ПЕРМСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
НАЦИОНАЛЬНЫЙ
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ

ПЕРМСКИЕ ГИДРОДИНАМИЧЕСКИЕ НАУЧНЫЕ ЧТЕНИЯ

Сборник материалов
X Всероссийской конференции
с международным участием,
посвященной памяти профессоров
Г. З. Гершуни, Е. М. Жуховицкого
и Д. В. Любимова

(г. Пермь, ПГНИУ, 1–3 октября 2025 г.)



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«ПЕРМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
ПЕРМСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЦЕНТР
УРАЛЬСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК

ИНСТИТУТ МЕХАНИКИ СПЛОШНЫХ СРЕД
Уральского отделения Российской академии наук – филиал Федерального
государственного бюджетного учреждения науки Пермского федерального
исследовательского центра Уральского отделения Российской академии наук

ПЕРМСКИЕ ГИДРОДИНАМИЧЕСКИЕ НАУЧНЫЕ ЧТЕНИЯ

Сборник материалов X Всероссийской конференции
с международным участием,
посвященной памяти профессоров
Г. З. Гершуни, Е. М. Жуховицкого и Д. В. Любимова

(г. Пермь, ПГНИУ, 1–3 октября 2025 г.)



Пермь 2025

MINISTRY OF SCIENCE AND HIGHER EDUCATION OF THE RUSSIAN FEDERATION

Federal State Autonomous Educational Institution of Higher Education
"PERM STATE UNIVERSITY"

PERM FEDERAL RESEARCH CENTER
Ural Branch Russian Academy of Sciences

INSTITUTE OF CONTINUOUS MEDIA MECHANICS
Ural Branch Russian Academy of Sciences

PERM HYDRODYNAMIC SCIENTIFIC READINGS

Proceedings of the 10th All-Russian Conference with international participation, dedicated to the memory of Professors G. Z. Gershuni, E. M. Zhukhovitsky, and D. V. Lyubimov

(Perm, PSU, October 1–3, 2025)



Perm 2025

УДК 532.5
ББК 22.25
П275

Пермские гидродинамические научные чтения
П275 [Электронный ресурс] : материалы X Всероссийской конференции с международным участием, посвященной памяти профессоров Г. З. Гершуни, Е. М. Жуховицкого и Д. В. Любимова / отв. ред. Т. П. Любимова ; Пермский государственный национальный исследовательский университет. – Электронные данные. – Пермь, 2025. – 24,3 Мб ; 531 с. – Режим доступа: http://www.psu.ru/files/docs/science/books/sborniki/permskie-gidrodinamicheskie-nauchnyechteniya-2025.pdf. – Заглавие с экрана.

ISBN 978-5-7944-4280-9

Представлены материалы всероссийской конференции, проходившей на базе Пермского государственного национального исследовательского университета 1–3 октября 2025 г. Конференция посвящена памяти руководителей Пермской гидродинамической научной школы, профессоров Г. З. Гершуни, Е. М. Жуховицкого и Д. В. Любимова.

Тематика сборника охватывает широкий спектр актуальных исследований в области физической гидродинамики, перспективных материалов и технологий, физики мягких конденсированных сред.

Издание предназначено для научных работников, аспирантов и студентов естественнонаучных специальностей вузов.

УДК 532.5
ББК 22.25

Издается по решению ученого совета Физико-математического института Пермского государственного национального исследовательского университета

Рецензенты: д. ф.-м. н., доцент, заведующий кафедрой общей физики Пермского национального исследовательского политехнического университета ***А. В. Перминов;***

к. ф-м. н., зав. лаборатории подземной утилизации углерода Института механики сплошных сред УрО РАН – филиала Пермского федарального исследовательского центра УрО РАН ***Д. С. Голдобин***

ISBN 978-5-7944-4280-9 © ПГНИУ, 2025

UDC 532.5
BBC 22.25

Perm Hydrodynamic Scientific Readings [Electronic resourse] : oceedings of the 10th All-Russian Conference with International Participation, Dedicated to the Memory of Professors G. Z. Gershuni, E. M. Zhukhovitsky, and D. V. Lyubimov / ed. T. P. Lyubimova ; Perm State University. – Electronic data. – Perm, 2025. – 24.3 Mb ; 531 p. – URL: http://www.psu.ru/files/docs/science/books/sborniki/permskie-gidrodinamicheskie-nauchnyechteniya-2025.pdf. – Title from the screen.

ISBN 978-5-7944-4280-9

The proceedings of the All-Russian conference held at Perm State National Research University from October 1–3, 2025, are presented. The conference is dedicated to the memory of the leaders of the Perm Hydrodynamic Scientific School Professors G. Z. Gershuni, E. M. Zhukhovitsky, and D. V. Lyubimov.

The topics of the collection cover a wide range of current research in the fields of physical hydrodynamics, advanced materials and technologies, and soft condensed matter physics.

The publication is intended for researchers, graduate students, and undergraduate students majoring in the natural sciences at universities

UDC 532.5
BBC 22.25

Published by decision of the Academic Council of the Physics and Mathematics Institute of Perm State University

Rewievers: Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Head of the Department of General Physics at Perm National Research Polytechnic University ***A. V. Perminov;***

Candidate of Physics and Mathematics, Head of the Laboratory of Underground Carbon Utilization at the Institute of Continuous Media Mechanics of the Ural Branch of the Russian Academy of Sciences – a branch of the Perm Federal Research Center of the Ural Branch of the Russian Academy of Sciences ***D. S. Goldobin***

ISBN 978-5-7944-4280-9 © PSU, 2025

Научный комитет

Председатель

д.ф.-м.н. Т.П. Любимова, Пермь

Члены научного комитета

акад. РАН	А.А. Барях, Пермь	д.ф.-м.н.	А.И. Мизев, Пермь
акад. РАН	Д.М. Маркович, Новосибирск	д.ф.-м.н.	О.Б. Наймарк, Пермь
акад. РАН	В.П. Матвеенко, Пермь	д.ф.-м.н.	Н.В. Никитин, Москва
чл.-корр. РАН	А.А. Афанасьев, Москва	д.ф.-м.н.	Е.Н. Пелиновский, Нижний Новгород
чл.-корр. РАН	О.А. Плехов, Пермь	д.ф.-м.н.	А.В. Перминов, Пермь
чл.-корр. РАН	В.В. Пухначев, Новосибирск	д.ф.-м.н.	Ю.Л. Райхер, Пермь
д.ф.-м.н.	Д.А. Брацун, Пермь	д.ф.-м.н.	Н.Н. Смирнов, Москва
д.ф.-м.н.	И.К. Гималтдинов, Уфа	д.ф.-м.н.	Б.Л. Смородин, Пермь
д.ф.-м.н.	Е.А. Демехин, Краснодар	д.ф.-м.н.	П.Г. Фрик, Пермь
д.ф.-м.н.	В.А. Демин, Пермь	Prof.	M. Zaks, Germany
д.ф.-м.н.	Е.В. Ерманюк, Новосибирск	Prof.	M. Lappa, UK
д.ф.-м.н.	В.Г. Козлов, Пермь	Prof.	A. Nepomnyaschy, Israel
д.ф.-м.н.	М.Д. Кривилев, Ижевск	Prof.	B. Roux, France
д.г.н.	А.П. Лепихин, Пермь	Prof.	Q. Liu, China
д.ф.-м.н.	В.Б. Бекежанова, Красноярск	Prof.	V. Shevtsova, Spain

Локальный организационный комитет

Т.П. Любимова	Ю.Л. Кузнецова
В.А. Галишевский	Л.С. Клименко
Ю.В. Гаричева	М.О. Кучинский
Т.В. Демина	Я.Н. Паршакова
А.О. Иванцов	М.И. Петухов
М.И. Каракчеева	Н.А. Ожгибесова
Н.Н. Картавых	А.Д. Садовникова

Содержание

Материалы пленарных лекций

Ajaev V. S., Javed M. S. A., Rahman M. Deposition of microscale droplets in human respiratory airways **13**

Бекежанова В. Б., Гончарова О. Н. Влияние дефекта тепла на характеристики термокапиллярного отклика межфазной границы при локальном нагреве..... **15**

Nepomnyashchy A., Simanovskii I. The Marangoni convection in a droplet on a liquid substrate..... **20**

Пелиновский Е. Н., Диденкулова Е. Г., Фламарион М. В. Особенности интегрируемой и неинтегрируемой турбулентности в газе солитонов типа Кортевега-де Вриза **22**

Shevtsova V., Arroiabe P. F., Bou-Ali M. M. Marangoni-driven pattern formation in an absorbing binary mixture..... **26**

Филиппов А. Н. Капиллярно-пористая модель заряженной мембраны: диссимметрия электроосмотической проницаемости и потоковой проводимости **29**

Материалы секционных докладов

Алабужев А. А., Пьянкова М. А. Насыщение краевого угла при электросмачивании капли в переменном электрическом поле **35**

Алабян А. М., Антипов Н. А., Панченко Е. Д. Отрицательная турбулентная вязкость в подледном приливном течении в устье Онеги..... **39**

Александров В. А., Альес М. Ю. Низкочастотный газовый разряд в поле микроволнового излучения **44**

Алябьева Т. А., Ханукаева Д. Ю. Моделирование элюентной десорбции поверхностно-активных веществ..... **51**

Бекежанова В. Б., Кобычева В. С. Об одной задаче испарительной конвекции **55**

Бондаренко А. А., Колесниченко И. В. Численное исследование течения жидкого металла в Т-образной цилиндрической ячейке **60**

Брацун Д. А., Еленская Н. В., Сираев Р. Р., Ташкинов М. А. Проницаемость синтетических пористых сред..... **64**

Васильев А. Ю., Сухановский А. Н. Влияние локального периодического теплового воздействия на конвекцию Релея-Бенара..... **70**

Васильев А. Ю., Сухановский А. Н., Попова Е. Н., Плешков Р. А. Влияние многомасштабной шероховатости на теплообмен в конвективной турбулентности Релея-Бенара **75**

Верходанов Д. А., Вожаков И. С., Пискунов М. В., Сафонов А. И., Смирнов Н. И., Старинский С. В., Хомутов Н. А. Влияние шероховатости супергидрофобной поверхности на разбрызгивание капель воды при высокоскоростном соударении **80**

Виноградов Д. А., Ивочкин Ю. П., Тепляков И. О. Использование метода температурных пульсаций для исследования структуры электровихревого течения расплава InGaSn..... **85**

Власова О. А. Влияние угла наклона оси вращения цилиндрической полости на динамику легкого сферического тела в жидкости **90**

Вяткин А. А., Козлов В. Г., Петухов С. В. Влияние либраций на структуру конвекции и теплоперенос во вращающемся цилиндрическом слое жидкости **95**

Галеев Р. Р., Валиуллина В. И., Зиннатуллин Р. Р. Влияние электромагнитных полей на сложные водонефтяные эмульсии **99**

Галишевский В. А., Кучинский М. О., Рыбкин К. А., Любимова Т. П., Садовникова А. Д., Иванов Д. Е. Исследование активности кавитационных событий в сонохимическом реакторе, заполненном гетерогенной средой **104**

Ганченко Г. С., Демехин Е. А. Численное моделирование электрофореза микрочастицы с тонкой полиэлектролитной оболочкой..... **108**

Герцен Т. А., Любимова Н. Ю., Любимова А. А. Колебания тонких свободных коллоидных пленок при их подъеме в конических трубках **114**

Гончарова О. Н. Трёхмерная конвекция с испарением в двухслойной системе: моделирование с уточнённым граничным условием..... **117**

Гордеева А. И., Корнилицын А. Р. Формирование канальных волноводов на кристаллах ниобата лития под действием термогравитационной конвекции..... **120**

Гордеева А. И., Нурмухаметов Д. И., Паньков А. С., Пономарёв Р. С. Волоконно-оптический датчик напряженности электромагнитного поля на основе нематико-холестерической смеси **125**

Гордеева В. Ю., Колегов К. С. Моделирование структурирования полимерных пленок с помощью испарительной литографии: случай частичного закрытия поверхности тонкого слоя жидкости покровным стеклом..... **129**

Демин В. А., Демина Т. В., Любимова Т. П. Об отличии температурного и концентрационного полей в рабочем пространстве печи в ходе парофазного силицирования..... **134**

Демин В. А., Зинурова В. Э. Численное моделирование теплофизических характеристик процесса высокотемпературного силицирования углеродных материалов **138**

Демин В. А., Игошев С. А. Динамика паров кремния и вытеснение несущего газа в рабочем пространстве реторты при реализации процесса парофазного силицирования..... **143**

Демин В. А., Костыря А. В. Анализ моделей турбулентности для исследования аппарата погружного горения численными методами **147**

Демин В. А., Петухов М. И. Об управлении режимами электропроводности в слабопроводящей жидкости..... **152**

Денисова М. О., Костарев К. Г. О роли химических потенциалов в массообмене между каплей и окружающей средой..... **156**

Дьякова В. В., Козлов В. Г., Власова О. А. Влияние осредненных течений на массоперенос растворимой примеси через осциллирующую границу раздела двух несмешивающихся жидкостей..... **162**

Егорова А. А., Самойлова А. Е. Крупномасштабное течение в донных отложениях при неоднородности рельефа дна **167**

Зеленчук П. А. Эффект Олли в системе «хищник-жертва» с идеальным свободным распределением **171**

Зидыганов В. Г., Синер А. А., Демин В. А. Определение акустических характеристик резонатора экспериментальным методом и численным моделированием **175**

Иванов Д. Е., Рыбкин К. А., Любимова Т. П., Садовникова А. Д., Галишевский В. А. Экспериментальное исследование взаимодействия пары пузырьков под действием ультразвука **178**

Иванов Я. Н., Пещеренко С. Н. Проблема образования газовой пробки при повторном пуске нефтяной скважины с горизонтальным участком **183**

Иванцов А. О., Ожгибесова Н. А., Паршакова Я. Н. Влияние водонасыщенности пористой среды на миграцию фильтрата в основании полигона твердых бытовых отходов **188**

Карпунин И. Э. Осцилляционная динамика капельного включения в жидкости в прямоугольной ячейке Хеле-Шоу: осредненные течения и диффузионный массообмен **192**

Карра Ж.-Б., Голых Р. Н., Маняхин И. А., Барсуков А. Р., Хмелёв В. Н. Экспериментальные исследования межфазной поверхности "газ-жидкость" в высокоинтенсивном ультразвуковом поле **197**

Катаев Р. И., Паршакова Я. Н., Висков М. В. Исследование распространения фильтрата от полигона твердых бытовых отходов при наличии нарушений целостности глиняного экрана **201**

Клименко Л. С., Марышев Б. С. Транспорт активных наночастиц через микроканал во внешнем потоке **206**

Князев Д. В. Ветвление решений в задаче о течении жидкости с вязкостью, зависящей от температуры по степенному закону **210**

Козлов В. Г., Ладейщикова Е. А., Полежаев Д. А. Динамика вязкого включения в прямоугольном канале с осциллирующей маловязкой жидкостью **213**

Козлов В. Г., Полежаев Д. А. Сегрегация тяжелых частиц в неравномерно вращающемся горизонтальном цилиндрическом слое с жидкостью **216**

Козлов Д. В., Слейман А. Методы ИИ и МО для восстановления данных о речном стоке в бассейне реки Оронтес **220**

Колесниченко И. В. Численное исследование вихревых структур во вращающихся течениях жидкого металла с нелинейной по радиусу электромагнитной силой **225**

Коновалов В. В. Эффект ПАВ на резонансные колебания газового пузыря в акустическом поле в жидкости **228**

Кононенко Д. В., Закинян А. Р. Структурная динамика капель феррожидкости во внешнем магнитном поле **233**

Копытова Е. А., Петров Д. А. Использование метода среднего поля для описания перехода типа Фредерикса в ферронематике **236**

Корнилин Д. А., Демин В. А., Пономарев Р. С. Исследование влияния температуры на процесс каплеобразования травителя в ходе линзования оптического волокна **241**

Красняков И. В., Бузмаков М. Д., Брацун Д. А. Исследование эффекта стеснённости клеток развивающегося эпителия в порах скаффолда **244**

Краснякова Е. А. Анализ структуры и интенсивности конвекции двойной диффузии при поршневых колебаниях **248**

Крыласова О. С., Косков М. А., Иванов А. С. Магнитное поле феррожидкостной опоры, состоящей из постоянных магнитов **253**

Кудряшова С. А., Шмакова Н. Д., Гаврилов Н. В., Ерманюк Е. В. Фокусировка внутренних волн горизонтальными колебаниями тора круглого и эллиптического сечения **258**

Кузнецова Ю. Л. Испарение и кристаллизация капель раствора соли **263**

Кустов Д. А., Никулин И. Л. Математическое моделирование тепломассопереноса в процессе изготовления заготовок оптических волокон **268**

Легенький Н. М., Беляева А. В., Попова Е. Н., Сухановский А. Н. Влияние городского рельефа на крупномасштабную конвективную циркуляцию **273**

Лепихин А. П., Любимова Т. П., Богомолов А. В., Опутин М. А., Синцова Т. Н. Роль вертикальной неоднородности водных масс в водохранилищах в обеспечении устойчивости функционирования систем водоснабжения **276**

Лепихин А. П., Опутин М. А., Богомолов А. В. Использование логгеров для оценки междусуточных и внутрисуточных колебаний уровней воды и удельной электропроводности в районе г. Березники **281**

Лепихин А. П., Синцова Т. Н. К оценке погрешности измерения расходов воды химическим методом **285**

Лобова Е. О., Любимова Т. П. Влияние модуляции силы тяжести на устойчивость конвективного течения в плоском вертикальном слое с внутренними источниками тепла **290**

Лузин Р. Д., Семин М. А., Суханов А. Е. Исследование нестационарного переноса теплоты и массы в присутствии метана в тупиковой выработке калийного рудника с использованием метода динамических сеток **296**

Любимова Т. П., Гаричева Ю. В., Иванцов А. О., Хлыбов О. А. Влияние различных факторов на движение и деформацию газового пузырька в колеблющейся вязкой жидкости **301**

Любимова Т. П., Шубенков И. С., Ожгибесова Н. А. Конвекция Соре в трёхслойной пористой среде, моделирующей антиклинальную геологическую складку, под действием геотермального градиента **306**

Мамыкин А. Д. Вихревая динамика жидкого металла в Т-образной цилиндрической ячейке под действием встречно-вращающихся магнитных полей **312**

Мизев А. И., Панькова Н. В. Формирование осредненного течения вблизи осциллирующей сферы, полупогруженной в жидкость **317**

Мингалев С. В., Зидыганов В. Г., Худяков Д.С. Об импортозамещении ANSYS Fluent программой логос Аэро-Гидро в приложении к задаче открытия лючка сброса воздуха **322**

Митрополит И. Ю., Колесниченко И. В. Численное исследование закрученных течений жидкого металла в цилиндрических каналах **326**

Мусин А. А., Валиуллина В. И., Юлмухаметова Р. Р., Галеев Р. Р. Исследование неизотермического осаждения капель воды в масле в условиях тепловой конвекции .. **329**

Некрасов О. О., Смородин Б. Л. Электротеромокондуктивное течение слабопроводящей жидкости в переменном электрическом поле **334**

Овчинников Т. А., Петров Д. А. О влиянии углеродных нанотрубок на электрический переход Фредерикса в нематике **339**

Озерных В. С., Колесниченко И. В. Взаимодействие закрученных МГД-течений в замкнутой области и в транзитном потоке **344**

Окатьев Р. С., Зиканов О. Ю., Краснов Д. С., Фрик П. Г. Развитие неустойчивости течения Гартмана при линейном распределении проводимости жидкости **347**

Першин К. А., Колесниченко И. В. Движение оси крупномасштабного вихревого течения жидкого металла в дисковой ячейке, вызванное азимутальной электромагнитной силой малой интенсивности с нелинейным радиальным профилем **350**

Пещеренко С. Н., Шарафутдинов Р. А. Оптимизация конструкции струйного насоса с учетом кавитации **354**

Плешков Р. А., Фрик П. Г. О возможности предсказаний переbросов полярности магнитного поля в простой модели геодинамо **360**

Полудницин А. Н., Шарифулин А. Н. Динамика гистерезисных переходов конвективного течения в наклоняемом квадрате **365**

Полуянов А. О., Колесниченко И. В. Воздействие переменного поля сплошного и секционированного индуктора на течение проводящей жидкости в замкнутом объеме **372**

Поляков П. И. Исследование гидродинамических неустойчивостей в слоистой жидкометаллической среде **375**

Попов Е. С., Краузин П. В. Оптимизация геометрии радиатора охлаждения электронных компонентов для усиления тепломассообмена в турбулентном потоке... **380**

Прокопьев С. А. Нелинейные режимы конвекции бинарных смесей с эффектом Соре в плоских слоях с границами малой теплопроводности **387**

Просвиряков Е. Ю. Точные решения уравнений гидродинамики ньютоновских и реологических несжимаемых сред **390**

Рачев В. А., Шарифулин А. Н., Любимова Т. П. Гистерезис режимов вибрационной конвекции в цилиндрическом слое в условиях невесомости **395**

Русаков С. В., Черткова С. М., Шайдулина А. А. Решение обратной задачи оценки притоков воды в реку из ненаблюдаемых районов с помощью модели Сен-Венана..... **400**

Ряполов П. А., Калюжная Д. А., Соколов Е. А. Динамика капель магнитной жидкости в микрофлюидном чипе под воздействием неоднородного магнитного поля ... **405**

Ряполов П. А., Калюжная Д. А., Соколов Е. А. Поведение магнитожидкостных композитных капель в неоднородном магнитном поле **410**

Садилов Е. С. Волны Фарадея в трёхжидкостной системе в условиях невесомости .. **415**

Садовникова А. Д., Рыбкин К. А., Любимова Т. П., Галишевский В. А. Исследование ультразвукового воздействия на динамику воздушных пузырьков в присутствии ПАВ **418**

Сбоев И. О., Любимова Т. П., Кучинский М. О., Рыбкин К. А. Численное моделирование акустофоретического движения твердой частицы под действием стоячей ультразвуковой волны **422**

Селищев А. А., Цибулин В. Г. Исследование конвекции Дарси в неоднородной пористой среде на основе схемы повышенного порядка **428**

Соковиков М. А., Симонов М. Ю., Чудинов В. В., Никитюк А. С., Оборин В. А., Уваров С. В., Наймарк О. Б. Исследование механизма локализации пластического деформирования при различных видах динамического нагружения как результата самоорганизованного поведения дефектной структуры **433**

Солдатов И. Н., Казачек С. В. Сверхзвуковое течение вдоль упругой пластины: квазилембовские, "быстрые" и "медленные" моды **436**

Сомов С. А., Иванов А. С. Измерение теплового потока в газовых смесях воздуха с ундеканом и водяным паром, претерпевающими фазовые переходы **442**

Субботин С. В., Ширяева М. А., Шмакова Н. Д. Экспериментальное исследование нелинейных режимов инерционных волн во вращающемся сферическом слое **447**

Сухановский А. Н., Гаврилов А. А. Численное моделирование глобального похолодания атмосферы **452**

Талипова Т. Г., Диденкулова Е. Г., Пелиновский Е. Н. Внутренние волны, генерируемые эксплозивным извержением подводного вулкана **455**

Трошкин А. Р., Ханукаева Д. Ю. Моделирование течения тонкого слоя с переливом через планку **460**

Федюшкин А. И. Влияние вибрационных воздействий на пограничные слои при обтекании плоской пластины **465**

Филимонов С. А., Гаврилов А. А., Фрик П. Г, Сухановский А. Н., Васильев А. Ю. Численное исследование движения двух погруженных в жидкость не соприкасающихся пластин в развитом свободно конвективном слое **471**

Франц Е. А., Крылов А. А., Демехин Е. А. Расширение области применимости формулы скорости электрофореза в неполярном электролите при больших числах Духина **476**

Хабин М. Р., Марышев Б. С. Транспорт примеси через наклонную пористую колонну **481**

Черданцев А. В. Упрощенные физические модели срыва капель с поверхности пленки жидкости газовым потоком **486**

Черепанов И. Н., Смородин Б. Л. Колебательная конвекция гравитактических микроорганизмов **489**

Чернышов А. В., Закинян А. Р. Динамика движения капель магнитной жидкости в плоском слое в однородном магнитном поле **493**

Шарифулин В. А., Любимова Т. П. Плоский конвективный факел в жидком стекле от локального источника тепла **497**

Шарифулин В. А., Любимова Т. П. Проникающая конвекция и структурообразование в океанах ледяных лун **502**

Шарифулин В. А., Любимова Т. П. Режимы проникающей конвекции **507**

Ширяева М. А., Субботин С. В. Влияние инерционных волн на центрифугированную границу раздела несмешивающихся жидкостей во вращающемся цилиндре **512**

Шишов А. А. Применение двумерного гидродинамического моделирования в приливном устье рек Мезень и Кулой **517**

Шмакова Н. Д., Гаврилов Н. В., Рыбалов С. А., Карра Ж.-Б., Ерманюк Е. В. Лабораторное исследование геострофического приспособления в двухслойной жидкости при наличии мелководной зоны **522**

Якимов Т. А., Шарифулин А. Н. Гистерезис одновихревых и двухвихревых валовых режимов вибрационной конвекции в цилиндрической полости **527**

Материалы пленарных лекций

DEPOSITION OF MICROSCALE DROPLETS IN HUMAN RESPIRATORY AIRWAYS

V. S. Ajaev, M. S. A. Javed, M. Rahman
Southern Methodist University,
6425 Boaz Lane, 75205, Dallas, Texas, USA

The transport and deposition of evaporating respiratory droplets in human airways are critical for understanding disease transmission. A model developed incorporates evaporative effects at the droplet surface and airway wall, alongside aerodynamic and Saffman forces. Results indicate that evaporation significantly delays droplet deposition compared to isothermal scenarios. The post-deposition evolution of a droplet, including its absorption into the mucus layer, significantly influences the fate of viral particles. These findings highlight the key factors governing pathogen transport in respiratory systems.

Keywords: respiratory droplets, evaporation, deposition

ОТЛОЖЕНИЕ МИКРОМАСШТАБНЫХ КАПЕЛЬ В ДЫХАТЕЛЬНЫХ ПУТЯХ ЧЕЛОВЕКА

В. С. Ажаев, М. С. А. Джавед, М. Рахман
Южный методистский университет,
75205 США, Техас, Даллас, Боаз-Лейн, 6425

Транспортировка и осаждение испаряющихся респираторных капель в дыхательных путях человека имеют решающее значение для понимания механизмов передачи заболеваний. Разработанная модель учитывает эффекты испарения на поверхности капель и стенках дыхательных путей, а также аэродинамические силы и силы Саффмана. Результаты показывают, что испарение значительно замедляет осаждение капель по сравнению с изотермическими сценариями. Дальнейшая эволюция капель, включая их абсорбцию в слизистую оболочку, существенно влияет на судьбу вирусных частиц. Эти результаты выявляют ключевые факторы, определяющие транспорт патогенов в дыхательных путях.

Ключевые слова: респираторные капли, испарение, осаждение

We investigate trajectories and deposition of microscale evaporating droplets in human respiratory airways. The configuration is motivated by behavior of respiratory droplets which are essential for the transmission of infectious diseases, such as tuberculosis and COVID-19. Steady laminar boundary layer equations are used to describe the airflow near airway walls while the equations of motion of the droplet include contributions from gravity, aerodynamic drag, and Saffman force. Evaporation is accounted for at both the droplet surface and the wall of the respiratory

© Ajaev V. S., Javed M. S. A., Rahman M., 2025

airway and is shown to delay droplet deposition as compared to the predictions of isothermal models. The model is then extended to incorporate the unsteady nature of the flow during inhalation. Evolution of droplets after the deposition on the wall of a mucus-covered airway is also investigated. The droplet size is determined by a complex interplay between evaporation from its surface and liquid absorption into the mucus layer. Implications of these processes to transport of viral particles from the droplet and through the mucus layer are discussed.

ВЛИЯНИЕ ДЕФЕКТА ТЕПЛА НА ХАРАКТЕРИСТИКИ ТЕРМОКАПИЛЛЯРНОГО ОТКЛИКА МЕЖФАЗНОЙ ГРАНИЦЫ ПРИ ЛОКАЛЬНОМ НАГРЕВЕ

В. Б. Бекежанова[a], О. Н. Гончарова[b]
[a]Институт вычислительного моделирования СО РАН,
660036, Красноярск, Академгородок, 50/44
[b]Алтайский государственный университет,
656049, Барнаул, Ленина, 61

В рамках приближения Буссинеска рассматривается задача о термокапиллярной конвекции в локально нагреваемой замкнутой ячейке, частично заполненной испаряющейся жидкостью. Проводится сравнительный анализ результатов численного моделирования, полученных на основе двух моделей, различающихся формулировкой условия теплового баланса на межфазной поверхности жидкость – газ. Обобщенная форма условия содержит слагаемое, отвечающее затратам тепла на деформацию границы раздела термокапиллярными силами. Модель, учитывающая дефект тепла при переходе через термокапиллярную границу раздела двух сред, предсказывает количественные изменения, составляющие от 1 до 17 % для ряда характеристик, в частности, существенное уменьшение амплитуды деформации поверхности в зоне теплового удара.

Ключевые слова: математическое моделирование; конвекция; граница раздела

INFLUENCE OF HEAT DEFECT ON CHARACTERISTICS OF THE THERMOCAPILLARY RESPONSE OF THE INTERFACE UPON LOCAL THERMAL IMPACT

V. B. Bekezhanova[a], O. N. Goncharova[b]
[a]Institute of Computational Modeling SB RAS,
50/44 Akademgorodok St., 660036, Krasnoyarsk
[b]Altai state University,
61 Lenina Pr., 656049, Barnaul

The problem of thermocapillary convection resulting from local boundary heating in a closed chamber partially filled with a volatile liquid is considered within the frame of the Boussinesq approximation. A comparative analysis of the numerical modelling results obtained based on two models which differ in the thermal balance condition stated on the liquid – gas phase boundary is performed. The generalized condition includes a term related to the consumption of energy for thermocapillary deformations of the interface. The consideration of the effect provides the quantitative changes for a number of characteristics which can be from 1 to 17 %. In particular, the improved model predicts a significant decrease in the depth of a thermocapillary dimple in the zone of thermal impact.

Keywords: mathematical modeling; convection; interface

© Бекежанова В. Б., Гончарова О. Н., 2025

Введение

Усовершенствование и модификация методов контроля и управления режимами тепломассопереноса в системах с термокапиллярными границами раздела, применяемых в материаловедении, биомедицине, микрофлюидных технологиях (см. подробный обзор приложений в [1]) объясняет острый интерес к исследованиям закономерностей конвекции Марангони в различных условиях. Теоретическое изучение жидкостных систем с деформируемыми границами, подверженных совместному действию разнородных факторов, сопряжено с рядом трудностей, обусловленных сложностью соответствующих задач [2, 3]. Примером может служить задача о конвекции в двухфазной системе в условиях внешнего нагрева, влияющего на динамику движения рабочих жидкостей, поведение термокапиллярных границ и характеристики фазовых превращений, если таковые учитываются при моделировании [4–6].

Основные трудности связаны с корректной формулировкой граничных условий на поверхностях раздела, гарантирующей выполнение фундаментальных законов сохранения [7]. Общая форма балансовых соотношений на границе контакта двух несмешивающихся сред, выведенная на основе законов сохранения и постулатов термодинамики, была получена в работах [8, 9]; обобщение этих условий для нестационарного случая выполнено в [10]. Полная форма условия теплового баланса определяет величину скачка теплового потока при переходе через границу раздела. В этом случае можно говорить о дефекте тепла как о разнице значений тепловых потоков, приходящих из объемных фаз на разделяющую их границу (впервые термин введен в [11]). В ограниченном смысле под дефектом тепла понимают эффект, связанный с затратами энергии на деформацию границы раздела термокапиллярными силами. Влияние этого эффекта на характеристики течений в двухслойных системах изучалось ранее в [12, 13].

На примере изотермического стационарного двухслойного течения Пуазейля в горизонтальном канале было показано возможное влияние теплоты, поглощаемой или выделяющейся при локальных изменениях площади межфазной поверхности, на формирование напряжений Марангони и слабонелинейных волновых режимов [12]. В неизотермическом случае, когда стенки канала подвержены линейному нагреву, дефект тепла может приводить к смене форм неустойчивости течений тонкой жидкой пленки, увлекаемой ламинарным газовым потоком [13]. В качестве дополнительного примера, демонстрирующего возможное влияние дефекта тепла, авторами рассмотрена задача о конвекции в системе жидкость – газ, заполняющей замкнутую область, подверженную нагреву снизу нагревателями конечных размеров.

Задача о конвекции в локально нагреваемой ячейке

В рамках сопряжённой постановки задачи испарительной конвекции [5] численно исследуются характеристики конвективного движения в системе сред бензин – воздух, индуцированного локальным нагревом, в прямоугольной ячейке. На нижней стенке кюветы размещены два нагревателя, которые включаются одномоментно; при этом один из них греет с постоянной температурой θ_1^s в течение заданного промежутка времени, а второй работает в переключаемом режиме, когда его температура θ_2^s скачкообразно увеличивается через заданные промежутки времени до некоторого предельного значения. Жидкость и газ контактируют вдоль общей поверхности Г, которая является термокапиллярной границей раздела, допускающей перенос массы за счёт диффузионного (слабого) испарения. Включение нагревателей приводит к возникновению конвективного движения в изначально покоящихся средах, деформации границы Г и росту скорости испарения *M*. Для описания динамики системы используются уравнения Обербека – Буссинеска, обобщенные на случай учета термодиффузионных эффектов в газовой фазе за счёт присутствия испаряемого компонента. Моделирование проводится для двух случаев: в первом учитывается вклад дефекта тепла при переходе через межфазную границу, во втором – используется условие теплового баланса, в котором влияние этого эффекта исключается. Постановки задач различаются только формой энергетического условия на поверхности Г

$$\partial_n\theta_2 - \bar{\kappa}\,\partial_n\theta_1 - \alpha^C\bar{\kappa}\,\partial_n C = -(EM + \bar{\sigma}_d(\theta_2 + (T_0/T_*))\mathrm{div}_\Gamma \mathbf{v}_2), \qquad (1)$$

где ∂_n – оператор дифференцирования по нормали, θ_j – температуры рабочих сред, здесь и далее индексы $j = 1$ и $j = 2$ обозначают параметры газа и жидкости соответственно, $\bar{\kappa} = \kappa_1/\kappa_2$ – отношение коэффициентов теплопроводностей сред, α^C – коэффициент Дюфура, C – концентрация пара в газе, $E = DL\rho_1/(\kappa_2 T_*)$, D – коэффициент диффузии пара в газе, L – скрытая теплота парообразования, ρ – плотность, T_* – характерный перепад температур, $M = -(\partial_n C + \alpha^T\partial_n\theta_1)$, α^T – коэффициент Соре, $\bar{\sigma}_d = \sigma_T u_*/\kappa_2$, σ_T – температурный коэффициент поверхностного натяжения жидкости, u_* – характерная скорость, T_0 – температура локального термодинамического равновесия, div_Γ – оператор поверхностной дивергенции, $\mathbf{v}$ – вектор скорости. В общем смысле дефекту тепла отвечает правая часть равенства (1), в ограниченном – только последнее слагаемое в этом условии. Обобщенное условие (1) означает, что скачок тепла в направлении нормали к Г компенсируется изменениями внутренней энергии межфазной поверхности, обусловленными изменениями не только температуры, но и площади Г (в двумерном случае – изменениями длины кривой Г).

Результаты моделирования

Анализируется характер и степень влияния дефекта тепла на структуру течений и поведение межфазной поверхности, в частности, форму термокапиллярного отклика в зонах тепловой нагрузки. Показано, что эффект поверхностной дивергенции не меняет структуру полей скорости, температуры и концентрации в объёмных фазах, и не влияет на качественном уровне на формирование переходных режимов и установление конечного конвективного режима. При этом модель с обобщенным условием (1) предсказывает существенное уменьшение глубины термокапиллярного прогиба (рис. 1) и количественные изменения ряда характеристик (например скорости движения жидкости, максимальной температуры на Г, времени зарождения/слияния вихревых структур), которые могут составлять порядка 15%.

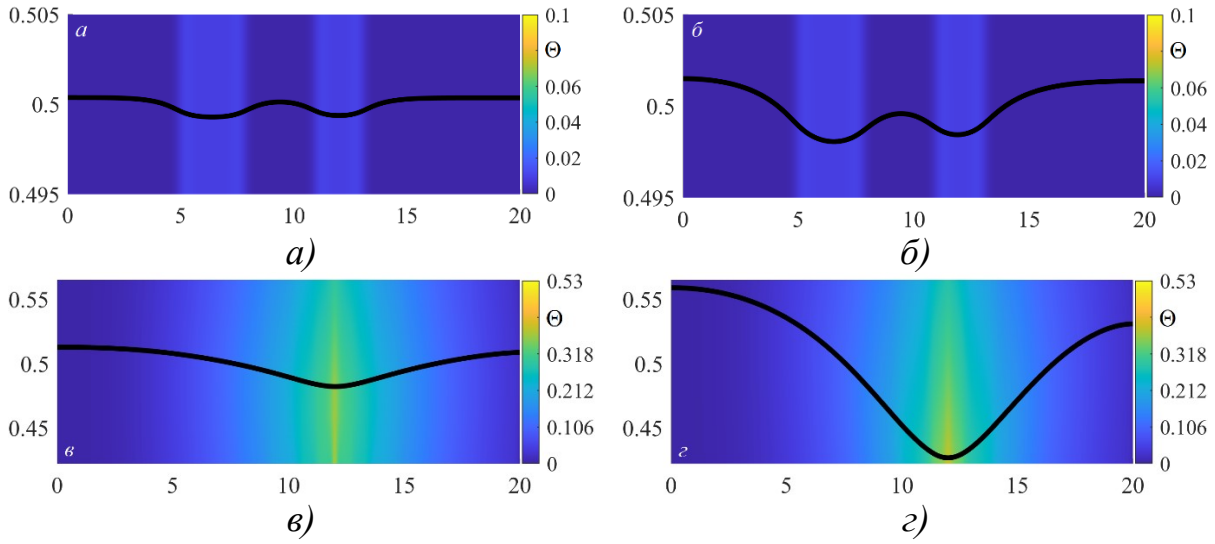


Рис. 1. Форма профиля межфазной границы и поле температуры вблизи Г, рассчитанные в рамках постановки, учитывающей (а, в) и исключающей (б, г) влияние дефекта тепла: а, б) через 3.5 с после включения тепловых элементов; в, г) через 300 с

На качественном уровне имеет место хорошее согласие с результатами работы [14], в которой деформации поверхности локально нагреваемого тонкого жидкого слоя исследовались в рамках приближения тонкого слоя. Возможность реализации режимов с формированием тепловых плюмов и нескольких конвективных ячеек в слое жидкости со свободной поверхностью, нагреваемом снизу, и временная динамика их перестройки подтверждаются результатами физических экспериментов [15].

Работа Гончаровой О.Н. выполнена при финансовой поддержке проекта «Современные модели гидродинамики для задач природопользования, индустриальных систем и полярной механики» (2024-26), код проекта FZMW-2024-0003, https://minobrnauki.gov.ru/.

Список литературы

1. *Goncharova O.N., Bekezhanova V.B.* Numerical simulation of thermocapillary convection with evaporation induced by boundary heating // Fluid Dynamics & Materials Processing. 2024. Vol. 20 (7). P. 1667–1686.
2. *Nepomnyashchy A.A., Velarde M.G., Colinet P.* Interfacial phenomena and convection. Boca Raton: Chapman & Hall/CRC, 2002. 384 p.
3. *Nepomnyashchy A., Simanovskii I., Legros J.C.* Interfacial convection in multilayer systems. 2nd edition. Boston, MA: Springer, US, 2012. 498 p.
4. *Klyuev D.S., Fliagin V.M., Semenov S.V., Ivanova N.A.* Thermocapillary deformation induced by laser heating of thin liquid layers: Physical and numerical experiments // International Journal of Heat and Mass Transfer. 2021. Vol. 172. P. 121020.
5. *Bekezhanova V.B., Goncharova O.N.* Comparative study of convection characteristics for a system with deformable interface based on the Navier – Stokes and Oberbeck – Boussinesq equations // Philosophical Transactions A. 2023. Vol. 381. P. 20220078.
6. *Роменский Е.И., Пешков И.М.* Термодинамически согласованная гиперболическая модель двухфазного течения сжимаемых жидкостей с учетом поверхностного натяжения // Прикладная математика и механика. 2023. Т. 87. Вып. 2. С. 211–225.
7. *Бекежанова В.Б., Гончарова О.Н.* Задачи испарительной конвекции (обзор) // Прикладная математика и механика. 2018. Т. 82. С. 219–260.
8. *Napolitano L.G.* Thermodynamics and dynamics of pure interfaces // Acta Astronautica. 1978. Vol. 5 (9). P. 655–670.
9. *Napolitano L.G.* Thermodynamics and dynamics of surface phases // Acta Astronautica. 1979. Vol. 6 (9). P. 1093–1112.
10. *Пухначев В.В.* Движение вязкой жидкости со свободными границами: учебное пособие. Новосибирск: НГУ, 1989. 96 с.
11. *Кузнецов В.В.* Условия переноса тепла и массы на границе раздела жидкость – газ при диффузионном испарении // Журнал СФУ. Математика и физика. 2010. Т.3. № 2. С. 216–227.
12. *Андреев В.К., Захватаев В.Е., Рябицкий Е.А.* Термокапиллярная неустойчивость. Новосибирск: Наука, 2000. 280 с.
13. *Bekezhanova V.B., Kabov O.A.* Influence of internal energy variations of the interface on the stability of film flow // Interfacial Phenomena and Heat Transfer. 2016. Vol. 4 (2–3). P. 133–156.
14. *Barakhovskaya, E., Marchuk, I., Legros, J.C.* Numerical modelling of thermocap-illary deformation in a locally heated thin horizontal volatile liquid layer // MATEC Web of Conferences. 2016. Vol. 84. P. 00003.
15. *Kondrashov, A., Sboev, I., Dunaev, P.* Evolution of convective plumes adjacent to localized heat sources of various shapes // International Journal of Heat and Mass Transfer. 2016. Vol. 103. P. 298–304.

THE MARANGONI CONVECTION IN A DROPLET ON A LIQUID SUBSTRATE

A. Nepomnyashchy, I. Simanovskii
Department of Mathematics, Technion- Israel Institute of Technology,
Technion City, 32000, Haifa, Israel

Heating of a liquid droplet on an immiscible liquid substrate generates thermocapillary Marangoni convection. A long-wave approximation model reveals how this flow deforms the fluid interfaces and induces droplet motion. As the heating intensifies, the initially axisymmetric flow becomes unstable, leading to the development of complex patterns within both the droplet and the underlying substrate layer.

