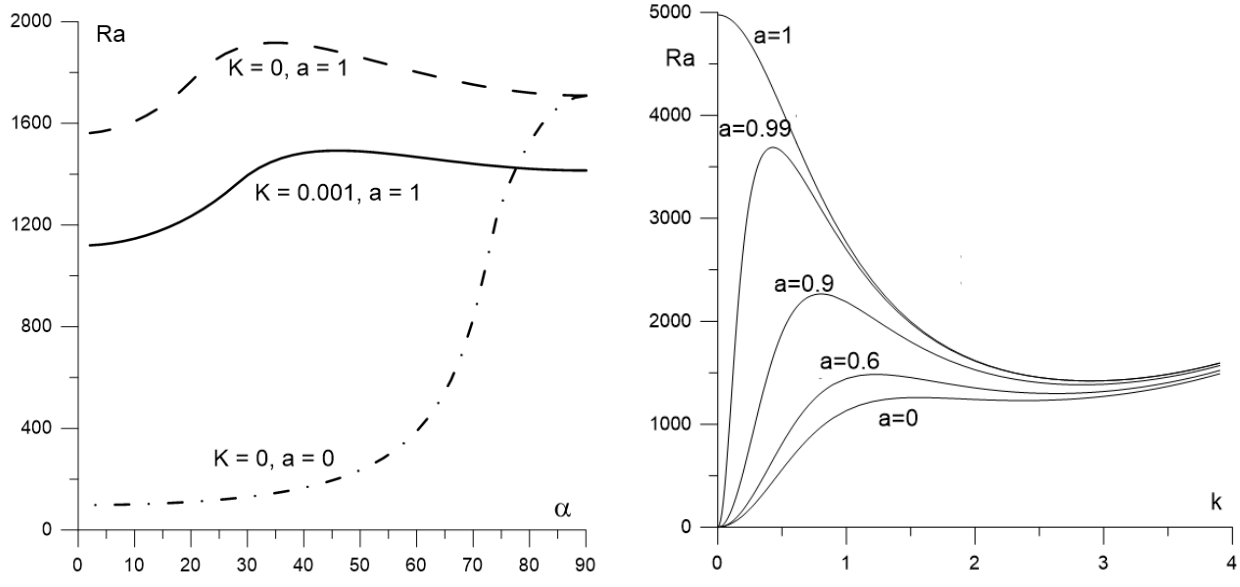
$$\mathrm{div}\ \vec{v} = 0. \tag{4}$$

Здесь $\vec{v}, p, T, C$ – скорость, давление, температура и концентрация легкой компоненты. Ra, Pr, Le – числа Релея, Прандтля, Льюиса. K – параметр плавучести (отношение сил плавучести, вызванных градиентом концентрации, к силам плавучести, вызванным градиентом температуры). В задаче рассматривалась характерная модельная жидкая смесь с параметрами: Le = 130, Pr = 7.

Линейный анализ устойчивости для пространственных возмущений проводился в рамках преобразования, представленного в [2], что позволяет исключить из системы уравнений (1-4) давление и продольные составляющие скорости. Возмущения при этом рассматривались вида:

$$f(z) \cdot \exp\left(\lambda t + ik_x x + ik_y y\right),$$

где f – амплитуда возмущения одного из полей, зависящая от вертикальной координаты z, λ – декремент возмущений, k_x, k_y – волновые числа вдоль продольных координат. Введем при этом следующие обозначения: $a = k_x \cdot k$ – параметр трехмерности возмущений, $k = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$.



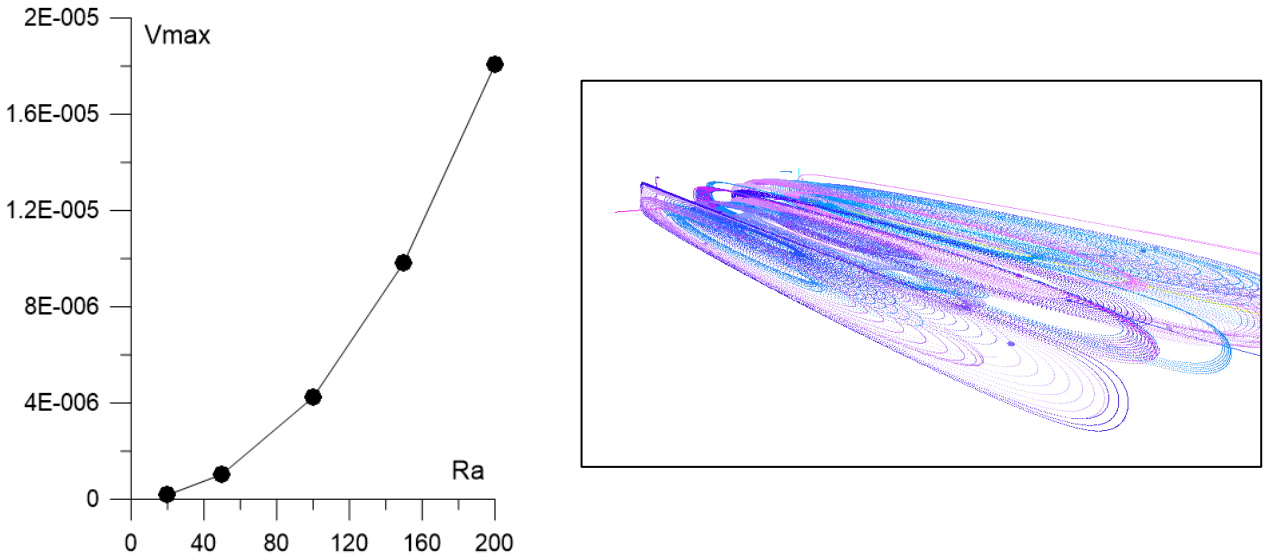
а) *б)*

Рис. 1. а) Зависимость критического числа Релея от угла наклона слоя; б) нейтральные кривые для $K = 0.001$ и угла наклона $\alpha = 80°$

На рис. 1 слева представлены зависимости критического числа Релея от угла наклона, α ($\alpha = 90°$ соответвует горизонтальному слою) для бинарной смеси с параметром $K = 0.001$ и $a = 1$ и для двух значений $a = 1$ и $a = 0$ для однокомпонентной жидкости ($K = 0$). Результаты для однородной жидкости впервые были получены в работе [2] и представлены здесь для сравнения: видно, что с увеличением наклона устойчивость падает и наиболее опасными становятся пространственные возмущения. Случай бинарной смеси в горизонтальном слое качественно похож на случай однокомпонентной жидкости, однако для наклонного слоя, даже для небольших углов наклона, неустойчивость наблюдается при любых $Ra > 0$ в случае, если $a \neq 1$. На рис. 1, справа, представлены нейтральные кривые ($Ra(k)$) для бинарной смеси ($K = 0.001$) и некоторых значений a. Видно, что для коротковолновой неустойчивости значения параметров практически не меняются, однако для в области малых волновых чисел неустойчивость существует даже при малых значениях чисел Релея (малой интенсивности нагрева слоя).

Трехмерные нелинейные расчеты проводились в двух вариантах: 1) большая замкнутая область, 2) небольшая ячейка слоя с периодическими границами.

На рис.2 слева представлена зависимость максимального значения скорости течения от Ra для ячейки с периодическими границами: слабоинтенсивное течение существует при малых Ra, что подтверждает предсказание линейной теории устойчивости. На рис. 2 справа представлена визуализация течения с помощью частиц, движущихся в поле скорости, для замкнутой области с площадью основания 10x4 (высота равна 1) и Ra = 400. На данном рисунке мы отчетливо видим длинноволновую структуру, что также согласуется с линейной теорией.



а) *б)*

Рис. 2. Нелинейные расчеты. а) Зависимость максимального значения скорости от числа Релея; б) визуализация течения.

Работа выполнена в рамках крупного научного проекта при финансовой поддержке Минобрнауки России (соглашение № 075-15-2024-535 от 23.04.2024).

Список литературы

1. *Гершуни Г.З. Жуховицкий Е.М.* Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости, М.: Наука, 1972 – 392 С.
2. *Гершуни Г. З., Жуховицкий Е. М., Иоршина С. М.* О конвективной неустойчивости равновесия наклонного слоя жидкости относительно пространственных возмущений //ПММ. – 1978. – Т. 42. – №. 2. – С. 296.

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПОДЪЕМНОГО ТЕЧЕНИЯ ИМИТАТОРА РАСПЛАВА СОЛИ В ТРУБЕ С ПОПЕРЕЧНЫМ МАГНИТНЫМ ПОЛЕМ

Р. Ф. Рахимов[a,b], Н. Ю. Пятницкая[a], Е. А. Белавина[a]
[a]Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
Объединенный институт высоких температур Российской академии наук,
125412, Москва, ул. Ижорская, 13-2
[b]Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования «Национальный исследовательский университет «МЭИ»
111250, Москва, ул. Красноказарменная, 14-1

В работе рассматривается подъемное течение в условиях с поперечным магнитным полем без учета влияния стенок. Для исследования применялся численный эксперимент с моделью турбулентности SST, результатом которого является получение графических представлений профиля скорости для поперечного сечения трубы на входе и на выходе из магнитного поля.

Ключевые слова: имитатор расплава солей; подъемное течение; магнитная гидродинамика

INVESTIGATION OF THE LIFTING FLOW OF A SALT MELT SIMULATOR IN A PIPE WITH A TRANSVERSE MAGNETIC FIELD IN THE RANS TURBULENCE MODEL

R. F. Rakhimov[a,b], N. Yu. Pyatnitskaya[a], E. A. Belavina[a]
[a]Joint Institute of High Temperatures of RAS,
13-2 Izhorskaya St., 125412, Moscow
[b]National Research University «MPEI»
14-1 Krasnokazarmennaya St., 111250, Moscow

The paper considers the lifting flow in conditions with a transverse magnetic field without taking into account the influence of the walls. A numerical experiment with the SST turbulence model was used for the study, which the result is obtain graphical representations of velocity profile for the cross-section in the pipe at the inlet and outlet of a magnetic field.

Keywords: salt melt simulator; lifting flow; magnetohydrodynamic

Введение

Термоядерные реакторы – ключевой этап мирового энергетического развития. Запуск международного проекта ИТЭР позволит отработать технологию для будущих промышленных установок, однако уже сейчас возникает вопрос с экономической точки зрения: стоимость энергии для потребителя останется на прежнем уровне или увеличится, что привело к исследованию гибридных проектов, основная концепция которых – объединить термоядерную и ядерную технологии, где охлаждение первой стенки будет

© Рахимов Р.Ф., Пятницкая Н.Ю., Белавина Е.А., 2025

производится не жидкими металлами, а жидкими солями [1]. В истории существует опыт использования фторидов металлов в ядерных реакторах типа ARE и MSRE, а также с появлением концепции IV поколения активно разрабатываются исследовательские проекты с использованием гомогенного типа топлива.

Для исследований теплообмена и гидродинамики рассматривается имитатор расплавов солей (водный раствор гидроксида калия). В качестве критерия для выбора оптимальной концентрации раствора KOH берется безразмерное число Гартмана, характеризующее степень влияния магнитного поля на поток электропроводящей среды: подкоренное выражение (рис. 1) в соотношении (1) характеризует свойства жидкости (электропроводность приведена в [3], расчетные соотношения для динамической вязкости в [4]). Температура на входе в исследуемый участок составляет 20°C, что соответствует концентрации 18% (рис. 1 , б), однако при увеличении температуры для достижения максимальной величины числа Гартмана концентрация достигает 20%, которая остается постоянной в большем температурном диапазоне (40-100°C).

$$Ha = B_0 d_0 \sqrt{\sigma/\eta} \tag{1}$$

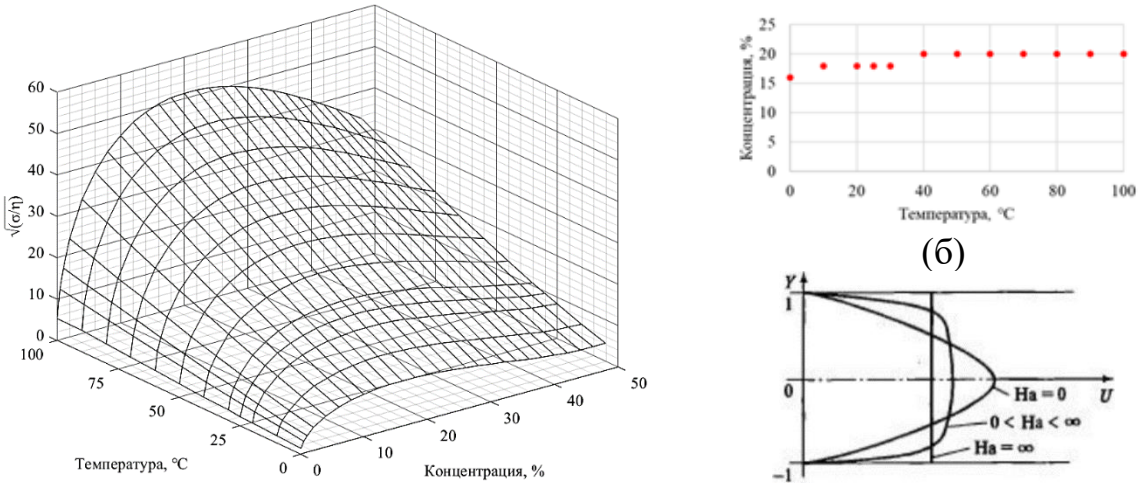


Рис. 1. Зависимости (а) – составляющей компоненты числа Гартмана от температуры и концентрации гидроксида калия в водном растворе; (б) – концентрация при максимальном числе Гартмана от температуры; (в) – влияние профиля скорости от числа Гартмана

Профиль скорости подъемного течение имитаторов расплава соли в трубе с поперечным магнитным полем

В качестве исследуемого участка (рис. 3) рассматривается труба с диаметром 40 мм и длиной 2,0 м с подъемным течением при Re=7000 и обогревом q=30000 Вт/м^2 (Gr=7,7·10^8). Опытный участок разделен на три зоны: 0,6 м перед магнитным полем для гидродинамической стабилизации; вторая зона

с однородным магнитным полем, длиной 1,5 м; 0,6 м после магнитного поля для наблюдения за развитием потока. Для численного эксперимента использовалась SST модель турбулентности для течения электропроводной жидкости в поперечном магнитном поле B=1,7 Т. Особый интерес возник в исследовании потока в начале и конце участка с магнитным полем без учета проводимости стенок. Такие задачи мало изучались ранее, так как, в основном, существует множество теории и экспериментов для МГД-задач на стабилизированном участке (рис. 1, в) [4].

Для рабочего участка, указанного на рис. 3, а, после входа в магнитное поле форма профиля скорости преобразуется из круглой в овальную форму с торможением потока в слоях Гартмана (пристеночная область перпендикулярна магнитному полю) с последующим переходом в форму сквирла и уже уменьшением скорости течения в слоях Робертса (пристеночная область параллельна магнитному полю) (рис. 3, а). После прохождения 10 калибров, профиль скорости сохраняет форму овала, при этом ускорение потока наблюдается только в слоях Гартмана и в центре трубы.

Перед выходом из магнитного поля, профиль скорости перестраивается в овальную форму с дальнейшим образованием максимума в слоях Робертса и в центре. На участке, где магнитное поле прекращает свое влияние на поток, образуются две области с максимальной скоростью в сечении (рис. 3, г). В дальнейшем появляется Х-образная форма, переходящая в Н-образную. При этом максимальная скорость потока в обоих сечениях наблюдается в пристеночной области, соответствующей слою Робертса. Примечательно, что выделенного участка для гидродинамической стабилизации потока после выхода из магнитного поля более 15 калибров недостаточно для рассматриваемого случая.

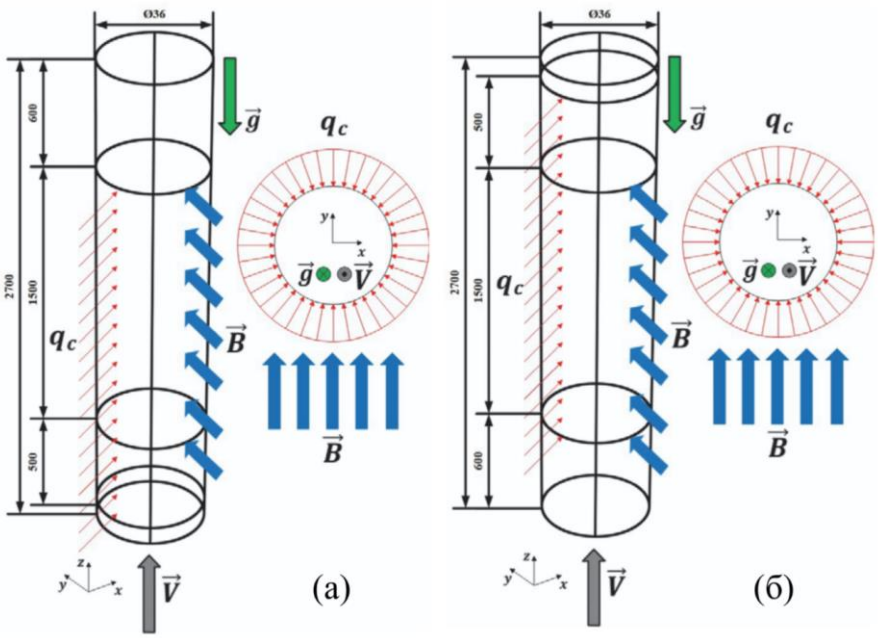


Рис. 2. Исследуемые участки с различными конфигурациями обогрева

Следующий этап – оценить влияние обогрева на поток электропроводящей жидкости, для чего рассматриваются дополнительно два случая:

1. Совпадает конец обогрева и магнитное поле (рис. 2, а);
2. Совпадает начало обогрева и магнитное поле (рис. 2, б).

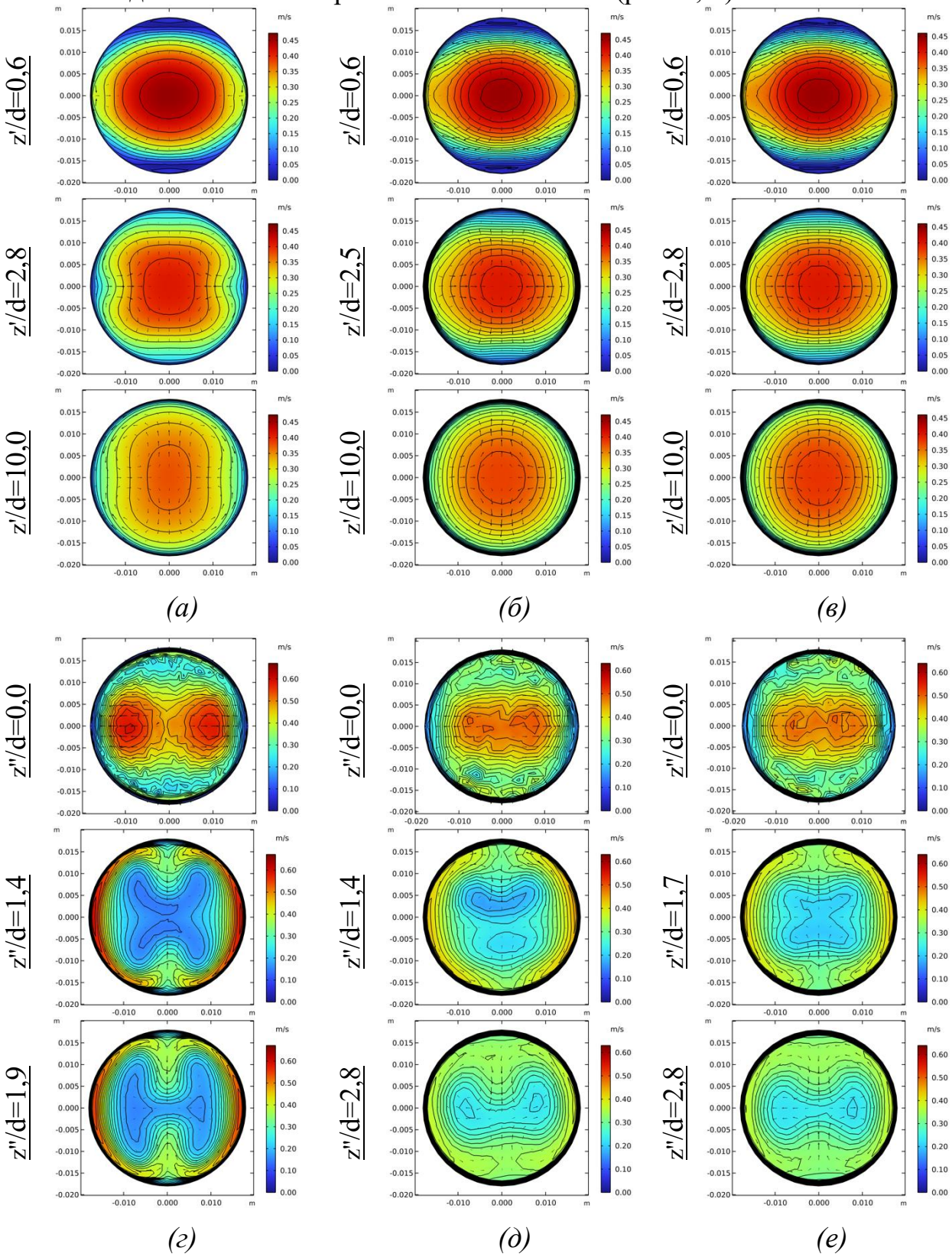


Рис. 3. Профиль скорости потока (а, б, в) – после входа в магнитное поле; (г, д, е) – после выхода из магнитного поля

В области на входе в магнитное поле (рис. 3 (б, в)) поля скоростей имеют мало отличий, что объясняется наличием тепловой стабилизации течения перед участком с магнитным полем для второго случая и началом однородного обогрева для третьего случая. На расстоянии 10 калибров происходит перестроение профиля скорости с аналогичной формой (овальной), что и наблюдалось в первом случае (рис. 3 (а)). При этом в рассматриваемых задачах (рис. 2 (б, в)) на расстоянии $z'/d = 0 - 10$ сохраняется ускорение потока в Робертсовских слоях.

При отсутствии обогрева после выхода из магнитного поля не наблюдается ярко-выраженная Х-образная форма профиля скорости (рис. 3 (д)), наблюдаемая в первом случае. При этом в третьем случае наличие однородного обогрева приводит к образованию Х-образной формы (рис. 3 (е)). Примечательно, что дальнейшая стабилизация течения во втором и третьем случаях происходит с ускорением потока в слоях, соответствующим слоям Робертса.

Заключение

В проведенных исследованиях заметно влияние обогрева на поток электропроводящей жидкости перед входом и выходом из однородного магнитного поля, приводящее к формированию различных полей скорости в рассматриваемых сечениях (рис. 3). На профиль скорости важную роль играет участок гидродинамической и тепловой. Для первого случая, в котором область однородного обогрева течения составляет 0,3 м перед магнитным полем, приводило к образованию Х-образных форм профиля скорости с ускорением в слоях, соответствующих слоям Робертса. Примечательно, что данная форма появлялась также в случае наличия однородного обогрева после выхода из магнитного поля ($\underline{z''/d > 0}$) (рис. 3 (г)).

Список литературы

1. *Azizov E. A., Gladush G. G., Lopatkin A. V., Lukasevich I. B.* Tokamak based hybrid systems for fuel production and recovery from spent nuclear fuel // Atomic energy. – 2011. – Т. 110. – P. 93-98.
2. *Gilliam R. J., Graydon J. W., Kirk D. W., Thorpe S. J.* A review of specific conductivities of potassium hydroxide solutions for various concentrations and temperatures // International Journal of Hydrogen Energy. – 2007. Т. 32. №3. P. 359-364.
3. *Бобылёв В. Н.* Физические свойства наиболее известных химических веществ: справочное пособие // РХТУ им. Д. И. Менделеева. – М., 2003. – 24 с.
4. *Генин Л. Г., Свиридов В. Г.* Гидродинамика и теплообмен МГД-течений в каналах // М.: Изд-во МЭИ. – 2001. – 197 с.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПЕРЕОРИЕНТАЦИИ МАРТЕНСИТНЫХ ВАРИАНТОВ В СПЛАВЕ NI2MNGA В МАГНИТНЫХ И СИЛОВЫХ ПОЛЯХ

А. А. Роговой, О. С. Столбова
Институт механики сплошных сред УрО РАН,
614018, Пермь, ул. Академика Королева, 1

В данной работе строится микромеханическая модель поведения сплава Гейслера Ni2MnGa, которая описывает структурный переход, связанный с раздвойникованием вариантов мартенсита под действием магнитного и/или силового полей. Динамика магнитного процесса описывается уравнением Ландау-Лифшица-Гильберта. Для описания кинематики процесса образования двойников используется условие совместности Адамара. Рассматривается уравнение состояния с несимметричным тензором напряжений, описывающее в рамках малых деформаций поведение анизотропного материала при силовых и магнитных воздействиях. Для численной реализации представленной модели используется метод конечных элементов. Наблюдается хорошее соответствие полученных результатов с данными экспериментов.

Ключевые слова: сплав Гейслера Ni2MnGa; микроструктурное моделирование; условия совместности Адамара; метод конечных элементов

NUMERICAL MODELING OF REORIENTATION OF MARTENSITE VARIANTS IN NI2MNGA ALLOY IN MAGNETIC AND FORCE FIELDS

A. A. Rogovoy, O. S. Stolbova
Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS,
1 Academician Korolev St., 614018, Perm

In this work, a micromechanical model of the behavior of the Heusler Ni2MnGa alloy is constructed, which describes the structural transition associated with the detwinning of martensite variants under the action of magnetic and/or force fields. The dynamics of the magnetic process is described by the Landau-Lifshitz-Gilbert equation. To describe the kinematics of the process of twin formation, the Hadamard compatibility condition is used. The state equation with an asymmetric stress tensor that describes within the framework of small deformations the behavior of an anisotropic material under force and magnetic influences is considered. For the numerical implementation of the presented model, the finite element method is used. There is good agreement between the obtained results and the experimental data.

Keywords: Heusler alloy Ni2MnGa; microstructural modeling; Hadamard compatibility condition; finite element method

Сплав Гейслера Ni2MnGa относится к классу функциональных материалов. Такие материалы могут существенно менять свою форму и размеры под действием внешних магнитных и/или силовых полей, а возникающие при этом деформации могут достигать 6–10% [1]. При температурах ниже точки Кюри (в

© Роговой А.А., Столбова О.С., 2025

мартенситном состоянии) эти материалы, будучи ферромагнетиками, проявляют самопроизвольное намагничивание даже в отсутствие внешнего магнитного поля. В каждом варианте мартенсита существует ось легкого намагничивания, которая является энергетически выгодным направлением вектора спонтанной намагниченности. Области, состоящие из взаимосвязанных вариантов мартенсита, в которых векторы намагниченности имеют одинаковое направление, образуют магнитные домены. В результате в мартенситном состоянии образуется множество магнитных доменов с разным направлением векторов намагниченности, и энергетически выгодно, чтобы эти домены были согласованы друг с другом так, что такой сплав не намагничен интегрально в отсутствии внешнего магнитного поля. При действии последнего на сплав Гейслера начинается движение стенок магнитных доменов, поворот векторов намагниченности и переориентация мартенситных вариантов (раздвойникование), что приводит к возникновению деформаций. Переориентация вариантов мартенсита может происходить также и при приложении усилий.

В данной работе строится микромеханическая модель поведения сплава Гейслера, которая описывает структурный переход, связанный с раздвойникованием вариантов мартенсита (мезоэлементов) под действием магнитного и/или силового полей. Динамика магнитного процесса описывается уравнением Ландау-Лифшица-Гильберта. Используя процедуру Галеркина, построены вариационные уравнения, соответствующие дифференциальным соотношениям магнитной задачи. Это позволило на порядок снизить требования к гладкости искомого решения, что очень удобно при численном решении задачи методом конечных элементов (МКЭ) [2].

Для описания кинематики процесса образования двойников используется условие совместности Адамара [3, 4]. Решение этого уравнения позволяет определить поверхности скольжения и направления скольжения в тетрагональной кристаллической ячейке ферромагнитного материала в мартенситном состоянии, вдоль которого происходит сдвиг, приводящий к появлению и исчезновению двойниковой структуры. Этот сдвиг возникает, когда касательное напряжение на поверхности скольжения достигает критического значения, которое определяется экспериментально [4].

Поведение ферромагнитного материала в магнитном и силовом полях описывается в рамках моментной теории упругости, точнее частного случая этой теории, когда тензор моментных напряжений равен нулю. Это является следствием отсутствия поверхностного магнитного момента: массовый магнитный момент существует, поверхностный равен нулю. В результате построено общее выражение для уравнения состояния, описывающее в рамках малых деформаций поведение анизотропного материала при силовых и магнитных воздействиях. Тензор напряжений при этом несимметричен и состоит из двух частей: симметричной, зависящей только от деформаций, и несимметричной, зависящей только от магнитного поля. Для симметричной части используется определяющее соотношение для анизотропного материала, имеющего одну ось симметрии четвертого порядка и две оси симметрии второго порядка [4].

Разработанная выше модель привлекалась для описания результатов, полученных в экспериментальных работах [5, 6]. В этих работах образец представлял собой монокристалл сплава Ni2MnGa, состоящий из тетрагональных кристаллических ячеек, соответствующих варианту с вертикальным расположением короткой оси (представительный объем), к которому прикладывалось внешнее магнитное поле, перпендикулярное этой оси. Помимо воздействия на образец внешнего магнитного поля осуществлялось также вертикальное сжатие его давлением. Полученные в этих работах экспериментальные кривые намагничивания демонстрируют резкий скачок намагниченности в некотором критическом поле, что объясняется изменением ориентации тетрагональной кристаллической ячейки, приводящим к практически мгновенному удлинению образца в направлении его вертикальной оси. При численных расчетах рассматривался процесс переориентации одного варианта мартенсита в другой, происходящий при приложении внешнего магнитного поля при различных значениях сжимающих усилий. Получено распределение вектора намагниченности в представительном объеме. Определены касательные и нормальные составляющие тензора напряжений на плоскостях сдвига, соответствующие намагниченности образца и сжимающему усилию в момент переориентации одного варианта мартенсита в другой. Наблюдается хорошее соответствие кривой намагничивания, построенной по результатам расчета, и осевой деформации с имеющимися экспериментальными данными.

Работа выполнена в рамках крупного научного проекта при финансовой поддержке Минобрнауки России (соглашение № 075-15-2024-535 от 23.04.2024).

Список литературы

1. *Васильев А. Н., Бучельников В. Д., Такаги Т., Ховайло В. В., Эстрин Э. И.* Ферромагнетики с памятью формы // Успехи физических наук. 2003. Т. 173. № 6. С. 577–607.
2. *Роговой А. А., Столбова О. С., Столбов О. В.* Численное моделирование эволюции магнитной микроструктуры в сплавах Гейслера // Прикладная механика и техническая физика. 2021. Т. 62. № 5. С. 195–207.
3. *Rogovoy A. A., Stolbova O. S.* Microstructural model of the behavior of a ferroalloy with shape memory in a magnetic field // Mechanics of Advanced Materials and Structures. 2024. Vol. 31 . P. 387–406.
4. *Rogovoy A. A., Stolbova O. S.* An approach to describe the twinning and detwinning processes of the martensitic structure in ferromagnetic alloy with shape memory in magnetic and force fields // Mechanics of Advanced Materials and Structures. 2024. P. 1–21.
5. *Heczko O., Straka L.* Temperature dependence and temperature limits of magnetic shape memory effect // Journal of Applied Physics. 2003. Vol. 94 . P. 7139–7143.
6. *Heczko O.* Magnetic shape memory effect and magnetization reversal // Journal of Magnetism and Magnetic Materials. 2005. Vol. 290–291 . P. 787–794.

ТЕЧЕНИЕ НЬЮТОНОВСКИХ ЖИДКОСТЕЙ В ПЛОСКОМ КАНАЛЕ С ДВУМЯ ПОРИСТЫМИ СЛОЯМИ

А. А. Романовский, А. Н. Филиппов
РГУ нефти и газа (НИУ) имени И.М. Губкина,
119991, Москва, Ленинский проспект, 65-1

Данная работа посвящена возможности ускорения фильтрации высоковязких жидкостей через пористый слой с помощью течения менее вязкой жидкости снаружи в поддерживающем пористом слое канала и внутри в свободном канале, примыкающем к селективному слою. Получена зависимость профилей скорости от ширины свободного канала и адсорбированных пористых слоев; градиента давления; удельных проницаемостей пористых слоев и эффективной (брикмановской) вязкости жидкостей в этих слоях. Разработанная одномерная математическая модель основана на уравнении Стокса для чистой жидкости и двух уравнений Бринкмана для течения в пористых слоях.

Ключевые слова: Уравнения Стокса и Бринкмана, пористый слой, вязкая жидкость, плоский канал, фильтрация.

FLOW OF NEWTONIAN FLUIDS IN A FLAT CHANNEL WITH TWO POROUS LAYERS

A. A. Romanovskii, A. N. Filippov
Gubkin University,
65-1 Leninsky Pr., 119991, Moscow

This work is devoted to the possibility of accelerating the filtration of high-viscosity liquids through a porous layer by means of the flow of a less viscous liquid outside the supporting porous layer and inside the free channel adjacent to the selective layer. The dependence of velocity profiles on the thicknesses of the free channel and the adsorbed porous layers; pressure gradient; specific permeability of the porous layers and the effective (Brickman) viscosity of liquids in these layers is obtained. The developed one-dimensional mathematical model is based on a system of the Stokes equation and two Brinkman equations for porous layers.

Keywords: Stokes and Brinkman equations, porous layer, viscous fluid, flat channel, filtration

Рассматриваются два идентичных прямоугольных образца длиной L и шириной W ($W>>L$), вырезанных из одной и той же бислойной мембраны (широкопористая подложка + селективный тонкопористый слой), закрепленные в фильтрационной ячейке (рис. 1). Жидкости (масло и вода, например) под действием постоянного градиента давления (в данной работе выбран 10^{-3} атм/м) медленно протекают через образцы мембран и зазор между ними высотой h_{ch}. Течение жидкостей в пористых слоях подчиняется уравнениям Бринкмана, а в свободном канале – уравнению Стокса. На стенке канала ставится условие прилипания, а на межфазных границах пористая подложка – селективный слой и селективный слой – жидкость принимаются условия равенства скоростей и

© Романовский А.А., Филиппов А.Н., 2025

касательных напряжений. Аналогичные задачи с одним заряженным пористым слоем в случае протекания раствора электролита рассматривались в работах [1,2].

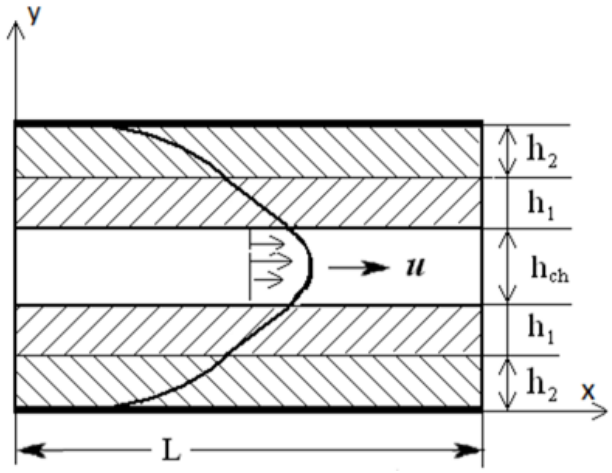


Рис. 1. Схематичное изображение течения в плоском капилляре с двойными пористыми стенками.

В данной работе рассмотрены капилляры, в которых в слое ближе к центру канала течет масло с вязкостью в 390 раз выше, чем у воды. Примем, что вода и масло при течении не смешиваются. Целью расчетов было подобрать оптимальные условия для ускоренного транспорта масла через плоский канал. Оптимальной толщиной участка канала назовем ту, при увеличении которой практически не происходит рост скорости течения масла. Оптимальный коэффициент проницаемости пористого слоя – тот, при увеличении величины которого рост скорости масла прекращается.

При выбранных величинах h_1=h_2=50 мкм и h_{ch} = 100 мкм численно были определены оптимальные коэффициенты проницаемости: $k_1 = 3 \cdot 10^{-6}$ м^2, $k_2 = 8 \cdot 10^{-5}$ м^2. При их использовании был получен профиль скорости, изображенный на рис.2.

Далее при использовании полученных коэффициентов проницаемости для селективного слоя h_1=50 мкм были подобраны оптимальные толщины слоев h_2 =110 мкм и h_{ch} = 120 мкм. Итоговый профиль скорости приведен ниже на рис.3.

В заключение следует уточнить, что достигнутая оптимальная скорость 1 мм/сек соответствует числу Рейнольдса 0.2, то есть медленному ламинарному течению. При этом профиль скорости масла в селективном слое и воды в свободном канале является пробкообразным. Дальнейшее увеличение скорости может негативно сказаться на работе канала и привести к разрушению пористого слоя.

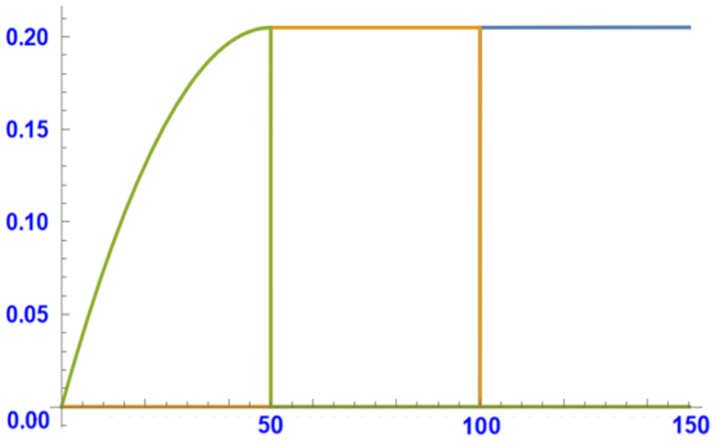


Рис. 2. Профиль скорости жидкости для половины канала. По оси абсцисс – расстояние от стенки канала (мкм); по оси ординат – скорость жидкости (мм/с)

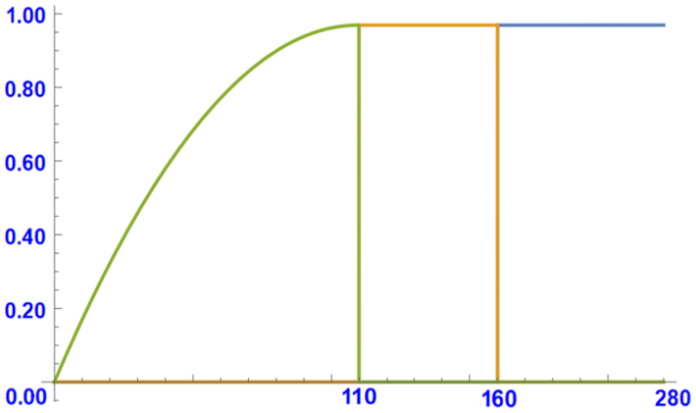


Рис. 3. Профиль скорости жидкости для половины канала. По оси абсцисс – расстояние от стенки канала (мкм); по оси ординат – скорость жидкости (мм/с)

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (грант №23–19–00520, https://rscf.ru/project/23-19-00520/).

Список литературы

1. *Sobolev V.D., Filippov A.N., Vorob'eva T.A., Sergeeva I.P.* Determination of the Surface Potential for Hollow-Fiber Membranes by the Streaming-Potential Method // Colloid Journal. 2018. Vol. 79. P. 677-684.
2. *Sobolev V.D., Filippov A.N., Starov V.M.* Influence of flow and charge transfer inside membranes on measurements of membrane zeta potential // Journal of Molecular Liquids. 2021. Vol. 323. Article 114865.

ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССА ПРОПИТКИ ПОЛИДИСПЕРСНОЙ СРЕДЫ ЭПОКСИДНОЙ КОМПОЗИЦИЕЙ

С. В. Русаков, В. Г. Гилев, Н. М. Колчанов
Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614990, Пермь, ул. Букирева, 15

В работе рассматривается задача о создании композитного материала на основе полидисперсной смеси (песка) и связующего в виде эпоксидной композиции. Обсуждаются результаты серии экспериментов и расчетов с помощью модели двухфазного (жидкость, газ) течения в пористой среде. Поскольку движение фронта насыщения жидкой фазы ограничено временем отверждения эпоксидной композиции основным результатом процесса пропитки является глубина проникновения связующего в слой песчаной смеси. В результате исследования проведены оценки влияния различных механизмов на рассматриваемый процесс.

Ключевые слова: полидисперсная среда; пористость; проницаемость; капиллярное давление.

INVESTIGATION OF THE PROCESS OF IMPREGNATION OF A POLYDISPERSE MEDIUM WITH AN EPOXY COMPOSITION

S. V. Rusakov, V. G. Gilev, N. M. Kolchanov
Perm State University,
15 Bukireva St., 614990, Perm

The paper considers the problem of creating a composite material based on a polydisperse mixture (sand) and a binder in the form of an epoxy composition. The results of a series of experiments and calculations using a two-phase (liquid, gas) flow model in a porous medium are discussed. Since the movement of the saturation front of the liquid phase is limited by the curing time of the epoxy composition, the main result of the impregnation process is the depth of penetration of the binder into the sand mixture layer. As a result of the study, the impact of various mechanisms on the process under consideration was assessed.

Keywords: polydisperse medium; porosity; permeability; capillary pressure

Эпоксидные полимеры по целому ряду свойств выделяются среди прочих полимерных материалов, играя важную роль в аэрокосмической, автомобильной, судостроительной и других отраслях промышленности. Широкое их применение в технике связано, во-первых, с высокой технологичностью эпоксидных смол, во-вторых, с уникальным сочетанием эксплуатационных характеристик продуктов их отверждения. Особое место занимают композиционные материалы с макроскопическими наполнителями, такими, например, как кварцевый песок, лузга, опилки, полимерные порошки, шламы, стружки – прикладное, но крайне востребованное направление материаловедения. В частности, они используются в изделиях строительного и декоративного назначения [1], для устранения дефектов в виде износов и

© Русаков С.В., Гилев В.Г., Колчанов Н.М., 2025

сквозных протираний поверхности деталей со сложнопрофильной поверхностью [2]. Влияние наполнителя на механические характеристики эпоксидополимерных композиционных материалов рассмотрены в ряде работ (см., например [3]). Для изготовления монолитных конструкций широко используется метод предварительного смешения эпоксидной составляющей с тем или иным наполнителем и последующим формированием готового изделия. Для реставрации трещин, сквозных отверстий такой метод неэффективен. Здесь предпочтительно предварительное заполнение пор наполнителем с последующей пропиткой клеевым материалом. Такой процесс в научной литературе практически не затрагивается. В настоящей работе некоторые аспекты этой проблемы исследуются экспериментально и с помощью математического моделирования.

Материалы и методика измерений

В качестве дисперсного материала использовались два сорта кварцевого песка с двумя характерными размерами частиц, условно названные «мелкими» и «крупными». Для исследования статистических характеристик порошков применялся оптический микроскоп. Серии изображений обрабатывались на компьютере при помощи программы ImageJ. После обработки изображений были построены гистограммы распределения по диаметру частиц. Исследуемые образцы имели следующие характеристики: «мелкие» – средний диаметр 0.15 мм, медиана – 0.146; «крупные» – средний диаметр 0.53 мм, медиана – 0.526.

В процессе измерений дисперсная смесь засыпалась в стеклянную трубку, сверху наливался эпоксидный состав (смола L, отвердитель ЕРН 621) и система помещалась в воздушный термостат при температуре 45 °С до полной полимеризации. Измеряемыми параметрами являлись: высота эпоксидного состава до и после полимеризации и глубина проникновения в пористую среду. Для каждой концентрации «мелкого» песка в «крупном» проводилась серия измерений, результаты которых усреднялись.

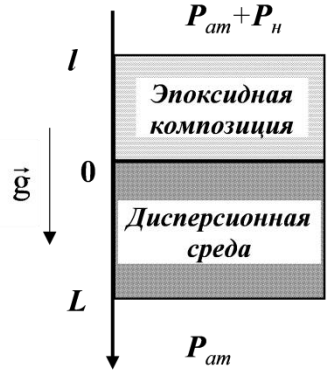


Рис. 1. Геометрия задачи

Математическая постановка задачи

На слой полидисперсной среды толщиной L размещается полимеризующаяся эпоксидная композиция (далее просто «композиция») толщиной l_0 см в жидкой фазе, которая начинает проникать в пористую среду (см. рис.1). При этом, в качестве полидисперсной среды используется смесь «мелкого» и «крупного» песка, характеризующаяся значением C – доли «мелкого» песка в смеси в процентах.

В процессе перехода композиции от жидкого состояния в гель-фракцию её вязкость меняется от конкретного конечного значения до бесконечного. В этом случае процесс «просачивания» завершается, в следствии чего эпоксидная композиция проникает на конечную глубину. Расчёт глубины проникновения будем

производить с помощью следующей математической модели, являющейся обобщением закона Дарси [4]:

$$\frac{\partial}{\partial \mathrm{x}}\left(\frac{kF(S_{\text{э}})}{\mu_{\text{э}}}\left(\frac{\partial P}{\partial x}-\rho_{\text{э}}g\right)\right)+\frac{\partial}{\partial \mathrm{x}}\left(\frac{kF(S_{\text{в}})}{\mu_{\text{в}}}\left(\frac{\partial P}{\partial x}-\rho_{\text{в}}g\right)\right)=0 \quad (1)$$

$$m\frac{\partial S_{\text{э}}}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial \mathrm{x}}\left(\frac{kF(S_{\text{э}})}{\mu_{\text{э}}}\left(\frac{\partial P}{\partial x}-\rho_{\text{э}}g\right)\right) \quad (2)$$

$$S_{\text{э}}+S_{\text{в}}=1 \quad (3)$$

В уравнениях (1) – (3) используются обозначения:

Независимые переменные: t – время в секундах, x – пространство в метрах; искомые функции: $P(t,x)$– давление, $S_{\text{э}}(t,x)$ и $S_{\text{в}}(t,x)$ – насыщенность эпоксидной композиции и воздуха соответственно; *параметры модели: k=k(C)* и *m=m(C)* – проницаемость и пористость песчаной смеси; $\rho_э=\rho_э(T)$ и $\rho_в=\rho_в(T)$ – плотность композиции и воздуха в зависимости от температуры T; g – значение ускорения свободного падения; $\mu_э=\mu_э(t;T)$ и $\mu_в=\mu_в(T)$ – динамическая вязкость композиции и воздуха; $F(S)$ – функция Бакли-Леверетта (использовался вариант $F(S)=S^2$) .

В этих обозначениях начальные условия имеют следующий вид:

$$S_{\text{э}}(0,0)=1,\quad S_{\text{в}}(0,x)=1,\ x\in(0,L] \quad (4)$$

$$P(0,0)=P_H+P_{a\text{т}}+\rho_{\text{э}}gl_0,\quad P(0,x)=P_{\text{ат}},\ x\in(0,L], \quad (5)$$

где P_{am} – атмосферное давление, P_H – давление, приложенное к поверхности композиции (см. рис.1). Кроме того, этой величиной можно смоделировать работу капиллярных сил на границе фронта насыщенности.

Граничные условия:

$$S_{\text{э}}(t,0)=1,\quad P(t,0)=P_{\text{Н}}+P_{\text{ат}}+\rho_{г\text{э}}gl(t),\quad P(t,L)=P_{\text{ат}} \quad (6)$$

В ходе процесса фильтрации толщина слоя композиции над пористой средой уменьшается: $\Delta l(t)=m\int_0^L S_{\text{э}}(t,x)dx,\quad l(t)=l_0-\Delta l(t)$.

Проведем обезразмеривание в изотермической постановке *T=const*, выбирая в качестве характерного значения длины величину l_0, времени – t_*, давления – $\rho_э g l_0$, вязкости – $\mu_э(0)$, плотности – $\rho_э$.

$$\bar{x}=\frac{x}{l_0},\quad \bar{t}=\frac{t}{t_*},\quad \bar{P}=\frac{P-P_{\text{ат}}}{\rho_{\text{э}}(T)gl_0},\quad \bar{\mu}_{\text{э}}=\frac{\mu_{\text{э}}(\bar{t})}{\mu_{\text{э}}(0)},\quad \bar{\mu}_{\text{в}}=\frac{\mu_{\text{в}}}{\mu_{\text{э}}(0)},\quad \bar{\rho}_{\text{в}}=\frac{\rho_{\text{в}}}{\rho_{\text{э}}}.$$

Обозначим $\Phi_{\text{э}}=\frac{F(S_{\text{э}})}{\bar{\mu}_{\text{э}}}$, $\Phi_{\text{э}}=\frac{F(S_{\text{в}})}{\bar{\mu}_{\text{в}}}$, тогда систему уравнений (1)-(3) можно преобразовать к виду:

$$\frac{\partial}{\partial \bar{x}}\left((\Phi_э + \Phi_в)\frac{\partial \bar{P}}{\partial \bar{x}} - (\Phi_э + \bar{\rho}_в \Phi_э)\right) = 0 \quad (7)$$

$$\frac{\partial S_э}{\partial \bar{t}} = \frac{t_*}{l_0} W(C) \frac{\partial}{\partial \bar{x}}\left(\Phi_э\left(\frac{\partial P}{\partial x} - 1\right)\right), \text{ где } W(C) = \frac{k(C)\rho_э g}{m(C)\mu_э(0)} \quad (8)$$

Выбирая $t_* = W(C)l_0$ окончательно получим

$$\frac{\partial S_э}{\partial \bar{t}} = \frac{\partial}{\partial \bar{x}}\left(\Phi_э\left(\frac{\partial \bar{P}}{\partial \bar{x}} - 1\right)\right). \quad (9)$$

Безразмерная запись начальных и граничных условий (4) - (6) для давления имеет вид:

$$\bar{P}(0,0) = 1 + \delta, \quad \bar{P}(0,\bar{x}) = 0,$$

$$\bar{P}(\bar{t},0) = \bar{l}(\bar{t}) + \delta, \quad P(\bar{t},\bar{L}) = 0, \quad x \in (0,\bar{L}], \quad (10)$$

где $\delta = \frac{P_н}{\rho_э g l_0}$. Задача (7), (9) - (10) решалась численно с учетом особенностей рассматриваемых уравнений.

Результаты расчётов

В ходе натурного эксперимента, описанного выше, было зафиксировано, что для *C=0%* при толщине эпоксидной композиции l_0*=0.055м* её слой полностью «поглощается» дисперсной смесью, что является следствием совместного действия гидростатического и капиллярного давления.

Взяв этот результат за отправную точку, была проведена серия расчётов, позволившая оценить зависимость $P_H(C)$. Во всех случаях бралось l_0*=0.01м* и варьировалась концентрация «мелкого» песка. Было получено, что плотное пропитывание (отсутствие пустот в композитном материале) в данном случае реализуется только для *C≤40%*. Поэтому обсудим только эту часть расчётов. На рис.2 показана толщина полученного слоя композитного материала (глубина пропитки l_z), которая убывает практически линейно с ростом концентрации *C*. В ходе расчетов по рассматриваемой модели методом перебора подбиралась величина P_H, обеспечивающая глубину пропитки, соответствующую экспериментальной. Полученные результаты представлены на рис.3.

Для дальнейшей обработки воспользуемся следующим предположением для капиллярного давления:

$$P_{кап} = A\frac{m(C)\,cos(\phi(C))}{R_{гэф}(C)} \approx P_H(C), \quad R_{эф}(C) = \sqrt{\frac{8\,k(C)\,f(C)}{m(C)}}, \quad f(C) = \frac{0.5035}{m(C)^{1.1}}.$$

Где $R_{эф}(C)$- эффективный радиус пор, определяемый через пористость *m(C)*, проницаемость *k(C)*, структурный коэффициент *f(C)* (см. [5]) и угол смачивания *φ(C)*. Пористость и проницаемость определялись в ходе предварительного

экспериментального исследования свойств полидисперсной смеси, а константа A и угол смачивания при обработке экспериментальных данных настоящей работы. В результате получено A=0.000552, φ(C)=0.0162·C.

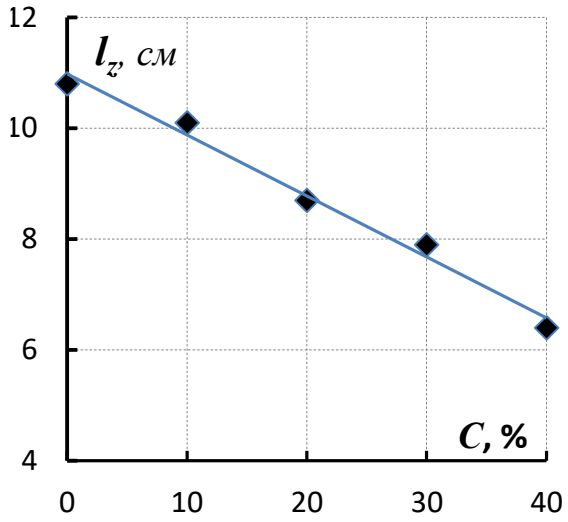


Рис.2.
Глубины пропитки $l_z(C)$

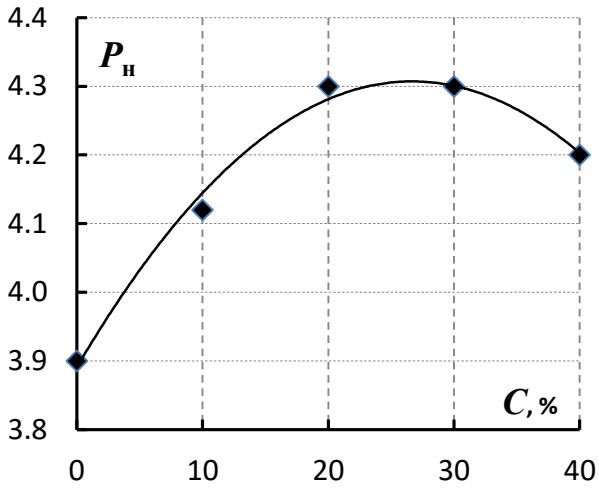


Рис.3.
Безразмерная величина давления $P_H(C)$

Таким образом, получены результаты, показывающие, что с помощью предложенной математической модели имеется возможность оценивать капиллярные силы, возникающие в пористой среде при её пропитке полимерной композицией и тем самым прогнозировать максимальную глубину проникновения эпоксидной композиции в полидисперсную среду.