Keywords: thermocapillary convection, liquid lenses, longwave approximation, precursor model

КОНВЕКЦИЯ МАРАНГОНИ В КАПЛЕ НА ЖИДКОЙ ПОДЛОЖКЕ

А. Непомнящий, И. Симановский
Кафедра математики, Технион – Израильский технологический институт,
32000, Израиль, Хайфа, Технион-Сити

Нагрев капли жидкости на несмешивающейся жидкой подложке порождает термокапиллярную конвекцию Марангони. Модель в приближении длинных волн показывает, как этот поток деформирует границы раздела жидкостей и вызывает движение капли. По мере усиления нагрева первоначально осесимметричное течение становится неустойчивым, что приводит к образованию сложных структур как внутри капли, так и в подстилающем слое.

Ключевые слова: термокапиллярная конвекция, жидкие линзы, длинноволновое приближение, прекурсорная модель

Droplets on a liquid substrate (“liquid lenses") play an important role in various branches of engineering, including microfluidics, chemical engineering, environment protection, etc. The simplest way to influence a liquid droplet is heating, which creates Marangoni convection in the droplet and in the liquid substrate. In the present talk, we consider a liquid droplet that floats on the layer of another liquid while being in contact with the gas phase. Assuming that the liquid droplet is slender because of a small (negative) spreading coefficient or because of the action of gravity, we apply the long-wave approximation that allows to reduce the problem to a closed system of equations that govern the evolution of the shapes of interfaces. In the region of the droplet, the top layer has a macroscopic thickness,

© Nepomnyashchy A., Simanovskii I., 2025

and it is described by standard thin film equations. In the precursor, the equations are amended by corresponding disjoining pressures. If the temperature of the substrate is different from that of the gas and the droplet is axisymmetric, a stationary radially symmetric thermocapillary flow, both inside the droplet and in the liquid substrate, is generated. That flow changes the shape of the interfaces, especially that of the interface between the droplet and the substrate. The temperature gradient along the surface creates a thermocapillary flow that moves the droplet. With the enhancement of heating, instabilities are developed in the liquid substrate and in the droplet.

ОСОБЕННОСТИ ИНТЕГРИРУЕМОЙ И НЕИНТЕГРИРУЕМОЙ ТУРБУЛЕНТНОСТИ В ГАЗЕ СОЛИТОНОВ ТИПА КОРТЕВЕГА-ДЕ ВРИЗА

Е. Н. Пелиновский[a], Е. Г. Диденкулова[b], М. В. Фламарион[c]
[a] Институт прикладной физики РАН,
603950, Нижний Новгород, Ульянова, 46
[b] Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики», 603155, Нижний Новгород, Большая Печерская, 25/12
[c] Папский католический университет,
15088, Перу, Лима, Университетский проспект 1801, Сан-Мигель

Исследуются характеристики разреженного солитонного газа в рамках интегрируемых и неинтегрируемых уравнений иерархии Кортевега-де Вриза. В качестве примеров рассмотрены многосолитонные решения модифицированного уравнения Кортевега-де Вриза и модулярного уравнения Шамеля. Общим свойством динамики биполярных солитонов является образование волн-убийц, которые не встречаются в униполярных газах. Четвертый момент волнового поля (эксцесс) увеличивается по сравнению с начальным значением в случае биполярного газа, и уменьшается для униполярного газа. В случае интегрируемых уравнений характеристики солитонного газа выходят на стационарный уровень, тогда как в неинтегрируемых уравнениях они остаются функциями времени. Происходит неупругая передача энергии от малых солитонов к большим, и большие волны становятся «более экстремальными» на фоне малых солитонов. Обсуждается тенденция возникновения аномально большой волны (солитона-чемпиона) в неинтегрируемых системах.

Ключевые слова: солитонный газ; уравнение Шамеля; модифицированное уравнение Кортевега – де Вриза; волны-убийцы; численное моделирование

FEATURES OF INTEGRABLE AND NONINTEGRABLE TURBULENCE WITHIN THE KORTEWEG – DE VRIES LIKE SOLITON GAS

E. N. Pelinovsky[a], E. G. Didenkulova[b], M. V. Flamarion[c]
[a] Institute of applied physics RAS,
Ul’yanov St. 46, 603950, Nizhny Novgorod
[b] HSE University,
25/12 Bolshaya Pecherskaya Str., 603155, Nizhny Novgorod Russia
[c] Departamento de Ciencias, Pontificia Universidad Católica del Perú,
Av. Universitaria 1801, San Miguel 15088, Lima, Perú

The characteristics of a rarefied soliton gas are studied within the framework of integrable and non-integrable equations of the Korteweg-de Vries hierarchy. Multi-soliton solutions of the modified Korteweg-de Vries equation and the modular Schamel equation are considered as examples. A common property of the dynamics of bipolar solitons is the formation of rogue waves, which do not occur in unipolar

© Пелиновский Е. Н., Диденкулова Е. Г., Фламарион М. В., 2025

gases. The fourth moment of the wave field (kurtosis) increases compared to the initial value in the case of a bipolar gas, and decreases for a unipolar gas. In the case of integrable equations, the characteristics of the soliton gas reach a stationary level, whereas in non-integrable equations they remain functions of time. Inelastic energy transfer from small to large solitons occurs, and large waves become "more extreme" against the background of small solitons. The tendency for an anomalously large wave (champion soliton) to arise in non-integrable systems is discussed.

Keywords: soliton gas; Schamel equation; modified Korteweg-de Vries equation; rogue waves; numerical modeling

Уравнение Кортевега-де Вриза (КдВ) в настоящее время является эталонным уравнением нелинейной волновой теории:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + 6u\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial^3 u}{\partial x^3} = 0. \quad (1)$$

Выведенное в 1895 году для волн в тонком слое воды под действием сил гравитации и поверхностного натяжения, оно получило новую жизнь с 1960-х годов, описывая слабонелинейные волны в различных физических слабодиспергирующих средах (плазма, астрофизика, геофизика, электродинамика, твёрдые тела, стратифицированные течения, метаматериалы, электрические цепи, размерно-квантованные плёнки). Уравнение Кортевега-де Вриза обладает рядом интересных свойств, таких как существование бесконечного множества законов сохранения, L-A пары и солитонов, взаимодействующих упруго. Даже рождение термина «солитон» произошло в рамках уравнения Кортевега-де Вриза. Стали использоваться различные методы нахождения многосолитонных решений – преобразования Бэклунда, Хироты и Дарбу. Апофеозом этого стало рождение метода обратной задачи рассеяния – эффективного инструмента решения задачи Коши для нелинейных эволюционных уравнений. Библиография здесь обширна, и мы процитируем здесь ряд основополагающих книг [1–6].

Возник вопрос: насколько эффективны те же подходы к другим эволюционным уравнениям, играющим важную роль в теоретической физике? Ряд этих уравнений также стали эталонными (нелинейное уравнение Шредингера, уравнение синус-Гордона и др.). В контексте уравнений типа Кортевега–де Вриза (КдВ) вышеупомянутые методы исследования применимы с некоторыми обобщениями (добавлением различных членов, учитывающих нелинейность и дисперсию, часто со специальными константами, которые нельзя изменить, и т. д.). Возник термин «иерархии КдВ», который относится к уравнениям этого типа, точно решаемым перечисленными выше методами. Интересная подсистема этой иерархии записывается в виде:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial f(u)}{\partial x} + \frac{\partial^3 u}{\partial x^3} = 0. \quad (2)$$

Уравнения такого типа рассматриваются в данной работе для изучения новых эффектов в теории солитонной турбулентности. В качестве примера интегрируемой модели выбрано модифицированное уравнение Кортевега – де Вриза:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + 6u^2 \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial^3 u}{\partial x^3} = 0. \quad (4)$$

и модульное уравнение Шамеля, которое используется для описания упругих волн в различных типах оболочек [7], электромагнитных волн в дискретных линиях передачи [8] и плазме [9], выбрано в качестве примера неинтегрируемой модели:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \sqrt{|u|} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial^3 u}{\partial x^3} = 0. \quad (5)$$

Проведено сравнение динамики солитонных газов в рамках уравнений (4) и (5) с помощью численного моделирования, и сделаны выводы об отличие статистических характеристик волновых полей в рамках интегрируемых и неинтегрируемых моделей на примере этих двух уравнений. Чтобы иметь одинаковый метод генерации начальных условий как для интегрируемых, так и для неинтегрируемых систем, берется ансамбль редко расположенных солитонов, в котором на начальном этапе нет места для дисперсионных хвостов.

Показано, что, несмотря на то, что излучение возникает при взаимодействии однополярных солитонов в неинтегрируемых моделях, оно достаточно слабо, чтобы повлиять на статистические характеристики солитонного газа (функции распределения, моменты). Ранее в литературе проводились сравнения результатов для различных моделей (КдВ, мКдВ, Гарднера) и неинтегрируемых (Шамель, ББМ), показавшие относительную согласованность, поэтому на этом основании мы предполагаем, что результаты идентичны для всех моделей.

Если волновое поле состоит из солитонов разной полярности, то, независимо от интегрируемости модели, происходит усиление волнового поля в результате взаимодействия солитонов разной полярности (хотя взаимодействие однополярных солитонов, уменьшающее амплитуды волн, также имеет место). Однако принципиальное отличие здесь заключается в том, что в интегрируемых моделях усреднённый эксцесс достигает стационарного значения, тогда как в неинтегрируемых моделях он продолжает постепенно расти даже на больших временах. Это связано с эффектом передачи энергии от меньших солитонов к более крупным при взаимодействии, что характерно только для неинтегрируемых моделей. Увеличение среднего эксцесса можно объяснить неупругой передачей энергии от малых солитонов к большим, в результате чего большие волны становятся «более экстремальными» на фоне увеличения числа малых солитонов. Несмотря на то, что парное взаимодействие разнополярных солитонов в неинтегрируемых системах даёт меньшее усиление

результирующего импульса, чем в интегрируемых моделях, при многократных столкновениях солитонов с близкими амплитудами можно ожидать появления аномально большого солитона (волны-убийцы или так называемого солитона-чемпиона), когда большие солитоны накапливают энергию, а малые солитоны её теряют. Явление солитона-чемпиона ранее наблюдалось в системах, близких к нелинейному уравнению Шрёдингера, и наш главный вывод заключается в том, что оно наблюдается и в системах Кортевега–де Вриза. Из проведённого сравнения следует, что это явление носит универсальный характер.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 24-47-02007, https://rscf.ru/project/24-47-02007/.

Список литературы

1. *Zakharov V.E.*, *Manakov S.V.*, *Novikov S.P.* and *Pitaevskii L.P.* Soliton Theory: Inverse Scattering Method. Moscow: Nauka, 1980.
2. *Newell A.C.* Solitons in Mathematics and Physics. Philadelphia: SIAM, 1985.
3. *Drazin P.G.*, *Johnson R.S.* Solitons: An Introduction. Cambridge: Cambridge University Press, 1993.
4. *Lamb G.L.* Elements of Soliton Theory. New York: John Wiley, 1980.
5. *Абловиц М.*, *Сигур Х.* Солитоны и метод обратной задачи. М.: Мир, 1987. 480 с.
6. *Камчатнов А.М.* Теория нелинейных волн. М.: Изд. дом Высшей школы экономики, 2025. 794 с.
7. *Zemlyanukhin A.I.*, *Andrianov I.V.*, *Bochkarev A.V.*, *Mogilevich L.I.* The generalized Schamel equation in nonlinear wave dynamics of cylindrical shells // Nonlinear Dynamics. 2019. Vol. 98. P. 185–194.
8. *Kengne E.*, *Lakhssassi A.*, *Liu W.-M.* Nonlinear Schamel–Korteweg de Vries equation for a modified Noguchi nonlinear electric transmission network: Analytical circuit modeling // Chaos Solitons and Fractals. 2020. Vol. 140.
9. *Schamel H.*, *Mandal D.*, *Sharma D.* Two-Parametric, Mathematically Undisclosed Solitary Electron Holes and Their Evolution Equation // Plasma. 2020. Vol. 3. P. 166–179.

MARANGONI-DRIVEN PATTERN FORMATION IN AN ABSORBING BINARY MIXTURE

V. Shevtsova, P. F. Arroiabe, M. M. Bou-Ali
Fluid Mechanics Group, Faculty of Engineering, Mondragon University,
4 Loramendi, 20500, Mondragon, Spain

This study numerically investigates the complex dynamics of convective instabilities during water vapor absorption into lithium bromide (LiBr–H_2O) solutions. The research focuses on the interplay between absorption-driven solutal Marangoni convection, buoyancy, and the Soret effect. Under microgravity conditions, a stable rim structure forms and spreads due to pure Marangoni flow, absent of buoyant forces. With Earth's gravity, the competition between Marangoni and buoyancy convection generates periodic spatial patterns and temporal oscillations. Furthermore, a nonlinear long-term competition emerges between the immediate Marangoni stresses and the delayed Soret effect, which fundamentally reshapes the flow and transport. These findings reveal a rich, multi-mechanism instability landscape critical for optimizing absorption processes in engineering applications.

Keywords: Marangoni convection, absorption, Soret effect

ФОРМИРОВАНИЕ СТРУКТУРЫ, УПРАВЛЯЕМОЙ МАРАНГОНИ, В ПОГЛОЩАЮЩЕЙ БИНАРНОЙ СМЕСИ

В. Шевцова, П. Ф. Арроябе, М. М. Бу-Али
Группа механики жидкости, Инженерный факультет, Университет Мондрагона
20500, Испания, Мондрагон, Лораменди 4

В данном исследовании численно исследуется сложная динамика конвективных неустойчивостей при абсорбции водяного пара в растворы бромида лития (LiBr–H_2O). Основное внимание уделяется взаимодействию концентрационной конвекции Марангони, обусловленной абсорбцией, плавучестью и эффектом Соре. В условиях микрогравитации устойчивая краевая структура формируется и распространяется благодаря чистому течению Марангони без участия сил плавучести. Под действием земного тяготения конкуренция между конвекцией Марангони и плавучей конвекцией порождает периодические пространственные паттерны и временные колебания. Более того, возникает нелинейная долговременная конкуренция между непосредственными напряжениями Марангони и отложенным эффектом Соре, который фундаментально изменяет течение и перенос. Эти результаты раскрывают богатый, многомеханистический ландшафт неустойчивости, критически важный для оптимизации процессов абсорбции в инженерных приложениях.

Ключевые слова: конвекция Марангони, абсорбция, эффект Соре

The absorption of vapors by liquids is a fundamental process with wide-ranging applications in environmental control, chemical engineering, and space technology. A

© Shevtsova V., Arroiabe P. F., Bou-Ali M. M.

particularly important working pair is the lithium bromide–water (LiBr–H_2O) system, widely used in absorption-based cooling devices. While absorption is ideally a purely diffusive process at a flat and undisturbed interface, in practice even small perturbations are unavoidable. Such disturbances locally alter surface tension and trigger thermal and solutal Marangoni convection. The situation is further complicated by cross-diffusion effects such as the Soret effect, which drives solute redistribution under temperature gradients. Together, these mechanisms set the stage for rich, multiscale pattern formation.

In this work, we investigate the evolution of convective instabilities during absorption of water vapor into LiBr–water solutions, combining physical insight with numerical simulations. Because LiBr has negligible vapor pressure, only water enters the liquid phase, while LiBr remains effectively conserved. For the purposes of macroscopic flow and transport, the salt solution is treated as a single component with well-defined bulk properties, despite ionic dissociation [1-3].

Our study addresses three main aspects.

1. Absorption-driven Marangoni convection in microgravity. To isolate the interplay between absorption and surface-tension-driven flow, we examined the LiBr–water system under microgravity conditions. A localized perturbation at the interface, modeled as a small reduction of LiBr concentration, immediately initiates Marangoni convection. Strikingly, we observed the formation of a stable rim structure at the center of the absorption region, which first contracts slowly and then spreads rapidly across the interface. This phenomenon is reminiscent of the “coffee-ring” effect and Marangoni spreading observed in evaporating binary mixtures, but here it emerges in a fundamentally different, absorption-driven context. The result highlights how even subtle concentration changes can reorganize mass transport through surface-tension dynamics alone.

2. Competing roles of Marangoni and buoyancy under different level of gravity. When gravity is reintroduced, buoyancy-driven convection adds a new layer of complexity. The coupling of solutal, thermal, and buoyant effects can either reinforce or compete with one another, depending on the stage of absorption and the sign of the surface tension gradients. Under Earth gravity, the nonlinear interaction of these mechanisms generates periodic spatial structures and sustained temporal oscillations — an unexpected form of weak but persistent instability. By contrast, in microgravity, such oscillations vanish, demonstrating that they arise from the tension between surface-driven and buoyancy-driven flows. Intermediate levels of gravity reveal a gradual transition: periodic patterns weaken but remain regular, while their scale expands and their geometry becomes increasingly intricate. This systematic dependence on gravity opens the door to targeted control strategies for absorption-driven convection.

3. Nonlinear competition between Marangoni and Soret effects. Finally, we examined how the Soret effect, the thermally induced redistribution of solute,

influences absorption. In LiBr–water and similar systems, the Soret coefficient is negative, driving LiBr toward colder regions. Marangoni stresses respond nearly instantaneously to interfacial gradients, while Soret-driven transport builds up more slowly over longer times. Our simulations uncovered a nonlinear regime in which the delayed but persistent Soret effect eventually challenges the initially dominant Marangoni convection. This long-term competition reshapes flow patterns in surprising ways, fundamentally altering the structure of absorption and transport in the binary mixture.

References

1. *Arroiabe P. F., Martinez-Agirre M., Nepomnyashchy A., Bou-Ali M. M., Shevtsova V.* Phys. Fluids. 2024. Vol. 36. P. 102128
2. *Arroiabe P. F., Martinez-Agirre M., Nepomnyashchy A., Bou-Ali M. M., Shevtsova V.* Phys Fluids. 2024. Vol. 36 P. 022119
3. *Arroiabe P. F., Martinez-Agirre M., Bou-Ali M. M., Shevtsova V.* Acta Astronautica. 2025. Vol. 229. P. 627-635

КАПИЛЛЯРНО-ПОРИСТАЯ МОДЕЛЬ ЗАРЯЖЕННОЙ МЕМБРАНЫ: ДИССИММЕТРИЯ ЭЛЕКТРООСМОТИЧЕСКОЙ ПРОНИЦАЕМОСТИ И ПОТОКОВОЙ ПРОВОДИМОСТИ

А. Н. Филиппов
РГУ нефти и газа (НИУ) имени И.М. Губкина,
119991, Москва, Ленинский проспект 65 корп. 1

Ранее автором было установлено наличие диссимметрии перекрестных кинетических коэффициентов матрицы Онзагера для ячеечной модели тонкого слоя пористой среды (мембраны), состоящей из одинаковых заряженных пористых шаров, несущих фиксированный электрический заряд. Однако упрощения той ячеечной модели, такие как замена двойных электрических слоев скачками электрического потенциала и концентраций ионов, а также линеаризация краевой задачи, вызывали некоторые сомнения в полученном результате. Поэтому необходимо было доказать диссимметрию перекрестных коэффициентов на более простой модели без использования вышеупомянутых упрощений. Для этого была выбрана ячеечная модель заряженной мембраны, состоящей из параллельных щелевидных пор, заполненных пористой средой и окруженных слоями чистой жидкости. Рассматривалось течение водного раствора бинарного несимметричного электролита под действием постоянных градиентов давления и электрического потенциала. Впервые показано несовпадение коэффициентов электроосмотической проницаемости и потоковой проводимости.

Ключевые слова: электроосмос; ток течения; диссимметрия

CAPILLARY-POROUS CHARGED MEMBRANE MODEL: DYSYMMETRY OF ELECTROOSMOTIC PERMEABILITY AND CURRENT CONDUCTION

A. N. Filippov
Gubkin University,
65-1 Leninsky Prospect, 119991, Moscow

Earlier, the author established the presence of a dissymmetry of the cross kinetic coefficients of the Onsager matrix for the cell model of a thin layer of a porous medium (membrane) consisting of identically charged porous balls carrying a fixed electric charge. However, simplifications of that cell model, such as the replacement of double electric layers by jumps of electric potential and ion concentrations, as well as the linearization of the boundary value problem, raised some doubts about the result obtained. Therefore, it was necessary to prove the dissymmetry of the cross coefficients on a simpler model without using the above-mentioned simplifications. For this purpose, a cell model of a charged membrane was chosen, consisting of parallel slit-like pores filled with a porous medium and surrounded by layers of pure liquid. The flow of an aqueous solution of a binary asymmetric electrolyte under the action of constant pressure and electric potential gradients was considered. The discrepancy between the coefficients of electroosmotic permeability and current conductivity is shown for the first time.

Keywords: electroosmosis; streaming current; dissymmetry

© Филиппов А. Н., 2025

Длительное время считалось, что принцип взаимности Онзагера, выдвинутый им в 1931 году и утверждающий симметрию перекрестных кинетических коэффициентов, безусловно выполняется в случае переноса растворителей и ионов через заряженные мембраны [1]. Однако в 2003 году Мамедов доказал, что этот принцип работает только для дисперсных систем, в которых обобщенные потоки равны нулю, а обобщенные термодинамические силы отличны от нуля [2]. В работе [3] мы впервые обнаружили диссимметрию транспортных коэффициентов L_{13} и L_{31}, ответственных за капиллярный и обратный осмос. В работах [4, 5] было исследовано поведение безразмерных электроосмотического коэффициента L_{12} и потоковой проводимости L_{21}, а также электродиффузионных коэффициентов L_{23} и L_{32} в зависимости от концентрации водного раствора NaCl, рассчитанных с использованием точных формул ячеечной модели для литой перфторированной мембраны МФ-4СК и ее экструзионного аналога. Для обеих мембран перекрестные коэффициенты L_{12} и L_{21} практически совпали вплоть до высоких значений концентрации электролита. Однако электродиффузионные коэффициенты L_{23} и L_{32} сильно различались уже при концентрации электролита > 0.1 М. Следует отметить, что в известной нам литературе пары коэффициентов L_{13} и L_{31} или L_{23} и L_{32} не вычислялись и не сравнивались для моделей пористой среды, несущей фиксированный заряд. Что касается пары перекрестных коэффициентов L_{12} и L_{21}, то есть несколько работ, доказывающих их симметрию (например [6]) в случае течения ньютоновской жидкости в чистых цилиндрических капиллярах с заряженной поверхностью. Отметим, однако, что соотношения взаимности Онзагера не выполняются в условиях концентрационной поляризации [7]. Обратим также внимание на то, что в термодинамике Певзнера теорема о взаимности не считается верной [8]. Более того, сами перекрестные коэффициенты могут нелинейно зависеть от термодинамических сил [9], что подразумевает их диссимметрию.

Таким образом, нами была установлена диссимметрия перекрестных кинетических коэффициентов в ячеечной модели пористой среды, состоящей из одинаковых заряженных пористых шаров, несущих фиксированный электрический заряд [4, 5]. Однако упрощения в той используемой модели, такие как замена двойных электрических слоев скачками электрического потенциала и концентраций ионов, а также линеаризация краевой задачи, вызывали некоторые сомнения в достоверности результата. Поэтому необходимо было доказать диссимметрию хотя бы одной пары перекрестных коэффициентов на более простой модели, но без вышеупомянутых упрощений. Поэтому естественным образом возникла цель данного исследования – показать несовпадение коэффициентов L_{12} и L_{21} в случае простейшей ячеечной модели заряженной мембраны, состоящей из параллельных щелевидных пор, заполненных пористой средой и окруженных слоями чистой жидкости. Ультратонкие мембраны со щелевидными порами активно используются в устройствах lab-on-chip [10].

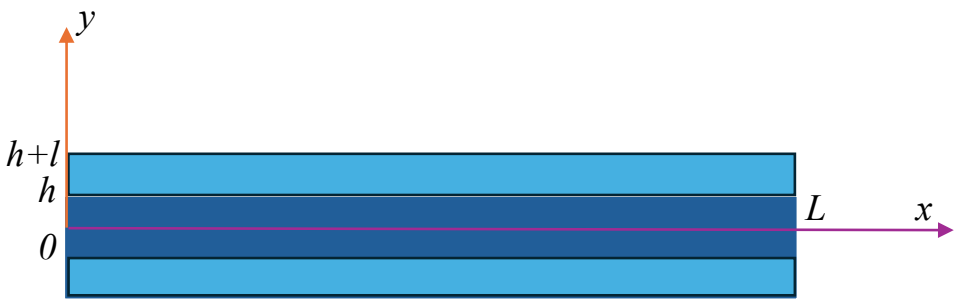


Рис. 1. Единичная щелевидная ячейка заряженной мембраны

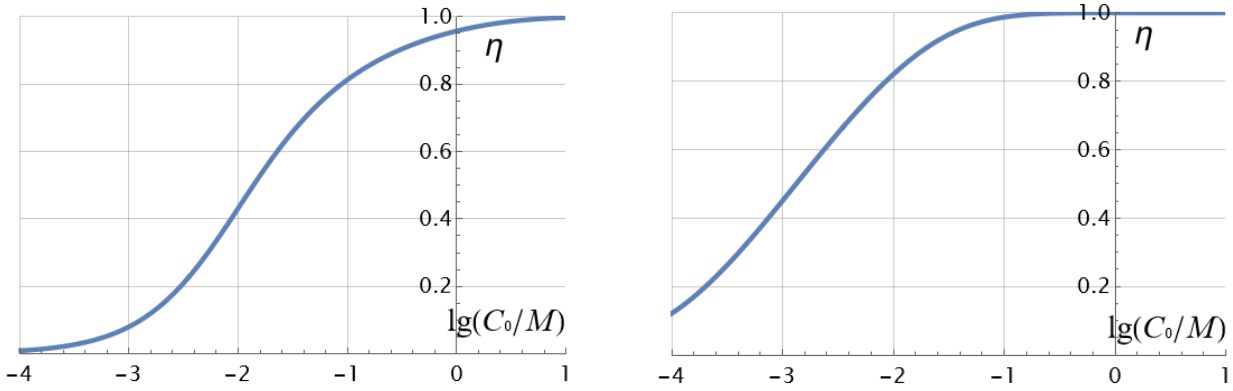
Рассматривается одномерный установившийся процесс электробарофильтрации водного раствора бинарного электролита через отрицательно заряженный пористый слой (мембрану) длины L, состоящий из идентичных параллельных капилляров (пор) полуширины h, заполненных пористой средой с заданной проницаемостью k_D и постоянной объемной плотностью заряда $-\rho_V$, и окруженный слоями чистой жидкости толщины l (рис. 1). Мембрана находится под действием постоянных внешних градиентов давления и электрического потенциала и нулевого градиента концентрации электролита в направлении горизонтальной оси y. Предполагается, что электрический потенциал мал (<<25 мВ) в любой точке мембраны и поэтому справедливо приближение Дебая-Хюккеля для уравнения Пуассона. Раствор электролита находится в больцмановском равновесии вдоль вертикальной оси y. Учтена разница между диэлектрическими свойствами раствора электролита внутри и вне пор.

При решении краевой задачи были использованы граничные условия непрерывности суммарного тензора вязких и максвелловских напряжений, продольной скорости и нормальной составляющей плотности потоков ионов на межфазной границе $y=h$. На внешней границе жидкой ячейки $y=h+l$ задавались условия типа Хаппеля – отсутствие полных касательных напряжений. Были получены формулы для гидродинамической проницаемости пористого слоя L_{11}, удельной электропроводности L_{22} (здесь не приводятся), электроосмотической проницаемости L_{12} и потоковой проводимости L_{21}, которые для случая 1:1 электролита и одинаковой динамической вязкости μ° раствора внутри и вне капилляров и бесконечно разбавленной пористой среды (уединенный капилляр) имеют следующий вид (C_0 – равновесная концентрация электролита, $s_0 = h/\sqrt{k_D}$, $\bar{\rho} = \rho_V / F_0$, β_m, β_w – безразмерные обратные дебаевские длины внутри и вне поры, R – универсальная газовая постоянная, T – абсолютная температура, F_0 – постоянная Фарадея ζ – наведенный дзета-потенциал боковой поверхности пор, пропорциональный обменной емкости, $\zeta = -\dfrac{\bar{\rho} RT}{2F_0 C_0} \dfrac{\beta_w}{\beta_m \operatorname{cth}(\beta_m) + \beta_w}$):

$$\lim_{l\to\infty(m_0\to 1)} L_{21} = \frac{F_0 h^2}{\mu^o}\left(\frac{\bar{\rho}}{s_0^2} - \frac{2\zeta F_0 C_0}{RT\beta_w^2}\frac{\mathrm{cth}(s_0)}{s_0} + \frac{\bar{\rho} + 2\dfrac{\zeta F_0 C_0}{RT}}{\beta_m^2 - s_0^2}\left(1 - \beta_m \frac{\mathrm{th}(\beta_m)\mathrm{cth}(s_0)}{s_0}\right)\right), \quad (1)$$

$$\lim_{l\to\infty(m_0\to 1)} L_{12} = \frac{F_0 h^2}{\mu^o}\left(\frac{\bar{\rho}}{s_0^2} - \frac{2\zeta F_0 C_0}{RT\beta_w^2} + \frac{\bar{\rho} + 2\dfrac{\zeta F_0 C_0}{RT}}{\beta_m^2 - s_0^2}\left(1 - s_0 \frac{\mathrm{th}(\beta_m)\mathrm{cth}(s_0)}{\beta_m}\right)\right). \quad (2)$$

Как видно из формул (1) и (2), даже в таком упрощенном случае электроосмотический коэффициент L_{12} и коэффициент потоковой проводимости L_{21} существенно различаются. Обратим внимание, что L_{12} и L_{21} пропорциональны величине обменной емкости $\bar{\rho}$, и поэтому коэффициент диссимметрии $\eta = L_{21}/L_{12}$ от нее не зависит.



а) *б)*

Рис. 2. Зависимость коэффициента диссимметрии $\eta = L_{21}/L_{12}$ *от логарифма концентрации NaCl в случае отрицательно заряженной мембраны,* $\bar{\rho}$=10 mM, $m_0 = 0.2$*:*
а) h=1 нм, *б)* h=10 нм.

На рисунках 2*а* и 2*б* показано изменение отношения η в зависимости от концентрации C_0 водного раствора соляной кислоты HCl для двух разных мембран с шириной пор 1 и 10 нм соответственно. Расчеты проводились по точным формулам, которые здесь не приводятся ввиду их громоздкости. Видно, что потоковая проводимость всегда меньше электроосмотической проницаемости, и в случае узких пор наблюдается более значительная диссимметрия, которая не исчезает даже при высоких концентрациях электролита. В то же время для мембран с широкими порами диссимметрия перекрестных коэффициентов заметна только при концентрациях электролита ниже 0.1 М. Таким образом, чем ниже концентрация электролита, тем значительнее коэффициент η отличается от единицы. Предполагалось, что относительная диэлектрическая проницаемость для

чистого электролита составляет 80.4 единиц, а для пористого капилляра 3 единицы, что характерно для полимерных мембран. Можно утверждать теперь, что диссимметрия перекрестных кинетических коэффициентов доказана не только в случае ячеечной модели, но и в случае пористо-капиллярной модели заряженной мембраны.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23–19–00520, https://rscf.ru/project/23-19-00520/.

Список литературы

1. *Onsager L*. Reciprocal Relations in Irreversible Processes I // Physical Review. 1931. Vol. 37. P. 405-426.
2. *Mamedov M. M.* Phenomenological Derivation of the Onsager Reciprocal Relations // Technical Physics Letters. 2003. Vol. 29(8). P. 676–678.
3. *Filippov A. N.* A Cell Model of an Ion-Exchange Membrane. Capillary-Osmosis and Reverse-Osmosis Coefficients // Colloid J. 2022. Vol. 84(3). P. 332-343.
4. *Филиппов А. Н.* Диссимметрия кинетических коэффициентов в ячеечной модели заряженного пористого слоя (мембраны) // Пермские гидродинамические научные чтения: Сборник статей по материалам VIII Всероссийской конференции, посвященной памяти профессоров Г. З. Гершуни, Е. М. Жуховицкого и Д. В. Любимова. Пермь, 2022. С. 26–33.
5. *Filippov A. N.* Asymmetry of cross kinetic coefficients in the cell model of a charged membrane // Asymmetry. 2025 Vol. 2(1). Article ID 0003.
6. *Vinogradova O. I., Silkina E. F., Asmolov E. S.* Transport of ions in hydrophobic nanotubes // Phys. Fluids. 2022. Vol. 34(12). Article ID 122003.
7. *Batko K. M., Ślęzak-Prochazka I., Grzegorczyn S., Ślęzak A.* Membrane transport in concentration polarization conditions: Network thermodynamics model equations // J. Porous Media. 2014. Vol.17. P. 573–586.
8. *Peusner L.* Studies in Network Thermodynamics, Elsevier: Amsterdam, The Netherlands; New York, NY, USA, 1986.
9. *Ślęzak A., Grzegorczyn S. M.* Network Derivation of Liquid Junction Potentials in Single Membrane System // Membranes. 2024. Vol. 14(6). Article ID 140.
10. *Li A., He X., Wu J., et al* Ultrathin silicon nitride membrane with slit-shaped pores for high-performance separation of circulating tumor cells // Lab Chip. 2022. Vol. 22. P. 3676-3686

Материалы секционных докладов

НАСЫЩЕНИЕ КРАЕВОГО УГЛА ПРИ ЭЛЕКТРОСМАЧИВАНИИ КАПЛИ В ПЕРЕМЕННОМ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ

А. А. Алабужев[a,b], М. А. Пьянкова[a,c]
[a]Институт механики сплошных сред УрО РАН,
614013, Пермь, Академика Королева, 1
[b]Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614990, Пермь, Букирева, 15
[c]МИРЭА – Российский технологический университет,
105275, Москва, 5-я улица Соколиной Горы, 22

В данной статье предложена теоретическая модель электросмачивания на диэлектрической подложке с учетом насыщения динамического краевого угла от электрического напряжения. В качестве примера рассматриваются вынужденные колебания капли электролита, помещенной между двух параллельных твердых поверхностей, в переменном электрическом поле. В состоянии механического равновесия капля имеет форму круглого цилиндра, ось симметрии которого перпендикулярна пластинам. Скорости линий контакта на обоих поверхностях зависят от внешней периодической силы электрического поля и отклонения краевого угла от его равновесного значения. Для описания неоднородности поверхности предполагается, что коэффициент пропорциональности является функцией координат. Эта функция индивидуальна для каждой поверхности. Показано, что это приводит к возбуждению дополнительных азимутальных мод, в отличие от случая однородных поверхностей. Внешнее переменное электрическое поле тоже является пространственно-неоднородным, т.к. в экспериментах сложно добиться однородного поля при конечных размерах проводника. Обнаружено, что неоднородность пластин изменяет значение угла насыщения. Продемонстрировано качественное согласие с экспериментами.

Ключевые слова: вынужденные колебания; движение линии контакта; электросмачивание; динамический краевой угол; насыщение краевого угла; неоднородная поверхность

SATURATION OF THE CONTACT ANGLE DURING ELECTROWETTING OF A DROP IN AN ALTERNATING ELECTRIC FIELD

A. A. Alabuzhev[a,b], M. A. Pyankova[a,c]
[a]Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS,
1 Academician Korolev St., 614013, Perm
[b]Perm State University,
15 Bukireva St., 614990, Perm
[c]MIREA – Russian Technological University,
22, 5th Street of Sokolinaya Gora, 105275, Moscow

A theoretical model of electrowetting on a dielectric substrate is proposed taking into account the saturation of the dynamic contact angle from the electric voltage in this

© Алабужев А. А., Пьянкова М. А., 2025

article. As an example, forced oscillations of an electrolyte droplet placed between two parallel solid surfaces in an alternating electric field are considered. In the state of mechanical equilibrium, the droplet has the shape of a round cylinder whose symmetry axis is perpendicular to the plates. The velocities of the contact lines on both surfaces depend on the external periodic force of the electric field and the deviation of the con-tact angle from its equilibrium value. To describe the surface inhomogeneity, it is assumed that the proportionality coefficient is a function of coordinates. This function is individual for each surface. It is shown that this leads to the excitation of additional azimuthal modes, in contrast to the case of homogeneous surfaces. The external alternating electric field is also spatially inhomogeneous, since it is difficult to achieve a uniform field in experiments with finite conductor sizes. It is found that the inhomogeneity of the plates changes the value of the saturation angle. Qualitative agreement with experiments was demonstrated.

Keywords: forced oscillations; contact line motion; electrowetting; dynamic contact angle; contact angle saturation; heterogeneous surface

В данной работе предлагается дополнить модель Хокинга эффектом насыщением краевого угла в отличие от упомянутых выше работ, использующих условия Юнга-Липмана [1–6] или Хокинга-Липмана [7–10]:

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = \Lambda\left(\frac{\partial \zeta}{\partial z} + \frac{\cos\vartheta_s L(a)}{\sqrt{1-\left(\cos\vartheta_s L(a)\right)^2}}\cos(2\omega t)\right), \qquad (1)$$

$$\cos(\vartheta) = \cos(\vartheta_s) L(a),\ L(a) = \coth(3x) - \frac{1}{3x},$$

где ζ – функция отклонения поверхности от равновесного значения, Λ – параметр смачивая (параметр Хокинга), z – координата, ось которой перпендикулярна подложке, по которой движется линия контакта, a – эффективная амплитуда электрического поля ϑ_s – угол насыщения, $L(a)$ – функция Ланжевена.

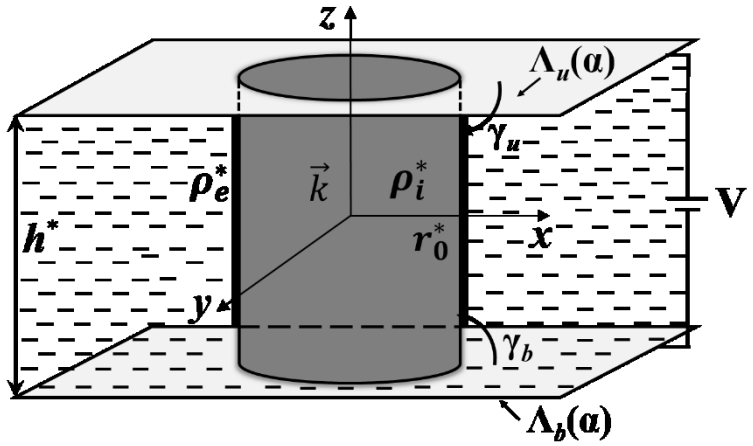
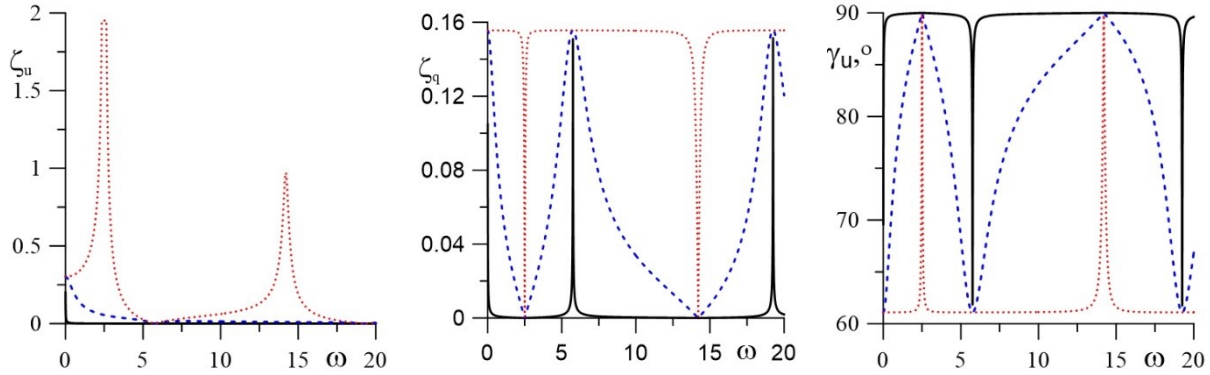


Рис. 1. Геометрия задачи

В замкнутом сосуде круглой цилиндрической формы, заполненного несжимаемой жидкостью плотности ρ_e^*, помещена капля несжимаемой жидкости с плотностью ρ_i^* (рис. 1). Снаружи к проводящим торцам сосуда, покрытым изнутри слоем диэлектрика, прикладывается переменное напряжение, имеющее частоту ω^*, что позволяет возбуждать внутри сосуда переменное электрическое поле. Другими словами, сосуд представляет собой плоский конденсатор, внутри которого находятся две жидкости с деформируемой поверхностью раздела (рис. 1). Внешнее поле действует на линию контакта как периодическая сила с амплитудой a^* и частотой $2\omega^*$. Это принципиально отличается от вибрационного воздействия, при котором внешняя сила действует на всю систему в целом. В результате, динамика линии описывается модифицированным граничным условием (1) с учетом насыщения краевого угла.

На рисунке 2 показаны амплитудно-частотные характеристики колебаний поверхности капли и краевого угла для разных параметров смачивания.



а) *б)* *в)*

Рис. 2. Амплитуда линии контакта (а), боковой поверхности в $z = 0.25$ *и краевого угла (в) от частоты* ω *(*$b = 1$, $\rho_i = 0.7$, $a = 10$, $\vartheta_s = 60^o$*).*
$\lambda_u = \lambda_b = 0.01$ *– сплошная линия,* $\lambda_u = \lambda_b = 0.01$ *– штриховая линия,*
$\lambda_u = \lambda_b = 100$ *– пунктираня линия*

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № № 24-21-00379, https://rscf.ru/project/24-21-00379/.

Список литературы

1. *Mugele F., Baret J.-C.* Electrowetting: from basics to applications // J. Phys.: Condens. Matter. 2005. Vol. 17(28). P. 705–774.
2. *Chen L., Bonaccurso E.* Electrowetting - From statics to dynamics // Adv. Colloid Interface Sci. 2014 Vol. 210. P. 2–12.
3. *Zhao Y.-P., Wang Y.* Fundamentals and Applications of Electrowetting: A Critical Review // Rev. Adhesion Adhesives 2013. Vol. 1 P. 114–174.

4. *Chung S.K., Rhee K., Cho S.K.* Bubble actuation by electrowetting-on-dielectric (EWOD) and its applications: A review // Int. J. Precis. Eng. Manuf. 2010. Vol. 11 P. 991–1006.
5. *Royal M. W., Jokerst N.M., Fair R.B.* Droplet-Based Sensing: Optical Microresonator Sensors Embedded in Digital Electrowetting Microfluidics Systems // IEEE Sensors Journal 2013. Vol. 13. P. 4733–4742.
6. *Nelson W.C., Kim C.-J.* Droplet actuation by electrowetting-on-dielectric (EWOD): a review // J. Adhes. Sci. Technol. 2012. Vol. 26. P. 1747–1771.
7. *Алабужев А.А., Кашина М.А.* Влияние различия свойств поверхностей на осесимметричные колебания сжатой капли в переменном электрическом поле // Изв. Вузов. Радиофизика. 2018. Т. 61, № 8–9. С. 662 –676.
8. *Алабужев А.А., Кашина М.А.* Динамика зажатой капли в неоднородном электрическом поле // Вестник Пермского университета. Физика. 2019. № 4. С. 33–43.
9. *Kashina M.A., Alabuzhev A.A.* The Forced Oscillations of an Oblate Drop Sandwiched Between Different Inhomogeneous Surfaces under AC Vibrational Force // Microgravity Sci. Technol. 2021. Vol. 33: 35.
10. *Alabuzhev A.A.* Influence of heterogeneous plates on the axisymmetrical oscillations of a cylindrical drop // Microgravity Sci. Technol. 2018. Vol. 30 (1–2). P. 25–32.

ОТРИЦАТЕЛЬНАЯ ТУРБУЛЕНТНАЯ ВЯЗКОСТЬ В ПОДЛЕДНОМ ПРИЛИВНОМ ТЕЧЕНИИ В УСТЬЕ ОНЕГИ

А. М. Алабян[a], Н. А. Антипов[b], Е. Д. Панченко[c]
[a]Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова,
119991, Москва, Ленинские горы, 1, географический факультет
[b]Московский физико-технический институт
141701, Московская обл., г. Долгопрудный, Институтский переулок, 9
[c]Институт водных проблем РАН,
119333, Москва, Губкина, 3

Специальный гидрометрический эксперимент в мезоприливном устье Онеги с использованием акустического доплеровского профилографа течений показал значительные вариации турбулентной вязкости в различные фазы приливного цикла и появление областей с отрицательной турбулентной вязкостью после смены направления основного течения.

Ключевые слова: Онега, реверсивное течение, турбулентная вязкость

NEGATIVE TURBULENT VISCOSITY IN THE UNDER-ICE TIDAL CURRENT IN THE ONEGA ESTUARY

A. M. Alabyan[a], N. A. Antipov[b], E. D. Panchenko[c]
[a]Lomonosov Moscow State University,
1 Leninskie Gory, Faculty of Geography, 119991, Moscow
[b]Moscow Institute of Physics and Technology
9 Institutskiy Pereulok, 141701, Moscow Region, Dolgoprudnyi
[c]Institute of Water Problems of the Russian Academy of Sciences
3 Gubkina St., 119333, Moscow

A special hydrometric experiment at the Onega meso-tidal estuary using an acoustic Doppler current profiler showed significant variations in turbulent viscosity in different phases of the tidal cycle and the appearance of areas with negative turbulent viscosity after a change in the direction of the main current.

Key words: Onega river, reversible flow, turbulent viscosity

Гидродинамическое явление, называемое «отрицательной турбулентной вязкостью», наблюдается в случае, когда нарушается обычный порядок диссипации кинетической энергии движущейся жидкости или газа, заключающийся в передаче энергии от поступательного движения к вихревому, и по мере уменьшения вихрей до субмолекулярного размера – в тепло (каскад Колмогорова). В случае обратной передачи энергии вихрей поступательному движению проявляется отрицательная вязкость. В соответствии с принятой в настоящее время параметризацией гидродинамических процессов, передача энергии пульсаций

© Алабян А. М., Антипов Н. А., Панченко Е. Д., 2025

поступательному движению жидкости проявляется в отрицательных значениях коэффициента турбулентной вязкости (турбулентного обмена), когда энергия поступательного движения передается от "более медленных" слоев жидкости к "более быстрым" (с точки зрения средней скорости их поступательного движения).

Эффекты отрицательной турбулентной вязкости исследовались со второй половины XX века [1, 2] главным образом в атмосферных процессах, причем не только в атмосфере Земли, но и Солнца, Юпитера и Сатурна, а также применительно к спиральным галактикам и околосолнечной туманности. В последние годы результаты многих высокоточных измерений распределения осредненных скоростей движения жидкости или газа в трубах и в погранслое у плоской пластины также подтвердили существование слоя с отрицательной вязкостью [3]. В последние годы в океанах проявления отрицательной турбулентной вязкости фиксировались при передаче энергии по каскаду мезомасштабных вихрей в процессе их вытягивании в субмезомасштабные вихревые нити [4].

Одним из важнейших практических следствий проявления отрицательной вязкости на приливных участках рек с реверсивным движением вод является возможность появления отрицательного гидравлического сопротивления, что впервые было зафиксировано в 2016 г. на устьевом участке реки Кянда (впадает в Онежский залив Белого моря) при расчете величин членов уравнений Сен-Венана [5]. Последующие высокоточные гидрометрические измерения на приливных реках Тамица и Сёмжа (впадают в Онежский и Мезенский заливы соответственно) данный феномен подтвердили [5-8].

Действительно, при одномерной схематизации водного потока проявление отрицательного гидравлического сопротивления теоретически возможно в случае, когда большая часть энергии турбулентных пульсаций (вихревого движения) не диссипируется в тепло, а возвращается поступательному движению водной массы, т.е. когда отрицательная турбулентная вязкость преобладает в большей части потока. Таким образом, феномен отрицательного гидравлического сопротивления (аналогично феномену отрицательной вязкости) является следствием переноса одномерной параметризации силы жидкого трения для однонаправленных русловых потоков (через уклон трения и коэффициенты Шези, Маннинга и/или Дарси-Вейсбаха) на приливные реверсивные течения.

В результате сопоставления вариации энергетических характеристик реверсивного приливного течения и гидравлического сопротивления в течение полусуточного приливного цикла на приливных реках Беломорского бассейна было установлено, что при развороте течения возможна подпитка поступательного движения водной массы энергией пульсаций (вихревого движения). При этом существенные вариации гидравлического сопротивления происходят как раз в периоды времени и фазы приливного цикла, когда энергия поступательного движения водной массы и вихревого

движения соизмеримы. Было показано, что коэффициент гидравлического сопротивления Дарси-Вейсбаха принимает отрицательные значения сразу после разворота течения в начале прилива и отлива, т.е. как раз в те временные отрезки, когда энергия вихревого движения превосходит кинетическую энергию поступательного движения водной массы.

Предположение о возможности существовании зон отрицательной турбулентной вязкости в приливных течениях под ледяным покровом было впервые высказано группой ученых Института водных проблем АН СССР в 80-е годы прошлого века, изучавших в устье Онеги трансформацию эпюр вертикального распределения скорости течения в ходе приливного цикла [9]. С целью подтвердить (или опровергнуть) возможность проявления отрицательной турбулентной вязкости в приливном устье в условиях ледостава устье Онеги в январе 2019 г. были выполнены специальные гидрометрические измерения при помощи акустического доплеровского профилографа RiverRay, стационарно закрепленного в проруби.

Анализ записей профилографа позволил рассчитать турбулентные касательные напряжения τ, непосредственно через ковариацию пульсационных компонент скорости течения $u'_{i,j}$ по формуле Рейнольдса-Лоренса с последующим вычислением коэффициентов турбулентной вязкости $\nu_т$ по формуле Буссинеска (ρ – плотность воды)

$$\tau = -\rho\overline{u_i' u_j'} = \rho\nu_т \frac{du}{dz}$$

и построить эпюры распределения коэффициентов турбулентной вязкости по вертикали (рис. 1). Была выявлена четкая тенденция появления отрицательной турбулентной вязкости после разворота течения как в низкую воду при начале прилива, так и в высокую воду в начале формирования отливного течения (рис. 2). Это полностью соответствует результатам предшествующих исследований динамики гидравлического сопротивления в течение приливного цикла.

Фазы приливного цикла и продолжительность проявления отрицательной вязкости в устье Онеги полностью соответствуют периодам и фазам приливного цикла, в которые отмечаются отрицательные значения коэффициентов гидравлического сопротивления Дарси-Вейсбаха на Кянде, Тамице и Сёмже [5-8].

К сожалению, отрицательная вязкость – это не столь полезный феномен, как сверхпроводимость или сверхтекучесть, а всего лишь следствие распространения параметризации жидкого ламинарного трения Ньютона на турбулентные потоки Рейнольдсом и Буссинеском [7].

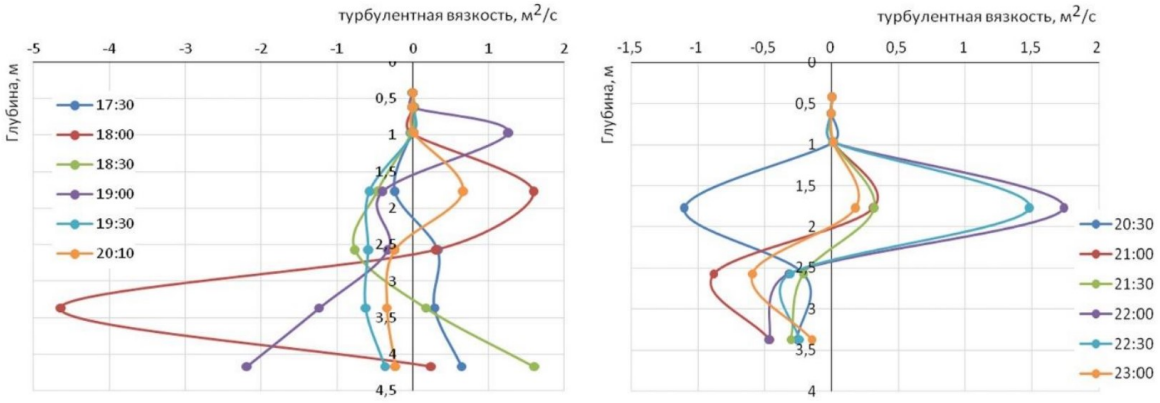


Рис. 1 Изменение вертикальных эпюр коэффициентов турбулентной вязкости на устьевом участке р. Онеги в течение приливного цикла 30.01.2019 г.

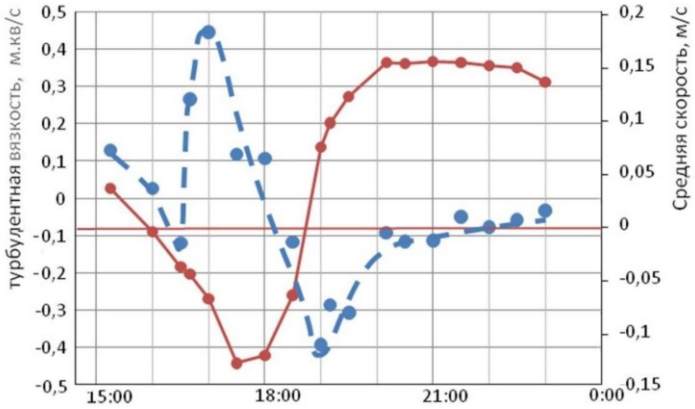


Рис. 2 Изменение средней скорости течения (красные точки и линия, положительное направление – в сторону моря) и осредненных по вертикали значений коэффициента турбулентной вязкости (синие точки и пунктирная линия тренда) на устьевом участке р. Онеги в ходе приливного цикла 30.01.2019 г.

Численное моделирование, выполненное с использованием новейшей версии гидродинамической модели STREAM 2D CUDA [10], позволило смоделировать в реверсивном потоке зоны и временные интервалы, соответствующие определению макроскопической отрицательной вязкости, когда одномерная одночленная параметризация диссипативных сил приводит к отрицательным значениям коэффициента гидравлического трения Дарси-Вейсбаха [11]. Это оказалось возможным при задании неотрицательных значений коэффициентов шероховатости и горизонтальной турбулентной вязкости, что подтверждает предположение о связи отрицательного гидравлического сопротивления с некорректностью одномерного описания и параметризации процесса диссипации энергии в реверсивных течениях. Однако исследование причин и механизма появления отрицательной вязкости в приливных устьях рек имеет практическую значимость для оценки гидравлических сопротивлений при проектировании гидротехнических сооружений (приливные электростанции, порты), а в

долгосрочной перспективе может послужить теоретической основой для разработки практических приемов воздействия на турбулентные потоки и использования энергии турбулентности.

Исследование выполнено при поддержке Российского научного фонда, проекты № 22-29-01184, https://rscf.ru/project/22-29-01184/ и № 21 – 77 - 30010 - П, https://rscf.ru/project/21-77-30010/.

Список литературы

1. *Lorenz E.N.* Interaction between a mean flow and random disturbances // Tellus. 1953. Vol. 5 (3). P. 238–250.
2. *Старр В.* Физика явлений с отрицательной вязкостью. М.: Мир, 1971. 261 с.
3. *Высоцкий Л.И.* Существуют ли зоны с отрицательной вихревой вязкостью в продольно-однородных турбулентных потоках? // Инженерно-строительный журнал. 2013. № 2. С. 48–53.
4. *Жмур В.В., Белоненко Т.В., Новоселова Н.В. и др.* Вытягивание мезомасштабных вихрей океана в субмезомасштабные вихревые нити как способ передачи энергии по каскаду размеров. Проявление свойств отрицательной турбулентной вязкости при вытягивании вихрей // Моря России: вызовы отечественной науки. Севастополь, 2022. С. 47–48.
5. *Алабян А.М., Панченко Е.Д.* Гидравлическое сопротивление в приливных устьях и феномен отрицательного трения в речной гидравлике // Инженерные изыскания. 2017. № 3. С. 24–32.
6. *Алабян А. М., Панченко Е. Д.* Феномен отрицательной турбулентной вязкости в приливных устьях рек // Пермские гидродинамические научные чтения: сборник статей по материалам VIII Всероссийской конференции, посвященной памяти профессоров Г.З. Гершуни, Е.М. Жуховицкого и Д.В. Любимова. Пермь: ПГНИУ. 2022. С. 43–49.
7. *Алабян А.М., Панченко Е.Д.* Турбулентная вязкость и гидравлическое сопротивление в приливных устьях рек // Водные ресурсы. 2024. Т 51. № 1. С. 18-28.
8. *Panchenko E., Alabyan A.* Friction factor evaluation in tidal rivers and estuaries // METHODSX. 2022. Vol. 9. P. 101669.
9. *Дебольский В.К., Зырянов В.Н., Мордасов М.А.* О турбулентном обмене в приливном устье при наличии ледяного покрова // Динамика и термика рек и водохранилищ. М.: Наука, 1984. С. 279–290.
10. *Беликов В.В., Алексюк А.И.* Модели мелкой воды в задачах речной гидродинамики. М.: РАН, 2020. 346 с.
11. *Малюгин Н.Р.* Усиление эффекта отрицательной вязкости в реверсивных течениях за счет взаимодействия вихревых структур // Современные проблемы водохранилищ и их водосборов: труды IX Всероссийской научно-практической конференции. Пермь: ПГНИУ. Т.1. 2023. С. 133-137.

НИЗКОЧАСТОТНЫЙ ГАЗОВЫЙ РАЗРЯД В ПОЛЕ МИКРОВОЛНОВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

В. А. Александров, М. Ю. Альес
Удмуртский федеральный исследовательский центр УрО РАН,
426067, Ижевск, ул. Т. Барамзиной, 34

Исследовано возбуждение микроволновой плазмы в низковакуумной газовой среде в кварцевых трубках, размещенных вблизи и в полости волновода с открытыми торцами СВЧ излучателей, содержащих магнетрон с рабочей частотой 2.45 ГГц. Металлические проводники и низкочастотный искровой разряд – стример внутри трубок инициируют быстрое возбуждение плазмы в электромагнитном поле микроволнового излучения. Под действием излучения стримеры увеличиваются в объеме и разветвляются в виде плазменных светящихся нитей, вытягивающихся в направлении излучения. При наличии длинных проводящих электродов искрового разряда стримеры перемещаются СВЧ волнами вдоль поверхности электродов, образуя картину периодически повторяющихся плазменных каналов. Низкочастотный искровой разряд и микроволновое излучение в потоке газа могут создавать струю плазмы атмосферного давления. Усиление плазменного тока в стримерах и транспорт стримеров в поле микроволнового излучения указывают на увеличение количества электронов в плазменном токе и действие магнитного поля микроволн на стримеры.

Ключевые слова: микроволновое излучение; плазма; стример

LOW-FREQUENCY GAS DISCHARGE IN A MICROWAVE RADIATION FIELD

V. A. Aleksandrov, M. Yu. Alies
Udmurt Federal Research Center UB RAS,
34 T. Baramzina St., 426067, Izhevsk

The excitation of microwave plasma in a low-vacuum gas environment in quartz tubes placed near and in the cavity of a waveguide with open ends of microwave emitters containing a magnetron with an operating frequency of 2.45 GHz has been studied. Metal conductors and a low-frequency spark discharge - streamer inside the tubes initiate rapid excitation of the plasma in the electromagnetic field of microwave radiation. Under the influence of radiation, streamers increase in volume and branch out in the form of plasma luminous filaments, extending in the direction of radiation. In the presence of long conducting electrodes of a spark discharge, streamers move by microwave waves along the surface of the electrodes, forming a picture of periodically repeating plasma channels. Low-frequency spark discharge and microwave radiation in the gas flow can create a jet of plasma at atmospheric pressure. The increase in plasma current in streamers and the transport of streamers in the field of microwave radiation indicate an increase in the number of electrons in the plasma current and the effect of the magnetic field of microwaves on streamers.

Keywords: microwave radiation; plasma; streamer

© Александров В. А., Альес М. Ю., 2025

Плазма представляет собой частично или полностью ионизованный газ и ее можно рассматривать как сплошную среду и проводящую жидкость [1], на которую в магнитных полях действуют силы Ампера. На движении объемов газа с плазменным током в магнитном поле электродов с током основана работа электроразрядных и рельсовых ускорителей плазмы [2, 3]. Плазма может быть получена и без электродов в низковакуумной газовой среде под воздействием микроволнового СВЧ излучения, поток плазмы при этом создается за счет использования внешнего источника магнитного поля [4]. Микроволновая плазма, получаемая с использованием магнетронов с рабочей частотой 2.45 ГГц, находит применение в плазмохимических устройствах модификации поверхностей и получения тонких пленок [5, 6]. Известны устройства, содержащие магнетрон и волновод, создающие потоки атмосферной СВЧ плазмы [7], в которых ускорение плазмы возникает из-за градиента плотности или за счет увлечения плазмы воздушным потоком от компрессора [8, 9]. Применение плазмы в науке и технике подогревает интерес к разработкам конструктивно простых источников и ускорителей плазмы.

Целью настоящей работы является исследование возбуждения плазмы низкочастотным газовым разрядом в микроволновом поле СВЧ электромагнитного излучения.

В качестве источников СВЧ излучения использовались устройства, содержащие источник тока, магнетрон и металлический волновод с открытыми торцами полости, в которую встроены антенна магнетрона и четвертьволновой резонатор [10]. В излучателях применены источники питания микроволновых печей и магнетроны 2M219J с рабочей частотой 2.45 ГГц и мощностью 950 Вт. Волноводы излучателей изготавливались из листов латуни Л63 толщиной 0,8 мм и стали AISI 430 толщиной 0.5 мм с зеркальной поверхностью. Ширина полости волновода составляла 183 мм, высота полости на торце с резонатором равна 20 мм, высота на выходном торце – 15 мм. Изготовленные макеты устройства создают направленное излучение, регистрируемое на расстояниях до 2000 м. С использованием различных газоразрядных приборов было установлено их свечение вблизи и в полости волновода излучателей и возбуждение плазмы газа внутри низковакуумных колб ламп.

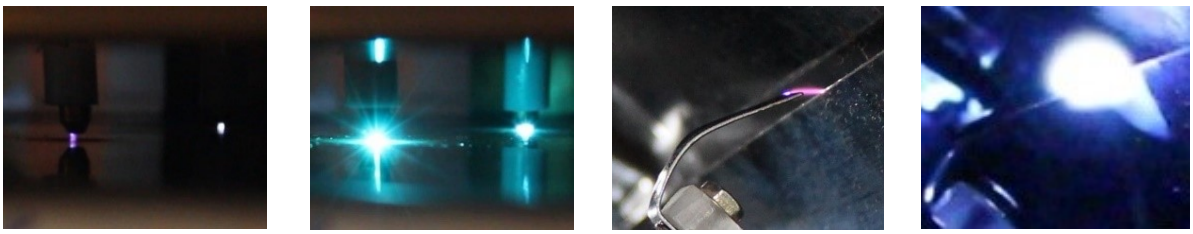
Для инициирования атмосферной плазмы в поле микроволнового излучения использовался низкочастотный искровой разряд, представляющий разновидность нестационарного газового разряда в зазоре между электродами в виде тонкого нитевидного плазменного канала – стримера. Устройство генератора низкочастотного искрового разряда включает источник постоянного тока, высоковольтный трансформатор, в качестве которого использовалась катушка зажигания от автомобиля, электроды, подключенные к высоковольтной обмотке трансформатора, мощный полевой транзистор, управляемый генератором прямоугольных импульсов. На первичную обмотку трансформатора электрический ток подавался через

полевой транзистор, частота импульсов искрового разряда совпадает с частотой прямоугольных импульсов, поступающих на затвор транзистора.



а) *б)*

Рис. 1. Низкочастотный импульсный разряд воздуха между электродами (а) и плазма в кварцевой трубке, установленной напротив торца волновода (б)



а) *б)* *в)* *г)*

Рис. 2. Искровые разряды (а) и СВЧ плазма (б) в полости латунного волновода, искровой разряд (в) и плазма (г) в полости стального волновода

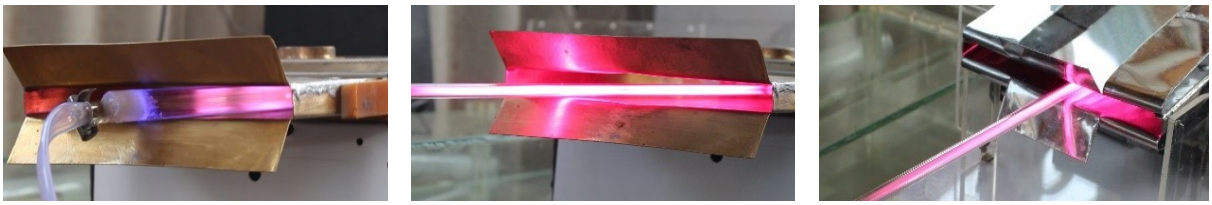
В экспериментах с возбуждением атмосферной микроволновой плазмы электроды искрового разряда размещались в кварцевой трубке, установленной вблизи торца полости волновода (рис. 1) и непосредственно в полости латунного и стального волноводов (рис. 2) излучателей. При наличии искрового разряда с частотой импульсов 100÷125 Гц между электродами в кварцевой трубке или в полости волновода в зазорах величиной 3÷4 мм между электродами генератора искрового разряда и внутренней поверхностью волновода после включения магнетрона зажигается атмосферная плазма, объем которой значительно превышает объем искрового разряда. Генерацию атмосферной плазмы в проведенных экспериментах можно объяснить микроволновой ионизацией молекул воздуха и увеличением количества электронов, создающих ток, ускорением электронов вблизи канала искрового разряда его высоким межэлектродным электрическим полем и инжекцией электронов в канал разряда. Зеленый цвет плазмы на рис. 2, *б* указывает на наличие в плазме ионов меди, извлеченных из поверхности волновода, изготовленного из латуни Л63. Увеличение объема плазменного образования возможно также вследствие явления скин-

эффекта, из-за которого тонкий токовый канал искрового разряда может расширяться в СВЧ переменном микроволновом поле.

Инициирование атмосферной плазмы искровым разрядом в СВЧ поле побудило интерес на исследование генерации плазмы микроволновым излучением и искровым разрядом в низковакуумной газовой среде. Экспериментальная установка включала СВЧ излучатель с волноводом, генератор низкочастотного искрового разряда, вакуумный насос, баллон с аргоном и редуктором, кварцевые и стеклянные трубки, соединенные к насосу и редуктору силиконовыми трубками. В микроволновом излучателе использован источник тока бытовой микроволновой печи и, в связи с этим, магнетрон включается через реле времени на заданный интервал времени и работает в импульсном режиме, частота импульсов генерации СВЧ колебаний магнетроном и импульсов микроволнового излучения составляет 50 Гц. Частота импульсов искрового разряда составляла 100 Гц.

В экспериментах трубки длиной до 50 см размещались напротив торца волновода излучателя или непосредственно в полости волновода. Внутри трубок были введены проволочные электроды из фехраля диаметром 0.6 мм. Вакуумный насос откачивал воздух из объема трубок до давления около 100 Па, затем в трубки подавался аргон.

Проведенными экспериментами установлено следующее. В трубках с низковакуумным аргоном, размещенных напротив торца и в полости волновода СВЧ излучателя, плазма зажигается после включения магнетрона без искрового разряда и существует до отключения магнетрона (рис. 3). Максимальная интенсивность излучения плазмы приходится на линию оси полости волновода.

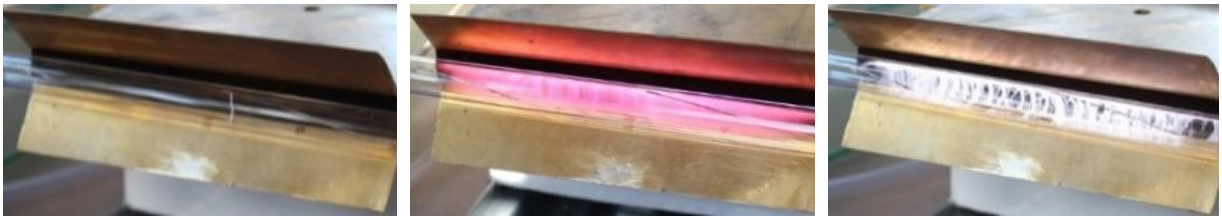


а) *б)* *в)*

Рис. 3. Микроволновая плазма в низковакуумном газе в кварцевой (а) и стеклянной (б) трубках, размещенных в полости латунного волновода излучателя и в стеклянной трубке (в) в полости стального волновода

Если же используется низкочастотный искровой разряд, в отсутствие микроволнового излучения между проволочными электродами создается стример – газовый разряд, наблюдаемый в виде светящейся нити толщиной менее 1 мм (рис. 4, *а*). После включения магнетрона СВЧ излучателя внутри трубок с аргоном возбуждается плазма, светящаяся оранжевым цветом (рис.4, *б*). При этом в плазме вместо одного стримера образуется множество стримеров – плазменных каналов, распределенных перпендикулярно вдоль поверхности проволочных электродов. Ярко выраженные стримеры

наблюдаются в воздушной плазме (рис. 4, *в*). Более интенсивное свечение стримеров по сравнению с плазмой в отсутствие искрового разряда, указывает на перераспределение тока в микроволновой плазме и увеличение его плотности в стримерах.



а) *б)* *в)*

Рис. 4. Стример (а) внутри трубки и стримеры в микроволновой аргоновой (б) и воздушной (в) плазме

В экспериментах с возбуждением микроволновой плазмы в трубках, размещенных в полости волновода излучателя вдоль оси волновода, обнаружилось, что металлические электроды и искровой разряд в трубках инициируют быстрое зажигание плазмы. В случае расположения зазора искрового разряда в конце трубки, после включения генератора искрового разряда и магнетрона излучателя наблюдается возбуждение плазмы со множеством стримеров, перемещающихся в направлении распространения волн в полости волновода и образующих картину периодически повторяющихся плазменных каналов. Кадры видеосъемки такого явления представлены на рис. 5.



а) *б)* *в)*

Рис. 5. Стримеры в трубке внутри полости волновода

Были также проведены эксперименты в возбуждеbнием атмосферной плазмы в потоке аргона в трубке с электродами искрового разряда в одном из концов трубки, расположенной напротив торца волновода СВЧ излучателя вдоль оси волновода. На рис. 6 показан результат взаимодействия потока газа с микроволновым излучением, направленным противоположно к потоку. Видно, что искровой разряд в поле СВЧ разветвляется и сильно вытягивается в направлении распространения микроволн, при этом из отверстия в заглушке на конце трубки исходит плазменная струя.

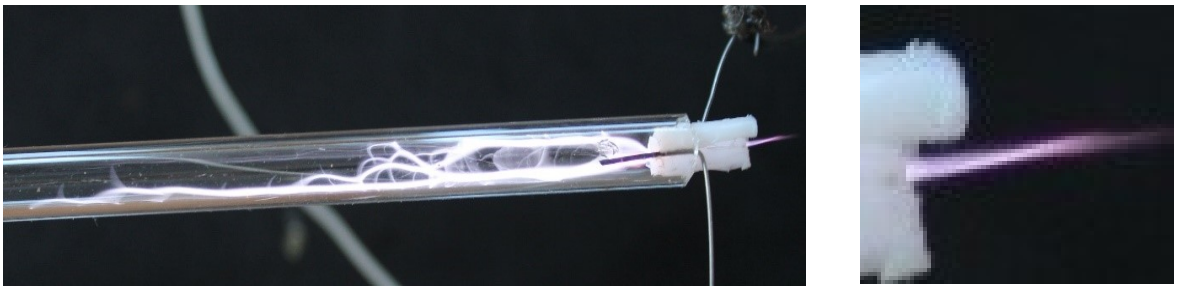
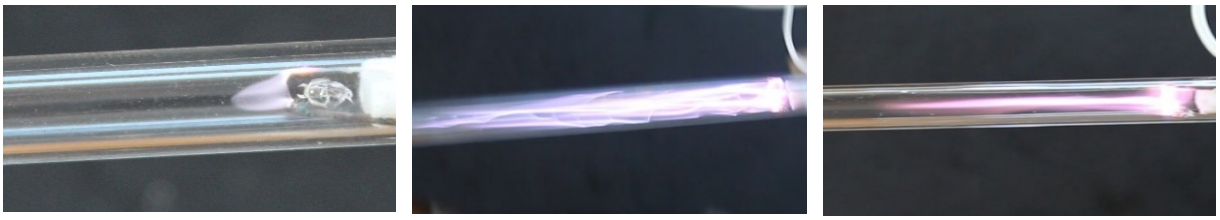


Рис. 6. Стримеры в трубке в поле микроволнового излучения и атмосферная плазменная струя напротив полости волновода излучателя при противоположных направлениях потока газа и излучения

Когда поток газа в трубке направлен от конца с электродами, искровой разряд вытягивается этим потоком в поперечном направлении (рис.7, *а*). В электромагнитном поле микроволнового излучения, сонаправленного с потоком газа, в трубке возбуждается плазма со множеством перемещающихся стримеров (рис. 7, *б*) и образуется плотная плазменная струя (рис. 7, *в*).



а) *б)* *в)*

Рис. 7. Стримеры в трубке в потоке газа (а), атмосферные стримеры (б) и струя плазмы (в) в микроволновом поле при одинаковых направлениях потока газа и излучения

Таким образом, низкочастотный газовый разряд инициирует быстрое возбуждение плазмы в электромагнитном поле микроволнового излучения с образованием множества периодически распределенных или разветвленных токовых каналов в плазме, перемещающихся в направлении распространения микроволн. Образование множества стримеров, их перемещение и разветвление в поле микроволнового излучения может быть вызвано магнитогидродинамическим эффектом в плазме – электромагнитным взаимодействием плазменных каналов с током с электромагнитным полем микроволнового излучения. Увеличение объема плазмы в низкочастотных газовых искровых разрядах в микроволновом электромагнитном поле указывает на увеличение количества электронов, создающих ток в этих разрядах. Полученные результаты в дальнейшем могут быть использованы для разработки импульсных источников и ускорителей плазмы. Мультистримерная плазма, получаемая низкочастотным искровым разрядом в поле микроволнового излучения, может найти применение в исследованиях плазменной аэродинамики.

Список литературы

1. *Жданов С.К., Курнаев В.А., Романовский М.К., Цветков И.В.* Основы физических процессов в плазме и плазменных установках, под ред. В.А. Курнаева. (М.: МИФИ, 2007). 368 с.
2. *Попов С.Д., Рутберг А.Ф., Сафронов А.А.* Особенности применения генераторов плазмы переменного тока при работе в составе плазменного реактора// Теплофизика высоких температур. 2007. Т. 45. № 1. С. 5–11.
3. *Горяинов В.Ю., Воронин А.В.* Об ограничении скорости движения плазмы в электродинамическом ускорителе // Физика плазмы. 2022. Т. 48. № 4, С. 300–305. DOI: 10.31857/S0367292122030052.
4. *Ташаев Ю.Н.* Исследование возможности СВЧ-генерации плазмы в модифицированном магнитоплазмодинамическом ускорителе // Прикладная физика. 2024. № 2. С. 79–90. DOI: 10.51368/1996-0948-2024-2-79-90.
5. *Кривобоков В.П.* Плазменные покрытия (методы и оборудование): учебное пособие / В.П. Кривобоков, Н.С. Сочугов, А.А. Соловьёв. – Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2008. – 104 с.
6. *Ребров А. К., Исупов М. В., Литвинцев А. Ю., Буров В. Ф.* Синтез алмазов из микроволновой плазмы с использованием сверхзвуковых потоков газа // Прикладная механика и техническая физика. 2018. Т. 59. № 5. С. 5–12. DOI: 10.15372/PMTF20180501.
7. *Антонов И.Н., Комаров В.В., Пименов А.Н.* Волноводный СВЧ-плазмотрон атмосферного давления с суммированием мощности в зоне формирования плазмы // Письма в ЖТФ. 2021. Т. 47. № 18. С. 36–39. DOI: 10.21883/PJTF.2021.18.51471.18801.
8. *Тихонов В.Н., Иванов И.А., Тихонов А.В.* Недорогие СВЧ-плазмотроны для науки и промышленности // Прикладная физика. 2018. № 4. С. 123–127.
9. *Ye D., Li J. and Tang J.* Jet propulsion by microwave air plasma in the atmosphere // AIP Advances. 2020. Vol. 10. P. 055002. DOI: 10.1063/5.0005814.
10. *Патент* 2813641 Российская Федерация, МПК H 01 J 7/06. Микроволновой СВЧ излучатель / Александров В. А.; заявитель и патентообладатель Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Удмуртский федеральный исследовательский центр Уральского отделения Российской академии наук. № 2023107582; заявл. 28.03.2023; опубл. 14.02.2024, Бюл. № 5. 20 с.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЛЮЕНТНОЙ ДЕСОРБЦИИ ПОВЕРХНОСТНО-АКТИВНЫХ ВЕЩЕСТВ

Т. А. Алябьева[a], Д. Ю. Ханукаева [b]
[a]НИЯУ МИФИ,
115409, Москва, Каширское шоссе, д. 31
[b]РГУ нефти и газа имени И. М. Губкина,
119991, Москва, пр-кт Ленинский, д.65, к.1

В данной работе моделируется элюентная десорбция - высвобождение поверхностно-активного вещества (ПАВ) из мезопористых наноконтейнеров в водную среду. Процесс описывается в рамках диффузионного подхода. Также развивается алгоритм вычисления обратного преобразования Лапласа.

Ключевые слова: десорбция; поверхностно-активное вещество; мезопористый наноконтейнер; прямое и обратное преобразование Лапласа

MODELING OF ELUENT DESORPTION OF SURFACTANTS

T. A. Alyabyeva[a], D. Y. Khanukaeva[b]
[a] National Research Nuclear University MEPhI
(Moscow Engineering Physics Institute),
31 Kashirskoe Shosse, 115409, Moscow
[b]Gubkin University,
65 Leninsky Ave., 119991, Moscow

In this paper, eluent desorption is modeled - the release of a surfactant from mesoporous nanocontainers into an aqueous medium. The process is described within the framework of the diffusion approach. An algorithm for calculating the inverse Laplace transform was developed.

Keywords: desorption; surfactant; mesoporous nanocontainer; direct and inverse Laplace transform

Одним из направлений развития современной фармакологии является инскапсулирование различных лекарственных препаратов в наноконтейнеры с целью их доставки в места назначения. Существует значительное количество экспериментальных работ, посвященных этим процессам. При этом наблюдается значительный дефицит математических моделей высвобождения препарата в окружающую среду. Целью данной работы является создание математической модели десорбции ПАВ из пористого наноконтейнера. Известно, что частицы ПАВ встроены в пористую матрицу капсулы, которая в дальнейшем помещалась в водную среду. В процессе эксперимента измерялось изменение концентрации ПАВ в окружающей капсулу среде [1]. Выявлено, что на скорость десорбции влияло набухание самой матрицы капсулы и ее растворимость, а процесс десорбции

© Алябьева Т. А., Ханукаева Д. Ю., 2025

определялся температурой, значением pH водной среды и концентрацией капсул в ней. Кроме того, может возникать разрушение пористой матрицы и переосаждение ее частиц и их соединений, что влияет на скорость процесса. В данной работе рассматриваются начальные стадии процесса десорбции без учета набухания капсулы, ее растворимости и переосаждения при неизменных концентрации капсул, pH и температуре окружающей среды.

Известно, что в процессе синтеза образуются сферические капсулы, содержащие ПАВ, насквозь пронизанные параллельно расположенными порами [1]. В развиваемой модели капсула представлялась совокупностью упорядоченно расположенных сферических гранул, которые окружают цилиндрические транспортные поры (Рис. 1).

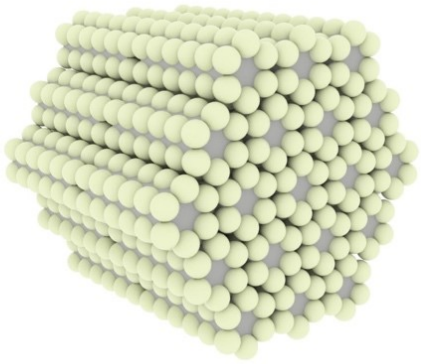


Рис. 1. Геометрическое представление фрагмента капсулы

Процесс десорбции ПАВ из пористой капсулы описывается в несколько этапов: 1) диффузия молекул десорбата внутри зерна сорбента в направлении транспортной поры; 2) высвобождение десорбата с поверхности пор сорбента; 3) диффузия по транспортным порам во внешнюю среду; 4) диффузия вещества во внешней среде. Стадия 4) учитывается в виде граничного условия.

Для описания процессов 1) - 3) вводятся следующие величины: концентрация ПАВ в твердой фазе – $a^*(x,r,t)$, в жидкой – $c(x,t)$, а $a(x,t)$ – концентрация ПАВ на поверхности транспортных пор. Считается, что молекулы ПАВ, подошедшие к разделу фаз, мгновенно переходят в жидкую фазу.

Процесс описывается следующими уравнениями:

Уравнение диффузии в транспортных порах капсулы:

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \frac{\partial a}{\partial t} = D_i \frac{\partial^2 c}{\partial x^2},\ 0 \le x \le R, \qquad (1)$$

где R – радиус капсулы, D_i – коэффициент диффузии ПАВ в жидкой среде.

В качестве начального распределения концентрации десорбата, т.е. ПАВ, используется $c|_{t=0} = 0$ и $a|_{t=0} = 0$, поскольку все ПАВ связано с пористой матрицей капсулы. Полагается, что на внешнем конце поры,

соответствующем поверхности капсулы, выполняется условие $c|_{x=R} = C(t)$, соответствующее быстрому отводу десорбата от поверхности капсулы во внешнюю среду. $C(t)$ – значение концентрации ПАВ во внешней среде, которое не задается, а определяется в ходе решения, оно же измеряется в ходе эксперимента [1]. Условие симметрии $\left.\frac{\partial c}{\partial x}\right|_{x=0} = 0$ выполняется в середине канала, совпадающей с центром капсулы.

Уравнение диффузии в сферических нанопористых гранулах имеет вид:

$$\frac{\partial a^*}{\partial t} = D_a\left(\frac{\partial^2 a^*}{\partial r^2} + \frac{2}{r}\frac{\partial a^*}{\partial r}\right),\ 0 \le r \le r_0, \qquad (2)$$

где r_0 – радиус гранулы, D_a – коэффициент диффузии ПАВ в твердой фазе. Заметим, что концентрация ПАВ в твердой фазе $a^*(x,r,t)$ зависит также от положения x рассматриваемой гранулы относительно транспортной поры.

Начальное распределение $a^*(x,r,0)$ считалось равномерным и связанным с исходным содержанием ПАВ в капсуле a_0. Если N – среднее число сферических гранул в единице объема капсулы, то их объемная плотность $\frac{4}{3}\pi r_0^3 N = 1-\varepsilon$, где ε – пористость капсулы. Пространство, заключенное между гранулами, относим к транспортным порам. Тогда начальное значение концентрации ПАВ внутри гранулы $a^*(r,0) = \frac{a_0}{1-\varepsilon}$. В ее центре выполняется условие симметрии $r^2\left.\frac{\partial a^*}{\partial r}\right|_{r=0} = 0$. Поверхности гранул являются одновременно и стенками транспортных пор. Поэтому поток десорбата через поверхность гранул дает изменение концентрации ПАВ на поверхности транспортной поры: $\frac{\partial a}{\partial t} = 4\pi r_0^2 N D_a \left.\frac{\partial a^*}{\partial r}\right|_{r=r_0}$.

Уравнение изотермы десорбции, которая связывает концентрации на поверхности пор и в твердой фазе имеет вид

$$a^*(x,r_0,t) = \Gamma c(x,t), \qquad (3)$$

где Г – экспериментально определяемая константа Генри.

Начально-краевая задача была решена с помощью преобразования Лапласа аналитически в области изображений. Для выполнения процедуры обращения был развит алгоритм, основанный на связи обратного преобразования Лапласа и быстрого преобразования Фурье [2]. При этом использовалась процедура улучшения сходимости рядов с помощью алгоритма Вина. Кроме того, были устранены недостатки исходного алгоритма без увеличения его сложности, которая осталась такой же, как и у быстрого преобразования Фурье, то есть O(N log N).

С использованием разработанного алгоритма были найдены зависимости всех искомых величин. Например, доля десорбированного ПАВ

во внешней дисперсии, как функция времени, представлена на Рис. 2. Полученные расчеты согласуются с показанными на Рис. 2 результатами эксперимента [1], где в качестве ПАВ был взят мирамистин, а мезопористым наноконтейнером выступал кремнезем.

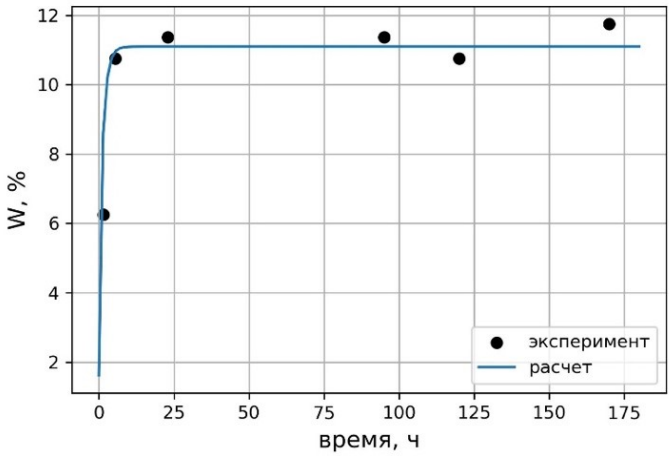


Рис. 2. Доля десорбированного ПАВ во внешней среде как функция времени

Итак, представлен метод, позволяющий описать процесс десорбции в рамках диффузионного подхода. Так же развит алгоритм быстрого обратного преобразования Лапласа.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-19-00520, https://rscf.ru/project/23-19-00520/.