Список литературы

1. *Старокадомский Д. Л., Решетник М. Н.* Влияние мезо- и микрочастиц кварцевого песка различного происхождения на физико-механические свойства эпоксидного композита для изделий строительного и декоративного назначения // Композитный Мир. – 2021. – № 2(95). – С. 64–70.
2. *Михальченков А. М., Комогорцев В. Ф., Кононенко А. С.* Абразивостойкий композит на основе эпоксидной смолы и кварцевого дисперсного наполнителя // Клеи. Герметики. Технологии. – 2017. – №11. – С.33–38.
3. *Хапёрских С. А., Ананьева Е. С.* Влияние природы наполнителя на твердость и износ дисперсно-наполненных композиционных материалов на основе эпоксидно-дианового связующего // Ползуновский Вестник. – 2021. – № 4. – С. 163–172.
4. *Баренблатт Г. И., Ентов В. М., Рыжик В. М.* Теория нестационарной фильтрации жидкости и газа. Москва: Недра, 1972. 288 с.
5. *Ф. И. Котяхов Ф.И.* Физика нефтяных и газовых коллекторов. Москва: Недра, 1977. – 287 с.

ПОВЫШЕНИЕ ПРЕДЕЛА ХРУПКОГО РАЗРУШЕНИЯ ИНДУКТОРОВ ЗА СЧЕТ ФОРМИРОВАНИЯ ГРАДИЕНТНЫХ ПОВЕРХНОСТНЫХ СТРУКТУР

П. А. Русских, Г. Ш. Болтачев
Институт электрофизики УрО РАН,
620216, Екатеринбург, ул. Амундсена, 106

В текущей работе исследованы процессы, вызванные диффузией магнитного поля в стальной проводник сопровождающиеся нагревом и термомеханическими напряжениями. Предлагается способ увеличения более чем в 2 раза генерируемых магнитных полей, при которых не наблюдается пластической деформации в материале, за счёт создания высокорезистивного профиля.

Ключевые слова: диффузия магнитного поля, термомеханические напряжения, условие Мизеса

INCREASING THE BRITTLE FRACTURE LIMIT OF INDUCTORS DUE TO THE FORMATION OF GRADIENT SURFACE PROFILES

P. A. Russkikh, G. Sh. Boltachev
Institute of Electrophysics UB RAS,
106 Amundsena St., 620216, Ekaterinburg

Current paper studies processes caused by diffusion of magnetic field into steel conductor accompanied by heating and thermomechanical stresses. The study shows that a highly resistive profile provides an increase of more than 2 times of the generated magnetic fields, at which no plastic deformation in the material is observed.

Keywords: magnetic field diffusion; thermomechanical stress; von Mises yield criterion

Введение

Магнитно-импульсная обработка материалов является перспективной технологией, которая позволяет быстро получать прочные соединения между разнородными металлами [1, 2], осуществлять магнитно-импульсное формование [3], прессование наноразмерных порошков [4, 5]. Важным ограничивающим фактором широкого распространения технологии является невысокий ресурс основного элемента установок – индуктора. Магнитные поля, генерируемые в процессе эксплуатации, могут достигать 50 Тл при длительности импульса единицы-десятки микросекунд, что приводит к существенным термонапряжениям в материале индуктора. Циклический характер нагрузки со временем приводит к образованию на поверхности индуктора трещин, которые при дальнейшей эксплуатации быстро растут и приводят к его выходу из строя.

Один из возможных способов увеличения ресурса индуктора был представлен в [6], где без учёта увеличения сопротивления при нагреве было показано, что создание профиля с экспоненциально спадающим удельным

© Русских П.А., Болтачев Г.Ш., 2025

сопротивлением приводит к более равномерному распределению джоулева нагрева в материале и как следствие снижает максимальную температуру и напряжения. В нашей предыдущей работе в ходе численного совместного решения уравнения магнитной диффузии, уравнения теплопроводности и механической задачи в рамках модели идеально-пластического материала, описываемого законом Гука и условием пластичности Мизеса был показан положительный эффект от использования градиентного профиля для плоской проводящей пластины [7]. Также эффект увеличения генерируемых магнитных полей, достигаемых без разрушения материла по хрупкому механизму [8] и с учётом пластичности [9], был показан для цилиндрического индуктора. В [8] может быть найдено подробное описание используемой модели, уравнений и параметров расчёта, используемых в этой работе. Данная статья является продолжением [8], где увеличение удельного сопротивления в градиентном слое было ограничено 2.5 разами по сравнению с основным объёмом, что приводило к увеличению амплитуды магнитных полей на 20-25 %. Здесь мы решили выяснить каков предел эффекта увеличения магнитного поля, генерируемого в цилиндрическом проводнике из стали 30ХГСА без разрушения по хрупкому механизму, при использовании высокорезистивного экспоненциально спадающего профиля удельного сопротивления.

Результаты

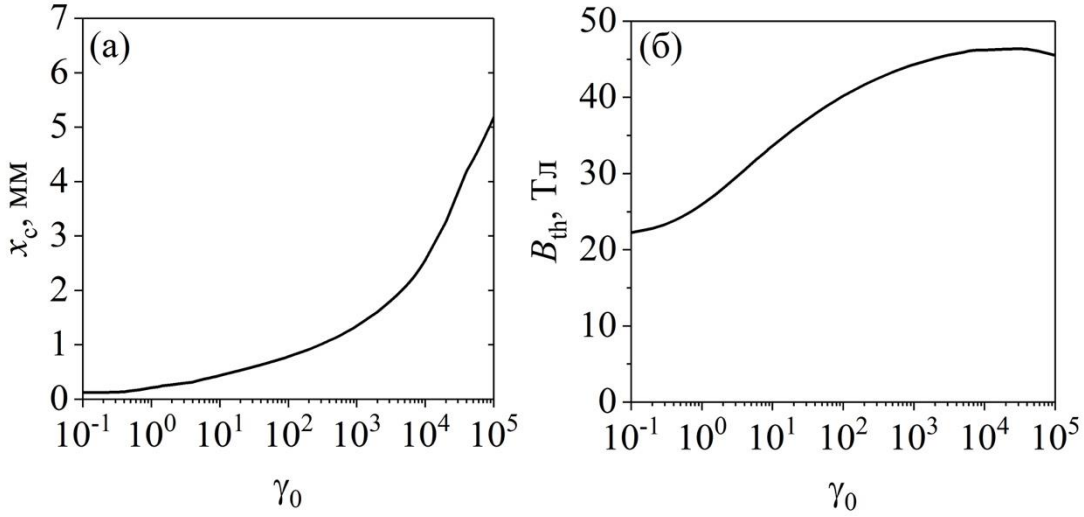


Рис. 2. Зависимость от амплитуды модификации γ_0 оптимальной толщины модификации (а) и амплитуды генерируемого поля B_{th} (б).

В проведённом моделировании для каждого значения амплитуды экспоненциального профиля удельного сопротивления γ_0 определялась оптимальная толщина x_c (толщина снижения удельного сопротивления в e раз), позволяющая достичь наибольшей амплитуды магнитного поля на внутренней границе $r = R_1$, которая была названа B_{th} (рис. 2б). Импульс магнитного поля задавался в виде затухающей синусоиды. Индекс -th сокращение от threshold обозначает пороговую амплитуду между отсутствием пластических деформаций в материале и их возникновением. Рис. 2 показывает, что при $\gamma_0 = 3 \cdot 10^4$ и $x_c =$

3.8 мм увеличение амплитуды поля B_{th} превышает 2 раза: с 22 до 46 Тл. Эффект достигается благодаря тому, что высокорезистивный профиль рис. 3а приводит к более равномерному распределению нагрева рис. 3б по сравнению со случаем однородного материала, а следовательно, к более низкой амплитуде нагрева и меньшим напряжениям, что и позволяет достигать более высоких магнитных полей.

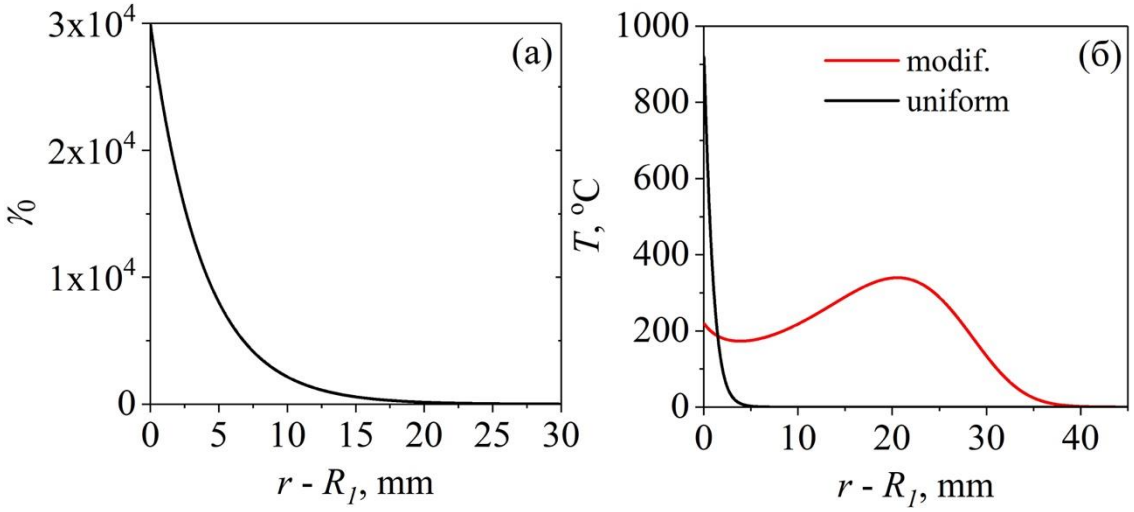


Рис. 3. Радиальные зависимости профиля модификации (а) и температуры нагрева образца на момент окончания действия магнитного импульса (б). Modif. – для материала с модификацией $\gamma_0 = 3 \cdot 10^4$, $x_c = 3.8$ мм, uniform – без модификации.

Заключение

Таким образом в настоящей работе было показано, что поверхностная модификация стального проводника при помощи экспоненциального высокорезистивного профиля позволяет генерировать в 2 и более раза сильные магнитные поля без разрушения материала индуктора по сравнению с однородным материалом.

Список литературы

1. *Стрижаков Е. Л., Нескромный С. В., Меркулов Р. В.* Высоковольтная импульсная конденсаторная сварка разнородных деталей // Сварка и диагностика. 2012. Т. 4. С. 43-45.
2. *Крутиков В. И., Паранин С. Н, Колеух Д. С., Иванов В. В., Спирин А. В., Lee J.-G., Lee M.-K., Rhee C.-K.* // Известия ВУЗов. Физика. 2014. Т. 57 №11/3. С. 264-268.
3. *Boltachev G. Sh., Volkov N. B., Paranin S. N., Spirin A. V.* Dynamics of cylindrical conducting shells in a pulsed longitudinal magnetic field // Tech. Phys. 2010. Vol. 55 (6). P. 753-761
4. *Boltachev G. Sh., Nagayev K. A., Paranin S. N., Spirin A. V., Volkov N. B.* Magnetic Pulsed Compaction of Nanosized Powders. N.Y.C.: Nova Science Publishers, Inc., 2010. P. 86.

5. *Olevsky E. A., Bokov A. A., Boltachev G. Sh., Volkov N. B., Zayats S. V., Ilyina A. M., Nozdrin A. A., Paranin S. N.* Modeling and optimization of uniaxial magnetic pulse compaction of nanopowders // Acta Mech. 2013. Vol. 224 (12). P. 3177-3195.
6. *Шнеерсон Г. А.* Поля и переходные процессы в аппаратуре сверхсильных токов. М: Энергоатомиздат, 1992. 413 с.
7. *Russkikh P. A., Boltachev G. Sh., Paranin S. N., Kebets A. V.* Simulating the conductor with a nonuniform resistance under high-pulsed magnetic fields // IEEE Trans. Plasma Sci. 2021. Vol. 49(9). P. 2463-2469.
8. *Русских П. А., Болтачев Г. Ш., Паранин С. Н.* Хрупкое разрушение проводника в сильном импульсном магнитном поле // ЖТФ. 2023. Т. 93. №5. С. 654-665.
9. *Русских П. А., Болтачев Г. Ш., Паранин С. Н.* Способы повышения предельного импульсного магнитного поля, вызывающего разрушение стального индуктора при многократном воздействии // Известия РАН. Серия физическая. 2023. Т. 87. № 11 С. 1534-1540.

ПОВЫШЕНИЕ АМПЛИТУДЫ ИМПУЛЬСНЫХ МАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ, ГЕНЕРИРУЕМЫХ БЕЗ РАЗРУШЕНИЯ СТАЛЬНОГО ИНДУКТОРА, ЗА СЧЕТ ПАРАМЕТРОВ РАЗРЯДНОГО КОНТУРА

П. А. Русских, Г. Ш. Болтачев
Институт электрофизики УрО РАН,
620216, Екатеринбург, ул. Амундсена, 106

В работе была теоретически исследована возможность повышения генерируемых магнитных полей в цилиндрическом проводнике за счёт включения в электрическую цепь резистора и катушки индуктивности. Было показано, что увеличение электрического сопротивления без изменения индуктивности в цепи позволяет увеличить генерируемые магнитные поля, достигаемые без разрушения по механизму малоцикловой усталости на 25 %.

Ключевые слова: диффузия магнитного поля, термомеханические напряжения, условие Мизеса

INCREASING THE AMPLITUDE OF PULSED MAGNETIC FIELDS GENERATED WITHOUT FAILURE OF THE STEEL INDUCTOR DUE TO THE PARAMETERS OF THE DISCHARGE CIRCUIT

P. A. Russkikh, G. Sh. Boltachev
Institute of Electrophysics UB RAS,
106 Amundsena St., 620216, Ekaterinburg

The possibility of increasing the generated magnetic fields in a cylindrical conductor by including a resistor and an inductance coil in the electric circuit has been theoretically investigated. It was shown that increasing the electrical resistance without changing the inductance in the circuit allows increasing the generated magnetic fields, achieved without failure by the mechanism of low-cycle fatigue by 25%.

Keywords: magnetic field diffusion; thermomechanical stress; von Mises yield criterion

Введение

Магнитно-импульсная обработка используется для решения широкого круга технологических задач [1]. Однако значительным ограничением метода является невысокий ресурс систем, генерирующих магнитные поля. Причина быстрого выхода из строя заключается в растрескивании рабочей поверхности концентратора магнитного потока или индуктора [2, 3]. Появление трещин вызвано сильными термомеханическими напряжениями, индуцируемыми быстрым омическим нагревом проводника. Разрушение стального материала, обладающего некоторым ресурсом пластичности, происходит по механизму малоцикловой усталости [4, 5]. Механизм запускается если в ходе первого импульса материал достигнет предела текучести как при нагреве, так и при последующем охлаждении [6]. При дальнейшем воздействии идентичных импульсов будет происходить быстрое накопление деформаций, что в итоге

© Русских П.А., Болтачев Г.Ш., 2025

неизбежно приведёт к разрушению материала. Поэтому в данной работе в качестве порогового поля, превышение которого будет приводить к разрушению материала мы будем использовать амплитуду поля B_{th}, при которой возникают пластические деформации на стадии остывания проводника.

Для увеличения стойкости проводника могут быть применены различные подходы [1, 6]. В частности создание в материале градиентного профиля удельного сопротивления [7-9], использование диамагнитного экрана с инерционным удержанием [10], оптимизация формы внешнего сигнала магнитного импульса $B_0(t)$ [7, 11] Настоящая работа направлена на изучение последнего из перечисленных подходов. Нами было проведено численное моделирование диффузии магнитного поля в стальной проводник с учётом температурных распределений и термомеханических напряжений. Используемая модель была подробно описана в [12]. Для представленного здесь исследования в модели было учтено, что проводник, а именно концентратор магнитного потока, помещённый в соленоид, является частью RLC-контура. Его параметры могут быть легко изменены, например подключением резистора или катушки индуктивности, что приведёт к повышению сопротивления и индуктивности соответственно. А это в свою очередь повлияет на сигнал на рабочей поверхности концентратора $B_0(t)$, и на пороговое магнитное поле B_{th} характеризующее стойкость проводника. Могут ли эти изменения увеличить пороговое поле было выяснено в этой работе.

Результаты

Результаты моделирования при двух различных зарядных напряжениях конденсаторной батареи 5,2 кВ (рис. 1а) и 10 кВ (рис. 1б) для индукции магнитного поля на внутренней поверхности концентратора были сопоставлены с сигналами, измеренными экспериментально на установке ИЭФ УрО РАН лаборатории прикладной электродинамики. Кривые показывают хорошее согласие для трёх полупериодов сигнала.

Индуктивность цепи L в зависимости от включенного в цепь сопротивления R изменялась по формуле:

$$L(R) = L_0 + \alpha \frac{L_0}{R_0}(R - R_0), \quad (1)$$

где L_0,R_0 – индуктивность и сопротивление цепи, которые соответствуют сигналам, хорошо воспроизводящим эксперимент (рис. 1), α – коэффициент пропорциональности. При $\alpha = 1$ сопротивление и индуктивность изменяются пропорционально. Варьируя индуктивность и сопротивление по формуле (1) были построены зависимости порогового поля B_{th} (рис. 2б) и соответствующее этому полю зарядное напряжение U_{th} (рис. 2а) от нормированного сопротивления. Из графика видно, что увеличение индуктивности является негативным фактором и наилучший результат, а именно увеличение амплитуды генерируемых магнитных полей, выдерживаемым материалом без разрушения, на 25 % достигается при увеличении сопротивления без изменения индуктивности ($\alpha = 0$). Это же увеличение приводит к наименьшему росту

зарядного напряжения, а значит требует меньшей ёмкости конденсаторной батареи.

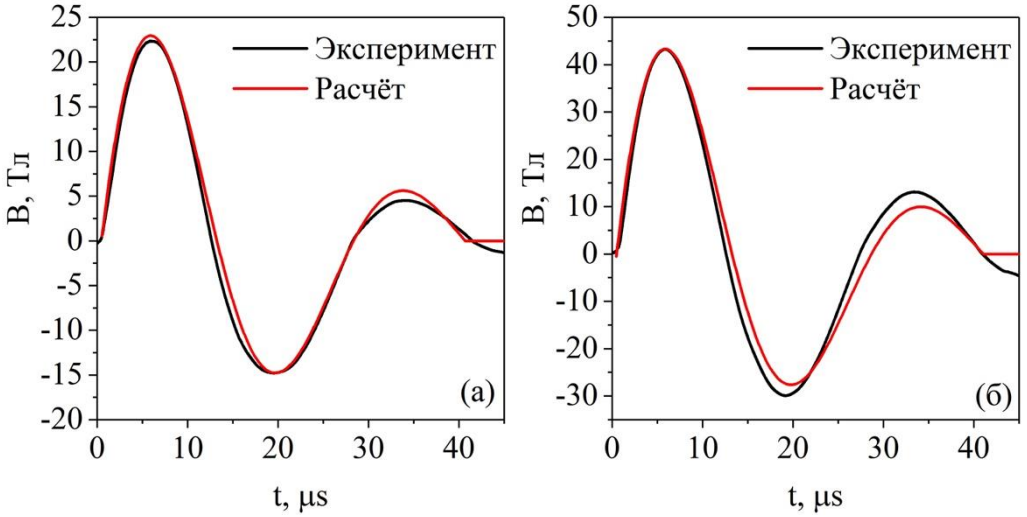


Рис. 1. Импульс магнитного поля на внутренней поверхности индуктора $r = R_1$ при 2 зарядных напряжениях: (а) – 5.2 кВ, (б) – 10 кВ.

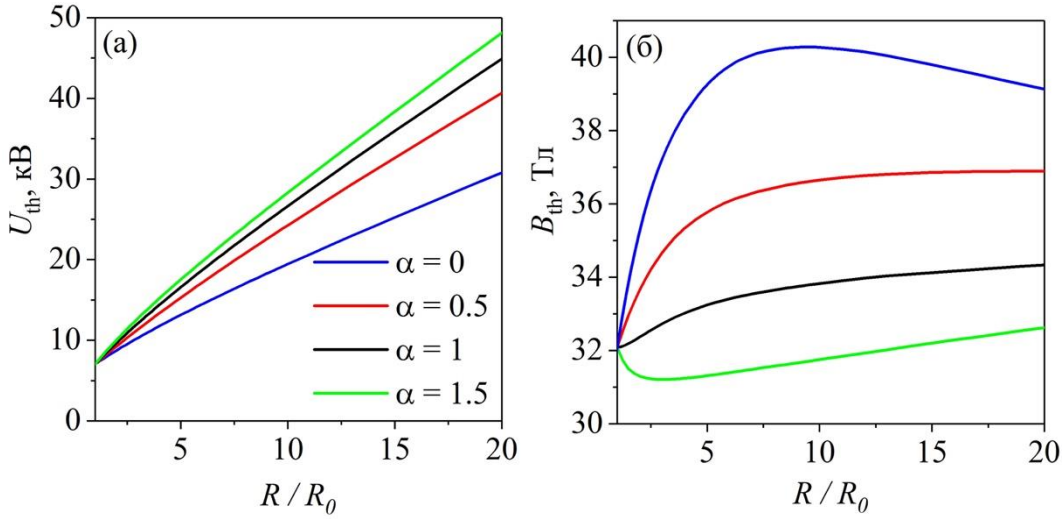


Рис. 2. Зависимость зарядного напряжения U_{th} и порогового поля B_{th} от нормированного сопротивления в цепи.

Заключение

В настоящей работе было показано, что включение в электрическую цепь резистора без изменения общей индуктивности цепи позволяет увеличивать генерируемые магнитные поля, достигаемые без разрушения материала по механизму малоцикловой усталости на 25 %.

Список литературы

1. *Русских П. А., Болтачев Г. Ш., Паранин С. Н.* Хрупкое разрушение проводника в сильном импульсном магнитном поле // ЖТФ. 2023. Т. 93. №5. С. 654-665.

2. *Spirin A. V., Boltachev G. Sh, Krutikov V. I. et al.* Surface modification of steel inductor as an attempt to enhance its durability in high pulsed magnetic fields // AIP Conf. Proc. 2019. V. 2174. No. 1. Art. No. 020163.
3. *Krivosheev S. I., Adamian Yu. E., Alekseev D. I., et. al.* The impact of local current density increase on conductor destruction // J. Phys. Conf. 2019. V. 1147. Art.No. 012033.
4. *Карпова И. М., Титков В. В.* Анализ деформационной стойкости проводниковых материалов в сильном импульсном магнитном поле // ЖТФ. 1994. Т. 64. №7. С. 137-147.
5. *Карпова И. М., Титков В. В.* Термоупругопластическая деформация в скин-слое импульсного соленоида и оценка ресурса проводниковых материалов в сильном магнитном поле // ЖТФ. 1995. Т. 65. №6. С. 54-63.
6. *Russkikh P. A., Boltachev G. S., Paranin S. N., et.al.* Simulating the conductor with a nonuniform resistance under high-pulsed magnetic fields // IEEE Trans. Plasma Sci. 2021. V. 49. No. 9. Art. No. 2463-2469.
7. *Karpova I. M., Semakhin A. N., Titkov V. V., et.al*. Analysis of methods of lowering heating of and thermal stresses in the coils in high magnetic fields. NYC: Nova science publishers, 1990, P. 209-215.
8. *Шнеерсон Г. А.* Поля и переходные процессы в аппаратуре сверхсильных токов. М.: Энергоатомиздат, 1992. 413 с.
9. *Spirin A. V., Zaytsev E. Y., Paranin S. N.* Study of resistivity distribution in modified surface steel // IEEE Trans. Magn. 2022. V. 58. No. 6. Art. No. 8401107.
10. *Shneerson G. A., Parfentiev A. A., Titkov V. V., Krivosheev S. I, Lagutkina A. D., Nemov A. S., Nenashev A. P., Shimansky S. A.* Conceptual model of a quasi-force-free magnet of small volume with inertial retention of its end part // Tech. Phys. Lett. 2021. V 47, P 573-576.
11. *Карпова И. М., Титков В. В.* Минимизация максимального локального нагрева проводника в импульсном электромагнитном поле при использовании слоистой проводящей среды // Электричество. 1999. Т. 12. № 55. С. 55-60.
12. *Русских П. А., Болтачев Г. Ш., Паранин С. Н.* Способы повышения предельного импульсного магнитного поля, вызывающего разрушение стального индуктора при многократном воздействии // Известия РАН. Серия физическая. 2023. Т. 87. № 11 С. 1534-1540.

НАДКРИТИЧЕСКАЯ ДИНАМИКА ОСРЕДНЕННЫХ ТЕРМОКОНВЕКТИВНЫХ СТРУКТУР В ВЕРТИКАЛЬНОМ ВРАЩАЮЩЕМСЯ СЛОЕ

К. Ю. Рысин, А. А. Вяткин, В. Г. Козлов
Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет,
Лаборатория вибрационной гидромеханики,
614000, Пермь, ул. Сибирская, 24

Исследована надкритическая динамика конвективных структур вибрационной природы. Показано, что формируемая вихревая система характеризуется регулярностью и включает в себя вихри как циклонической, так и антициклонической направленности. Обнаружено, что вся вихревая система демонстрирует медленный дрейф в антициклоническом направлении. Установлено, что снижение угловой скорости вращения полости приводит к увеличению размеров вихрей и нарушению порядка их структурной организации. Также проведен анализ зависимости скорости дрейфа вихрей от скорости вращения полости. Установлено, что уменьшение скорости вращения способствует возрастанию скорости дрейфа вихревых структур.

Ключевые слова: осредненная конвекция, термовибрационный механизм, вращение, плоский слой

SUPERCRITICAL DYNAMICS OF AVERAGED THERMOCONVECTIVE STRUCTURES IN A VERTICALLY ROTATING LAYER

K. Y. Rysin, A. A. Vjatkin, V. G. Kozlov
Perm State Humanitarian-Pedagogical University,
Laboratory of vibrational hydromechanics,
24 Sibirskaya St., 614000, Perm

The supercritical dynamics of vibrationally induced convective structures were investigated. It was shown that the resulting vortex system is characterized by regularity and includes vortices of both cyclonic and anticyclonic directions. It was found that the entire vortex system exhibits a slow drift in the anticyclonic direction. It was established that decreasing the angular velocity of the cavity's rotation leads to an increase in the size of the vortices and a disruption of their structural organization. An analysis of the dependence of the vortex drift speed on the cavity's rotation speed was also conducted. It was established that reducing the rotation speed contributes to an increase in the drift speed of the vortex structures.

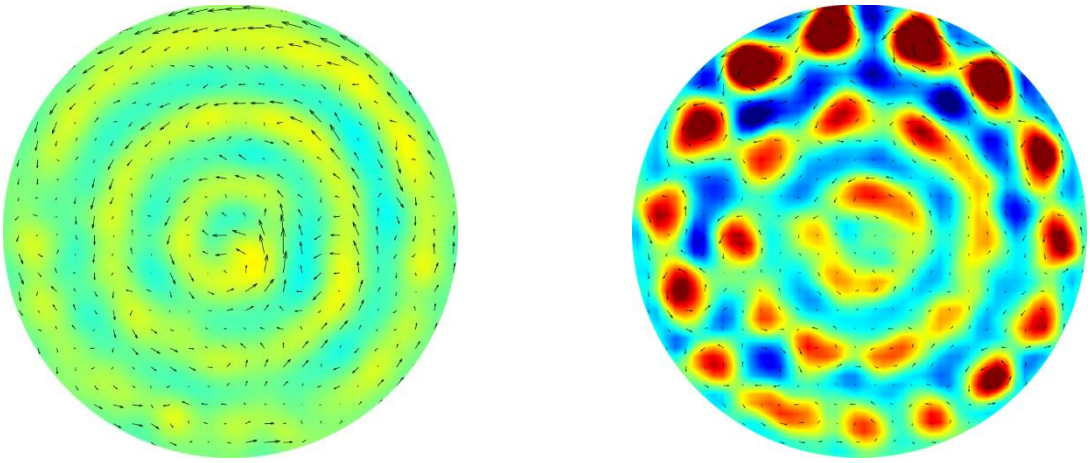
Keywords: averaged convection, thermovibrational mechanism, rotation, flat layer

Конвекция во вращающихся системах является важной и сложной проблемой. В таких системах, как атмосфера Земли или океаны, вращение планеты создает условия для формирования вихрей и потоков, которые влияют на распределение температуры и приводят к образованию циклонов и антициклонов [1]. Потоки и вихри во вращающейся системе, могут быть вызваны осцилляциями жидкости в результате воздействия внешнего силового поля [2].

© Рысин К.Ю., Вяткин А.А., Козлов В.Г., 2025

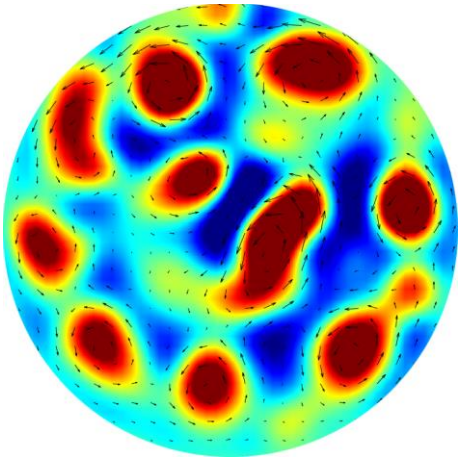
При этом проявляет себя вибрационный механизм конвекции [3], в основе которого лежат вызываемые внешним силовым полем колебания неизотермической жидкости. Сочетание осцилляций жидкости и вращения создает сложные динамические структуры [4].

В текущей работе экспериментально исследуется надкритическая динамика термовибрационных конвективных структур в вертикальном плоском слое жидкости, равномерно вращающемся вокруг горизонтальной оси. Слой ограничен боковой цилиндрической границей. Плоские границы слоя имеют различную температуру. В экспериментах использовалась методика визуализации поля скорости (PIV - Particle Image Velocimetry), позволяющая измерять компоненты скорости жидкости в сечении лазерного ножа (рис. 1). Изучалась эволюция осредненных конвективных структур с изменением скорости вращения слоя, при одновременно измерении теплового потока и разности температур границ слоя Θ.

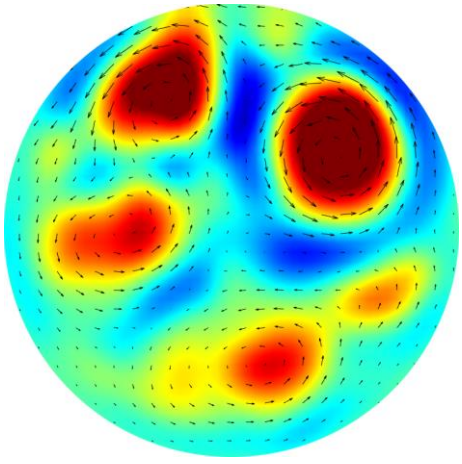


а) f_{rot}*=0.70 об/с*

б) f_{rot}*=0.40 об/с*



в) f_{rot}*=0.15 об/с*



г) f_{rot}*=0.10 об/с*

Рис. 1. Поля скорости и завихренности (показано цветом) в слое воды толщиной h=2.0 см и диаметром d=13.8 см, при разности температур границ Θ =6.1 °C и средней температуре $T_{ср}$*=42.1 °C между границами слоя.*

При уменьшении скорости вращения в слое усиливается влияние инерционных волн, что проявляется в виде развитых периодических концентрических валов (рис. 1*а*), предшествующих порогу термовибрационной конвекции. При этом теплоперенос через слой незначительно увеличивается. Дальнейшее снижение скорости вращения вызывает появление регулярных вихрей по всему сечению слоя (рис. 1*б*), что характеризует развитие вибрационной тепловой конвекции в слое. Вихри имеют форму столбчатых структур, обладающих одинаковым направлением вращения по всей толщине слоя. Интенсивность антициклонических вихрей (показаны красным цветом) значительно превосходит интенсивность циклонических. Они распределены в определенном порядке, причем вихри у внешней границы наиболее интенсивны. Вихри в центре слоя подчиняются той же зависимости, но имеют меньшую интенсивность. С уменьшением скорости вращения наблюдается увеличение размеров вихревых структур (рис. 1*в*), при этом вихри начинают перемещаться в плоскости слоя, претерпевая трансформации, исчезая и вновь образовываясь. При этом теплоперенос в слое заметно возрастает. При дальнейшем понижении скорости вращения формируется вихревая система, состоящая из нескольких крупных вихрей, каждый из которых вращается в антициклоническом направлении, при этом вся система совершает вращение в антициклоническом направлении (рис. 1*г*).

Изучен дрейф вихревых структур. Установлено, что понижение скорости вращения приводит к увеличению скорости дрейфа вихрей. Исследована зависимость средней по плоскости завихренности, а также теплопереноса от скорости вращения. Результаты исследований представлены в пространстве управляющих безразмерных параметров [4], модифицированного термовибрационного параметра и безразмерной скорости вращения.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства Просвещения РФ в рамках Государственного задания (Рег. номер 1023032300071-6-2.3.1).

Список литературы

1. *Boubnov, B. M., & Golitsyn, G. S.* Convection in Rotating Fluids. Springer, Dordrecht, 1995. P.232.
2. *Kozlov V.G, Rysin K.Y., Vjatkin A.A.* Thermal Vibrational Convection in a Rotating Plane Layer // Microgravity Sci. Technol. 2022. Vol. 34, 62. doi: 10.1007/s12217-022-09975-y.
3. *Gershuni, G.Z., Lyubimov, D.V.* Thermal vibrational convection. Wiley, N.Y., 1998. P.376.
4. *Kozlov, V.G.* Thermal vibrational convection in rotating cavities // Fluid Dyn. 2004. Vol. 39(1), P. 3–11.

СТРУЯ ВОДЫ В СОПЛЕ

Е. С. Садилов
Институт механики сплошных сред УрО РАН,
614013, Пермь, ул. Академика Королева, 1

Исследуется струя воды в сопле. Используется одномерное приближение. Сопло заполнено водой и воздухом. Вода и воздух считаются несжимаемыми. В сопло подается вода из входного отверстия. На входе скорость жидкости и объемная доля жидкости фиксированы. Скорость газа на входе равна нулю. Выходное отверстие сопла открыто. Используются три закона трения: два закона для ламинарного режима и один для турбулентного режима. Учитывается сила тяжести. Сопло наклонено под произвольным углом к горизонтали. Найдены аналитические решения для стационарного режима течения. Для ламинарного случая решение имеет неявный вид, а для турбулентного — явный вид. Изучаются условия применимости решения.

Ключевые слова: струя воды; одномерное приближение; двухфазная задача

WATER JET IN NOZZLE

E. S. Sadilov
Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS,
1 Academician Korolev St., 614013, Perm

The jet of water in the nozzle is investigated. A one-dimensional approximation is used. The nozzle filled with water and air. Water and air are considered incompressible. The nozzle is fed with water from the inlet. At the inlet, the fluid velocity and volume fraction of the fluid are fixed. The gas velocity at the inlet is zero. The nozzle exit is open. Three laws of friction are used: two laws for laminar regime and one for turbulent regime. Gravity is taken into account. The nozzle is inclined at an arbitrary angle to the horizontal. Analytical solutions for the stationary flow regime are found. For the laminar case, the solution has an implicit form, and for the turbulent case, the solution has an explicit form. The conditions for the applicability of the solution are studied.

Keywords: water jet; one-dimensional approximation; two-phase problem

Введение

Такие виды обработки поверхностей материалов, как гидроструйная и струйная гидроабразивная, широко используются на практике. Рассмотрим работы, посвящённые исследованию гидроструйной обработки. Мещеряков и др. [1] построили математическую модель формирования поверхностного слоя при струйной гидроабразивной обработке. Селезнев и др. [2] исследовали влияние гидроструйной обработки поверхности на прочность сцепления износостойких покрытий, нанесенных на металлорежущий инструмент из оксинитридной керамики. В работе [3] были оценены коэффициенты сопла для струи воды, используемой при очистке канализации.

© Садилов Е.С., 2025

Близкой по математическому и физическому смыслу проблемой является исследование течения двухфазной жидкости в трубе. Особенно это касается случая водопроводного крана. Это популярный тест для численных кодов, рассчитывающих потоки в трубах для инженерных приложений (атомные электростанции, транспортировка нефти и газа). Аналитическое решение для этого случая было найдено Цзоу и др. [4]. Численно эта задача исследовалась, например, в следующих работах [4-5].

Постановка задачи

Сопло в нашей ситуации представляет собой круглую трубу конечной длины. Труба наклонена и заполнена жидкостью (водой или водой с абразивным материалом) и газом (воздухом). Жидкость и газ стратифицированы. Жидкость находится в центре трубы, а газ — вблизи стенок трубы. Схематически эта ситуация показана на рис. 1. На входе фиксируем скорость жидкости и их объемную долю. Скорость газа на входе равна нулю. На выходе фиксируем давление. Жидкость и газ рассматриваются в несжимаемом приближении. Система уравнений в одномерном приближении имеет вид:

$$\frac{\partial \alpha_g}{\partial t} + \frac{\partial (\alpha_g u_g)}{\partial z} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \alpha_l}{\partial t} + \frac{\partial (\alpha_l u_l)}{\partial z} = 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \alpha_l}{\partial t} + \frac{\partial (\alpha_l u_l)}{\partial z} = 0, \quad (3)$$

$$\frac{\partial \alpha_l}{\partial t} + \frac{\partial (\alpha_l u_l)}{\partial z} = 0, \quad (4)$$

$$\frac{\partial \alpha_g}{\partial t} + \frac{\partial (\alpha_g u_g)}{\partial z} = 0. \quad (5)$$

Здесь индексы «g» и «l» относятся к газу и жидкости соответственно, α — объемная доля, u — скорость, p — давление, t — время, z — пространственная координата, g_z — z-компонента ускорения свободного падения, μ_g — коэффициент трения о стенки, f_i — сила вязкости на границе раздела фаз, выражение для которой рассматривается в виде:

$$\frac{\partial \alpha_g}{\partial t} + \frac{\partial (\alpha_g u_g)}{\partial z} = 0,$$

$$2)\ f_i = C\alpha_g \alpha_l (u_g - u_l),$$

$$3)\ f_i = \hat{C}\alpha_g \alpha_l |u_g - u_l| (u_g - u_l),$$

Видно, что рассматриваются как ламинарные, так и турбулентные движения. Коэффициенты μ_g, μ_i предполагаются постоянными.

Систему уравнений (1) - (5) необходимо дополнить граничными условиями:

$$z = 0: u_l = U_l, u_g = 0, \alpha_g = \alpha_g^{(0)}, \alpha_l = 1 - \alpha_g^{(0)}, \quad (6)$$

$$z = 0: u_l = U_l, u_g = 0, \alpha_g = \alpha_g^{(0)}, \alpha_l = 1 - \alpha_g^{(0)}. \quad (7)$$

Исследуется стационарный случай. Это означает, что пренебрегается производными по времени.

Аналитические решения

Были получены аналитические решения системы уравнений (1) - (5) и граничных условий (6) - (7).

Для первого закона трения решение в случае пренебрежения гравитацией имеет вид:

$$z = 0: u_l = U_l, u_g = 0, \alpha_g = \alpha_g^{(0)}, \alpha_l = 1 - \alpha_g^{(0)},$$

$$z = 0: u_l = U_l, u_g = 0, \alpha_g = \alpha_g^{(0)}, \alpha_l = 1 - \alpha_g^{(0)},$$

$$z = 0: u_l = U_l, u_g = 0, \alpha_g = \alpha_g^{(0)}, \alpha_l = 1 - \alpha_g^{(0)},$$

$$z = 0: u_l = U_l, u_g = 0, \alpha_g = \alpha_g^{(0)}, \alpha_l = 1 - \alpha_g^{(0)},$$

$$z = 0: u_l = U_l, u_g = 0, \alpha_g = \alpha_g^{(0)}, \alpha_l = 1 - \alpha_g^{(0)}.$$

Для второго закона трения решение имеет вид:

$$z = 0: u_l = U_l, u_g = 0, \alpha_g = \alpha_g^{(0)}, \alpha_l = 1 - \alpha_g^{(0)},$$

$$z = 0: u_l = U_l, u_g = 0, \alpha_g = \alpha_g^{(0)}, \alpha_l = 1 - \alpha_g^{(0)},$$

$$z = 0: u_l = U_l, u_g = 0, \alpha_g = \alpha_g^{(0)}, \alpha_l = 1 - \alpha_g^{(0)},$$

$$z = 0: u_l = U_l, u_g = 0, \alpha_g = \alpha_g^{(0)}, \alpha_l = 1 - \alpha_g^{(0)},$$

$$\alpha_g = 1 - \frac{\alpha_l^{(0)} U_l}{u_l},$$

где $B = \frac{(\rho_l - \rho_g) g_z}{c}$.

Для третьего закона трения решение имеет вид:

$$z = 0: u_l = U_l, u_g = 0, \alpha_g = \alpha_g^{(0)}, \alpha_l = 1 - \alpha_g^{(0)},$$

$$z = 0: u_l = U_l, u_g = 0, \alpha_g = \alpha_g^{(0)}, \alpha_l = 1 - \alpha_g^{(0)},$$

$$z = 0: u_l = U_l, u_g = 0, \alpha_g = \alpha_g^{(0)}, \alpha_l = 1 - \alpha_g^{(0)},$$

$$z = 0: u_l = U_l, u_g = 0, \alpha_g = \alpha_g^{(0)}, \alpha_l = 1 - \alpha_g^{(0)},$$

$$z = 0: u_l = U_l, u_g = 0, \alpha_g = \alpha_g^{(0)}, \alpha_l = 1 - \alpha_g^{(0)},$$

где $\hat{B} = \frac{(\rho_l - \rho_g) g_z}{\hat{C}}$, $F(z) = \sqrt{\left(U_l^2 - \hat{B}\right) \exp\left(-\frac{2\hat{C}z}{\rho_l}\right) + \hat{B}}$.

Все эти решения имеют смысл для $0 \le \alpha_l \le 1$, $0 \le \alpha_g \le 1$ ($u_l > \alpha_l^{(0)} U_l$).

Выводы

Получены аналитические решения для течения воды в сопле, содержащем воздух. Рассмотрены три случая трения: два для ламинарного и один для турбулентного. Для ламинарного случая решения находятся в неявном виде, а для турбулентного случая решение находится в явном виде. Для первого случая пренебрегается гравитацией не учитывается. Для двух других случаев гравитацией не пренебрегается. В отличие от аналитического решения, рассмотренного в статье [4], полученное здесь решение учитывает вязкость. Также рассматриваются произвольные углы наклона трубы (сопла).

Список литературы

1. *Мещеряков А.В., Шулепов А.П.* Математическая модель процесса формирования микрорельефа поверхности при струйной гидроабразивной обработке // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2016. Т. 15. №4. С. 235–242.
2. *Seleznev A., Smirnov A., Peretyagin P.* Rotational effect: The influence of hydrojet surface processing on the adhesive strength of wear-resistant coatings deposited on a metal-cutting tool of oxynitride ceramics // MATEC Web of Conferences. 2018. Vol. 224. 01066.
3. *Medan N.* Evaluation of Nozzle Coefficients for Water Jet Used in Sewer Cleaning // Hidraulica. 2016. No 3. P. 14–20.
4. *Zou, L., Zhao H., Zhang H.* New analytical solutions to the two-phase water faucet problem // Progress in Nuclear Energy. 2016. Vol. 91. P. 389–398.
5. *Wang, Zh., Gong J., Wu Ch.* Numerical simulation of one-dimensional two-phase flow using a pressure-based algorithm. // Numerical Heat Transfer, Part AProgress in Nuclear Energy. 2015. Vol. 68. P. 369–387.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ПАРЫ ПУЗЫРЬКОВ В УЗЛАХ УЛЬТРАЗВУКОВОЙ ВОЛНЫ

А. Д. Садовникова[a,b], М. О. Кучинский[a,b], К. А. Рыбкин[a,b],
Т. П. Любимова[a,b], В. А. Галишевский[a]
[a]Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614990, Пермь, ул. Букирева, 15
[b]Институт механики сплошных сред УрО РАН,
614013, Пермь, ул. Академика Королева, 1

В последние десятилетия экспериментальные исследования в области ультразвуковых технологий приобрели особую актуальность благодаря их потенциалу в различных промышленных приложениях. Исследование взаимодействия пузырьков, в том числе их коалесценции под действием акустического поля, является важной задачей, поскольку изменение поведения пары пузырьков, может значительно повлиять на эффективность ультразвукового воздействия на систему в целом. В связи с этим, в настоящей работе используются экспериментальные методы, позволяющие зарегистрировать динамику и взаимодействие пары пузырьков в жидкости под действием ультразвука.

Ключевые слова: ультразвук, сила Бьеркнеса, коалесценция

EXPERIMENTAL STUDY OF THE INTERACTION BETWEEN TWO BUBBLES IN THE NODES OF AN ULTRASONIC WAVE

A. D. Sadovnikova[a,b], M. O. Kuchinskiy[a,b], K. A. Rybkin[a,b],
T. P. Lyubimova[a,b], V. A. Galishevskiy[a]
[a]Perm State University,
15 Bukireva St., 614990, Perm
[b]Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS,
1 Academician Korolev St., 614013, Perm

In recent decades, experimental research in the field of ultrasound technologies has become particularly relevant due to their potential in various industrial applications. The study of the interaction of bubbles, including their coalescence under the influence of an acoustic field, is an important task, since changing the behavior of a pair of bubbles can significantly affect the effectiveness of ultrasonic exposure to the system as a whole. In this regard, experimental methods are used in this work to record the dynamics and interaction of a pair of bubbles in a liquid under the influence of ultrasound

Keywords: ultrasound, Bjerknes force, coalescence

Введение

На поведение включений (пузырьков газа, твердых частиц) в жидкости при ультразвуковом воздействии большое влияние оказывают гидродинамические силы, которые могут приводить к дрейфу и перераспределению пузырьков в объеме жидкости [1]. Гидродинамические силы, оказывающие такое воздействие

© Садовникова А.Д., Кучинский М.О., Рыбкин К.А., Любимова Т.П., Галишевский В.А., 2025

на систему, принято называть силами акустического излучения (ARF - Acoustic radiation force).

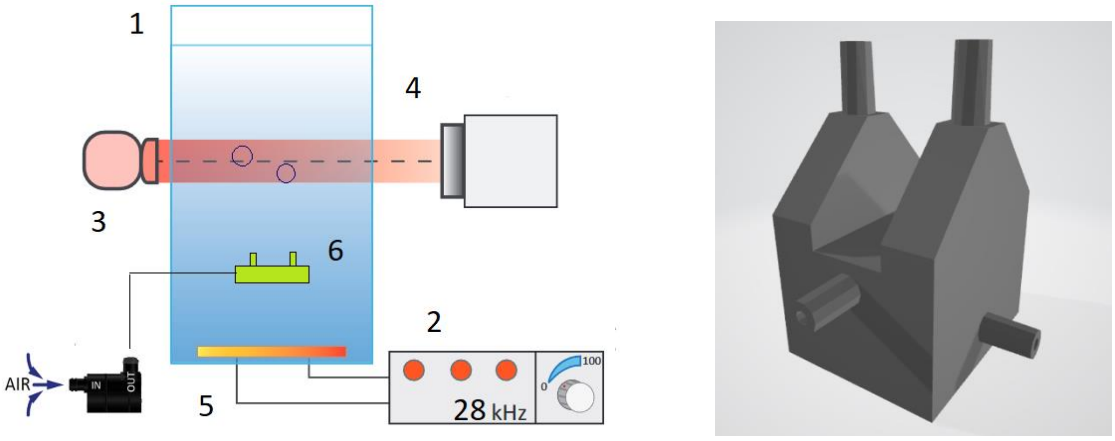
Силы акустического излучения разделяют на два типа: первичные силы, действие которых испытывают отдельные частицы, и вторичные силы, способствующие межчастичным взаимодействиям. В работе [2] отмечено, что первичные силы заставляют частицы мигрировать в акустическом поле или собираться в определенных областях, например, в пучностях давления (или узлах) стоячих звуковых волн, тогда как вторичные силы заставляют их притягивать или отталкивать друг друга, а иногда образовывать устойчивые кластеры [3].

Если в жидкости одновременно находятся пузырьки различного размера, то, в соответствии с теорией Бьеркнеса, первичная сила распределяет их по размерам таким образом, что более мелкие пузырьки накапливаются в пучностях ультразвуковой волны, а более крупные — в узлах [4]. Несмотря на большое количество теоретических работ, посвященных данной теме, обзор литературы показал, что комплексного экспериментального исследования взаимодействия двух пузырьков в узлах и пучностях стоячей волны не проводилось.

Целью данного исследования является изучение взаимодействия пары воздушных пузырьков, находящихся в узлах возникающей в жидкости стоячей ультразвуковой волны.

Описание экспериментальной установки и методики обработки результатов измерений

В экспериментах использовалась оргстеклянная кювета, имеющая форму параллелепипеда (рис. 1*а*) (1). В нижней части кюветы располагался 28 кГц источник УЗ (2). Эксперименты проводились в дистиллированной воде при нормальных условиях. Для регистрации взаимодействия пузырьков в жидкости использовались высокоскоростная камера Basler A504kc (4) и коллимированный источник контрового света (3).



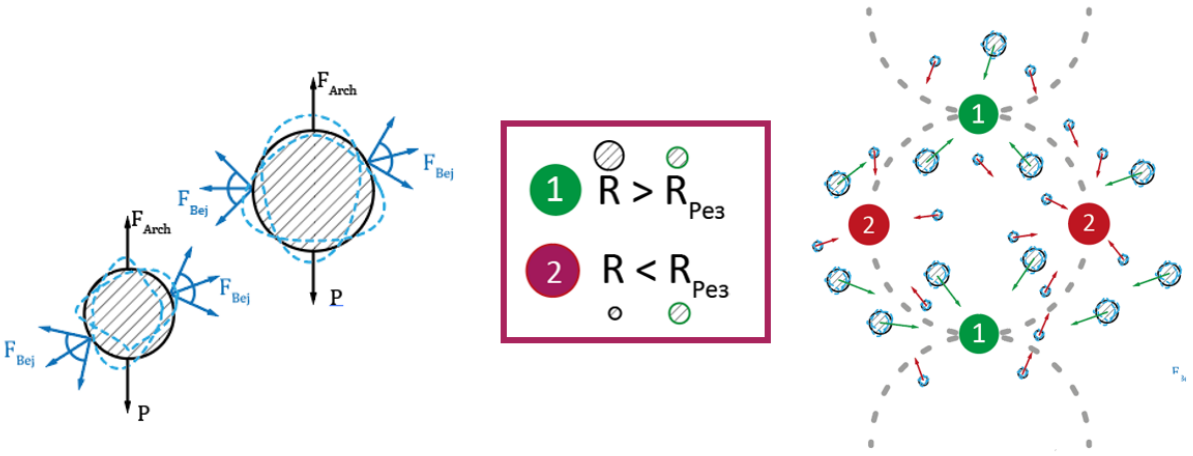
а) *б)*

Рис. 1. а) Схема экспериментальной установки; б) 3D модель используемого в эксперименте устройства для создания пузырьков

Пузырек диаметром около 1.5 мм создавался методом гидродинамической фокусировки (6), модель которой была разработана и изготовлена на фотополимерном 3D принтере в рамках исследования (рис. 1*б*). Модель, реализующая метод гидродинамической фокусировки, представляла из себя 2 соединенных между собой одинаковых канала, имевших выход к поршневому воздушному компрессору (5), обеспечивавшему равномерный поток воздуха. Такие условия эксперимента позволяли генерировать пузырьки одинакового размера с постоянной частотой их возникновения.

Результаты предварительных экспериментов

Резонансный размер пузырька воздуха в дистиллированной воде на частоте вынужденных колебаний 28 кГц, составляет $R_{рез}$ = 0.12 мм. В связи с этим, эффекты инерционной кавитации, наблюдаемые с пузырьками резонансного размера, в данной работе не рассматриваются.



а) *б)*

Рис. 2. а) Схема взаимодействия двух пузырьков в жидкости под действием силы Бьеркнеса; б) Распределение пузырьков в узлы и пучности стоячей ультразвуковой волны по отношению к резонансному размеру

Результаты предварительных экспериментов с применением вышеописанной установки показали, что генерируемые пузырьки группируются в узлах ультразвуковой волны, так как имеют размеры больше резонансного (рис. 2*б*). Далее они образуют неустойчивые кластеры, которые распадаются (в случае, если сила Бьеркнеса оказывается отталкивающей) (рис. 2*а*). Притягивающая же сила Бьеркнеса приводит к коалесценции пузырьков с последующим всплытием образовавшегося крупного пузырька под действием силы Архимеда.

Полученные экспериментальные результаты удовлетворяют существующим теоретическим расчетам о взаимодействии двух пузырьков одинакового размера. В дальнейшем планируется экспериментальное исследование параметров, приводящих к слиянию пузырьков и их

отталкиванию, а также регистрация данного процесса с использованием высокоскоростной камеры.

Исследование выполнено при поддержке из средств гранта Российского научного фонда (грант № 24-11-00269).