Список литературы

1. *Dement'eva O.V., Rudoy V.M.* Sol–gel synthesis using drug micelles as a template // RSC Adv. 2016. 6. 36207.
2. *Brancik L.* Programs for fast numerical inversion of Laplace transforms in MATLAB language environment // In Proceedings of the 7th Conference MATLAB. Czech Republic Prague.1999. 99. P. 27–39.

ОБ ОДНОЙ ЗАДАЧЕ ИСПАРИТЕЛЬНОЙ КОНВЕКЦИИ

В. Б. Бекежанова, В. С. Кобычева
Институт Вычислительного Моделирования СО РАН,
660036, Красноярск, Академгородок, 50/44

Рассматривается задача о течении слабо испаряющейся жидкости, увлекаемой ламинарным потоком газа, в горизонтальном канале. В рамках сопряжённой постановки выполнен параметрический анализ. Рассмотрены различные масштабы времени и скорости, учитывающие доминирование вязких и инерционных сил и нестационарных эффектов. Для одной из конфигураций с помощью точного частично-инвариантного точного решения уравнений конвекции изучено влияние граничного теплового режима на характеристики течения в системе сред FC-72 – азот. Исследована устойчивость течений в случаях линейного нагрева и теплоизоляции верхней стенки канала. В обоих случаях установлен колебательный характер возникающей неустойчивости; при этом смена граничного теплового режима не приводит к изменению структуры наиболее опасных возмущений.

Ключевые слова: испарительная конвекция; параметрический анализ; устойчивость

ON A PROBLEM OF EVAPORATIVE CONVECTION

V. B. Bekezhanova, V. S. Kobycheva
Institute of Computational Modeling SB RAS,
50/44 Akademgorodok, 660036, Krasnoyarsk

The problem of weakly evaporating liquid flow driven by a laminar gas flow in a horizontal channel is considered. A parametric analysis is performed within a conjugate problem statement. Different time and velocity scales are examined that take into account the dominance of unsteady effects, viscous or inertial forces. For one configuration, the influence of the boundary thermal regime on the flow characteristics in the FC-72 – nitrogen system is studied with the help of an exact partially invariant exact solution of the convection equations. The stability of the flows in the cases of linear heating and thermal insulation of the upper wall of the channel is investigated. In both cases, an oscillatory nature of the arising instability is established; here, the change in the boundary thermal regime does not lead to a change in the structure of the most dangerous disturbances.

Keywords: evaporative convection; parametric analysis; stability

Рассматривается задача о нестационарных конвективных течениях в системе, состоящей из двух областей ω_j, $j = 1, 2$, разделенных гладкой деформируемой поверхностью Γ_t. Области ω_j заполнены жидкостью ($j = 1$) и смесью газа и пара ($j = 2$), которые считаются вязкими несжимаемыми несмешивающимися средами. Всюду ниже индекс j указывает на принадлежность j-ой среде. Межфазная поверхность Γ_t допускает перенос

© Бекежанова В. Б., Кобычева В. С., 2025

массы за счет испарения и/или конденсации. В рамках сопряженной постановки задачи испарительной конвекции на основе приближения Буссинеска [1] исследуются различные подходы к обезразмериванию, позволяющие выявить доминирующие механизмы и оценить влияние масштабов характерных скоростей и времен на формирование конвективных режимов, возникающих при доминировании вязкости, инерции или нестационарных эффектов. Проведён параметрический анализ определяющих уравнений и граничных соотношений. В зависимости от условий, в которых протекают изучаемые процессы тепломассопереноса, используются разные варианты оценки масштаба давления. В случае доминирования вязких сил его можно определить выражением: $p_* = \mu_1 u_*/h_*$, полагая в предельных случаях (в частности, в системах с тонким жидким слоем) выполнение следующих условий:

$$\mathrm{Re} = \frac{u_* h_*}{\nu_1} \ll \qquad \ll \qquad \ll .$$

Здесь μ, ν – динамическая и кинематическая вязкости жидкости, u_*, h_*, t_* – масштабы скорости, длины и времени, $\Delta\rho$ – разность плотностей ρ_j, $\mathrm{Re}, \mathrm{St}, \mathrm{Ga} = gh_*^3/\nu_1^2$ – числа Рейнольдса, Струхаля и Галилея соответственно, g – ускорение свободного падения. В случае доминирования инерционных членов и нестационарных эффектов имеем соответственно:

$$p_* = \rho_1 u_*^2, \quad \mathrm{Re} \gg \qquad \ll \qquad \ll$$

$$p_* = \frac{\rho_1 u_* h_*}{t_*}, \quad \mathrm{St} \gg \qquad \gg \qquad \ll$$

Выбор указанных масштабов корректен в условиях, когда вклад сил поверхностного натяжения и капиллярных эффектов становится сопоставимым или превосходящим вклад массовых сил.

Определены и классифицированы основные характерные скорости (вязкая $u_* = \nu_1/h_*$, тепловая $u_* = \chi_1/h_*$, капиллярная $u_* = \sqrt{\sigma_0/(\rho_1 h_*)}$, капиллярно-вязкая $u_* = \sigma_0/\mu_1$, термокапиллярная $u_* = \sigma_T T_*/\mu_1$, диффузионная $u_* = D/h_*$, скорость фазового перехода $u_*^L = k_1 T_*/L_1 h_* \rho_1$) и времена (вязкой $t_* = h_*^2/\nu_1$, тепловой $t_* = h_*^2/\chi_1$ и массовой диффузии $t_* = h_*^2/D$, капиллярного баланса $t_* = \mu_1 h_*/\sigma_0$, капиллярных колебаний $t_* = \sqrt{(\rho_1 h_*^3)/\sigma_0}$, термокапиллярной релаксации $t_* = \mu_1 h_*/(\sigma_T T_*)$ и фазового перехода $t_* = L\rho_1 h_*^2/(k_1 T_*)$), определяющие динамику системы. Здесь χ, D, k – коэффициенты температуропроводности, диффузии и

теплопроводности соответственно, σ_T – температурный коэффициент поверхностного натяжения, σ_0 – характерное значение поверхностного натяжения, L – скрытая теплота парообразования, T_* – характерный перепад температур. Рассмотренные масштабы непосредственно влияют на величину коэффициентов, входящих в уравнения и определяющих вклад различных физических механизмов.

Для трех типов рабочих жидкостей рассчитаны значения характерных скоростей и времен в системах различной геометрии (табл. 1, использовались значения физических параметров, представленные в [2]). Указанные величины получены при $T_* = 10$ градусов.

Табл. 1. Значения некоторых масштабов скоростей (м/с) и времен (с) при различных характерных масштабах h_*

	Этанол		FC-72		HFE-7100	
	$h_* = 10^{-2}$	$h_* = 10^{-3}$	$h_* = 10^{-2}$	$h_* = 10^{-3}$	$h_* = 10^{-2}$	$h_* = 10^{-3}$
$u_* = \nu_1 / h_*$	$0.15 \cdot 10^{-3}$	$0.15 \cdot 10^{-2}$	$0.47 \cdot 10^{-4}$	$0.47 \cdot 10^{-3}$	$0.38 \cdot 10^{-4}$	$0.38 \cdot 10^{-3}$
$u_* = \chi_1 / h_*$	$0.89 \cdot 10^{-5}$	$0.89 \cdot 10^{-4}$	$0.33 \cdot 10^{-5}$	$0.33 \cdot 10^{-4}$	$0.4 \cdot 10^{-5}$	$0.4 \cdot 10^{-4}$
$u_* = \sigma_T T_* / \mu_1$	0.6751		0.619		2	
$u_* = k_1 T_* / (L_1 h_* \rho_1)$	$0.25 \cdot 10^{-6}$	$0.25 \cdot 10^{-5}$	$0.35 \cdot 10^{-6}$	$0.35 \cdot 10^{-5}$	$0.33 \cdot 10^{-6}$	$0.33 \cdot 10^{-5}$
$t_* = h_*^2 / \nu_1$	66.67	0.667	212.8	2.128	263.2	2.632
$t_* = h_*^2 / \chi_1$	1124	11.24	3030	30.3	2500	25
$t_* = \mu_1 h_* / (\sigma_T T_*)$	0.015	$0.15 \cdot 10^{-2}$	$1.62 \cdot 10^{-2}$	$1.62 \cdot 10^{-3}$	$5 \cdot 10^{-3}$	$5 \cdot 10^{-4}$
$t_* = h_*^2 / D$	7.407	$7.41 \cdot 10^{-2}$	14.286	$14.29 \cdot 10^{-2}$	14.286	$14.29 \cdot 10^{-2}$

Проанализировано влияние масштаба f_* деформации поверхности Γ_t на скорость фазового перехода, масштаб которой определяется величиной u_*^L. Показано, что последний не зависит от выбора величины f_*. Безразмерная форма проекций динамического условия на нормальный и касательный векторы к Γ_t и балансовых соотношений для тепла и массы содержат безразмерный параметр $\tilde{f}$, характеризующий отношение масштаба деформации поверхности к ширине канала (последняя принимается в качестве масштаба длины h_*) в зависимости от относительной важности различных физических сил. Например в стационарных или квазистационарных условиях, при сопоставимом вкладе сил поверхностного натяжения и гравитации и использовании классического капиллярного масштаба $f_*^c = \sqrt{\sigma/(\rho_1 g)}$, имеем $\tilde{}$. Здесь $\mathrm{Bo} = \rho_1 g h_*^2 / \sigma_0$ – стационарное число Бонда, характеризующее соотношение между силами гравитации и поверхностного натяжения. В нестационарном случае, когда существенную роль играют поверхностные силы, связанные с наличием градиентов температуры и/или с влиянием вязкости, $\tilde{}$ $\overline{/\mathrm{Bd}}$; при этом масштаб деформации определяется как $f_*^T = \sigma_T \sqrt{T_* h_* / (\rho_1 g \beta_1 \mu_1 \chi_1)}$.

Здесь $\mathrm{Ma}_T = \sigma_T T_* h_* / \mu_1 \chi_1$ – тепловое число Марангони, параметр $\mathrm{Bd} = \rho_1 g \beta h_*^2 / \sigma_T$ – динамическое число Бонда, характеризующее относительную важность сил плавучести по сравнению с силами поверхностного натяжения [3], β – коэффициент теплового расширения.

Член, определяющий скачок давления при переходе через межфазную границу, входит в динамическое условие с коэффициентом, который естественным образом зависит от выбора масштаба давления p_* и принимает значения, совпадающие со значениями различных критериев подобия (капиллярное число $\mathrm{Ca} = \mu_1 u_* / \sigma_0$, число Вебера $\mathrm{We} = \rho_1 u_*^2 h_* / \sigma_0$), или их комбинаций ($\mathrm{WeSt}$). Анализ кинематического условия на границе раздела фаз показывает, что вклад нестационарных эффектов определяется параметром, обратно пропорциональным числу Струхаля. Выбор масштаба деформации поверхности определяет вид этой величины, вводя поправочные коэффициенты, содержащие числа Бонда и/или Марангони: при $f_* = f_*^c$ данный параметр равен $\mathrm{St}^{-1}\sqrt{\mathrm{Bo}}$, а при $f_* = f_*^T$ – $\mathrm{St}^{-1}\sqrt{\mathrm{Bd/Ma}_T}$.

Проведенный анализ безразмерных критериев подобия, рассчитанных на основе численных значений основных теплофизических характеристик этанола, FC-72 и HFE-7100, согласуется с приведенными выше значениями характерных времен и скоростей и подтверждает существенную зависимость соотношение различных сил и механизмов переноса от масштаба, типа жидкости и наличия термокапиллярного эффекта. В условиях малых масштабов доминируют капиллярные силы и термокапиллярные эффекты, а при больших масштабах – гравитационные и, в некоторых случаях, инерционные силы.

На примере системы сред FC-72 – азот в рамках двумерной постановки исследована устойчивость двухфазных течений в плоском горизонтальном канале. Для описания течений используется точное частично-инвариантное решение уравнений конвекции, позволяющее учесть формирование поверхностного градиента температуры за счёт прокачки газа с постоянным расходом R_g над слоем жидкости и влияние термодиффузионных эффектов, обусловленных присутствием испаряемого компонента в газовой фазе. Постановка сопряженной задачи, вид точного решения и формулировка задачи об устойчивости представлены в [4]. Изучено влияние граничного температурного режима на верхней стенке канала, рассмотрены случаи линейного нагрева с постоянным градиентом A и теплоизоляции стенки. Для системы с толщинами жидкого и газового слоев 3 и 5 мм, соответственно, и расходом $R_g = 8.33 \cdot 10^{-6}$ кг/(м·с) определены области неустойчивости в плоскости параметров (Ma,Gr); здесь $\mathrm{Ma} = \sigma_T A h_*^2 / \nu_2^2 \rho_2$ – число Марангони, $\mathrm{Gr} = g \beta_2 A h_*^4 / \nu_2^2$ – число Грасгофа. Установлено, что теплоизоляция верхней стенки приводит к незначительной дестабилизации течений в случае длинноволновых возмущений и оказывает стабилизирующее влияние при

коротковолновых возмущениях. При этом, даже при малых значениях числа Грасгофа существуют возмущения, которые приводят к потере устойчивости основного течения. Независимо от типа граничного условия для температуры в системе реализуется колебательная неустойчивость в форме ячеистой конвекции, которая сопровождается образованием типичных тепловых структур вблизи межфазной поверхности. Изменение граничного теплового режима не приводит к перестройке структуры наиболее опасных возмущений, но вызывает увеличение фазовой скорости, с которой возмущения распространяются в потоке жидкости. Развитие неустойчивости подобного вида в жидкости, испаряющейся под действием спутного ламинарного потока газа, подтверждается данными теплофизических экспериментов [5].

Работа поддержана Красноярским математическим центром, финансируемым Минобрнауки РФ в рамках мероприятий по созданию и развитию региональных НОМЦ, Соглашение 075-02-2025-1606.

Список литературы

1. *Bekezhanova V.B., Goncharova O.N.* Modeling of three dimensional thermocapillary flows with evaporation at the interface based on the solutions of a special type of the convection equations // Applied Mathematical Modelling. 2018. Vol. 47. P. 145–162.
2. *Bekezhanova V.B., Goncharova O.N.* Influence of the thermophysical properties of a liquid coolant on characteristics of the 3D flows with phase transition // Журн. СФУ. Сер. Матем. и физ. 2019. Т. 12. № 6. С. 655–662.
3. *Копбосынов Б.К.* Термокапиллярные движения в тонком слое жидкости и в газожидкостной смеси: дис. ... канд. физ.-мат. наук: 01.02.05. Новосибирск, 1986.
4. *Bekezhanova V.B., Goncharova O.N.* Application of a Partially Invariant Exact Solution of the Thermosolutal Convection Equations for Studying the Instability of an Evaporative Flow in a Channel Heated from Above // Symmetry. 2023. Vol. 15. Art. 1447.
5. *Kabov O.A., Zaitsev D.V., Cheverda V.V., Bar-Cohen A.* Evaporation and Flow dynamics of thin, shear-driven liquid films in microgap channels // Experimental Thermal and Fluid Science. 2011. Vol. 35. P. 825–831.

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕЧЕНИЯ ЖИДКОГО МЕТАЛЛА В Т-ОБРАЗНОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ЯЧЕЙКЕ

А. А. Бондаренко[a,b], И. В. Колесниченко[a,b]
[a]Институт механики сплошных сред УрО РАН, Пермь,
614013, Пермь, Академика Королева, 1
[b]Пермский национальный исследовательский
политехнический университет,
614990, Пермь, Комсомольский проспект, 29

В работе рассматривается Т-образная цилиндрическая ячейка, заполненная жидким металлом, находящимся в поле действия электромагнитных сил, создаваемых индукторами вращающего магнитным полем. Радиусы верхней и нижней частей ячейки отличаются в два раза, а высоты равны и в три раза больше нижнего радиуса. В осесимметричном приближении численно решается задача о взаимодействии вращающихся в противоположных направлениях потоков жидкости. На плоскости магнитных чисел Тейлора построены нейтральные кривые неустойчивостей Кельвина-Гельмгольца и Тейлора-Гертлера. С помощью вейвлет-анализа получены зависимости характерных частот неустойчивостей от силовых параметров задачи.

Ключевые слова: вращающееся магнитное поле, электромагнитная сила, вихри Тейлора-Гертлера

NUMERICAL SIMULATION OF COUNTER -ROTATING FLOWS OF LIQUID METAL IN T-SHAPED CYLINDRICAL CELL

A. A. Bondarenko[a,b], I. V. Kolesnichenko[a,b]
[a]Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS
1 Academician Korolev St., 614013, Perm
[b]Perm National Research Polytechnic University,
29 Komsomolsky prospect, 614990, Perm

The study considers a T-shaped cylindrical cell filled with liquid metal. Fluid is driven by the electromagnetic forces created by a rotating magnetic field inductors. The radii of the upper and lower parts of the cell differ in two times, and their heights are equal and three times greater than the lower radius. The problem of the interaction of fluid flows rotating in opposite directions is solved numerically in an axisymmetric approximation. The neutral curves of Kelvin-Helmholtz and Taylor-Görtler instabilities are presented on the magnetic Taylor numbers plane. The dependencies of the instability characteristic frequencies on the magnetic Taylor number of the problem are obtained using wavelet analysis.

Keywords: rotating magnetic field; electromagnetic force; Taylor-Görtler vortices

© Бондаренко А. А., Колесниченко И. В., 2025

Большинство реальных физических течений жидкости и газа являются вихревыми и, в частности, закрученными: потоки в океане, атмосферные циклоны, торнадо, тайфуны, конвективные потоки в мантии и ядре Земли, несущие ответственность за генерацию ее магнитного поля [1].

Важную роль подобные течения играют и в технологических процессах. В частности, одновихревое течение создает перепад давления в каналах центробежных насосах. В металлургической промышленности используются магнитогидродинамические (МГД) насосы и перемешиватели [2]. В таких устройствах интенсивные течения электропроводной среды создаются под действием бегущих и/или вращающихся магнитных полей. Перемешиватели применяются для улучшения свойств изготавливаемой продукции [3]. Неисследованными остаются вопросы о локальном перемешивании частей ячейки и изучение распространения области закрученного потока, так как во многих ситуациях на производстве существуют ограничения на области размещения перемешивателей вокруг тиглей с жидким металлом.

Движение жидкого металла под действием вращающихся магнитных полей широко исследовано в цилиндрических ячейках в ламинарных, переходных и турбулентных режимах течений. Квазитвердотельный профиль скорости внутри цилиндра переходит в тонкий пограничный слой у неподвижных стенок. Проявление турбулентности выражается появлениями пульсаций и неустойчивостей. Одна из таких неустойчивостей – вихри Тейлора-Гертлера – представляет собой вихревые валики, ориентированных вдоль потока, и возникающая вблизи вогнутых стенок [4]. Асимптотическая устойчивость таких структур в осесимметричной постановке с бесконечным по высоте цилиндром исследовалась в [5]. В ограниченных по высоте цилиндрах из-за аксиального градиента центробежной силы возникает эффект меридионального (полоидального) вторичного течения, называемого экмановской подкачкой [6]. У горизонтальных стенок образуются пограничные слои Бодевадта (Экмана). На начальной стадии формирования течения, когда скорость в системе растет, возникают инерционные волны [7]. Исследования показали, что как в осесимметричной [8], так и в трехмерной [9] постановках волновые осцилляции, вызванные данным эффектом, являются первичными по сравнению с вихрями Тейлора-Гертлера. Критическое значение появления неустойчивостей и осцилляций зависит от аспектного отношения ячейки [10]. При этом вихри Тейлора-Гертлера спирально переносятся полоидальным течением к горизонтальным стенкам цилиндров [11].

Менее исследованными являются противоположно направленные вращающиеся течения. При взаимодействии таких потоков на границе раздела возникает неустойчивость Кельвина-Гельмгольца [12], характеризующаяся ростом перпендикулярных к границе возмущений и появление характерных вихревых структур. Исследование течений в цилиндрических ячейках перемешивателей в режимах с развитой турбулентностью проводилось в [13], [14]. Однако анализа процесса

формирования неустойчивостей и их частотных характеристик не проводилось, чему и будет посвящена данная работа.

Рассмотрим два коаксиальных расположенных цилиндра, заполненных эвтектическим сплавом *GaSnZn*, характеристики которого соответствуют [15]. Радиус нижнего цилиндра $R_1 = 50$ мм, радиус верхнего —$R_2 = 100$ мм, а высоты обоих частей ячейки равны 150 мм. Вокруг верхней и нижней частей ячейки расположены индукторы вращающегося магнитного поля, создающие азимутальную электромагнитную силу. Вследствие малости магнитного числа Рейнольдса и Гартмана в рассматриваемой задаче взаимодействием магнитного поля и потока электропроводной жидкости можно пренебречь.

Изотермическое течение жидкого металла описывается законами сохранения импульса (уравнение Навье-Стокса) и массы (условие несжимаемости)

$$\frac{\partial \boldsymbol{V}}{\partial t} + \boldsymbol{V} \cdot \nabla \boldsymbol{V} = -\frac{1}{\rho}\nabla p + \nu \nabla^2 \boldsymbol{V} + \boldsymbol{f}\boldsymbol{\xi}(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{z})\boldsymbol{e}_{\boldsymbol{\varphi}}, \qquad (1)$$

где $\boldsymbol{V}$ — вектор скорости, ρ — плотность, p — давление, ν — кинематическая вязкость, f — амплитуда плотности электромагнитной силы, $\xi(r, z)$ — нормализованная функция формы, соответствующая профилю электромагнитной силы. Управляющими параметрами задачи являются аналоги магнитного числа Тейлора для нижней и верхней частей ячейки $Ta_i = f_i R_i^3 / \rho\nu^2$.

Решение задачи проводилось методом конечных объемов в пакете *OpenFOAM-10* [16]. Использовался решатель *pimpleFoam*. Решение осуществляется на блочно-структурированной сетке со сгущением в областях твердых стенок. Характерный размер ячейки составлял 0.5 мм, что признано достаточным для сходимости решения.

Исследована стадия формирования неустойчивостей. Построены нейтральные кривые появления неустойчивостей Кельвина-Гельмгольца и Тейлора-Гертлера в пространстве чисел Тейлора. При помощи вейвлет-анализа получены зависимости частот вихрей Тейлора-Гертлера от силовых параметров.

Исследование выполнено в рамках государственного задания, регистрационный номер темы 124012300246-9.

Список литературы

1. *Соколов Д.Д., Степанов Р.А., Фрик П.Г.* Динамо: на пути от астрофизических моделей к лабораторному эксперименту. // Усп. физ. наук. 2014. Т. 184. № 3. С. 313-335
2. *Dold P., Benz K.W.* Rotating magnetic fields: Fluid flow and crystal growth applications. // Progress in Crystal Growth and Characterization of Materials. 1999. Vol. 38. P. 39–58.

3. *Denisov S., Dolgikh V., Khripchenko S., Nikulin I.* The effect of traveling and rotating magnetic fields on the structure of aluminum alloy during its crystallization in a cylindrical crucible // Magnetohydrodynamics. 2014. Vol. 50 (4). P. 407-422.
4. *Saric W. S.* Görtler vortices // Annu. Rev. Fluid Mesh. 1994. Vol. 26. P. 379–409.
5. *Richardson A.T.* On the stability of a magnetically driven rotating fluid flow. // J. Fluid Mech. 1974. Vol. 63. pp. 593-605.
6. *Davidson P., Kinnear D., Lingwood R., Short D., He X.* The role of Ekman pumping and the dominance of swirl in confined flows driven by Lorentz forces. // European Journal of Mechanics - B/Fluids. 1999. Vol. 18. (4). P. 693–711.
7. *Гриспен Х.* Теория вращающихся жидкостей. Л: Гидрометеоиздат, 1975, 304 с.
8. *Grants I. Gerbeth G.* Stability of axially symmetric flow driven by a rotating magnetic field in a cylindrical cavity. // J. Fluid Mech. 2001. Vol. 431. pp 407-426.
9. *Grants I. Gerbeth G.* Linear three-dimensional instability of a magnetically driven rotating flow. // J. Fluid Mech. 2002. Vol. 463. P. 229-239.
10. *Nikrityuk P.* Spin-up of a liquid metal flow driven by a rotating magnetic field in a finite cylinder: A numerical and an analytical study. // Phys. Fluids. 2005. P. 067101.
11. *Vogt T., Grants I., Räbiger D., Eckert S., Gerbeth G.* On the formation of Taylor–Görtler vortices in RMF-driven spin-up flows. // Experiments in Fluids. 2012. Vol. 52. P. 1–10.
12. *Gerwin R.* Stability of the Interface between Two Fluids in Relative Motion. // Rev. Mod. Phys. 1968. Vol. 40. pp. 652-658
13. *Озерных В. С., Лосев Г. Л., Гольбрайх Е., Колесниченко И. В*. Начальная стадия формирования вихревого течения в индукторе с вращающимися встречно магнитными полями. // Вычислительная механика сплошных сред. 2023. Т. 16. № 4. С. 493-503.
14. *Kolesnichenko I., Okatev R.* Equalisation the toroidal and poloidal kinetic energies of liquid metal stirring flow. // Eur. Phys. J. Plus. 2024. Vol. 139. P. 846.
15. *Dobosz A., Plevachuk Y., Sklyarchuk V., Sokoliuk B., Gancarz T.* Thermophysical properties of the liquid Ga–Sn–Zn eutectic alloy // Fluid Phase Equilibria. 2018. Vol. 465. P. 1–9.
16. *Greenshields C., Weller H.* Notes on Computational Fluid Dynamics: General Principles. — Reading, UK: CFD Direct Ltd, 2022.

ПРОНИЦАЕМОСТЬ СИНТЕТИЧЕСКИХ ПОРИСТЫХ СРЕД

Д. А. Брацун, Н. В. Еленская, Р. Р. Сираев, М. А. Ташкинов
Пермский национальный исследовательский политехнический университет,
614990, Пермь, Комсомольский проспект, 29

В работе исследуется гидродинамическая проницаемость искусственных пористых материалов нового поколения, используемых в качестве скаффолдов для выращивания клеток в перфузионном биореакторе. Мы рассматриваем две популярные конструкции твердой матрицы на основе трижды периодических минимальных поверхностей, поверхности Шварца P (примитивная) и D (алмазная), которые позволяют создавать материалы с контролируемыми градиентами пористости. Последнее свойство имеет решающее значение для регулирования поля сдвиговых напряжений в порах скаффолда, что позволяет контролировать интенсивность роста клеток. Проницаемость функционально-градиентных материалов изучается в рамках как микроскопического подхода, основанного на уравнении Навье-Стокса, так и усредненного описания фильтрации жидкости через пористую среду на основе уравнений Дарси или Форцгеймера. Вычисляются коэффициенты проницаемости для обоих типов твердых матриц, образованных поверхностями Шварца, изучаются их свойства относительно прямого и обратного потоков и определяются диапазоны чисел Рейнольдса, для которых применимо описание Дарси или Форцгеймера.

Ключевые слова: искусственные пористые среды; модели фильтрации; функционально-градиентные материалы

PERMEABILITY OF SYNTHETIC POROUS MEDIA

D. A. Bratsun, N. V. Elenskaya, R. R. Siraev, M. A. Tashkinov
Perm National Research Polytechnic University,
29 Komsomolsky prospekt, 614990, Perm

In this work, we numerically study the hydrodynamic permeability of new-generation artificial porous materials used as scaffolds for cell growth in a perfusion bioreactor. We consider two popular solid matrix designs based on triply periodic minimal surfaces, the Schwarz P (primitive) and D (diamond) surfaces, which enable the creation of materials with controlled porosity gradients. The latter property is crucial for regulating the shear stress field in the pores of the scaffold, which makes it possible to control the intensity of cell growth. The permeability of functionally graded materials is studied within the framework of both a microscopic approach based on the Navier-Stokes equation and an averaged description of the liquid filtration through a porous medium based on the equations of the Darcy or Forchheimer models. We calculate the permeability coefficients for both types of solid matrices formed by Schwarz surfaces, study their properties concerning forward and reverse fluid flows, and determine the ranges of Reynolds number for which the description within the Darcy or Forchheimer model is applicable.

Keywords: artificial porous media; filtration models; functionally graded materials

© Брацун Д.А., Еленская Н.В., Сираев Р.Р., Ташкинов М.А., 2025

Активное развитие технологий 3D-печати открывает широкие возможности по созданию персонифицированных конструкций в области ортопедической хирургии [1]. Инженерия костной ткани на основе высокопористых скаффолдов делает возможным лечение больших костных дефектов при помощи имплантации. Чтобы внедрение имплантата прошло успешно, необходимо чтобы он имитировал разнородность естественной кости как морфологически (за счет изменения пористости), так и механически (засчет изменения механических свойств). К числу функций, которые должен выполнять скаффолд в биологической среде, относятся механическая поддержка клеток, обеспечивающая их пролиферацию и дифференцировку; контроль структуры и биологической активности сформированной ткани. Таким образом, структура, замещающая поврежденную костную ткань, должна иметь распределенные, взаимосвязанные поры и обладать достаточно высокой пористостью, чтобы обеспечить проникновение клеток, врастание сосудов, диффузию питательных веществ и выведение отработанных продуктов. Это накладывает существенные ограничения на геометрию проектируемого имплантата: как показывает практика, однородная ячеистая структура в силу однообразия структурных параметров типа пористости и размера пор демонстрирует неравномерность биомеханических свойств [2]. Костная ткань, неоднородна как по своей структуре, так и по биомеханическим характеристикам, отсюда следует, что идеальный скаффолд должен сочетать в себе оптимальным образом достаточную пористость и прочность, а также на отдельных участках выдерживать повышенные механические нагрузки. Например, для замещения поврежденной трабекулярной костной ткани требуются скаффолды с высокой пористостью (около 0.5-0.8), а для замещения кортикальной ткани – с низкой пористостью (0.1-0.3) [3].

Скаффолды, изготовленные по технологии 3D-печати, обычно изготавливаются с периодической структурой, однако, для удовлетворения предъявляемым к имплантату требованиям перспективны разработка и исследование функционально-градиентных пористых структур [4]. При проектировании функционально-градиентных скаффолдов одним из наиболее часто применяемых приёмов являются конструкция ячейки на основе трижды периодических минимальных поверхностей (TPMS) [5]. Данный класс поверхностей определяется как бесконечные поверхности, периодические по трем взаимо-перпендикулярным направлениям. Преимущество использования этих поверхностей при проектировании имплантатов заключается, в том, что геометрия скаффолдов на основе ТПМП задаётся аналитическим выражением, записанным в явном виде. Морфологией такого рода конструкции легко управлять, настраивая коэффициенты модели, что позволяет достигать оптимального соотношения между пористостью и жесткостью, что, в свою очередь, способствует различной скорости деления клеток [6]. Также структуры на основе ТПМП демонстрируют большую площадь удельной поверхности, что важно для

прикрепления и пролиферации клеток, а также более высокую проницаемость в сравнении с аналогичными скаффолдами. Помимо этого, к преимуществам можно отнести связность пор и превосходные механические свойства. При прогнозировании поведения клеток в скаффолдах после внедрения решающую роль играет проницаемость структуры, которой, в свою очередь, можно управлять при помощи функционального градиента. Биологическая эффективность решетчатых структур напрямую зависит от внутренней архитектуры пор, а значит, анализ проницаемости жидкости позволяет предсказать будущую биологическую активность клеток ещё на этапе проектирования решетчатой структуры. Управление внутренней структурой пор с помощью функционального градиента локально изменяет проницаемость структуры, что, в свою очередь, непосредственно влияет на скорость фильтрации [7], а значит меняет скорость протекания химических и биологических реакций. Таким образом, актуальна задача гидродинамического исследования проницаемости искусственных пористых сред нового поколения, разрабатываемых в интересах тканевой инженерии.

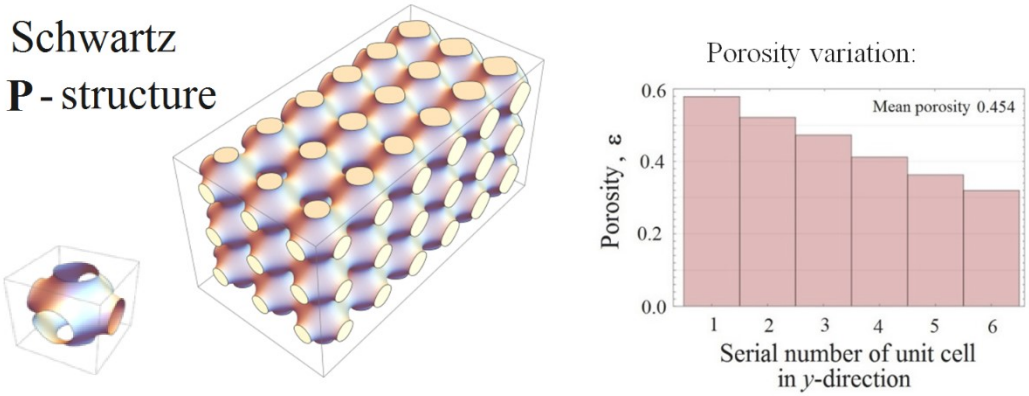


Рис. 1. Пример функционально-градиентной твердой матрицы, задаваемой трижды периодической минимальной поверхностью P-структурой Шварца. Показаны: один элемент твердой матрицы (слева), общий вид матрицы (в центре), вариация пористости вдоль одного из пространственных направлений (справа)

В работе рассмотрено несколько характерных матриц пористой среды, задаваемых техникой TPMS. На рис. 1 приведен один пример такой функционально-градиентной матрицы – P-структура Шварца [8]. С одной стороны аналитическое задание матрицы позволяет упростить процесс 3D печати подобных структур, а с другой – открывает новые возможности по численному моделированию гидродинамических свойств матриц при их насыщении жидкостью. В частности, появляется возможность проанализировать течение жидкости в масштабе пор, а затем сравнить полученные результаты с результатами осреднённой теории пористых сред.

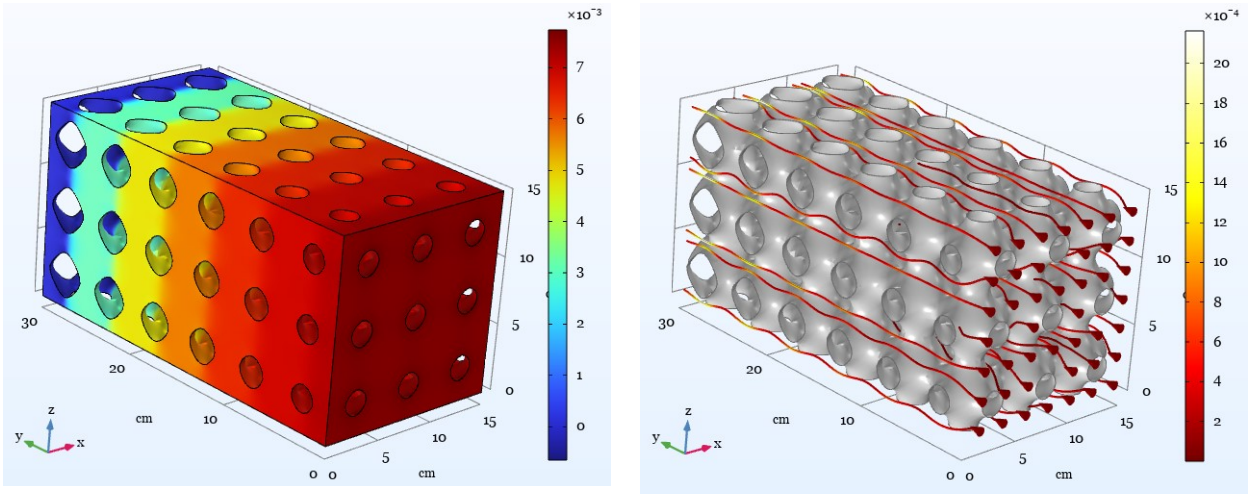


Рис. 2. Результаты решения задачи в рамках микроскопического подхода: поле давления (слева) и линии тока (справа) для жидкости, просачивающейся через твердую матрицу, образованной P-структурой Шварца (см. рис. 1), при заданной скорости входного потока $v_{in} = 10^{-4}$ м/с

Был рассмотрен *репрезентативный элементарный объем* в виде параллелепипеда размером 15×30×15 см. Система декартовых координат введена так, как это показано на рисунке. Для определенности предполагалось, что размеры пор меняются только вдоль одной оси, но остаются фиксированными вдоль двух других (рис. 1). Таким образом, показанная на рисунке ячейка может быть использована для построения более крупных систем путем тиражирования. Далее рассматривалась задача о численном моделировании потока несжимаемой жидкости через пористую матрицу. Анализ поля течения в масштабе пор является трудоёмкой задачей, но взамен такой подход обеспечивает определенную универсальность: результаты могут быть получены для пористых сред самой различной структуры в широком диапазоне числа Рейнольдса. Кроме того, микроскопическое описание позволяет определить пределы применимости закона Дарси и других подобных моделей усредненного описания, а также определить характеристики такого описания, такие как коэффициенты пористости и проницаемости, которые необходимо знать заранее при использовании макроскопического подхода.

Численное моделирование производилось с помощью пакета Comsol Multiphysics. Твердая матрица, задаваемая TPMS, генерировалась в пакете Maple и затем импортировалась в гидродинамический пакет. Рисунок 2 показывает результаты численного моделирования течения жидкости в рамках микроскопического подхода. Введем в рассмотрение следующий безразмерный параметр:

$$f_K = \frac{\sqrt{K}}{\rho u^2}|\nabla p|, \qquad (1)$$

где K – коэффициент проницаемость среды, u – скорость фильтрации, p – давление, ρ – плостность жидксоти. Для модели Дарси справедливо соотношение $f_K = \mathrm{Re}_K$, а в случае приближения течения к модели Форцгеймера f_K стремится к асимптотическому значению, равному коэффициенту Форцгеймера. Рисунок 3 показывает график зависимости параметра f_K от числа Рейнольдса

$$\mathrm{Re}_K = \frac{u\sqrt{K}}{\nu}, \tag{2}$$

где ν – коэффициент кинематической вязкости жидкости.

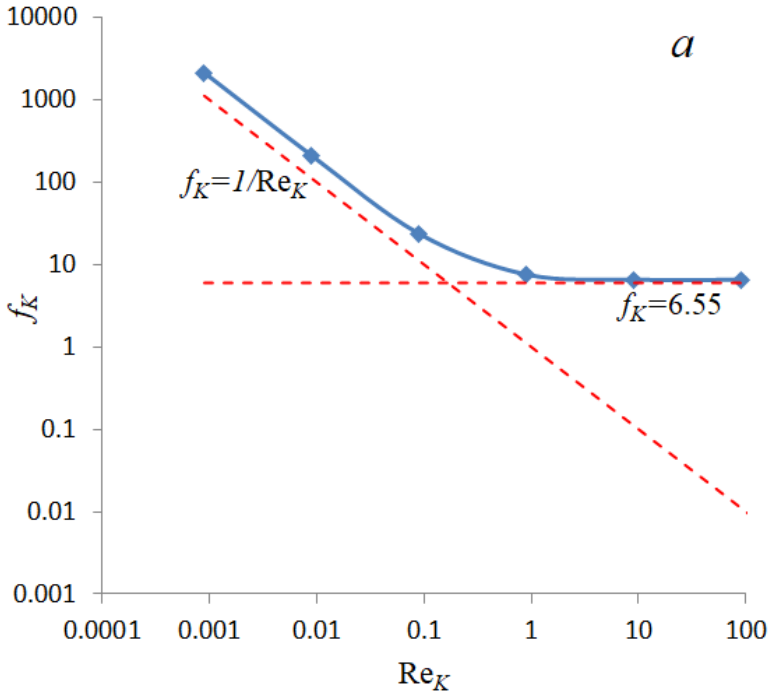


Рис. 3. Переход от течения в режиме Дарси к режиму Форцгеймера для пористой матрицы, образованной P-структурой Шварца (см. рис. 1), в рамках микроскопчиеского описания течения в порах

Из графика на рис. 3 видно, что течение удовлетворяет модели Дарси на скоростях $\mathrm{Re}_K < 0.09$ ($v_{in} < 10^{-4}$ м/с), в то время как переход к модели Форцгеймера заканчивается при $\mathrm{Re}_K \sim 1$ ($v_{in} \sim 10^{-3}$ м/с). Обращает внимание большое значение коэффициента Форцгеймера ($f_K \approx 6.55$), которое получается в результате асимптотики выражения (1). Для естественных пористых сред значение этого параметра, как правило, не превосходит 1. Данный факт объясняется исскуственной природой рассматриваемых пористых сред и, в частности, наличием крупных пор в матрице. В естественных пористых средах размеры пор, как правило, существенно меньше. Тем не менее, рис. 3 показывает уверенный выход кривой на асимптотику течения Форцгеймера, что доказывает применимость к данным пористым средам макроскопического описания в рамках теории Форцгемера пусть и с несколько нестандартным значением коэффициента.

Из этого примера хорошо видно, что решение вопроса о применимости модели Дарси или Форцгеймера должен решаться строго индивидуально для пористых сред различной внутренней структуры. Кроме того, решение существенно зависит от скорости течения жидкости в порах. Кроме того, было показано, что этот вопрос успешно может быть решен в рамках микроскопического описания.

Работа выполнена при поддержке гранта РНФ № 25-11-00338.

Список литературы

1. *Babilotte J. et al.* 3D printed polymer–mineral composite biomaterials for bone tissue engineering: Fabrication and characterization // J. Biomed. Mater. Res. Part B Appl. Biomater. 2019. Vol. 107 (8). P. 2579–2595.
2. *Gibson L.J.* Cellular Solids // MRS Bull. 2003. Vol. 28. (4). P. 270–274.
3. *Kanwar S., Vijayavenkataraman S.* Design of 3D printed scaffolds for bone tissue engineering: A review // Bioprinting. Elsevier B.V. 2021. Vol. 24. Art. e00167.
4. *Elenskaya N., Tashkinov M.* Numerical simulation of deformation behavior of additively manufactured polymer lattice structures with a porosity gradient // Procedia Struct. Integr. 2022. Vol. 37. P. 692–697.
5. *Shi J. et al.* A TPMS-based method for modeling porous scaffolds for bionic bone tissue engineering // Sci. Rep. Springer US. 2018. Vol. 8 (1). P. 7395.
6. *Krasnyakov I., Bratsun D.* Cell-Based Modeling of Tissue Developing in the Scaffold Pores of Varying Cross-Sections // Biomimetics. 2023. Vol. 8. Art. 562.
7. *Bratsun D., Siraev R.* Controlling mass transfer in a continuous-flow microreactor with a variable wall relief // Int. Commun. Heat Mass Transf. 2020. Vol. 113. Art. 104522.
8. *Bratsun D., Elenskaya N., Siraev R., Tashkinov M.* Numerical Analysis of Permeability of Functionally Graded Scaffolds // Fluid Dynamics & Materials Processing. 2024. Vol. 20 (7). P. 1463–1479.

ВЛИЯНИЕ ЛОКАЛЬНОГО ПЕРИОДИЧЕСКОГО ТЕПЛОВОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ НА КОНВЕКЦИЮ РЕЛЕЯ-БЕНАРА

А. Ю. Васильев, А. Н. Сухановский
Институт механики сплошных сред УрО РАН,
614013, Пермь, Академика Королева, 1

Численно исследуется динамика крупномасштабной циркуляции в двумерной конвекции Релея-Бенара с постоянным тепловым потоком на горизонтальных границах и локализованным, периодическим по времени нагревом на вертикальной границе. Основное внимание уделяется роли расположения источника тепла и интенсивности нагрева. Обнаружено, что даже малый впрыск тепла через вертикальную стенку приводит к преимущественному направлению вращения циркуляции. Наибольшее влияние на характеристики и динамику крупномасштабной циркуляции оказывает воздействие вблизи верхней границы.

Ключевые слова: турбулентная конвекция; крупномасштабный поток; редкие события

INFLUENCE OF LOCAL PERIOD HEAT FORCING ON RAYLEIGH-BENARD CONVECTION

A. Yu. Vasiliev, A. N. Sukhanovskii
Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS,
1 Academician Korolev St., 614013, Perm

The dynamics of large-scale circulation in two-dimensional Rayleigh-Benard convection with constant heat flux at horizontal boundaries and localized time-periodic heating at the vertical boundary is studied numerically. The main focus is on the role of heating location and intensity. It is found that even a small heat injection through a vertical wall leads to a preferential direction of circulation rotation. The strongest impact on the large-scale circulation characteristics and dynamics is provided by the forcing near the top boundary.

Keywords: turbulent convection; large-scale circulation; rare events

Турбулентная тепловая конвекция Релея-Бенара является простой системой для проверки различных гипотез и выявления основных механизмов, ответственных за формирование и развитие тепловой конвекции в различных природных и технических системах [1]. Особенностью турбулентной конвекции в замкнутой полости является формирование крупномасштабной циркуляции (КМЦ) в результате пространственной организации тепловых термиков. Важность изучения динамики КМЦ обусловлена тем, что её инверсии обеспечивают заметные низкочастотные колебания температуры, приводящие к термоциклическим нагрузкам в промышленных системах и повреждению их конструктивных элементов [21]. Недавние исследования показали, что относительно слабое воздействие двух

© Васильев А.Ю., Сухановский А.Н., 2025

или четырех источников с постоянными температурами может влиять на инверсии КМЦ в двумерной конвекции Релея-Бенара [22,23]. Конвективные течения в природе и в технологических устройствах обусловлены тепловыми граничными условиями второго рода, т.е. постоянным тепловым потоком, а не постоянной температурой. Это побудило нас исследовать динамику КМЦ с постоянным тепловым потоком на горизонтальных границах и малым источником тепла на вертикальной стенке с периодическим во времени тепловым потоком.

Прямое численное моделирование тепловой конвекции было выполнено в квадратной полости с периодическими тепловыми воздействиями на боковой стенке. На рис.1 представлена схема вычислительной области. Относительный размер источника тепла составляет $A=h/H=0.12$, а расположение характеризуется координатой y_c, описывающей положение центра нагревателя.

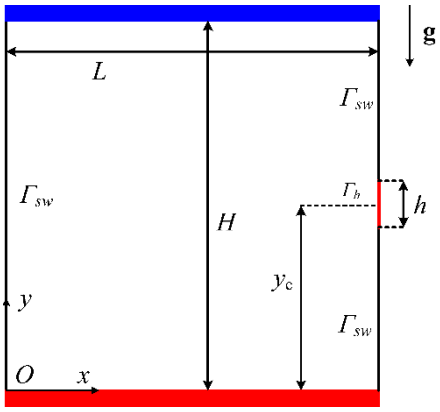


Рис. 1. Схема вычислительной области

Безразмерная система уравнений, описывающая конвективное движение ньютоновской несжимаемой жидкости в приближении Буссинеска имеет следующий вид:

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0,$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} = -\nabla p + \sqrt{\frac{\mathrm{Pr}}{\mathrm{Ra}_F}} \nabla^2 \mathbf{u} + \theta \mathbf{e}_y, \qquad (1)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \theta = \sqrt{\frac{1}{\mathrm{Ra}_F \, \mathrm{Pr}}} \nabla \theta,$$

где $\mathbf{u} = \left(u_x, u_y\right)$ – вектор скорость, θ – температура, p – давление, $\mathbf{e}_y$ – единичный вектор в направлении оси y, Ra_F – потоковое число Релея и Pr – число Прандтля. В качестве единиц измерения для обезразмеривания системы уравнений (1) были выбраны: высота полости H; скорость $u_f = \sqrt{g\beta\xi H^2}$, время $t_f = H/u_f$; температура ξH. Здесь ξ – заданный градиент температуры на нижней границе. Для скорости использовалось

условие прилипания на всех границах $\mathbf{u}=0$. Для температуры использовались следующие граничные условия:

$$\left.\frac{\partial\theta}{\partial n}\right|_{\Gamma_{sw}}=0,\ \left.\frac{\partial\theta}{\partial n}\right|_{\Gamma_h}=\varepsilon A^{-1}\left(1+\sin\left(\frac{2\pi}{T_0}t\right)\right)$$
$$\left.\frac{\partial\theta}{\partial y}\right|_{y=0}=1,\ \left.\frac{\partial\theta}{\partial y}\right|_{y=1}=-(1+\varepsilon), \tag{2}$$

где параметр ε характеризует уровень подвода тепла по отношению к ξ и T_0 – период колебаний теплового потока. Все вычисления были выполнены на однородной сетке размером 200×200 узлов при фиксированном числе Прандтля $\mathrm{Pr}=\nu/\chi=6.12$ и фиксированном потоковом числе Релея $\mathrm{Ra}_F=g\beta\xi H^4/\nu\chi=10^8$. Расчеты проводились для трех положений источника тепла: $y_c=1/4$, $y_c=1/2$ и $y_c=3/4$. Параметр ε варьировался от 0 до 15%, где $\varepsilon=0\%$ соответствует случаю отсутствия подвода тепла и рассматривается как эталонный случай (RBC). Период колебаний теплового потока был фиксированным и совпадал со временем оборота крупномасштабного вихря эталонного случая, равным 137 единицам времени свободного падения (65 с).

Крупномасштабное течение в тепловой конвекции можно представить, как суперпозицию крупномасштабных вихревых структур. Для идентификации крупномасштабных вихревых структур обычно используются два подхода: собственное ортогональное разложение (POD) и Фурье разложение. С точки зрения вычислительных ресурсов разложение на фурье моды менее затратное, чем POD и доказало свою эффективность при изучении динамики и структуры крупномасштабной циркуляции. Мгновенные поля u_x, u_y раскладываются на фурье моды:

$$u_x(x,y,t)=2\sum_{\mathbf{k}}A^x_{n,m}(t)\sin(k_x x)\cos(k_y y),$$
$$u_y(x,y,t)=2\sum_{\mathbf{k}}A^y_{n,m}(t)\cos(k_x x)\sin(k_y y), \tag{3}$$

где $\boldsymbol{k}=(k_x,k_y)$, $k_x=\pi n$, $k_y=\pi m$ и $n,m\in\{1,4\}$. В данной работе анализируется мода (1,1) поскольку она доминирует в течении и на её долю приходит около 40% полной кинетической энергии. Доминирующая мода определяет КМЦ, а вариация амплитуды $A^y_{1,1}$ характеризует её динамику. На рис.2 представлены временные ряды $A^y_{1,1}$ при локальном воздействии различной интенсивности. Заметные эффекты, такие как доминирование,

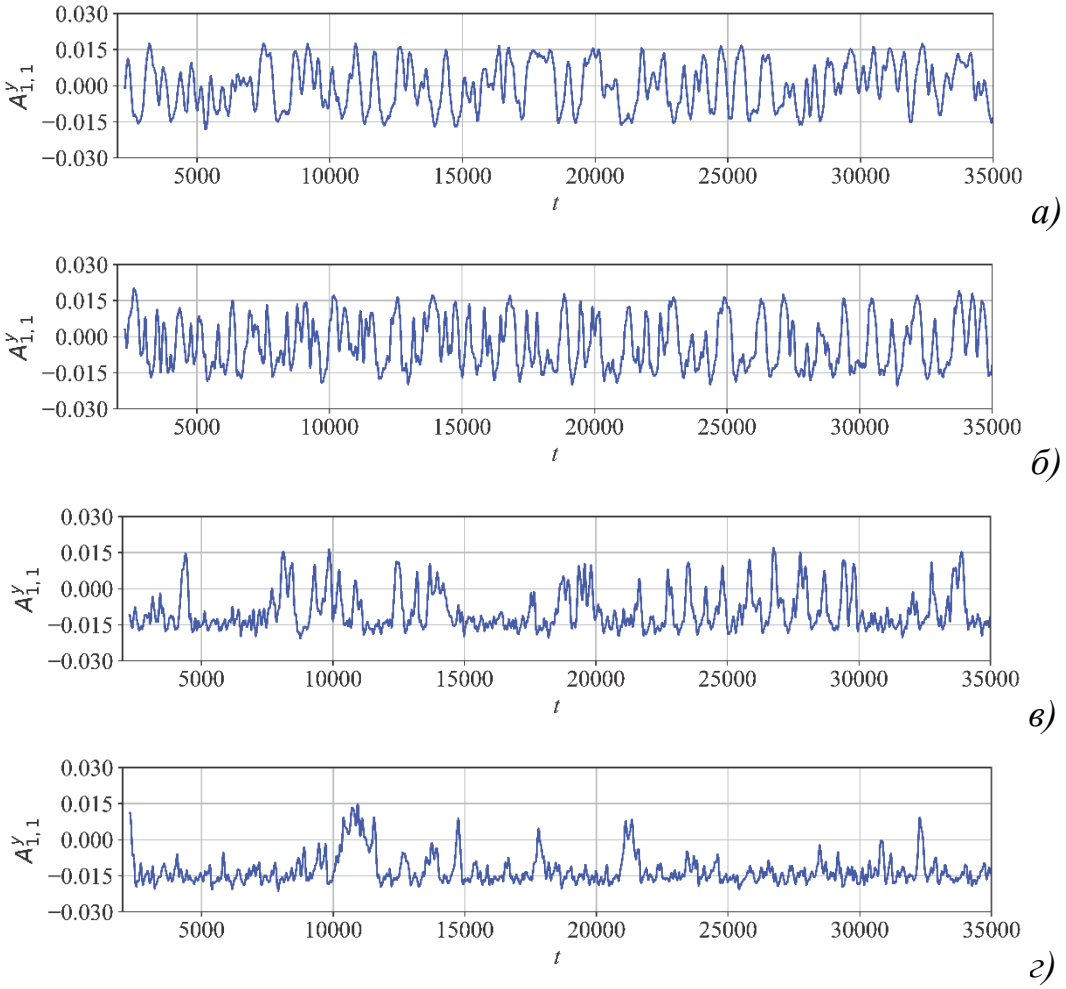


Рис. 2. Временные ряды амплитуды $A^y_{1,1}$ *при различных уровнях теплового воздействия в случае* $y_c = 1/2$: *а)* $\varepsilon = 0\%$, *б)* $\varepsilon = 2\%$, *в)* $\varepsilon = 7.5\%$, *г)* $\varepsilon = 15\%$

направление вращения против часовой стрелки и уменьшение количества инверсий КМЦ начинают проявляться при относительно небольшом уровне воздействия. Использование теплового воздействия заставляет КМЦ вращаться в выбранном направлении. В результате число инверсий уменьшается с увеличением интенсивности воздействия. Однако даже при относительно большом параметре ε инверсии все ещё возникают.

Для количественной оценки влияния уровня теплового воздействия и положения источника тепла на динамику КМЦ исследуется функция плотности вероятности (p.d.f.) $A^y_{1,1}$. Положение источника тепла приводит к существенным изменениям в p.d.f. (см. рис.3). Как видно из рисунка, нагрев в случае $y_c = 3/4$ более эффективно поддерживает вращение КМЦ против часовой стрелки в некотором диапазоне интенсивности воздействия. С увеличением ε p.d.f становятся практически одинаковыми за исключением правых хвостов, которые соответствуют редким событиям смены направления вращения КМЦ по часовой стрелке.

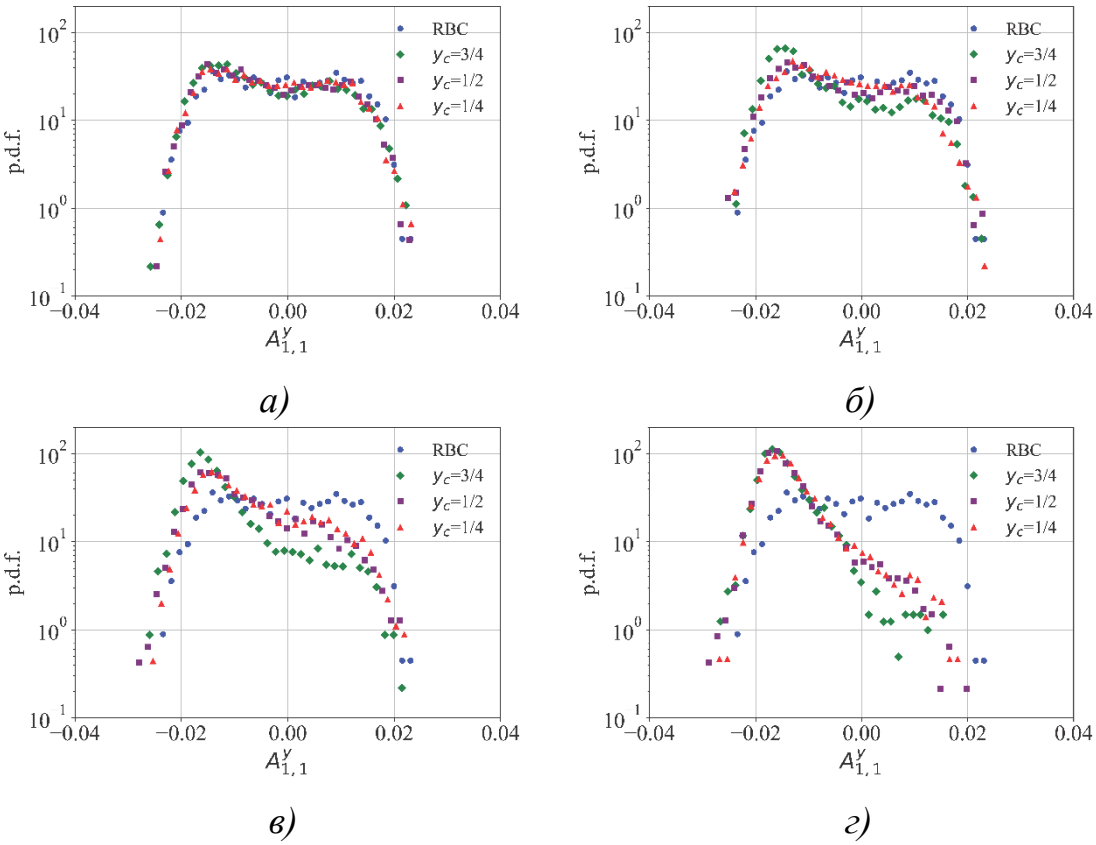


Рис. 3. Функция плотности вероятности $A^y_{1,1}$ *для разных уровней теплового воздействия и разных положений*: *а)* $\varepsilon = 1\%$, *б)* $\varepsilon = 2\%$, *в)* $\varepsilon = 5\%$, *г)* $\varepsilon = 15\%$

Работа выполнена в рамках крупного научного проекта при финансовой поддержке Минобрнауки России (соглашение № 075-15-2024-535 от 23.04.2024).

Список литературы

1. *Xia K.-Q.* Current trends and future directions in turbulent thermal convection // Theoretical and Applied Mechanics Letters. 2013. Vol. 3 P. 052001.
2. *Vasiliev A., Sukhanovskii A., Frick P., Budnikov A., Fomichev V., Bolshukhin M., Romanov R.* High Rayleigh number convection in a cubic cell with adiabatic sidewalls // International Journal of Heat and Mass Transfer. 2016. Vol. 102 P. 201-212.
3. *Zhang S., Xia Z., Zhou Q., Chen S.* Controlling flow reversal in two-dimensional Rayleigh-Benard convection // Journal of Fluid Mechanics. 2020. Vol. 891. P. R4.
4. *Zhang S., Chen X., Xia Z., Xi H.-D., Zhou Q., Chen S.* Stabilizing/destabilizing the large-scale circulation in turbulent Rayleigh-Benard convection with sidewall temperature control // Journal of Fluid Mechanics. 2021. Vol. 915. P. A14.

ВЛИЯНИЕ МНОГОМАСШТАБНОЙ ШЕРОХОВАТОСТИ НА ТЕПЛООБМЕН В КОНВЕКТИВНОЙ ТУРБУЛЕНТНОСТИ РЕЛЕЯ-БЕНАРА

А. Ю. Васильев[a], А. Н. Сухановский[a], Е. Н. Попова[a], Р. А. Плешков[b]
[a]Институт механики сплошных сред УрО РАН,
614013, Пермь, Академика Королева, 1
[b]Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614990, Пермь, Букирева, 15

Экспериментально исследован теплоперенос в турбулентной конвекции Релея-Бенара с многомасштабной шероховатостью на нижней границе для трех чисел Прандтля: Pr = 6.4, Pr = 62 и Pr = 2400. Многомасштабная шероховатость представляет собой набор прямоугольных элементов квадратного сечения разной высоты. Обнаружены два режима теплопереноса при Pr = 6.4, которые отличаются от случая с гладкими границами не только показателем степени в зависимости числа Нуссельта от числа Релея, но и интенсивностью теплообмена. Значительное увеличение числа Прандтля слабо меняет значение показателя степени.

Ключевые слова: турбулентная конвекция; тепловой поток; шероховатость

INFLUENCE OF MULTI-SCALE ROUGHNESS ON HEAT TRANSFER IN TURBULENT RAYLEIGH-BENARD CONVECTION

A. Yu. Vasiliev[a], A. N. Sukhanovskii[a], E. N. Popova[a], R. A. Pleshkov[b]
[a]Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS,
1 Academician Korolev St., 614013, Perm
[b]Perm State University,
15 Bukireva St., 614990, Perm

Heat transfer in turbulent Rayleigh-Benard convection with multi-scale roughness at the lower boundary is experimentally investigated for three Prandtl numbers: Pr=6.4, Pr=62 and Pr=2374. Multi-scale roughness is a set of rectangular elements of square cross-section of different heights. Two heat transfer regimes are found at Pr=6.4, which differ from the case with smooth boundaries not only in the exponent in the dependence of the Nusselt number on the Rayleigh number, but also in the intensity of heat exchange. A significant increase in the Prandtl number slightly changes the value of the exponent.

Keywords: turbulent convection; heat flux; roughness

Тепловая конвекция является одним из основных факторов движения в природных и технологических системах. Для изучения различных аспектов тепловой конвекции рассматривается идеализированная система, которая представляет собой замкнутую полость, нагреваемую снизу и охлаждаемую сверху - так называемую конвекцию Релея-Бенара [1]. Большое внимание

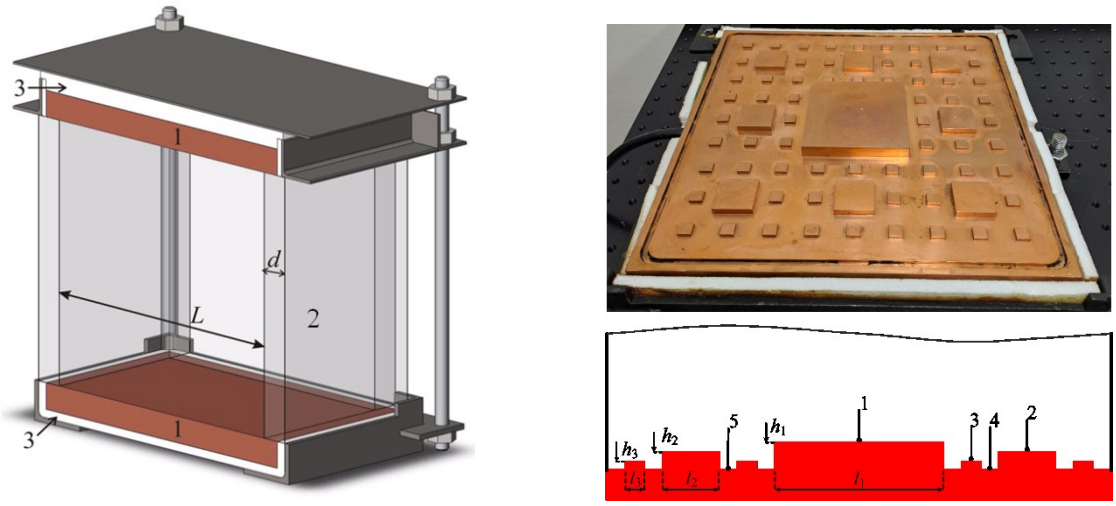
© Васильев А.Ю., Сухановский А.Н., Попова Е.Н., Плешков Р.А., 2025

уделяется задаче интенсификации теплообмена благодаря многочисленным приложениям, особенно в турбулентных режимах. Тепловой поток инжектируется в конвективный слой через тепловые пограничные слои, поэтому изменение общего теплового потока требует изменения толщины температурного пограничного слоя. Существуют различные способы влияния на пограничные слои. Одним из эффективных подходов является сужение конвективной ячейки, что приводит к более когерентному поведению тепловых плюмов [2]. Другой способ воздействия на тепловой и вязкий пограничный слой – использование неоднородных тепловых граничных условий. При относительно больших размерах изотермических и адиабатических участков теплопередача, в отличие от структуры течения, слабо зависит от их расположения [3,4]. Однако, если характерный размер пространственных неоднородностей сопоставим с толщиной температурного пограничного слоя, возникает сильная зависимость теплового потока от пространственного распределения изотермических и адиабатических участков на горизонтальных границах. Такой подход может быть использован для вариации теплового потока, но не обеспечивает его усиление по сравнению со случаем однородных граничных условий.

Третий способ по усилению теплового потока является неоднородный рельеф поверхности теплообмена. Неоднородность рельефа поверхности достигается за счет набора небольших препятствий (шероховатая поверхность), приводя к усилению теплового потока [5,6] и к изменению в поведении числа Нуссельта от числа Релея. Шероховатость поверхности фиксированного масштаба оказывает сильное влияние на тепловой поток в ограниченном интервале чисел Релея, когда высота препятствий сравнима с толщиной теплового пограничного слоя [7,8]. Многомасштабная шероховатость приводит к увеличению описанного интервала чисел Релея [9–11]. Следует отметить, что прямое численное моделирование трехмерных конвективных турбулентных течений требует больших вычислительных ресурсов, поэтому большинство численных исследований с шероховатостью реализуется в двумерной постановке. Использование результатов, полученных в двумерной постановке, для описания течений в полной трехмерной постановке не столь очевидно, поскольку двумерные и трехмерные турбулентные течения имеют фундаментальные различия, особенно в свойствах турбулентного переноса.

Как упоминалось ранее, численное моделирование показало, что многомасштабная шероховатость может увеличить диапазон чисел Релея, в котором наблюдается усиление теплопередачи, но экспериментальные исследования были выполнены для препятствий фиксированного масштаба. В данной работе представлены результаты экспериментального исследования турбулентного конвективного переноса в кубической полости с многомасштабным шероховатым дном.

Экспериментальная установка представляет собой кубическую полость с длиной стороны L=250 мм (см. рис.1). Вертикальные стенки выполнены из



а) *б)*

Рис. 1. а) Экспериментальная установка в разрезе.
б) Фотография теплообменника с шероховатостью
и схема многомасштабных препятствий

прозрачного оргстекла толщиной 25 мм. Верхняя и нижняя стенки изготовлены из меди и выступают в качестве теплообменников. Температура в верхнем теплообменнике поддерживалась постоянной за счет циркуляции жидкости от термостата. Электронагреватель с регулируемой мощностью нагрева обеспечивал постоянство температуры на нижнем теплообменнике. В экспериментах поверхность нижнего теплообменника была двух типов: гладкая и шероховатая. Шероховатость создавалась при помощи прямоугольных препятствий квадратного сечения размерами $l_1=L/3$, $l_2=L/9$ и $l_3=L/27$. Высота препятствий зависит от их размера. Высота большого, среднего и малого элемента составляет h_1=10 мм, h_2=5 мм и h_3=2.5 мм, соответственно. Во всех экспериментах поверхность верхнего теплообменника была гладкой. Для упрощенного анализа данных вводятся следующие обозначения: *S*/*S* – поверхности обоих теплообменников гладкие; *R*/*S* – поверхность нижнего теплообменника шероховатая, а поверхность верхнего теплообменника гладкая.

Эксперименты были выполнены для трех чисел Прандтля: $\mathrm{Pr}=6.4$ (дистиллированная вода), $\mathrm{Pr}=62$ (силиконовое масло ПМС-5) и $\mathrm{Pr}=2400$ (95% водный раствор глицерина). В экспериментах число Релея *Ra* варьировалось от 10^7 до 10^{10}.

Основной упор в данной работе был сделан на получение зависимости числа Нуссельта от числа Релея. Хорошо известно, что эта зависимость является степенной, вида $\mathrm{Nu} \sim$. Число Нуссельта вычислялось как

$$\mathrm{Nu}=\frac{QL}{\lambda\Delta T},$$

где Q - тепловой поток через ячейку, ΔT - разность температуры между нижним и верхним теплообменниками, λ - теплопроводность. На рис.2

представлены зависимости числа Нуссельта от числа Релея для различных типов поверхностей теплообменника и различных чисел Прандтля. Эксперименты в случае конфигурации *S/S* были выполнены только для Pr=6.4 (красные круги). Наблюдается монотонный рост числа Нуссельта от

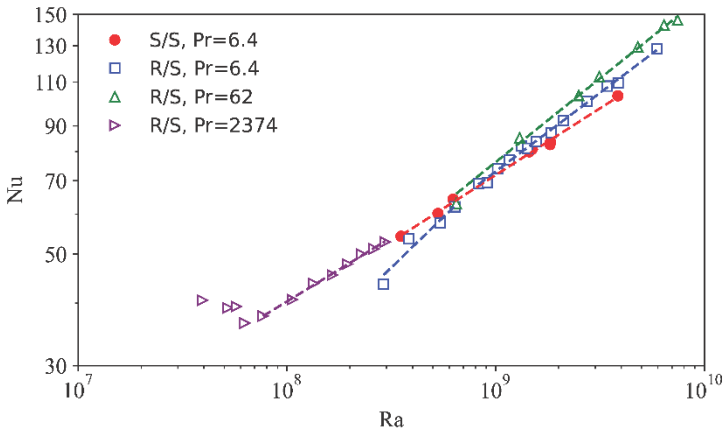


Рис. 2. Зависимость числа Нуссельта от числа Релея для конфигураций S/S и R/S при трех значениях числа Прандтля

Релея по закону $\mathrm{Nu}_{S/S} \sim$, что характерно для данного диапазона Ra. Замена нижнего теплообменника с гладкой поверхностью на теплообменник с шероховатостью приводит к кардинальным изменениям в зависимости $\mathrm{Nu} = f(\mathrm{Ra})$. Обнаружены два режима теплообмена, которые характеризуются различными показателями степени. Первому режиму ($10^8 < \mathrm{Ra} < 8 \cdot 10^8$) соответствует зависимость $\mathrm{Nu}^{I}_{R/S} \sim$. Однако значения числа Нуссельта для этого режима ниже по сравнению с конфигурацией *S/S*. Уменьшение числа Нуссельта в случае шероховатой поверхности не является чем-то уникальным и наблюдался в ряде других работ. Механизм уменьшения числа Нуссельта был приведен в работе [27]. Второй режим теплообмена $(8 \cdot 10^8 < \mathrm{Ra} < 10^{10})$ описывается степенным законом вида $\mathrm{Nu}^{II}_{R/S} \sim$ и характеризуется большими значениями числа Нуссельта по сравнению с конфигурацией *S/S*. Эксперименты в случае $\mathrm{Pr} = 62$ и в конфигурации *R/S* (зеленые треугольники) показали, что значения числа Нуссельта и показатель степени несколько выше, чем в случае $\mathrm{Pr} = 6.4$. Дальнейшее увеличение числа Прандтля $(\mathrm{Pr} = 2400)$ привело к не монотонному поведению $\mathrm{Nu} = f(\mathrm{Ra})$. Для относительно маленьких значений Ra число Нуссельта уменьшается с увеличением числа Релея, а начиная с $\mathrm{Ra}=7 \cdot 10^7$ число Нуссельта начинает расти, причем по степенному закону с показателем степени равным 0.25.

Работа выполнена в рамках крупного научного проекта при финансовой поддержке Минобрнауки России (соглашение № 075-15-2024-535 от 23.04.2024).

Список литературы

1. *Xia K.-Q.* Current trends and future directions in turbulent thermal convection // Theor. Appl. Mech. Lett. 2013. Vol. 3 P. 052001.
2. *Huang S.-D., Kaczorowski M., Ni R., Xia K.-Q.* Confinement-induced heat transport enhancement in turbulent thermal convection // Phys. Rev. Lett. 2013. Vol. 111 P. 104501.
3. *Bakhuis D., Ostilla-Monico R., van der Poel E., Verzicco R., Lohse D.* Mixed insulating and conducting thermal boundary conditions in Rayleigh-Benard convection // J. Fluid Mech. 2018. Vol. 835, P. 491–511.
4. *Sukhanovskii A., Vasiliev A.* Physical mechanism of the convective heat flux increasing in case of mixed boundary conditions in Rayleigh-Benard convection // Int. J. Heat Mass Transfer. 2022. Vol. 185, P. 122411.
5. *Du Y.-B., Tong P.* Enhanced heat transport in turbulent convection over a rough surface // Phys. Rev. Lett. 1998. Vol. 81. P. 987.
6. *Du Y.-B., Tong P.* Turbulent thermal convection in a cell with ordered rough boundaries // J. Fluid Mech. 2000. Vol. 407. P. 57–84.
7. *Toppaladoddi S., Succi S., Wettlaufer J. S.* Roughness as a route to the ultimate regime of thermal convection // Phys. Rev. Lett. 2017. Vol. 118. P. 074503.
8. *Zhu X., Stevens R. J. A. M., Verzicco R., Lohse D.* Roughness-facilitated local 1/2 scaling does not imply the onset of the ultimate regime of thermal convection // Phys. Rev. Lett. 2017. Vol. 119. P. 154501.
9. *Zhu X., Stevens R. J., Shishkina O., Verzicco R., Lohse D.* Scaling enabled by multiscale wall roughness in Rayleigh-Benard turbulence // J. Fluid Mech. 2019. Vol. 869. P. R4.
10. *Xu G.-C., Wang Q., Wan Z.-H., Sun D.-J.* Heat transfer and plume statistics in turbulent thermal convection with sparse fractal roughness // J. Hydrodyn. 2021. Vol. 33. P. 1065–1077.
11. *Chand K., De A. K., Mishra P. K*. Enhanced heat flux and flow structures in turbulent Rayleigh-B_enard convection with rough boundaries // Phys. Rev. Fluids. 2021. Vol. 6. P. 124605.

ВЛИЯНИЕ ШЕРОХОВАТОСТИ СУПЕРГИДРОФОБНОЙ ПОВЕРХНОСТИ НА РАЗБРЫЗГИВАНИЕ КАПЕЛЬ ВОДЫ ПРИ ВЫСОКОСКОРОСТНОМ СОУДАРЕНИИ

Д. А. Верходанов[a], И. С. Вожаков[b], М. В. Пискунов[a, b], А. И. Сафонов[b], Н. И. Смирнов[b], С. В. Старинский[b], Н. А. Хомутов[a]
[a]Томский политехнический университет,
634050, Томск, пр. Ленина, 30
[b]Институт теплофизики СО РАН,
630090, Новосибирск, пр. Академика Лаврентьева, 1

Экспериментально исследовано высокоскоростное соударение капель воды (диапазон чисел Вебера от 450 до 2700) с титановыми поверхностями, модифицированными фторполимерным покрытием с варьируемой шероховатостью (от 0.04 до 15.4 микрометров) и смачиваемостью (краевые углы от 74 до 164 градусов). Методом высокоскоростной видеосъемки (60 000 кадров в секунду) изучена динамика формирования коронообразной структуры. Для описания баланса инерционных сил и адгезионного взаимодействия предложен новый безразмерный параметр, определяемый отношением угла раскрытия короны к статическому краевому углу смачивания. На его основе разработана и верифицирована эмпирическая модель, позволяющая прогнозировать диаметр короны в широких диапазонах чисел Вебера, шероховатости и краевого угла смачивания.

Ключевые слова: супергидрофобность; шероховатость; коронообразное разбрызгивание; смачиваемость

EFFECT OF SUPERHYDROPHOBIC SURFACE ROUGHNESS ON WATER DROPLET SPLASHING AT HIGH-SPEED IMPACT

D. A. Verkhodanov[a], I. S. Vozhakov[b], M. V. Piskunov[a, b], A.I. Safonov[b], N.I. Smirnov[b], S.V. Starinsky[b], N. A. Khomutov[a]
[a]Tomsk Polytechnic University,
30 Lenin Ave., 634050, Tomsk
[b]Institute of Thermophysics, SB RAS,
1 Academician Lavrentiev Ave., 630090, Novosibirsk

The high-speed impact of water droplets (Weber number range from 450 to 2700) on titanium surfaces modified with a fluoropolymer coating of varying roughness (from 0.04 to 15.4 micrometers) and wettability (contact angles from 74 to 164 degrees) was experimentally investigated. High-speed imaging at 60,000 frames per second was used to study the dynamics of crown formation. A novel dimensionless parameter, defined as the ratio of the crown base angle to the static contact angle, is proposed to describe the balance between inertial forces and adhesive interaction. Based on this parameter, an empirical model was developed and validated to predict the crown diameter across wide ranges of Weber number, surface roughness, and contact angle.

Keywords: superhydrophobicity, roughness, Crown splash, wettability

© Верходанов Д.А., Вожаков И.С., Пискунов М.В., Сафонов А.И., Смирнов Н.И., Старинский С.В., Хомутов Н.А., 2025

Высокоскоростное соударение капель жидкости с поверхностями (числа Вебера $We > 1000$) играет ключевую роль в таких областях, как авиация (обледенение, эрозия) [1], энергетика (ветровые турбины) и микрофлюидные системы. Несмотря на значительный прогресс в изучении низкоскоростных соударений ($We < 100$), влияние микротекстуры на динамику процесса при высоких числах Вебера остается малоизученным. В частности, недостаточно исследованы механизмы формирования и разбрызгивания короны (плоской части капли, которая отрывается от поверхности при растекании и разрушается уже в воздухе) в зависимости от топологии поверхности соударения исходной капли. В реальных условиях эксплуатации капли часто сталкиваются с поверхностями на скоростях, превышающих 10-30 м/с [2], что соответствует числам Вебера > 500. При таких условиях инерционные силы становятся доминирующими над капиллярными, что приводит к значительному изменению динамики процесса и фрагментации капли жидкости. Существующие модели, разработанные для низкоскоростных соударений, часто неприменимы, что требует новых экспериментальных и теоретических исследований. Для решения этой задачи в настоящей работе была разработана экспериментальная методика, описанная ниже.

В рамках данного исследования эксперименты проводились на аэрогидродинамическом стенде (рис. 1) с использованием высокоскоростной камеры Phantom V411 (60 000 кадр/с) и системы генерации капель. Исследовались четыре типа титановых поверхностей с фторполимерным покрытием: I – микротекстурированная с шероховатостью (R_a) 15.37 мкм и краевым углом смачивания (θ) 164±2°, II – микротекстурированная (10.62 мкм, 160±1.4°), III – полированная (0.04 мкм, 74±1.6°) и IV – необработанная (1.05 мкм, 94±2.1°).

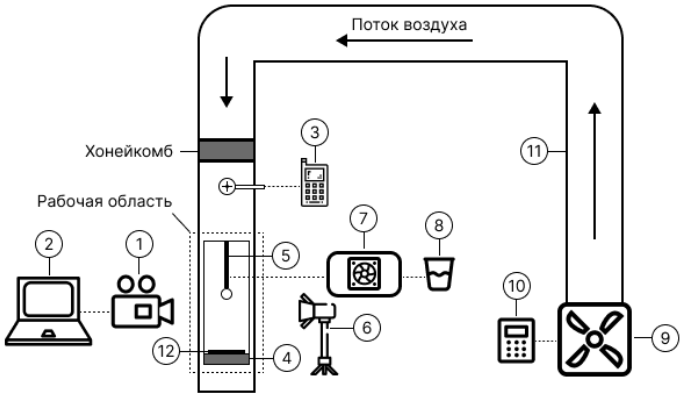
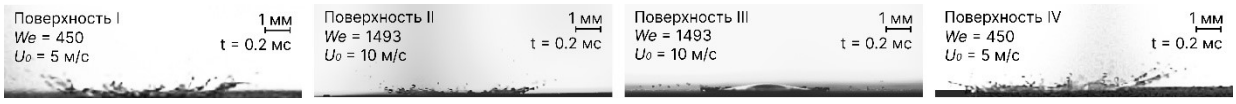


Рис. 1 – Экспериментальный стенд: 1 – высокоскоростная видеокамера, 2 – компьютер, 3 – термоанемометр, 4 – кинематический держатель поверхности, 5 – система генерации капель, 6 – прожектор, 7 – перистальтический насос, 8 – емкость с дистиллированной водой, 9 – центробежный вентилятор, 10 – преобразователь частоты, 11 – воздуховод, 12 – исследуемая поверхность

Микротекстурирование титановых поверхностей выполнялось с помощью фемтосекундного лазера AVESTA TETA20H. Фторполимерное покрытие наносилось методом химического осаждения из паровой фазы, активированной горячей нитью (Hot Wire Chemical Vapor Deposition) с использованием гексафторпропиленоксида (C_3F_6O) в качестве прекурсора. Данная методика позволяет эффективно формировать гидрофобный слой на микротекстурированных поверхностях. Средняя шероховатость поверхности измерялась методом интерференционной профилометрии, а ее смачиваемость — анализатором формы капель Kruss DSA25. Капли воды диаметром 0.5–1.3 мм соударялись с поверхностями при скоростях 5–20 м/с (We = 450–2800). Проведенные эксперименты позволили выявить различные морфологические режимы разбрызгивания в зависимости от параметров поверхности.

Так, на полированной поверхности III при $We \approx 500$ наблюдался режим растекания, который сменялся режимом мгновенного разбрызгивания при увеличении We до 1500–2800 (рис. 2). Необработанная поверхность IV демонстрировала режим несимметричного коронного разбрызгивания во всём диапазоне начальных скоростей капель. В то же время микротекстурированные поверхности (I и II) обеспечивали симметричное коронообразное разбрызгивание с последующим дроблением при $We > 1500$. На поверхности II при $We \approx 500$ после симметричного коронообразования остаточная жидкость подвергалась отступающему разрыву, собираясь в единый объект у точки соударения, который вытягивался в жидкую струю, но не отрывался от поверхности. На поверхности I при тех же условиях наблюдался полный отскок этой струи. При $We >$ 1500 на обеих микротекстурированных поверхностях остаточная жидкость хорошо удерживалась на поверхности, что является негативным эффектом с точки зрения удаления воды.



а) *б)* *в)* *г)*

Рис. 2. Наблюдаемые режимы высокоскоростного соударения капель с поверхностями: I (а) и II (б) – симметричное коронообразное разбрызгивание, III (в) – мгновенное разбрызгивание, IV (г) - несимметричное коронообразное разбрызгивание

Для количественного анализа выявленных режимов измерен угол раскрытия короны (α) и её диаметр (D_{cor}). Установлено, что эти параметры росли с увеличением шероховатости и краевого угла смачивания, достигая максимальных значений на поверхности I с R_a = 15.37 мкм и θ = 164°. Было установлено, что зависимость угла α от θ и R_a носит линейный характер для всех исследованных скоростей. Для обобщения полученных данных и

описания баланса между инерционными силами капли и адгезионными силами, определяемыми свойствами поверхности, было предложено новое безразмерное соотношение α/θ (рис. 3а). Его физический смысл — соотношение между инерцией капли и сопротивлением поверхности растеканию (1).

На основе безразмерного соотношения α/θ была разработана эмпирическая модель для прогнозирования диаметра короны (4).

Для описания баланса инерционных и адгезионных сил предложено соотношение между безразмерным параметром α/θ и числом Вебера:

$$\frac{\alpha}{\theta} = a \cdot ln\left(\frac{We}{We_{cr}}\right). \quad (1)$$

Для эмпирического моделирования безразмерный параметр диаметра короны D_{cor}/D_0 был представлен в виде функции от безразмерного параметра α/θ, характеризующего адгезионную способность поверхности (Рис. 3б). Аппроксимация экспериментальных данных для поверхностей с различной шероховатостью экспоненциальной функцией (2) показала высокую точность, что подтверждается высоким коэффициентом детерминации $R^2 = 0.95$. Константа ξ в данном выражении была определена как функция от шероховатости, нормированной на диаметр капли R_a/D_0 (3). Подстановка выражения 3 в выражение 2 приводит к окончательному виду модели (4).

$$\frac{D_{cor}}{D_0} = \xi + 0.017 \cdot exp\left(23\frac{\alpha}{\theta}\right). \quad (2)$$

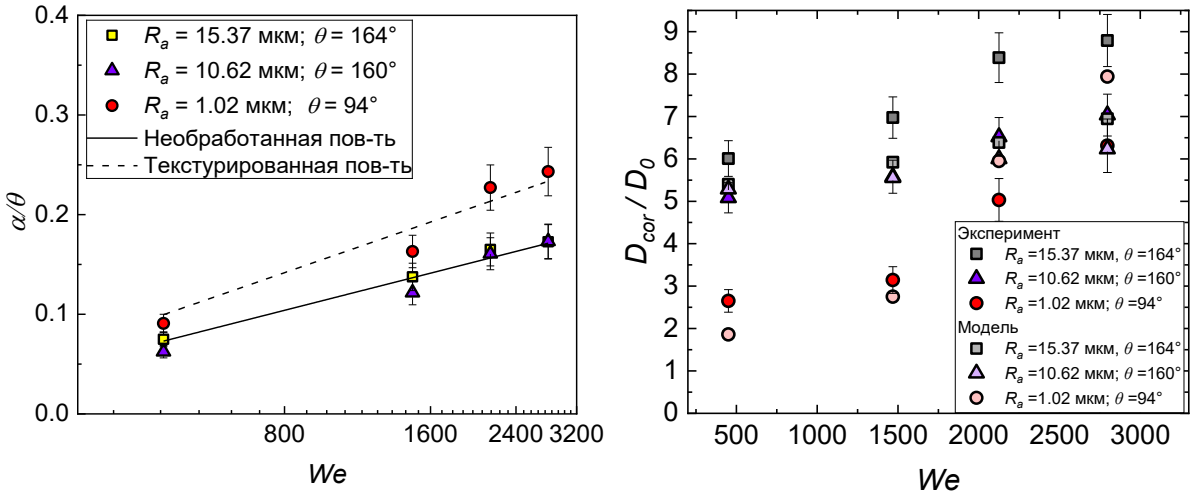
где ξ – эмпирическая константа, зависящая от шероховатости поверхности и начального диаметра капли. Зависимость константы ξ от шероховатости описывается выражением:

$$\xi = 5.32 - 5.30 \cdot exp\left(-487\frac{R_a}{D_0}\right). \quad (3)$$

Значения константы ξ при изменении безразмерной шероховатости R_a/D_0 (3) также аппроксимированы с высокой точностью ($R^2 = 0.96$).

$$\frac{D_{cor}}{D_0} = 5.32 - 5.30 \cdot exp\left(-487\frac{R_a}{D_0}\right) + 0.017 \cdot exp\left(23\frac{\alpha}{\theta}\right). \quad (4)$$

Полученная модель (4) продемонстрировала хорошее соответствие с экспериментальными данными для капель воды в диапазонах варьируемых параметров: We = 450–2800, R_a = 1.05–38 мкм, θ = 69–163.59°, при общей тенденции увеличения D_{cor} с ростом We (Рис. 3б). Средняя относительная ошибка составила 10.7%. Модель продемонстрировала высокую прогностическую способность на гидрофобных и супергидрофобных поверхностях, где инерционные силы доминируют над адгезией.