Список литературы

1. *Bjerknes V.* Die Kraftfelder. – F. Vieweg, 1909. – Т. 28.
2. *Crum L. A.* Bjerknes forces on bubbles in a stationary sound field //The Journal of the Acoustical Society of America. – 1975. – Т. 57. – №. 6. – С. 1363-1370.
3. *Jiao J. et al.* Experimental and theoretical analysis of secondary Bjerknes forces between two bubbles in a standing wave //Ultrasonics. – 2015. – Т. 58. – С. 35-42.
4. *Yoshida K., Fujikawa T., Watanabe Y.* Experimental investigation on reversal of secondary Bjerknes force between two bubbles in ultrasonic standing wave //The Journal of the Acoustical Society of America. – 2011. – Т. 130. – №. 1. – С. 135-144.

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ СТРУКТУРЫ ЗВУКОВОГО ПОЛЯ И РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ИНТЕНСИВНОСТИ ЗВУКА В РАБОЧЕЙ КАМЕРЕ СОНОХИМИЧЕСКОГО РЕАКТОРА

И. О. Сбоев[a], К. А. Рыбкин[b], М. О. Кучинский[b,c], Т. П. Любимова[c]
[a]АО «ОДК-Авиадвигатель»,
614990, Пермь, Комсомольский пр., 93
[b]Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614990, Пермь, ул. Букирева, 15
[c]Институт механики сплошных сред УрО РАН,
614013, Пермь, ул. Академика Королева, 1

Одним из направлений в области исследования физико-химических процессов, происходящих в рабочей камере сонохимического реактора, и их интенсификации является определение роли акустической кавитации, появление которой обусловлено неоднородностью акустического давления в камере. Известно, что кавитация способна приводить к деградации (разрушению) поверхностей различных объектов и материалов, находящихся в области ее действия. Как правило, процесс кавитации характеризуется кавитационной активностью, которую часто связывают с распределением акустического давления и расположением кавитационных зон в жидкости. В настоящей работе численно исследуется структура звукового поля внутри цилиндрической и прямоугольной камеры сонохимического реактора, заполненной рабочей жидкостью с заданными физико-химическими свойствами. Изучается стационарное распределение акустического давления $p_t(x,z)$, звукового давления $L_p(x,z)$ и интенсивности звуковой волны $I(x,z)$, создаваемой круглым излучателем с диаметром 88 мм и рабочей частотой 28,2 кГц, в центральном сечении камеры.

Ключевые слова: акустическая кавитация; численное моделирование; поле звукового давления; интенсивность звука

NUMERICAL STUDY OF SOUND FIELD STRUCTURE AND SOUND INTENSITY DISTRIBUTION IN SONOCHEMICAL REACTOR CHAMBER

I. O. Sboev[a], K. A. Rybkin[b], M. O. Kuchinskiy[b,c], T. P. Lyubimova[c]
[a]UEC-Aviadvigatel,
93 Komsomolsky Pr., 614990, Perm,
[b]Perm State University,
15 Bukireva St., 614990, Perm
[c]Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS,
1 Academician Korolev St., 614013, Perm

One of the areas of study of physicochemical processes occurring in the sonochemical reactor chamber and their intensification is the study of the role of acoustic cavitation. Cavitation is usually caused by non-uniformity of acoustic pressure distribution in the chamber. Cavitation can lead to degradation (destruction) of surfaces of various objects and materials in its coverage area. As a rule, the cavitation process is characterized by cavitation activity, which is often associated with the distribution of acoustic pressure and

© Сбоев И.О., Рыбкин К.А., Кучинский М.О., Любимова Т.П., 2025

the location of cavitation zones in the fluid. The structure of the sound field inside the cylindrical and rectangular chamber of a sonochemical reactor filled with a fluid with constant physicochemical properties is investigated. The stationary distribution of sound pressure $L_p(x,z)$ and sound wave intensity $I(x,z)$, which is created by vibrations of a round emitter with a diameter of 88 mm and a frequency of 28.2 kHz, in the central section of the chamber, is studied.

Keywords: acoustic cavitation; numerical simulation; sound pressure field; sound intensity

Распространение высокочастотных звуковых колебаний (ультразвука) в жидкости, заполняющих, например, рабочую камеру сонохимического реактора, способно приводить к перераспределению давления внутри камеры. Под действием ультразвука в жидкости происходит последовательность процессов расширения, сжатия и коллапса воздушных пузырьков, называемая акустической кавитацией [1,2]. Как правило, условием возникновения кавитации считается достижение определенной амплитуды акустического давления или порога кавитации [3,4]. При этом в жидкостях в результате нарушения сплошности образуются так называемые кавитационные зоны, которые оказываются заполнены парогазовыми пузырьками.

Результаты работ, посвященных исследованию кавитации, находят применение в задачах проектирования камер сонохимических реакторов, а также позволяют оценить вклад кавитационных эффектов в процессы синтеза, экстракции и разделения различных веществ [5-7]. В свою очередь характер распределения акустического давления и расположения кавитационных зон определяется многими факторами: внешними условиями, геометрией камеры сонохимического реактора, физико-химическими свойствами жидкости, наличием различных примесей и твердых частиц, а также конфигурацией, расположением и рабочей частотой источника ультразвука.

При экспериментальном исследовании кавитационных явлений одной из важнейших и трудоемких задач является разработка и усовершенствование методов визуализации акустических полей в кавитационных зонах. Так, наблюдение и систематическое изучение механизмов образования таких зон зачастую требует больших затрат и создания особых условий для минимизации влияния измерительного оборудования и внешних факторов на параметры исследуемой среды.

Наиболее эффективным подходом к исследованию распределения акустического давления при различных условиях является численное моделирование [8].

Табл. 1. Конфигурация цилиндрической расчетной области из работы [9] и общее количество элементов расчетной сетки

R, мм	40			60		
H, мм	80	94	107	80	94	107
N, 10^4	4,146	4,583	4,939	7,199	8,155	9,039

В настоящей работе с применением численного моделирования исследуется структура стационарного звукового поля внутри полости в форме прямого цилиндра [9] и прямоугольного параллелепипеда [10]. Для расчета поля звукового давления в цилиндрической полости используется как осесимметричная, так и трехмерная постановка. В прямоугольной полости расчеты поля звукового давления выполняются только в трехмерной постановке.

Геометрия цилиндрической расчетной области характеризуется двумя параметрами: радиусом R и высотой H. Значения параметров R и H, представленные в табл. 1, соответствуют параметрам полости из работы [9].

Геометрия прямоугольной расчетной области характеризуется тремя параметрами: длиной L, глубиной D и высотой H. Параметры прямоугольной расчетной области приведены в табл. 2.

Табл. 2. Конфигурация прямоугольной расчетной области и общее количество элементов расчетной сетки

L, мм	120	120	110
D, мм	120	120	116
H, мм	80	107	140
N, 10^5	1,272	1,508	1,653

Численное решение волнового уравнения Гельмгольца (1) в частотной области выполняется методом конечных элементов на основе численной модели, описанной в работе [11]:

$$\nabla \cdot \left(-\frac{1}{\rho} (\nabla p_t) \right) - \frac{\omega^2}{\rho c^2} p_t = 0 \qquad (1)$$

где ρ– плотность рабочей жидкости (кг/м^3), c - скорость звука в жидкости (м/с). Предполагается, что полное акустическое давление p_t в воде изменяется линейно с угловой частотой $\omega = 2\pi f$, где f – линейная частота колебаний поверхности мембраны, равная 28,2 кГц [9].

Звуковые волны в жидкости генерируются поверхностью круглой мембраны радиусом $r = 44$ мм и толщиной $h = 1$ мм, которая контактирует с основанием полости. Предполагается, что амплитуда колебаний поверхности мембраны A не превышает величины $A = 0{,}005$ *c/f*. В данной работе не учитывается затухание звуковых волн, вызванное рассеянием и поглощением, а также обусловленное возникновением кавитационных пузырьков газа, термовязкими процессами в жидкости [12]. Представленные в работе результаты численного моделирования записаны в терминах интенсивности звука I и уровня звукового давления L_p, рассчитанного на основе среднеквадратичного акустического давления p_{rms}.

Для расчета распределения интенсивности звука $I(r)$ используется распределение амплитуды звукового давления $p(r)$. Интенсивность звука определяется с помощью уравнения [8]:

$$I(r) = \frac{p^2(x, y, z)}{2\rho c}$$

где ρ – плотность рабочей жидкости, c – скорость звука в жидкости.
Для вычисления звукового давления L_p использовалось следующее соотношение:

$$L_p = 20\, log\left(\frac{p_{rms}}{p_{ref}}\right)$$

где p_{ref} – опорное давление, принятое равным $1{,}0 \cdot 10^5$ Па. Давление p_{ref} рассматривалось в качестве нулевого уровня на шкале звукового давления.
На границах полости и мембраны были заданы следующие граничные условия:

1) верхняя стенка полости ($Z = 140$ мм) задается открытой и является границей раздела «вода-воздух», на которой выполняется следующе условие:

$$p_t = p_0$$

Это условие, обозначенное как «Sound Soft Boundary», соответствует сдвигу фазы звуковой волны на 180° при идеальном отражении от стенки.

2) дно полости ($Z = 0$), часть границы вне области мембраны) и боковые стенки ($X = \pm 55$ мм, $Y = \pm 58$ мм) выполняют роль границ, которые характеризуются акустическим импедансом:

$$\frac{1}{\rho}\frac{\partial p_t}{\partial \vec{n}} = -\frac{i\omega}{Z_1} p_t$$

Это условие, обозначенное как «Impedance», подразумевает, что отражение от боковой и нижней стенок полости происходит как от границы раздела «вода-оргстекло», для которой акустический импеданс $Z_1 = \rho_1 c_1$, где $\rho_1 = 1{,}2 \cdot 10^3$ кг/м^3 (плотность оргстекла), $c_1 = 2{,}7 \cdot 10^3$ м/с (скорость звука в оргстекле).

3) поверхность контакта мембраны с жидкостью ($Z = 0$) совершает гармонические колебания с линейной скоростью $u = A\omega$, где A – наибольшее смещение поверхности мембраны [9]. На боковой границе мембраны ($X^2 + Z^2 = r^2$) выполняется следующее условие:

$$\frac{\partial p_t}{\partial \vec{n}} = 0$$

где $\vec{n}$ – вектор нормали к поверхности.

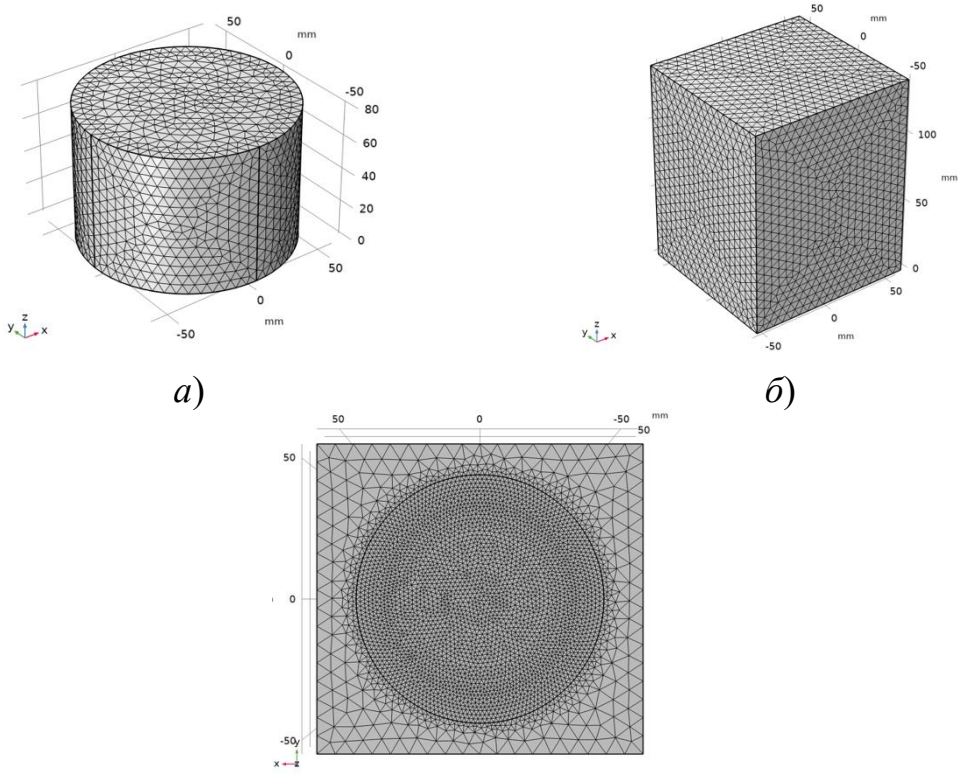
При заданном условии, обозначенном как «Sound Hard Boundary», коэффициент отражения на границе предполагается равным единице (полное

отражение), что соответствует бесконечному импедансу на стенке. Это условие также означает, что нормальная производная полного акустического давления равна нулю на границе.

Для численного моделирования используется неструктурированная расчетная сетка с элементами в виде треугольников (в осесимметричной двухмерной постановке) и тетраэдров (в трехмерной постановке) (рис. 1). Параметрическое исследование влияния размера элементов расчетной сетки на сходимость решения выполняется для цилиндрической полости с параметрами, приведенными в табл. 1, в осесимметричной и трехмерной постановке. Максимальный размер элемента сетки Δ_{max} определяется исходя из количества элементов сетки на длину волны λ:

$$\Delta_{max} = \frac{\lambda}{n} = \frac{c}{f \cdot n}$$

На основе тестовых расчетов определено наиболее оптимальное значение $n = 8$, которое соответствует $\Delta_{max} = 6{,}7$ мм. Минимальный размер элемента сетки при этом составляет $\Delta_{min} = 0{,}164$ мм. Для цилиндрической и прямоугольной полости общее количество элементов расчетной сетки N при выбранных значениях n, Δ_{max} и Δ_{min} принимает одно из значений, приведенных в табл. 1, 2.

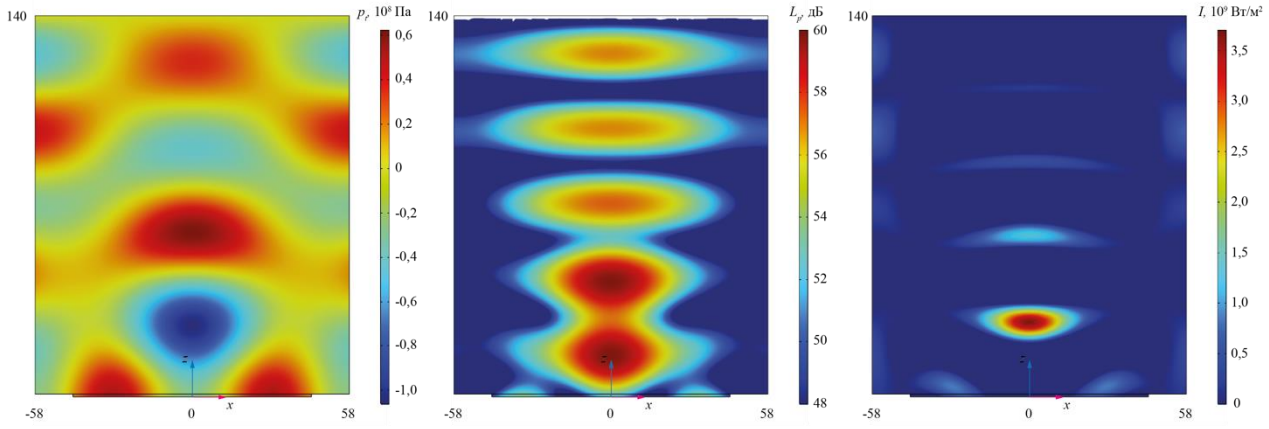


а) *б*)

в)

Рис. 1. Пример неструктурированной расчетной сетки с элементами в виде тетраэдров: а) цилиндрическая полость ($N = 7{,}199 \cdot 10^4$); б) прямоугольная полость ($N = 1{,}653 \cdot 10^5$); в) распределение узлов сетки на поверхности мембраны

В настоящей работе исследована структура установившегося звукового поля в центральном сечении камеры реактора ($Y = 0$) при рабочей частоте излучателя $f = 28{,}2$ кГц. Рассмотрено распределение акустического давления $p_t(x,z)$ (рис. 2*а*), звукового давления $L_p(x,z)$ (рис. 2*б*) и интенсивности звука $I(x,z)$ (рис. 2*в*) в прямоугольной рабочей области. Диапазон изменения для каждой характеристики звукового поля показан цветовой шкалой.



а) *б*) *в*)

Рис. 2. Распределение характеристик установившегося звукового поля в прямоугольной расчетной области 110×116×140 мм³, создаваемое круглым излучателем с частотой f = 28,2 кГц: а) акустическое давление $p_t(x,z)$; б) звуковое давление $L_p(x,z)$;в) интенсивность звука $I(x,z)$

При выбранной частоте проведено качественное сравнение распределения звукового давления $L_p(x,z)$, создаваемого источником частотой $f = 28{,}2$ кГц, с результатами работы [9]. Стационарное распределение звукового давления $L_p(x,z)$ над излучателем представляет собой чередование зон областей высокого и низкого давления, распределенных симметрично относительно акустической оси излучателя. Максимум звукового давления $L_{p,max}$ наблюдается в двух зонах, расположенных вблизи поверхности излучателя, в то время как наибольшая интенсивность I_{max} достигается в области минимального акустического давления $p_{t,min}$. Распределение интенсивности в жидкости при этом также представляет собой чередование областей с высокой и низкой интенсивностью.

В рамках настоящей работы рассмотрено влияние геометрии камеры реактора на распределение звукового давления в жидкости. Кроме того, проведено качественное сравнение результатов расчетов, полученных для цилиндрической и прямоугольной расчетной области с другими линейными размерами, с результатами исследований других авторов.

Список литературы

1. *Ashokkumar M., Lee J., Kentish S., Grieser F.* Bubbles in an acoustic field: an overview // Ultrasonics sonochemistry. 2007. Vol. 14 (4). P. 470–475.
2. *Ashokkumar M.* The characterization of acoustic cavitation bubbles – an overview // Ultrasonics sonochemistry. 2011. Vol. 18 (4). P. 864–872.
3. *Yasui K*. Acoustic Cavitation and Bubble Dynamics: Springer International Publishing: Cham, 2018.
4. *Nguyen T. T., Asakura Y., Koda S., Yasuda K.* Dependence of cavitation, chemical effect, and mechanical effect thresholds on ultrasonic frequency // Ultrasonics sonochemistry. 2017. Vol. 39. P. 301–306.
5. *Leong T., Johansson L., Juliano P., McArthur S. L., Manasseh R.* Ultrasonic separation of particulate fluids in small and large scale systems: a review // Industrial & Engineering Chemistry Research. 2013. Vol. 52 (47). P. 16555–16576.
6. *Trujillo F. J., Juliano P., Barbosa-Cánovas G., Knoerzer K.* Separation of suspensions and emulsions via ultrasonic standing waves – a review // Ultrasonics sonochemistry. 2014. Vol. 21 (6). P. 2151–2164.
7. *Luo X., Gong H., Yin H., He Z., He L.* Optimization of acoustic parameters for ultrasonic separation of emulsions with different physical properties // Ultrasonics Sonochemistry. 2020. Vol. 68. P. 105221.
8. *Klíma J., Frias-Ferrer A., González-García J., Ludvík J., Saez V., Iniesta J.* Optimisation of 20 kHz sonoreactor geometry on the basis of numerical simulation of local ultrasonic intensity and qualitative comparison with experimental results // Ultrasonics sonochemistry. 2007. Vol. 14 (1). P. 19–28.
9. *Servant G., Laborde J. L., Hita A., Caltagirone J. P., Gérard A.* Spatio-temporal dynamics of cavitation bubble clouds in a low frequency reactor: comparison between theoretical and experimental results // Ultrasonics sonochemistry. 2001. Vol. 8 (3). P. 163–174.
10. *Lyubimova T., Rybkin K., Fattalov O., Kuchinskiy M., Filippov L.* Experimental study of temporal dynamics of cavitation bubbles selectively attached to the solid surfaces of different hydrophobicity under the action of ultrasound // Ultrasonics. 2021. Vol. 117. P. 106516.
11. *Sboev I., Lyubimova T., Rybkin K., Kuchinskiy M.* A numerical investigation of the effect of boundary conditions on acoustic pressure distribution in a sonochemical reactor chamber // Fluid Dynamics & Materials Processing. 2024. Vol. 20 (6).
12. *Kaltenbacher M.* Computational Acoustics: Springer International Publishing: Cham, 2018.

МОДЕЛИРОВАНИЕ КОНВЕКТИВНОЙ ПОЛИМЕРАЗНОЙ ЦЕПНОЙ РЕАКЦИИ НА ОСНОВЕ ЭЙЛЕРОВА МЕТОДА ДЛЯ МНОГОФАЗНЫХ СРЕД

Р. Р. Сираев, С. С. Власов
Пермский национальный исследовательский политехнический университет,
614990, Пермь, Комсомольский проспект, 29

Актуальность темы обусловлена бурным развитием методик реакции ПЦР. В работах по моделированию конвективной ПЦР, как правило, предполагается, что растворы ДНК проявляют свойства истинных растворов и используется однофазный подход. В то же время возможны ситуации, когда молекулы раствора могут вести себя как отдельная дисперсная фаза. В этом случае их поведение может быть описано только в рамках многофазной модели жидкой среды. В настоящей работе на основе эйлеровой модели многофазных сред разработаны математическая и численная модели конвективной ПЦР. Такой подход позволяет получить универсальный метод для описания растворов высокомолекулярных соединений, обладающих дуализмом свойств, ведущих себя в одних ситуациях как истинные растворы, а в других как дисперсные системы.

Ключевые слова: конвективный ПЦР; раствор ДНК; моделирование многофазных течений

NUMERICAL SIMULATION OF CONVECTIVE POLYMERASE CHAIN REACTION USING THE EULER MULTIPHASE MODEL

R. R. Siraev, S. S. Vlasov
Perm National Research Polytechnic University,
29 Komsomolsky Pr., 614990, Perm

The relevance of the topic is due to the rapid development of PCR reaction methods. In works on modeling convective PCR, as a rule, it is assumed that DNA solutions exhibit the properties of true solutions and a single-phase approach is used. At the same time, situations are possible when DNA can behave as a separate dispersed phase. In this case, their behavior can only be described within the framework of a multiphase model of a liquid medium. In this work, a mathematical and numerical model of convective PCR is developed based on the Euler model of multiphase media.

Keywords: convective PCR; DNA solution; multiphase flow modelling

ПЦР представляет собой многократное избирательное копировании определённого участка нуклеиновой кислоты ДНК при помощи ферментов в искусственных условиях (in vitro). При этом происходит копирование только того участка, который удовлетворяет заданным условиям. В отличие от амплификации ДНК в живых организмах (репликации), с помощью ПЦР амплифицируются относительно короткие участки ДНК, не более 3000 пар оснований.

Обычно при проведении ПЦР выполняется 20-35 циклов, каждый из которых состоит из трёх стадий. На первой стадии плавления (денатурации)

© Сираев Р.Р., Власов С.С., 2025

двуцепочечную ДНК-матрицу нагревают до 94-96°С (на 0.5-2 минуты), чтобы цепи ДНК разошлись. На второй стадии отжига температуру понижают до 50-60°С, чтобы праймеры могли связаться с одноцепочечной матрицей. Рекомендуемое время стадии отжига – 30 секунд. На третьей стадии элонгации ДНК-полимераза реплицирует матричную цепь, используя праймер в качестве затравки. Температура элонгации зависит от полимеразы; часто используемые полимеразы наиболее активны при 72 °С. Время элонгации зависит как от типа ДНК-полимеразы, так и от длины амплифицируемого фрагмента. Обычно время элонгации принимают равным одной минуте на каждую тысячу пар оснований.

Количество специфического продукта реакции (ограниченного праймерами) теоретически возрастает пропорционально $2^n - 2n$, где n – число циклов реакции. На последних циклах реакции рост замедляется, это называют «эффектом плато».

С начала 2000-х разрабатывается и коммерциализируется технология конвективной ПЦР (Convective PCR, CPCR) на основе естественной конвекции [1-5]. Выяснилось, что эта технология позволяет ускорить проведение реакции ПЦР, уменьшить масштабы амплификаторов до размеров микрореактора. Это позволяет разрабатывать портативные установки для оперативного проведения ПЦР за пределами лабораторий. Важным методом развития данной технологии является численное моделирование. Математические модели для анализа CPCR традиционно предполагают, что раствор ДНК является истинным раствором. Поэтому за основу берется гомогенная модель, в которой молекулы ДНК и растворитель движутся одинаково, как одна фаза, и соответственно описываются одним уравнением Навье-Стокса; модель дополняется уравнением конвекции-диффузии-реакции для описания концентраций полей молекул на трех стадиях реакции ПЦР.

Такой подход, несмотря на определенные успехи, имеет и некоторые недостатки. Раствор молекул ДНК обладает дуализмом свойств. Обычно он проявляет свойства истинных растворов, но иногда может вести себя как дисперсная среда. Можно привести примеры ситуаций, при котором возможна сепарация молекул ДНК от растворителя: вращение раствора в неподвижном сосуде, действие электрического поля и т.п. Традиционно используемая при моделировании реакции ПЦР гомогенная модель либо не подходит для описания таких ситуаций, либо требует значительного усложнения.

Задачей настоящей работы является разработка и апробация математической и численной моделей конвективной ПЦР на основе двухфазной модели жидкой среды. Физические модели многофазных потоков были разработаны с использованием двух различных подходов. В рамках эйлерова подхода все фазы формально рассматриваются как взаимопроникающие континуумы. Другим распространенным подходом к описанию многофазных потоков является метод Лагранжа, который основан на анализе траекторий частиц. В рамках этого подхода жидкая фаза рассматривается как непрерывная и для нее решаются уравнения Навье-Стокса, а движение дисперсной фазы частиц получается путем интегрирования уравнения движения отдельных частиц вдоль их траекторий.

В настоящей работе для описания раствора молекул ДНК и реакции конвективного ПЦР реализован эйлеров подход.

Рассмотрим реакцию ПЦР в прямоугольной области высотой 6 мм и шириной 2 мм. Разбавленная смесь ПЦР заполняет канал. Правая и левая границы канала поддерживаются при температурах 95°C и 55°C соответственно. Верхняя и нижняя границы теплоизолированы. Градиент температуры создает разницу в плотности жидкости, которая приводит к тепловой конвекции. Исследуем пространственно-временные изменения концентраций одноцепочечных (ssDNA), двухцепочечных (dsDNA) и отожженных праймерами (aDNA) компонентов ДНК, представляющих три различные дисперсные фазы, между которыми идет реакция ПЦР.

Движение и тепломассобмен смеси описываются уравнениями:

$$\frac{\partial}{\partial t}(w_\alpha \rho_\alpha U_\alpha) + \nabla \cdot \left(w_\alpha (\rho_\alpha U_\alpha \otimes U_\alpha)\right) = -w_\alpha \nabla p_\alpha + \nabla \cdot (w_\alpha \tau_\alpha) + S_{M\alpha} + M_\alpha ;$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(w_\alpha \rho_\alpha) + \nabla \cdot (w_\alpha \rho_\alpha U_\alpha) = S_{MS\alpha} ;$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(w_\alpha \rho_\alpha e_{\alpha,\mathrm{tot}}\right) + \nabla \cdot \left(w_\alpha \rho_\alpha U_\alpha e_{\alpha,\mathrm{tot}}\right) = \nabla \cdot (w_\alpha \lambda_\alpha \nabla T_\alpha) + w_\alpha \tau_\alpha : \nabla U_\alpha, \qquad (1)$$

где $\tau = \mu\left(\nabla U + (\nabla U)^T - \frac{2}{3}\delta \ \ \nabla \cdot U\right)$ – тензор напряжений; $w_\alpha, \rho_\alpha, \mu_\alpha, e_\alpha, T_\alpha$– объемная доля, плотность, вязкость, внутренняя энергия и температура фазы α; $S_{M\alpha}, S_{MS\alpha}$ – источники импульса и вещества фазы α; M_α – описывает межфазные силы, действующие на фазу α из-за присутствия других фаз. Здесь подчеркнем, что в отличие от истинных растворов, где содержание растворенного вещества описывается молярной концентрацией, для многофазной среды содержание фазы описывается объемной долей w_α.

В модели, описываемой уравнениями (1) предполагается несжимаемость жидкости, отсутствие внутреннего тепловыделения, отсутствие передачи импульса, связанного с межфазным массопереносом. Для описания переноса массы между фазами используется источниковое слагаемое в правой части второго уравнения системы (1).

Генерация и расход компонент ДНК в результате температурно-зависимых химических реакций происходит циклически в три стадии: денатурации $dsDNA \rightarrow 2ssDNA$ при температуре T_d = 95°C, отжига $ssDNA \rightarrow aDNA$ при температуре T_a = 55°C и элонгации $aDNA \rightarrow eDNA$ при температуре T_e = 72°C.

Для соответствующих коэффициентов скоростей реакций справедливы соотношения [2]:

$$k_a = 5.564[c^{-1}]\, exp\left(-(T - T_a)^2/(2 \cdot (1[K])^2)\right)$$

$$k_d = 5.564[c^{-1}]\, exp\left(-\frac{(T - T_d)}{2} \cdot (1[K])^2\right);$$

$$k_a = 5.564[c^{-1}]\, exp\left(-\frac{(T-T_a)}{2}\cdot(1[K])^2\right);$$

$$k_e = 5.564[c^{-1}]\, exp(-(T-T_e)/2\cdot(2[K])^2).,\qquad (2)$$

В большинстве CFD-пакетов$k_e = 5.564[c^{-1}]\, exp\left(-(T-T_e)^2/(2\cdot(2[K])^2)\right)$ реакции между частицами не предусмотрены. В настоящей работе реакцию между частицами предложено описывать как простой массообмен между ними. Для этого во второе уравнение системы (1) добавлены следующие источники массы:

$$S_{ssDNA} = \rho_0(w_{dsDNA}k_d - w_{ssDNA}k_a)$$

$$S_{dsDNA} = \rho_0(2w_{aDNA}k_e - w_{dsDNA}k_d);$$

$$S_{ssDNA} = \rho_0(w_{dsDNA}k_d - w_{ssDNA}k_a);$$

$$S_{aDNA} = \rho_0(w_{ssDNA}k_a - w_{aDNA}k_e).\qquad (3)$$

$$S_{aDNA} = \rho_0(w_{ssDNA}k_a - w_{aDNA}k_e)$$

Задача решалась численно в пакете ANSYS CFX в двумерной постановке. При расчете полей молекул ДНК учитывались сила сопротивления на основе модели Shiller-Naumann и сила плавучести. Теплообмен частиц и растворителя определялся по модели Ranz-Marshall. В начальный момент раствор неподвижен, поле молекул ДНК однородное, объемные доли $w_{dsDNA} = 0.001$, $w_{ssDNA} = 0$, $w_{aDNA} = 0$. Частицы имели сферическую форму с диаметром 0.1 мкм и плотностью $\rho_0 = 997$ кг/м^3. В качестве растворителя выступала вода при 25°C.

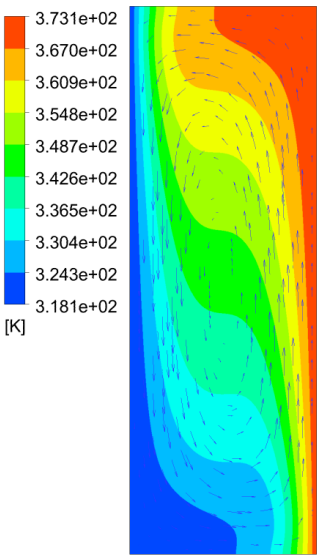
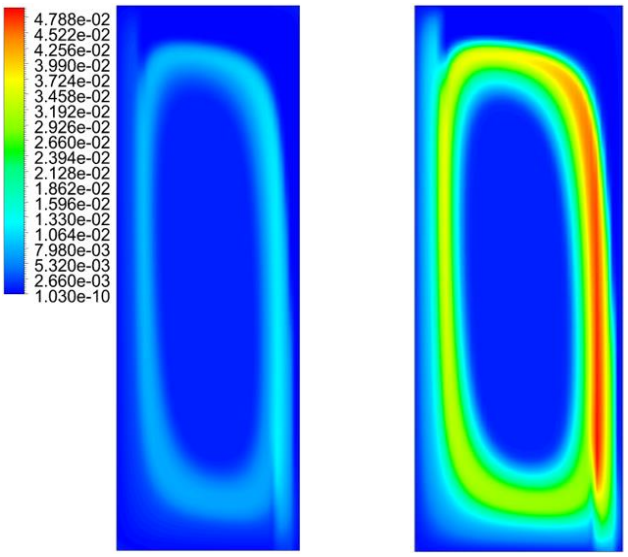


Рис. 1. Поля температуры (изолинии) и скорости



а) б)

Рис. 2. Объемная доля молекул dsDNA при t = 75 с (слева) и t = 120 с (справа)

Вследствие малых размеров области в первые же секунды эволюции поля скорости и температуры быстро устанавливается к стационарным значениям (Рис. 1). В результате реакции ПЦР содержание молекул ДНК растет (Рис.2). На Рис. 3 показана зависимость от времени общей по области объемной доли молекул dsDNA, ssDNA и aDNA. Графики имеют форму экспонент, это находится в соответствии с тем, что реакция ПЦР предполагает удвоение числа молекул на каждом цикле.

Все результаты согласуются с данными работы [2], где рассчитывалась реакция ПЦР в реакторе такой же формы и размеров в рамках гомогенной модели. Таким образом, можно считать, что предложенная в настоящей работе модель описания реакции ПЦР на основе эйлерова подхода для многофазных сред успешно справилась с тестовой задачей. В дальнейшем предполагается применить методику для анализа ситуаций, в которых вследствие дуализма свойств растворов молекул гомогенные модели оказываются неработоспособными: вращение раствора, влияние электрических полей и т.п.

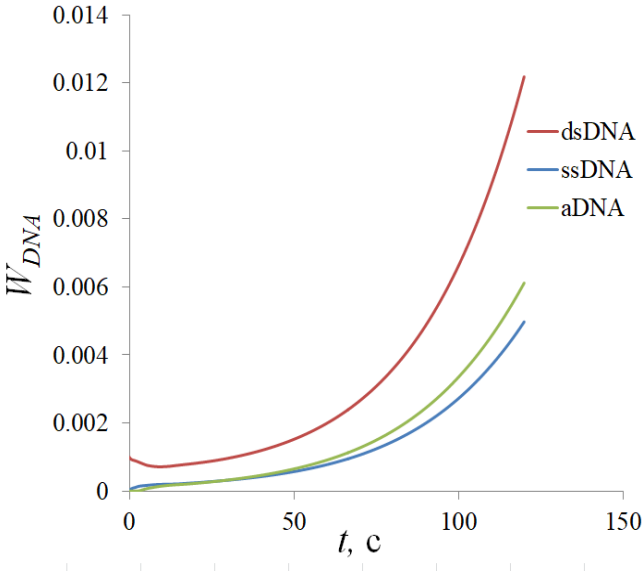


Рис. 3. Эволюция интегральной по области объемной доли молекул

Список литературы

1. *Miao G., Zhang L. et al.* Free convective PCR: From principle study to commercial applications – A critical review // Anal. Chim. Acta. 2020. Vol. 1108. P. 177–197.
2. *Yariv E., Ben-Dov G., Dorfman K. D.* Polymerase chain reaction in natural convection systems: A convection-diffusion-reaction model // Europhys. Letters. 2005. Vol. 75. No. 6. P. 1008-1014.
3. *Xue H.* Thermal analysis and design of natural convection PCR chip // J. Eng. Thermophys. 2005. Vol. 26. P. 140-142.
4. *Allen J. W., Kenward M., Dorfman K. D.* Coupled flow and reaction during natural convection PCR // Microfluid. Nanofluidics. 2009. Vol. 6. P. 121-130.
5. *Shu J. I., Baysal O., Qian S., X. Qiu X., Wang F.* Performance of convective polymerase chain reaction by doubling time // Int. J. Heat Mass Tran. 2019. Vol. 133. P. 1230-1239.

ВОЗНИКНОВЕНИЕ КОНВЕКЦИИ МАРАНГОНИ В БИНАРНОЙ СМЕСИ ПРИ МОДУЛЯЦИИ ГРАДИЕНТА ТЕМПЕРАТУРЫ НА ПОДЛОЖКЕ

Б. Л. Смородин
Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614990, Пермь, ул. Букирева, 15

Проанализировано возникновение длинноволновой неустойчивости Марангони и определены характеристики критических возмущений для тонкой пленки бинарной смеси при модуляции температурного поля. При наличии постоянной составляющей градиента температуры квазипериодическая неустойчивость смесей с отрицательным параметром разделения может быть подавлена при низких частотах модуляции. В смесях с положительным параметром разделения пороги неустойчивости синхронных возмущений слабо меняются с изменением частоты модуляции.

Ключевые слова: бинарная смесь; конвекция Марангони; модуляция теплопотока

THE ONSET OF MARANGONI CONVECTION IN A BINARY MIXTURE UNDER MODULATION OF TEMPERATURE GRADIENT ON THE SUBSTRATE

B. L. Smorodin
Perm State University,
15 Bukireva St., 614990, Perm

The onset of the long-wave Marangoni instability is analyzed and the characteristics of critical disturbances are determined for a thin film of a binary mixture under temperature field modulation. In the presence of a constant component of the temperature gradient, the quasi-periodic instability of mixtures with a negative separation ratio can be suppressed at low modulation frequencies. In a mixture with a positive separation parameter, the instability thresholds of synchronous disturbances change slightly with a change in the modulation frequency.

Keywords: binary mixture; Marangoni convection; heat flux modulation

Рассмотрим конвективную неустойчивость Марангони в тонкой пленке жидкостной бинарной смеси, ограниченной свободной деформируемой поверхностью и твердой подложкой, тепловой поток на которой изменяется по гармоническому закону $q_t = Q_0 + Q_1\cos(2\,\Omega t)$). Теплопоток на верхней границе фиксирован $q_b = Q_0$. Горизонтальные границы пленки непроницаемы для примеси. В бинарной смеси эффект термодиффузии вызывает перераспределение концентрации примеси и, как следствие, изменение поверхностного натяжения:

$$\sigma = \sigma_0(\bar{T}, \bar{C}\,) - \sigma_T(T - \bar{T}) + \sigma_C(C - \bar{C}), \qquad (1)$$

© Смородин Б.Л., 2025

где $\bar{T}, \bar{C}$–средние значения температуры и массовой концентрации, σ_T– температурный, а σ_C– концентрационный коэффициенты поверхностного натяжения. Коэффициент $\sigma_T > 0$, а знак σ_C может быть разным: для органических примесей $\sigma_C < 0$, для растворов соли в воде $\sigma_C > 0$ [1].

Используем в качестве масштабов длины – *H,* времени –H^2/χ, скорости – H/χ, температуры – $Q_0 H/\lambda$, концентрации – $Q_0 H\,\sigma_T/\sigma_C\lambda$, давления –$\rho\chi\nu/H^2$ (χ –температуропроводность, λ– теплопроводность, ρ –плотность, ν – кинематическая вязкость жидкости).

Для малых возмущений вертикальной скорости, температуры, концентрации и деформации свободной поверхности в виде $(w, \theta,\ \xi,\ \zeta \sim \exp(ikx))$ запишем систему эволюции амплитуд и граничных условий:

$$\frac{1}{\mathrm{P}}\frac{\partial(D^2-k^2)w}{\partial t} = (D^2 - k^2)^2 w, D = d/dz,$$

$$\frac{\partial\theta}{\partial t} + w\left(DT_{eq}\right) = (D^2 - k^2)\theta,$$

$$\frac{\partial\xi}{\partial t} + w\left(DC_{eq}\right) = \mathrm{Le}(D^2 - k^2)(\xi + \psi\theta),$$

$$z = 0: w = \frac{\partial\zeta}{\partial t},\ D\theta = -\zeta\cdot D^2 T_{eq},\ \ D\xi = -\zeta\cdot D^2 C_{eq}, \qquad (2)$$

$$D^2 w + k^2 w = \mathrm{Ma}k^2\ \left(\theta - \xi + \zeta\cdot D\left(T_{eq} - C_{eq}\right)\right),$$

$$\frac{1}{\mathrm{P}}\frac{\partial Dw}{\partial t} - (D^3 w - 3k^2 Dw) - \mathrm{Ga}k^2\zeta - \mathrm{Ca}k^4\zeta = 0,$$

$$C_{eq}(t,z) = A\psi\left(\frac{1}{2} - z\right) + a\left(\frac{\psi}{2(\gamma^2-\alpha^2)}\left[\frac{\gamma\,\mathrm{ch}(\gamma z)}{\mathrm{sh}\gamma} - \frac{\alpha\,\mathrm{ch}(\alpha z)}{\mathrm{sh}\alpha}\right]e^{2i\omega t} + \text{с. с.}\right),$$

$$T_{eq}(t,z) = Az + a\left(\frac{\mathrm{ch}(\alpha z)}{2\alpha\ \mathrm{sh}\alpha}e^{2i\omega t} + \text{с. с.}\right),$$

$$\alpha = \sqrt{2i\omega}, \gamma = \sqrt{2i\omega/Le},$$

$$z = 1: w = 0, Dw = 0, D\theta = 0, D\xi = 0\ ,$$

C_{eq} и T_{eq} – распределения концентрации и температуры примеси в бинарной смеси в состоянии механического равновесия.

Система (2) содержит параметры: $\mathrm{Ma} = \sigma_T\Theta\mathrm{H}/\rho\nu\chi$ – число Марангони, $\mathrm{Ga} = g\mathrm{H}^3/\nu\chi$ –число Галилея, $\mathrm{C}a = \sigma_0\mathrm{H}/\rho\nu\chi$ – капиллярное число, $\mathrm{P} = \nu/\chi$ – число Прандтля, $\mathrm{Le} = \mathrm{D}/\chi$ – число Льюиса, $\psi = S_T\sigma_C/\sigma_T$ –параметр разделения смеси, безразмерная частота $\omega = \Omega H^2/\chi$ (D – коэффициент диффузии и S_T – параметр термодиффузии примеси); $A = Q_0/\lambda$, $a = Q_1/Q_0$ – амплитуда модуляции теплового потока. Для смесей вода-спирт величина и знак параметра разделения ψ зависит от концентрации, например: $\psi = 0{,}06\ (\bar{C} = 0.3), \psi = -0{,}41\ (\bar{C} = 0.2)$ [1].

В длинноволновом пределе ($k \to 0$) в первом порядке разложения по малому параметру k получено кубическое уравнение для инкремента возмущений λ_1, анализ которого показал, что для отрицательных значений параметра разделения ($\psi < 0$) реализуется квазипериодическая неустойчивость: $\lambda_1 = I\omega_1$, $\omega_1 \neq \omega$. Зависимости порогов длинноволновой неустойчивости от параметра разделения представлены на рис.1а. Области неустойчивости – выше кривых. При отрицательных значениях ψ и модуляции теплопотока около ненулевого среднего (A=1, a=1) понижение частоты приводит к повышению границы квазипериодической неустойчивости (штриховая линия).

Для положительных значений параметра разделения ($\psi > 0$) реализуется неустойчивость, связанная с синхронными возмущениями, а число Марангони определяется решением уравнения:

$$a(S_1(1+\psi) - S_2)Ma^2 + A\left(\frac{Ga}{72}\left(1+\psi(1+Le^{-1})\right) + \psi + 1\right)Ma - \frac{2}{3}Ga = 0\,,$$

где функции $S_i(\mathrm{Pr}, \mathrm{Le}, \omega, \psi)$, $i = 1{,}2$ не приводятся из-за громоздкой записи. Зависимость границы неустойчивости синхронной моды от частоты очень слабая (на рис. 1а сдвиг сплошной линии не виден).

Изменение теплопотока с нулевым средним (A=0, a=1) приводит к тому, что, как в однородной жидкости [2], неустойчивость возможна только внутри некоторых интервалов частот. Минимальное значение параметра $Ma^*_{Ga} = Ma(2Ga/3)^{-1/2}$ и соответствующая критическая частота ω^* в зависимости от параметра разделения и числа Льюиса представлены на рис.1 б.

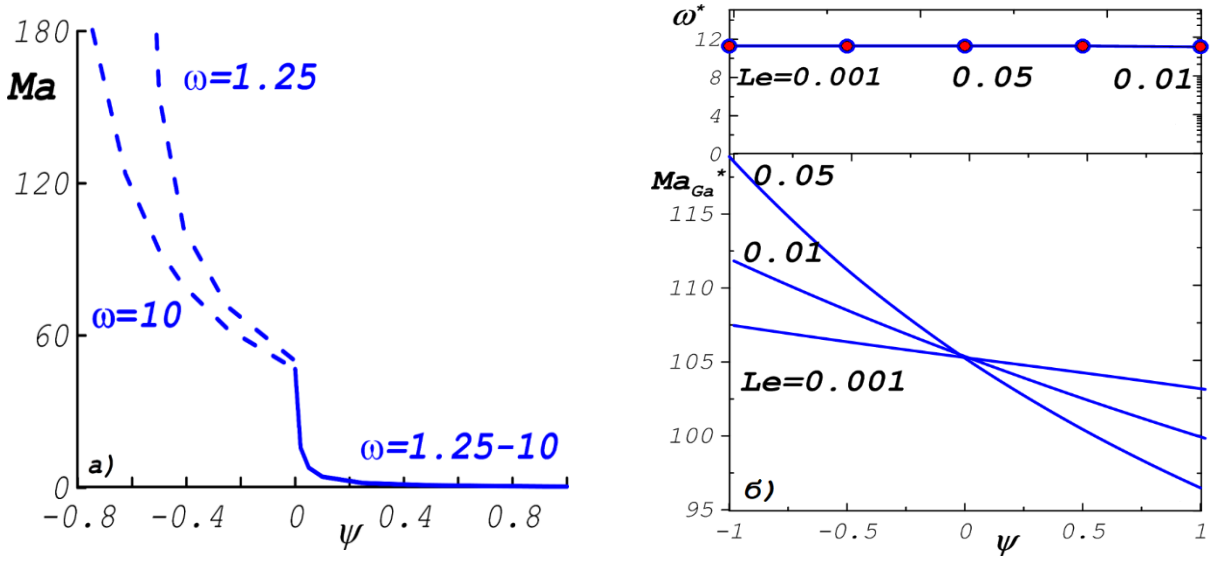


Рис. 1. а) Зависимости критического числа Марангони от параметра разделения, A=1, a=1, Le=0.01, Ga=2700; б) зависимости критических числа Марангони и частоты от параметра разделения, A=0, a=1; P=7

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-21-00344, https://rscf.ru/project/23-21-00344/.

Список литературы

1. *Podolny A.,Oron A., Nepomnyashchy A. A.* Long-wave Marangoni instability in a binary liquid layer on a thick solid substrate // *Phys. Rev. E.* 2007. Vol. 76. 026309.
2. *Smorodin B. L., Mikishev A. B., Nepomnyashchy A. A., Myznikova B. I.* Thermocapillary instability of a liquid layer under heat flux modulation // *Physics of fluids.* 2009. Vol. 21. 062102.

ИЗУЧЕНИЕ МЕХАНИЗМА ЛОКАЛИЗАЦИИ ПЛАСТИЧЕСКОГО ТЕЧЕНИЯ ПРИ РАЗЛИЧНЫХ ВИДАХ НАГРУЖЕНИЯ КАК РЕЗУЛЬТАТА САМООРГАНИЗОВАННОГО ПОВЕДЕНИЯ АНСАМБЛЕЙ ДЕФЕКТОВ

М. А. Соковиков[a], М. Ю. Симонов[b], В. В. Чудинов[a], В. А. Оборин[a],
С. В. Уваров[a], А. Н. Балахнин[a], О. Б. Наймарк[a]
[a]Институт механики сплошных сред УрО РАН,
614013, Пермь, ул. Академика Королева, 1
[b]Пермский национальный
исследовательский политехнический университет,
614990, Пермь, Комсомольский пр., 29

Изучались температурные поля в динамически нагруженных образцах, которые не подтверждают представления о механизме локализации деформации, связанном с термопластической неустойчивостью. Осуществлены динамические испытания образцов на разрезном стержне Гопкинсона-Кольского с применением высокоскоростной фотокамеры Photron FASTCAM SA-Z 2100K и DIC технологии. Экспериментально определены поля сдвиговых деформаций и ширина области локализации. Структурные исследования, результаты численного моделирования, проведенного с учетом кинетики микродефектов в материале позволяют предполагать, что механизм локализации пластической деформации для исследованных материалов при реализованных условиях нагружения обусловлен процессами в дефектной структуре материалов.

Ключевые слова: динамическое нагружение, локализация пластической деформации, инфракрасное сканирование, DIC технология, численное моделирование, структурные исследования

STUDY OF MECHANISMS OF PLASTIC FLOW LOCALIZATION UNDER DIFFERENT TYPES OF LOADING AS A RESULT OF SELFSIMILAR BEHAVIOR OF DEFECT ENSEMBLES

M. A. Sokovikov[a], M. Yu. Simonov[b], V. V. Chudinov[a], V. A. Oborin[a],
S. V. Uvarov[a], A. N. Balakhnin[a], O. B. Naimark[a]
[a]Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS,
1 Academician Korolev St., 614013, Perm
[b]Perm National Research Polytechnic University,
29 Komsomolsky Pr., 614990, Perm

The paper studies temperature fields in dynamically loaded specimens, which do not lend support to the ideas that the mechanism of strain localization is associated with thermoplastic instability. Dynamic tests of specimens on a split Hopkinson-pressure bar were carried out using a Photron FASTCAM SA-Z 2100K high-speed camera and DIC technology. The shear strain fields and the width of the strain localization region are experimentally determined. Structural studies, and the results of numerical simulation carried out with account of kinetics of microdefects in the material, suggest that the mechanism of plastic strain localization for the examined materials under the specified

© Соковиков М.А., Симонов М.Ю., Чудинов В.В., Оборин В.А., Уваров С.В., Балахнин А.Н., Наймарк О.Б., 2025

loading conditions is determined by the processes occurring in the defect structure of materials.

Keywords: dynamic loading, plastic shear localization, infrared thermography, DIC technology, numerical simulation, structural studies

В данном исследовании изучается один из механизмов локализации пластической деформации обусловленный структурными переходами в ансамблях дефектов мезоуровня при различных видах нагружения [1].

Проводилось исследование механизма локализации пластического сдвига при динамическом нагружении на установке Гопкинсона – Кольского образцов из алюминиевых сплавов, обеспечивающих реализацию преимущественного сдвига [2], образцов, в которых реализуется динамическое кручение, а также скошенных цилиндрических образцов [3] и при пробивании. Температурные поля в реализованных процессах высокоскоростного деформирования исследовались «in-situ» с использованием высокоскоростной инфракрасной камеры CEDIP Silver 450M [4-15]. Измеренная температура в зоне локализации не подтверждает традиционные представления о механизме локализации деформации, обусловленном термопластической неустойчивость для исследуемых материалов и реализованных режимах нагружения.

Осуществлены динамические испытания образцов на разрезном стержне Гопкинсона-Кольского с применением высокоскоростной фотокамеры Photron FASTCAM SA-Z 2100K и DIC технологии. Определены поля деформаций и размеры областей сдвига.

Данные экспериментальных исследований, изучение структуры деформированных образцов, а также данные численного моделирования [4-15], проведенного с учетом особенностей кинетики накопления микродефектов в материале позволяют предполагать, что один из механизмов локализации пластической деформации для исследованных материалов и реализованных условий нагружения обусловлен скачкообразными процессами в дефектной структуре материалов.

Исследование выполнено при поддержке гранта Российского научного фонда (проект №21-79-30041).

Список литературы

1. *Наймарк О.Б.* Коллективные свойства ансамблей дефектов и некоторые нелинейные проблемы пластичности и разрушения // Физическая мезомеханика. 2003, Т. 6**,** № 4, С. 45-72.
2. *Bagus Budiwantoro, Muhammad A. Kariem, Burhan Febrinawarta* The Influence of Shear Angles on the Split Hopkinson Shear Bar Testing // International Journal of Impact Engineering. 2022, V. 149, 1- 16.
3. *Gianfranco D'Anna and Franco Nori* Critical Dynamics of Burst Instabilities in the Portevin-Le Châtelier Effect // Physical Review Letters. 2000, Vol. 85, №19, P. 4096 – 4099.
4. *Соковиков М.А., Билалов Д.А., Чудинов В.В., Уваров С.В., Плехов О.А., Терехина А.И., Наймарк О.Б.* Неравновесные переходы в ансамблях дефектов при динамической локализации пластической деформации // Письма в Журнал технической физики.2014, Т. 40, Вып. 23, С. 82 -88.