а) *б)*

Рис. 3. а) Корреляция между α/θ и We; б) Сравнение нормированных значений диаметра короны при разбрызгивании D_{cor}, полученных в эксперименте и предсказанных моделью

Таким образом, показано, что микротекстурирование поверхности с параметрами R_a = 10–15 мкм и θ > 140° обеспечивает симметричное коронообразование и максимальный диаметр короны, однако приводит к замедлению удаления жидкости с поверхности. Выявленный компромисс между эффективным удалением основной массы жидкости и поведением остаточной пленки требует комплексного подхода при выборе покрытий для работы в условиях высокоскоростного соударения. Разработанное безразмерное соотношение α/θ и эмпирическая модель предсказания D_{cor}, учитывающая баланс инерционных и адгезионных сил, позволяют проводить оптимизацию водоотталкивающих покрытий для авиации и энергетики, где критически важен учет шероховатости и смачиваемости для борьбы с обледенением и эрозией.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-71-10081, https://rscf.ru/project/23-71-10081/.

Список литературы

1. *Farhadi S., Farzaneh M., Kulinich S.A.* Anti-icing performance of superhydrophobic surfaces // Applied Surface Science. 2011. Vol. 257. P. 6264–6269.
2. *Vozhakov I.S., Misyura S.Y., Morozov V.S. et al.* High-speed droplet impact on solid surfaces: review on the prospects of modeling fluid flow // Experiments in Fluids. 2025. Vol. 66. P. 65.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МЕТОДА ТЕМПЕРАТУРНЫХ ПУЛЬСАЦИЙ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ СТРУКТУРЫ ЭЛЕКТРОВИХРЕВОГО ТЕЧЕНИЯ РАСПЛАВА InGaSn

Д. А. Виноградов[a,b], Ю. П. Ивочкин[a], И. О. Тепляков[a,b]
[a]Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
Объединенный институт высоких температур Российской академии наук,
125412, Москва, ул. Ижорская, д. 13, стр. 2
[b]Федеральное государственное бюджетное учреждение «Национальный исследовательский центр «Курчатовский институт»,
123182, Москва, пл. Академика Курчатова, д. 1

Экспериментально и численно исследовалась гидродинамическая структура электровихревого течения в расплаве In-Ga-Sn между двумя полусферическими электродами под действием постоянного вертикального магнитного поля. Внешнее поле создает закрутку жидкости в горизонтальной плоскости и при достаточной величине приводит к образованию вторичного тороидального вихря. Столкновение двух вихрей приводит к возникновению автоколебаний в жидкости. Предложен метод определения структуры течения, основанный на анализе температурных пульсаций, вызванных автоколебаниями. В работе экспериментально определено время образования вторичного вихря после включения внешнего магнитного поля. Для диапазона токов 50–400 А и внешних магнитных полей до 1e-4 Тл получена граница, разделяющая одно- и двухвихревые зоны в координатах «электрический ток – магнитное поле».

Ключевые слова: жидкий металл; течение; электрический ток; пульсации температуры

REQUIREMENTS FOR PREPARATION USING THE TEMPERATURE PULSATION METHOD TO STUDY THE STRUCTURE OF ELECTROVORTEX FLOW OF MELT InGaSn

D. A. Vinogradov[a,b], Yu. P. Ivochkin[a], I. O. Teplyakov[a,b]
[a]Joint Institute for High Temperatures of Russian Academy of Sciences
13 Bd.2 Izhorskaya st., 125412, Moscow
[b]National Research Centre "Kurchatov Institute"
1 Akademika Kurchatova pl., 123182, Moscow

The hydrodynamic structure of the electrovortex flow in the In-Ga-Sn melt between two hemispherical electrodes under the action of a constant vertical magnetic field was studied experimentally and numerically. The external field creates a swirl of the liquid in the horizontal plane and, if sufficient, leads to the formation of a secondary toroidal vortex. The collision of two vortices leads to the occurrence of self-oscillations in the liquid. A method for determining the flow structure based on the analysis of temperature pulsations caused by self-oscillations is proposed. In this work, the time of formation of the secondary vortex after switching on the external

© Виноградов Д. А., Ивочкин Ю. П., Тепляков И. О., 2025

magnetic field is experimentally determined. For the current range of 50–400 A and external magnetic fields up to 1e-4 T, a boundary is obtained separating the one- and two-vortex zones in the coordinates "electric current – magnetic field".

Keywords: liquid metal; flow; electric current; temperature pulsations

Электровихревое течение (ЭВТ) образуется в электропроводящей среде в результате воздействия электромагнитной силы, возникающей при взаимодействии неоднородного электрического тока, протекающего через среду, с магнитным полем (МП) этого тока [1]. Также, сила приводящая жидкость в движение, может возникать при взаимодействии тока с внешними магнитными полями, такими как МП Земли или МП тоководводов.

ЭВТ наблюдается в сварочных и электрометаллургических процессах — таких как электродуговой и электрошлаковый переплав, где оно существенно влияет на качество конечного продукта и срок службы плавильных агрегатов [2]. Другим важным аспектом исследований ЭВТ является проектирование электролизеров [3].

Рассмотрим задачу, в которой электрический ток распространяется через жидкий металл от малого полусферического электрода к большому полому электроду (рис. 1). Такая геометрия может рассматриваться как упрощенная модель дуговой печи. Электрический ток с плотностью **J**, распространяющийся от центрального электрода, создает магнитное поле $\mathbf{B}_{ЭВТ}$, и электромагнитная сила ($\mathbf{F}=\mathbf{J}\times\mathbf{B}_{ЭВТ}$) приводит жидкий металл в движение.

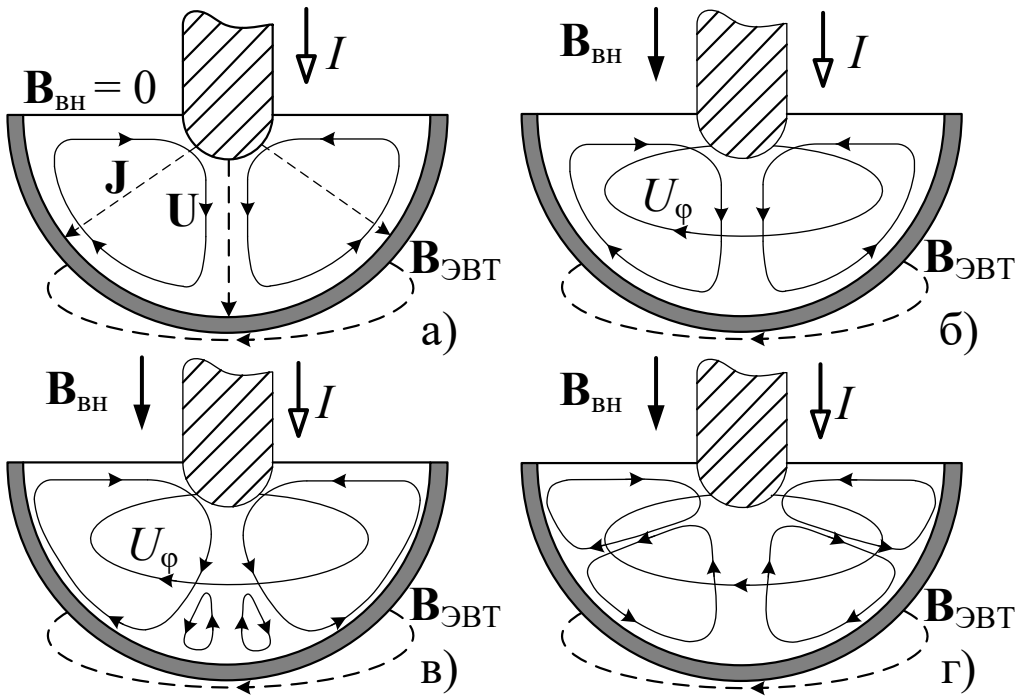


Рис. 1. Структура осесимметричного электровихревого течения в полусферическом контейнере

В осесимметричной системе без внешнего осевого магнитного поля, ЭВТ представляет собой одиночный тороидальный вихрь, направленный вниз в подэлектродной области (рис. 1*а*). Наличие внешнего осевого магнитного поля создает азимутальную закрутку потока (рис. 1*б*) и приводит к образованию второго тороидального вихря закрученного в противоположном направлении (рис. 1*в*). Увеличение внешнего магнитного поля усиливает закрутку и приводит к подавлению первичного вихря вторым вихрем (рис. 1*г*). Образование вторичного вихря в результате закрутки является чисто гидродинамическим эффектом не связанным электромагнитными силами [4].

Эксперименты проводились на установке следующей конструкции, в качестве рабочей проводящей жидкости использовался эвтектический сплав In-Ga-Sn (состав: Ga — 67%, In — 22.5%, Sn — 12.5%) с температурой плавления 10.5°C [5]. Металл заполнял полусферический контейнер диаметром 188 мм, который служил большим электродом. Через жидкий металл пропускался постоянный электрический ток, а внешнее магнитное поле создавалось соленоидом. Температурные пульсации измерялась при помощи зонда с трехпроводной медно-константановой микротермопарой располагающегося на оси потока.

Численное моделирование проводилось в среде Ansys Fluent, использовался метод контрольного объёма на неструктурированной двумерной осесимметричной сетке в цилиндрических координатах. Подробное описание установки и расчетной методики приведено [6].

На рис.2. приведены расчетные и экспериментальные осциллограммы температуры, анализ осциллограмм позволяет определить время начала автоколебаний по изменению характера пульсаций.

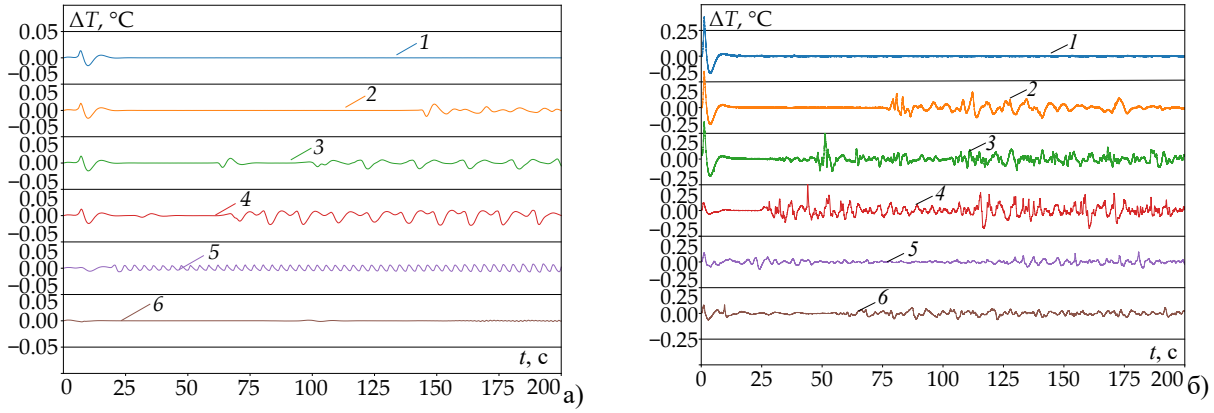
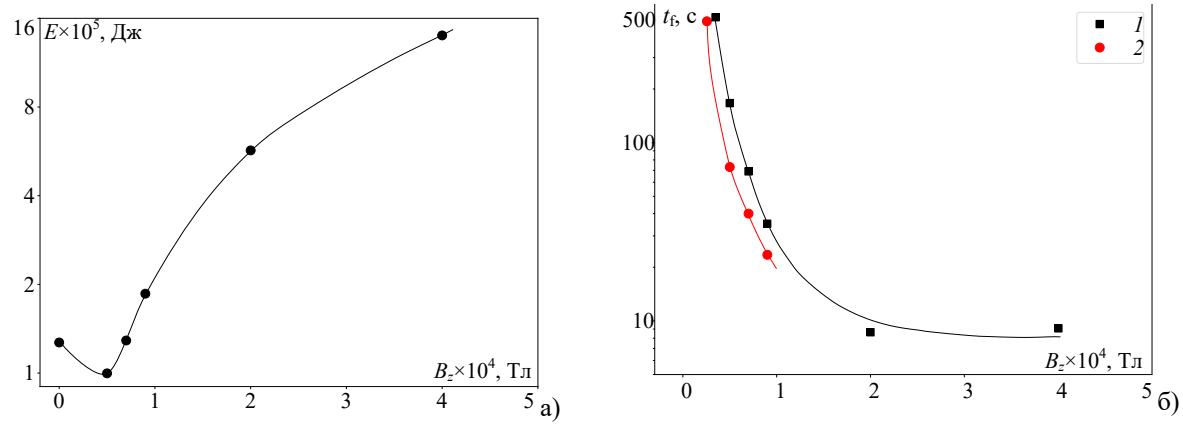


Рис. 2. Экспериментальная зависимость относительной температуры от времени при различном внешнем аксиальном B_z, при электрическом токе I = 50 А, глубина z = 10 мм, r = 0 мм. а) расчет, б) эксперимент. 1 –0 Тл, 2 – 5×10^{-5} Тл, 3 – 7×10^{-5} Тл, 4 – 9×10^{-5} Тл, 5 – 2×10^{-4} Тл, 6 – 4×10^{-4} Тл

Рассчитанная зависимость полной кинетической энергии течения от внешнего магнитного поля показана на рис. 3*а*. В этом случае полная кинетическая энергия демонстрирует зону застоя при МП равном 5×10-5 Тл,

после чего энергия возрастает. Стоит отметить, что при более высоких значениях электрического тока зона застоя может простираться до МП 5×10^{-3} Тл (аналогичная зависимость для цилиндра представлена в [7]).

На рис. 3*б* сравниваются экспериментальное и расчётное время образования второго вихря в зависимости от величины внешнего магнитного поля. Расхождение экспериментальных и расчетных результатов в первую очередь объясняется нестабильным гидродинамическим состоянием системы, так при МП равном 5×10^{-5} Тл время образования второго вихря варьировалось от 50 до 100 с в разных экспериментах.



а) *б*)

Рис. 3. (I = 50) а) Расчетная зависимость полной кинетической энергии от внешнего аксиального МП Bz, б) Зависимость времени образования второго вихря от внешнего аксиального МП. 1 – расчет, 2 – эксперимент

Особый интерес вызывает рассмотрение поведения системы под влиянием магнитного поля близкому к полю Земли. На рис. 4*а* представлена осциллограмма пульсаций температуры при отсутствии компенсации поля Земли и токе 200А. Измеренное магнитное поле составляло ~5.8×10^{-5} Тл, а время образования второго вихря составило ~350 с. Это приводит к ограничениям по продолжительности экспериментов по изучению классического одновихревого ЭВТ в системах без компенсации МП Земли.

На основе описанной методики была получена экспериментальная граница раздела между одно- и двухвихревыми режимами течений для токов в диапазоне 50–400 А и магнитных полей 0–1×10^{-4} Тл (рис. 4*б*). Граница была получена в координатах B_z – I, область ниже границы соответствует одновихревой структуре ЭВТ, а область выше границы — двухвихревой структуре. Точки на графике представляют предельные значения магнитного поля, при которых образуется второй вихрь при данном токе. При уменьшении внешнего поля (при данном токе) второй вихрь не образуется. Также, для сравнения, на графике приведена граничная кривая полученная ранее расчетным методом [8].

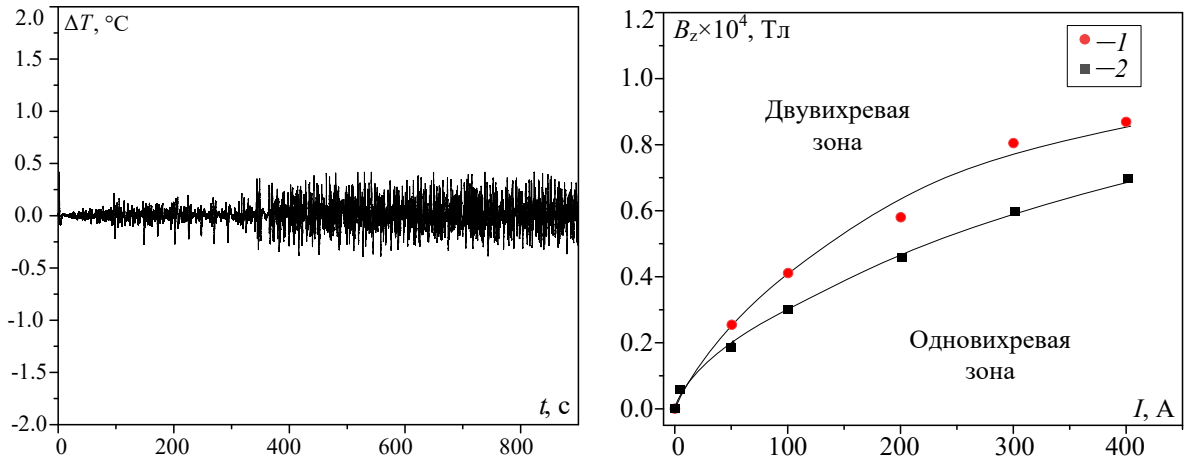


Рис. 4. а) Экспериментальная зависимость относительной температуры от времени при электрическом токе I = 200A и МП Земли (5.8×10^{-5} Тл). б) Граница между зонами одновихревого и двухвихревого течения. 1 – эксперимент, 2 - расчет [8], линия – аппроксимация

Список литературы

1. *Бояревич В. В., Фрейберг Я. Ж., Шилова Э. В., Щербинин Э. В.* Электровихревые течения. Рига: Зинатне, 1985. 315.
2. *Компан Я. Ю., Щербинин Э. В.* Электрошлаковые сварка и плавка с управляемыми МГД-процессами. М.: Машиностроение, 1989. 270 с.
3. *Bojarevics V.* MHD Effects of the Alumina Dissolution in Aluminium Electrolysis Cells // Magnetohydrodynamics. 2024. Vol. 59. P. 335-346.
4. *Davidson P.A., Kinnear D., Lingwood R.J., Short D.J. and He X.* The Role of Ekman Pumping and the Dominance of Swirl in Confined Flows Driven by Lorentz Forces // Eur. J. Mech. B Fluids. 1999. Vol. 18. P. 693-711.
5. *Prokhorenko V., Ratushnyak E., Stadnyk B., Lakh V. and Koval A.* Physical Properties of Thermometric Alloy In-Ga-Sn // High Temp. 1970. Vol. 8. P. 374-378.
6. *Teplyakov I., Vinogradov D., Ivochkin Y., Kharicha A. and Serbin P.* Applicability of Different MHD Approximations in Electrovortex Flow Simulation // Magnetohydrodynamics. 2018. Vol. 54. P. 403-416.
7. *Kolesnichenko I., Frick P., Eltishchev V., Mandrykin S. and Stefani F.* Evolution of a Strong Electrovortex Flow in a Cylindrical Cell // Phys. Rev. Fluids. 2020. Vol. 5. P. 123703.
8. *Teplyakov I.O., Vinogradov D.A., Ivochkin Yu.P. and Klementyeva I.B.* Experimental and numerical investigation of the instability of the electrovortex flow in hemispherical container // FLUID DYN RES. 2018. Vol. 50. P. 051415.

ВЛИЯНИЕ УГЛА НАКЛОНА ОСИ ВРАЩЕНИЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ПОЛОСТИ НА ДИНАМИКУ ЛЕГКОГО СФЕРИЧЕСКОГО ТЕЛА В ЖИДКОСТИ

О. А. Власова
Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет,
614990, Пермь, Сибирская, 24

Экспериментально исследуется динамика легкого сферического тела, всплывающего во вращающейся цилиндрической полости с жидкостью. Показано, что при вращении полости вокруг вертикальной оси тело совершает дифференциальное вращение, направление и интенсивность которого определяется асимметрией движения жидкости в верхнем и нижнем столбиках Тейлора-Праудмена, которая, в свою очередь, определяется соотношением их высот. Известно, что при горизонтальном расположении оси вращения полости под действием силы тяжести, осциллирующей во вращающейся системе, легкое тело смещается от оси вращения и совершает отстающее дифференциальное вращение. При отклонении оси вращения полости от вертикали два механизма, запускающие дифференциальное вращение тела, накладываются. В работе исследуется интенсивность и направление дифференциального вращения сферы в зависимости от угла наклона оси вращения полости и скорости вращения полости.

Ключевые слова: сферическое тело; вращение; столбик Тейлора-Праудмена

INFLUENCE OF THE ROTATION AXIS ANGLE OF A CYLINDRICAL CAVITY ON THE DYNAMICS OF A LIGHT SPHERICAL BODY IN A LIQUID

O. A. Vlasova
Perm State Humanitarian Pedagogical University,
24 Sibirskaya St., 614990, Perm

The dynamics of a light spherical body floating in a rotating cylindrical cavity with liquid is experimentally investigated. It is shown that when the cavity rotates around a vertical axis, the body performs differential rotation, the direction and intensity of which is determined by the asymmetry of the fluid motion in the upper and lower Taylor-Proudman columns, which, in turn, is determined by the ratio of their heights. It is known that when the cavity rotation axis is horizontal, under the action of gravity oscillating in the rotating system, the light body shifts from the rotation axis and performs lagging differential rotation. When the cavity rotation axis deviates from the vertical, two mechanisms that initiate differential rotation of the body are superimposed. The paper investigates the intensity and direction of differential rotation of a sphere depending on the inclination angle of the cavity rotation axis and the cavity rotation speed.

Keywords: spherical body; rotation; Taylor-Proudman column

© Власова О.А., 2025

Всплытие сферического тела во вращающейся вокруг вертикальной оси жидкости сопровождается формированием вокруг него столбика Тейлора-Праудмена [1]. В результате в системе появляется дополнительное гидродинамические сопротивление, замедляющее осевое движение тела, обусловленное структурой столбика Тейлора-Прудмена [2, 3]. В геострофическом пределе низких чисел Россби и Экмана структура течения в системе будет сохранять двухмерность за пределами сдвиговых слоев. Циркуляция жидкости будет осуществляться только в сдвиговом слое Стюартсона на границе столбика и в вязких пограничных слоях Экмана на торцах, ограничивающих систему. В недавних работах [4, 5] было показано, что скорость всплытия тела уменьшается с увеличением скорости вращения полости и с уменьшением вязкости жидкости. Также в [5] показано, что по мере всплытия сферы скорость ее движения практически не изменяется в средней части полости за пределами расстояния вязкого взаимодействия с торцами. Помимо аксиально движения сфера совершает дифференциальное вращение, вызванное взаимодействием с верхним и нижним столбиком Тейлора-Праудмена. Направление и интенсивность дифференциального вращения определяется соотношением длин столбиков: в нижней части полости тело совершает опережающее вращение, в верхней – отстающее, в середине полости вращение отсутствует. В работе [6] показано, что при вращении полости вокруг горизонтальной оси легкое сферическое тело совершает отстающее дифференциальное вращение, вызванное действием силы тяжести: чем ниже скорость вращения полости, тем выше скорость дифференциального вращения тела. Настоящая работа посвящена исследованию динамики легкой сферы, всплывающей в равномерно вращающейся цилиндрической полости с жидкостью. Основное внимание уделяется влиянию угла наклона оси вращения полости на скорость всплытия тела и скорость его дифференциального вращения.

Экспериментальная установка состоит из цилиндрической полости *1*, заполненной жидкостью, и сферического тела *2* (рис. 1). В качестве рабочей жидкости используется вода ($\nu = 0.95$ сСт, $\rho_l = 0.997$ г/см^3). Сферическое тело радиусом $r = 1.25$ см изготовлено из пластика плотностью $\rho_s = 0.869$ г/см^3. Относительная плотность тела составляет $\rho = 0.872$. Высота полости составляет $h = 18$ см, радиус $R = 2.60$ см. Полость вращается равномерно, ось вращения полости может отклоняться от вертикали на угол α. В начале эксперимента заполненная кювета поворачивается практически горизонтально, при этом сферическое тело переходит к торцу полости. Далее кювета раскручивается до необходимой скорости вращения. Под действием центробежной силы тело смещается к оси вращения полости. После этого кювета поворачивается на угол α. Наблюдение за динамикой сферы осуществляется с помощью видеокамеры, частота съемки которой равна частоте вращения полости. Для отслеживания в ходе эксперимента угла поворота тела на него нанесены экваториальные метки.

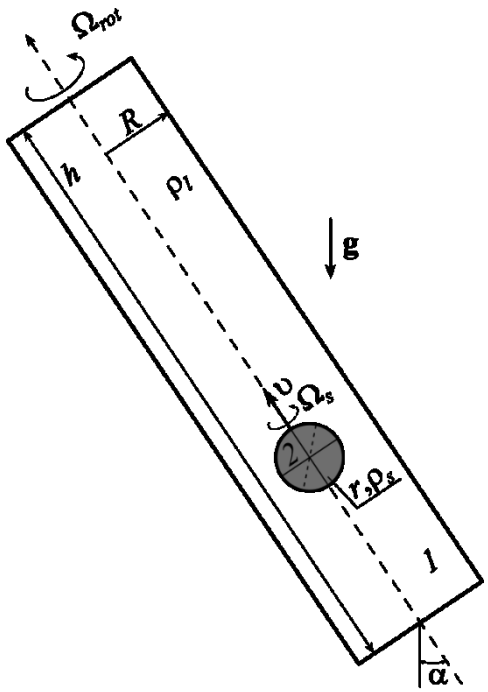
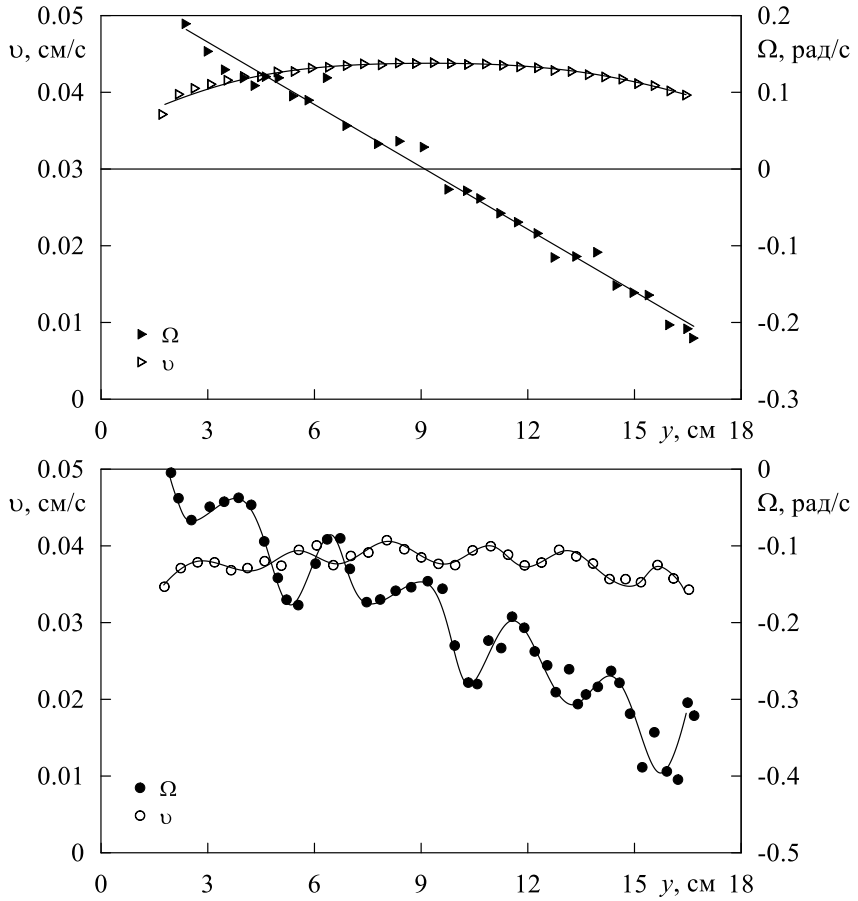


Рис. 1. Схема экспериментальной установки

При вращении полости вокруг вертикальной оси ($\alpha = 0$) сфера всплывает практически равномерно в средней части полости (светлые символы на рис. 2*а*). Некоторое снижение скорости всплытия υ наблюдается вначале движения при затухании переходных процессов при повороте полости и в конце движения при приближении к торцу на расстояние вязкого взаимодействия. При этом сфера совершает дифференциальное вращение (темные символы на рис. 2*а*): в нижней части полости опережающее, в верхней – отстающее. В средней части полости ($y \approx 9$ см) вращение отсутствует. Величина скорости дифференциального вращения изменяется по линейному закону.

При отклонении оси вращения полости от вертикали скорость всплытия тела снижается за счет уменьшения проекции силы плавучести на направление осевого движения сферы. Обнаружено, что при $\alpha \geq 15^{\circ}$ скорость всплытия тела начинает периодически изменяться (светлые символы на рис. 2*б*). С увеличением угла наклона α амплитуда колебаний величины скорости всплытия сферы увеличивается, при этом количество колебаний остается постоянным на всем изученном диапазоне частот вращения и углов наклона. Скорость дифференциального вращения тела в наклонной полости будет определяться суммарным действием столиков Тейлора-Праудмена и действием силы тяжести, вызывающей отстающее дифференциальное вращение тела. Чем больше угол наклона α, тем больший вклад будет вносить сила тяжести. Обнаружено, что при $\alpha \geq 30^{\circ}$ тело совершает только отстающее дифференциальное вращение в ходе своего осевого движения. Наблюдения показывают, что колебания появляются и в величине скорости дифференциального вращения сферы (темные символы на рис. 2*б*), амплитуда которых также увеличивается с увеличением α. Отметим, что

изменение величин скорости всплытия и скорости дифференциального вращения происходят в практически в противофазе: с увеличением скорости всплытия скорость дифференциального вращения уменьшается и наоборот. Предположительно такое поведение системы обусловлено возникновением неустойчивости на границе столбика Тейлора-Праудмена. Дальнейшие исследования будут направлены на изучение структуры течения в полости для подтверждения данного предположения.



а)

б)

Рис. 2. Изменение с осевой координатой скорости всплытия сферы (светлые символы) и дифференциальной скорости вращения сферы вокруг вертикальной оси (темные символы) при f = 20 об/с: а) α = 0, б) α = 30°

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 24-71-00094, https://rscf.ru/project/ 24-71-00094/.

Список литературы

1. *Taylor G. I.* The motion of a sphere in a rotating liquid // Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character. 1922. Vol. 102(715). P. 180-189.
2. *Moore D. W., Saffman, P. G.* The rise of a body through a rotating fluid in a container of finite length // Journal of Fluid Mechanics. 1968. Vol. 31(4). P. 635-642.

3. *Maxworthy T.* The observed motion of a sphere through a short, rotating cylinder of fluid // Journal of Fluid Mechanics. 1968. Vol. 31(4). P. 643-655.
4. *Kozlov V., Zvyagintseva E., Kudymova E., Romanetz V.* Motion of a light free sphere and liquid in a rotating vertical cylinder of finite length // Fluids. 2023. Vol. 8(2). P. 49.
5. *Vlasova O.A*. Effect of the Height of a Cylinder on the Rise of a Sphere Through a Rotating Fluid // Microgravity Science and Technology. 2025. Vol. 37(4). P. 1-7.
6. *Ivanova A. A., Kozlov N. V., Subbotin S. V.* Vibrational dynamics of a light spherical body in a rotating cylinder filled with a fluid // Fluid Dynamics. 2012. Vol. 47(6). P. 683-693.

ВЛИЯНИЕ ЛИБРАЦИЙ НА СТРУКТУРУ КОНВЕКЦИИ И ТЕПЛОПЕРЕНОС ВО ВРАЩАЮЩЕМСЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ СЛОЕ ЖИДКОСТИ

А. А. Вяткин, В. Г. Козлов, С. В. Петухов
Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет,
Лаборатория вибрационной гидромеханики,
614990, Пермь, ул. Сибирская, 24

Изучается осредненная тепловая конвекция во вращающемся горизонтальном цилиндрическом слое, внутренняя граница которого имеет более высокую температуру. Рассматривается случай относительно быстрого вращения, центробежная сила при этом играет стабилизирующую роль. Обнаружено, что либрации (модуляция скорости вращения) существенно интенсифицируют теплоперенос. В области малых амплитуд либраций в слое наблюдается два типа конвективных течений в виде трехмерных тороидальных потоков. Мелкомасштабные течения представляют собой вихри Тейлора-Гёртлера, возникающие на фоне центробежной неустойчивости колебательного течения жидкости. Другие трехмерные вихри, осевое волновое число которых определяется частотой модуляции скорости вращения, связаны с возбуждением инерционных мод. В области больших амплитуд либраций структуры инерционно-волновой природы сменяются нерегулярной системой двумерных конвективных валов. Природа последних остается невыясненной.

Ключевые слова: тепловая конвекция; вращение; либрации

INFLUENCE OF LIBRATION ON CONVECTION STRUCTURE AND HEAT TRANSFER IN A ROTATING CYLINDRICAL LAYER OF LIQUID

A. A. Vjatkin, V. G. Kozlov, S. V. Petuhov
Perm State Humanitarian-Pedagogical University,
Laboratory of vibrational hydromechanics,
24 Sibirskaya St., 614990, Perm

The averaged thermal convection in a rotating horizontal cylindrical layer, the inner boundary of which has a higher temperature, is studied. The case of relatively fast rotation is considered, with the centrifugal force playing a stabilizing role. It is found that librations (modulation of the rotation speed) significantly intensify heat transfer. In the region of small libration amplitudes, two types of convective flows in the form of toroidal flows are observed in the layer. Small-scale flows are Taylor-Gortler vortices arising against the background of centrifugal instability of the oscillatory fluid flow. Other three-dimensional vortices, the axial wave number of which is determined by the frequency of the rotation speed modulation, are associated with the excitation of inertial modes. In the region of large libration amplitudes, the structures of an inertial-wave nature are replaced by an irregular system of two-dimensional convective rolls. The nature of the latter remains unclear.

Keywords: thermal convection; rotation; librations

© Вяткин А.А., Козлов В.Г., Петухов С.В., 2025

Конвективный теплообмен во вращающихся потоках имеет большое техническое и научное значение. В первую очередь это связано с широким спектром собственных частот, обусловленных действием центробежной силы и силы Кориолиса [1]. Интересным в прикладном плане является «включение» вибрационных эффектов при горизонтальном расположении оси вращения, когда роль осциллирующего в системе отсчета полости силового поля играет внешнее стационарное поле силы тяжести [2].

В работах [3,4] показано, что во вращающемся цилиндрическом слое при разогреве изнутри и горизонтальном расположении оси вращения возможно возбуждение вибрационной тепловой конвекции [5]. Виброконвективные течения представляют собой вытянутые вдоль оси вращения двумерные валы. Наряду с этим явлением обнаружены конвективные течения инерционно-волновой природы [6]. Структуры представляют собой трехмерные тороидальные вихри, возбуждаемые инерционными волнами, которые при определенных аспектных соотношениях полости развиваются резонансным образом (инерционные моды).

В данной работе представлены результаты исследований тепловой конвекции в случае, когда инерционно-волновые колебания жидкости задаются модуляцией скорости вращения полости. Постановка задачи соответствует [4,6]. Слой образован внутренним алюминиевым теплообменником *1* и плексигласовой трубой *2* (рис. 1). Нагрев слоя осуществляется электрическим нагревателем, установленным на оси вращения, охлаждение – омыванием термостатированной жидкостью внешней границы трубы *2*. Эксперименты проводятся при фиксированной скорости вращения $f_{\text{rot}} \equiv \Omega_{\text{rot}}/2\pi = 1.5$ об/с и мощности тепловыделения. Эксперименты начинаются с установления равновесного распределения температуры в слое жидкости. Разность температур при этом составляет $\Theta_0 = 14$ ^{0}C. После чего, задаются либрации с заданной частотой $f_{\text{lib}} \equiv \Omega_{\text{lib}}/2\pi$. Амплитуда либраций ε меняется пошагово с измерением на каждом шаге установившейся разности температур Θ на границах слоя. Далее, серия повторяется при другом значении f_{lib}.

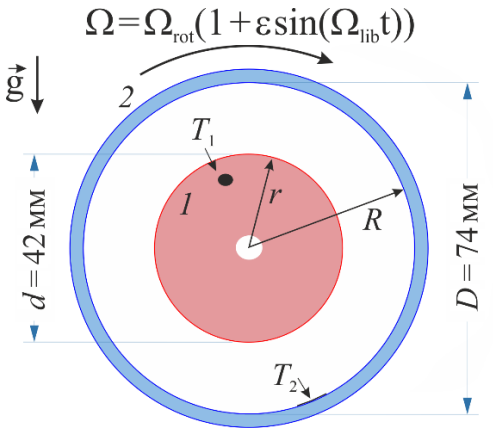


Рис. 1. Схема слоя

На рис. 2 (*б*) показаны зависимости числа Нуссельта от амплитуды либраций при различных безразмерных частотах либраций $N = f_{\text{lib}}/f_{\text{rot}}$. Кривые теплопереноса демонстрируют несколько кризисов. Для визуализации течений используется алюминиевая пудра. С увеличением амплитуды либраций пороговым образом в слое возникают конвективные

течения в виде системы трехмерных тороидальных структур различного масштаба (рис. 2, *б*). Структуры с большим пространственным периодом, зависящем от частоты модуляции скорости вращения, связаны с распространением инерционных волн.

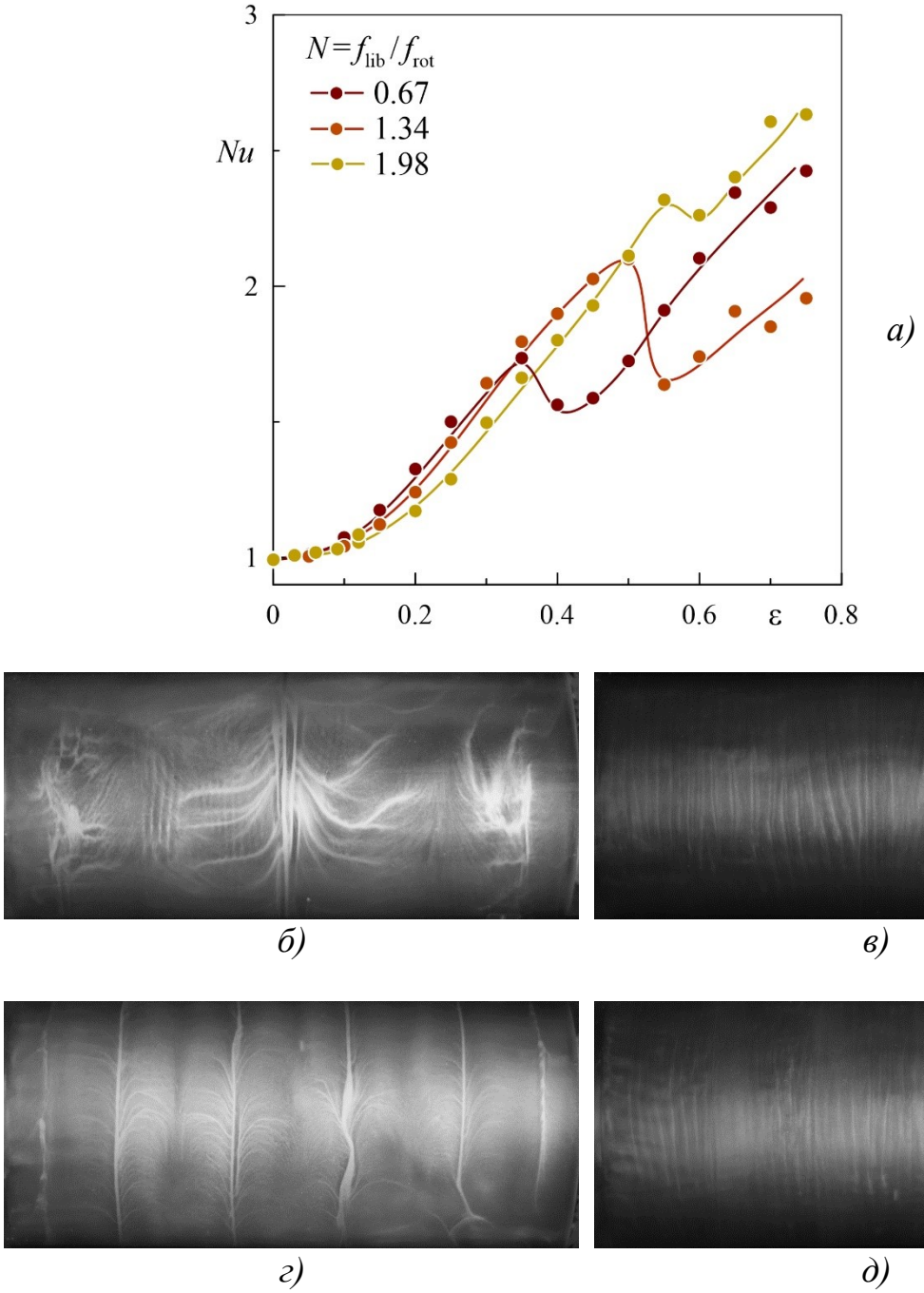


Рис. 2. Зависимость числа Нуссельта от амплитуды либраций (а), фотографии структур: Θ = 14 °C; N = 0.67(б,в) и 1.33 (г,д)

На рис. 2 (*б* и *г*) показаны наиболее яркие вихревые структуры, полученные при безразмерных частотах либраций, отвечающих условиям резонансного возбуждения инерционных мод. На фоне инерционно-волновых структур наблюдаются мелкомасштабные трехмерные течения,

пространственный размер которых практически не меняется во всем диапазоне параметров эксперимента. Предположительно коротковолновые структуры представляют собой вихри Тейлора-Гёртлера [7]. Последние возникают в результате центробежной неустойчивости колебательного течения жидкости.

С увеличением амплитуды либраций теплоперенос в слое возрастает. При достижении критического значения ε число Нуссельта резко уменьшается. Снижение теплопереноса связано с разрушением тороидальных вихрей инерционно-волновой природы. С дальнейшим увеличением ε теплоперенос восстанавливается. В слое возникают двумерные валы, вытянутые вдоль оси вращения (рис. 2, *в* и *д*). Критическое значение амплитуды либраций, соответствующее смене режима конвекции возрастает с увеличением безразмерной амплитуды либраций.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 25-11-00358, https://rscf.ru/project/25-11-00358/.

Список литературы

1. *Le Bars M, Cébron D, Le Gal P.* Flows driven by libration, precession, and tides // Annual Review of Fluid Mechanics. 2015. Vol. 47. P. 163-193
2. *Козлов В.Г.* Вибрационная конвекция во вращающихся полостях // Изв. РАН. МЖГ. 2004. № 1. С. 5–14.
3. *Vjatkin A, Siraev R, Kozlov V.* Theoretical and experimental study of thermal convection in rotating horizontal annulus // Microgravity Science and Technology. 2020. Vol. 32. P. 1133-1145.
4. *Vjatkin A., Petukhov S., Kozlov V.* Experimental Study of Thermal Convection and Heat Transfer in Rotating Horizontal Annulus // Fluid Dynamics & Materials Processing. 2024. Vol (2011). P. 2475-2488
5. *Gershuni G.Z.*, *Lyubimov D.V.* Thermal vibrational convection. N.Y.: Wiley et al. 1998. 358 p.
6. *Vjatkin A., Petukhov S., Kozlov V.* Inertial Modes in a Rotating Horizontal Annulus with Boundaries of Different Temperatures and Their Effect on the Averaged Convection // Fluid Dynamics & Materials Processing. 2025. Vol. 21. № 4. P. 783-798.
7. *Kozlov V., Polezhaev D.* Flow patterns in a rotating horizontal cylinder partially filled with liquid // Physical Review E. 2015. Т. 92. №. 1. С. 013016

ВЛИЯНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ НА СЛОЖНЫЕ ВОДОНЕФТЯНЫЕ ЭМУЛЬСИИ

Р. Р. Галеев, В. И. Валиуллина, Р. Р. Зиннатуллин
Уфимский университет науки и технологий,
450076, Уфа, Заки Валиди, 32

В работе экспериментально исследовано влияние высокочастотного электромагнитного поля на процессы дестабилизации и разделения обратных эмульсий. Показано, что воздействие поля вызывает диэлектрофоретическое перемещение и коалесценцию капель водной фазы, приводящее к ускоренному расслоению системы. Установлено, что наличие твёрдого дисперсного наполнителя (глины) снижает эффективность диэлектрофореза, но способствует более быстрой седиментации агрегатов «капля-частица». Результаты демонстрируют перспективность использования электрофизических методов для управления устойчивостью сложных дисперсных систем.

Ключевые слова: нефтешламы, электромагнитное поле, электрофизические методы, эмульсия, деэмульсация.

THE IMPACT OF ELECTROMAGNETIC FIELDS ON COMPLEX WATER-OIL EMULSIONS

R. R. Galeev, V. I. Valiullina, R. R. Zinnatullin
Ufa University of Science and Technology
32 Zaki Walidi St., 450076, Ufa

The effect of a high-frequency electromagnetic field on the destabilization and separation processes of reverse emulsions has been experimentally investigated. The study demonstrates that the field induces dielectrophoretic movement and coalescence of aqueous phase droplets, leading to faster stratification of the system. It was found that the presence of a solid dispersed phase (clay) decreases the efficiency of dielectrophoresis but promotes faster settling of droplet-particle aggregates. These findings suggest the potential for using electrophysical techniques to control the stability of complex dispersions.

Keywords: oil sludge, electromagnetic field, electrophysical methods, emulsion, demulsation.

Введение

Накопление нефтешламов представляет серьёзную экологическую проблему и ведёт к значительным экономическим потерям из-за утраты остаточной нефти. Традиционные методы утилизации отличаются высокой энергоёмкостью и ограниченной эффективностью, что стимулирует поиск альтернативных подходов. В последние десятилетия внимание исследователей привлекают электрофизические методы, основанные на взаимодействии электрических и электромагнитных полей с

© Галеев Р.Р., Валиуллина В.И., Зиннатуллин Р.Р., 2025

многокомпонентными дисперсными системами, к которым относятся нефтешламы [1]. Эти методы позволяют осуществлять направленную демульсацию, сепарацию фаз, пиролиз и плазменную деструкцию органических соединений.

Одним из перспективных направлений является применение постоянных электрических полей для интенсификации фазового разделения. Исследование [2] демонстрирует эффективность электрокинетической демульсации: внешнее поле индуцирует электрофорез и поляризацию капель, ускоряя коалесценцию и разделение эмульсии. В обзоре [3] электрофизические методы отмечены как энергоэффективные, с акцентом на синергию электрического поля и микроволнового нагрева, разрушающего эмульсионные структуры.

С позиций механики плазмы интерес представляет обработка низкотемпературной плазмой [4], обеспечивающая полное разложение токсичных компонентов без вторичных продуктов. Альтернативой является микроволновый пиролиз [5], где объёмный нагрев полярных компонентов интенсифицирует процесс и увеличивает выход целевых фракций.

Таким образом, ключевые направления включают электрокинетическую сепарацию, плазменную деструкцию и микроволновый пиролиз. Несмотря на потенциал, они требуют оптимизации и масштабирования. Целью настоящей работы является изучение фундаментальных принципов поведения эмульсий в электрическом поле.

Материалы и методы

Для проведения исследований по воздействию электромагнитного поля на процессы расслоения дисперсных систем была разработана и собрана специализированная экспериментальная установка. В её состав входят: цифровая камера Canon EOS 250D с объективом TAMRON, генератор высокочастотных и низкочастотных полей AG1021, источник света Fiber-Lite MH-100, рассеиватель светового потока, экспериментальная ячейка, а также специально изготовленный кожух для проведения оптических наблюдений.

Схематическая структура установки представлена на рис. 1. Оптическая система устроена таким образом, что свет от источника проходит через рассеиватель, обеспечивающий равномерную засветку фона. Экспериментальная ячейка подключается к генератору ВЧ/НЧ полей, оснащённому встроенным усилителем, что позволяет использовать его автономно. Кожух играет ключевую роль в формировании корректных экспериментальных условий, предотвращая проникновение света и образование теней, которые могут снизить качество регистрации изображений и, как следствие, достоверность результатов.

Результатом экспериментов являются серии фотоснимков, фиксируемых с заданным временным интервалом t=10 с. Их анализ позволяет определить динамику расслоения исследуемой системы, включая характерные времена, интенсивность и степень разделения фаз.

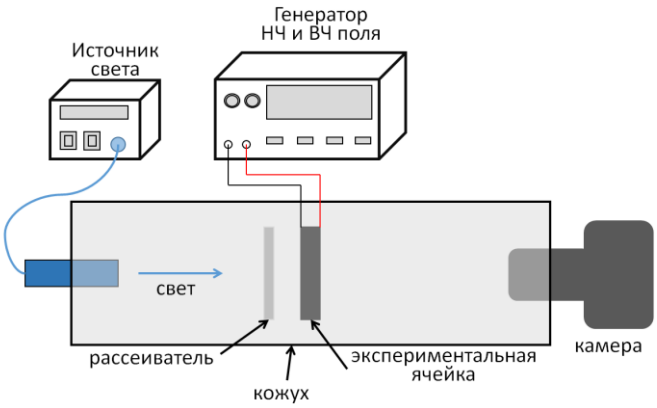
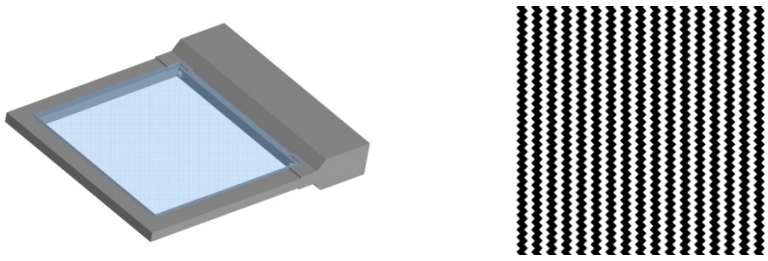


Рис.1 Принципиальная схема лабораторной установки

Центральным элементом установки является экспериментальная ячейка (рис. 2а), представляющая собой два токопроводящих стекла с прозрачным покрытием ITO, расположенных параллельно на расстоянии d=3 мм. На поверхность стекол методом фотолитографии с последующим жидкостным травлением были нанесены электроды пилообразной формы с межэлектродным зазором 300 мкм. Для предотвращения короткого замыкания электроды покрыты электроизоляционным лаком (рис. 2б).



а) *б)*

Рис. 2. а) 3D модель собранной ячейки;
б) фотография фрагмента маски электродов для литографии

Корпус ячейки изготовлен методом 3D-печати из PLA-пластика. Внутренние размеры ячейки составили 48 × 48 × 3 мм.

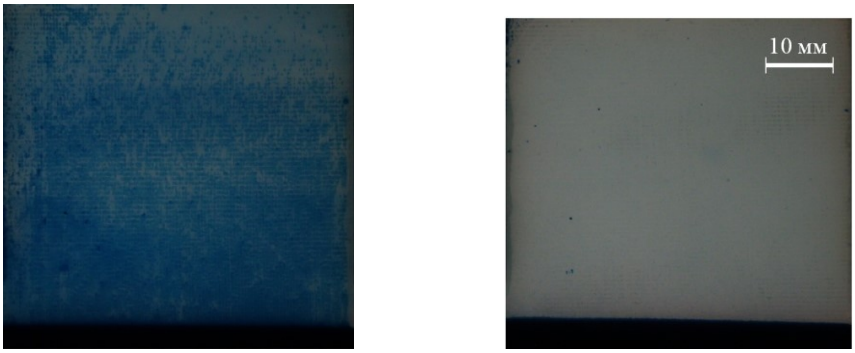
Результаты

В работе исследовано влияние внешнего электромагнитного поля на устойчивость обратных эмульсий типа «вода в масле». В качестве дисперсионной среды использовалось трансформаторное масло, дисперсной фазой служила дистиллированная вода, стабилизация осуществлялась с помощью неионогенного поверхностно-активного вещества Span 80. В отдельных сериях экспериментов в систему дополнительно вводилась глина в качестве твёрдого дисперсного наполнителя.

Эксперименты проводились в условиях воздействия высокочастотного электромагнитного поля с частотой 8 МГц и выходной мощностью 5 Вт.

Данный диапазон частот соответствует области, где существенно проявляются как диэлектрофоретические, так и электростатические эффекты, определяющие перераспределение дисперсной фазы в объёме обратной эмульсии.

Было установлено, что при экспозиции к полю капли водной фазы в трансформаторном масле подвергаются смещению и концентрируются в областях максимальной напряжённости поля. Этот процесс интерпретируется как результат действия сил диэлектрофореза, обусловленных контрастом диэлектрических проницаемостей воды и масляной среды. В ходе экспериментов наблюдалось укрупнение капель вследствие коалесценции, что указывает на нарушение устойчивости межфазной границы под действием поля (рис. 3*а*).



а) *б)*

Рис. 3. Распределение капель воды в ячейке во время действия электромагнитного поля (а) и после его отключения (б)

После отключения излучения агрегированные водные включения осаждались на дно ячейки, что приводило к ускоренному переходу системы из состояния устойчивой обратной эмульсии к полному расслоению на масляную и водную фазы (рис. 3*б*). Эффективность процесса и характер сегрегации зависели от объёмной доли дисперсной фазы и наличия твёрдого наполнителя (глины), способного экранировать электрическое поле и изменять кинетику коалесценции. При наличии глины капли воды образуют комплексы «капля - частица». Наблюдалось снижение скорости смещения к областям максимальной напряжённости, что подтверждает уменьшение эффективности диэлектрофореза.

После отключения поля вода вместе с частицами глины образовывала агрегаты повышенной плотности, которые быстрее осаждались на дно ячейки (рис. 4).

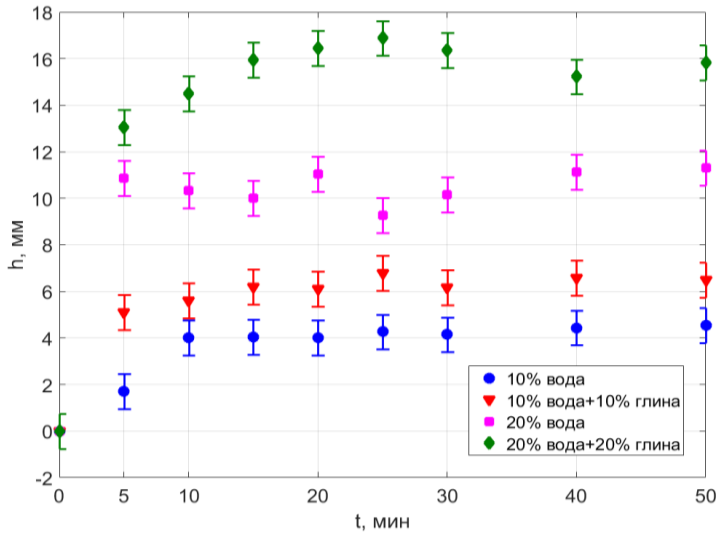


Рис. 4. Зависимость высоты плотной упаковки капель в эмульсии при воздействии ЭМП

При этом на дне ячейки образовывалась плотная упаковка капель и не расслаивалась, поскольку капли оставались стабилизированными адсорбированными частицами.

Воздействие высокочастотного электромагнитного поля эффективно дестабилизирует эмульсии типа «вода в масле» за счет диэлектрофореза и коалесценции капель. Наличие глины образует стабилизированные комплексы, которые ускоряют осаждение дисперсной фазы, но препятствуют расслоению эмульсии.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 25-27-00181, https://rscf.ru/project/25-27-00181/.

Список литературы

1. *Lin C. Y.* Evaluation of Adequate Type of Non-Thermal Plasma for Treating Oily Sludge to Produce Refined Fuel // Processes. 2025. Vol. 13 (6) P. 1822.
2. *Jahromi A. F., Elektorowicz M.* Electrokinetically assisted oil-water phase separation in oily sludge with implementing novel controller system // Journal of hazardous materials. 2018. Vol. 358. P. 434-440.
3. *Hui K. et al.* Status and prospect of oil recovery from oily sludge: A review // Arabian journal of chemistry. 2020. Vol. 13 (8). P. 6523-6543.
4. *Bhatt K. P. et al.* A critical review on solid waste treatment using plasma pyrolysis technology // Chemical Engineering and Processing-Process Intensification. 2022. Vol. 177. P. 108989.
5. *Xie Q. et al.* Efficient treatment of oily sludge via fast microwave-assisted pyrolysis, followed by thermal plasma vitrification // Molecules. 2023. Vol. 28 (10). P. 4036.

ИССЛЕДОВАНИЕ АКТИВНОСТИ КАВИТАЦИОННЫХ СОБЫТИЙ В СОНОХИМИЧЕСКОМ РЕАКТОРЕ, ЗАПОЛНЕННОМ ГЕТЕРОГЕННОЙ СРЕДОЙ

В. А. Галишевский[a], М. О. Кучинский[a,b], К. А. Рыбкин[a,b], Т. П. Любимова[a,b], А. Д. Садовникова[a,b], Д. Е. Иванов[a]

[a]Пермский государственный национальный исследовательский университет, 614990, Пермь, Букирева, 15

[b]Институт механики сплошных сред УрО РАН, 614013, Пермь, Академика Королева, 1

Кавитационные эффекты, вызываемые ультразвуком в жидкостях с взвешенными частицами и газовыми пузырьками, отличаются значительной сложностью и остаются малоизученными, несмотря на их важность для развития ультразвуковых технологий. В данной работе исследовано воздействие ультразвука на жидкость, содержащую воздушные пузырьки и твердые частицы, а также рассмотрено влияние включений на распространение ультразвука и кавитационную активность в такой системе. Экспериментальное исследование проводится с помощью модифицированного метода foil test, позволяющего визуализировать временную динамику активности кавитационных событий в сонохимическом реакторе.

Ключевые слова: ультразвук; кавитация; воздушные пузырьки

INVESTIGATION OF THE ACTIVITY OF CAVITATION EVENTS IN A SONOCHEMICAL REACTOR FILLED WITH A HETEROGENEOUS MEDIUM

V. A. Galishevskiy[a], M. O. Kuchinskiy[a,b], K. A. Rybkin[a,b], T. P. Lyubimova[a,b], A. D. Sadovnikova[a,b], D. E. Ivanov[a,b]

[a]Perm State University, 15 Bukireva St., 614990, Perm

[b]Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS, 1 Academician Korolev St., 614013, Perm

Cavitation effects caused by ultrasound in liquids with suspended particles and gas bubbles are highly complex and remain poorly understood, despite their importance for the development of ultrasound technologies. In this paper, the effect of ultrasound on a liquid containing air bubbles and solid particles is investigated, and the effect of inclusions on ultrasound propagation and cavitation activity in such a system is considered. The experimental study is carried out using a modified foil test method, which makes it possible to visualize the temporal dynamics of cavitation event activity in a sonochemical reactor.

Keywords: ultrasound; cavitation; air bubbles

© Галишевский В.А., Кучинский М.О., Рыбкин К.А., Любимова Т.П., Садовникова А.Д., Иванов Д.Е., 2025

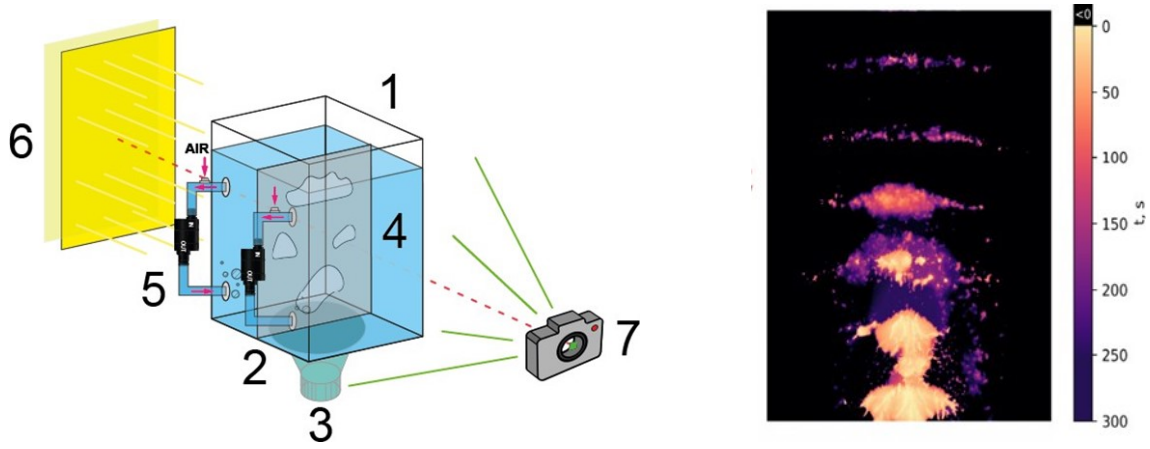
Введение

Ультразвуковые технологии нашли широкое применение в различных областях науки и техники; основой этих технологий являются физико-химические явления, индуцируемые в жидкостях и твердых телах под воздействием интенсивных акустических колебаний [1, 2]. Одним из важнейших таких процессов является акустическая кавитация — образование, колебание и коллапс микропузырьков в жидкости, сопровождающиеся экстремальными локальными изменениями давления и температуры.

Эффективность ультразвукового воздействия зависит от параметров кавитационного поля, которое, в свою очередь, определяется как характеристиками акустического излучения, так и свойствами самой среды [3]. Динамика кавитационных пузырьков существенно усложняется при наличии в жидкости дисперсных включений — газовых пузырьков и твердых частиц, которые активно взаимодействуют с акустическим полем и друг с другом. Твердые частицы могут выступать как центрами кавитации, так и стабилизаторами пузырьков, усиливая кавитационную активность за счет образования гетерогенных кластеров. В то же время газовые пузырьки способны поглощать и рассеивать акустическую энергию, приводя к затуханию ультразвуковых волн и подавлению кавитации в объеме [4]. Совместное же присутствие частиц и пузырьков может приводить к синергетическим эффектам, механизмы которых изучены недостаточно.

Целью настоящей работы является экспериментальное исследование кавитационной активности в жидкости, содержащей воздушные пузырьки и твердые частицы, под воздействием ультразвука.

Описание экспериментальной установки и методики измерений



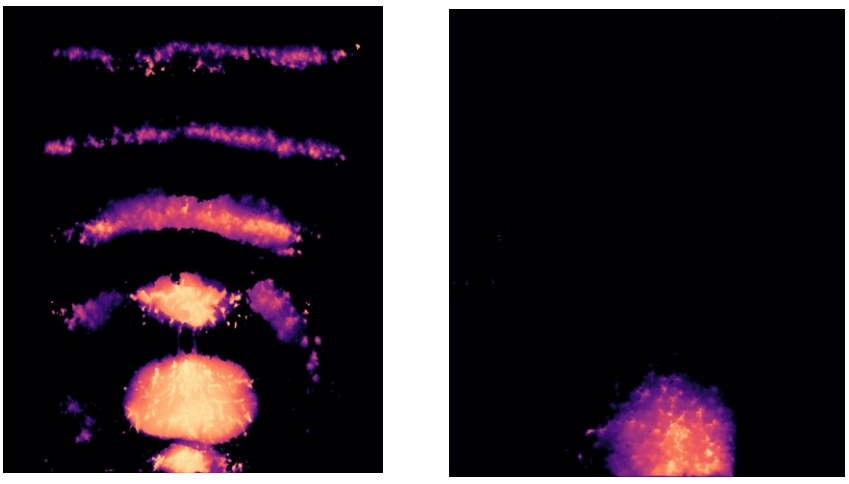
а) *б)*

Рис. 1. а) Экспериментальная установка; б) Тепловая карта активности кавитационных событий в дистиллированной воде, полученная с помощью модифицированного метода foil test

Экспериментальная установка представляла собой кварцевую кювету в форме параллелепипеда (рис. 1*а*, *1*), в нижней части которой располагался пластина (рис. 1*а*, *2*) с источником ультразвука с частотой 28 кГц (рис. 1*а*, 3). Для визуализации кавитационной активности использовался модифицированный метод foil test, в котором фольга закреплялась на пластиковой рамке внутри кюветы (рис. 1*а*, *4*). Система водяных насосов с насадками Вентури, расположенная на боковой стенке кюветы (рис. 1*а*, *5*), обеспечивала создание потока жидкости (0.9 или 1.2 л/мин) и одновременную аэрацию, диспергируя воздух в виде пузырьков средним диаметром 1–2 мм. Для подсветки использовался источник контрового света (рис. 1*а*, *6*), а регистрация процесса разрушения фольги проводилась с помощью цифровой камерой (рис. 1, *7*). Съемка осуществлялась с интервалом 5 с, после чего полученные изображения обрабатывались с помощью разработанного алгоритма на Python для построения тепловых карт (рис. 1*б*), отражающих временную динамику разрушения поверхности (подробнее о методике обработки см. в статье [5]). В экспериментах в качестве рабочей жидкости использовалась дистиллированная вода, а в качестве твердых включений — частицы сополиамида номинальным размером 50 мкм.

Результаты

В результате исследования найдено, что кавитационная активность в дистиллированной воде в отсутствие потока жидкости локализуется в пучностях стоячей ультразвуковой волны, формируя шесть четких зон разрушения фольги (рис. 1*б*).



а) *б)*

Рис. 2. Тепловые карты активности кавитационных событий спустя 300 s воздействия для дистиллированной воды с потоком 1.2 л/мин в присутствии а) - воздушных пузырьков; б) – твердых частиц

Наличие потока жидкости (0.9 и 1.2 л/мин) приводит к снижению интенсивности кавитации и нарушению пространственной структуры зон

разрушения вследствие изменения распределения пузырьков в объеме. Добавление твердых частиц размером 50 мкм увеличивает площадь разрушения фольги и способствует структурированию зон кавитационной активности благодаря взаимодействию частиц с пузырьками под действием вторичной силы Бьеркнеса (рис. 2*а*). Воздушные пузырьки размером 1-2 мм подавляют распространение ультразвуковых колебаний, вызывая быстрое затухание акустических волн и ограничивая кавитацию одной зоной активности непосредственно над излучателем (рис. 2*б*). Совместное присутствие твердых частиц и газовых включений демонстрирует синергетический эффект, усиливая эрозию фольги.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 24-11-00269).

Список литературы

1. *Chen X. et al.* Effect of surface chemical heterogeneity on bubble attachment probability: Implications for coarse particle flotation //Minerals Engineering. 2025. Vol. 226. P. 109251.
2. *Han W. et al.* A perspective review of droplets and bubbles formation in microfluidics //Microgravity Science and Technology. 2024. Vol. 36 (3). P. 35.
3. *Yuan S. et al.* Ultrasound as an emerging technology for the elimination of chemical contaminants in food: A review //Trends in Food Science & Technology. 2021. Vol. 109. P. 374-385.
4. *Su K. et al.* Joint effects of gas bubbles and solid particles on sonochemical inhibition in sonicated aqueous solutions //Ultrasonics Sonochemistry. 2023. Vol. 101. P. 106717.
5. *Kuchinskiy M. et al.* Investigation of Cavitation in NaCl Solutions in a Sonochemical Reactor Using the Foil Test Method //Fluid Dyn. Mater. Process. 2024. Vol. 20. P. 1093-1102.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРОФОРЕЗА МИКРОЧАСТИЦЫ С ТОНКОЙ ПОЛИЭЛЕКТРОЛИТНОЙ ОБОЛОЧКОЙ

Г. С. Ганченко[a], Е. А. Демехин[a,b]
[a]Лаборатория электро- и гидродинамики микро- и наномасштабов,
Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации,
350051, Краснодарский край, Краснодар, ул. Шоссе Нефтяников, д. 32, ком. 105
[b]НИИ механики МГУ имени М.В. Ломоносова,
119192, Москва, Мичуринский пр. 1

Представлены результаты численного исследования электрофореза композитной микрочастицы, состоящей из диэлектрического ядра и тонкой полиэлектролитной оболочки, в растворе бинарного электролита при действии внешнего электрического поля. Разработана постановка на основе системы уравнений Нернста–Планка, Пуассона и Навье–Стокса в осесимметричной постановке. Проведено сравнение с поведением полностью диэлектрических и ионоселективных частиц. Показано, что даже тонкая оболочка вызывает концентрационную поляризацию и образование пространственного заряда; установлены характерные режимы движения и условия возникновения электрокинетических неустойчивостей.

Ключевые слова: электрофорез; композитная микрочастица; полиэлектролитная оболочка; концентрационная поляризация; электрокинетическая неустойчивость; численное моделирование

NUMERICAL MODELING OF ELECTROPHORESIS OF A MICROPARTICLE WITH A THIN POLYELECTROLYTE SHELL

G. S. Ganchenko[a], E. A. Demekhin[a,b]
[a]Laboratory of Micro- and Nanoscale Electro- and Hydrodynamics, Financial University under the Government of the Russian Federation,
32, room 105 Neftyanikov Highway St., 350051, Krasnodar, Krasnodar Krai
[b]Institute of Mechanics, Lomonosov Moscow State University,
1 Michurinsky prosp, 119192, Moscow

We present numerical results for the electrophoresis of a composite microparticle composed of a dielectric core and a thin polyelectrolyte shell in a binary electrolyte under an external electric field. The problem is formulated using the coupled Nernst–Planck, Poisson, and Navier–Stokes equations in axisymmetric geometry. Comparisons with dielectric and fully ion-selective particles are made. We show that even a thin shell induces concentration polarization and space-charge formation; characteristic flow regimes are identified, as well as conditions for the onset of electrokinetic instabilities.

Keywords: electrophoresis; composite microparticle; polyelectrolyte shell; concentration polarization; electrokinetic instability; numerical modeling

© Ганченко Г.С., Демехин Е.А., 2025

Введение и мотивация

Электрофорез широко используется в микрофлюидике и аналитической химии для управления и разделения частиц [1]. Классическая теория описывает диэлектрические частицы, для которых скорость в слабых полях линейно растёт с напряжённостью электрического поля. Для ионоселективных микрогранул поведение существенно сложнее: возникают концентрационная поляризация и электрокинетические эффекты второго рода, приводящие к нелинейным зависимостям скорости электрофореза и к электрокинетическим неустойчивостям [2–5]. Многие биологические микрообъекты: вирусы бактерии —имеют многослойную структуру, в которой поверхностный слой состоит из полиэлектролитных соединений и обладает ионной селективностью [6,7]. Такая «композитная» структура требует отдельного анализа. Цель работы — численно исследовать электрофорез частицы с тонкой полиэлектролитной оболочкой и сравнить её поведение с пределами диэлектрической и полностью ионоселективной частиц.

Постановка задачи и модель оболочки

Рассматривается сферическая частица радиуса $\tilde{r}_0$ (размерные величины будут помечаться тильдой), состоящая из диэлектрического ядра с поверхностным зарядом $\tilde{\sigma}$ и тонкой ионоселективной оболочки толщины $\tilde{L} \ll \tilde{r}_0$ (рис. 1). Жидкость вокруг частицы — водный раствор бинарного симметричного электролита с характерной концентрацией ионов соли $\tilde{C}_\infty$. На систему действует однородное электрическое поле напряжённости $\tilde{E}_\infty$.

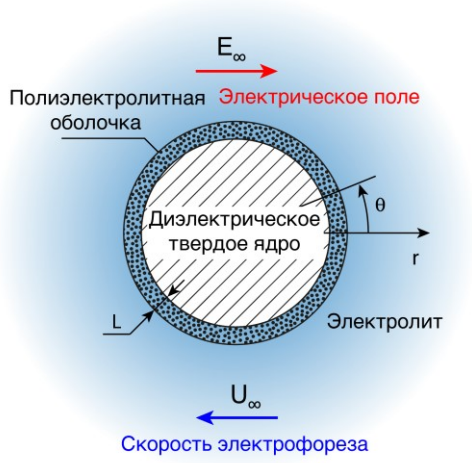


Рис. 1. Схема композитной частицы.

Поведение раствора электролита описывается следующей системой уравнений

$$\frac{\partial \tilde{C}^{\pm}}{\partial \tilde{t}} + \nabla \cdot \left(\tilde{C}^{\pm} \tilde{\boldsymbol{U}} - \tilde{D} \nabla \tilde{C}^{\pm} \mp \frac{\tilde{D}\tilde{F}}{\tilde{R}\tilde{T}} \tilde{C}^{\pm} \nabla \tilde{\Phi} \right) = 0,$$

$$\tilde{\varepsilon}\nabla^2\tilde{\Phi} = -\tilde{F}\left(\tilde{C}^+ - \tilde{C}^-\right),$$
$$-\nabla\tilde{\Pi} + \tilde{\mu}\nabla^2\tilde{\boldsymbol{U}} = \tilde{F}\left(\tilde{C}^+ - \tilde{C}^-\right),$$

здесь $\tilde{C}^{\pm}$ — плотности концентрации ионов, $\tilde{\Phi}$ — потенциал, $\tilde{\boldsymbol{U}}$ — скорость жидкости, $\tilde{\Pi}$ — давление, $\tilde{D}$ — коэффициент диффузии, $\tilde{\varepsilon}$ — диэлектрическая проницаемость воды, $\tilde{\mu}$ — вязкость; $\tilde{F}$, $\tilde{R}$, $\tilde{T}$ — постоянная Фарадея, газовая постоянная и температура.

Внутри диэлектрического ядра потенциал $\tilde{\phi}$ удовлетворяет уравнению Лапласа ($\nabla^2\tilde{\phi} = 0$). На границе ядра учитывается скачок электрического заряда, который на поверхности определен однородной плотностью заряда σ, и нулевой поток ионов. Тонкая оболочка непроницаема для жидкости, но проницаема для ионов; её селективность задаётся объёмной плотностью фиксированного заряда $\tilde{N}$ [8]. При $|\tilde{N}|/\tilde{C}_\infty \gg 1$ оболочка приближается к идеальной ионоселективности.

На внешней границе оболочки ($\tilde{r} = \tilde{r}_0$) выполняются условия прилипания для жидкости и непрерывности $\tilde{\Phi}$ и $\tilde{C}^{\pm}$. На бесконечности: $\tilde{C}^{\pm} \to \tilde{C}_\infty$, $\tilde{\Phi} \approx -\tilde{E}_\infty\ r\,cos\theta, \tilde{\boldsymbol{U}} \to -\tilde{U}_\infty\,cos\theta\ \boldsymbol{e\_r}$. Скорость частицы $\tilde{U}_\infty$ определяется из условия нулевой равнодействующей сил.

В качестве характерных величин при обезразмеривании были выбраны: $\tilde{r}_0$, $\tilde{\Phi}_0 = \tilde{R}\tilde{T}/\tilde{F}$, $\tilde{C}_\infty$ и $\tilde{U}_0 = \tilde{D}/\tilde{r}_0$. Вводятся $E_\infty = \tilde{E}_\infty\,\tilde{r}_0\tilde{F}/(\tilde{R}\tilde{T})$, $N = \tilde{N}/\tilde{C}_\infty$, $L = \tilde{L}/\tilde{r}_0 \ll 1$, $Pe = \tilde{U}_\infty\,\tilde{r}_0/\tilde{D}$. Для диэлектрической частицы в слабых полях справедлив закон Гельмгольца–Смолуховского $\tilde{U}_\infty = \left(\frac{\tilde{\varepsilon}\tilde{\zeta}}{\tilde{\mu}}\right)\tilde{E}_\infty$ [1]. Для сильноселективных систем в нелинейном режиме известны оценки $U_\infty \propto E_\infty^2$ и $U_\infty \propto E_\infty^{4/3}$ [2–4].

Численный метод и параметры расчёта

Постановка решалась осесимметрично в (r, θ) на области $1 - L < r < R_{max}$, $R_{max} \gg 1$. Использовался метод конечных элементов с локальным сгущением сетки вблизи оболочки и в следе за частицей, где формируется протяжённая область повышенной концентрации соли. Интегрирование задачи по времени выполнялось с адаптивным шагом; U∞ находилась из условия баланса сил, действующих на частицу [9]. Верификация включала: (i) воспроизведение линейного закона для диэлектрической частицы [1]; (ii) режимы $U_\infty \propto E_\infty^2$ и $U_\infty \propto E_\infty^{4/3}$ для ионоселективного предела [2–4]; (iii) независимость от R_max и шага сетки.

Размерные параметры используемые при моделировании: $2\tilde{r}_0$= 5 мкм, $\tilde{L}$= 0.5 мкм ($L = 0.1$), раствор KCl с $\tilde{C}_\infty = 0.1$ моль/м³, $N = -10$ (катионоселективность), $\tilde{E}_\infty$= 5–1000 кВ/м, $\tilde{\sigma} \in [-60, +60]$ мкКл/м². Эти величины соответствуют безразмерным параметрам: $E_\infty < 100, \sigma = \pm 15$.

Результаты и обсуждение

Скорость электрофореза диэлектрической частицы подчиняется линейному закону в широком диапазоне напряженности и лишь в сильных полях демонстрирует слабую нелинейность [1]. Ионоселективная частица при росте поля переходит от $U_\infty \propto E_\infty^2$ к $U_\infty \propto E_\infty^{4/3}$ [2–4]; при $E_\infty \approx 8-20$ возникают неустойчивости, а при $E_\infty \gtrsim 50$ — хаотические режимы [5]. Композитная частица демонстрирует закон $U_\infty \propto E_\infty^{4/3}$ (рис. 2), но пороги неустойчивости сдвинуты к большим полям [10].

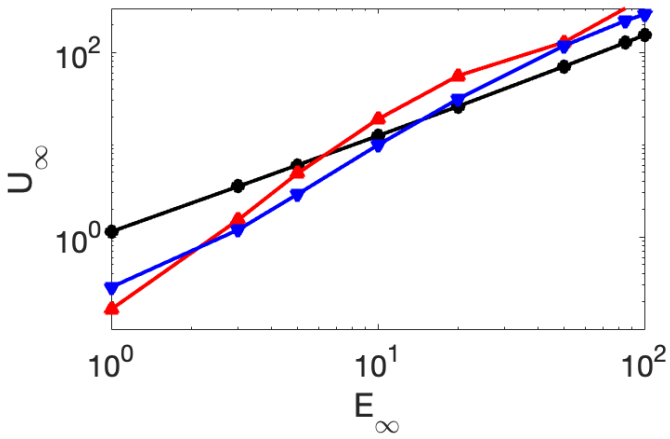


Рис. 2. Зависимость скорости электрофореза от напряженности электрического поля. Черная линия – полностью диэлектрическая частица с σ=-15 *, красная линия – полностью ионоселективная частица с N=10, синяя линия – композитная частица с ядром* σ=-15 *и оболочкой L=0.1, N=10.*

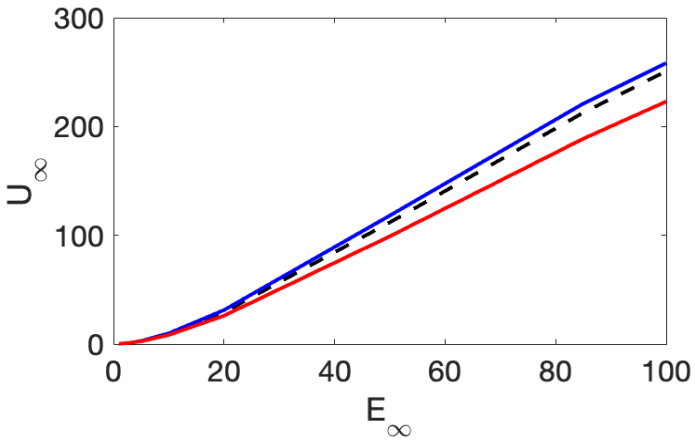


Рис. 3. Зависимость скорости электрофореза от напряженности электрического поля для композитной частица с оболочкой L=0.1, N=5 и ядром с различным зарядом: синяя линия – $\sigma = -15$, *красная линия –* $\sigma = 15$, *черная пунктирная линия –* $\sigma = 0$.

В сильном поле ($E_\infty \approx 50$) изменение σ от 0 до ±15 меняет U_∞ на 3–12% (зависит от знака σ, рис. 3), тогда как у диэлектрической частицы изменение

на ~15% достигается меньшей вариацией σ [11]. Рост $|N|$ усиливает концентрационную поляризацию и приближает поведение к пределу полностью ионоселективной частицы (и к более низким порогам неустойчивостей).

Перед частицей формируется область пространственного заряда, позади — узкая концентрационная струя. Для полностью ионоселективной частицы струя теряет устойчивость уже при $E_\infty \approx 20$ [3–5]. Для композитной частицы, несмотря на тонкость оболочки ($L = 0.1$), струя и околосердечные вихревые структуры остаются устойчивыми до $E_\infty \approx 50 - 60$, что объясняет более высокие пороги перехода.

Заключение

Даже тонкая полиэлектролитная оболочка радикально модифицирует электрофоретическое движение микрочастицы:

(i) вызывает концентрационную поляризацию и формирование пространственного заряда;

(ii) переводит зависимость скорости в режим $U_\infty \propto E_\infty^{4/3}$ в широком диапазоне полей;

(iii) снижает чувствительность скорости электрофореза к заряду ядра;

(iv) повышает пороги электрокинетических неустойчивостей по сравнению с полностью ионоселективными микрочастицами.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 22-79-10085.

Список литературы

1. *Dukhin S.S.* Electrokinetic phenomena of the second kind and their applications // Advances in Colloid and Interface Science. 1991. Vol. 35. P. 173–196.
2. *Yariv E.* Migration of ion-exchange particles driven by a uniform electric field // Journal of Fluid Mechanics. 2010. Vol. 655. P. 105–121.
3. *Schnitzer O., Yariv E.* Nonlinear electrophoresis at arbitrary field strengths: small-Dukhin-number analysis // Physics of Fluids. 2014. Vol. 26 (12). P. 122002–21.
4. *Tottori S., Misiunas K., Keyser U.F., Bonthuis D.J.* Nonlinear electrophoresis of highly charged nonpolarizable particles // Physical Review Letters. 2019. Vol. 123 (1). P. 014502.
5. *Ganchenko G.S., Frants E.A., Amiroudine S., Demekhin E.A.* Instabilities, bifurcations, and transition to chaos in electrophoresis of charge-selective microparticle // Physics of Fluids. 2020. Vol. 32 (5). P. 054103.
6. *Ohshima H.* Approximate analytic expressions for the electrophoretic mobility of spherical soft particles // Electrophoresis. 2021. Vol. 42 (21–22). P. 2182–2188.
7. *Maurya S.K., Gopmandal P.P., Ohshima H., Duval J.F.* Electrophoresis of composite soft particles with differentiated core and shell permeabilities to ions

and fluid flow // Journal of Colloid and Interface Science. 2020. Vol. 558. P. 280–290.
8. *Demekhin E.A., Ganchenko G.S., Kalaydin E.N.* Transition to electrokinetic instability near imperfect charge-selective membranes // Physics of Fluids. 2018. Vol. 30 (8). P. 082006–19.
9. *Ganchenko G.S., Frants E.A., Shelistov V.S., Demekhin E.A.* Extreme nonequilibrium electrophoresis of an ion-selective microgranule // Physical Review Fluids. 2019. Vol. 4 (4). P. 043703.
10. *Ганченко Г.С., Шелистов В.С., Демехин Е.А.* Физика движения композитной микрочастицы с тонкой ионоселективной оболочкой во внешнем электрическом поле // Письма в Журнал технической физики. 2025. Т. 51. № 15. С. 45–47.
11. *Frants E., Amiroudine S., Demekhin E.* DNS of Nonlinear Electrophoresis // Microgravity Science and Technology. 2024. Vol. 2 (36). P. 21.

КОЛЕБАНИЯ ТОНКИХ СВОБОДНЫХ КОЛЛОИДНЫХ ПЛЕНОК ПРИ ИХ ПОДЪЕМЕ В КОНИЧЕСКИХ ТРУБКАХ

Т. А. Герцен, Н. Ю. Любимова, А. А. Любимова
Пермский национальный исследовательский политехнический университет,
614990, Пермь, Комсомольский проспект, 29

В отличие от ранее рассмотренных колебаний пленки, закрепленной на проволочных контурах, в данном случае контуром является граница пленки и внутренней стенки трубки. Этот «контур» самопроизвольно движется вместе с пленкой в сторону узкой части трубки. При этом можно наблюдать малые колебания пленки. Рассмотрены два случая: колебания самой пленки после небольшого толчка трубки и колебания груза подвешенного к пленке. С помощью видеозаписи определены характеристики колебаний и влияния на них температуры, профиля трубки, добавки желатина.