5. *Билалов Д.А., Соковиков М.А., Чудинов В.В., Оборин В.А., Баяндин Ю.В., Терёхина А.И., Наймарк О.Б.* Исследование локализации пластического сдвига в алюминиевых сплавах при динамическом нагружении // Вычислительная механика сплошных сред.2015, Т. 8, №3, С. 319-328.
6. *Билалов Д.А., Соковиков М.А., Чудинов В.В.* Многомасштабные механизмы локализации пластической деформации при пробивании преград // Деформация и разрушение материалов.2017, № 5, С. 43-47
7. *Билалов Д.А., Соковиков М.А., Чудинов В.В., Оборин В.А., Баяндин Ю.В., Терёхина А.И., Наймарк О.Б.* Численное моделирование и экспериментальное исследование локализации пластической деформации при динамическом нагружении образцов в условиях близких к чистому сдвигу // Вычислительная механика сплошных сред. 2017, Т. 10, № 1, С. 103-112.
8. *Соковиков М.А., Чудинов В.В., Оборин В.А., Уваров С.В., Наймарк О.Б.* Изучение механизма разрушения сплавов локализованным сдвигом при динамическом нагружении // Вычислительная механика сплошных сред. 2019, Т. 12, № 3, С. 301-312.
9. *Билалов Д.А., Соковиков М.А., Баяндин Ю.В., Чудинов В.В., Оборин В.А., Наймарк О.Б.* Описание эффекта падения прочности сплава АМг6 с ростом температуры при динамическом нагружении // Вестник ПНИПУ. Механика. 2019, № 5, С. 5-14.
10. *Sokovikov M.A., Uvarov S.V., Simonov M.Yu., Oborin V.A., Chudinov V.V., Naimark O.B.* The study of mechanical and microstructural aspects of localized shear fracture in metals under dynamic loading // Science Direct Procedia Structural Integrity. 2019, V.18, С. 262-267.
11. *Соковиков М.А., Симонов М.Ю., Билалов Д.А., Ю.Н. Симонов Ю.Н., Наймарк О.Б.* Локализация пластической деформации в сплаве АМг6 при динамическом нагружении // Физическая мезомеханика. 2020, Т. 23, № 2, С. 45–57.
12. *Соковиков М.А., Симонов М.Ю., Оборин В.А, Чудинов В.В., Уваров С.В., Наймарк О.Б.* Изучение разрушения локализованным сдвигом сплава амг6 при статическом и динамическом нагружении // Вычислительная механика сплошных сред. 2021, Т. 14, № 3, С. 300-311.
13. *Соковиков М.А., Оборин В.А., Чудинов В.В., Уваров С.В., Наймарк О.Б.* Экспериментальное исследование локализации пластической деформации в сплаве АМг6 при различных видах динамического воздействия // Вестник ПНИПУ. Механика. 2021, №3, С. 154-162.
14. *Sokovikov M., Uvarov S., Simonov M., Oborin V., Chudinov V., Naimark O.* Plastic strain localization mechanism in AlMg alloys as a result of jumpwise processes in the defect structure of materials // Procedia Structural Integrity. 2023. Vol. 47. P. 693–697.
15. *Соковиков М.А., Симонов М.Ю., Чудинов В.В., Уваров С.В., Оборин В.А., Наймарк О.Б.* Экспериментальное и теоретическое исследование структурных механизмов и эффектов локализации пластической деформации в сплаве АМг6 при динамическом нагружении // Вестник ПНИПУ. Механика. 2023. № 4. С. 110–120.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕРМОКОНЦЕНТРАЦИОННОЙ КОНВЕКЦИИ В ГАЗОВЫХ СМЕСЯХ: ВОЗДУХ-ВОДА И ВОЗДУХ-УНДЕКАН

С. А. Сомов, А. С. Иванов
Институт механики сплошных сред УрО РАН,
614018, Пермь, ул. Академика Королева, 1

Проведено экспериментальное сравнение тепловой конвекции в сухом воздухе и термоконцентрационной конвекции в двух газовых смесях: влажном воздухе и воздух-ундекан, в диапазоне температур 0…50°C и нормальном атмосферном давлении. Результаты экспериментов представлены в виде зависимости числа Нуссельта (Nu) от эффективного числа Рэлея (Ra_E), которое является суммой теплового (Ra_T) и концентрационного (Ra_C) чисел Рэлея. Представлены кубическая и квадратичная температурные зависимости ($\alpha = Ra_C/Ra_T$) для влажного воздуха и смеси воздух-ундекан.

Ключевые слова: тепловая конвекция; термоконцентрационная конвекция; влажный воздух; фазовые переходы; голографическая интерферометрия.

EXPERIMENTAL STUDY OF THERMOCONCENTRATION CONVECTION IN GAS MIXTURES: AIR-WATER AND AIR-UNDECANE

S. A. Somov, A. S. Ivanov
Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS,
1 Academician Korolev St., 614018, Perm

An experimental comparison of thermal convection in dry air and thermoconcentration convection in two gas mixtures (humid air and air-undecane) was conducted in the temperature range of 0…50°C at normal atmospheric pressure. The experimental results are presented as the dependence of the Nusselt number (Nu) on the effective Rayleigh number (Ra_E), which is the sum of the thermal (Ra_T) and concentration (Ra_C) Rayleigh numbers. Cubic and quadratic temperature dependencies ($\alpha = Ra_C/Ra_T$) were showed for humid air and the air-undecane mixture, respectively.

Keywords: thermal convection; thermoconcentration convection; humid air; phase transitions; holographic interferometry

Введение

Процессы тепломассообмена в природе и технике зависят от конвекции жидкостей и газов. Для их обобщения используются функциональные зависимости безразмерных гидродинамических параметров, учитывающие влияние вязкости, диффузии и теплопроводности. Эти универсальные зависимости позволяют прогнозировать характеристики потоков.

Работа посвящена экспериментальному исследованию термоконцентрационной конвекции газовых смесей в закрытой полости в присутствии фазовых переходов одного из компонентов (испарение и

© Сомов С.А., Иванов А.С., 2025

конденсация). Мы исследовали две смеси: сухой воздух с водяным паром и сухой воздух с парами ундекана, что важно для понимания атмосферных явлений и карбонизации топлива в двигателях внутреннего сгорания.

Определение безразмерных параметров

Стандартным безразмерным параметром, характеризующим естественную конвекцию в закрытой полости с парой теплообменников (нижний горячий и верхний холодный с температурами T_{hot} и T_{cold} соответственно), является число Рэлея[1-3].

$$Ra = \frac{g\beta\Delta T d^3}{\nu\chi}, \beta = \frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P \quad (1)$$

где g = 9,80 м·с$^{-2}$ — ускорение свободного падения, β — коэффициент теплового расширения (К$^{-1}$), d — высота полости (ячейки) (м), $\Delta T = (T_{hot} - T_{cold})$ — разность температур (К), ν – кинематическая вязкость (м^{2}с$^{-1}$), χ – температуропроводность (м^{2}с$^{-1}$).

Поскольку в нашей задаче процесс нагрева жидкости и процесс изменения концентрации паров жидкости развиваются одновременно, то для описания обоих механизмов конвекции мы используем два числа Рэлея – тепловое Ra_T и концентрационное Ra_C. Сумма этих чисел равна эффективному числу Рэлея Ra_E:

$$Ra_T = \frac{gC_p\rho_0^2 d^3\Delta T}{\kappa\eta T_0}, Ra_C = \frac{gd^3\Delta\rho_C}{\nu D\rho_0}, Ra_E = Ra_T + Ra_C \quad (2)$$

где C_p - удельная теплоемкость при постоянном давлении (Дж·кг$^{-1}$К$^{-1}$), ρ_0 - средняя плотность газовой смеси (кг·м$^{-3}$), T_0 = 0,5(T_{hot} + T_{cold}) - средняя абсолютная температура газовой смеси (К), κ — теплопроводность (Вт·м$^{-1}$К$^{-1}$), η — динамическая вязкость газовой смеси (Па·с), D — коэффициент диффузии газовой смеси (м^{2}с$^{-1}$), а $\Delta\rho_c$ указывает на изменения в плотности газовой смеси, вызванной изменением концентрации паров.

Экспериментальная установка

Конвективный поток возникал в измерительной ячейке параллелепипедной формы длиной 320 мм и квадратным сечением 15 × 15 мм, параметры установки были рассчитаны и представлены в работе [4]. Верхняя и нижняя стенки ячейки представляют собой медные теплообменники, а боковые стенки изготовлены из текстолита. Теплообменники состоят из медных пластин с впаянными трубками, соединенными с жидкостным термостатом. Внешняя теплоизоляция обеспечена неорганической ватой.

Оптическая схема голографической установки представлена на рис. 1. Источником когерентного света был HeNe-лазер Uniphase 1103P (6) с длиной волны 633 нм. Полупрозрачное зеркало (15) разделяет лазерный луч на опорный (R-b) и объектный (O-b). Опорный луч проходит через поляризатор (10), отражаясь от зеркала (16) и достигает голографической пластины (2), где интерферирует с объектным лучом. Объектный луч формирует с помощью

расширяющей системы линз (18, 19) световое пятно, которое освещает переднее окно ячейки и дважды проходит через нее, отражаясь от задней зеркальной стенки. Голограмма регистрируется видеокамерой (3). Все части установки закреплены на голографическом столе демпфированным 4-мя воздушными подушками.

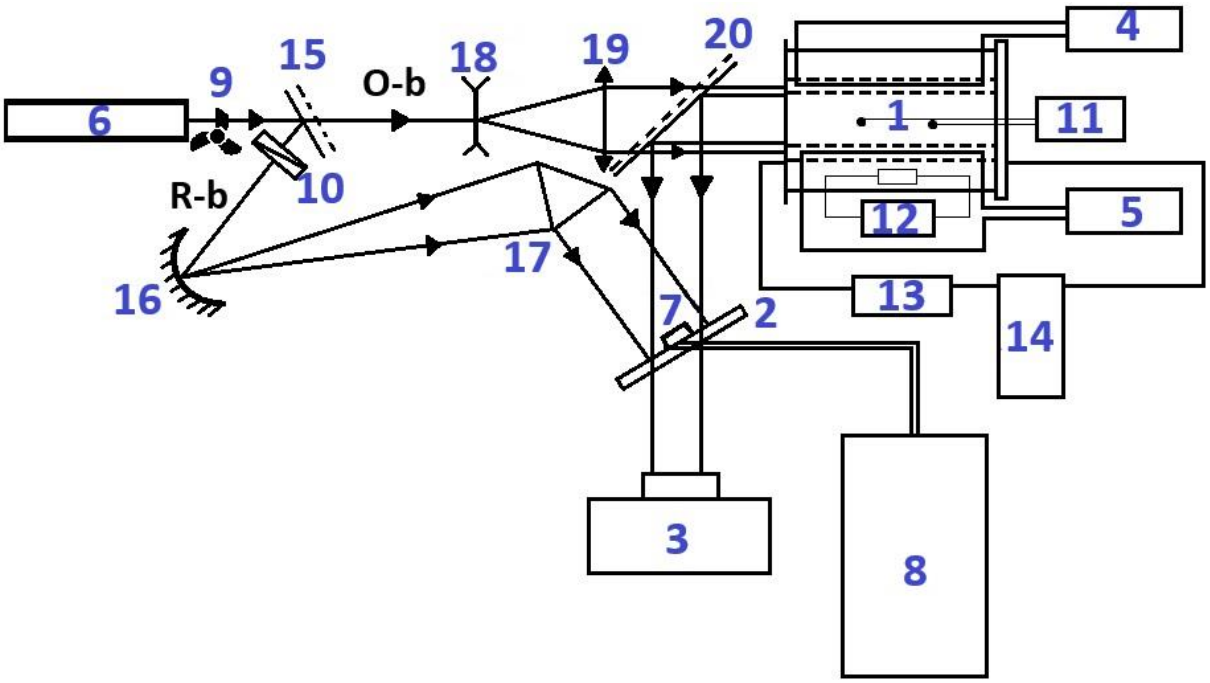


Рис. 1. Схема экспериментальной установки: 1 – измерительная ячейка; 2 – голографическая стеклянная пластина; 3 – камера; 4 и 5 – верхний (холодный) и нижний (горячий) теплообменники с термостатами; 6 – лазер; 7 – фотодиод; 8 – селективный нановольтметр; 9 – обтюратор; 10 – поляризатор; 11 – АЦП; 12 – датчик теплового потока; 13 – воздушный насос; 14 – емкость с силикагелем; 15 и 20 – зеркала полупрозрачные; 16 – сферическое зеркало; 17 – призма; 18 – рассеивающая линза; 19 – собирающая линза.

Голограмма получалась при однородной температуре $\Delta T = 0$ К, $T_0 = const$ в измерительной ячейке в темной комнате при тусклом безопасном освещении с фильтром № 170 (темно-зеленый). Голографическая пластинка оставалась прочно зафиксированной в течение всего фотографического процесса, включающего экспонирование, проявку SM6, отбеливание в ПБУ-амидоле, промывку в дистиллированной воде и сушку.

Эксперимент

Первая серия экспериментов проводилась с сухим комнатным воздухом, предварительно осушенным. Для этого измерительная ячейка была герметично закрыта и подключена к вспомогательной установке (13 и 14 на рис. 1), включающей емкость с силикагелем, маломощный воздушный насос (15 литров в минуту) и силиконовые трубки. Через емкость с силикогелем циркулировал

воздух, снижая влажность воздуха с исходных 45 % до 4-7 %. Влажность контролировалась датчиком DHT-22, подключенным к микроконтроллеру Arduino. После осушения воздуха насос отключался, и начинался конвективный эксперимент.

Вторая серия экспериментов проводилась во влажном воздухе, где конвекция сопровождалась фазовыми переходами. Нижний (горячий) теплообменник был покрыт слоем жидкости толщиной 1 мм, которая испарялась. Пар конденсировался на верхнем (холодном) теплообменнике, стекал по вертикальным стенкам вниз и вновь испарялся.

Результаты и выводы

Мы получили три массива данных из независимых экспериментов. Первый массив описывает тепловую конвекцию в сухом воздухе при температуре 0…50°C и атмосферном давлении 748 мм рт. ст. Два других массива касаются термоконцентрационной конвекции в смесях воздух-вода и воздух-ундекан.

Эксперименты с сухим воздухом были необходимы для проверки установки и методов измерения. Они подтвердили высокую чувствительность термопар и правильную работу измерительной системы.

Наиболее важным было сравнение поведения сухого воздуха и его смеси с парами воды и ундекана. Это показало, что термоконцентрационная конвекция в газовой смеси начиналась при меньшем перепаде температур ΔT, чем в сухом воздухе при той же средней температуре T_0. Эффективное число Рэлея для газовой смеси Ra_E всегда больше теплового числа Рэлея для сухого воздуха Ra_T при тех же условиях.

Экспериментальные данные для воды и ундекана были использованы для нахождения зависимости α(T) представленной на рис. 2

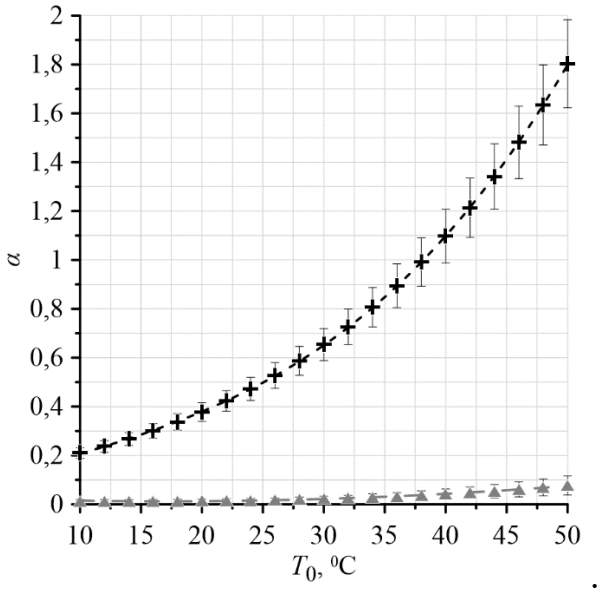


Рис. 2. Термоконцентрации функция α(T) для смесей водяного пара и воздуха (черные кресты), и паров ундекана и воздуха (серые треугольники).

Эти зависимости показывают, что термоконцентрационная конвекция в смеси воздух-вода при высоких температурах доминирует над тепловой конвекцией. Для ундекана давление насыщенного пара намного ниже, что влияет на характер зависимости α(T) и практически идентично поведению сухого воздуха значительные отличия появляются лишь при преодолении температуры 30°C.

Список литературы

1. *Алексеев В. В., Гусев А. М.* «Свободная конвекция в геофизических процессах» // Успехи физических наук. 1983. Т.141. С.311–342.
2. *Гершуни Г. З., Жуховицкий Е. М.* Конвективная устойчивость несжимаемых жидкостей. // М.: Наука. 1972.
3. *Гинзбург Э.И., Гуляев В.Т., Жалковская Л.В.* Динамические модели свободной атмосферы. // Наука. 1987. 295 с.
4. *Somov S. A. and Ivanov A. S.* Experimental setup for studying thermosolutal convection in moist air // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. 2019.

ВЛИЯНИЕ ВОЗДУШНОГО ЗАЗОРА НА УСЛОВИЯ ВОЗНИКНОВЕНИЯ ОПТИЧЕСКОГО ПРОБОЯ ВОЛОКНА

В. А. Старикова, А. В. Перминов
Пермский национальный исследовательский политехнический университет,
614990, Пермь, Комсомольский проспект, 29

Математическая модель возникновения плазменного очага в оптическом волокне описывает момент соприкосновения волокна, в котором распространяется монохромное оптическое излучение, и инициатора из дюралюминия. При этом предполагается, что между торцом оптического волокна и поверхностью инициатора существует некоторый воздушный зазор. В результате расчёта получены температурные поля, по границам которых определены области, где возможно возникновение различных фазовых состояний кварцевого стекла, а именно: жидкое, газообразное и плазма. По полученным распределениям температурного поля определены характерные времена эволюции фронта плазмообразования и пороговая мощность оптического пробоя.

Ключевые слова: оптический пробой; оптическое волокно; математическое моделирование, тепловая конвекция

MATHEMATICAL MODEL OF OPTICAL BREAKDOWN AT THE FIBER END AT NON-IDEAL CONTACT WITH THE INITIATOR

V. A. Starikova, A. V. Perminov
Perm National Research Polytechnic University,
29 Komsomolsky pr., 614990, Perm

The mathematical model of the plasma origin in an optical fiber describes the moment of contact between an optical fiber, in which monochrome optical radiation propagates, and an initiator made of duralumin. It is assumed that there is some air gap between the end of the optical fiber and the surface of the initiator. As a result of the calculation, temperature fields are obtained, and by the boundaries of temperature fronts the areas where the occurrence of different phase states of quartz glass is possible, namely liquid, gaseous and plasma, are calculated. Characteristic times of plasma front evolution and threshold power of optical breakdown were determined from the obtained temperature field distributions.

Keywords: optical breakdown; optical fiber; mathematical modeling

Математическая модель возникновения плазменного очага в оптическом волокне описывает момент соприкосновения оптического волокна, в котором распространяется монохромное оптическое излучение, и инициатора из дюралюминия. При этом предполагается, что между торцом оптического волокна и поверхностью инициатора существует некоторый воздушный зазор. Для моделирования использовалась осесимметричная постановка задачи, где ось симметрии проходит через центр сердцевины волокна. Расчетная область представлена на рисунке 1. Она состоит из пяти частей: отрезок одномодового

© Старикова В.А., Перминов А.В., 2025

волокна со ступенчатым профилем показателя преломления SMF-28e, состоящий из сердцевины (1) и оболочки (2) из кварцевого стекла, защитного покрытия (3) из акрилата, инициатора из дюралюминия (4), зазора между волокном и инициатором и окружающего волокно пространства (5), заполненного воздухом.

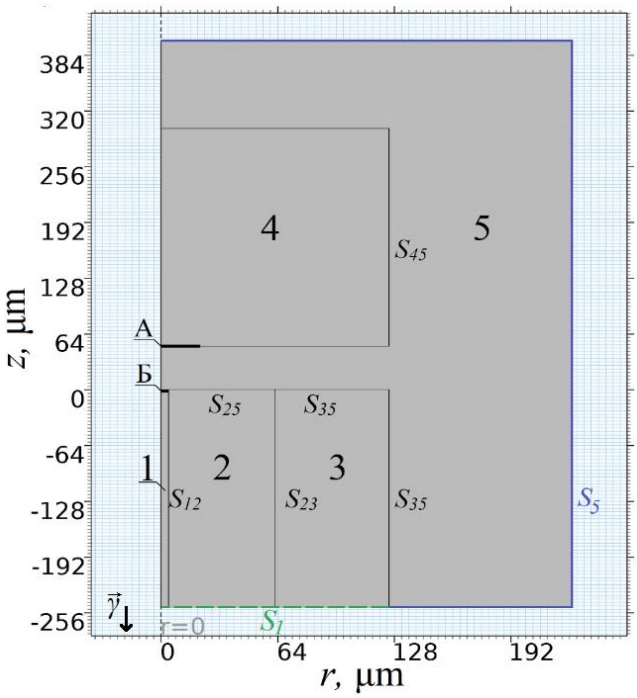


Рис. 1. Схема расчетной области

В рамках математической модели распределение температурного поля $T(r, z, t)$ в областях (1) – (4) описывается уравнением теплопроводности [1]:

$$\rho_i C_{Pi} \frac{\partial T}{\partial t} = k_i \left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + Q, \quad (1)$$

где $i = 1, 2, 3, 4$ - номер домена в расчетной области, ρ_i – плотности [кг/м^3], C_{Pi} – удельные теплоемкости [Дж/(кг·К)], k_i – теплопроводности материалов [Вт/(м·К)], Q – источник тепла, интенсивность которого определяется распространяющимся в волокне оптическим излучением [Вт/м^3]. Интенсивность источника тепла Q зависит от оптической мощности и длины волны излучения [2]:

$$Q = \alpha \frac{P}{A_{eff}} \cdot \Gamma, \quad (2)$$

где $\alpha = (\alpha_0 + \alpha_e)$ – коэффициент поглощения волокна [м$^{-1}$], P – вводимая мощность излучения [Вт]; Γ – стандартное распределение Гаусса; A_{eff} – эффективная площадь модового пятна [м$^{-2}$].

Подробное описание источника тепла дано авторами работы в статьях [3-4]. В воздушном зазоре (5) из-за неоднородного распределения температуры может наблюдаться конвективное течение, которое описывается системой уравнений свободной конвекции в приближении Буссинеска:

$$\begin{cases} \frac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial t} + (\boldsymbol{v} \cdot \nabla)\boldsymbol{v} = \nu \Delta \boldsymbol{v} - \frac{1}{\rho}\nabla p + \rho(T)\boldsymbol{g}, \\ \frac{\partial T}{\partial t} + \boldsymbol{v} \cdot \nabla T = \chi \Delta T, \\ div\ \boldsymbol{v} = 0, \end{cases} \quad (3)$$

где t – время, с; $\boldsymbol{v}$ – вектор скорости, м/с; T – температура, К; g – ускорение свободного падения, м/с^2; ρ – плотность, кг/м^3; ν – кинематическая вязкость; χ – коэффициент температуропроводности.

На границах S_{15}, S_{25}, S_{35}, S_{45} воздух - твердое тело, где под твердым телом подразумевается и инициатор, и волокно, выполняется условие прилипания $\boldsymbol{v} = 0$.

В модели учитывалось тепловое излучение от оптического волокна и инициатора. Наибольший вклад в тепловое излучение вносили области А и Б (см. рис. 1), где температура превышала значение температуры окружающей среды при распространении оптического излучения. Принималось, что и волокно, и инициатор поглощают все падающее на них электромагнитное излучение. Зависимость плотности потока собственного излучения абсолютно черного тела от абсолютной температуры рассчитывается по закону Стефана-Больцмана:

$$E_0 = \varepsilon_0 \sigma_0 (T_1^4 - T_2^4), \quad (4)$$

где $\varepsilon_0 = 1$ – интегральная степень черноты; $\sigma_0 = 5.67 \cdot 10^{-8}$ Вт/(м^2·К^4) – постоянная Стефана-Больцмана; T_1^4 – температура более нагретого тела, К; T_2^4 – температура менее нагретого тела, К.

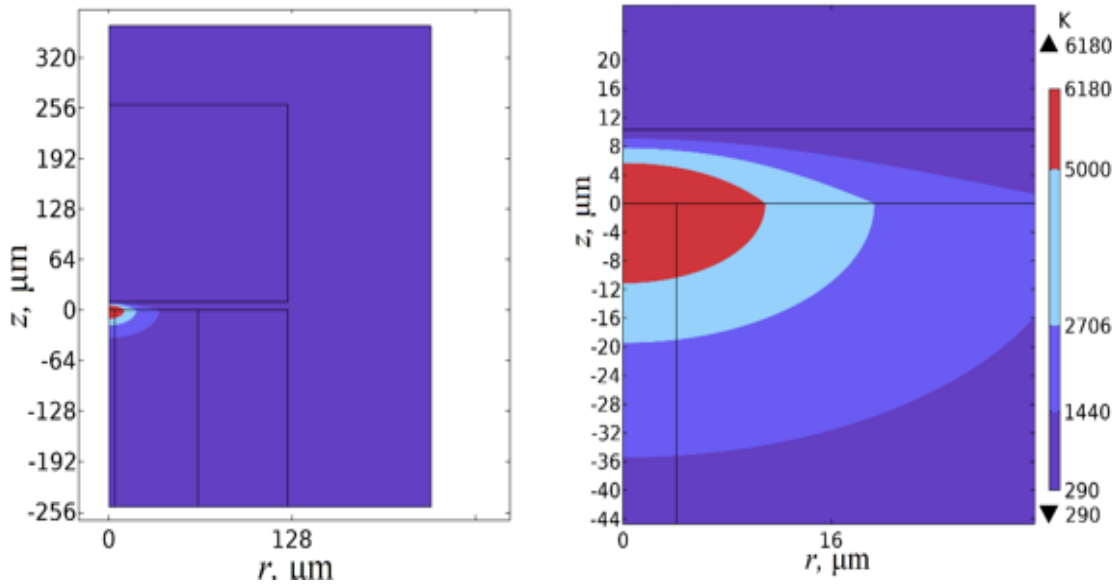
На границах контактов соприкасающихся областей S_{12}, S_{14}, S_{23}, S_{24}, S_{34}, S_{15} (на рис. 1 обозначена буквой Б), S_{25}, S_{35}, S_4 были применены условия сопряжения или баланса тепловых потоков. Внешняя граница волокна S_1 считалась идеально теплопроводной и на ней задавалась температура окружающей среды T_0 = 293 К. На внешней границе воздушной области S_5 был задан теплообмен с учетом закона Фурье:

$$-k_s \frac{\partial T_5}{\partial n} = \beta (T_5 - T_0), \quad (5)$$

где $\beta = 5$ Вт/(м^2·К) – коэффициент теплопередачи; T_5 – температура воздуха на границе S_5, К; $T_0 = 293$ К – температура окружающей среды.

В ходе математического моделирования на основании уравнений (1) – (5) было рассчитано температурное поле во всей расчётной области. Были определены границы температурных фронтов в волокне, соответствующих областям, где возможно возникновение различных фазовых состояний

кварцевого стекла, а именно: жидкое, газообразное и плазма. На рисунке 2 представлен пример рассчитанного температурного поля для излучения с длиной волны λ_0 = 1125 нм для воздушного зазора 10 мкм.



а) *б)*

Рис. 2. Распределение температурного поля:
а) общий вид; б) вблизи источника тепла

Также в ходе исследования вычислялось поле скорости в воздушном зазоре. Пример рассчитанного поля скорости для излучения с длиной волны λ_0 = 1125 нм для воздушного зазора 10 мкм представлен на рисунке 3.

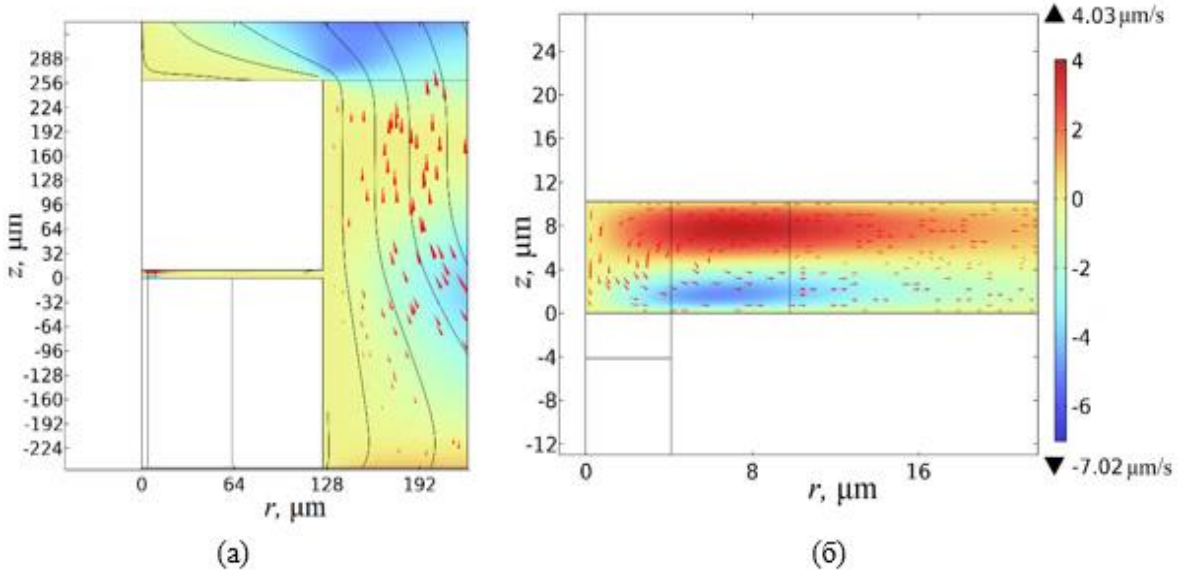


Рис. 3. Распределение поля скорости:
а) общий вид; б) вблизи источника тепла

По полученным распределениям температурного поля для каждого значения величины воздушного зазора были рассчитаны времена возникновения фронта плазмообразования в волокне t_0, времена возникновения оптического

пробоя в волокне t_1 и пороговая мощность оптического пробоя P_{min}. В таблице 1 представлены результаты расчета времен и минимальной мощности для различных воздушных зазоров.

Табл. 1. Значения времен и пороговой мощности для различных воздушных зазоров

Размер зазора, мкм	0	1.12	4.50	6.75	9.00	11.25	15.75
t_0, мкс	0.23	0.89	0.92	0.96	0.99	1.02	1.02
t_1, мкс	0.35	2.43	2.43	2.43	2.42	2.43	2.43
P_{min}, мВт	270	410	410	410	410	400	400

Исследуемые параметры сильно зависят от наличия воздушного зазора. Например, время возникновения плазмы t_0 при минимальном зазоре увеличилось более, чем в 5 раз, по сравнению с идеальным контактом. Однако рассчитанные параметры слабо зависят от размера воздушного зазора, за исключением времени возникновения плазмы в волокне, которое растет на ~2 % с увеличением размера воздушного зазора на λ. Минимальная мощность, необходимая для возникновения оптического пробоя, слабо зависит от размера воздушного зазора и в среднем составляет $P_{min} = (0{,}41 \pm 0{,}01)$ мВт, что совпадает с результатами экспериментальных исследований вероятности возникновения оптического пробоя, полученными С. Тодороки, где пороговая мощность оптического пробоя для одномодового волокна SMF-28e составила 0.4 Вт [5].

Таким образом, настоящую математическую модель возникновения оптического пробоя можно использовать для прогнозирования характерных времен эволюции фронта плазмообразования в волокне и пороговой мощности оптического пробоя при планировании эксперимента.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-21-00169: https://rscf.ru/project/23-21-00169/.

The study was supported by a grant from the Russian Science Foundation № 23-21-00169: https://rscf.ru/en/project/23-21-00169/

Список литературы

1. *Carslaw H. S., Jaeger J. K.* Conduction of Heat in Solids. U.K.: Oxford UniT. Press, 1959. 517 c.
2. *Shuto Y.* Elements of Fiber Fuse Phenomena. Design Egg Inc, 2023. 193 c.
3. *Старикова В. А., Конин Ю. А., Петухова А. Ю., Перминов А. В.* Математическое моделирование температурных полей при пробое оптического волокна // Вестник Пермского университета. Серия: Физика. 2024. Вып. 1. С. 24–32.
4. *Starikova V. A, Konin Yu. A., Petukhova A. Yu., Aleshkina S. S., Petrov A. A., Perminov A. V.* Mathematical Model of Fuse Effect Initiation in Fiber Core //Algorithms, 2023. №. 7. P. 331.
5. *Todoroki S.* Threshold power reduction of fiber fuse propagation through a white tight-buffered single-mode optical fiber // IEICE Electronics Express, 2011. P. 1978–1982.

ИССЛЕДОВАНИЕ БЫСТРЫХ ПРОЦЕССОВ ПРИ ВСКИПАНИИ ЖИДКОСТИ В ПУЗЫРЬКОВОЙ КАМЕРЕ

А. А. Старостин, А. Л. Гурашкин, А. Н. Котов, П. В. Скрипов
ФГБУН Институт теплофизики УрО РАН,
620016, Екатеринбург, ул. Амундсена, 107а

Для отслеживания быстрых процессов релаксации вскипающей жидкости применен торцевой оптоволоконный датчик. Получены зависимости относительного изменения показателя преломления и плотности среды от времени с субмикросекундным разрешением. Методом доплеровской велосиметрии измерена скорость движения парового фронта после активации вскипания коротким лазерным импульсом. Скорость движения фронта испарения растет с температурой и уменьшается во времени и с давлением.

Ключевые слова: вскипание жидкости; быстрые процессы; оптоволоконный датчик

STUDY OF RAPID PROCESSES IN THE COURSE OF BOILING-UP OF LIQUID IN A BUBBLE CHAMBER

A. A. Starostin, A. L. Gurashkin, A. N. Kotov, P. V. Skripov
The Institute of Thermal Physics UB RAS,
107a Amundsen St., 620016, Ekaterinburg

An end-face fiber optic sensor is used to track fast relaxation processes of a boiling-up liquid. Dependences of the relative change in the refractive index and density of the medium on time with a submicrosecond resolution are obtained. The Doppler velocimetry method is used to measure the velocity of the vapor front after activation of boiling-up by a short laser pulse. The velocity of the evaporation front increases with temperature and decreases with time and pressure.

Keywords: liquid boiling-up; fast processes; fiber optic sensor

Начальная стадия вскипания привлекала внимание исследователей с первых опытов по перегреву жидкостей относительно линии равновесия жидкость-пар [1-3]. Процесс зарождения и расширения пузырька пара ограничен скоростью, с которой механический импульс и тепловая энергия передаются между жидкостью и паром. Скорость роста парового пузырька определяет гидродинамический режим в пристеночном слое и интенсивность теплообмена в технических устройствах, поскольку происходит турбулизация жидкости возле поверхности нагрева [4]. Неопределенность места и момента начала спонтанного вскипания в жидкости затрудняет исследования сопутствующих быстропротекающих процессов, особенно в области умеренных перегревов с большими временами ожидания вскипания. Стремление локализовать место и время наблюдения начальной стадии вскипания побудили авторов к разработке методики импульсной лазерной активации перехода жидкость-пар [5] на торце световода в миниатюрной пузырьковой камере. Пузырьковая камера [2,5]

© Старостин А.А., Гурашкин А.Л., Котов А.Н., Скрипов П.В., 2025

отличается равномерным перегревом жидкости в капилляре. Поэтому снимается ограничение по толщине прогретого пристеночного слоя, а значение температуры перегрева задано более точно. Преимущество метода заключается в строгой синхронизации процессов нормируемого воздействия и наблюдения, что дает возможность оценить скорость протекания и повторяемость наблюдаемых явлений даже на коротких интервалах времени. Например, на рис. 1(а) приведена фотография с задержкой 50 мкс относительно импульса активации в области умеренных перегревов н-пентана. Было обнаружено, что активация коротким лазерным импульсом на торце световода в прозрачной жидкости имеет пороговый характер по интенсивности импульса. По результатам исследования действия наносекундных импульсов сделано предположение о нетепловой природе механизма активации. Вероятно, имеет место механизм электрострикции жидкости, активируемой при определенной интенсивности электромагнитного поля лазерного импульса. Использование обнаруженного явления позволило разработать методику активации и исследования переходных процессов вскипания в широкой области перегретых состояний с точно заданной температурой перегрева в пузырьковой камере. Способ наблюдения переходных процессов описан в работах [6,7]. Развитие процесса вскипания можно отследить по отражению зондирующего луча после импульса активации (накачки), рис.1(б).

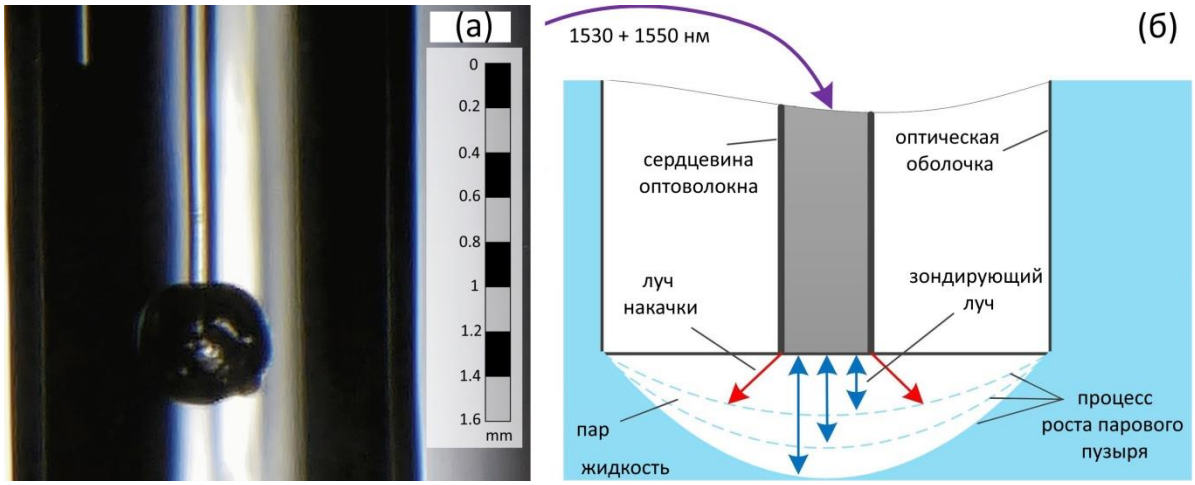


Рис. 1. Активированное вскипание на торце световода: а – фотография парового пузыря на торце световода в перегретом н-пентане, задержка 50 мкс от момента активации, температура опыта 123 °С; б – отражение зондирующего излучения от границы раздела пар-жидкость.

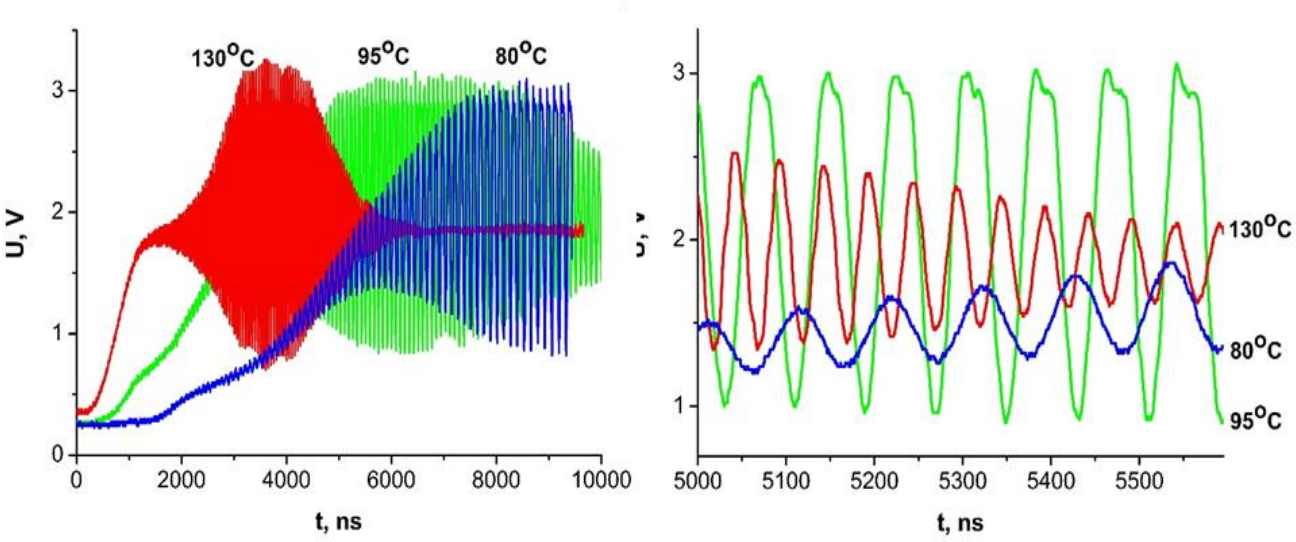
В ходе экспериментов по оптоволоконной денситометрии перегретой жидкости после активации вскипания было замечено появление высокочастотных колебаний на выходе быстродействующего фотодетектора отраженного излучения. Поскольку зарождение и распространение границы раздела фаз приводит к образованию дополнительного отраженного сигнала, то в результате наложения его с отражением световых волн от неподвижного торца световода может образоваться бегущая интерференционная картина,

характерная для интерферометров с движущимся отражателем. Измеряя частоту регистрируемых колебаний, можно определить скорость перемещения отражающей границы раздела фаз. Соответствующий метод лазерных измерений носит название лазерной доплеровской велосиметрии. Скорость перемещения границы раздела фаз определялись по соотношению доплеровской велосиметрии:

$$V(t) = F_D(t) \cdot \lambda / 2n(t), \quad (1)$$

где F_D – текущее доплеровское смещение частоты (МГц), λ – длина волны зондирующего излучения (1,55 мкм), *n(t)* – текущий показатель преломления среды, который определяется по относительным изменениям средней интенсивности отраженного излучения [6,7].

Определение частоты колебаний F_D и скорости $V(t)$ по формуле (1) было возможно только при достижении достаточной амплитуды сигнала, что проявлялось в задержке начала измерений.



a) *b)*

Рис. 2. Измеренные сигналы отражения зондирующего излучения после активации вскипания н-пентана при разных температурах и атмосферном давлении в общем (a) и в увеличенном (b) масштабе с различной частотой доплеровского смещения при различной скорости превращения

На рис. 2(а) хорошо видно постепенное нарастание сигнала со временем на выходе оптоволоконного денсиметра, что соответствует постепенному разуплотнению среды вблизи торца волокна. На рис. 2(б) показано увеличение частоты колебаний сигнала, а значит и скорости смещения отражающей поверхности, при увеличении температуры. Скорость разуплотнения и скорость роста паровой полости сильно зависят от начальной температуры. Полученные зависимости начальной скорости смещения границы раздела фаз от температуры и давления близки к линейным [7]. Действие температуры и давления

противоположно. Для н-пентана увеличение температуры в интервале 80 – 140 °C увеличивает скорость переходного процесса с коэффициентом около 0,2 м/с на градус, а увеличение давления в интервале 0,1 – 0,6 МПа уменьшает эту скорость с коэффициентом ~25,8 м/с на мегапаскаль. Несмотря на продвижение измерений скорости парового фронта к началу вскипания мы не обнаружили участка рэлеевского расширения с постоянной скоростью.

Активация вскипания жидкости наносекундными импульсами в пузырьковой камере позволила вовлечь в исследование широкую область умеренно-перегретых состояний, ранее считавшуюся труднодоступной из-за больших времен ожидания спонтанного вскипания. Дальнейшие исследования предполагается развить в области малых перегревов, важной для различных практических приложений.

Исследования поддержаны Российским научным фондом (междисциплинарный проект № 23-69-10006) https://rscf.ru/project/23-69-10006/

Список литературы

1. *Wismer K. L.* The pressure-volume relation of super-heated liquids // The Journal of Chemical Physics. 1922. Vol. 26. P. 301-315.
2. *Скрипов В. П.* Метастабильная жидкость. М.: Наука, 1972. 312 с.
3. *Lipnyagov E. V.*, *Gurashkin A. L., Starostin A. A., Skripov P. V.* Going to Spontaneous Boiling-Up Onset // Journal of Engineering Thermophysics. 2018. Vol. 27 (3). P. 307–318.
4. *Avdeev A. A.* Bubble Systems, Ser. Mathematical Engineering. Springer International Publishing Switzerland, 2016. 466 p.
5. *Kotov A. N., Gurashkin A. L., Starostin A. A., Skripov P. V.* Low-energy activation of superheated n-pentane boiling-up by laser pulse at the fiber-liquid interface // Interfacial Phenomena and Heat Transfer. 2022. Vol. 10 (3). P. 15–23.
6. *Gurashkin A.L., Starostin A.A., Uimin A.A., Yampol'skiy A.D., Ermakov G.V., Skripov P.V.* Experimental determination of superheated liquid density by the optical fiber method // Journal of Engineering Thermophysics. 2013. Vol. 22. P. 194–202.
7. *Kotov A.N., Gurashkin A.L., Starostin A.A., Lukianov K.V., Skripov P.V.* Nucleation of a Vapor Phase and Vapor Front Dynamics Due to Boiling-Up on a Solid Surface // Energies. 2023. Vol. 16 (19). P. 6966.

ПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ ГРАНИЦЫ РАЗДЕЛА ДВУХ НЕСМЕШИВАЮЩИХСЯ ЖИДКОСТЕЙ В ВЕРТИКАЛЬНОМ КОНИЧЕСКОМ ТОНКОМ СЛОЕ

С. В. Субботин, Д. В. Курышева, В. Г. Козлов
Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет,
614000, Пермь, ул. Сибирская, 24

Экспериментально исследуется устойчивость осциллирующей границы раздела двух несмешивающихся маловязких жидкостей различной плотности в тонком слое, образованном двумя коническими поверхностями. Ось симметрии кюветы расположена вертикально. Колебания жидкостей задаются гидравлическим насосом, к которому подключены верхний и нижний выводы слоя. Обнаружено, что с повышением амплитуды вибраций на изначально осесимметричной круговой границе возбуждается параметрическая неустойчивость в виде стоячей азимутально-периодической волны. Анализ дисперсионного соотношения показывает, что волны имеют гравитационно-капиллярную природу. Исследуются пороги возникновения неустойчивости и надкритическая динамика волн в зависимости от параметров вибраций и толщины слоя.

Ключевые слова: граница раздела; параметрические колебания; конический слой

PARAMETRIC OSCILLATIONS OF TWO IMMISCIBLE LIQUIDS INTERFACE IN A VERTICAL CONICAL THIN LAYER

S. V. Subbotin, D. V. Kurysheva, V. G. Kozlov
Perm State Humanitarian Pedagogical University,
24 Sibirskaya St., 614000, Perm

The stability of an oscillating interface between two immiscible low-viscosity liquids of different densities in a thin layer formed by two conical surfaces is experimentally studied. The symmetry axis of the cuvette is vertical. The oscillations of the liquids are set by a hydraulic pump to which the upper and lower outlets of the layer are connected. It is found that with an increase in the oscillation amplitude, parametric instability of the interface in the form of a standing azimuthal-periodic wave is excited. Analysis of the dispersion relation shows that the waves have a gravitational-capillary nature. The instability thresholds and supercritical wave dynamics are investigated depending on the oscillation parameters and layer thickness.

Keywords: interface; parametric oscillations; conical layer

Введение

Параметрические колебания достаточно широко распространены в природе и могут возникать как на свободной поверхности, так и на границе раздела двух жидкостей при вертикальных вибрациях. Впервые так называемая рябь Фарадея была обнаружена в экспериментах [1], и в последние годы широко исследуется экспериментально, теоретически и численно [2–5]. Это явление характерно для различных типов жидкостей [6, 7] физических систем [8–10] и имеет самую

© Субботин С.В., Курышева Д.В., Козлов В.Г., 2025

разнообразную форму [11, 12]. Одной из интересных особенностей является возможность поддержания сложных бистабильных состояний за счет трехволновых взаимодействий [13]. Неустойчивость возникает благодаря наличию инерционных эффектов, при этом в классической постановке возмущения в систему вносятся за счёт внешнего вибрационного воздействия. В настоящей работе реализуется другой подход – колебания межфазной границы задаются не вибрациями полости, а периодической прокачкой жидкостей. При этом для исключения влияния боковых границ ограниченного по ширине тонкого слоя используется не замкнутая, а коническая форма рабочего слоя [14].

Экспериментальная установка и методика

Кювета представляет собой осесимметричный конический слой толщины h (рис. 1). Внешняя и внутренняя поверхности слоя выточены в двух массивных прозрачных плексигласовых параллелепипедах. Углы растворов конусов являются идентичными и составляют 45°. Осциллирующее движение жидкостей по закону $\sim \sin(\omega t)$ задается гидравлическим насосом с нулевым средним расходом. Частота колебаний $f = \omega/2\pi$ меняется в диапазоне 2–20 Гц. Толщина коаксиального зазора постоянна во всем коаксиальном слое и принимает значения $h = 1.0$, 1.5 и 2.0 мм. Общая длина канала вдоль радиального направления равна $L = 99$ мм. Детальное описание конструкции кюветы и насоса дано в [14].

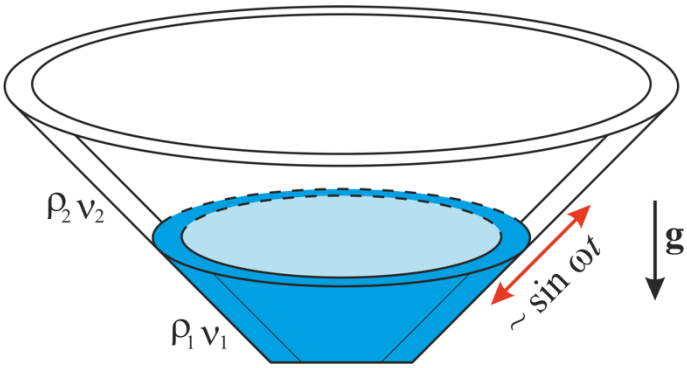


Рис. 1. Постановка задачи

Для возбуждения параметрических колебаний межфазной границы в экспериментах используются маловязкие несмешивающихся жидкости с большой разностью плотностей. В качестве тяжёлой (нижней) жидкости выступает водный раствор соли NaI, плотность и кинематическая вязкость которого равны $\rho_1 = 1.835$ г/см^3 и $\nu_1 = 0.80$сСт соответственно. Сверху располагается силиконовое масло ПМС-065 ($\rho_2 = 0.767$ г/см^3 и $\nu_2 = 0.85$сСт). Коэффициент поверхностного натяжения межфазной границы составляет $\sigma =$ 12 мН/м. При вертикальном расположении кюветы на границу раздела действует тангенциальная составляющая силы тяжести, направленная вдоль образующей канала. Для повышения оптического контраста границы раздела водный раствор соли подкрашивается пищевым красителем. Высота относительного заполнения

коаксиального слоя в разных экспериментах варьируется в диапазоне $r_0/L = 0.34 - 0.68$. Начальная форма границы раздела жидкостей всегда имеет круговую форму.

Неустойчивость границы раздела

При малоамплитудных колебаниях расхода граница раздела осциллирует вдоль образующей конического канала (периодически расширяется и сжимается), сохраняя круговую форму. Наблюдения показывают, что положение линий контакта жидкостей с твердыми границами слоя практически не меняется в процессе колебаний. При плавном повышении амплитуды колебаний на границе раздела пороговым образом развивается неустойчивость в виде азимутально-периодической стоячей волны (рис. 2). Первоначально волны наблюдаются только на части фронта вытеснения, но с увеличением объема прокачиваемой жидкости охватывает всю межфазную границу. Стоит отметить, что волновое движение поддерживается как в фазе расширения межфазной границы, так и в фазе сжатия. Причем частота стоячей волны в два раза меньше частоты вибраций, $\Omega = \omega/2$. При дальнейшем повышении амплитуды возмущения на межфазной границе развиваются нелинейным образом, в результате чего пучности волны принимают сложную грибоподобную форму (рис. 2).

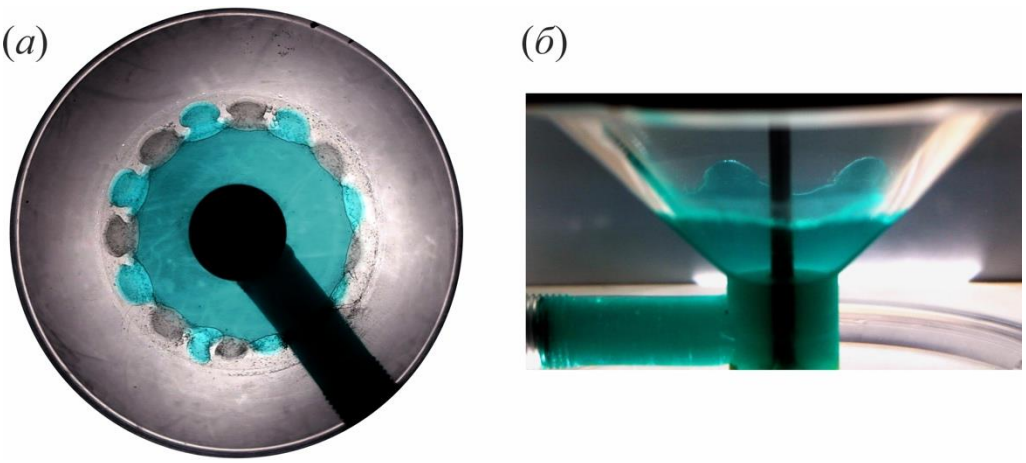


Рис. 2. Комбинация двух изображений границы раздела жидкостей в фазе максимального сжатия, полученных с интервалом, равным одному периоду колебаний, при частоте f = 7.0 Гц и амплитуде b = 3.2 мм (а); вид сбоку (б)

Отметим, что изображение на рис. 2(*а*) получено при наложении двух фотографий с промежутком времени, равном одному периоду вибраций, которые отличаются бирюзовый тоном и оттенками серого. Хорошо видно, что через один период положения грибоподобных горбов и сравнительно пологих впадин меняются местами. В то же время положения узлов сохраняется в процессе колебаний.

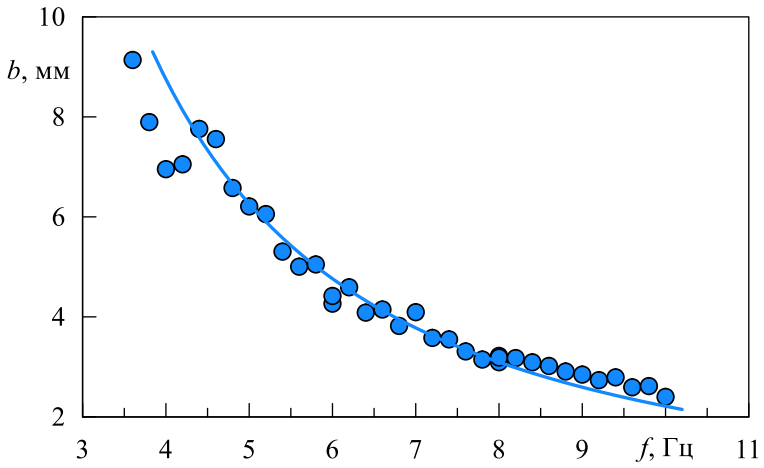


Рис. 3. Зависимость критического значения размаха границы раздела от частоты вибраций в слое толщиной h = 2 мм

На рис. 3 показаны пороговые значения амплитуды колебаний границы раздела в зависимости от частоты. При повышении частоты f пороги развития неустойчивости монотонно понижаются, а азимутальное волновое число, наоборот, растёт. Изменение толщины конического слоя не приводит к качественному изменению зависимости $b(f)$, которая остается подобной. Тем не менее, в слое меньшей толщины неустойчивость возникает при меньших значениях амплитуды b. Расчёт волновых чисел $k = 2\pi/\lambda$ (λ – расстояний между горбами в фазе максимального растяжения границы) в пороге неустойчивости показывает, что структуры хорошо описываются дисперсионным соотношением для гравитационно-капиллярных волн.

Работа выполнена при поддержке РНФ (проект 23-11-00242).

Список литературы

1. *Faraday M.* On a peculiar class of acoustical figures; and on certain forms assumed by groups of particles upon vibrating elastic surfaces // Philos. Trans. R. Soc. London. 1831. Vol. 121. P. 299–340.
2. *Douady S.* Experimental study of the Faraday instability // J. Fluid Mech. 1990. Vol. 221. P. 383–409.
3. *Frandsen J. B., Borthwick A. G. L.* Simulation of sloshing motions in fixed and vertically excited containers using a 2-D inviscid r-transformed finite difference solver // J. Fluid Struct. Vol. 18. P. 197–214.
4. *Cavelier M., Grea B. J., Briard A., Gostiaux L.* The subcritical transition to turbulence of Faraday waves in miscible fluids // J. Fluid Mech. 2022. Vol. 934. P. A34.
5. *Bongarzone A., Jouron B., Viola F., Gallaire F.* A revised gap-averaged Floquet analysis of Faraday waves in Hele-Shaw cells // J. Fluid Mech. 2023. Vol. 977. P. A. 45.
6. *Wagner C., Müller H. W., Knorr K.* Faraday waves on a viscoelastic liquid // Phys. Rev. Lett. 1999. Vol. 83. P. 308.

7. *Aranson I. S., Tsimring L. S.* Patterns and collective behavior in granular media: Theoretical concepts // Rev. Mod. Phys. 2006. Vol. 78. P. 641.
8. *Holt R. G., Trinh E. H.* Faraday wave turbulence on a spherical liquid shell // Phys. Rev. Lett. 1996. Vol. 77. P. 1274.
9. *Falcón C., Falcon E., Bortolozzo U. Fauve S.* Capillary wave turbulence on a spherical fluid surface in low gravity // Europhys. Lett. 2009. Vol. 86. P. 14002.
10. *Pucci G., Fort E., Amar M. B., Couder Y.* Mutual adaptation of a Faraday instability pattern with its flexible boundaries in floating fluid drops // Phys. Rev. Lett. 2011. Vol. 106. P. 024503.
11. *Christiansen B., et al.* Ordered capillary-wave states: Quasicrystals, hexagons, and radial waves // Phys. Rev. Lett. 1992. Vol. 68. P. 2157.
12. *Edwards W. S., Fauve S.* Parametrically excited quasicrystalline surface waves // Phys. Rev. E. 1993. Vol. 47. P. R788(R).
13. *Skeldon A. C., Rucklidge A. M.* Can weakly nonlinear theory explain Faraday wave patterns near onset? // J. Fluid Mech. 2015. Vol. 777. P. 604–632
14. *Subbotin S., Karpunin I., Kurysheva D., Kozlov V.* Effect of the density ratio on the oscillatory Saffman-Taylor instability in vertical conical Hele-Shaw cell // Phys. Fluids. 2023. Vol. 35. N. 9. P. 093102.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ОСЦИЛЛЯЦИОННОЙ И ОСРЕДНЁННОЙ ДИНАМИКИ КАПЕЛЬНОГО ВКЛЮЧЕНИЯ В ЗАПОЛНЕННОМ ЖИДКОСТЬЮ КРУГЛОМ КАНАЛЕ

С. В. Субботин, М. А. Ширяева, В. Г. Козлов
Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет,
614000, Пермь, ул. Сибирская, 24

Экспериментально исследуется динамика капельного включения в вертикальном круглом канале, заполненном вязкой жидкостью. Капля перекрывает поперечное сечение канала и не смешивается с окружающей жидкостью. На концах канала задан переменный градиент давления, благодаря чему форма межфазной поверхности меняется по гармоническому закону. В экспериментах варьируются амплитуда и частота колебаний, вязкости жидкостей и объем капли. При небольших амплитудах осцилляций положение линии контакта жидкостей с каналом не меняется, а колебания совершает краевой угол. В фазах максимального отклонения краевого угла от равновесного значения площадь межфазной границы имеет максимальное значение. При повышении амплитуды колебаний линия контакта также совершает колебания по направлению движения границы. Обнаружено, что колебания жидкостей сопровождаются формированием осреднённых тороидальных потоков, локализованных вблизи межфазных границ. В работе исследуется структура и скорость осреднённых течений в зависимости от безразмерной частоты вибраций.

Ключевые слова: капельное включение; круглый канал; осциллирующая граница раздела; осреднённые течения

EXPERIMENTAL STUDY OF OSCILLATORY AND AVERAGED DYNAMICS OF A DROPLET INCLUSION IN A LIQUID FILLED CIRCULAR CHANNEL

S. V. Subbotin, M. A. Shiryaeva, V. G. Kozlov
Perm State Humanitarian Pedagogical University,
24 Sibirskaya ST., 614000, Perm

The dynamics of a droplet inclusion in a vertical circular channel filled with a viscous liquid is experimentally studied. The droplet blocks the cross-section of the channel and does not mix with the surrounding liquid. A variable pressure gradient is set at the channel boundaries, resulting in the harmonic oscillations of the interface shape. The experiments vary the amplitude and frequency of oscillations, viscosities of liquids and the volume of the droplet. At low oscillation amplitudes, the position of the contact line of the liquids with the channel does not change, while the contact angle oscillates. In the phases of maximum deviation of the contact angle from the equilibrium value, the area of the interphase has a maximum value. With increase in the amplitude of oscillations the contact line also oscillates along the direction of the boundary movement. It is found that oscillations are accompanied by the formation of steady toroidal flows localized near the interfaces. The paper investigates the structure and velocity of steady flows depending on the dimensionless oscillation frequency.

Keywords: droplet inclusion, circular channel, interface oscillations, steady flows

© Субботин С.В., Ширяева М.А., Козлов В.Г., 2025

Введение

В современной химической промышленности для повышения интенсивности жидкостной экстракции всё чаще используют проточные микрожидкостные устройства. Это связано с тем, что диффузионные времена пропорциональны квадрату размера системы [1]. С другой стороны, эффективность диффузионных процессов напрямую зависит от площади межфазной границы, поэтому вместо непрерывной используют капельную подачу дисперсионной фазы в экстрагент [2, 3]. Перспективным является применение вибрационных методов для повышения эффективности жидкостной экстракции. Как показывают модельные эксперименты [4–6] колебания межфазной границы индуцируют мощную вибрационную конвекцию внутри фазового включения. Рождаемое осреднённое движение может способствовать быстрому перемешиванию вещества внутри жидкостей и быстрому транспорту веществ к межфазной границе раздела, где происходит химическая реакция. В данной работе исследуется динамика жидкости в одиночном капельном включении, осциллирующем в длинном круглом канале, заполненном несмешивающейся жидкостью.

Установка и методика эксперимента

Кювета представляет собой заполненный жидкостью стеклянный круглый канал длиной $L = 200$ мм и диаметром $D = 6.0$ мм, в центре которого находится капля несмешивающейся жидкости (объемом $V = 1$–6 мл), полностью перекрывающая его поперечное сечение. В качестве пары жидкостей используются вода (или водный раствор глицерина кинематической вязкости $\nu = 2.5$ сСт) и силиконовое масло. При этом в разных экспериментах в качестве капельного включения рассматривается как та, так и другая жидкость. Для примера на рис. 1 (слева) приведены фотографии капли воды в вязком силиконовом масле ПМС-100, которое хуже смачивает стеклянные стенки канала. При инвертированном расположении жидкостей капля (на этот раз, масла) имеет выпуклую форму. Для возбуждения осциллирующего движения концы канала подключены к гидравлическому насосу, прокачивающего жидкости по гармоническому закону $\sim \sin\Omega t$ [7]. Частота и амплитуда колебаний столба жидкости в канале меняются в диапазонах $f = \Omega/2\pi = 1$–20 Гц и $b = 0.1$–6 мм. Расположение канала вертикальное.

Для исследования осцилляционной динамики межфазной границы к воде (водным растворам глицерина) добавляется флуоресцирующий краситель Родамин Б. Наблюдения ведутся в свете зеленого лазера с длиной волны $\lambda = 520$ нм через оранжевый светофильтр. Структура течения исследуется при помощи PIV-метода. Для этого капельное включение и окружающая жидкость засеиваются полиамидными светорассеивающими частицами диаметром 20 μм. Для компенсации оптических искажений при наблюдении сбоку канал дополнительно помещается в корректирующую прозрачную «рубашку» в виде параллелепипеда.

Результаты экспериментов

В отсутствие осцилляций капельное включение полностью перекрывает поперечное сечение канала и образует две практически осесимметричные линии контакта с боковой поверхностью (рис. 1). При включении вибраций небольшой амплитуды, линии контакта капли остаются неподвижными. Колебания же совершает межфазная граница, что сопровождается периодическим изменением её формы и величины краевого угла θ. Вследствие того, что равновесное значение краевого угла вода-масло в отсутствие вибраций $\theta_0 = 70°$, верхняя и нижняя границы капли в ходе колебаний отличаются по форме.

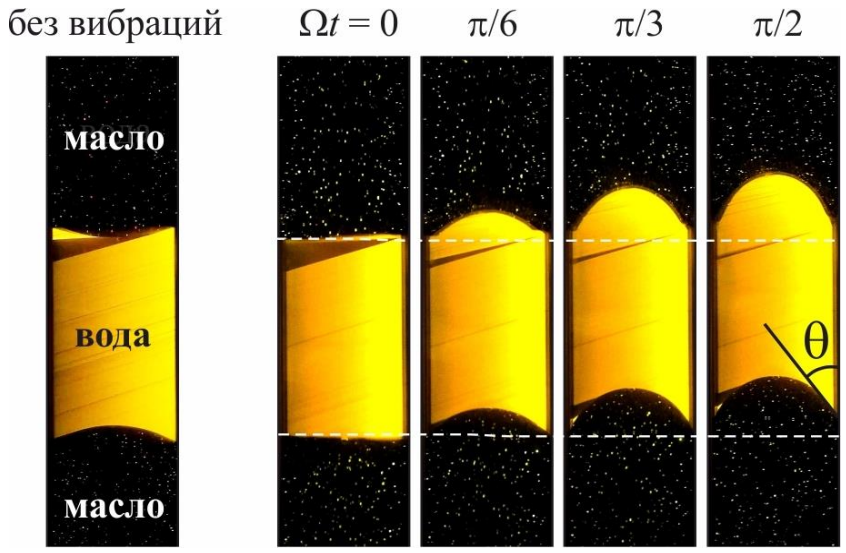


Рис. 1. Фотографии капли в отсутствие вибраций (слева) и в различные фазы колебаний при частоте Ω = 12.56 рад/с и амплитуде b = 1.85 мм

С увеличением амплитуды b динамика капельного включения усложнятся. Во-первых, среднее значение динамического краевого угла стремится к значению $\theta_{din} = 90°$, при этом проникающее в вязкую жидкость маловязкое включение принимает форму «языка». Во-вторых, изменение формы межфазной границы сопровождается смещением контактной линии в направлении движения «языка». Можно заметить, что движение контактной линии вдоль вертикальной координаты y начинается в момент времени $t/T \approx 0.2$, когда заканчивается уменьшение величины краевого угла (начало заштрихованной области на рис. 2; здесь для определённости измерения происходят со стороны нижней границы, как показано на рис. 1). Видно, что при фиксированном значении производной $\mathrm{d}y/\mathrm{d}t$ значение θ практически не меняется. Далее в диапазоне $0.4 < t/T < 0.6$ положение контактной линии перестаёт изменяться, в свою очередь угол θ начинает расти. Наибольшее значение θ достигается в момент времени $t/T \approx 0.85$, когда «язык» маловязкой жидкости максимально смещается вниз.

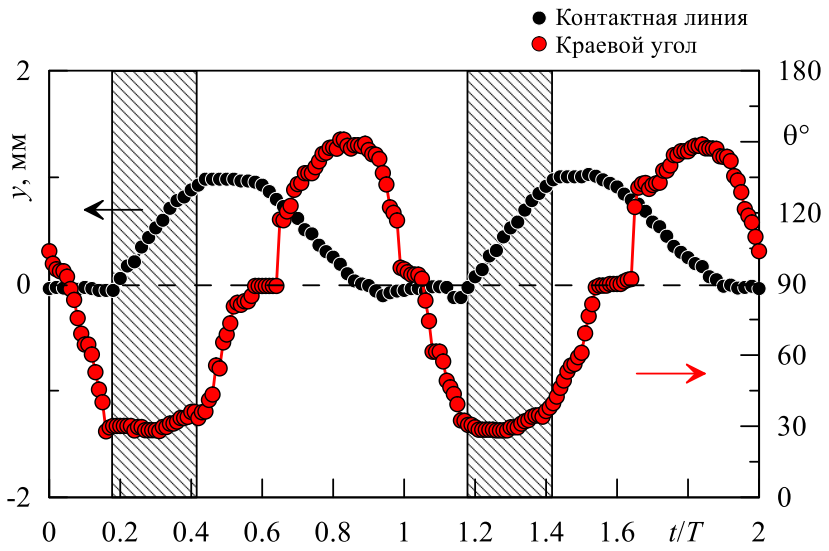


Рис. 2. Временная динамика положения контактной линии и величины краевого угла (черные и красные символы) при Ω = 12.56 рад/с и b = 1.85 мм

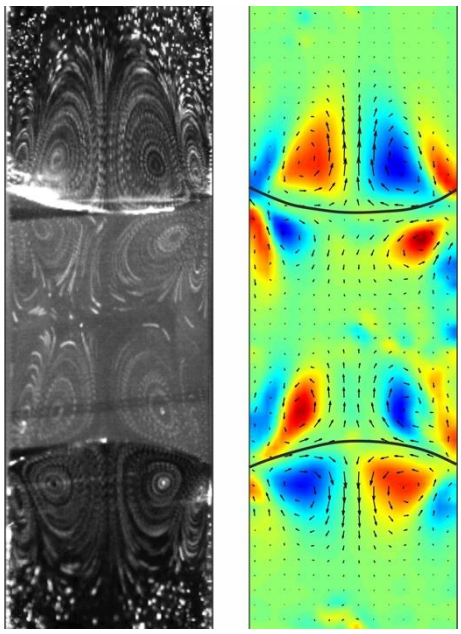


Рис. 3. Структура осреднённого течения в капле и окружающей жидкости при Ω = 12.56 рад/с и b = 1.27 мм; слева показана трековая визуализация, справа – поле скорости и распределение завихренности

Обнаружено, что в результате колебаний внутри капли возникают осреднённые течения в виде двухслойной системы тороидальных вихрей (рис. 3). Видно, что осреднённое движение рождается вблизи линии контакта. Причем потоки существуют не только внутри капли, но и окружающей вязкой жидкости. Эксперименты показывают, что структура осреднённого течения сильно зависит от безразмерной частоты вибраций $\omega = \Omega d^2/4\nu$, характеризующей отношение поперечного размера полости к толщине пограничного слоя $\delta = \sqrt{2\nu/\Omega}$. В экспериментах с каплей воды в масле динамика капельного включения соответствует области умеренных и низких безразмерных частот $\omega < 50$. В этом случае в приосевых вихрях жидкость

движется вдоль межфазной границы к оси канала, после чего разворачивается и движется от границы вдоль оси. С увеличением безразмерной частоты ω структура течения внутри капли меняется. Вблизи оси канала генерируются вторичные вихри противоположной закрутки. В них жидкость движется вдоль оси канала по направлению к межфазной границе. В то же время структура осреднённого течения во внешней жидкости (в более вязком масле) практически не меняется, поскольку в этой области сохраняется низкочастотный предел. Полученные результаты находятся в хорошем согласии с работами [4–6], где исследовались скорость и структура вибрационных потоков в осциллирующих упругих полостях, моделирующих капли, покрытые адсорбционной пленкой.

Работа выполнена при поддержке РНФ (проект 23-11-00242).

Список литературы

1. *Nguyen N.T. Wu Z.* Micromixers – a review // Micromech. Microeng. 2005. Vol. 15, R1 (2005).
2. *Burns J.R., Ramshaw C.* The intensification of rapid reactions in multiphase systems using slug flow in capillaries // Lab. Chip. 2001. Vol. 1, P. 10–15.
3. *Mary P., Studer V., Tabeling P.* Microfluidic Droplet-Based Liquid−Liquid Extraction // Anal. Chem. 2008. Vol. 80. P. 2680–2687.
4. *Kozlov V.G., Kozlov N.V., Schipitsyn V.D.* Steady flows in an oscillating deformable container. Effect of the dimensionless frequency // Phys. Rev. Fluids. 2017. Vol. 2. P. 094501.
5. *Козлов В.Г., Сабиров Р.Р., Субботин С.В.* Осредненные течения в осциллирующей сфероидальной полости с эластичной стенкой // Изв. РАН. МЖГ. 2018. №2. С. 16–26.
6. *Kozlov V.G., Subbotin S.V., Sabirov R.R.* Steady flows in deformed elastic sphere subject to rotational oscillations // Phys. Fluids. 2018. Vol. 30, No. 9, P. 093606.
7. *Subbotin S.V., Kozlov V.G., Shiryaeva M.A.* Effect of dimensionless frequency on steady flows excited by fluid oscillation in wavy channel // Phys. Fluids 2019. V. 31 (10). 103604.

ВЛИЯНИЕ АРКТИЧЕСКОГО ПОТЕПЛЕНИЯ НА ХАРАКТЕРИСТИКИ БАРОКЛИННЫХ ВОЛН СРЕДНИХ ШИРОТ И РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ

А. Н. Сухановский[a], А. А. Гаврилов[b], А. Ю. Васильев[a], Е. Н. Попова[a]
[a]Институт механики сплошных сред УрО РАН,
614013, Пермь, ул. Академика Королева, 1
[b]Институт теплофизики им. С.С. Кутателадзе СО РАН УрО РАН,
630090, Новосибирск, проспект Академика Лаврентьева, 1

Представлены результаты лабораторного и численного моделирования арктического потепления в лабораторной модели общей циркуляции атмосферы. Моделирование арктического потепления реализовано при помощи варьирования мощности охлаждения в центральной части вращающегося слоя жидкости. Полученные результаты показали, что варьирование мощности охлаждения слабо влияет на характеристики бароклинных волн, оказывая заметное влияние на распределение потоков тепла и температуры.

Ключевые слова: лабораторное моделирование; глобальная циркуляция атмосферы; арктическое потепление

IMPACT OF ARCTIC WARMING ON MID-LATITUDE BAROCLINIC WAVE CHARACTERISTICS AND TEMPERATURE DISTRIBUTION

A. N. Sukhanovskii[a], A. A. Gavrilov[b], A. Yu. Vasiliev[a], E. N. Popova[a]
[a]Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS,
1 Academician Korolev St., 614013, Perm
[b] Institute of Thermophysics SB RAS,
1 Ac. Lavrentieva Pr., 630090, Novosibirsk

The results of laboratory and numerical modeling of Arctic warming in a laboratory atmospheric general circulation model are presented. Arctic warming is modelled by varying the cooling power in the central part of the rotating fluid layer. The results showed that varying the cooling power has a weak effect on the baroclinic wave characteristics, with a noticeable effect on the distribution of heat and temperature fluxes.

Keywords: laboratory modeling; global atmospheric circulation; arctic warming

Общая циркуляция атмосферы играет важнейшую роль в погодных и климатических процессах, поскольку обеспечивает перенос и перераспределение тепла и углового момента. Структура и динамика глобальной циркуляции атмосферы очень сложны и зависят от множества факторов, таких как вращение, солнечный нагрев, топография поверхности и т.д. Глобальная атмосферная циркуляция имеет конвективную природу, и ее движущей силой является меридиональная разница температур. Заметное потепление над арктическим полюсом приводит к уменьшению температурного контраста между полюсом и экватором [1], что может повлиять на интенсивность и

© Сухановский А.Н., Гаврилов А.А., Васильев А.Ю., Попова Е.Н., 2025

структуру крупномасштабной циркуляции и вероятность погодных экстремумов [2]. Одним из факторов, которые влияют на рост температуры в арктическом регионе, является таяние льдов. Уменьшение ледяного покрова приводит к росту альбедо (уменьшению отражающей способности) и как следствие к увеличению притока тепла. Есть некоторые свидетельства того, что арктическое потепление увеличивает меандрирование среднеширотного зонального потока и снижает скорость дрейфа крупномасштабных волн [3,4]. Однако использование различных данных, моделей, подходов, метрик и интерпретаций приводит к противоречивым выводам относительно роли арктического потепления [2]. В данной работе представлены результаты лабораторного и математического моделирования арктического потепления в идеализированной постановке.

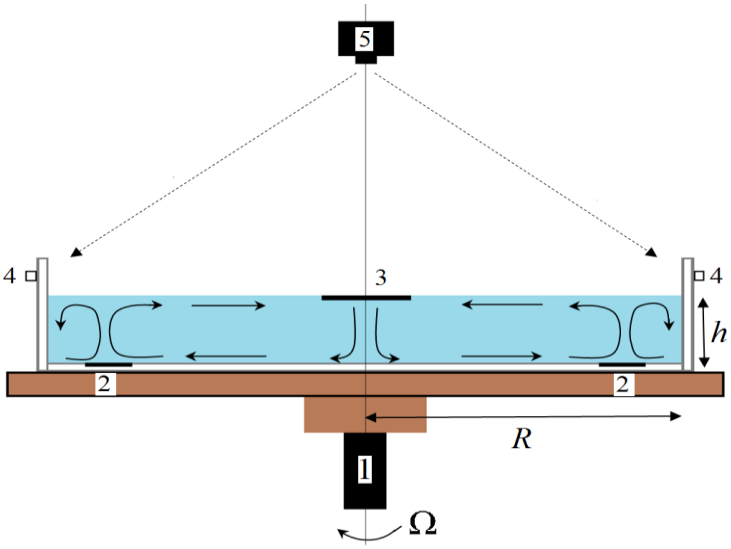


Рис. 1. Схема лабораторной модели общей циркуляции атмосферы. 1 – вращающийся стенд, 2 – кольцевой нагреватель, 3 – дисковый холодильник, 4 – светодиодная лента, 5 – цифровая видеокамера.)

Принципиальная схема идеализированной модели общей циркуляции атмосферы представлена на Рис.1. Рассматривается вращающийся, слой жидкости с аспектным отношением заметно меньшим единицы ($\Gamma \approx 0.09$), с локализованным кольцевым нагревателем (2), расположенным на периферии дна и холодильником (3), в форме диска, который помещен в центральной части, на верхней границе слоя жидкости. Кольцевой нагреватель моделирует нагрев в области экватора, а холодильник, охлаждение в полярной области. Нагреватель специально смещен от боковой стенки для минимизации ее влияния за счет прилипания на границе, на формирование течений. Помимо этого, смещение области нагрева от боковой стенки позволяет реализовать в верхней части слоя жидкости, зональные течения (восточные и западные ветры) характерные для экваториальной области. Благодаря переносу углового момента, радиальное течение, направленное к боковой стенке (Рис.1.) формирует антициклоническую циркуляцию (противоположную вращению модели), а конвергентное течение (направленное к центру) приводит к появлению интенсивного циклонического движения. Подробное описание лабораторной модели можно найти в [5,6].

Лабораторная модель позволяет реализовать четыре меридиональные ячейки, кроме пристеночной ячейки это аналоги ячейки Хэдли, ячейки Ферреля и полярной ячейки (Рис.2). Особенностью ячейки Ферреля и ее лабораторного аналога является то, что она формируется вследствие волновых движений и заметна только на средних (по времени и азимутальной координате) распределениях меридиональной циркуляции.

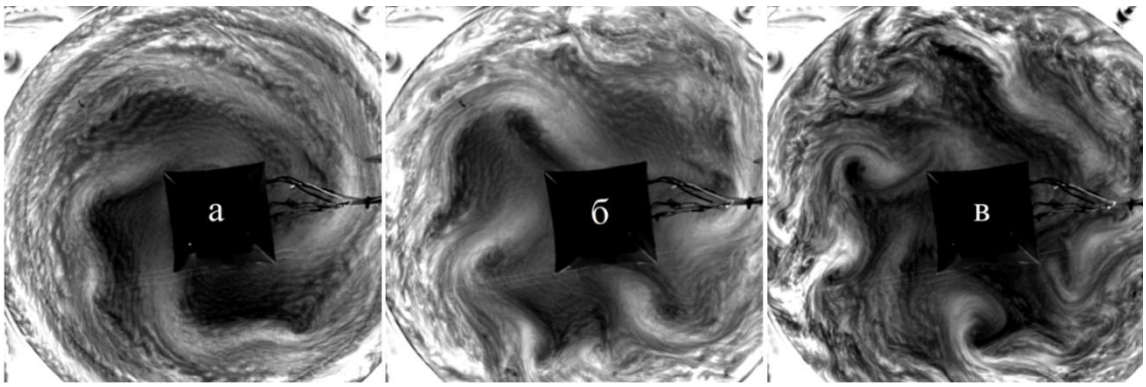


Рис. 3. Структура течения, визуализированная алюминиевой пудрой, в режиме с бароклинными волнами при разных значениях основных безразмерных параметров, фиксированная мощность нагрева, скорость вращения увеличивается слева направо.

Скорость вращения определяет структуру бароклинных волн (Рис.3). При фиксированной мощности нагрева увеличение скорости вращения сначала приводит к росту волнового числа, а затем к нерегулярному волновому режиму, который наиболее близок к тому, что наблюдается в реальной атмосфере. Исследуемые течения имеют сложную трехмерную структуру, поэтому параллельно с экспериментом было реализовано математическое моделирование в постановке максимальной приближенной к лабораторной модели (в пакетах OpenFOAM и SigmaFlow). Численные расчеты, в отличие от эксперимента, позволяют получить мгновенные трехмерные распределения всех интересующих характеристик течения.

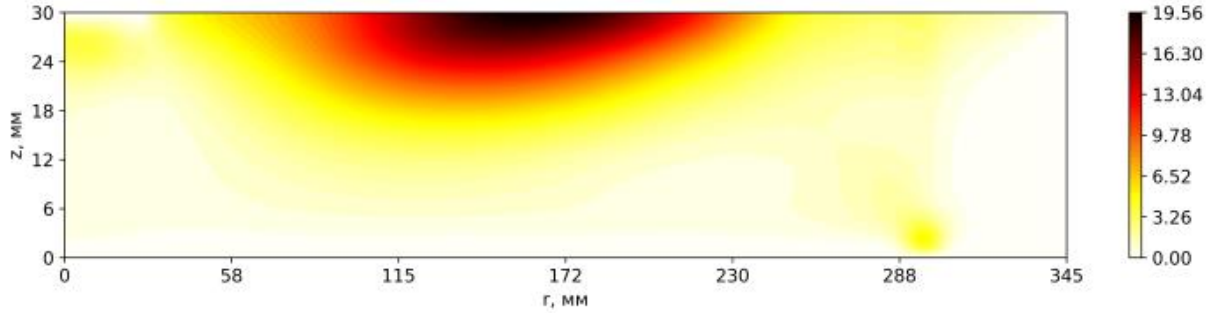


Рис.4. Поле пульсаций радиальной компоненты скорости (осредненное по времени и азимутальной координате), в мм^2/с^2.

На Рис.4. показано распределение среднеквадратичных пульсаций радиальной компоненты скорости (осредненное по времени и азимутальной координате) в вертикальном сечении, которое хорошо иллюстрирует область

формирования бароклинных волн. Как и в реальной атмосфере бароклинные волны в лабораторной модели формируются в верхней части слоя, в области средних радиусов.

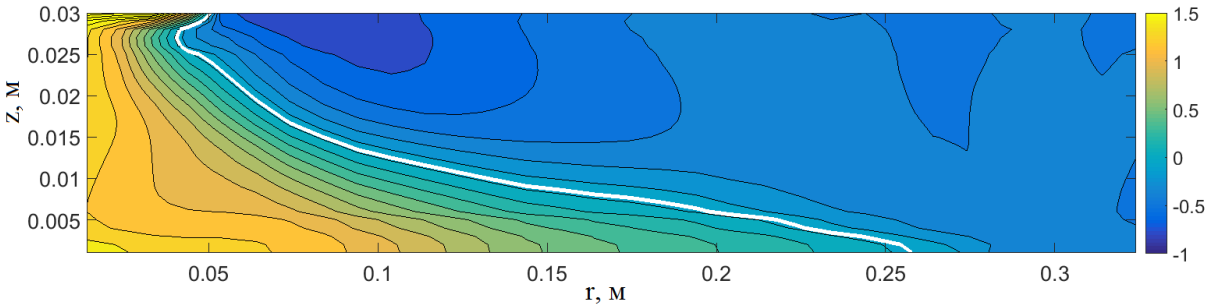


Рис. 5. Изменение распределения температуры в результате выключения локального холодильника.

Моделирование арктического потепления проводилось при помощи варьирования параметров центрального холодильника. Изменялась мощность холодильника и его размер. Показано, что в «атмосферном» режиме уменьшение мощности охлаждения не приводит к принципиальным изменениям характеристик волн. Значительно сильнее изменяется пространственное распределение и величина потоков тепла в средних широтах и в полярной области лабораторной модели, что приводит к заметному изменению средней температуры (Рис.5). Подробно результаты исследования представлены в [7].

Работа выполнена при поддержке гранта РНФ № 22-61-00098

Список литературы

1. *You Q. et al.* Warming amplification over the Arctic Pole and Third Pole: Trends, mechanisms and consequences //Earth-Science Reviews. 2021. V. 217. P. 103625.
2. *Overland J. E. et al.* Nonlinear response of mid-latitude weather to the changing Arctic //Nature Climate Change. 2016. V. 6. №. 11. P. 992-999.
3. *Francis J. A., Vavrus S. J.* Evidence for a wavier jet stream in response to rapid Arctic warming //Environmental Research Letters. 2015. V. 10. N.1. P. 014005.
4. *Rodda C., Harlander U., Vincze M.* Jet stream variability in a polar warming scenario–a laboratory perspective //Weather and Climate Dynamics. 2022. V. 3. N. 3. P. 937-950.
5. *Harlander, U.; Sukhanovskii, A.; Abide, S.; Borcia, I.D.; Popova, E.; Rodda, C.; Vasiliev, A.; Vincze, M.* New Laboratory Experiments to Study the Large-Scale Circulation and Climate Dynamics // Atmosphere, 2023, 14, 836.
6. *Sukhanovskii A., Popova E. and Vasiliev A.* A shallow layer laboratory model of large-scale atmospheric circulation // Geophysical & Astrophysical Fluid Dynamics, Vol.117, N.3,2023, P.155-176.
7. *Sukhanovskii, A. and Gavrilov, A. and Popova, E. and Vasiliev.* A. The study of the impact of polar warming on global atmospheric circulation and mid-latitude baroclinic waves using a laboratory analog // Weather and Climate Dynamics, 2024, Vol.5(2), P.863-880

ХАРАКТЕРИСТИКИ БАРОКЛИННЫХ ВОЛН СРЕДНИХ ШИРОТ В СЛУЧАЕ ЗОНАЛЬНО ОДНОРОДНЫХ ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЙ

А. Н. Сухановский[a], Р. А. Степанов[a], А. В. Быков[a,b], А. Л. Ветров[a,b],
Н. А. Калинин[a,b], П. Г. Фрик[a]
[a]Институт механики сплошных сред УрО РАН,
614013, Пермь, ул. Академика Королева, 1
[b]Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614990, ул. Пермь, Букирева, 15

В работе представлена упрощенная модель земной атмосферы, которая, с одной стороны, точно воспроизводит реальные характеристики Земли, а с другой, предельно упрощает конфигурацию материков и океанов и топологию реальной планеты. При помощи расчетов в пакете WRF-ARW показано, что сохранение относительно небольшого экваториального океана на фоне плоской, пустынной планеты достаточно для воспроизведения общей циркуляции атмосферы и динамики среднеширотных волновых и вихревых структур, реалистичных для Земли. Полученные результаты могут быть полезны для анализа влияния сложного рельефа и пространственного распределения суши и океана на формирование бароклинных волн в средних широтах.

Ключевые слова: глобальная циркуляция атмосферы; бароклинные волны, WRF-ARW

CHARACTERISTICS OF MIDLATITUDE BAROCLINIC WAVES IN THE CASE OF ZONALLY HOMOGENEOUS BOUNDARY CONDITIONS

A. N. Sukhanovskii[a], R. A. Stepanov[a], A. V. Bykov[a,b], A. L. Vetrov[a,b],
N. A. Kalinin[a,b], P. G. Frick[a]
[a]Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS,
1 Academician Korolev St., 614013, Perm
[b]Perm State University,
15 Bukireva St., 614990, Perm

The paper presents a simplified model of the Earth's atmosphere, which, on the one hand, accurately reproduces the real characteristics of the Earth and, on the other hand, extremely simplifies the configuration of continents and oceans and the topology of the real planet. Simulations by WRF-ARW package shows that the preservation of a relatively small equatorial ocean against the background of a flat, desert planet is sufficient to reproduce the general circulation of the atmosphere and the dynamics of midlatitude wave and vortex structures realistic for the Earth. The results obtained can be useful for analyzing the influence of the complex topography and spatial distribution of land and ocean on the formation of baroclinic waves at midlatitudes.

Keywords: global atmospheric circulation; baroclinic waves, WRF-ARW

Общая циркуляция атмосферы играет важную роль в формировании погодных и климатических процессов, обеспечивая перенос и перераспределение тепла, влаги и углового момента. Структура и динамика глобальной циркуляции

© Сухановский А.Н., Степанов Р.А., Быков А.В., Ветров А.Л., Калинин Н.А., Фрик П.Г., 2025

атмосферы сложны и зависят от множества факторов, таких как вращение, солнечный нагрев, топография поверхности и т.д. Для решения реальных задач, которые направлены на улучшение прогноза погоды, необходимо использовать математические модели, включающие в себя все значимые процессы, протекающие в атмосфере. Существенное влияние на динамику атмосферы оказывает взаимодействие с океаном и сушей, поэтому необходимо развивать сопряженные модели, учитывающие эти сложные обменные процессы. Фактически речь идет о цифровых двойниках системы атмосфера-океан-суша. При этом часто отмечается, что прогнозирование при помощи сложных математических моделей общей циркуляции атмосферы, вовсе не равнозначно пониманию механизмов, определяющих структуру и динамику крупномасштабных течений [1-3]. Выявления базовых механизмов, определяющих циркуляцию атмосферы, требует упрощения рассматриваемой системы, то есть необходимы модели различной степени сложности, или как говорят иерархия моделей [4]. В этом контексте эффективным подходом к изучению базовых особенностей сложных геофизических систем является лабораторное и математическое моделирование в упрощенных постановках. Ряд важных результатов, касающихся общей циркуляции атмосферы, получен при лабораторном моделировании [5–10], хотя некоторые ключевые особенности циркуляции атмосферы наталкиваются на технические ограничения. В эксперименте сложно учесть сферичность атмосферного слоя, очень малое отношение высоты слоя к горизонтальному размеру и эффекты, связанные с турбулентностью. Поэтому важность математического моделирования общей циркуляции атмосферы в идеализированной, но полномасштабной постановке, трудно переоценить. В данной работе представлены результаты моделирования при помощи специализированной модели WRF-ARW [11]. Основные параметры модели подробно описаны в [12].

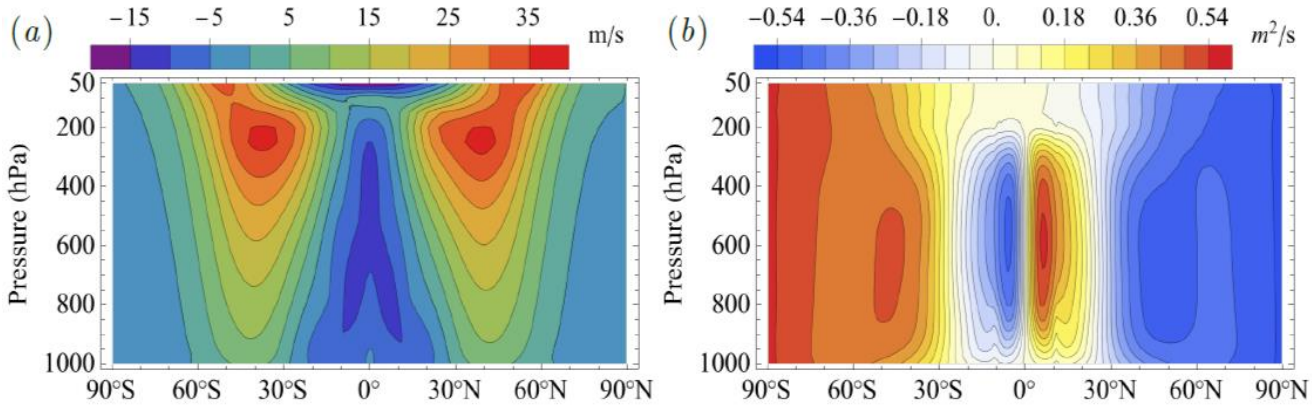


Рис. 1. Среднее распределение зональной скорости (слева) и функции тока (справа).

Результаты расчетов показали, что, несмотря на существенное упрощение (отсутствие рельефа и зональная однородность граничных условий) общая структура глобальной циркуляции не изменилась (Рис.1). Распределения

пульсаций различных компонент скорости, обусловленных в средних широтах наличием бароклинных волн, также подобны реальным распределениям (Рис.2). В работе проведен подробный анализ характеристик бароклинных волн, их модовый состав, а также их сезонные вариации.

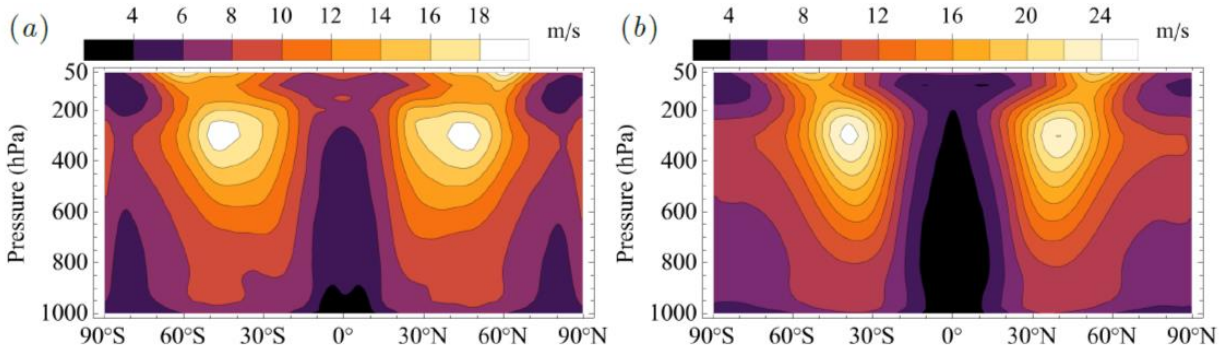


Рис. 2. Распределение пульсаций зональной скорости (слева) и меридиональной скорости (справа).

На основе полученных результатов можно сделать вывод, что моделирование с упрощенными граничными условиями позволяет выявить основные особенности бароклинных волн в реалистичной среде и может помочь в понимании влияния сложного рельефа и пространственного распределения суши и океана на формирование бароклинных волн в средних широтах.

Работа выполнена при поддержке гранта РНФ № 22-61-00098

Список литературы

1. *Hoskins, B. J.* Dynamical processes in the atmosphere and the use of models // Q. J. Roy. Meteor. Soc., 1983, 109, P.1–21.
2. *Held, I. M.* The gap between simulation and understanding in climate modeling // B. Am. Meteorol. Soc., 2005, 86, P.1609–1614.
3. *Vallis, G. K.* // Geophysical Fluid Dynamics: Whence, whither and why?, P. Roy. Soc. A-Math. Phy., 2016, 472, 23.
4. *Vallis G. K. et al.* Isca, v1. 0: A framework for the global modelling of the atmospheres of Earth and other planets at varying levels of complexity //Geoscientific Model Development. 2018. Т. 11. №. 3. С. 843–859.
5. *Read P. L., Edgar P. Pérez, Irene M. Moroz and Roland M. B. Young* General Circulation of Planetary Atmospheres: Insights from Rotating Annulus and Related Experiments // Modeling Atmospheric and Oceanic Flows: Insights from Laboratory Experiments and Numerical Simulations, AGU, 2014, 368 p.
6. *Scolan H., Read P. L.* A rotating annulus driven by localized convective forcing: a new atmosphere-like experiment // Experiments in Fluids. 2017. Т. 58. №. 6. P. 75.
7. *Sukhanovskii A., Popova E. and Vasiliev A.* A shallow layer laboratory model of large-scale atmospheric circulation // Geophysical & Astrophysical Fluid Dynamics, Vol.117, N.3,2023, pp. 155–176.

8. *Васильев А. Ю., Попова Е.Н., Сухановский А. Н.* Структура течений в лабораторной модели общей циркуляции атмосферы // Вычислительная механика сплошных сред, (2023), 16(3), 321–331. https://doi.org/10.7242/1999-6691/2023.16.3.27
9. *Harlander U., Sukhanovskii A., Abide, S., Borcia I. D., Popova E., Rodda C., Vasiliev A., Vincze M.* New Laboratory Experiments to Study the Large-Scale Circulation and Climate Dynamics // Atmosphere, 2023, 14, 836.
10. *Sukhanovskii, A. and Gavrilov, A. and Popova, E. and Vasiliev.* A. The study of the impact of polar warming on global atmospheric circulation and mid-latitude baroclinic waves using a laboratory analog // Weather and Climate Dynamics, 2024, Vol.5(2), P.863-880.
11. *Skamarock W. C., Klemp J. B., Dudhia J., Gill D. O., Liu Z.*, *Berner J. et al.* A description of the advanced research WRF model version 4. Boulder, CO: NCAR, 2019.
12. *Быков А.В., Ветров А.Л., Фрик П.Г., Сухановский А.Н., Калинин Н.А., Степанов Р.А.* Численное моделирование предельных состояний планетарной атмосферы // Географический вестник = Geographical bulletin. 2023. № 4 (67). С. 85-98. DOI 10.17072/2079-7877-2023-4-85-98.

МОДЕЛИРОВАНИЕ СТАЦИОНАРНОГО ТЕРМОПЕРВАПОРАЦИОННОГО РАЗДЕЛЕНИЯ ДВУХКОМПОНЕНТНОЙ СМЕСИ

А. Р. Трошкин[a], Д. Ю. Ханукаева[a], П. А. Александров[b], А. Н. Филиппов[a]
[a]Губкинский университет,
119991, Москва, Ленинский проспект, 65, корп. 1
[b]ЗАО «Курс-Симбирск»,
432073, Ульяновск, ул. А. Наганова, 10

В данной работе рассматривается стационарное мембранное разделение водно-органической смеси при помощи термопервапорации. Предложена одномерная математическая модель данного процесса. В общем случае задача решена численно. Получено распределение доли органического компонента (спирта) по толщине мембранной ячейки. Исследованы показатели эффективности процесса, а также их зависимость от определяющих параметров задачи. Результаты теоретического исследования успешно верифицированы на экспериментальных литературных данных.

Ключевые слова: термодиффузия; мембранное разделение смесей; термопервапорация

MODELING OF STATIONARY THERMOPERVAPORATION SEPARATION OF TWO-COMPONENT MIXTURE

A. R. Troshkin[a], D. Yu. Khanukaeva[a], P. A. Aleksandrov[b], A. N. Filippov[a]
[a]Gubkin University,
65-1 Leninsky Prospekt, 119991, Moscow,
[b]ZAO "Kurs-Simbirsk",
10 A. Naganova St., 432073, Ulyanovsk

The work concerns the stationary membrane separation of water-organic mixture using thermopervaporation. A one-dimensional mathematical model of this process is proposed. In general case, the problem is solved numerically. The distribution of the mass fraction of the organic component (methanol) over the membrane cell is obtained. The dependence of the process efficiency characteristics on the main parameters of the problem is determined. The results of this theoretical research have been successfully verified on experimental literature data.

Keywords: thermal diffusion; membrane separation of mixtures; thermopervaporation

На сегодняшний день первапорация является одним из перспективных способов мембранного разделения. Данный процесс обладает низкой энергоемкостью, высокой эффективностью, а также безреагентностью, поэтому спектр его технологического применения активно расширяется. Уже сейчас первапорация используется для концентрирования растворов, разделения азеотропных смесей, глубокой очистки сточных вод, обезвоживания органических жидкостей, опреснения морской воды [1]. Одним из способов

© Трошкин А.Р., Ханукаева Д.Ю., Александров П.А., Филиппов А.Н., 2025

повышения эффективности процесса первапорационного разделения является создание градиента температуры между питающим раствором и пермеатом [2], т.е. организация термопервапорации. Насколько нам известно, на сегодняшний день отсутствуют математические модели, должным образом описывающие процесс термопервапорации. В данной работе предложена такая модель.

На рис. 1 представлена термопервапорационная ячейка. Питающий раствор с заданной массовой долей ω_{s_0} растворенного вещества (РВ) циркулирует параллельно мембране. Пермеат в газообразном состоянии находится между мембраной и охлаждающей пластиной, которая в данную модель не включалась, рассматривалась только область, занятая парами. Задаются температуры питающего раствора T_f и пермеата T_p ($T_f > T_p$). Задача решается в следующих областях: $i = 1$ – диффузионный слой толщины δ, примыкающий к мембране с принимающей стороны; $i = 2$ – мембрана толщины h, $i = 3$ – область пермеата толщины B, занятая парами.

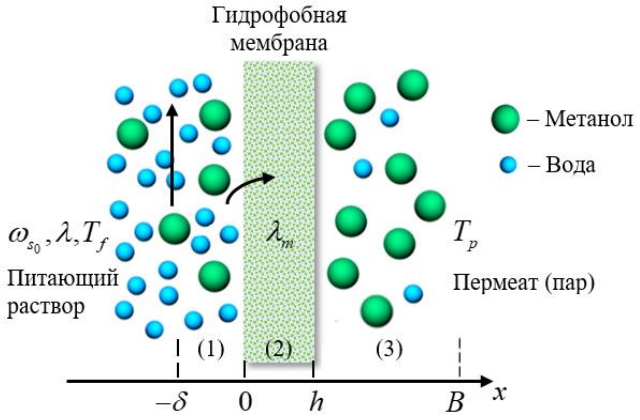


Рис. 1. Схема термопервапорационной мембранной ячейки

Рассматривается одномерный стационарный процесс термодиффузии. Потоки компонентов в данной постановке задачи сохраняются и состоят из двух слагаемых: одно из них отвечает за молекулярную диффузию, а другое за термическую активацию смеси [3]. Стоит отметить, что массовые доли РВ (s) ω_i^s и воды (w) ω_i^w связаны между собой соотношением $\omega_i^s + \omega_i^w = 1, \quad i = 1,2,3,$ поэтому, чтобы найти распределение этих величин в мембранной ячейке, можно рассматривать только один из компонентов. Запишем выражение для потока РВ:

$$J_i^s = -\rho_i D_i^s \frac{d\omega_i^s}{dx} - \frac{k_{T_i}^{s0} \omega_i^s (1-\omega_i^s) D_i^s}{T_i} \rho_i \frac{dT_i}{dx}, \; i = 1,2,3,$$

где ρ_i – плотность смеси, D_i^s – коэффициенты диффузии, ω_i^s – искомая массовая доля РВ, $k_{T_i}^{s0}$ – постоянные термодиффузии, T_i – температура в каждой из рассматриваемых областей. При изучении распределения температуры в системе жидкость-мембрана-пар удалось показать, что фазовый переход жидкость-пар, происходящий внутри мембраны, можно описывать в рамках модели, которая подразумевает не объёмное испарение в толще мембраны, а локальный процесс, происходящий на поверхности мембраны, контактирующей с жидкостью. При

этом распределение температуры в каждой из областей описывается более простыми линейными функциями. Выписанные выражения для термодиффузионных потоков рассматриваются как уравнения для определения ω_i^s, причем, величина потока заранее неизвестна и определяется в процессе решения задачи.

Граничные условия представляют собой:

а) непрерывность потоков РВ на всех межфазных поверхностях: $J_1^s|_{x=-0} = J_2^s|_{x=+0}, J_2^s|_{x=h-0} = J_3^s|_{x=h+0}$;

б) заданную величину массовой доли РВ на границе питающий раствор/диффузионный слой: $\omega_1^s|_{x=-\delta} = \omega_{s_0}$;

в) скачки массовой доли РВ на обеих поверхностях мембраны:

$$\gamma_v^s\left(\frac{1}{\rho^s}+\frac{1}{\rho^w\omega_1^s}-\frac{1}{\rho^w}\right)\Bigg|_{x=-0} = \underset{x=+0}{\left(\frac{1}{\rho_v^s}+\frac{1}{\rho_v^w\omega_2^s}-\frac{1}{\rho_v^w}\right)\Bigg|_{x=h-0}} = \gamma^s\left(\frac{1}{\rho_v^s}+\frac{1}{\rho_v^w\omega_3^s}-\frac{1}{\rho_v^w}\right)\Bigg|_{x=h+0},$$

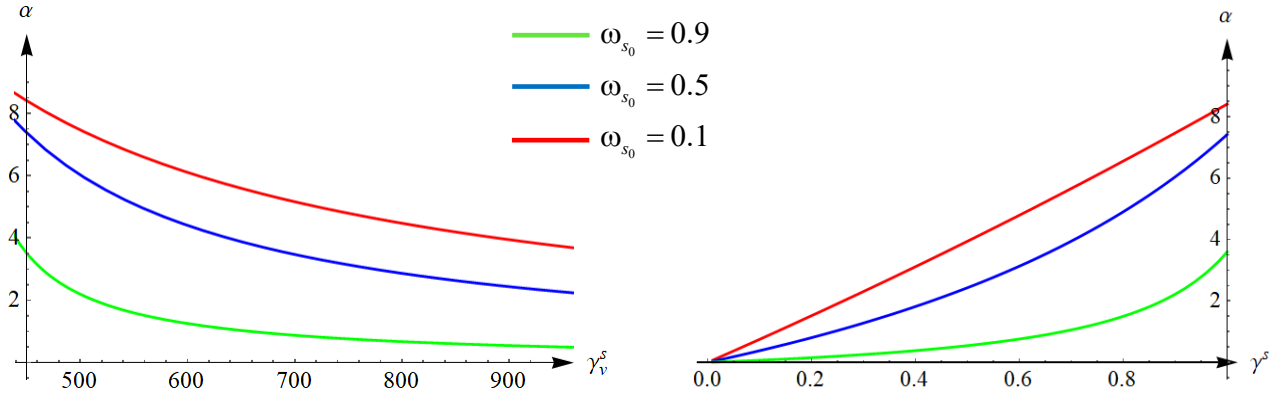
где ρ^w, ρ^s – плотности компонентов в жидкой фазе, ρ_v^w, ρ_v^s – плотности компонентов в смеси паров, γ^s, γ_v^s – коэффициенты равновесного распределения, показывающие сродство мембраны к РВ (определяют величину потенциального барьера, который преодолевают молекулы на входе и выходе из мембраны), при этом в нашей модели γ_v^s учитывает процесс парообразования на поверхности мембраны со стороны питающего раствора, т.е. $\gamma_v^s >> \gamma^s$;

г) заданную величину массовой доли РВ в области пермеата: $\omega_3^s|_{x=B} = \omega_B$.

Поставленную краевую задачу удалось решить численно. Получены распределения массовых долей в каждой из исследуемых областей. Стоит отметить, что в предельном случае, когда устанавливается полное насыщение, потоки компонентов в каждой из областей равны нулю, и решение удалось получить аналитически.

Для оценки эффективности процесса первапорации используют фактор разделения, определяемый как отношение пропорции целевого компонента и воды в пермеате к аналогичной пропорции в питающем растворе: $\alpha = \frac{\omega_B/(1-\omega_B)}{\omega_{s_0}/(1-\omega_{s_0})}$, а также индекс первапорационного разделения PSI: $PSI = J^{total}(\alpha - 1)$, где $J^{total} = J^w + J^s$ – полный поток через мембрану. Было установлено, что производительность системы (полный поток) практически линейно падает с ростом фактора разделения, поэтому максимальный поток реализуется при минимальном факторе разделения и наоборот. Также удалось показать, что величина фактора разделения существенно зависит лишь от некоторых параметров: содержания РВ в исходной смеси ω_{s_0}, а также коэффициентов γ^s и γ_v^s, представляющих собой характеристики мембраны. На рис. 2 представлены зависимости фактора разделения от γ^s и γ_v^s при доле РВ в питающем растворе ω_{s_0} равной 0.1; 0.5; 0.9. При построении кривых использовались значения параметров, соответствующие смеси воды и метанола: $k_{T1}^{s0} = 0.25$; $k_{T2}^{s0} = 0.2$; $\rho^s = 750$кг/м^3; $\rho^w = 990$кг/м^3; $\rho_v^s = 1.41$кг/м^3; $\rho_v^w = 0.2$кг/м^3; h = 40 мкм; δ = 100 мкм; T_f = 333 К; T_p = 283 К; λ = 0.37 Дж/(м·с·К);

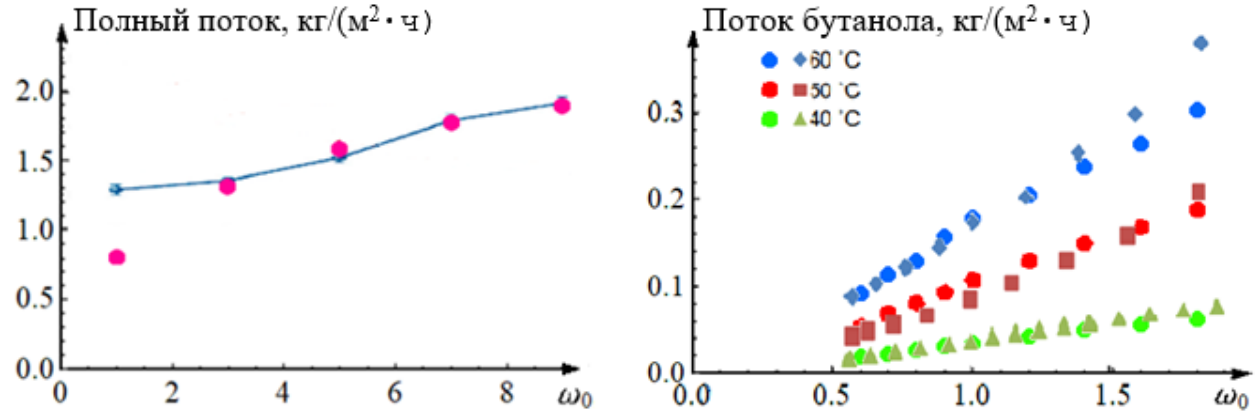
$\lambda_m = 0.17$ Дж/(м·с·К); $q = 12$ Дж/(м^2·с); а также $\gamma^s = 0.75$ для рис. 2*а*; $\gamma_v^s = 600$ для рис. 2*б*.



а) *б)*

Рис. 2. Зависимости фактора разделения α от γ_v^s (а) и от γ^s (б) при различных значениях ω_{s_0}

На рис. 2 видно, что фактор разделения тем выше, чем меньше массовая доля целевого компонента в исходной смеси. Это дополнительно подтверждает эффективность первапорационного разделения для сильно разбавленных растворов. При этом с увеличением γ_v^s наблюдается падение α (рис. 2*а*), что можно объяснить увеличением потенциального барьера, создаваемого мембраной для молекул диффундирующего вещества. С ростом γ^s фактор разделения увеличивается (рис. 2*б*), так как сродство материала мембраны к молекулам целевого компонента падает, и парам РВ становится энергетически выгоднее находиться вне мембраны.



а) *б)*

Рис. 3. Зависимости полного потока смеси этанол-вода (а) и потока бутанола (б) от различных значений массовых долей соответствующих компонентов ω_0 в питающем растворе; расчетные точки данной работы – кружки, экспериментальные данные – линия (а) и многоугольники (б)

Таким образом, разработанная модель позволяет количественно анализировать качество и эффективность стационарного термопервапорационного разделения смеси, а также исследовать его зависимость от всех параметров процесса.

Работа выполнена при финансовой поддержке РНФ (грант No. 23-19-00520, https://rscf.ru/project/23-19-00520/).

Список литературы

1. *Фазылова Д. И., Шишкина Н. Н., Яруллин Р. С., Кияненко Е. А.* Мембранные процессы разделения: учебное пособие. Казань: КНИТУ, 2018. 112 с.
2. *Поляков А. М.* Некоторые аспекты первапорационного разделения жидких смесей // Мембраны. Серия: Критические технологии. 2004. Вып. 4(24). С. 29- 44.
3. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Теоретическая физика. Т. 6. Гидродинамика. М.: Наука, 1986. 736 с.
4. *Sinan Cheng, Zhiyuan Liu, Xingda Yang, Chunxi Li, Hongwei Fan, Hong Men*g. Graphdiyne-based integrated membrane for enhanced alcohol-permselective pervaporation // Journ. Membr. Sci. 2024. V. 693. 122397.
5. *Borisov I. L., Golubev G. S., Vasilevsky V. P., Volkov A. V., Volkov V. V.* Novel hybrid process for bio-butanol recovery: Thermopervaporation with porous condenser assisted by phase separation // Journ. Membr. Sci. 2017. V. 523. P. 291- 300.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕЧЕНИЯ ГАЗОВЗВЕСИ В КАНАЛЕ

Д. А. Тукмаков
ИММ Федеральный исследовательский центр Казанский научный центр РАН,
420111, Казань, ул. Лобачевского, 2

В данной работе моделировались процессы гравитационного осаждения аэрозоля состоящего из частиц одинакового размера. Актуальность исследования связана с различными практическими приложениями осаждения дисперсной фазы газодисперсных сред. В работе получены математические модели, описывающие осаждение частиц на основе одномерных нестационарных уравнений диффузии с учетом и без учета конвективного слагаемого. Новизна работы заключается в том, что проводится сопоставление математических моделей, основанных на уравнения в частных производных и дискретной математической модели. Без учета, конвективного слагаемого гравитационное осаждение также происходит, но за существенно более долгий промежуток времени, чем при учете конвективного слагаемого. Также получена дискретная математическая модель осаждения частиц аэрозоля. Сопоставление демонстрирует, что наиболее интенсивно осаждение дисперсных частиц происходит по дискретной модели осаждения.

Ключевые слова: математическое моделирование; механика жидкости и газа; многофазные среды

MATHEMATICAL MODELING OF THE GASSUSPENSION FLOW IN CHANEL

D. A. Tukmakov
IME Federal Research Center Kazan Scientific Center RAS,
2 Lobachevskogo St., 420111, Kazan

In this work, we simulated the processes of gravitational deposition of an aerosol consisting of particles of the same size. The relevance of the study is related to various practical applications of deposition of the dispersed phase of gas-dispersed media. In this work, mathematical models are obtained that describe the deposition of particles based on one-dimensional non-stationary diffusion equations with and without taking into account the convective term. The novelty of the work lies in the fact that a comparison is made of mathematical models based on partial differential equations and a discrete mathematical model. Without taking into account the convective term, gravitational sedimentation also occurs, but over a significantly longer period of time than when taking the convective term into account. A discrete mathematical model of aerosol particle deposition was also obtained. A comparison demonstrates that the most intensive deposition of dispersed particles occurs according to a discrete deposition model.

Keywords: math modeling; fluid and gas mechanics; multiphase media

Одним из разделов механики жидкости и газа является динамика неоднородных сред [1-14]. Частным случем неоднородных сред являются аэрозоли – взвешенные в газе твердые частицы или жидкие капли. В

© Тукмаков Д.А., 2025

монографии [1] разработаны общие принципы теории динамики неоднородных сред. В монографии [2] численно иследованы одномерные течения моно и полидисперсных газовзвесей. В монографии [3] представлены различные математические модели течений запыленных сред. Монография [4] посвящена разработке теоретических основ осаждения дисперсных частиц. Результаты эксперементального наблюдения параметров седементации частиц позволяют определить свойства дисперсной системы [5]. В статье [11] математически моделируется гравитационная седементация дисперсных частиц. В исследовании [12] эксперементально изучается гравитационное осаждение аэрозоля в акустическом резонаторе. В работе [13] исследовано осаждение дисперсной фазы газовзвеси в аэродинамическом и электрическом поле.

В статье [14] с помощью уравнения Фоккера –Планка получены распределения концентрации частиц в плазме.

В данной работе проводится сопоставление математических моделей диффухии на освнове обыкновенного одномерного уравненя диффузии и уравнения диффузии с конвективным слагаемым, также предложена математическая модель предполагающая дискретность процесса осаждения дисперсных частиц.

На рис.1 представлено схематическое изображение гравитационного осаждения аэрозоля в емкости.

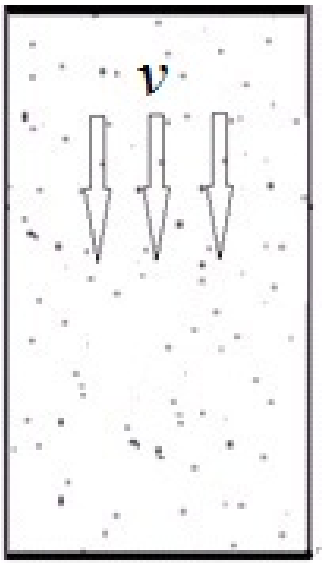


Рис.1 Схематичное изображение емкости с осаждающимся аэрозолем.

Для описания процесса изменения концентрации частиц применяется уравнение одномерной диффузии (1) [15,16]:

$$\frac{\partial c}{\partial t} = a\frac{\partial^2 c}{\partial x^2} \qquad (1)$$

Уравнение (1) имеет частное решение (2), частное решение описывает постепенное уменьшение концентрации дисперсных частиц, определяемое коэффициентом диффузии – *a* [15]:

$$c(x,t) = c_0\, exp(-ak^2 t)\, cos(kx) \quad (2)$$

Одномерное уравнение конвективной диффузии имеет вид (3):

$$\frac{\partial c}{\partial t} = a\frac{\partial^2 c}{\partial x^2} - v\frac{\partial c}{\partial x} \quad (3)$$

С помощью подстановки (4) [15] уравнение (3) приводится к уравнению (1) имеющему решение с учетом (4) в виде (5):

$$c*(x,t) = exp(2avx)\, exp(tv^2/4a)\, c(x,t) \quad (4)$$

$$c(x,t) = c_0\, exp(-2avx)\, exp(-tv^2/4a)\, exp(-ak^2 t)\, cos(kx) \quad (5)$$

Здесь k – подгоночный коэффициент, задаваемый из условия, что $c(x,0) \approx c_0$

Работа выполнялась в рамках государственного задания Федерального исследовательского центра Казанского научного центра Российской академии наук.

Список литературы

1. *Нигматулин Р.И.* Основы механики гетерогенных сред. Москва: Наука, 1978. 336 с.
2. *Кутушев А.Г.* Математическое моделирование волновых процессов в аэродисперсных и порошкообразных средах. Санкт-Петербург: Недра, 2003, 284 с.
3. *Федоров А.В., Фомин В.М., Хмель Т.А.* Волновые процессы в газовзвесях частиц металлов. Новосибирск: Параллель, 2015. 301 с.
4. *Ходаков Г. С., Юдкин Ю. П.* Седиментационный анализ высокодисперсных систем. Москва, Химия, 1981. 192 с.
5. *Леушина А.П., Данилов Д.Н.* Молекулярно-кинетические свойства дисперсных систем. Седиментационный анализ. Киров: Издательство ВятГУ, 2008. 54 с.
6. *Тукмаков Д.А.* Численное исследование скоростного скольжения несущей и дисперсной фазы при взаимодействии ударной волны с электрически заряженной газовзвесью// Вестник Пермского университета. Физика. 2020. Вып. 1. С. 35-42.
7. *Тукмаков Д.А.* Исследование загрязнения водотока взвесью с помощью стационарной двухмерной математической модели// Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Прикладная экология. Урбанистика. 2022. Т.45. Вып. 1. С. 88-98.
8. *Тукмаков Д.А.* Численная модель течения аэрозоля, обусловленного взаимодействием частиц и газа. Сложные системы. 2021. Вып. 1. С. 64-71.
9. *Тукмаков Д.А.* Аналитическая модель одномерной нестационарной динамики одиночной частицы в акустическом и электрическом полях// Лесной вестник / Forestry Bulletin. 2022. 26. Вып. 5. С. 135–144.

10. *Тукмаков Д.А.* Сопоставление численных моделей динамики электрически заряженных газовзвесей с массовой и поверхностной плотностями зарядов для различных дисперсностей частиц. //Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Серия Естественные науки. 2022. Вып. 3. С. 43--56.
11. *Студенов И.И., Шилова Н.А.* Расчет гидравлической крупности взвеси при моделировании динамики концентрации взвешенных веществ в приустьевых районах арктических морей на примере Белого моря. // Научные исследования в Арктике. 2015. Вып. 3. С. 40–47.
12. *Губайдуллин Д.А., Зарипов Р.Г., Ткаченко Л.А., Шайдуллин Л.Р.* Осаждение дыма при нелинейных колебаниях в открытой трубе вблизи резонанса. //Теплофизика высоких температур. 2019. Т.57. Вып.5. С. 793–796.
13. *Тукмаков А.Л.* Модель движения и осаждения заряженной газовзвеси в электрическом поле. //Инженерно-физический журнал. 2014. Т. 87. Вып. 1. С. 35-44.
14. *Савельев Т.А., Саврицкий А.Н., Назарян А.М.* Нахождение функции распределения частиц на основе уравнения Фоккера-Планка для лазерной плазмы. //Политехнический молодежный журнал. 2023. Т.87. Вып. 10. С. 1-12.
15. *Полянин А.Д.* Справочник по линейным уравнениям математической физики. Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2001. 576 с.
16. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е.Ф.* Теоретическая физика. Гидродинамика. Москва: Наука, 1986. 736 с.

НЕЛИНЕЙНАЯ ДИНАМИКА КОНВЕКТИВНЫХ ДВИЖЕНИЙ, ВЫЗЫВАЕМЫХ СИЛОЙ ПЛАВУЧЕСТИ КОРИОЛИСА ВО ВРАЩАЮЩЕЙСЯ ЯЧЕЙКЕ ХЕЛЕ-ШОУ

В. Ю. Уточкин, Д. А. Брацун
Пермский национальный исследовательский политехнический университет,
614990, Пермь, Комсомольский пр., 29

Рассматривается задача о конвекции в ячейке Хеле-Шоу, совершающей равномерное вращение вокруг перпендикулярной оси. Уравнения движения формулируются с учетом действия силы Кориолиса на плавучесть среды. Изучение динамики системы включает линейный анализ устойчивости, слабонелинейный анализ и прямое численное моделирование. Анализируются общие свойства спектра возмущений. Ветвление решений вблизи первой бифуркации изучается с использованием метода многих масштабов. Нелинейная динамика, структура движений и бифуркации исследуются численно.

Ключевые слова: эффект Кориолиса; течения Хеле-Шоу; бифуркация Хопфа

NONLINEAR DYNAMICS OF CONVECTIVE MOTIONS INDUCED BY CORIOLIS BUOYANCY IN A ROTATING HELE-SHAW CELL

V. Yu. Utochkin, D. A. Bratsun
Perm National Research Polytechnic University,
29, Komsomolsky Pr., 614990, Perm

The problem of convection in a Hele-Shaw cell rotating uniformly around a perpendicular axis is considered. The equations of motion are formulated taking into account the effect of the Coriolis force on the buoyancy of the medium. The study of the system dynamics includes a linear stability analysis, weakly nonlinear analysis and direct numerical simulation. General properties of the perturbations spectrum are analyzed. Branching of solutions near the first bifurcation is studied using the multiple scales method. Nonlinear dynamics, the structure of motions and bifurcations are investigated numerically.

Keywords: Coriolis effect; Hele-Shaw flows; Hopf bifurcation

Задача о тепло- и массопереносе во вращающейся ячейке Хеле-Шоу представляет интерес как с точки зрения прикладных направлений, так и в роли проблемы фундаментального характера. К числу технологических приложений относится, в частности, проектирование микрожидкостных устройств, микромиксеров, проточных химических микрореакторов, а также прозрачных биореакторов фотосинтеза [1–4]. Зачастую в таких устройствах используется квазидвумерная конфигурация Хеле-Шоу, что продиктовано необходимостью регистрации поля плотности и управления им с помощью оптических методов (например, применятся интерферометрия Физо [5]).

© Уточкин В.Ю., Брацун Д.А., 2025

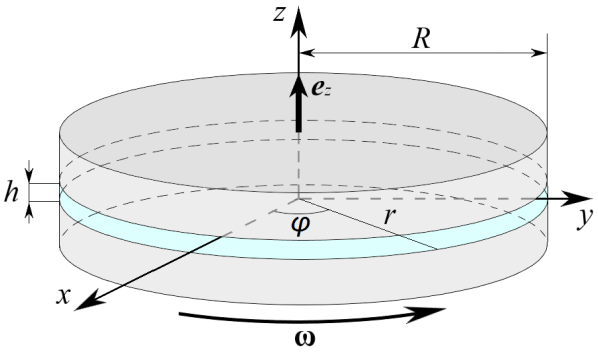


Рис. 1. Схематическое изображение вращающейся ячейки Хеле-Шоу в цилиндрических координатах

Фундаментальный интерес к таким задачам связан с необходимостью развития уравнений движения для указанной среды. Проблема в том, что в пределе бесконечно тонкого слоя несжимаемой жидкости в рамках стандартной математической модели сила Кориолиса обращается в нуль [6 – 8]. Однако экспериментальные наблюдения последних лет за течением жидкости во вращающейся ячейке указывают на обратное [9]. Таким образом, существует проблема разработки более адекватной математической модели.

В настоящей работе рассматривается задача о конвекции несжимаемой жидкости в цилиндрической ячейке с малым аспектным отношением, которая вращается с постоянной угловой скоростью **ω** (рис. 1). Ячейка вращается достаточно быстро, чтобы игнорировать силу тяжести. Корректный вывод уравнений конвекции (это может быть тепловая или концентрационная конвекция) в приближении Хеле-Шоу приводит к появлению слагаемого для Архимедовой силы, связанной с эффектом Кориолиса. Таким образом, смещение элемента среды под действием силы Кориолиса происходит не только при движении этого элемента, но и в случае флуктуации плотности. Предполагается, что соответствующие вариации плотности возникают в системе за счет внутренней генерации компонента переноса в ходе химической реакции. Они могут быть связаны с неоднородностью как теплового, так и концентрационного полей. Подобная ситуация, возникает, например, в химических и биологических реакторах. Итоговые эволюционные уравнения имеют вид

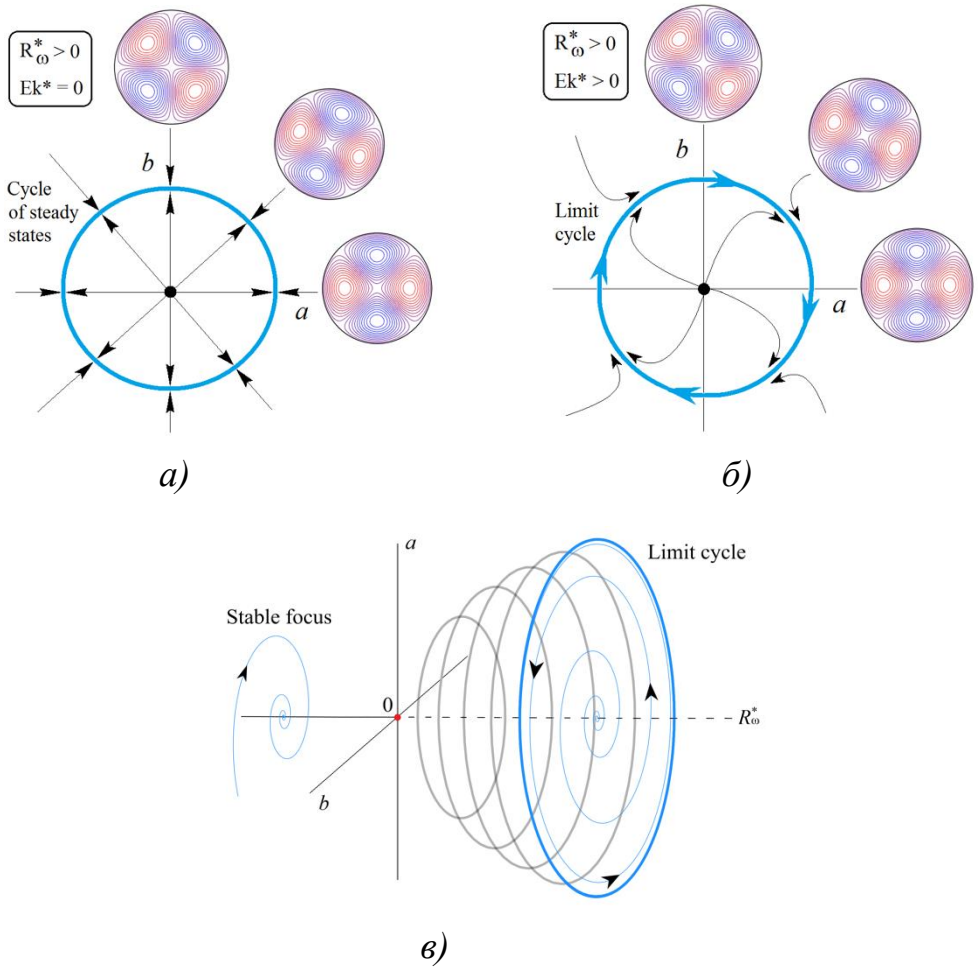
$$\frac{R_\omega Ek}{r} J(C,\Psi) = \nabla^2\Psi - R_\omega \frac{\partial \Psi}{\partial \varphi},$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{1}{r} J(C,\Psi) = \nabla^2 C + 2R_\omega, \qquad (1)$$

$$r = 1: \qquad \Psi = 0, \qquad C = 0,$$

где Ψ — функция тока, C — концентрация, $J(C, \Psi)$ — плоский якобиан в цилиндрических координатах (r, φ). При получении уравнений (1) предполагалась, что зазор ячейки Хеле-Шоу настолько мал, что можно полностью пренебречь не только инертностью среды, но и диффузией импульса (модель Дарси). Безразмерные величины R_ω и Ek представляют собой

соответственно центробежное число Рэлея, которое включает вращательное ускорение, и число Экмана. Интересной особенностью уравнения движения в (1) является нелинейной слагаемое в левой части, которое как раз и описывает плавучесть, создаваемую силой Кориолиса. По структуре слагаемое полностью идентично слагаемому нелинейного переноса в транспортном уравнении для компоненты *C*.



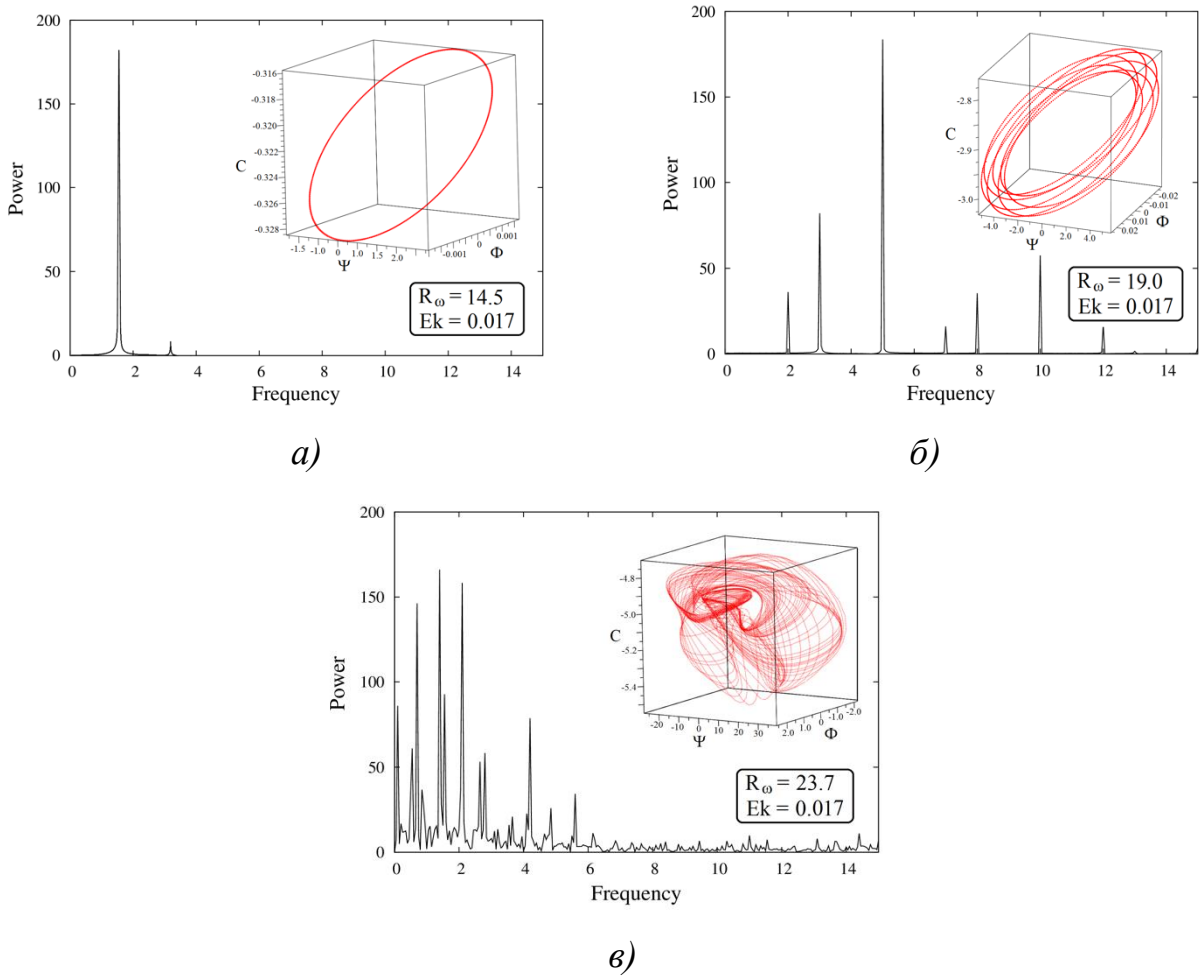
а) *б)* *в)*

Рис. 2. Динамика слабо-нелинейных решений в окрестности точки первой бифуркации ($R_{\omega 0}$ = 13.21, Ek = 0): (a) – ответвление семейства устойчивых стационарных состояний при $R_\omega^* > 0$ и Ek = 0; (b) – ответвление устойчивого предельного цикла при Ek* ≠ 0; (c) – диаграмма суперкритической бифуркации Хопфа. R_ω^* и Ek* обозначают приращения соответствующих параметров к значениям в точке, вблизи которой произведено разложение. Фрагменты (а) и (б) показывают соответствующие поля функции тока*

Линеаризация уравнений (1) вблизи состояния равновесия приводит к задаче линейной теории конвективной устойчивости. В рамках линейного анализа показано, что при $Ek \neq 0$ спектр включает колебательные возмущения, обусловливающие нестационарный характер течения за порогом устойчивости. Поведение решений вблизи первой бифуркации исследовано методом многих временных масштабов. Решение амплитудных уравнений вблизи порогового значения $R_{\omega 0} = 13.21$ показывает, что потеря устойчивости сопровождается

возникновением либо цикла равновесия (при $Ek = 0$), либо устойчивого предельного цикла при прохождении системой бифуркации Хопфа в случае $Ek \neq 0$ (рис. 2).

Нелинейная динамика рассматриваемой системы исследуется при помощи прямого численного моделирования методом конечных разностей. Обнаружено, что состояние механического равновесия существенно стабилизируется под действием силы Кориолиса. Так, при $Ek > 0.038$ основное состояние системы оказывается абсолютно устойчивым, поскольку все возмущения затухают. Кроме того, подтверждается вывод слабо-нелинейного анализа о возникновении колебательной конвекции при произвольно малом значении числа Экмана: при пересечении нейтральной кривой на плоскости параметров (R_ω, Ek) возникает предельный цикл (рис. 3*а*). Направление закрутки цикла зависит от знака числа Экмана.



а) *б)*

в)

Рис. 3. Спектры Фурье и фазовые портреты конвективных режимов (во врезке) для случаев: (а) $Ek = 0.017$, $R_\omega = 14.5$; (б) $Ek = 0.017$, $R_\omega = 19.0$; (в) $Ek = 0.017$, $R_\omega = 23.7$.

С ростом R_ω энергетика системы нарастает и происходит переход ко все более сложных динамическим режимам конвекции. Показано, что с увеличением скорости вращения от цикла ответвляется двухчастотный тор. На рис. 3*б* можно видеть появление на его поверхности резонансного 7-цикла. При дальнейшем

увеличении R_ω обнаружен переход к хаотической конвекции через сложную последовательность бифуркаций тора. Например, на рис. 3*в* приводится фазовый портрет и спектр мощности хаотического аттрактора тороидального типа.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (проект № FSNM-2023-0003).

Список литературы

1. *Bratsun D., Kostarev K., Mizev A., Aland S., Mokbel M., Schwarzenberger K., Eckert K.* Adaptive micromixer based on the solutocapillary Marangoni effect in a continuous-flow microreactor // Micromachines. 2018. Vol. 9. Art. 600.
2. *Bratsun D. A., Siraev R. R., Pismen L. M., Mosheva E. A., Shmyrov A. V., Mizev A. I.* Mixing enhancement by gravity-dependent convection in a y-shaped continuous-flow microreactor // Microgravity Science and Technology. 2022. Vol. 34. Art. 90.
3. *Cai Z.; Xiang J.; Chen H.; Wang W.* A rapid micromixer for centrifugal microfluidic platforms // Micromachines. 2016. Vol. 7. Art. 89.
4. *Cummings L.J., Waters S.L.* Tissue growth in a rotating bioreactor. Part II: fluid flow and nutrient transport problems // Mathematical Medicine and Biology. 2007. Vol. 24 (2). P. 169–208.
5. *Mizev A., Mosheva E., Bratsun D.* Extended classification of the buoyancy-driven flows induced by a neutralization reaction in miscible fluids. Part 1. Experimental study // Journal of Fluid Mechanics. 2021.Vol. 916. A22.
6. *Carrillo L., Magdaleno F., Casademunt J., Ortín J.* Experiments in a rotating Hele-Shaw cell // Physical Review E. 1996. Vol. 54, Art. 6260.
7. *Utochkin V. Y., Siraev R. R., Bratsun D. A.* Pattern formation in miscible rotating Hele-Shaw flows induced by a neutralization reaction // Microgravity Science and Technology. 2021. Vol. 33. Art. 67.
8. *Уточкин В.Ю., Сираев Р.Р., Брацун Д.А.* Хемоконвективные структуры во вращающейся системе реагирующих жидкостей // Вычислительная механика сплошных сред. 2020. Т. 13. № 2. С. 205–218.
9. *Шмыров А.В., Денисова М.О., Мизёв А.И.* Влияние центробежного поля на процессы реакции-диффузии-конвекции в двухслойной системе несмешивающихся растворителей // Вестник ПГУ. Физика. 2022. №4.

ВЛИЯНИЕ ЭЛЕКТРООСМОСА НА ГИДРОДИНАМИЧЕСКУЮ ПРОНИЦАЕМОСТЬ ЗАРЯЖЕННЫХ ПОРИСТЫХ СТЕКЛООБРАЗНЫХ МЕМБРАН

А. Н. Филиппов
РГУ нефти и газа (НИУ) имени И.М. Губкина,
119991, Москва, Ленинский проспект, 65-1

Ранее разработанная ячеечная модель ионообменной мембраны была успешно применена для описания процесса фильтрации водных растворов хлорида натрия различной концентрации от 10^{-4} до 10^{-1} М на макропористых мембранах, изготовленных из натриевоборосиликатного стекла. Эти мембраны были получены путем дополнительной щелочной обработки раствором КОН микропористых стекол, которая привела к удалению “вторичного кремнезема” из порового пространства и частичному растворению кремнеземного каркаса. Были определены численные значения параметров модели для макропористых стеклообразных мембран марок ПС-26, ПС-42, ПС-66, ПС-160 и получено хорошее соответствие между теоретическими и экспериментальными данными.

Ключевые слова: макропористое стекло, ячеечная модель, электроосмос, гидродинамическая проницаемость.

INFLUENCE OF ELECTROOSMOSIS ON HYDRODYNAMIC PERMEABILITY OF CHARGED POROUS GLASS-LIKE MEMBRANES

A. N. Filippov
Gubkin University,
65-1 Leninsky Prospect, 119991, Moscow

The previously developed cell model of an ion-exchange membrane has been successfully applied to the description of the filtration process of sodium chloride aqueous solutions with different concentrations from 10^{-4} to 10^{-1} M on macroporous membranes prepared from sodium borosilicate glass. These membranes were obtained by additional alkaline treatment of microporous glasses with KOH solution. Additional alkaline treatment led to the removal of “secondary silica” from the pore space and partial dissolution of the silica membrane skeleton. Numerical values of the model parameters were determined for macroporous glass-like membranes of the grades PG-26, PG-42, PG-66, PG-160 and a good correspondence between theoretical and experimental data was obtained.

Keywords: microporous glass, cell model, electroosmosis, hydrodynamic permeability

Пористые стеклообразные мембраны обладают рядом преимуществ перед другими пористыми материалами: однородностью химического состава; низким содержанием примесей; термической, химической и микробиологической стойкостью; прозрачностью в видимой области спектра; регулируемыми структурными характеристиками и являются благоприятными материалами для решения проблем мембранного разделения смесей [1,2]. При использовании этих мембран для бароэлектромембранного разделения жидких смесей важны

© Филиппов А.Н., 2025

адсорбционные, электрические свойства поверхности, структурные характеристики порового пространства, которые в значительной степени определяют механизмы переноса при приложении внешних полей, таких как градиенты давления, электрического и химического потенциалов. Хорошо известно, что размер глобул и плотность их упаковки определяют размеры пор макропористых стекол, содержащих вторичный кремнезем [2]. В связи с этим задачей данной работы является изучение и сравнение структурных параметров макропористых стеклообразных мембран, изготовленных из натриевоборосиликатного стекла, в водных растворах NaCl различной концентрации на основе ячеечной модели заряженной мембраны [3] в сравнении с капиллярной моделью и верификация ячеечной модели.

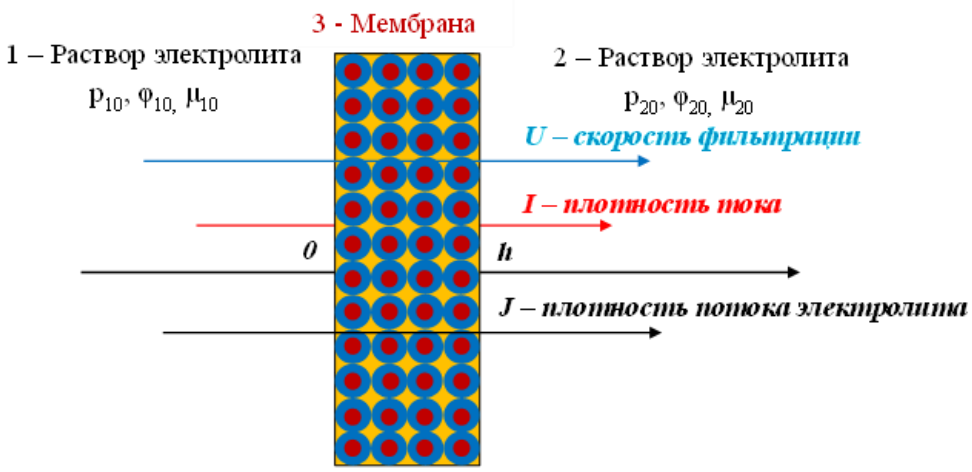


Рис. 1. Схема течения электролита через заряженный пористый слой.

Рассматривается одномерный установившийся процесс фильтрации водного раствора 1:1 электролита через отрицательно заряженный тонкий пористый слой (мембрану), состоящий из одинаковых пористых шариков-гранул радиуса a с удельной проницаемостью k_D и постоянной объемной плотностью фиксированного заряда $-\rho_V$. Слой находится под действием постоянного градиента давления $\frac{dp}{dx} \approx \frac{p_{20}-p_{10}}{h}$ в отсутствие электрического тока в системе, I=0, и при отсутствии внешнего градиента химического потенциала, $\mu_{20} = \mu_{10}$ (рис. 1). При этом на мембране устанавливается ненулевой перепад электрического потенциала, $\varphi_{20} \neq \varphi_{10}$, называемый потенциалом течения. Данный перепад вызывает встречное движение электролита и тормозит его перенос за счет приложенного градиента давления, то есть имеет место электровязкостный эффект. Предполагается, что пористый слой является идеально селективным, то есть не пропускает коионы (анионы). В этом случае коэффициент равновесного распределения γ_m молекулы электролита в порах слоя бесконечно велик. Тогда формула для кинетического коэффициента L_{11} [3], представляющего чистую гидродинамическую проницаемость слоя, значительно упрощается:

$$L_{11} = \frac{1}{45(1-m_0)}\frac{a^2}{\mu^o}\left[\begin{array}{c} 15 - \frac{5\left(6+s^2\left(1-2\left(\frac{s}{th\,s}-1\right)^{-1}\right)\right)m_0^2}{s^2} \\ +3(1-m_0)^2 - 18\sqrt[3]{1-m_0} + \frac{45}{s^2\left(1+A\frac{\bar{\rho}}{\bar{\rho}_0}\right)} \end{array}\right], \quad (1)$$

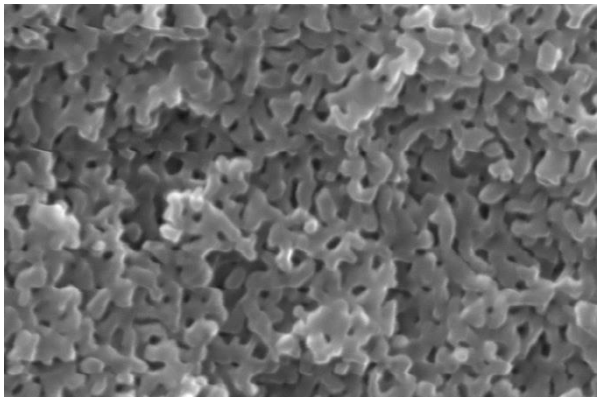
где $A = \frac{\left(\frac{\bar{\rho}}{C_0}-1\right)}{\frac{\bar{\rho}}{C_0}\frac{D_{m+}}{D_+}+\left(\frac{3}{m_0}-1\right)}$, $\bar{\rho} = \frac{\rho_V}{F_0}$, $s = \frac{a}{\sqrt{k_D}}$, $\bar{\rho}_0 = \frac{\mu^o D_+}{k_D RT}$ – характеристическая обменная емкость гранулы (зерна), m_0 – макроскопическая пористость слоя, C_0 – концентрация равновесного электролита, μ^o – динамическая вязкость электролита, D_+ и D_{m+} – коэффициенты диффузии катионов в объемном растворе и в пористой грануле, соответственно, R – универсальная газовая постоянная, T – абсолютная температура. В уравнении (1) последний член в квадратных скобках определяет влияние заряда гранул на проницаемость слоя, а первые четыре члена определяют гидродинамическую проницаемость слоя по чистой воде. Более того, второй из этих четырех членов дает вклад фильтрации непосредственно через пористые частицы, а остальные три – вклад фильтрации между ними. Поскольку параметр A уменьшается с увеличением концентрации электролита и стремится к постоянному отрицательному значению (знаменатель соответствующей дроби остается положительным), L_{11} увеличивается с увеличением концентрации и также приближается к асимптотическому значению, большему, чем значение L_{11} при фильтрации чистой воды.

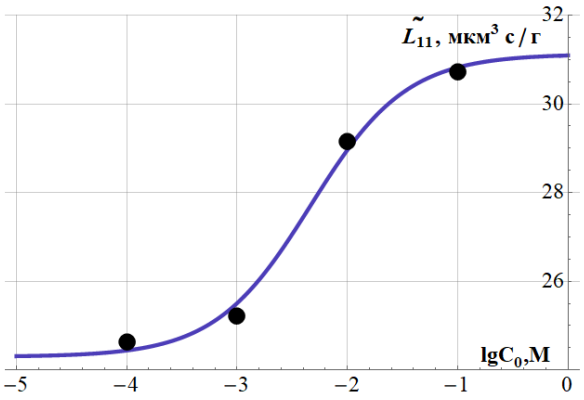
Коэффициенты фильтрации ранее были измерены для макропористых стеклообразных мембран марок ПС-26, ПС-42, ПС-66, ПС-160 при внешнем давлении 0.1–2 атм и четырех концентраций водного раствора хлорида натрия: 10^{-4}, 10^{-3}, 10^{-2} и 10^{-1} М [2]. Значения среднего радиуса пор стеклообразных мембран были определены на основе капиллярной модели [2] и представляют собой числа (в нанометрах), указанные в паспорте используемых мембран. Например, ПС-66 обозначает стеклообразную мембрану со средним радиусом пор 66 нм. Глядя на изображение скола мембраны ПС-26 (рис. 2*а*), полученное с помощью сканирующей электронной микроскопии, можно предположить, что ячеечная модель [3,4] должна лучше описывать структурные и транспортные свойства таких стеклообразных мембран, чем капиллярная модель. Однако, поскольку в эксперименте поддерживалась нулевая плотность электрического тока, а не нулевой градиент электрического потенциала, то формула для L_{11} требует уточнения за счет встречного электроосмотического переноса раствора через мембрану. В этом случае выражение для ее фактической гидродинамической проницаемости $\tilde{L}_{11}$ примет следующий вид:

$$\tilde{L}_{11} = L_{11} - \frac{L_{12}L_{21}}{L_{22}}, \quad (2)$$

где электрокинетические коэффициенты L_{12}, L_{21} и L_{22} вычислены в работах [4,5]. Далее были проанализированы имеющиеся экспериментальные данные для коэффициентов фильтрации [2] с использованием уравнения (2). Параметры модели, найденные методом наименьших квадратов, представлены в табл. 1.

Следует отметить, что значения макропористости m_0, приведенные в табл. 1, были определены отдельно в независимых экспериментах.





а) *б)*

Рис. 2. а) изображение скола макропористой мембраны ПС-26; б) концентрационная зависимость гидродинамической проницаемости $\tilde{L}_{11}$ мембраны ПС-26, точки – эксперимент, линия – расчет по уравнению (2).

Табл. 1. Модельные параметры макропористых стекол.

Марка стекла	*a, нм*	ρ/ρ$_0$, *ммоль/дм^3*	$s = \frac{a}{\sqrt{k_D}}$	k_D, *нм^2*/R_B, *нм*	D_{m+}, *мкм^2/с*	m_0, %
ПС-26	27	19.3/115.4	12.3	4.8/2.2	160	56
ПС-42	45	23.4/75.8	16.6	7.3/2.7	223	60
ПС-66	110	10.8/29.4	25.3	18.8/4.3	165	52
ПС-160	245	10.2/26.6	53.7	20.8/4.6	275	58

Из табл. 1 видно, что для первых двух мембран средний радиус частиц *a* удивительным образом совпадает со средним радиусом пор, рассчитанным с использованием капиллярной модели, в то время как для двух других мембран он примерно в полтора раза выше. Таким образом, существует прямая корреляция между этими характеристиками пористых стекол. Объемная плотность заряда ρ в основном уменьшается с увеличением радиуса частицы и примерно в 100-300 раз ниже, чем у известных российских ионообменных мембран МК-40, МА-41 и МФ-4СК. Характеристический параметр ρ$_0$, как можно видеть, также уменьшается с увеличением радиуса частицы *a*, и это означает, что удельная проницаемость гранулы k_D и радиус Бринкмана R_B (размер зоны фильтрации в поверхностном слое гранулы) увеличиваются. При этом отношение радиуса гранулы к радиусу Бринкмана *s* также увеличивается с их ростом. Что касается значений коэффициента диффузии D_{m+} катиона натрия в пористой грануле, то он находится в физически допустимых пределах и в 4.9–8.4 раза ниже, чем в объемном растворе (D_+=1350 мкм^2/с).

На рис. 2*б* показаны результаты сравнения экспериментальных и теоретических значений гидродинамической проницаемости $\tilde{L}_{11}$ стеклообразной мембраны ПС-26 в зависимости от концентрации NaCl. Теоретическая кривая построена в соответствии с уравнением (2) с параметрами, представленными в табл. 1. Видно хорошее соответствие между теорией и экспериментом, которое сохраняется и для остальных марок пористых стекол, что позволяет говорить об успешной верификации ячеечной модели.

Таким образом, наличие объемного заряда гранул макропористого стекла позволяет увеличить коэффициент гидродинамической проницаемости мембран на 3–25% при увеличении концентрации электролита на 3 порядка с 10^{-4} до 10^{-1} М, то есть электровязкостный эффект ослабевает с ростом концентрации, как и должно быть. Более того, с увеличением размера гранул кремнезема рост $\tilde{L}_{11}$ в относительных единицах измерения снижается.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (грант №23–19–00520, https://rscf.ru/project/23-19-00520/).

Список литературы

1. *Ermakova L. E., Antropova T. V., Volkova A. V., Kuznetsova A. S., Grinkevich E. A., Anfimova I. N.* Structural Parameters of Membranes from Porous Glass in Aqueous Solutions of Electrolytes, Containing Singly-Charged (Na+, K+) and Triple-Charged (Fe3+) Cations // Glass Phys. Chem. 2018. Vol. 44. P. 269-278.
2. *Ermakova L. E., Sidorova M., Jura N., Savina I.* Adsorption and electrokinetic characteristics of micro- and macroporous glasses in 1:1 electrolytes // J. Membr. Sci. 1997. Vol. 131. P. 125-141.
3. *Filippov A. N.* A Cell Model of an Ion-Exchange Membrane. Hydrodynamic Permeability // Colloid J. 2018. Vol. 80. P. 716-727.
4. *Filippov A. N.* A Cell Model of an Ion-Exchange Membrane. Electrical Conductivity and Electroosmotic Permeability // Colloid J. 2018. Vol. 80. P. 728–738.
5. *Филиппов А. Н.* Асимметрия перекрестных кинетических коэффициентов в ячеечной модели заряженного пористого слоя (мембраны) // Пермские гидродинамические научные чтения: Сборник статей по материалам VIII Всероссийской конференции, посвященной памяти профессоров Г.З. Гершуни, Е.М. Жуховицкого и Д.В. Любимова. Пермь, ПГНИУ, 2022. С. 26-33.

РЕЖИМЫ ЭЛЕКТРОФОРЕЗА В НЕПОЛЯРНЫХ ЭЛЕКТРОЛИТАХ

Е. А. Франц[a], А. А. Крылов[b], Е. А. Демехин[a,b,c]
[a] Финансовый университет при Правительстве РФ,
350051, Краснодар, ул. Шоссе Нефтяников, 32
[b] Кубанский государственный университет,
350040, Краснодар, ул. Ставропольская, 149
[c] НИИ Механики МГУ,
119192, Москва, Мичуринский пр., 1

Численно исследована задача электрофореза диэлектрической частицы в неполярном электролите для широкого диапазона параметров. Результаты сопоставлены с аналитическими подходами и экспериментальными данными. Обнаружен универсальный характер релаксации ионного облака. В зависимости от числа Дебая найдены два стационарных режима. Первый режим типичен для малых чисел Дебая и характеризуется большими числами Духина, неравновесными явлениями и нарушением формулы Смолуховского. Показано образование двух заряженных слоев с большими тангенциальными потоками противоионов и коионов. Второй режим характерен для больших чисел Дебая, и его поведение определяется внешними полями.

Ключевые слова: Электрофорез, неполярный электролит, поверхностная проводимость

ELECTROPHORESIS MODES IN NON-POLAR ELECTROLYTES

E. A. Frants[a], A. A. Krylov[b] , E. A. Demekhin[a,b,c]
[a] Financial University under the Government of Russian Federation,
32 Shosse Heftyanikov St., 350051, Krasnodar
[b] Kuban State University,
149 Stavropolskaya St., 350040, Krasnodar
[c] Research Institute of Mechanics,
1 Michurinsky Pr., 119192, Moscow

A numerical investigation was conducted on the problem of electrophoresis of a dielectric particle in a nonpolar electrolyte over a wide range of parameters. The results were compared with analytical approaches and experimental data. A universal nature of ion cloud relaxation was discovered. Two stationary regimes were identified depending on the Debye number. The first regime is typical for small Debye numbers and is characterized by large Dukhin numbers, nonequilibrium phenomena, and the breakdown of Smoluchowski's formula. The formation of two charged layers with significant tangential flows of counterions and coions was demonstrated. The second regime is characteristic of large Debye numbers, with its behavior governed by external fields.

Keywords: Electrophoresis, non-polar electrolyte, surface conductivity

Рассматривается задача электрофореза сферической диэлектрической частицы в сильном электрическом поле за пределами классической теории тонкого слоя Дебая. Толщина двойного электрического слоя (ДЭС) больше не

© Франц Е.А., Крылов А.А., Демехин Е.А., 2025

может считаться малым параметром, а симметрия распределения заряда в слое искажается из-за нескольких эффектов: электрофоретического замедления, релаксации и поверхностной проводимости. В пределе тонкого слоя эти эффекты пренебрежимо малы и не оказывают существенного влияния на электрофоретическую скорость. Однако их необходимо учитывать для умеренных и больших чисел Дебая.

На практике подавляющее большинство случаев электрофореза водных растворов электролитов (полярные электролиты) описывается пределом тонкого дебаевского слоя, так как его характерная длина составляет около 10 нанометров. Однако, существуют некоторые типы электролитов, для которых предел тонкого дебаевского слоя не применим. Примерами таких электролитов являются: 1) системы смешанных электролитов, то есть смеси полярного и неполярного электролита 2) ионные жидкости при комнатных температурах [1-2] 3) коллоидные суспензии в полярных растворителях, в которых коллоидные частицы присутствуют в низких концентрациях [3] 4) полимерные растворы с низкими концентрациями заряженных мономеров или ионов 5) семиполярные или диполярные апротонные растворители, которые обладают полярностью ниже, чем у воды.

Результаты численного моделирования

Когда заряженная частица движется через раствор, окружающая ионная атмосфера оказывает на частицу силу сопротивления. Эта сила сопротивления, известная как эффект замедления, возникает из-за электростатического взаимодействия между движущейся частицей и ионами в ионной атмосфере. Ионная атмосфера стремится двигаться вместе с частицей, но отстает из-за инерции и вязкого сопротивления среды.

Другим эффектом является эффект электрофоретической релаксации, когда ионная атмосфера, окружающая заряженную частицу в растворе, не сразу следует за движением частицы. Эффект релаксации снижает электрофоретическую подвижность частицы. По мере движения частицы асимметричное распределение ионной атмосферы создает силу сопротивления, которая препятствует движению частицы, замедляя ее.

Поверхностная проводимость относится к проводимости электрического тока вдоль поверхности частицы при ее движении через раствор электролита. Поверхностная проводимость может усиливать электрофоретическую подвижность частиц, поскольку движение заряда выше из-за дополнительного вклада ионов, движущихся по поверхности.

Численное моделирование задачи показало существование нескольких режимов электрофореза в зависимости от числа Дебая и существенных нестационарных эффектов. При высоких скоростях частиц разделение EDL от частицы может быть значительным. Исследование подчеркивает важность учета нелинейных эффектов, таких как электрофоретическое замедление, релаксация и поверхностная проводимость, для точного описания электрофореза диэлектрических частиц в условиях, выходящих за рамки классической теории тонкого слоя Дебая. Эти эффекты становятся критически важными при

умеренных и больших числах Дебая, влияя на наблюдаемую электрофоретическую подвижность частиц.

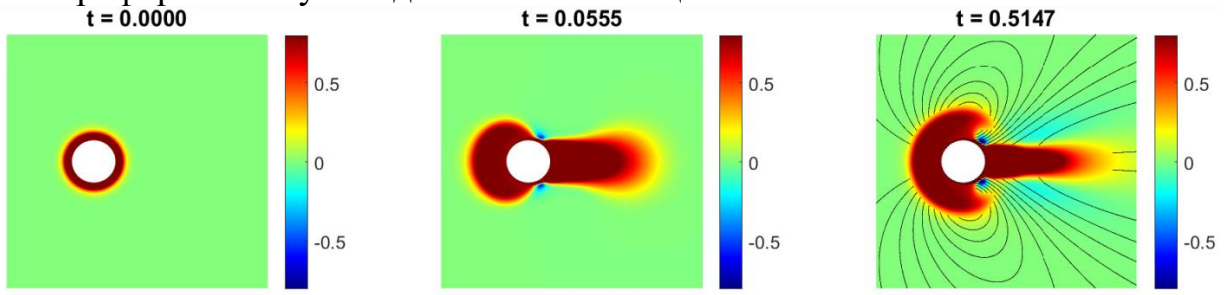


Рис. 1. Первый сценарий эволюции ДЭС, малое число Дебая – 0,166. Параметры: напряженность электрического поля – 46,7, плотность поверхностного заряда – 20,23.

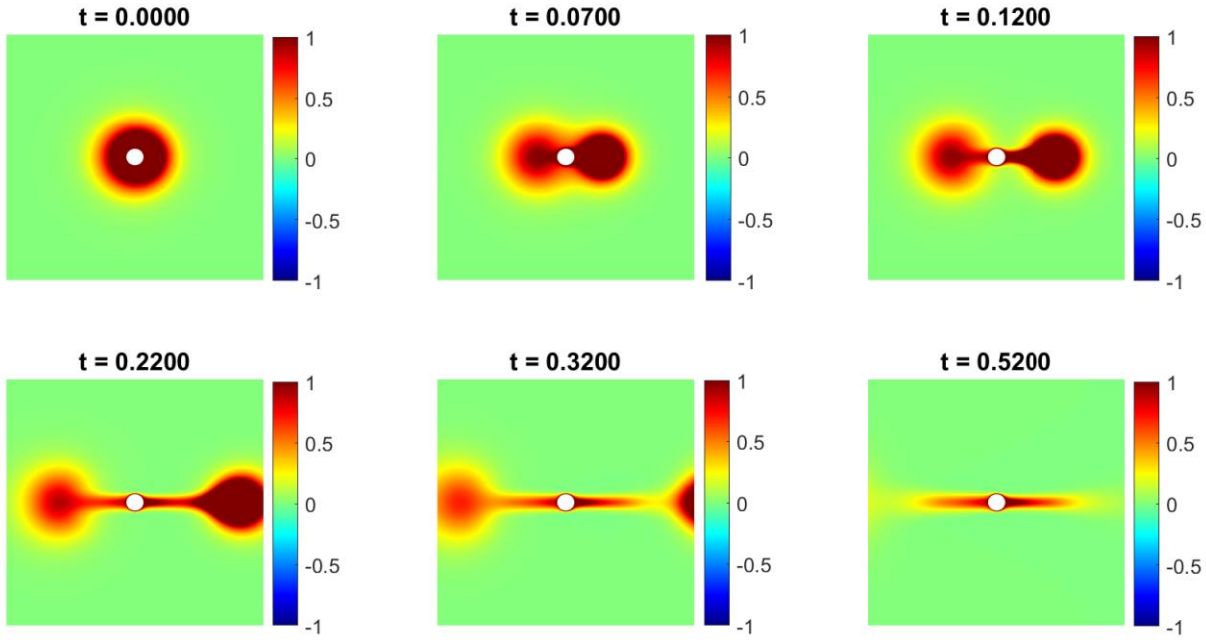


Рис. 2. Второй сценарий эволюции ДЭС, большое число Дебая – 3,53. Параметры: напряженность электрического поля – 46,7, плотность поверхностного заряда – 20,23.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект № 24-79-00129).

Список литературы

1. *Benedetto A.* Room-temperature ionic liquids meet bio-membranes: the state-of-the-art // Biophys Rev. 2017, 9(4): 309–320.
2. *Hallett J.P., Welton T.* Room-Temperature Ionic Liquids: Solvents for Synthesis and Catalysis // Chem. Rev. 2011, 111, 5, 3508–3576.
3. *Katiyar N.K., Biswas K., Tiwary C.H., Machado L.D., Gupta R.K.* Stabilization of a Highly Concentrated Colloidal Suspension of Pristine Metallic Nanoparticles // Langmuir 2019, 35, 7, 2668–2673.

ВОЗНИКНОВЕНИЕ КОНЦЕНТРАЦИОННОЙ КОНВЕКЦИИ В ДЛИННОЙ ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ОБЛАСТИ ПОРИСТОЙ СРЕДЫ ПРИ МОДУЛЯЦИИ ВНЕШНЕГО ФИЛЬТРАЦИОННОГО ПОТОКА

М. Р. Хабин, Б. С. Марышев
Институт механики сплошных сред УрО РАН,
614013, Пермь, ул. Академика Королева, 1

Исследуется транспорт примеси в пористой среде в поле силы тяжести. Транспорт примеси описывается в рамках MIM (mobile-immobile) подхода. Процессы сорбции были описаны с помощью нелинейной MIM модели, учитывающей насыщение пористой среды примесью. Скорость фильтрации задаётся в приближении Дарси-Бусинесска. Для описания зависимости проницаемости среды от пористости применяется уравнение Козени-Кармана. Задача решена методом многих масштабов. Получены поля возмущений концентрации и давления для первого порядка малости. Решена аналогичная задача с учетом модуляции внешнего фильтрационного потока, получено влияние модуляции на кривую расхода.

Ключевые слова: фильтрация; концентрационная конвекция; пористая среда

OCCURRENCE OF CONCENTRATION CONVECTION IN A LONG RECTANGULAR REGION OF POROUS MEDIUM AT MODULATION OF EXTERNAL FILTRATION FLOW

M. R. Khabin, B. S. Maryshev
Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS,
1 Academician Korolev St., 614013, Perm

The transport of impurity in porous medium in the field of gravity is investigated. The impurity transport is described in the framework of MIM (mobile-immobile) approach. Sorption processes have been described using a nonlinear MIM model that takes into account saturation of the porous medium with impurity. The filtration rate is given in the Darcy-Businesque approximation. The Kozeny-Carman equation is used to describe the dependence of permeability of the medium on porosity. The problem is solved by the method of many scales. The fields of concentration and pressure perturbations for the first order of smallness are obtained. The analogous problem is solved taking into account modulation of external filtration flow, the influence of modulation on the curve of flow rate curve.

Keywords: filtration; concentration convection; porous media

Рассматривается двумерная задача о горизонтальном просачивании примеси в пористой среде (рис. 1). Имеется вытянутая прямоугольная область с соотношением сторон H/L=0.1 заполненная пористой средой. На вертикальных стенках заданы постоянный перепад давления и концентрации. На горизонтальных стенках области условие непроницаемости и непротекания. Наличие силы тяжести приводит к развитию неустойчивости в результате которой возникает концентрационная конвекция.

© Хабин М.Р., Марышев Б.С., 2025

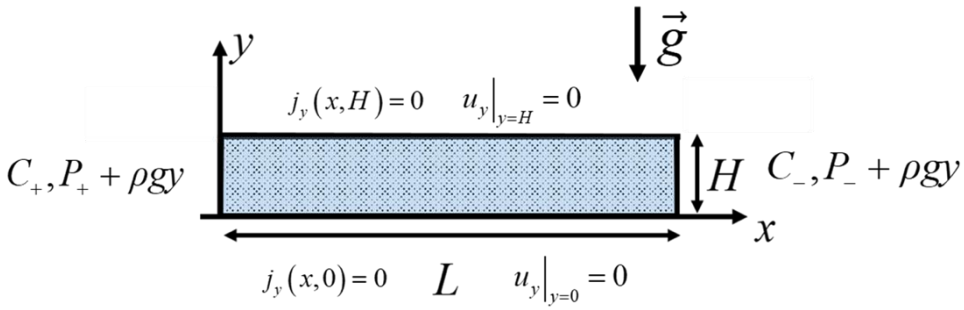


Рис. 1. Постановка задачи.

Задача решается с помощью MIM (mobile-immobile media) подхода [1]. В рамках этого подхода концентрация растворённого вещества делится на две фазы мобильную (подвижную) и иммобильную (неподвижную). Концентрация в мобильной фазе может переносится потоком несущей жидкости, а в иммобильной фазе оседает на стеках пор. Фазовый переход между состояниями мобильности может быть описан кинетическим уравнением. В настоящей работе используется нелинейная MIM модель [2] данная модель позволяет учесть тот факт, что для пористой среды существует концентрация насыщения немобильной компоненты (на стенках пор не может осесть бесконечное количество примеси). Фильтрация через массив пористой среды описывается в рамках приближения Дарси-Буссинеска [3], что позволяет учесть влияние изменения плотности жидкости на течение, вызванное изменением концентрации, т.е. возникновение концентрационной конвекции, несмотря на то, что несущая жидкость считается несжимаемой. Транспорт примеси приводит к изменению гидравлического сопротивления среды. В результате осаждения примеси на стенках пористой среды, уменьшается её пористость, что в свою очередь приводит к снижению проницаемости. Зависимость проницаемости от пористости даётся уравнением Козени-Кармана [4].

В безразмерной форме система определяющих уравнений имеет вид:

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(c + \frac{\zeta}{C_0} q\right) = \Delta c - \boldsymbol{u} \cdot \nabla c,$$

$$\frac{\partial q}{\partial t} = a(1-q)c - bq$$

$$\kappa(\phi) = \frac{\phi^3}{(1-\phi)^2}, \quad \phi = \phi_0(1-\zeta q)$$

$$\boldsymbol{u} = -\kappa(\phi)(\mathrm{Pe}\nabla p + \mathrm{Rp} c\mathbf{k}), \quad \mathrm{div}\mathbf{u} = 0 \qquad (1)$$

где c, q объемные концентрации мобильной и немобильной компонент примеси, a, b – коэффициенты адсорбции и десорбции, C_0 перепад концентрации между на вертикальными границами рабочей области,$\boldsymbol{u}$ – скорость фильтрации, $\kappa(\phi)$ – проницаемость пористой среды, ϕ – пористость среды, Pe – число Пекле, Rp – число Рэлея-Дарси, ζ – коэффициент закупорки среды.

Безразмерные параметры определены следующим образом:

$$\mathrm{Pe} = \frac{\kappa_0(P_+ - P_-)}{\eta D \phi_0}, \quad \mathrm{Rp} = \frac{\kappa_0 \rho_0 g \beta_c C_0 L}{\eta D \phi_0},$$

$$\zeta = \frac{Q_0}{\phi_0}, \quad a = \alpha C_0 \frac{L^2}{D}, \quad b = \alpha K_d \frac{L^2}{D}. \tag{2}$$

где L – длина рабочей полости (характерный размер), $P_+ - P_-$ - перепад давления между границами области, κ_0– коэффициент Козени-Кармана, η –динамическая вязкость несущей жидкости, D – коэффициент диффузии, ϕ_0 – пористость чистой среды (свободной от примеси), g – ускорение свободного падения, Q_0 – концентрация насыщения немобильной компоненты, α – коэффициент переноса примеси, K_d – коэффициент распределения примеси, ρ_0 – плотность несущей жидкости, β_c – коэффициент концентрационного расширения. Граничные условия имеют вид:

$$c(x=0,y)=1, \quad c(x=1,y)=0;$$

$$\left.\frac{\partial c}{\partial y}\right|_{y=0} = 0, \quad \left.\frac{\partial c}{\partial y}\right|_{y=h} = 0$$

$$p(x=0,y)=1, \quad p(x=1,y)=0;$$

$$\left.\frac{\partial p}{\partial y}\right|_{y=0} = \frac{\mathrm{Rp}}{\mathrm{Pe}} c(x, y=0), \quad \left.\frac{\partial p}{\partial y}\right|_{y=h} = \frac{\mathrm{Rp}}{\mathrm{Pe}} c(x, y=h) \tag{3}$$

Результаты

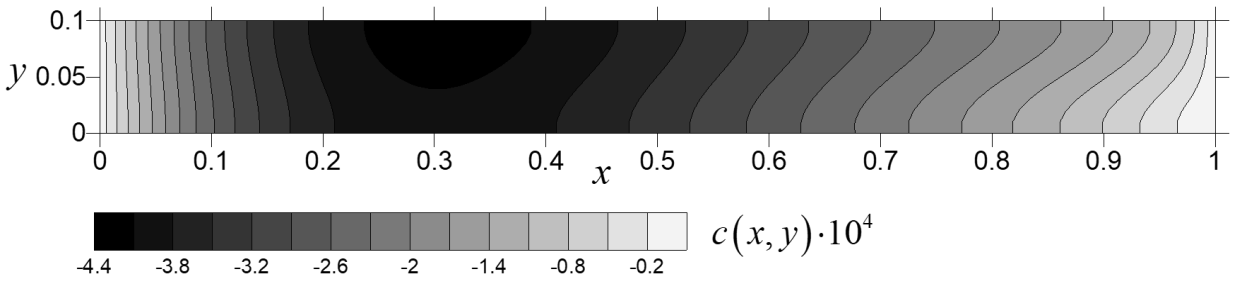
Задача решается методом многих масштабов [5]. Искомые функции и производная по времени раскладываются по степеням малого параметра $\varepsilon = \mathrm{Rp}/\mathrm{Pe}$. Решение в первом порядке (невозмущенное состояние) может быть записано в виде:

$$c_0(x) = \frac{e^{C_2} - e^{C_2 x}}{e^{C_2} - 1}, \qquad q_0(x) = \frac{a c_0(x)}{b + a c_0(x)},$$

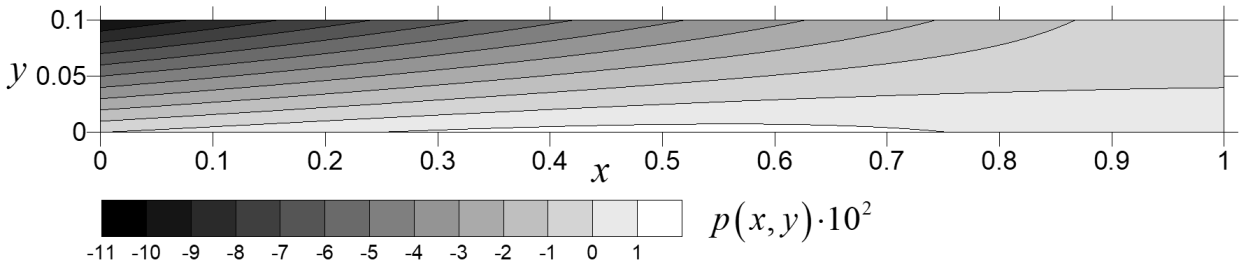
$$\frac{dp_0}{dx} = C_2 \mathrm{Pe} \frac{(b + a c_0(x))\left(a c_0(x)(1+\phi_0(\zeta-1)) + b(1-\phi_0)\right)^2}{(a c_0(x)(\zeta-1) - b)^3}; \tag{4}$$

где константа C_2 определяется из граничного условия для давления.

Полуаналитическим методом получено решение в первом порядке малости. Поля возмущений мобильной концентрации и давления представлены на рисунке 3. Видно, что концентрация накапливается у нижней стенки (рис. 3а) вследствие действия силы тяжести. Изолинии поля возмущения давления (рис.3б) наклонены, такая структура связана с неоднородным распределением немобильной фазы концентрации.

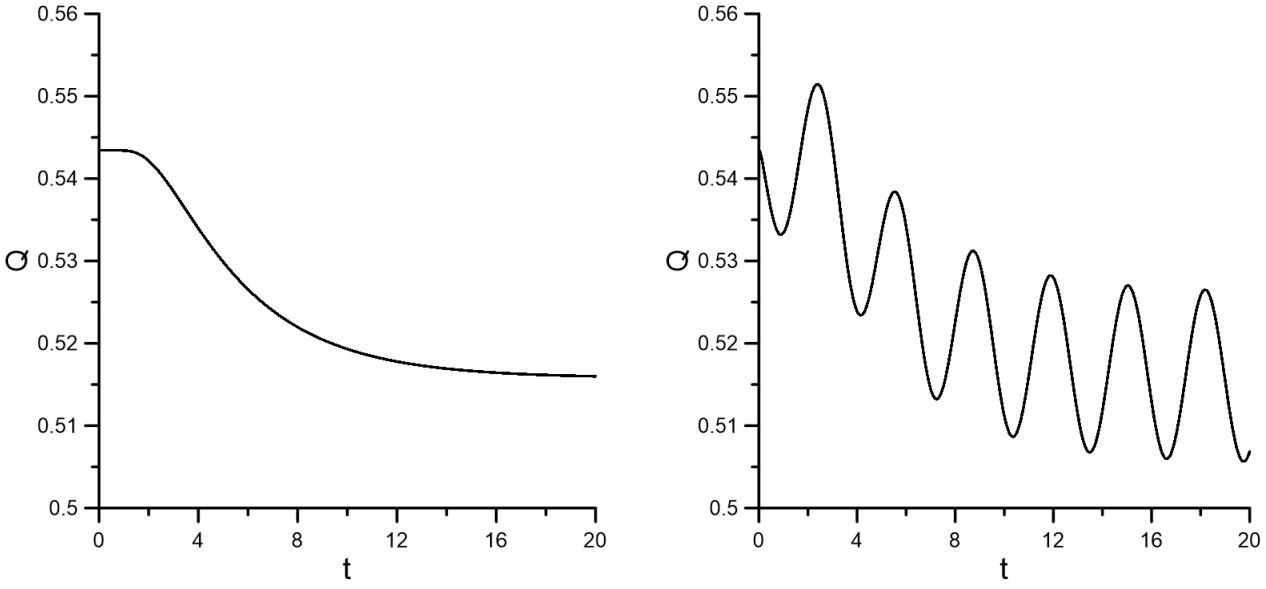


а)



б)

Рис. 3. Решение в первом порядке: а) поле возмещения мобильной фазы концентрации; б) Поле возмущения давления. Построено для параметров: $Pe = 10, \varepsilon = 0.1, a = 100,\ b = 50,\ \phi_0 = 0.365,\ C_2 = 0.494,\ C_0 = 1$



а) *б)*

Рис. 4. Кривая расхода: а) без модуляции; б) с модуляцией. Построено для параметров: $Pe = 10, \varepsilon = 0.1, a = 100,\ b = 50,\ \phi_0 = 0.365,\ C_2 = 0.494,\ C_0 = 1,\ \alpha = 3, \omega = 1$

Учет модуляция потока сводится к замене параметра Pe на модулирующую функцию $Pe(t) = Pe(1 + \alpha\varepsilon\ sin\,\omega\, t)$, где $\alpha\varepsilon = A/Pe$, A– амплитуда модуляции, ω – частота модуляции. На рисунке 4 представлены кривые расхода на выходе

из рабочей области (правая граница). Видно, что в целом расход уменьшается в связи с развитием в системе концентрационной конвекции, модуляция внешнего фильтрационного потока приводит к модуляции расхода (рис. 4б).

Заключение

Решена задача о возникновении концентрационной конвекции в вытянутой прямоугольной области, заполненной пористой средой при заданном горизонтальном перепаде давления и концентрации. Показано, что концентрационная конвекция возникает даже при малых числах Релея-Дарси. Получены аналитические выражения полей концентрации и давления для основного состояния. Получены поля возмущений концентрации и давления для первого порядка малости. Решена аналогичная задача с учетом модуляция внешнего потока (числа Пекле). Показано, что модуляция влияет на время выхода примеси и расход.

Список литературы

1. *Deans H. A.* A mathematical model for dispersion in the direction of flow in porous media // Society of Petroleum Engineers Journal. 1963. Т. 3. №. 01. С. 49-52.
2. *P. Gouze, T. Le Borgne, R. Leprovost, G. Lods, T. Poidras, P. Pezard* Non-Fickian dispersion in porous media: 1. Multiscale measurements using single-well injection withdrawal tracer tests //Water Resources Research. 2008. Т. 44. №. 6.
3. *Nield D. A., Bejan A.* Convection in porous media. Springer, 2017
4. *Carman P. C.* Fluid flow through granular beds // Trans. Inst. Chem. Eng. London. 1937. Т. 15. С. 150-156.
5. *Найфэ А.* Введение в методы возмущений. М.: Наука, 1984.

ВЛИЯНИЕ НЕСТАЦИОНАРНОСТИ ДИФФУЗИИ НА МЕМБРАННОЕ РАЗДЕЛЕНИЕ РАСТВОРОВ

Д. Ю. Ханукаева[a], П. А. Александров[b], А. Н. Филиппов[a]
[a]Губкинский университет,
119991, Москва, Ленинский проспект, 65
[b]ЗАО «Курс-Симбирск»,
423073, Ульяновск, ул. А. Наганова, 10

Поставлен и решен ряд нестационарных задач диффузии водных растворов нейтральных веществ в мембранной ячейке. Дан анализ выхода на стационарный режим, оценено характерное время установления процессов, исследована зависимость этого времени от параметров мембранной ячейки.

Ключевые слова: диффузия; диализ; нестационарный режим

INFLUENCE OF UNSTEADINESS OF DIFFUSION ON THE MEMBRANE SEPARATION OF SOLUTIONS

D. Yu. Khanukaeva[a], P. A. Aleksandrov[b], A. N. Filippov[a]
[a]Gubkin University,
65 Leninsky Pr., 119991, Moscow
[b]"Kurs-Simbirsk" JSC,
10 A. Naganov St., 432072, Ulyanovsk

A series of nonstationary problems for the diffusion of aqueous solutions of neutral substances in a membrane cell is set and solved. The analysis of the regime establishment is given, the characteristic time of the establishment is estimated, the dependence of this time on the cell parameters is investigated.

Keywords: diffusion; dialysis; unsteady regime

Решение подавляющего большинства нестационарных задач требует численного подхода. Аналитические решения получаются лишь в достаточно простых стационарных постановках. Помимо своей простоты и универсальности они еще особенно ценны тем, что представляют собой предельные решения нестационарных задач, пригодные для верификации численных алгоритмов.

Переход от решения нестационарной задачи к решению стационарной формально получается в пределе при стремлении времени к бесконечности. В численных методах этот переход обычно подсказывает сам алгоритм: когда каждый следующий шаг по времени перестает давать изменение решения, считается, что предельное решение достигнуто. В реальном же процессе, а также в эксперименте зачастую неясно, вышел ли изучаемый процесс на стационарный режим или нет, сколько времени длится этот переход, от чего он зависит.

Исследованию переходного режима и посвящена данная работа. В качестве объекта изучения рассматривается мембранная ячейка, предназначенная для

© Ханукаева Д.Ю., Александров П.А., Филиппов А.Н., 2025

разделения нейтральных растворов. Принципиальная схема ячейки показана на рис. 1. В левой камере (1) ширины *l* находится питающий раствор. Камера может быть замкнута, тогда потоки веществ равны нулю. Если камера незамкнута, тогда организуется циркуляция питающего раствора и перемешивание его в камере. Это позволяет поддерживать постоянную концентрацию растворенного вещества (РВ) в основном объеме питающего раствора. Изменение концентрации учитывается только в диффузионном слое толщины δ, непосредственно примыкающем к мембране толщины *h* (2), которая отделяет его от области пермеата (3). Он, в свою очередь, также может находиться в замкнутой камере с нулевым оттоком, пусть также ширины *l*, либо отбираться во внешний поток. Во втором случае в нем образуется диффузионный слой, пусть той же ширины δ, показанный пунктирной линией на рис. 1.

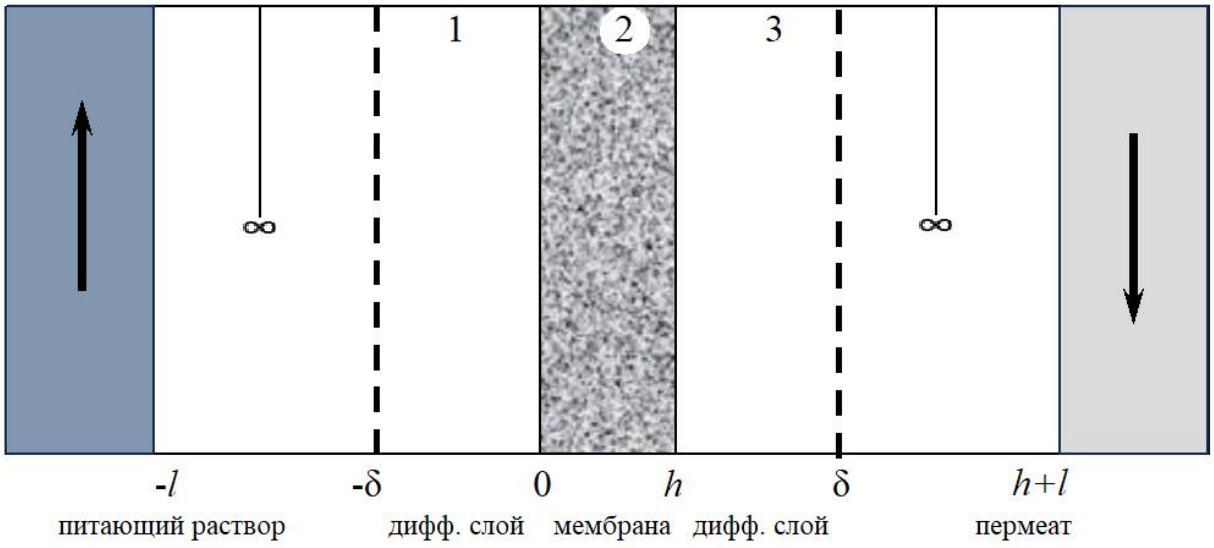


Рис. 1. Схема мембранной ячейки

В начальный момент времени питающий раствор имеет заданную концентрацию целевого компонента, а области (2) и (3) свободны от него. Иногда полагают, что мембрана также пропитана раствором, и в ней имеется то или иное распределение целевого компонента. Мы будем считать, что концентрация целевого компонента в мембране и в пермеате в начальный момент времени нулевая.

Разделение раствора происходит за счет разности концентраций в камерах (1) и (3) и избирательной проницаемости мембраны по отношению к его компонентам, т.е. описывается уравнением диффузии. В некоторых случаях процесс ускоряют, прикладывая градиент давления или температуры, электрическое поле (в случае раствора электролита), т.е. рассматривают конвективную, термо- или электродиффузию. В любом случае, коэффициенты диффузии в растворах и в мембране различаются, поэтому задачу приходится решать в трех областях.

Принимающая и отдающая стороны мембраны являются границами этих областей, где выставляются условия, характеризующие механизм

взаимодействия диффундирующих молекул и мембраны. В данной работе используется модель тонкопористой мембраны [1], которая представляет мембрану как некую однородную среду, взаимодействующую с проникающими частицами. Каждая молекула преодолевает потенциальный барьер, создаваемый поверхностными силами в порах мембраны. Соответственно, концентрация диффундирующего вещества претерпевает скачок на входе и выходе из мембраны: во внешних областях она в γ раз отличается от концентрации внутри мембраны. Величина данного параметра отражают сродство материала мембраны к диффундирующему компоненту. Говорят, что мембрана обладает положительной сорбцией по отношению к компоненту, если $\gamma < 1$, и отрицательной, если $\gamma > 1$.

Кроме того, диффузионные потоки на поверхностях мембраны остаются непрерывными. На внешних границах ячейки они также сохраняются. Причем, если ячейка замкнутая, потоки равны нулю. Если же имеется подвод питающего раствора извне или отбор пермеата, то они могут быть отрегулированы так, чтобы концентрации целевого компонента вне диффузионных слоев оставались постоянными. Иногда внешние границы ячейки в теоретических моделях отодвигают на бесконечность и разыскивают просто ограниченное решение.

В каждом из упомянутых случаев можно сформулировать корректную начально-краевую задачу. Многие из них допускают аналитическое решение, например, с помощью преобразования Лапласа. Однако, переход к оригиналам в большинстве случаев возможен только численно.

В данной работе будет использоваться метод быстрого обращения изображений по Лапласу [2], идея которого аналогична алгоритму нахождения быстрого преобразования Фурье.

Рассмотрим несколько постановок начально-краевых задач, моделирующих различные режимы работы ячейки:

а) замкнутая ячейка без подвода вещества;

б) проточная ячейка с тангенциальными потоками питающего раствора и пермеата (диализ);

в) проточная ячейка с конвекцией.

В первых двух задачах уравнение диффузии в областях (1), (2), (3) имеет вид

$$\frac{\partial c_i}{\partial t} = D_i \frac{\partial^2 c_i}{\partial x^2}, \tag{1}$$

где $c_i(x, t)$ – концентрация РВ, x – координата в направлении потока, t – время, D_i – коэффициенты диффузии РВ ($D_1 = D_3 \neq D_2$), $i = 1, 2, 3$ – номер области мембранной ячейки.

В задаче в) уравнения конвективной диффузии в областях (1), (2), (3) запишем как

$$\frac{\partial c_i}{\partial t} = -\alpha_i v \frac{\partial c_i}{\partial x} + D_i \frac{\partial^2 c_i}{\partial x^2}, \tag{2}$$

где v – скорость конвекции, определяемая приложенным градиентом давления, α_2 – поправочный коэффициент, характеризующий скорость конвекции в мембране, $\alpha_1 = \alpha_3 = 1$.

В задаче а) для $i = 1$ $-l < x < 0$, для $i = 2$ $0 < x < h$, для $i = 3$ $h < x < h + l$. В задаче б) и в) для $i = 1$ $-\delta < x < 0$, для $i = 2$ $0 < x < h$, для $i = 3$ $h < x < h + \delta$.

Во всех трех постановках задачи начальные условия имеют вид

$$c_1(x, 0) = c^0, \quad c_2(x, 0) = c_3(x, 0) = 0, \tag{3}$$

где c^0 – заданная начальная концентрация РВ в питающем растворе.

Граничные условия скачков концентрации РВ на стенках мембраны для всех трех постановок задачи также записываются одинаково:

$$c_1(0, t) = \gamma c_2(0, t), \quad c_3(h, t) = \gamma c_2(h, t). \tag{4}$$

Непрерывность потоков РВ в задачах а) и б) выражается равенствами

$$-D_1 \frac{\partial c_1(0,t)}{\partial x} = -D_2 \frac{\partial c_2(0,t)}{\partial x}, \quad -D_3 \frac{\partial c_3(h,t)}{\partial x} = -D_2 \frac{\partial c_2(h,t)}{\partial x}, \tag{5}$$

а в задаче в), соответственно, равенствами

$$vc_1(0, t) - D_1 \frac{\partial c_1(0, t)}{\partial x} = \alpha_2 v c_2(0, t) - D_2 \frac{\partial c_2(0, t)}{\partial x},$$

$$vc_3(h, t) - D_3 \frac{\partial c_3(h,t)}{\partial x} = \alpha_2 v c_2(h, t) - D_2 \frac{\partial c_2(h,t)}{\partial x}. \tag{6}$$

Два оставшихся граничных условия в задаче а) ставят на левой и правой стенках замкнутой ячейки, в задачах б) и в) – на границах диффузионных слоев. Они имеют вид, соответственно, отсутствия переноса РВ через стенку в задаче а)

$$\frac{\partial c_1(-l,t)}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial c_3(h+l,t)}{\partial x} = 0, \tag{7}$$

либо заданной концентрации РВ в задачах б) и в)

$$c_1(-\delta, t) = c^0, \quad c_3(h + \delta, t) = (1 - \phi)c^0, \tag{8}$$

где заданное значение концентрации РВ на правой границе $h + \delta$ выражено в долях исходной концентрации c^0 с коэффициентом задержания ϕ.

Решения стационарных задач для постановки а), б) и в) известны и легко могут быть получены. На рис. 2 представлены стационарные профили концентрации для всех трех случаев при следующих значениях параметров: $\gamma = 2$, $D_1 = 10D_2$; на рис. 2а $l = 2h$, на рис. 2б $\delta = 5h$, на рис. 2в $\delta = 4h$, $\alpha_2 = 1$, $v = 2D_1/h$, $\phi = 0.9$. В замкнутой ячейке (рис. 2а) устанавливаются постоянные концентрации во всех областях, значения которых определяются габаритами ячейки и мембраны, а также величиной скачка на поверхностях мембраны. В проточной ячейке (рис. 2б) наблюдается линейное падение концентрации РВ от

исходного значения в питающем растворе до заданного значения в пермеате, углы наклона профилей определяются коэффициентами диффузии, а скачки на поверхностях мембраны – параметром γ. В присутствии градиента давления профили концентрации нелинейные (рис. 2в) и вдобавок зависят еще от соотношения между диффузионным и конвективным членом потока.

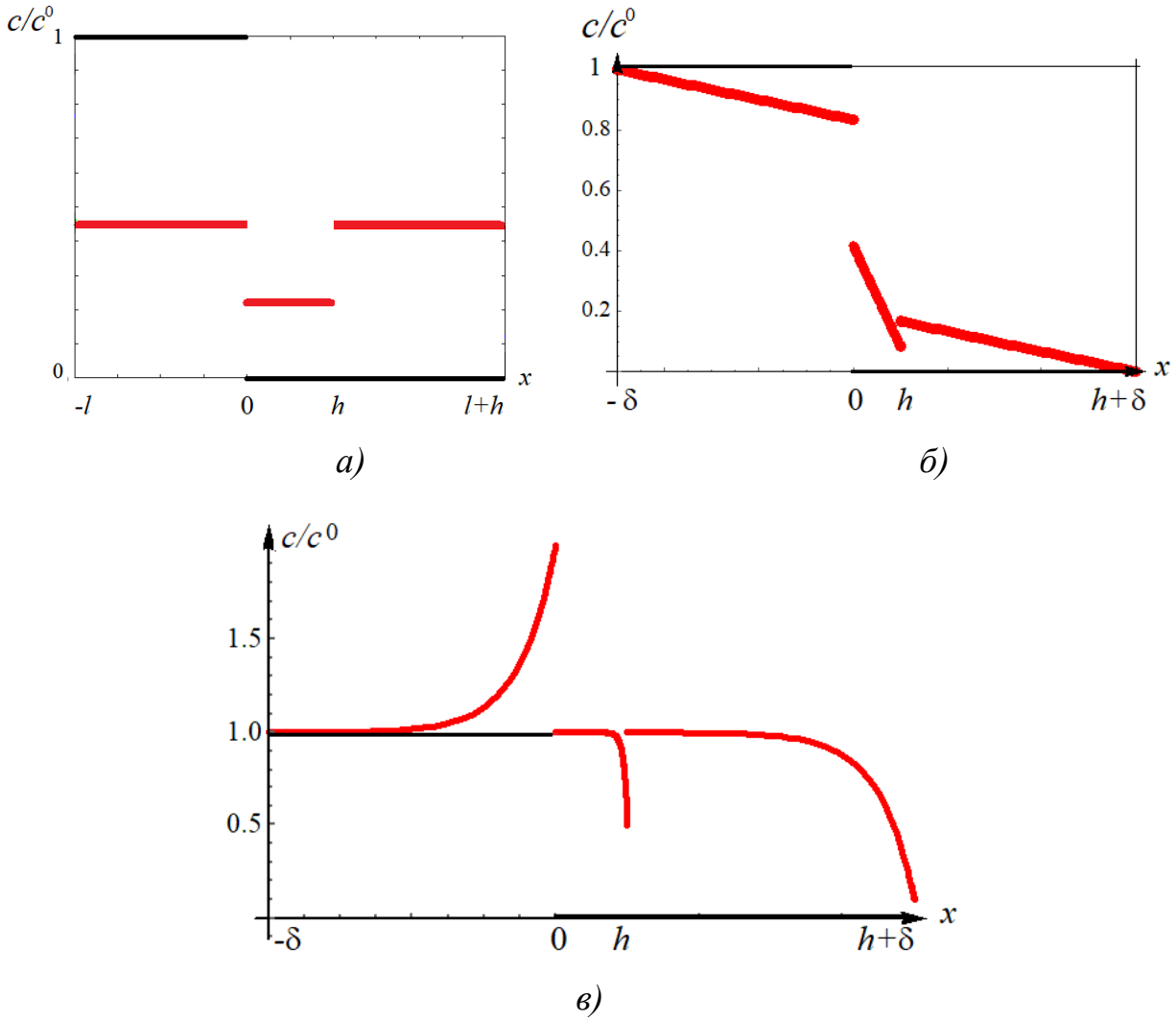
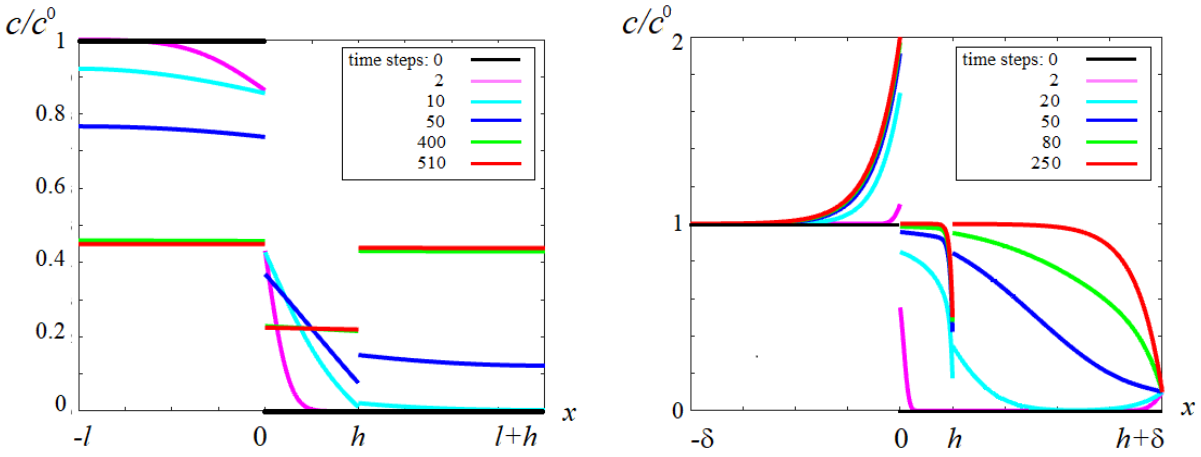


Рис. 2. Исходное (черные линии) и стационарные (красные линии) распределения концентрации а) в замкнутой ячейке; б) в проточной ячейке; в) в проточной ячейке с конвекцией

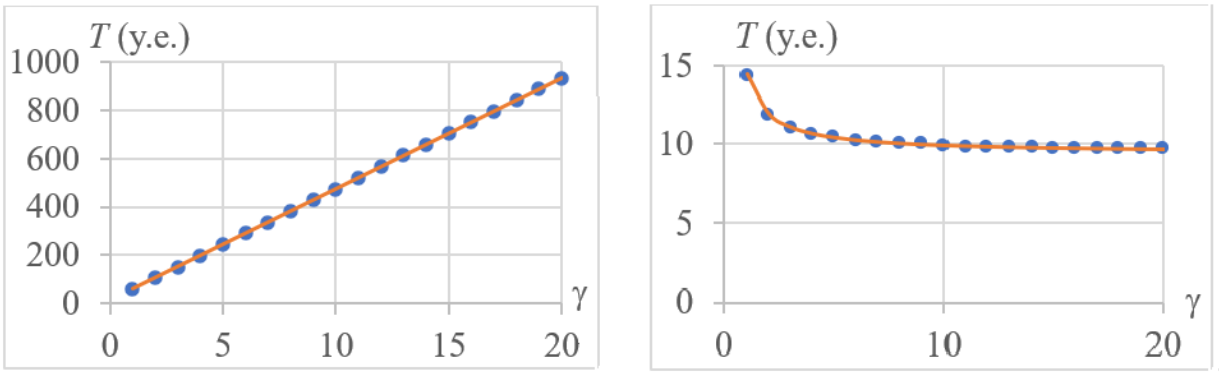
Полученные в данной работе решения нестационарных задач (1), (3)-(5), (7); (1), (3)-(5), (8); (2)-(6), (8) позволяют получить закономерности выхода каждого из режимов на его стационарное состояние и оценить влияние параметров на скорость этого процесса. На рис. 3 показаны профили концентрации для задачи а) и задачи в) в различные моменты времени при $\gamma = 2$, $D_1 = 10D_2$; на рис. 3а $l = 2h$, на рис. 3б $\delta = 4h$, $\alpha_2 = 1$, $v = 2D_1/h$, $\phi = 0.9$. Видно, что стационарный режим в ячейке с конвекцией устанавливается за существенно меньшее количество шагов по времени. Например, при переходе к размерным единицам при толщине мембраны $h \sim 100$ мкм и коэффициенте диффузии $D_1 \sim 10^{-9}$ м^2/с характерное

время установления процесса, показанного на рис. 3а, составит порядка 17 минут, а для процесса, показанного на рис. 3б, – порядка 2 минут.



а) *б)*

Рис. 3. Профили концентрации РВ в ячейке в различные моменты времени а) для замкнутой ячейки; б) для проточной ячейки с конвекцией



а) *б)*

Рис. 4. Расчетные (точки) и аппроксимирующие (линии) зависимости времени выхода диффузии на стационарный режим от параметра γ а) для замкнутой ячейки; б) для проточной ячейки

Простой инструмент для оценки этого времени удалось получить в данной работе в процессе анализа зависимости процесса установления режима от параметров задачи: габаритов ячейки, диффузионно-конвективных свойств разделяемой смеси, характеристик мембраны. На рис. 4 в качестве примера показаны найденные зависимости времени установления процесса от параметра γ для задачи а) (рис. 4а) и для задачи б) (рис. 4б). Примечательно, что эти зависимости носят противоположный характер. Так, в случае замкнутой ячейки более высокий потенциальный барьер, создаваемый мембраной для диффундирующих частиц РВ, приводит к более длительному установлению равновесия в камерах ячейки. Поэтому наблюдается прямая зависимость

времени выхода режима на стационарный от величины γ (рис. 4а). А для проточной ячейки, на границах диффузионных слоев которой удерживаются постоянные концентрации, суть выхода режима диффузии на стационарный состоит в установлении профилей концентрации. Они устанавливаются тем эффективнее, чем больше скачок концентрации на принимающей стороне мембраны, т.е. чем больше параметр γ. При этом скачок на отдающей стороне мембраны влияет противоположным образом на падение концентрации, но его относительный вклад меньше, так как он реализуется при меньших значениях концентрации. В результате с ростом параметра γ наблюдается суммарное ускорение выхода режима диффузии на стационарный (рис. 4б).

На рис. 4 помимо расчетных точек, полученных в результате решения задачи а) и задачи б), показаны линии, аппроксимирующие эти зависимости. Для всех трех рассмотренных задач они найдены в виде произведения степенных функций безразмерных определяющих параметров каждой из задач. Подробное изложение и примеры применения полученных аппроксимаций можно найти в полной версии данной работы [3].

Таким образом, в данной работе на примере моделирования разделения нейтральных растворов в мембранной ячейке показано, как можно построить математическую модель реального процесса. С помощью разработанной модели удалось поставить вычислительный эксперимент и его результаты использовать для формулирования простых закономерностей, пригодных в инженерной практике. Получены простые аналитические инструменты для оценки времени выхода диффузии на стационарный режим в трех различных постановках.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (грант № 23–19–00520, https://rscf.ru/project/23-19-00520/).

Список литературы

1. *Мартынов Г. А., Старов В. М., Чураев Н. В.* К теории мембранного разделения растворов. 1. Постановка задачи и решение уравнения переноса // Коллоидн. журн. 1980. Т. 42. № 3. С. 489–499.
2. *Brancik L.* Programs for fast numerical inversion of Laplace transforms in MATLAB language environment // Proceedings of the 7th Conference MATLAB. Prague, Czech Republic, 1999. V. 99. P. 27-39.
3. *Khanukaeva D. Yu., Aleksandrov P. A., Filippov A. N.* Effects of unsteadiness in membrane separation of solutions // Membranes and Membrane Technologies. 2024. V.6 . №4. (в печати)

ИССЛЕДОВАНИЕ ПОРИСТЫХ СТРУКТУР ПОД НАГРУЗКОЙ ВНУТРИ КОМПЬЮТЕРНОГО ТОМОГРАФА

Н. В. Харин, О. А. Саченков, К. Н. Акифьев, П. В. Большаков
Казанский (Приволжский) государственный университет,
420111, Казань, ул. Кремлевская, 18

В настоящее время большую популярность набирают многофазные материалы такие как: композитные материалы, биоактивное стекло, материалы растительного производства, материалы, создаваемые при помощи аддитивных производств. Стандартный подход для описания поведения таких материалов упирается в поверхностный анализ и не могут предсказать поведение внутри материала, для этого требуется дополнительные методы анализа. Одним с популярных методов для визуализации внутренних дефектов является рентгеновский компьютерный томограф. С её помощью можно создать цифровой прототип, который позволяет отображать реальные дефекты во внутренней структуре испытуемых образцов или материалов. В данной работе предлагается методика исследования внутренней структуры образцов при помощи разработанной методики и оснастки, для сжатия образцов, внутри компьютерного томографа. Образцы для исследований производились при помощи аддитивных технологий.

Ключевые слова: Рентгеновская компьютерная томография, физико-механические характеристики, аддитивные технологии

COMPRESSIVE TESTING OF POROUS SAMPLES BY COMPUTER TOMOGRAPHY

N. V. Kharin, O. A. Sachenkov, K. N. Akifiev, P. V. Bolshakov
Kazan (Volga Region) State University,
18 Kremlevskaya St., 420111, Kazan

Currently, multiphase materials such as composite materials, bioactive glass, plant-based materials, and materials created by additive manufacturing are gaining popularity. The standard approach for describing the behavior of such materials is limited to surface analysis and cannot predict the behavior inside the material, which requires additional analysis methods. One popular method for visualizing internal defects is the X-ray computed tomography scanner. It can be used to create a digital prototype that can display real defects in the internal structure of test specimens or materials. In this paper we propose a methodology to study the internal structure of samples using the developed methodology and tooling, for compressing the samples, inside the CT scanner.

Keywords: X-ray computed tomography, physical and mechanical characteristics, additive technologies

В последние годы активно развивается сфера неразрушающего контроля, что связано с появлением новых материалов со сложной микроструктурой. К таким материалам можно отнести: композитные [1], биоактивные [2,3], высокотемпературные [4,5], материалы, созданные при помощи аддитивных технологий [6,7]. Традиционные методы исследования микроскопических

© Харин Н.В., Саченков О.А., Акифьев К.Н., Большаков П.В., 2025

физико-механических свойств таких материалов с применением неразрушающих технологий не всегда эффективны. Поэтому вопрос поиска универсального подхода для определения характеристик неоднородных материалов остается актуальным.

Одним из наиболее информативных методов неразрушающего контроля является компьютерная томография. Этот метод позволяет измерять нормализованный коэффициент рентгеновского ослабления (шкала Хаунсфилда), который напрямую зависит от плотности материала. Это, в свою очередь, дает возможность проводить численные расчеты, основываясь на полученных данных. Компьютерная томография позволяет выявлять внутренние дефекты, возникающие как в процессе производства, так и во время эксплуатации изделий. Такой подход способствует оптимизации производственного процесса и повышению качества готовых деталей.

Однако, несмотря на очевидные преимущества, цифровая модель, получаемая с помощью томографа, не включает физико-механические свойства материала и требует проведения дополнительных расчетов для их определения.

В данном исследовании предлагается использование неразрушающего контроля, а именно рентгеновского компьютерного томографа, с разработанной авторами оснастки для совместного автоматизированного нагружения непосредственно внутри РКТ. В качестве исследуемых образцов были взяты кубические образцы с эллиптической порой. В каждой серии образцов пора имела разное направление относительно приложения внешней сжимающей нагрузки. Все образцы производились при помощи аддитивных технологий, а именно методом послойного наплавления (FDM). В результате были получены следующие данные: диаграммы сжатия на испытательной машине, диаграммы сжатия на авторской оснастке, физико-механические параметры каждого образца, зависимости между модулями Юнга и углом поворота эллиптической поры.

Список литературы

1. *Spiridon, I., Anghel, N. C., Darie-Nita, R. N., Iwańczuk, A., Ursu, R. G., & Spiridon, I. A*. (2020). New composites based on starch/Ecoflex®/bimass wastes: Mechanical, thermal, morphological and antimicrobial properties. International Journal of Biological Macromolecules, 156, 1435–1444. https://doi.org/10.1016/j.ijbiomac.2019.11.185
2. *Li, M., Jiang, J., Liu, W., Huang, X., Wu, X., Wei, W., Zhu, H., Zhang, J., Xiao, J., & Dai H*. (2023). Bioadaptable bioactive glass-β-tricalcium phosphate scaffolds with TPMS-gyroid structure by stereolithography for bone regeneration. Journal of Material Science and Technology, 155, 54–65. https://doi.org/10.1016/j.jmst.2023.01.025
3. *Richter R. F., Vater, C., Korn, M., Ahlfeld, T., Rauner, M., Pradel, W., Stadlinger, B., Gelinsky, M., Lode, A., & Korn, P*. (2023). Treatment of critical bone defects using calcium phosphate cement and mesoporous bioactive glass providing spatiotemporal drug delivery. Bioactive Materials, 28, 402–419. https://doi.org/10.1016/j.bioactmat.2023.06.001

4. *Liu, X., Zheng, M., Chen, G., Dang, Z., & Zha, J.* (2022). High-temperature polyimide dielectric materials for energy storage: theory, design, preparation and properties. Energy & Environmental Science, 15(1), 56–81. https://doi.org/10.1039/d1ee03186d
5. *Feng, L., Fahrenholtz, W. G., & Brenner, D. W*. (2021). High-Entropy Ultra-High-Temperature borides and carbides: a new class of materials for extreme environments. Annual Review of Materials Research, 51(1), 165–185. https://doi.org/10.1146/annurev-matsci-080819-121217
6. *Grachev, D. I., Chizhmakov, E. A., Stepanov, D. Y., Buslovich, D. G., Khulaev, I. V., Deshev, A. V., Kirakosyan, L. G., Arutyunov, A. S., Kardanova, S. Y., Panin, K. S., & Panin, S. V*. (2023). Dental material selection for the additive manufacturing of removable Complete dentures (RCD). International Journal of Molecular Sciences, 24(7), 6432. https://doi.org/10.3390/ijms24076432
7. *Wilms, M. B., Rittinghaus, S., Goßling, M., & Gökce, B*. (2023). Additive manufacturing of oxide-dispersion strengthened alloys: Materials, synthesis and manufacturing. Progress in Materials Science, 133, 101049. https://doi.org/10.1016/j.pmatsci.2022.101049

ГИСТЕРЕЗИС НАДКРИТИЧЕСКИХ РЕЖИМОВ КОНВЕКЦИИ ВОДЫ В ВЫТЯНУТОЙ ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ ПОЛОСТИ, ПОРОЖДАЕМЫЙ ДВИЖЕНИЕМ КРЫШКИ ПОЛОСТИ

А. Н. Шарифулин А. А. Наумов
Пермский национальный исследовательский политехнический университет,
614990, Пермь, Комсомольский проспект, 29

Исследуются нелинейные надкритические режимы конвекции воды при комнатной температуре в вытянутой горизонтальной полости, с соотношением ширины к высоте 3:1. На верхней и нижней идеально теплопроводных твердых границах заданы постоянные температуры, а боковые твердые границы полагались теплоизолированными. Верхняя граница может двигаться с постоянной скоростью, через которую определено число Рейнольдса, -третий безразмерный критерий задачи после чисел Релея и Прандтля (полагавшегося равным семи). Проведенные конечно-разностным методом расчеты для значений числа Релея, превышающих критическое до двадцати раз показали, что в надкритической области возможна множественность стационарных состояний, - от одновихревого до трехвихревого. Обнаружены и исследованы гистерезисные переходы между ними, возникающие при плавном изменении числа Рейнольдса.

Ключевые слова: тепловая конвекция, бифуркации, гистерезис, движущаяся крышка

HYSTERESIS OF SUPERCRITICAL MODES OF WATER CONCENTRATION IN AN ELONGATED HORIZONTAL CAVITY GENERATED BY THE MOVEMENT OF THE CAVITY LID

A. N. Sharifulin, A. A. Naumov
Perm National Research Polytechnic University,
29 Komsomolsky Pr., 614990, Perm

Nonlinear supercritical modes of water convection at room temperature in an elongated horizontal cavity are investigated, with a 3:1 ratio of width to height. Constant temperatures are set at the upper and lower ideally thermally conductive solid boundaries, and the lateral solid boundaries were assumed to be thermally insulated. The upper bound can move at a constant speed, through which the Reynolds number is determined, which is the third dimensionless criterion of the problem after the Rayleigh and Prandtl numbers (which were supposed to be equal to seven). Calculations carried out by the finite difference method for values of the Rayleigh number exceeding the critical value up to twenty times showed that a plurality of stationary states is possible in the supercritical region, from one-vortex to three-vortex. Hysteresis transitions between them that occur with a gradual change in the Reynolds number have been discovered and investigated.

Keywords: thermal convection, bifurcations, hysteresis, moving lid

Исследуется надкритическая конвекция воды в горизонтальной вытянутой полости с аспектным отношением равным трем. На твердых горизонтальных границах заданы постоянные температуры. Боковые теплоизолированные границы слоя полагаются также твердыми. Для таких условий подогрева

© Шарифулин А.Н., Наумов А.А., 2025

критическое значение числа Релея для наиболее опасного трехвихревого возмущения равно $Ra_{cr} = 1871$ [2]. Число Прандтля полагали равным семи.

В настоящей работе для анализа влияния конечности длины слоя на возникновение и развитие возможных неустойчивостей и их надкритических режимов рассмотрены вытянутая горизонтальная полость с соотношением 3:1. Расчеты, проведены конечно-разностным методом для интервала надкритических чисел Рэлея до двадцати надкритичностей $1 \leq r \leq 20$ (здесь r отношения числа Рэлея к критическому числу Релея Ra_{cr}). Получено, что после потери устойчивости состояния механического равновесия устанавливается стационарный режим конвекции в форме трех вихрей.

На рис.1 приведены изотермы и линии тока стационарного для случая примерно пятикратной надкритичности. Из рисунка видно, что в соответствии с линейной теорией, в полости возникает трехвихревое конвективное течение.

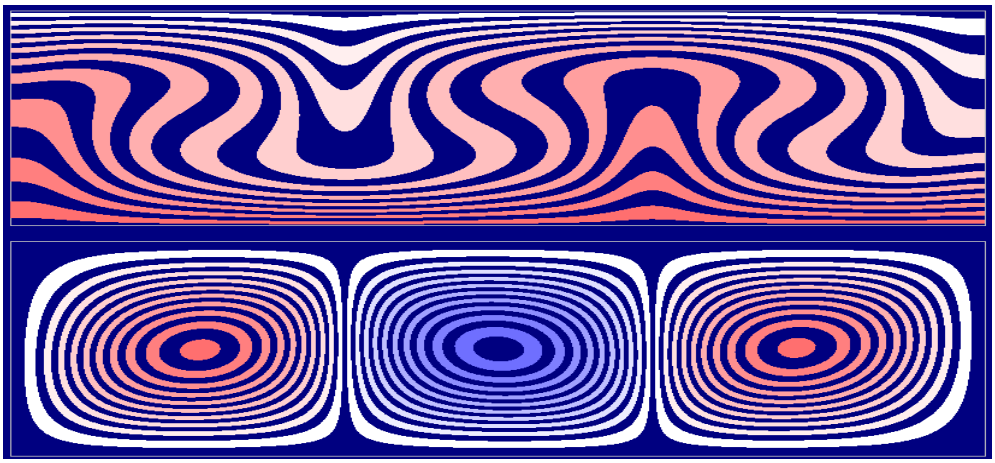


Рис. 1. Изотермы и линии тока надкритического трехвихревого конвективного течения для надкритичности $r = 4.7$.

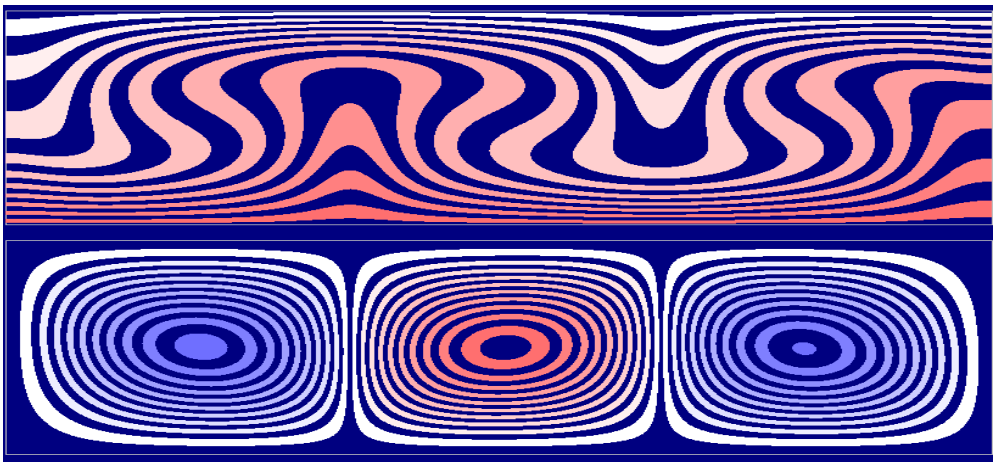


Рис. 2. Изотермы и линии тока трехвихревого надкритического конвективного течения при надкритичности $r = 4.7$. Расчет с положительным числом Re

На рис.2 приведены изотермы и линии тока для этого же значения надкритичности, после плавного изменения числа Рейнольдса до значения 20 и обратно до нулевого значения. Положительные значения числа Рейнольдса соответствуют движению крышки влево, совпадающим с циркуляцией среднего вихря и противоположным циркуляции боковых вихрей. Таким образом движение крышки, совпадающее с направлением циркуляции среднего вихря приводит к смене циркуляции всех вихрей на обратное. Плавное изменения числа Рейнольдса до значения -20 и обратно до нулевого значения не приводит к изменению начальной структуры вихрей, показанной на рис.1.

На рис.3 приведены изотермы и линии тока для этого же значения надкритичности, после плавного изменения числа Рейнольдса до значения 5 (или -5) и обратно до нулевого значения. Таким образом движение крышки, с меньшей суммарной амплитудой независимо от направления движения крышки к изменению структуры течения с трехвихревой к двухвихревой.

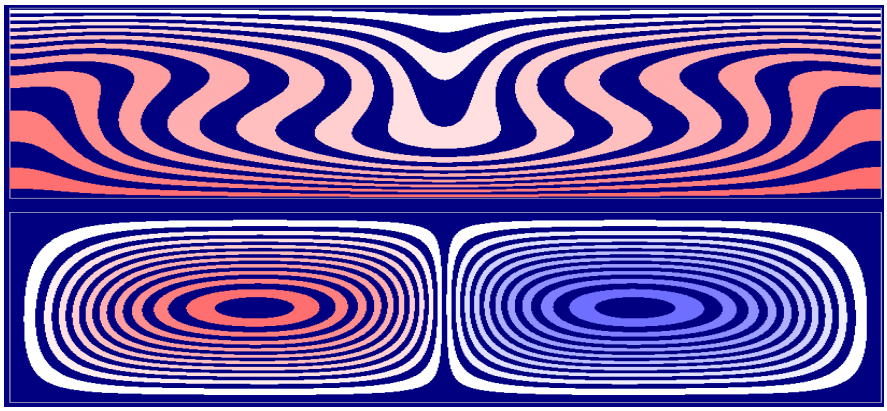


Рис. 3. Изотермы и линии тока трехвихревого надкритического конвективного течения при надкритичности $r = 1.53$. *Расчет, как с положительным, так и отрицательным числом Re*

Как видно из рисунка, циклическое плавное изменение скорости движения крышки полости приводит к движению типа “костер Каина”[3,4].

Список литературы

1. *Тарунин* Е.Л. Вычислительный эксперимент в задачах свободной конвекции. Иркутск: Изд-во Иркутского ун-та, 1990. 223 с.
2. *Mizushima*, J. Routes to unicellular convection in a tilted rectangular cavity / J. Mizushima, Y. Hara // J. Physical Society of Japan. 2000. V. 69. № 8. P. 2371-2374.
3. *Тарунин Е. Л., Шарапова А. М.* Ветвление осесимметричного конвективного течения //Известия Российской академии наук. Механика жидкости и газа. – 2010. – №. 2. – С. 23-33.
4. *Полудницин А. Н., Шарифулин А. Н.* Лабораторное и теоретическое исследование бифуркаций квазидвумерной конвекции в наклоняемой кубической полости //Вестник Пермского университета. Серия: Физика. – 2012. – №. 1. – С. 16-22.

КОНВЕКТИВНЫЙ ФАКЕЛ В ЖИДКОМ СТЕКЛЕ ОКОЛО МАКСИМУМА ЕГО ПЛОТНОСТИ

В. А. Шарифулин[a,b], Т. П. Любимова[a]
[a]Институт механики сплошных сред УрО РАН,
614013, Пермь, ул. Академика Королева, 1
[b]Пермский национальный политехнический исследовательский университет,
614990, Пермь, Комсомольский проспект, 29

Показана применимость степенной зависимости плотности воды от температуры, предложенной Гебхартом и Моллендорфом для описания стеклообразующих систем с эффектом инверсии плотности. В приближении пограничного слоя задача о конвективном факеле от линейного источника тепла в жидкости со степенной зависимостью плотности от температуры решена методом численного продолжения двух семейств точных решений. Исследовано влияние показателя инверсии плотности температуры на структуру и основные характеристики конвективного факела от линейного источника.

Ключевые слова: плюмы, плавучие пограничные слои, инверсия плотности.

CONVECTIVE JET IN A MELTED GLASS NEAR ITS DENSITY MAXIMUM

V. A. Sharifulin[a,b], T. P. Lyubimova[b]
[a]Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS,
1, Academician Korolev St., 614013, Perm
[b]Perm National Polytechnic Research University,
29, Komsomolsky Pr., 614990, Perm

The applicability of the power-law dependence of water density on temperature proposed by Gebhart and Mollendorf for describing glass-forming systems with the density inversion effect is shown. In the boundary layer approximation, the problem of a convective torch from a linear heat source in a liquid with a power-law dependence of density on temperature is solved by the method of numerical continuation of two families of exact solutions. The influence of the temperature density inversion index on the structure and main characteristics of a convective torch from a linear source is investigated.

Keywords: plumes; buoyant boundary layers; density inversion

Крупномасштабное течение жидкости или газа над источником тепла на таких расстояниях, где форма нагретого тела перестает играть роль и источник тепла можно считать линейным или точечным называют свободной конвективной струей [1].

Возможно, ни одна из задач тепло-массопереноса не привлекала столько внимания, как проблема тепловой конвекции в потоке жидкости над линейным источником тепла. Одна из величайших исследовательских программ,

© Шарифулин В.А., Любимова Т.П., 2025

продолжавшаяся почти столетие, была начата Зельдовичем [2]. Обзор работ по ламинарным струям от таких источников тепла был сделан в монографии Гебхарта и др. [3]. В этой же монографии представлен сравнительный анализ теоретических и экспериментальных исследований конвективных струй при наличии или отсутствии различных осложняющих факторов, таких как наличие твердой стенки, заданного вертикального потока, пористости среды и т. д. Однако, вероятно, наиболее полное, всестороннее и подробное описание предмета содержится в монографии Мартыненко и др. [4], включая сравнительные рисунки и таблицы, еще неопубликованные точные решения, особенности граничных условий и численных методов, а также многие другие интересные результаты.

В работе Гепхарта и Моллендорфа [5] для описания поведения воды при различных значениях солености и давления предложена зависимость плотности от температуры в виде степенного закона:

$$\rho(T) = \rho_m\left(1 - \alpha_\gamma |T - T_i|^\gamma\right),$$

где ρ_m – максимальная плотность, α_γ – коэффициент теплового расширения, T_i – температура инверсии плотности, γ – показатель температурной инверсии плотности, в случае воды он зависит от давления и солености.

Мотивацией данной работы послужила необходимость обобщения закономерностей поведения конвективного факела для различных значений степенного параметра γ.

На основе анализа имеющихся экспериментальных данных [6-13] показано, что степенной закон Гебхарта-Моллиндорфа температурной зависимости плотности воды применим к сплавам стеклообразующих систем, демонстрирующим фазовый переход жидкость-жидкость из хрупкого состояния в прочное. Это существенно расширяет диапазон значений показателя γ за пределы интервала, присущего воде от 1 до 2 .

Для значений числа Прандтля Pr от 0.02 до 10^5 и показателя степени до пяти в приближении пограничного слоя исследуются автомодельные струйные течения от линейного источника тепла. Для этого адаптирован для рассматриваемой задачи метод численного продолжения [14] точных решений [15,16]. Высокая сходимость метода достигнута за счет использования в качестве параметра продолжения нового критерия подобия – автомодельного числа Прандтля Pr_s , объединяющего число Прандтля с показателем степени соотношения Гебхарта-Моллиндорфа:

$$Pr_s = \left(\frac{Pr}{\langle Pr \rangle}\right)^s, \quad \langle Pr \rangle = \frac{\sqrt{2(4+\gamma)}}{3\gamma}, \quad s = \frac{ln\frac{18}{5}}{ln\frac{18}{4+\gamma}}.$$

где $\langle Pr \rangle$ – геометрическое среднее избранных значений чисел Прандтля соответствующих двум семействам точных решений, s – масштабирующая степень.

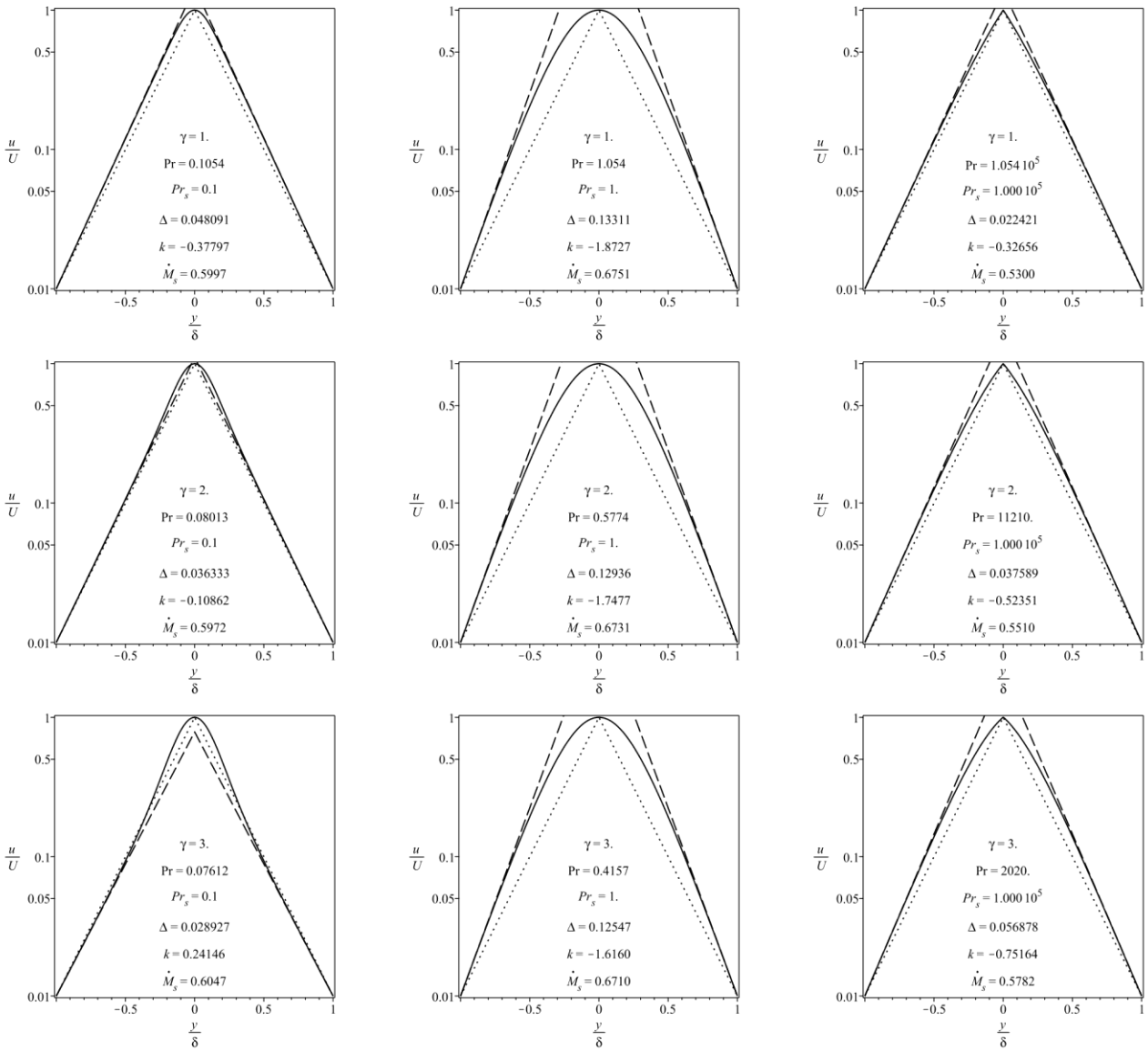


Рис. 1. Профили скорости в координатах подобия в логарифмической шкале. $\frac{y}{\delta}$ *— отношение поперечной координаты к толщине пограничного слоя.* $\frac{u}{U}$ *— отношение вертикальной скорости к максимальной вертикальной скорости. Точки — распределение Лапласа* $100^{\frac{-y}{\delta}}$*. Пунктирная линия (*$100^{\frac{-y}{\delta}} e^{k\left(\frac{y}{\delta}-1\right)}$*) — касательная в логарифмической шкале к профилю скорости.*

Исследование сочетания закона сохранения импульса с автомодельностью (совмещение симметрии однородности пространства и симметрии, порожденной его безразмерностью, отсутствие внутреннего масштаба) раскрывает физический смысл показателя γ, через модификацию автомодельных преобразований, явно определяющих его роль как регулятора связи полей температуры и скорости.

Классифицированы структуры режимов течения (см Рис.1) посредством параметров Δ и k. Δ сравнивает по площади распределение вертикальной скорости u в динамических пограничных слоях с распределением Лапласа $100^{\frac{-y}{\delta}}$.

Величина k характеризует скорость убывания вертикальной скорости вблизи границы между динамическим пограничным слоем и динамическим ядром. С ростом числа Прандтля профили скорости стремятся к форме распределения Лапласа. Наибольшее отклонение от распределения Лапласа наблюдается при $Pr_s = 1$ ($Pr = \langle Pr \quad \rangle$). Максимальное значение автомодельный поток импульса $\dot{M}_s$ (отношение локального потока импульса к произведению локальной расхода и локальной максимальной вертикальной скорости U) достигается также при $Pr_s = 1$.

Значительное повышение эффективности за счет более полного понимания физики явления и геометрии его конфигурационного пространства подтверждает правильность выбранного пути решения задачи обобщения.

Список литературы

1. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Теоретическая физика. Т. 6. Гидродинамика. М.: Наука, 1986. 736 с.
2. *Зельдович Я. Б.*, Предельные законы свободно-восходящих конвективных потоков // ЖЭТФ. 1937. Т.7. №12. С. 1463–1465.
3. *Гебхарт Б., Джалурия Й., Махаджан Р., Саммакия Б.* Свободноконвективные течения, тепло- и массообмен. Кн. 1, 2. М.: Мир, 1991. 1208 с.
4. *Мартыненко О. Г., Коровкин В. Н., Соковишип Ю. А.* Теория плавучих струй и следов. – Навука і тэхніка, 1991.
5. *Gebhart B., Mollendorf J. C.* A new density relation for pure and saline water// Deep-Sea Res., 1977, v.24, N 9, p.831-848.
6. *Geng, H., Zhang, G., Wang, Z., Deng, Y., Qin, H.*. Density–temperature properties of Ga–Sb alloy melt. Applied Physics A, (2010) 98, 227-232.
7. *Ito K., Moynihan C. T., Angell C. A.* Thermodynamic determination of fragility in liquids and a fragile-to-strong liquid transition in water. Nature 398.6727 (1999): 492-495.
8. *Lucas P.* Fragile-to-strong transitions in glass forming liquids //Journal of Non-Crystalline Solids: X. – 2019. – Т. 4. – С. 100034.
9. *Tsuchiya Y.* Thermodynamics of the structural changes in the liquid Ge–Te system around the Te-rich eutectic composition //Journal of non-crystalline solids. – 2002. – Т. 312. – С. 212-216.
10. *Ruska J., Thurn H.* Change of short-range order with temperature and composition in liquid GexSe1− x as shown by density measurements //Journal of Non-Crystalline Solids. – 1976. – Т. 22. – №. 2. – С. 277-290.
11. *Haoran G., Zongyan W.* Temperature dependence of density of molten gallium // Rare metal materials and engineering – 2008. Vol. 37, No. 10
12. *Tsuchiya Y.* The molar volume of molten As–Sb, As–Bi and As–Te systems: further evidence for rapid structural changes in liquid As in the supercooled state //Journal of non-crystalline solids. – 1999. – Т. 250. – С. 473-477.
13. *Yang J. et al.* Improved solid radiation model for thermal response in large crude oil tanks //Energy. – 2023. – Т. 284. – С. 128572.

14. *Ascher, U., and Petzold, L.* Computer Methods for Ordinary Differential Equations and Differential-Algebraic Equations. SIAM, Philadelphia. 1998.
15. *Sharifulin V. A.* The heated laminar vertical jet in a liquid with power-low temperature dependence of density // Proceedings. International Conference. Advanced problems in thermal convection. Perm, 24-27 November, 2003. Perm, 2004, P. 67-72.
16. *Sharifulin V. E.* Heated vertical jet formed by a linear heat source in fluid with a power-law temperature dependence of the density //Fluid Dynamics. – 2011. – Т. 46. – №. 6. – С. 864-867.

МНОГОУРОВНЕВАЯ КОНСТИТУТИВНАЯ МОДЕЛЬ ДЛЯ ОПИСАНИЯ СВЕРХПЛАСТИЧЕСКОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ МЕТАЛЛИЧЕСКИХ СПЛАВОВ

Э. Р. Шарифуллина, А. И. Швейкин, П. В. Трусов
Пермский национальный исследовательский политехнический университет,
614990, Пермь, Комсомольский проспект, 29

Предложена трехуровневая конститутивная модель алюминиевого сплава на основе физической теории упруговязкопластичности, позволяющая описывать режим структурной сверхпластичности и переходные к нему стадии. Основное внимание уделяется вопросам физически обоснованного описания значимых механизмов деформирования и аккомодационных процессов с учетом их взаимовлияния, а также изменения структуры материала.

Ключевые слова: многоуровневая конститутивная модель, структурная сверхпластичность, механизмы деформирования, эволюция структуры материала, алюминиевые сплавы

MULTI-LEVEL CONSTITUTIVE MODEL FOR DESCRIBING SUPERPLASTIC DEFORMATION OF METAL ALLOYS

E. R. Sharifullina, A. I. Shveykin, P. V. Trusov
Perm National Research Polytechnic University,
29 Komsomolsky Pr., 614990, Perm

Three-level constitutive model of an aluminum alloy is proposed based on crystal plasticity. It allows to describe the structural superplasticity regime and transition stages. The main attention is paid to the physically based description of significant deformation mechanisms and accommodation processes, taking into account their mutual influence, as well as the material structure changing.

Keywords: multilevel constitutive model, structural superplasticity, deformation mechanisms, material structure evolution, aluminum alloys

Физико-механические и эксплуатационные свойства конструкционных и функциональных материалов (и изделий из них) определяются состоянием их структуры на различных масштабных уровнях, при этом последняя претерпевает существенные изменения при термомеханических воздействиях (в том числе – при значительных неупругих деформациях). Поэтому важным направлением развития конститутивных моделей поведения материалов (определяющих соотношений) является включение в них явного описания изменения структуры и физических механизмов деформирования, а также их взаимовлияния.

Использование сверхпластического деформирования является перспективным направлением развития технологий создания металлических изделий сложной формы с повышенными рабочими характеристиками, позволяющим снизить нагрузки на обрабатывающие инструменты и количество операций финишной обработки. При этом предпочтительным представляется

© Шарифуллина Э.Р., Швейкин А.И., Трусов П.В., 2025

реализация режима структурной сверхпластичности при относительно умеренных (порядка 0.5–0.6) гомологических температурах, в котором возможно сохранение достаточно мелких размеров и равноосной формы отдельных зерен [1, 2].

В экспериментах по сверхпластическому деформированию, реализуемых обычно одноосным растяжением, при обозначенных умеренных температурах для многих сплавов наблюдается стадийность (колоколообразность) кривых растяжения. Это связано с действием и взаимодействием различных механизмов, а также сменой их ролей в ходе испытания [3,4]. На реализацию процесса оказывают влияние исходные температурно-скоростные условия и характеристики структуры материала, в частности, форма и размер зерен, степень легирования, рекристаллизованности структуры после предварительной обработки, зачастую осуществляемой методами интенсивной пластической деформации при значительных температурах.

На основе анализа многочисленных экспериментальных данных был предложен «сценарий» реализации механизмов при деформировании с переходом в режим сверхпластичности [3]. В качестве ключевых механизмов рассматриваются зернограничное скольжение и внутризеренное дислокационное скольжение, а также учитывается действие таких аккомодационных процессов, как зернограничная диффузия, ротации решеток кристаллитов и динамическая рекристаллизация. На начальной стадии деформирования происходит упрочнение, преобладает внутризеренное дислокационное скольжение и развивается текстура, зернограничное скольжение малозначимо. На стадии перегиба кривой растяжения возрастает роль зернограничного скольжения, поскольку к этому моменту границы становятся более дефектными (с повышенной внутренней энергией) за счет притока внутризеренных дислокаций и способными к скольжению за счет выглаживания посредством зернограничной диффузии. В зависимости от начальных температурно-скоростных воздействий и структуры материала либо на первой, либо на переходной стадии начинается рост исходно рекристаллизованных зерен за счет нерекристаллизованной фазы (динамическая рекристаллизация). Последующая стадия на кривой характеризуется постепенным снижением напряжения течения. Это режим сверхпластичности, в котором преобладает механизм зернограничного скольжения, сопровождающийся аккомодационными процессами внутризеренного дислокационного скольжения и зернограничной диффузии, ротациями и активной сменой соседних зерен. При этом структура сохраняется равноосной мелкозернистой, размеры зерен практически не изменяются. Зернограничное скольжение, как и динамическая рекристаллизация на переходной стадии, приводит к ослаблению или рассеиванию текстуры, образованной после первой стадии испытания.

С использованием предложенного сценария была разработана многоуровневая конститутивная модель [4] на основе физической теории упруговязкопластичности, позволяющая явным образом описать перечисленные механизмы и их взаимодействие на различных масштабных уровнях с учетом

изменяющейся структуры материала. Модель представляет собой модификацию статистической модели – в ней учитываются границы между кристаллитами и их взаиморасположение. Границы рассматриваются как отдельные объекты (но связанные в каждый момент времени с кристаллитами): по аналогии с описанием внутризеренного дислокационного скольжения вводятся внутренние переменные, характеризующие смещения по границам и их свойства (критические напряжения), а также формулируются кинетические уравнения для последних. Соотношения сформулированы в скоростной форме, осуществляется переход от скоростей смещений по границам и по плоскостям скольжений внутри зерен к соответствующим деформационным характеристикам – скоростям сдвига, что позволяет определить вклад основных механизмов в неупругие деформации. Взаимовлияние механизмов и аккомодационных процессов отражено в соотношениях для скоростей изменения критических напряжений (законах упрочнения) внутризеренных и зернограничных сдвигов.

Наличие в материале равноосной мелкозернистой структуры с преобладающей долей высокоугловых границ является важным условием для реализации деформирования в режиме структурной сверхпластичности. Предложенная модель содержит описание размеров, формы кристаллитов и границ, а также их изменения в процессе деформирования с учетом динамической рекристаллизации.

Одной из важных задач по совершенствованию разработанной модели является более детальный учет исходной структуры материала на различных масштабах и ее изменения в процессе деформирования. С этой целью были проанализированы закономерности поведения одного из применяемых в промышленности класса алюминиевых сплавов при деформировании, включая режим сверхпластичности, в зависимости от исходной структуры материала [5]. Определено, что в структуре рассматриваемых сплавов содержатся различные типы частиц, которые влияют на процессы внутризеренного и зернограничного скольжения, а также динамической рекристаллизации (подавление роста зерен). Предлагается модификация соотношений путем учета эволюции распределений малых прочных частиц Al_3Zr и непрочных частиц Al_3Li, а также их влияния на основные механизмы сверхпластического деформирования.

Разработанная модель была использована для исследования процессов простого и сложного нагружения поликристаллического алюминий-литиевого сплава 1420. Установлено, что модель позволяет описать наблюдаемые в экспериментах закономерности изменения напряженно-деформированного состояния и структуры на различных масштабах [6–8].

Исследование выполнено при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации в рамках реализации национального проекта «Наука и университеты» (в рамках выполнения государственного задания в лаборатории многоуровневого моделирования конструкционных и функциональных материалов, проект № FSNM-2024-0002).

Список литературы

1. *Dupuy L., Blandin J. J.* Damage sensitivity in a commercial Al alloy processed by equal channel angular extrusion // Acta Materialia. 2002. Vol. 50. P. 3251–3264.
2. *Kulas M. A., Green W. P., Taleff E. M., Krajewski P. E., McNelley T. R.* Deformation mechanisms in superplastic AA5083 materials // Metall and Mat Trans A. 2005. V. 36A. P. 1249–1261.
3. *Шарифуллина Э. Р., Швейкин А. И., Трусов П. В.* Обзор экспериментальных исследований структурной сверхпластичности: эволюция микроструктуры материалов и механизмы деформирования // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. 2018. С. 103–127.
4. *Трусов П. В., Шарифуллина Э. Р., Швейкин А. И.* Многоуровневая модель для описания пластического и сверхпластического деформирования поликристаллических материалов // Физическая мезомеханика. 2019. Т. 22. № 2. С. 5–23.
5. *Шарифуллина Э. Р., Швейкин А. И., Трусов П. В.* Влияние легирующих добавок на структуру Al-Li сплавов и механизмы деформирования в условиях сверхпластичности (аналитический обзор) // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. 2023. № 6. С. 135–157.
6. *Berbon P. B., Tsenev N. K., Valiev R. Z., Furukawa M., Horita Z., Nemoto M., Langdon T. G.* Fabrication of bulk ultrafine-grained materials through intense plastic straining // Metallurgical and Materials Transactions A. 1998. P. 2237–2243.
7. *Myshlyaev M. M., Shpeizman V. V., Kamalov M. M.* On the multistage nature of deformation of the microcrystalline aluminum-lithium alloy 1420 under superplasticity conditions // Physics of the Solid State. 2001. Vol. 43. № 11. P. 2099–2104.
8. *Perez-Prado M. T., Gonzales-Doncel G.* Texture changes during deformation of a 7475 superplastic aluminum sheet alloy // Textures and Microstructures. 2000. Vol.34. № 1. P. 33–42.

ВЛИЯНИЕ ТВЕРДЫХ ГРАНИЦ НА ДВУМЕРНОЕ ТУРБУЛЕНТНОЕ ТЕЧЕНИЕ В КВАДРАТНОЙ ЯЧЕЙКЕ

А. Р. Шиканян, В. М. Парфеньев
Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт теоретической физики им. Л.Д. Ландау Российской академии наук, 142432, Черноголовка, ул. Академика Семенова, 1А

В этой работе мы проводим численное моделирование турбулентного течения в двумерной квадратной ячейке с твердыми непроскальзывающими границами в отсутствие механизма трения о дно. Турбулентность возбуждается стационарной во времени и периодической в пространстве внешней силой. Вблизи границ ячейки формируются пограничные слои, и мы изучаем их влияние на течение. Оказалось, что в зависимости от наличия момента у внешней силы относительно центра ячейки (подкрутки), возможны два качественно различных поведения течения. В случае с подкруткой в центре ячейки образуется долгоживущий когерентный вихрь, а в противоположном случае вихри разных знаков постоянно сменяют друг друга в центре ячейки. Качественно, дестабилизация вихря в центре ячейки происходит за счет проникновения в объем мелких интенсивных вихрей, формирующихся в пограничных слоях. Кроме того, мы показываем, что вблизи границ системы диссипирует около половины вкачиваемой энергии, что подчеркивает важность разрешения пограничных слоев. Сами пограничные слои при этом ведут себя турбулентным образом с вязким линейным подслоем. Что касается структуры когерентного вихря, то она оказалась изотропной. Мы зафиксировали отличие полярной скорости когерентного вихря от предсказаний асимптотической теории, что обусловлено сравнимостью размера вихря с длиной корреляции внешней силы в нашем численном моделировании. Полученные результаты позволяют глубже понять влияние пограничных слоев на свойства двумерного турбулентного течения.

Ключевые слова: двумерная турбулентность; прямое численное моделирование; пограничные слои

EFFECT OF NO-SLIP BOUNDARIES ON TWO-DIMENSIONAL TURBULENT FLOW IN A SQUARE CELL

A. R. Shikanian, V. M. Parfenyev
Landau Institute for Theoretical Physics of the Russian Academy of Sciences, 1A Akademika Semenova St., 142432, Chernogolovka

In this work, a numerical simulation of a turbulent flow within a two-dimensional, square computational domain with solid, no-slip walls is presented. The absence of a bottom friction is considered, and the flow is driven by an externally imposed, time-stationary and spatially periodic forcing. Boundary layers are observed to form near the walls, and their influence on the overall flow is investigated. It is found that, depending on the moment of the applied force with respect to the center of the domain (i.e., the presence or absence of a "twist"), two distinct flow regimes may arise. In particular, when the force is applied with a twist in the center, a long-lived, coherent vortex is generated within the cell, while in the opposite scenario, vortices with different signs continuously replace each other at the center of the cell. Qualitatively, the instability of the vortex at the center

© Шиканян А.Р., Парфеньев В.М., 2025

of the cell arises due to the intrusion of small, intense vortices generated in boundary layers into the volume. Additionally, we demonstrate that approximately half of the energy injected is dissipated near the system boundaries, emphasizing the significance of addressing boundary layers. Boundary layers themselves exhibit turbulent behavior with a viscous, linear sublayer. With regard to the structure of the coherent vortex, it has been found to be isotropic. We recorded a discrepancy between the polar velocity of the coherent vortex and predictions from asymptotic theory, attributable to the comparability between the vortex size and the correlation length of the external force in our numerical simulations. The results obtained provide a more in-depth understanding of the impact of boundary layers on the characteristics of two-dimensional turbulent fluid flow.

Key words: two-dimensional turbulence; direct numerical simulation; boundary layers

Турбулентным называется хаотическое поведение жидкости или газа, которое возникает при больших числах Рейнольдса [1]. Несмотря на то, что большинство реальных турбулентных систем трехмерны, в некоторых случаях, начиная от мыльных пленок и заканчивая движением океанов и атмосферы Земли, в качестве упрощающего допущения при моделировании используют двумерную систему [2]. Это упрощение работает для крупномасштабных течений, где горизонтальные размеры значительно больше толщины слоя жидкости или газа.

Возникновение обратного энергетического каскада – основная особенность двумерного турбулентного потока [3]. Это означает, что при воздействии внешней силы на двумерную систему, появляются движения с гораздо большими масштабами, чем масштаб накачки. В результате, при выполнении определенных условий, в системе могут формироваться крупномасштабные когерентные (долгоживущие) структуры.

Если рассматривать плоскую квадратную ячейку, то известно, что при периодических граничных условиях в системе образуется когерентный вихревой диполь. Данная система хорошо численно исследована и описана в литературе [4, 5]. Однако в реальных экспериментах, например, с мыльными пленками [6] или тонкими слоями проводящей жидкости [7], границы обычно являются твердыми, то есть реализуются нулевые граничные условия для поля скорости. Поведение таких систем устроено гораздо сложнее вследствие формирования тонких пограничных слоев вблизи границ. Современное состояние исследований в данной области изложено в обзоре [8].

В данной работе мы исследуем как твердые границы влияют на двумерное турбулентное течение в квадратной ячейке посредством прямого численного моделирования. Используя вычисления на графических процессорах, мы выполнили расчет на равномерной сетке 4096^2, хорошо разрешающей пограничные слои и масштаб диссипации энстрофии. Внешняя сила, порождающая турбулентность, была статической во времени и периодической в пространстве, а значения безразмерных параметров системы (например, числа Рейнольдса) были мотивированы лабораторными экспериментами. Результаты показали наличие двух основных режимов в зависимости от момента внешней силы относительно центра ячейки: при ненулевом моменте формируется когерентный (т.е. устойчивый, долгоживущий) вихрь постоянного знака в центре

ячейки (рис. 1*a*), тогда как при нулевом моменте вихрь не является долгоживущим, и вихри разного знака сменяют друг друга с течением времени (рис. 1*b*-1*d*).

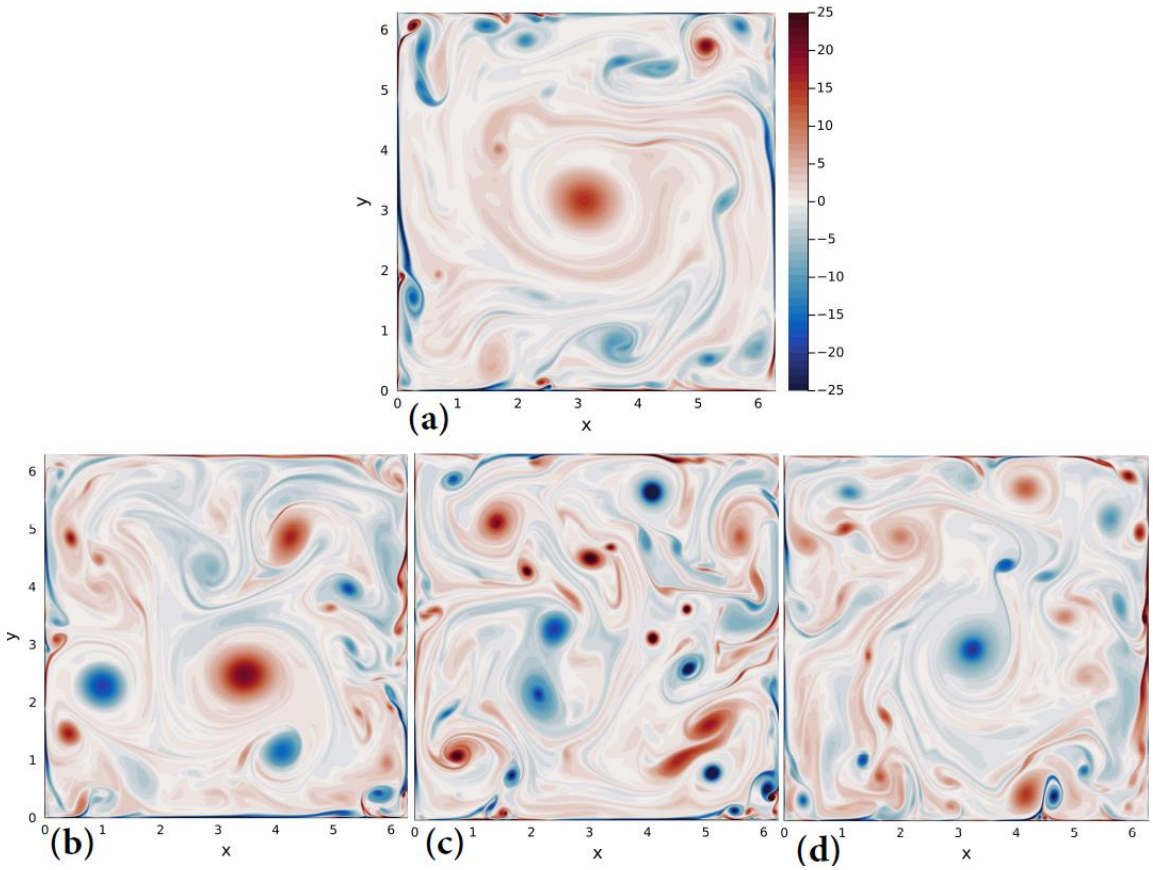


Рис. 1. Поле завихренности. (a) - случай с подкруткой: когерентный вихрь положительной завихренности; (b), (c), (d) - случай без подкрутки: положительный вихрь, отсутствие вихря ("переходное" состояние), отрицательный вихрь соответственно.

Оказалось, что качественное состояние системы можно количественно охарактеризовать, рассмотрев момент импульса жидкости относительно центра ячейки. Для стабильного вихря момент импульса имеет отличное от нуля среднее значение с небольшими флуктуациями на его фоне, в то время как для нестабильных вихрей момент импульса меняет знак с изменением знака вихря. Этот результат можно использовать для статистических исследований времени жизни крупномасштабных вихрей, наблюдаемых в экспериментах.

В результате изучения энергетических характеристик системы установлено, что около половины диссипируемой энергии рассеивается у границ, что подчеркивает важность учета пограничного слоя. В центре вихревых структур практически не происходит диссипации энергии, что указывает на твердотельный характер вращения жидкости в этой области.

Исследование пограничного слоя показало, что вблизи границ профиль скорости имеет сначала линейное, а затем логарифмическое поведение. Это указывает на турбулентный характер пограничного слоя. Константа Кармана

составила $\varkappa$=0.52, что неплохо согласуется с результатами других исследований [9- 11].

Кроме того, был построен энергетический спектр системы с использованием оконной функции, которая плавно обнуляет поле скорости у границ. Наклон энергетического спектра получился близким к -4.5, что заметно отличается от предсказаний Крайчнана. Этот результат находится в согласии с другими численными работами [12], но его теоретическое объяснение в настоящий момент отсутствует.

Наконец, был изучен профиль когерентного вихря с помощью разработанного алгоритма определения его положения. Построены функции завихренности *ω(r)*, скорости *U(r)* и локальной скорости сдвига средней скорости $\Sigma(r) = r\partial_r(U/r)$ в зависимости от удаления от центра вихря. Оказалось, что вид этих функций отличен от ранее установленных в теоретических работах [9], что объясняется асимптотическим характером теории и неучетом случаев, когда масштаб накачки, как в нашем случае, примерно соответствует размеру вихря. Это обстоятельство следует иметь в виду при попытках проверки теоретических предсказаний в лабораторных экспериментах.

Работа была выполнена при поддержке Российского научного фонда, проект 23-72-30006.

Список литературы

1. *Monin A. S., Yaglom A. M., Lundgren T. S.* Statistical fluid mechanics, vol. II. The M.I.T. Press, Cambridge, Mass, 1976. 521 p.
2. *Charney J. G.* Geostrophic turbulence // Journal of the Atmospheric Sciences. 1971. Vol. 28 (6). P. 1087-1095.
3. *Kraichnan R. H.* Inertial ranges in two-dimensional turbulence // The Physics of Fluids. 1967. Vol. 10 (7). P. 1417-1423.
4. *Laurie J. et al.* Universal Profile of the Vortex Condensate in Two-Dimensional Turbulence // Physical Review Letters. 2014. Vol. 113. P. 254503.
5. *Parfenyev V.* Profile of a two-dimensional vortex condensate beyond the universal limit // Physical Review E. 2022. Vol. 106 (2). P. 025102.
6. *Couder Y.* Two-dimensional grid turbulence in a thin liquid film // Journal de Physique Lettres. 1984. Vol. 45 (8). P. 353-360.
7. *Xia H., Shats M., Falkovich G.* Spectrally condensed turbulence in thin layers // Physics of Fluids. 2009. Vol. 21 (12). P. 125101.
8. *H. J. H. Clercx, G. J. F. van Heijst* Two-Dimensional Navier–Stokes Turbulence in Bounded Domains // Applied Mechanics Reviews. 2009. Vol. 62. P. 020802.
9. *Doludenko A. N. et al.* Coherent vortex in a spatially restricted two-dimensional turbulent flow in absence of bottom friction // Physics of Fluids. 2021. Vol. 33 (1). P. 011704.
10. *Samanta D. et al.* Scaling of near-wall flows in quasi-two-dimensional turbulent channels // Physical review letters. 2014. Vol. 113 (2). P. 024504.

11. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Теоретическая физика. Т. 6. Гидродинамика. М.: Наука, 1986. 736 с.
12. *Kramer W. et al.* Structure-function scaling of bounded two-dimensional turbulence // Physical Review E—Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics. 2011. Vo. 84 (2). P. 026310.

НЕЛИНЕЙНАЯ ДИНАМИКА ИНЕРЦИОННЫХ ВОЛН ВО ВРАЩАЮЩЕМСЯ ЦИЛИНДРЕ С НАКЛОННЫМИ ТОРЦЕВЫМИ СТЕНКАМИ

М. А. Ширяева, С. В. Субботин
Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет,
614000, Пермь, ул. Сибирская, 24

Работа посвящена сравнению нелинейной динамики двух основных резонансных режимов, характерных для вращающихся жидкостей: аттрактор инерционных волн и глобальные колебания в виде инерционных мод. Эксперименты проводятся в цилиндрической полости, торцы которой наклонены относительно плоскости поперечного сечения. Обнаружено, что независимо от режима колебаний жидкости, переход к нелинейной динамике осуществляется по сценарию триадных волновых взаимодействий. Тем не менее, осреднённое азимутальное течение по-разному откликается на распад основной волны на субгармоники. В случае инерционной моды неустойчивость сопровождается формированием системы осреднённых азимутально-периодических вихрей, совершающих опережающее вращение. В нелинейном режиме волнового аттрактора в поперечном сечении возбуждаются когерентные вихревые структуры, для которых характерна сложная траектория азимутального и радиального дрейфа.

Ключевые слова: волновой аттрактор; инерционная мода; неустойчивость зонального течения

NONLINEAR DYNAMICS OF INERTIAL WAVES IN A ROTATING CYLINDER WITH INCLINED ENDS

M. A. Shiryaeva, S. V. Subbotin
Perm State Humanitarian Pedagogical University,
24 Sibirskaya st., 614000, Perm

This paper compares the nonlinear dynamics of two main resonance regimes in rotating fluids: inertial wave attractor and global inertial oscillations (inertial modes). The experiments are carried out in a cylindrical cavity, the ends of which are inclined relative to the plane of the cross-section. It is found that regardless of the inertial oscillation regime, the transition to nonlinear dynamics occurs according to the scenario of triadic wave interactions. Nevertheless, the averaged azimuthal flow responds differently to the decay of the main wave into subharmonics. In the case of the inertial mode, the instability is accompanied by the formation of a system of azimuthal-periodical averaged vortices that perform a prograde rotation. In the nonlinear regime of the wave attractor, coherent vortex structures performing a complex azimuthal and radial drift are excited.

Keywords: wave attractor, inertial mode, zonal flow instability

Введение

Во вращающихся жидкостях благодаря действию силы Кориолиса возмущения распространяются в виде инерционных волн. Если жидкость

© Ширяева М.А., Субботин С.В., 2025

ограничена стенками сосуда, спектр поддерживаемых инерционных режимов обогащается так называемыми инерционными модами – глобальными осциллирующими вихрями [1]. При наличии наклонных по отношению к оси вращения стенок в жидкости может поддерживаться другой тип резонанса – волновой аттрактор. Этот режим является следствие фокусировки волновой энергии на замкнутую траекторию [2]. В работах [3, 4] было показано, что в обоих случаях переход к нелинейному режиму происходит энергетическими каскадами посредством трехволновых взаимодействий. В настоящей работе основное внимание уделено сравнению нелинейной динамики инерционной моды M(1,1,1) и волнового аттрактора A(1,1), а так же исследованию влияния этих режимов на устойчивость осреднённого зонального течения.

Экспериментальная установка и методика

Рабочая кювета имеет форму кругового цилиндра радиуса $R = 26$мм и длины $H = 99$мм (рис. 1). Торцы полости представляют собой плексигласовые вставки в виде усеченных цилиндров с углом наклона $\alpha = 23°$. Вставки располагаются параллельно друг ругу на расстоянии $L = 77$мм. Полость заполнена водоглицериновым раствором кинематической вязкости $\nu = 2.0 - 5.6$сСт. Для визуализации структуры течения в рабочую дикость добавлены полиамидные частицы диаметром ~ 20 μм и средней плотности ~ 1.04 г/см^3. Для устранения оптических искажений при наблюдении со стороны боковой границы полость помещена в прозрачный контейнер в виде прямоугольного параллелепипеда, заполненного рабочей жидкостью.

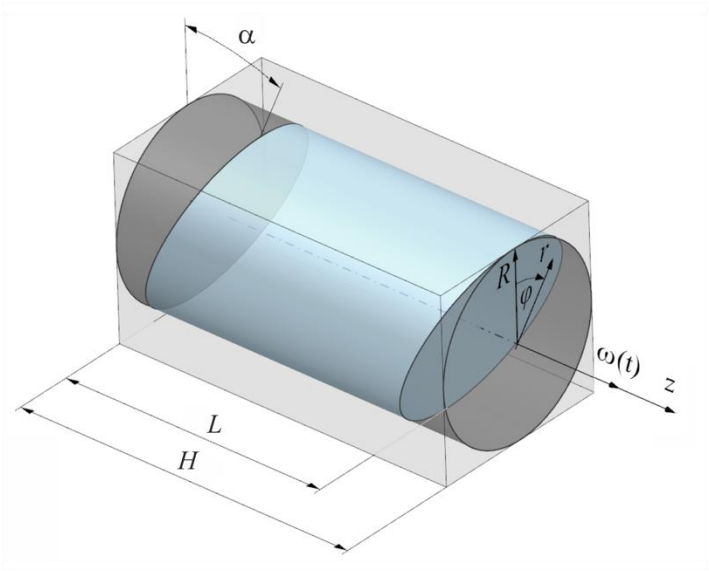


Рис. 1. Схема экспериментальной установки

Для возбуждения инерционных колебаний жидкости используется неравномерное вращение (либрации). В лабораторной системе отсчета вращение кюветы происходит по закону:

$$\omega(t) = \Omega_{rot}[1 + \varepsilon\, sin(\Omega_{lib} t)],$$

где $\Omega_{rot} = 2\pi f_{rot}$ – средняя угловая скорость вращения полости, $\Omega_{lib} = 2\pi f_{lib}$ – угловая частота. Амплитуда модуляции скорости $\varepsilon = \Delta\varphi\sigma$, где $\Delta\varphi$ – угловая амплитуда либраций, а $\sigma = \Omega_{lib}/\Omega_{rot}$ – безразмерная частота. Эксперимент проводится следующим образом. Первоначально кювета приводится в равномерное вращение с частотой $f_{rot} = 10.0$Гц. После установления режима твердотельного вращения жидкости задаются либрации. Частота и амплитуда либраций в разных экспериментах варьируются в следующих диапазонах $f_{lib} = 5.0 - 12.0$Гц, $\varepsilon = 0.01 - 0.14$.

Исследование динамики жидкости осуществляется PIV-методом. Источником освещения является лазер непрерывного действия, расположенный перпендикулярно оси вращения полости. Регистрация положения частиц визуализатора в сечении «светового ножа» лазера осуществляется на скоростную видеокамеру. Расчет мгновенных азимутальных полей скорости выполняется в программе PIVlab.

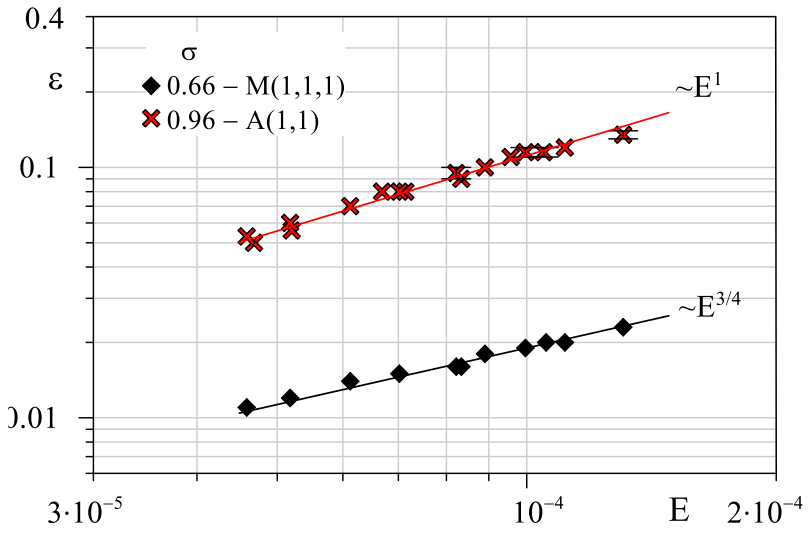


Рис. 2. Пороги неустойчивости азимутального течения в зависимости от числа Экмана E

Результаты экспериментов

В области малых амплитуд модуляции ε существует два основных типа резонансных режима: инерционная мода M(n,m,k) и аттрактор инерционных волн A(n,1) [5, 6]. Здесь n, m и k – осевое, радиальное и азимутальное волновое число соответственно. Взаимодействие инерционных волн с торцовыми стенками сопровождается появлением осредненного азимутального течения в виде вытянутых вдоль оси вращения валов. При достижении критического значения ε осредненные потоки становятся неустойчивыми по сценарию триадного резонанса. Эксперименты показали, что пороги неустойчивости по-разному зависят от числа Экмана $E = \nu/\Omega_{rot}R^2$ (рис. 2). Так в случае аттрактора A(1,1) зависимость имеет вид $\varepsilon \sim E$. Это указывает на то, что пороги неустойчивости могут быть описаны одним безразмерным комплексом

$Re = \varepsilon E^{-1} = \Delta\varphi\Omega_{lib}R^2/\nu$. В случае инерционной моды M(1,1,1) зависимость имеет другой вид $\varepsilon \sim E^{3/4}$.

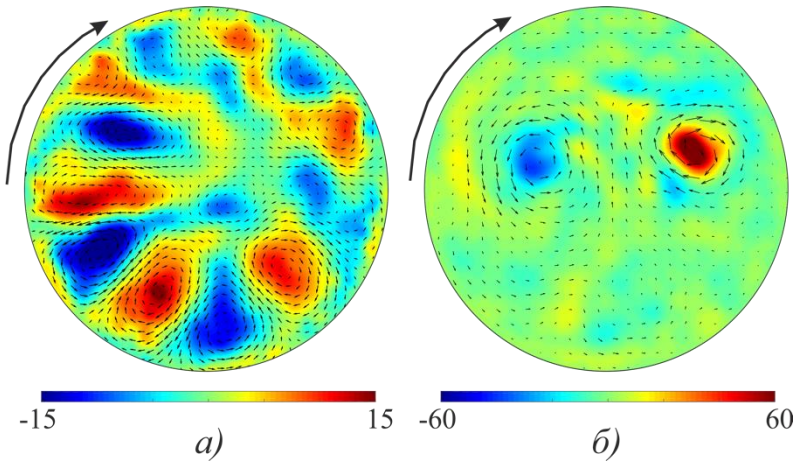


Рис. 3. Осреднённые по периоду либраций поля скорости в поперечном сечении скорости при $\sigma = 0.66$, $\varepsilon = 0.012$ *(а) и* $\sigma = 0.96$, $\varepsilon = 0.10$ *(б). Направление вращения полости показано стрелкой; цветом показана z–компонента осреднённой завихренности*

На рис. 3 показаны осредненные по одному периоду либраций структуры азимутального течения. При $\sigma = 0.66$ в полости формируется азимутально-периодическая система вихрей с волновым числом 5 (рис. 3*а*). В системе отсчета полости структура дрейфует в опережающем направлении. Можно отметить, что частота осреднённой структуры и ее азимутальное волновое число совпадает с одной из субгармоник триадного резонанса. При $\sigma = 0.96$ в нелинейном режиме формируется пару вихрей с циклонической и антициклонической закруткой (красный и синий цвет на рис. 3*б*). В целом вихревая пара дрейфует в отстающем направлении, тем не менее её скорость непостоянная и на порядок меньше скорости дрейфа системы валов, возбуждаемых инерционной модой. Долговременные наблюдения за системой показывают, что среднее время жизни вихря $\Delta t/T_{lib} \sim 1\,00$. При затухании одного из вихрей спустя некоторое время формируется новый. Наблюдения показывают, что поведение вихревых структур при больших амплитудах либраций напоминает динамику когерентных вихрей во вращающемся турбулентном потоке [7].

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства Просвещения в рамках Государственного задания (Рег. номер 1023032300071-6-2.3.1).

Список литературы

1. *Boisson J., Lamriben C., Maas L. R. M. et al.* Inertial waves and modes excited by the libration of a rotating cube // Phys. Fluids. 2012. Vol. 24 (7). P. 076602.
2. *Manders A. M. M., Maas L. R. M.* Observations of inertial waves in a rectangular basin with one sloping boundary // J. Fluid Mech. 2003. Vol. 493. P. 59–88.
3. *Scolan H., Ermanyuk E., Dauxois T.* Nonlinear fate of internal waves attractors // Phys. Rev. Lett. 2013. Vol. 110 (23). P. 234501.

4. *Xu W., Harlander U.* Inertial mode interactions in a rotating tilted cylindrical annulus with free surface // Phys. Rev. Fluids. 2020. Vol. 5 (9). P. 094801.
5. *Subbotin S., Shiryaeva M.* Steady vortex flow induced by inertial wave attractor in a librating cylinder with sloping ends // Microgravity Sci. Technol. 2022. Vol. 34 (5). P. 89.
6. *Subbotin S., Shiryaeva M.* Inertial wave beam path in a non-uniformly rotating cylinder with sloping ends // Microgravity Sci. Technol. 2023. Vol. 35 (3). P. 32.
7. *Kolokolov I. V., Ogorodnikov L. L., Vergeles S. S.* Structure of coherent columnar vortices in three-dimensional rotating turbulent flow // Phys. Rev. Fluids. 2020. Vol. 5 (3). P. 034604.

Научное издание

Неравновесные процессы в сплошных средах

Сборник статей
по материалам Международного симпозиума

(г. Пермь, ПГНИУ, 1–4 октября 2024 г.)

Издается в авторской редакции
Техническая подготовка материалов: М. И. Каракчеева, Н. А. Ожгибесова

Объем данных 20,9 Мб
Подписано к использованию 23.12.2025

Размещено в открытом доступе
на сайте www.psu.ru
в разделе НАУКА / Электронные публикации
и в электронной мультимедийной библиотеке ELiS

Управление издательской деятельности
Пермского государственного
национального исследовательского университета.
614068, г. Пермь, ул. Букирева, 15