Ключевые слова: тонкие коллоидные пленки; конические трубки; колебания

OSCILLATIONS OF THIN FREE COLLOIDAL FILMS DURING THEIR LIFTING IN CONICAL TUBES

T.A. Gertzen, N.Yu. Lyubimova, A.A. Lyubimova
Perm National Research Poytechnic University
29 Komsomolsky Pr, 614990, Perm

Unlike the previously considered oscillations of a film fixed on wire contours, in this case the contour is the border of the film and the inner wall of the tube. This "contour" moves spontaneously together with the film towards the narrow part of the tube. At the same time, small oscillations of the film can be observed. Two cases are considered: oscillations of the film itself after a slight push of the tube and oscillations of a load suspended to the film. Using video recording, the characteristics of oscillations and their influence on temperature, tube profile, and gelatin addition are determined.

Keywords: thin colloidal films; conical tubes; oscillations.

Процессы, связанные с образованием и динамикой свободных коллоидных пленок, становятся актуальными при разработке аппликаторов, косметических и лечебных масок, биосовместимых материалов, а также при использовании миметиков [1]. Недавно возникшие области науки микро- и нанофлюидика естественным образом обращаются к технологиям, связанным с тонкими пленками [2]. В данной модели использованы компоненты, близкие к тем, что используются в медицине, фармации, косметике (мыльно-желатиновые растворы).

При изготовлении и использовании пленки могут претерпевать различных виды эволюции: деградацию, высыхание, колебания [3]. В ранее рассмотренных работах исследованы различные виды поведения тонких

© Герцен Т.А., Любимова Н.Ю., Любимова А.А., 2025

пленок [4, 5, 6], в том числе колебания подвешенного на пленке груза, а также колебания на неподвижных контурах пленок, имеющих форму поверхностей в виде катеноидов [7]. В данной работе проведены наблюдения движения тонких мыльно-желатиновых пленок по внутренним поверхностям конических трубок. При опускании широкого конца конуса в раствор ПАВ его затягивает смачивающая тонкая пленка, которая начинает двигаться в сторону сужения при любом наклоне трубки. При подъеме пленки действие сил поверхностного натяжения и силы тяжести направлено на минимизацию поверхностной энергии за счет уменьшения площади пленки.

В данном случае границы соприкосновения краев пленки с поверхностью трубки можно считать «контурами» с непрерывно меняющимися диаметрами, и наблюдать колебания пленки при ее перемещении.

Движение пленок наблюдалось в разных сосудах переменного сечения. В основном использовали простые круговые конусы, а также конусы с различными криволинейными профилями, как, например, в работе [6]. Формы боковой поверхности трубок заметного влияния на поведение пленок не оказывали. Важным было соотношение широкого и узкого отверстий. От этого зависела скорость перемещения пленки и при вертикальном подъеме ее высота при достижении равновесия.

При небольшой разнице диаметров пленка двигалась слишком медленно и уже на середине пути теряла устойчивость, разрывалась. При разнице диаметров, например, 1:10, скорость движения пленки, наоборот высокая, и удавалось зафиксировать лишь небольшое число колебаний, при этом пленка также быстро теряла устойчивость. Поэтому необходимо было проводить поиск сочетания оптимальных параметров установки.

Заметную роль играл материал трубок. Использованы были полиэтиленовые и более подходящие стеклянные трубки. Существенным также был состав мыльно-желатиновой смести. В качестве ПАВ взяты обычные моющие средства (Fairy), желатин был обычный пищевой. В перспективе необходимо продолжить подбор компонентов с использованием других видов ПАВ и желатина. Эксперименты требовали большой тщательности и аккуратности. Внутреннюю поверхность трубок предварительно необходимо смочить раствором, избавиться от пены.

Наблюдение колебаний груза на пленке также представляло ряд трудностей. Нужно было сделать оптимальный подбор массы, формы (круглая), способа подвешивания груза (сверху или снизу пленки).

При малой массе провис пленки незначителен или вообще отсутствует, соответственно колебания слабо выражены и быстро затухают. При большой массе грузика провис большой, но пленка при этом непрочная. Если в составе пленки преобладает желатин, то груз (пластилиновые шарики) удается поместить сверху.

Температурный интервал в процессе наблюдений и измерений составлял 15 – 40^0C. С повышением температуры пленка становилась менее упругой, и

колебания быстро прекращались. При понижении температуры загустевал желатин. Оптимальной для используемых растворов оказалась температура 20-22-22^{0}С.

При горизонтальном положении трубки для описания ее движения использован второй закон Ньютона с учетом только сил поверхностного натяжения, а при вертикальном подъеме - закон сохранения энергии (поверхностная и гравитационная), сопротивление не учитывалось, хотя его влияние может оказаться заметным, особенно в пластиковых трубках. Во всех опытах колебания были затухающими.

Список литературы

1. *Кузнецова Е.В., Кузнецов Н.М.* Коллоидные объекты в биомедицине: современные тенденции и перспективы // Коллоидный журнал 2023. Т. 85. № 5. С. 551-555.
2. *Рудяк В.Я., Минаков А.В.* Современные проблемы микро- и нанофлюидики. Новосибирск: Наука, 2016. 296 с.
3. *Де Жен П. Ж.* Смачивание: статика и динамика // Успехи физических наук. 1987. Т. 151. № 4. С. 827-863.
4. *Пухначев В.В.* Задача о равновесии свободной неизотермической пленки жидкости // Прикладная механика и техническая физика. 2007. Т. 48. № 3. С. 16-29.
5. *Саранин В.А.* Равновесие жидкостей и его устойчивость. Ижевск: Изд-во Удмуртского ун-та, 1995. 172 с.
6. *Бойченко А.М.* Поверхностное натяжение: учебное пособие [Электронный ресурс]. URL: http://kurchatov1189.ru (дата обращения19.08./2025).
7. *Герцен Т.А., Любимова Н.Ю., Любимова А.*А. Исследование колебаний тонких пленок на контуре // Тезисы докладов**:** XXIV Зимняя школа по механике сплошных сред. 2025. С. 91.

ТРЁХМЕРНАЯ КОНВЕКЦИЯ С ИСПАРЕНИЕМ В ДВУХСЛОЙНОЙ СИСТЕМЕ: МОДЕЛИРОВАНИЕ С УТОЧНЁННЫМ ГРАНИЧНЫМ УСЛОВИЕМ

О. Н. Гончарова
Алтайский государственный университет,
656049, Барнаул, пр. Ленина, 61

Конвективные течения испаряющейся жидкости и газопаровой смеси изучаются на основе частично инвариантного решения уравнений конвекции, дополненных уравнением диффузии для описания процесса переноса пара в газе. Уравнения и граничные условия обобщены для учёта эффектов термодиффузии, процессов испарения/конденсации и теплового дефекта, как характеристики затрат энергии на деформацию поверхности раздела в продольном направлении в результате действия термокапиллярных сил. Представлены анализ структуры двухслойных трёхмерных течений в каналах, количественные характеристики течений, сравнение расчётных и экспериментальных данных.

Ключевые слова: конвекция; термокапиллярная граница раздела; испарение; моделирование

THREE-DIMENSIONAL CONVECTION WITH EVAPORATION IN A TWO-LAYER SYSTEM: MODELLING WITH REFINED BOUNDARY CONDITION

O. N. Goncharova
Altai State University,
61 Lenina Pr., 656049, Barnaul

Convective flows of evaporative liquid and gas-vapor mixture are studied on the basis of a partially invariant solution of the convection equations coupled with the diffusion equation for the vapor transfer process in the gas phase. Equations and boundary conditions are generalized to take into account the thermal diffusion effects, evaporation/condensation processes and heat defect as a characteristic of the energy consumption for interface deformation in the longitudinal direction as a result of the action of the thermocapillary forces. Analysis of structure of the two-layer three-dimensional flows in channels, quantitative flow characteristics, comparison of the computational and experimental data, are presented.

Keywords: convection; thermocapillary interface; evaporation; modelling

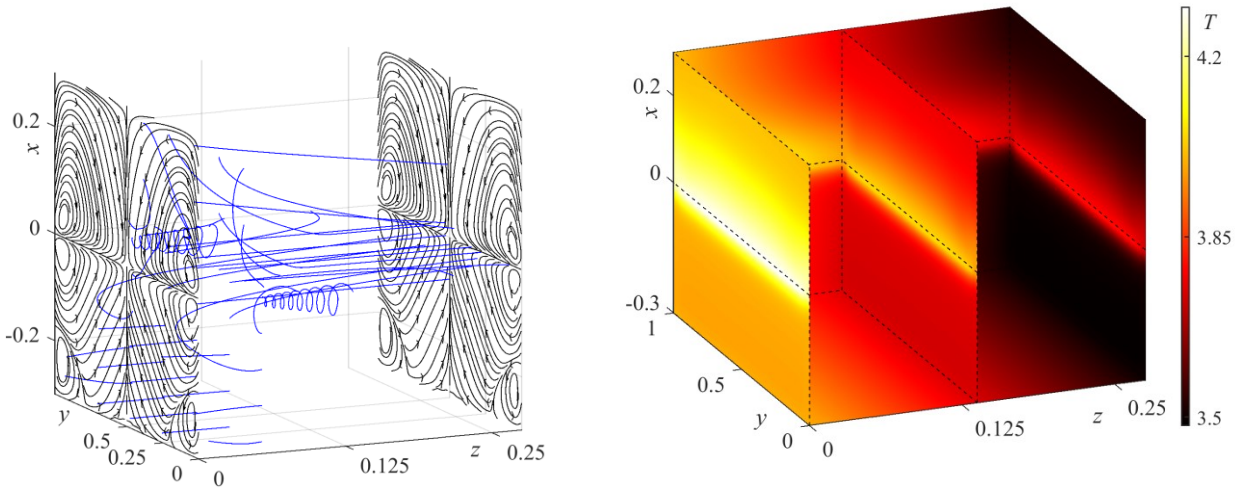
Конвективные течения в системе жидкости и газопаровой смеси, заполняющей бесконечный канал с прямоугольным сечением, изучаются с помощью трёхмерного обобщения решения Остроумова – Бириха. Данное решение, называемое точным в теоретико-групповом смысле, построено для описания конвекции с учётом процессов испарения/конденсации на термокапиллярной поверхности раздела при одновременном действии на систему поперечно направленной силы тяжести и продольного градиента

© Гончарова О.Н., 2025

температуры. Уравнения конвекции, лежащие в основе математической модели, представляют собой аппроксимацию Обербека–Буссинеска уравнений Навье–Стокса вязкой несжимаемой жидкости; они дополнены уравнением диффузии для описания процесса переноса пара (пассивной примеси в газе) [1, 2]. Уравнения и граничные условия обобщены для учёта взаимообратных эффектов термодиффузии и диффузионной теплопроводности, а условие на поверхности раздела, определяющее скачок тепловых потоков, включает слагаемое, ответственное за затраты энергии на преодоление деформации поверхности термокапиллярными силами в продольном направлении [1, 3]. Уточнённое таким образом тепловое условие строго отвечает закону сохранения энергии при выводе соответствующего условия на границе раздела.

Отметим, что специальный вид точного решения требует зависимости вектора скорости (как жидкости, так и газопаровой смеси), а также аддитивных составляющих функций температуры, концентрации пара и давления от поперечных координат. Задача построения точного решения замыкается принятием уравнения, задающего плоский характер поверхности раздела. Данное уравнение обеспечивается самим решением. Плоская форма поверхности раздела допускается как одно из решений поставленной задачи. (см. подробные пояснения в [4].) Устанавливается возможность редукции исходной проблемы к цепочке корректно поставленных двумерных краевых задач [5, 6], численное решение которых позволяет моделировать реальные конвективные течения, изучать их топологическую структуру, динамические и температурные характеристики, условия формирования валиковой конвекции, возникновения горячих и холодных приповерхностных пленок и термоклинов. (см. пример двухслойного течения на рис. 1 для системы «этанол–воздух»; рисунок представлен для иллюстрации течения при нормальной гравитации, исходной температуре системы $T_{in} = 40$ºC, продольном градиенте температуры $A = 180.49$ ºC /м, скорости прокачки газа $v^* = 0.1389$ м/с, толщинах слоёв $h_1 = h_2 = 3$ мм).

Для двухслойных систем «этанол–воздух» исследованы поверхностные явления: зависимости поверхностных скорости и температуры, массовой скорости испарения от скорости прокачки газа и исходной температуры системы при нормальной и пониженной гравитации. Проведено исследование указанных зависимостей с учётом уточняющей компоненты в энергетическом условии. Представлено сравнение количественных характеристик, включая динамические, характеризующие интенсивность движения. Описаны режимы моделируемых течений и условия, при которых отличия в количественных характеристиках могут достигать нескольких процентов при использовании уточнённого условия для тепловых потоков на поверхности раздела.



а) *б)*

Рис. 1. Поле скоростей, траектории движения жидких частиц (а); поле температуры (б)

Список литературы

1. *Andreev V.K., Gaponenko Yu.A., Goncharova O.N., Pukhnachov V.V.* Mathematical Models of Convection, second ed. In: De Gruyter Studies in Mathematical Physics. Berlin, Germany; Boston, MA, USA: De Gruyter, 2020. 432 p.
2. *Бекежанова В.Б., Гончарова О.Н.* Задачи испарительной конвекции (обзор) // Прикладная математика и механика. 2018. Т. 82. №2. С. 219 – 260.
3. *Bekezhanova V.B., Goncharova O.N.* Impact of interface heat defect on the thermocapillary response of the phase boundary in a liquid–gas system upon local heating from below // International Journal of Multiphase Flow. 2025. Vol. 189. P. 105260.
4. *Пухначев В.В.* Теоретико-групповая природа решения Бириха и его обобщения // Симметрия и дифференциальные уравнения: сб. науч. тр. Красноярск: ИВМ СО РАН, 2000. С. 180–183.
5. *Bekezhanova V.B., Goncharova O.N.* Modeling of three dimensional thermocapillary flows with evaporation at the interface based on the solutions of a special type of the convection equations // Applied Mathematical Modelling. 2018. Vol. 62. P. 145–162.
6. *Бекежанова В.Б., Гончарова О.Н., Шефер И.А.* Математическое моделирование конвекции в условиях фазовых переходов: учебное пособие. Красноярск: СФУ, 2024. 138 с.

ФОРМИРОВАНИЕ КАНАЛЬНЫХ ВОЛНОВОДОВ НА КРИСТАЛЛАХ НИОБАТА ЛИТИЯ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ТЕРМОГРАВИТАЦИОННОЙ КОНВЕКЦИИ

А. И. Гордеева, А. Р. Корнилицын
Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614990, Пермь, Букирева, 15

В работе экспериментально исследовано влияние омывающего образцы гидродинамического течения на характеристики канальных волноводов, изготовленных на поверхности кристаллов ниобата лития методом протонного обмена. Проведена оценка качества получаемых волноводов с использованием интегрально-оптических схем. Выявлены закономерности между характеристиками волноводов и входными параметрами эксперимента.

Ключевые слова: протонный обмен; термогравитационная конвекция; канальный волновод

FORMATION OF CHANNEL WAVEGUIDES ON LITHIUM NIOBATE CRYSTALS UNDER THE INFLUENCE OF THERMOGRAVITATIONAL CONVECTION

A. I. Gordeeva, A. R. Kornilicyn
Perm State University,
15 Bukireva St., 614990, Perm

The effect of the hydrodynamic flow motion on the characteristics of channel waveguides made on the surface of lithium niobate crystals by proton exchange is experimentally investigated. The quality of the obtained waveguides using integrated optical methods has been evaluated. The patterns between the characteristics of the waveguides and the input parameters of the experiment are revealed.

Keywords: proton exchange; thermogravitational convection; channel waveguide

На сегодняшний день широко востребовано производство канальных волноводов, используемых при изготовлении интегрально-оптических фазовых модуляторов. Зачастую волноводы производятся методом ионного обмена с использованием монокристаллов ниобата лития ($LiNbO_3$) [1-4]. В процессе формирования волноводного слоя на поверхности кристалла происходит замещение ионов донорными атомами солей или кислот, например, бензойной кислоты. При этом вблизи поверхности образца образуется ионный пограничный слой. В нем продукты реакции протонного обмена, а именно: ионы лития и бензоат-ионы, рекомбинируют, в следствии чего в расплаве появляется примесь бензоата лития. Её наличие в свою очередь может послужить причиной снижения скорости протонирования [5].

© Гордеева А.И., Корнилицын А.Р., 2025

Потенциально, толщиной пограничного слоя можно управлять путем создания в реакторе термогравитационной конвекции.

С целью проверки гипотезы о формировании запирающего ионного пограничного слоя в работе были проведены экспериментальные исследования влияния термогравитационного течения, возбуждаемого в расплаве бензойной кислоты на эффективность протонирования при изготовлении планарных волноводов. В работе протонный обмен проводился на поверхности образцов объемного ниобата лития *Z* и *X*-срезов толщиной $h = 1$ мм размером 10 х 15 мм (Фомос) со степенью шероховатости $R_a < 1$ нм. Исследование однородности протонообменных волноводов осуществлялось методом рентгеноструктурного анализа путем определения фазового состава в пяти различных точках на образце: в центре образца и на расстоянии 1 мм от его края в середине каждой из граней. Эффективность протонирования оценивалась путем подсчёта количества протонов *N*, проникающих в кристалл на основе результатов глубины и приращения показателя преломления, определяемых методом призменного ввода [6]. После определения оптических свойств кристаллы проходили процедуру отжига при температуре 370°С в сухой атмосфере в течение 5 часов и снова исследовались указанными методами.

После выявленных закономерностей в работе также был проведен протонный обмен на поверхности кристаллов ниобата лития с нанесенной на образцы защитной маской. Качество получаемых канальных волноводов и выявление закономерностей между их характеристиками и входными параметрами эксперимента проводилась с использованием интегрально-оптических схем.

Результаты определения интегральной интенсивности волноводов *I*, нормированной на максимальное значение I_{max}, формирующихся на кристаллах ниобата лития *X*-среза при различной интенсивности гидродинамических течений в зависимости от деформации ε приведены на рисунке 1. Цветом выделены пики, полученные при разложении сигнала $I/I_{max}(\varepsilon)$ в программе Fityk. Аналогичную динамику проявляют волноводы, полученные на кристаллах *Z*-среза, но с меньшей вариацией величины I/I_{max}.

Анализ разложения зависимости относительной деформации кристаллической решетки от сдвига на пики и сопоставление результатов со структурно-фазовой диаграммой протоннообменных волноводных слоев [6] показал, что после протонного обмена на поверхности кристаллов формируются волноводы содержащие β_1 и β_2-фазы. Графики I/I_{max} от ε на рисунке 1 соответствуют случаю протонного обмена, проведенного без (слева) и с фиксацией образцов (справа). Из представленных данных видно, что в точке, расположенной на одной из боковых граней кристалла (сплошная кривая), детектируется большее значение интегральной интенсивности пучка чем в точке, расположенной в центре образца – кривая *1*, и на расстоянии 2 мм от края в центре трех других граней – кривые *2*, *3*, *4*. Наличие фиксирующего вкладыша толщиной 0.8 мм усилило эффект неоднородного

протонирования в указанной точке, одновременно уменьшая разницу между показаниями остальных областей (Рис. 1*б*). При более интенсивном омывающем образцы течении разница в значениях I/I_{max} наблюдалась уже для большего числа областей (Рис. 1*в*) – в точке на ребре ближайшему по ходу течения и в центре образца. Использование фиксирующего вкладыша позволяло нивелировать данный эффект (Рис. 1*г*).

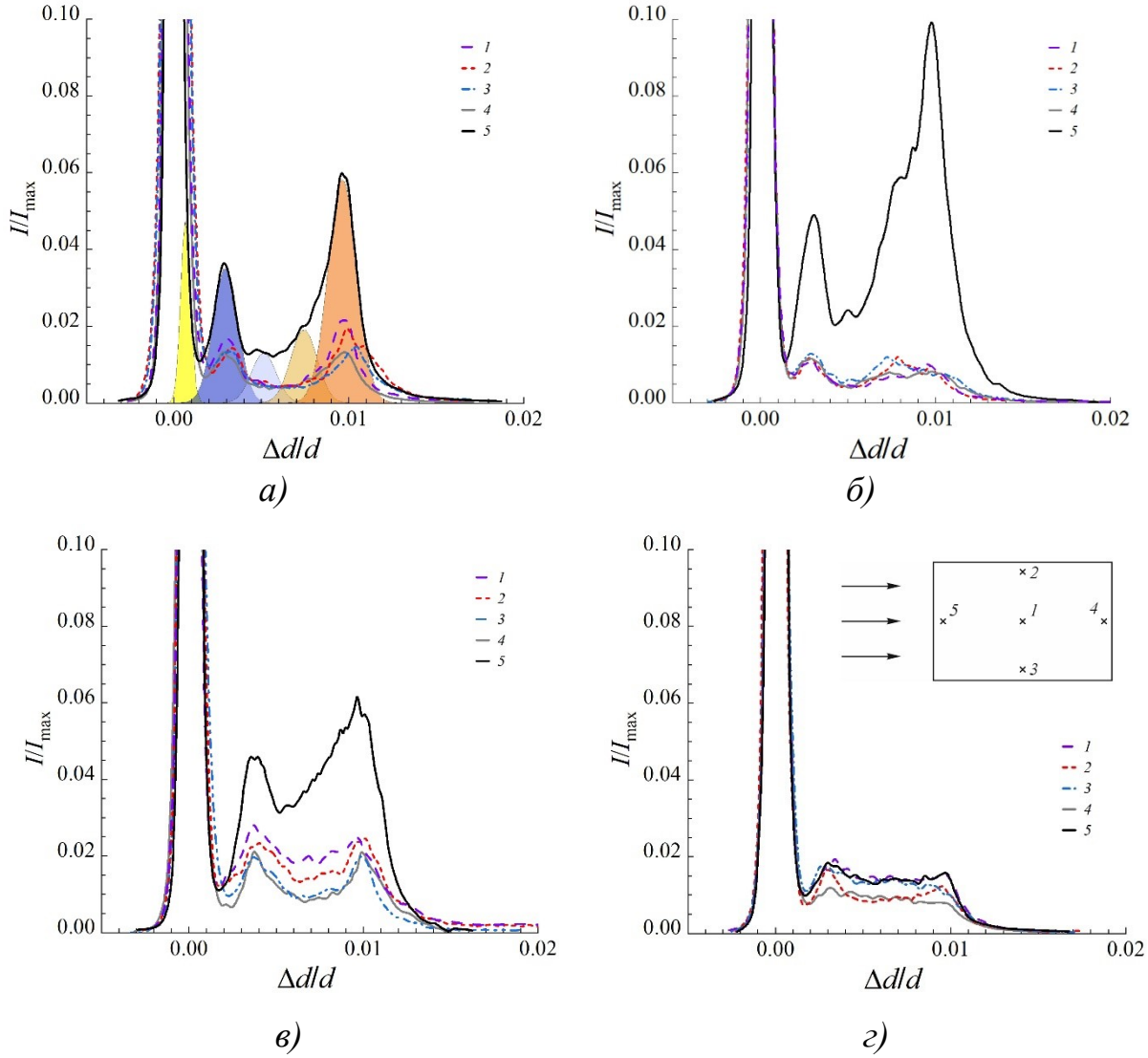


Рис. 1. Нормированная интегральная интенсивность от величины деформации на кристаллах X-среза ниобата лития, определяемые после проведения протонного обмена при отсутствии (слева) и наличии (справа) фиксирующего вкладыша. Перепад температуры в реакторе, °C/см: а, б) – 0.5, в, д) – 1.4

Оценка влияния гидродинамического течения на процесс протонирования осуществлялась путем расчета количества протонов N в объеме под единичной площадью планарного волновода в 1 см^2 по формуле $N = \rho V C N_A / M$, где N_A – число Авогадро, ρ – плотность волновода, V – объем волновода, M – молярная масса твердого раствора $H_xLi_{1-x}NbO_3$ при

концентрации протонов C в волноводе. Значение C определялось из графика зависимости приращения показателя преломления Δn от концентрации протонов в волноводе, приведенного в работе [6]. Результат расчётов N приведен на рисунке 2. Сплошная кривая соответствует измерениям, проводимым до, пунктирная кривая – после, пятичасового отжига при температуре 370° С.

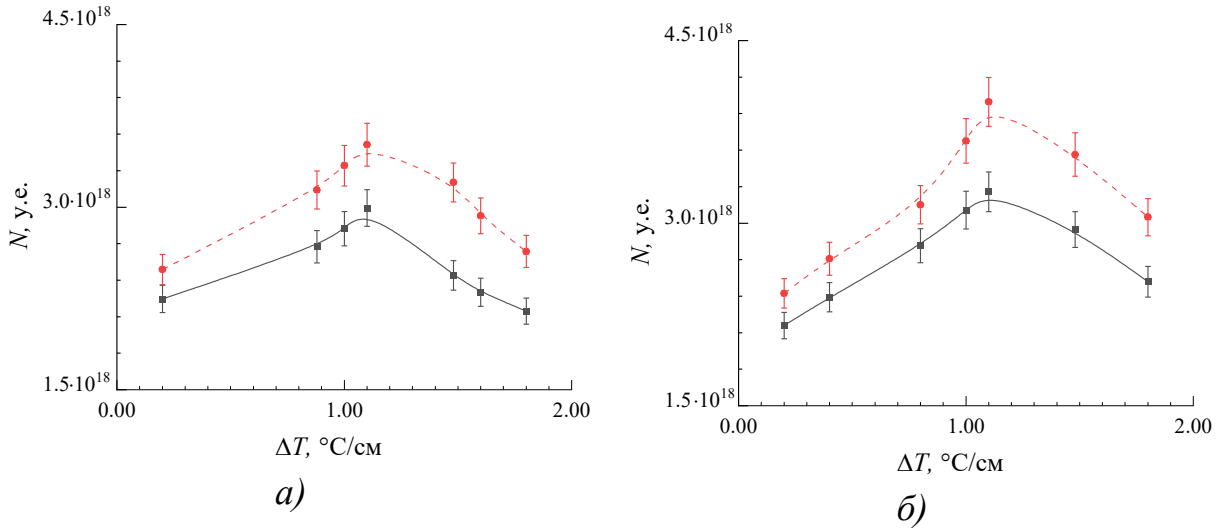


Рис. 2. Количество протонов, проникающих в кристалл в зависимости от разности температуры, рассчитанные до (сплошная кривая) и после пятичасового отжига при температуре 370° С (пунктирная кривая): a – X-срез, b – Z-срез.

Из графиков видно, что при перепаде температуры на единицу длины примерно в 1 °С/см наблюдается падение количества протонов, проникающих в кристалл в процессе протонирования. Это можно объяснить тем, что под действием омывающего потока, течение, удаляя из приповерхностного слоя бензоат лития, осуществляет поднос свежего реагента – чистую бензойную кислоту, протоны которой начинают активно проникать внутрь кристалла с интенсивностью сравнимой с начальными этапами протонного обмена, формируя волновод. Однако, при больших поверхностных концентрациях протонов в волноводе диффузия не успевает перенести атомы водорода вглубь кристалла, что, в свою очередь, и приводит к падению скорости протонирования. Данный результат косвенно свидетельствует о том, что в процессе протонного обмена над поверхностью кристалла в объеме бензойной кислоты возможно формирование слоя с более высокой концентрацией ионов лития, толщиной которого можно управлять с помощью конвективных потоков.

Исследование канальных волноводов, изготовленных протонным обменом, путем определения потерь при вводе излучения волокно-волновод показало, что потери напрямую зависят не только от интенсивности омывающего образец течения, но и от ориентации образца относительно линий тока гидродинамического потока. Так, кристаллы, расположенные при

протонировании защитной кремневой маской, нанесенной на поверхность образца, вдоль течения, показывают меньшие потери, чем образцы, ориентированные поперек потока. Данный результат также свидетельствует о том, что обмывание образцов приводит к уменьшению толщины слоя с повышенной концентрацией ионов лития, ускоряя процесс формирования волноводов.

Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского научного фонда и Пермского края (грант № 24-29-20277).

Список литературы

1. *Helfferich F.G.* Ion exchange. Dover Publications, N.Y., 1995. 624 p.
2. *Nachod F.C., Schubert J.* Ion exchange technology. Academic Press, N.Y., 1956. 640 p.
3. *Volk T., Wöhlecke M.* Lithium Niobate: Defects, Photorefraction and Ferroelectric Switching. Springer Berlin, Heidelberg, 2008. 247 p.
4. *Mahmud P., Supti K.F., Choudhury S.M.* Lithium niobate photonic topological insulator-based multi-wavelength optical demultiplexer with piezoelectric switch-off // Opt. Express. 2024. Vol. 32. P. 45786–45800.
5. *Demin V.A., Petukhov M.I., Ponomarev R.S., Kuneva M.* Dynamics of the proton exchange process in benzoic acid interacting with lithium niobate crystals // Langmuir. 2023. Vol. 39(31). P. 10855–10862.
6. *Коркишко Ю.Н., Федоров В.А.* Зависимости показателей преломления от концентрации протонов в H: $LiNbO_3$ волноводах // Журнал технической физики. 1999. Т. 69 № 3. С. 47–57.

ВОЛОКОННО-ОПТИЧЕСКИЙ ДАТЧИК НАПРЯЖЕННОСТИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ НА ОСНОВЕ НЕМАТИКО-ХОЛЕСТЕРИЧЕСКОЙ СМЕСИ

А. И. Гордеева, Д. И. Нурмухаметов, А. С. Паньков, Р. С. Пономарёв
Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614990, Пермь, Букирева, 15

В работе предложен и экспериментально протестирован волоконно-оптический датчик электромагнитного поля, изготовленный на основе полости микронного размера, заполненной нематико-холестерической смесью. Определена его чувствительность, предложены варианты практического применения в дистанционном мониторинге магнитного поля.

Ключевые слова: волоконно-оптический датчик; нематико-холестерическая смесь; магнитное поле

FIBER-OPTIC ELECTROMAGNETIC FIELD SENSOR BASED ON NEMATIC-CHOLESTEROL MIXTURE

A. I. Gordeeva, D. I. Nurmuhametov, A. S. Pankov, R.S. Ponomarev,
Perm State University,
15 Bukireva St., 614990, Perm

A fiber-optic electromagnetic field sensor based on a micron-sized cavity filled with a nematic-cholesterol mixture is proposed and experimentally tested. Its sensitivity has been determined, and practical applications in remote monitoring of the magnetic field have been proposed.

Keywords: fiber-optic sensor; nematic-cholesterol mixture; magnetic field

На сегодняшний день высокой популярностью для детектирования магнитных и электрических полей пользуются микрорезонансные оптоволоконные датчики, измерительный элемент которых представляет собой интерферометр Фабри-Перо. Такие датчики компактны, высокочувствительны, обладают хорошей работоспособность, высокой скоростью приема и передачи сигнала. Достаточно часто при работе с электромагнитными полями базу интерферометра заполняют жидкими кристаллами или их смесью [1-6].

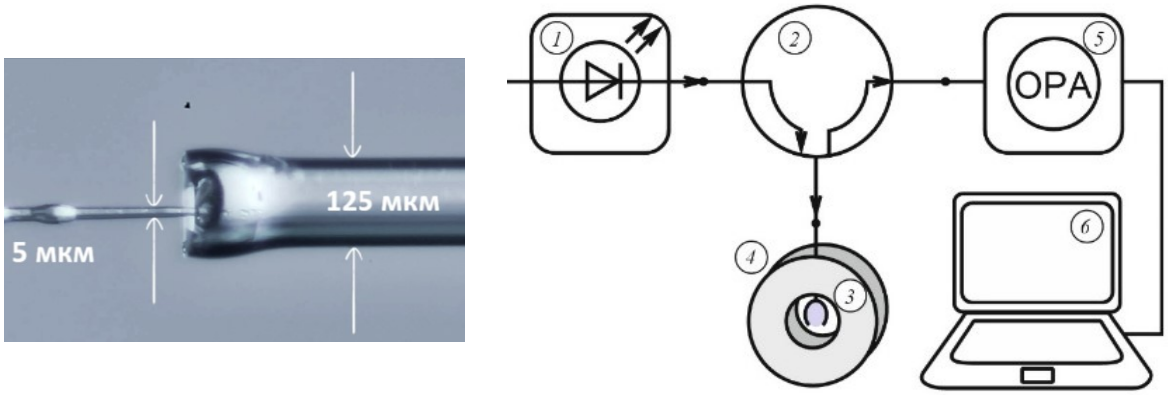
Нематико-холестерическая смесь представляет собой раствор холестерических кристаллов в нематическом жидком кристалле, в котором молекулы холестериков встраиваются в нематическую матрицу, образуя спиральную структуру. Концентрация холестерика в смеси определяет период спирали. Нематические жидкие кристаллы, меняющие показатель преломления при нагревании, используют в датчиках температуры, в то время как холестерики, способные вращать плоскость поляризации

© Гордеева А.И., Нурмухаметов Д.И., Паньков А.С., Пономарёв Р.С., 2025

проходящего через него света, чаще применяют для детектирования электромагнитных полей.

В настоящей работе предложен и экспериментально протестирован волоконно-оптический датчик напряженности электромагнитного поля, изготовленный на основе полости микронного размера, заполненной нематико-холестерической смесью. Чувствительная часть датчика выполнена на базе анизотропного одномодового оптического волокна типа "Panda", которое позволяет сохранять поляризацию введенного в него поляризованного излучения. Микронная полость на торце волокна формируется по методике, описанной в работах [7, 8]. Ввод нематико-холестерической смеси в рабочую полость осуществлялся с помощью микрокапилляра Femtotip Eppendorf внешним диаметром 2 мкм. Капилляр располагался напротив микрополости. Соосность и расстояние контролировались при помощи трехосного микропозиционера. После юстировки кончик капилляра вводился в полость и под контролем видеокамеры с помощью шприцевого насоса LongerPump осуществлялось заполнение каверны нематико-холестерической смесью (рис.1*а*) [9].

Для определения чувствительности датчика и снятия амплитудно-частотной характеристики оптическое волокно помещалось в область однородного магнитного поля. В ходе эксперимента поляризованное лазерное излучение *1* с длиной волны 1550 нм при помощи циркулятора *2* направлялось в микрополость, заполненную жидкими кристаллами *3*, которая в свою очередь находилась между обкладками электромагнита *4*. Оптический сигнал, прошедший через смесь и отраженный от границы раздела жидкий кристалл-воздух, детектировался поляриметром *5*. После чего обрабатывался на персональном компьютере *6*. Оптическая схема установки приведена на рисунке 1*б*.



а) *б)*

Рис. 1. а) Фото заполнения микрополости нематико-холестерической смесью, б) оптическая схема установки для измерений параметров Стокса: 1 – источник лазерного излучения, 2 – циркулятор, 3 – полость, заполненная нематико-холестерической смесью, 4 – обкладки электромагнита, 5 – поляриметр, 6 – ПК

В результате измерений были получены параметры Стокса S_1, S_2, S_3, которые позволяют наиболее полно описать состояние поляризации исследуемого излучения.

В ходе эксперимента было обнаружено, что при некоторых значениях напряженности магнитного поля наблюдалась смена ориентации угла вращения плоскости поляризации света. Используя формулу эллиптичности: $e = S^3/(1 + \sqrt{S_1^2 - S_2^2})$, проведен расчет e и построен график зависимости величины от напряженности магнитного поля H (рис. 2).

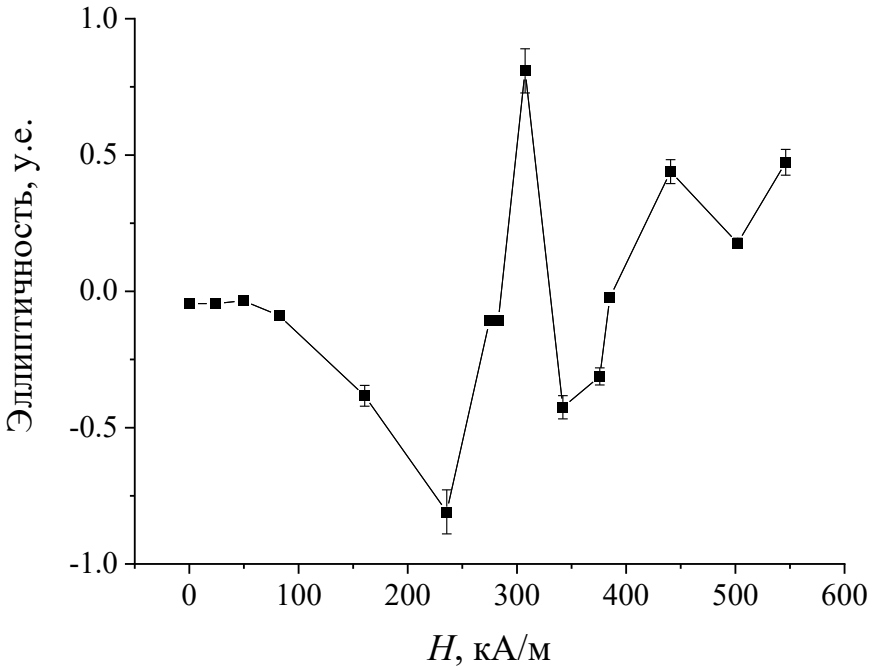


Рис. 2. Зависимость эллиптичности от напряженности магнитного поля

Таким образом в работе показано, что замена нематика на нематико-холестерическую смесь позволила получить компактный, высокочувствительный волоконно-оптический датчик магнитного поля, обладающий всеми плюсами измерительных элементов, выполненных на основе интерферометров Фабри-Перо.

Исследование выполнено при финансовой поддержке Минобрнауки РФ в рамках Государственного задания (№ FSNF-2024-0001).

Список литературы

1. *Oh K.D., Wang A., Claus R.O.* Fiber-optic extrinsic Fabry–Perot dc magnetic field sensor // Optics Letters. 2004. Vol. 29 (18). P. 2115–2117.
2. *Mozafari M., Sanjabi Z., Granpayeh N.* Design and fabrication of piezo-optical Fabry-Perot voltage sensor // Proceedings of the Avionics, Fiber-Optics and Photonics Technology. 2008. P. 39–40.
3. *Chen Y., Lu D., Xing H., Ding H., et. al.* Recent Progress in MEMS Fiber-Optic Fabry–Perot Pressure Sensors // Sensors. 2024. Vol. 24(4). P.1079.

4. *Humar M.* Liquid-crystal-droplet optical microcavities // Liquid Crystals. 2016. Vol. 43:13-15. P. 1937–1950.
5. *Chen X., Du F., Guo T., Lao J., et al.* Liquid Crystal-Embedded Tilted Fiber Grating Electric Field Intensity Sensor // Journal of Lightwave Technology. 2017. Vol. 35 (16). P. 3347–3353.
6. *Ma M., Chen H., Li S-G., et al.* Highly sensitive temperature sensor based on Sagnac interferometer with liquid crystal photonic crystal fibers // Optik – International Journal for Light and Electron Optics. 2019. Vol. 179. P. 665–671.
7. *Нурмухаметов Д.И., Луценко А.С., Пономарев Р.С., Шмырова А.И. и др.* Формирование открытой полости на торце оптического волокна, как элемент чувствительной части универсального датчика Фабри-Перо // Фотон-Экспресс. 2023. Вып. 5. С.189.
8. *Morozov, O., Agliullin, T., Sakhabutdinov, A., Kuznetsov, A., Valeev, B. et al.* Fiber-optic hydraulic sensor based on an end-face Fabry–Perot interferometer with an open cavity // Photonics. 2023. Vol. 11 (1). P. 22.
9. *Гордеева А.И., Нурмухаметов Д.И., Пономарёв Р.С.* Оптоволоконный амплитудный датчик электромагнитных полей на основе жидкого кристалла 5CB // Электроника, фотоника и киберфизические системы. 2024. Вып. 4, №3. С. 26–32.

МОДЕЛИРОВАНИЕ СТРУКТУРИРОВАНИЯ ПОЛИМЕРНЫХ ПЛЕНОК С ПОМОЩЬЮ ИСПАРИТЕЛЬНОЙ ЛИТОГРАФИИ: СЛУЧАЙ ЧАСТИЧНОГО ЗАКРЫТИЯ ПОВЕРХНОСТИ ТОНКОГО СЛОЯ ЖИДКОСТИ ПОКРОВНЫМ СТЕКЛОМ

В. Ю. Гордеева, К. С. Колегов
Астраханский государственный университет им. В.Н. Татищева,
414056, Астрахань, Татищева, 20а

Испарение тонких слоев двухфазных жидкостей (суспензий, эмульсий) представляет интерес во многих технологических процессах, например, в испарительной литографии, которая применяется для производства слоев микроскопической толщины. Контролирование различных факторов процесса позволяет создать слои как постоянной, так и переменной толщины с заданным рисунком. В данной статье представлена теоретическая модель испаряющегося тонкого слоя раствора полимеров с частичным ограничением испарения. Модель разработана на основе приближения смазки с усредненными по толщине пленки значениями скорости, плотности, вязкости и других параметров жидкости. Моделирование показало, что в результате испарения образуется слой неоднородной толщины, и максимум толщины оказывается под краем ограничителя испарения. Результаты моделирования качественно соответствуют экспериментальным данным.

Ключевые слова: тонкие пленки; двухфазная жидкость; ограничение испарения

SIMULATION OF POLYMER FILM STRUCTURING VIA EVAPORATIVE LITHOGRAPHY: CASE OF PARTIAL COVERING OF A THIN LIQUID LAYER WITH AN OBSTACLE

V. Yu. Gordeeva, K. S. Kolegov
Astrakhan Tatishchev State University,
20a Tatishcheva, 414056, Astrakhan

Evaporation of thin layers of two-phase liquids (suspensions, emulsions) is of interest in many technological processes, for example, in evaporative lithography, which is used to produce layers of microscopic thickness. Various factors allow to control production of layers with constant or variable thickness, as well as layers with a desired pattern. This paper presents a theoretical model of an evaporating thin layer of polymer solution with partial evaporation limitation. The model is developed based on the lubrication approximation with values of velocity, density, viscosity and other liquid parameters averaged over the film thickness. The simulation showed that a layer of uneven thickness is formed as a result of evaporation, and the maximum thickness is under the edge of the evaporation limiter. The simulation results are qualitatively consistent with the experimental data.

Keywords: thin films; two-phase liquid; evaporation limitation

© Гордеева В.Ю., Колегов К.С., 2025

В современном мире с его тенденцией к миниатюризации различных объектов важной задачей является производство микроскопических элементов с тончайшими слоями проводящего или изолирующего материала. Одним из процессов создания таких слоев является испарительная литография, при которой жидкий носитель некоторой взвеси испаряется, оставляя после себя слой когда-то взвешенных частиц. Полученный слой далеко не всегда соответствует технологическим нуждам: неровности и шероховатости там, где нужен идеально гладкий слой, либо наличие частиц там, где нужно было оставить пустую подложку. Создание покрытия путем испарительной литографии зависит от многих эффектов, возникающих в испаряющейся жидкости, например, капиллярных течений, диффузии, седиментации и т.д. В данной работе было выполнено численное моделирование формирования полимерного покрытия, имеющего неоднородности в результате частичного ограничения испарения, как ранее наблюдалось в эксперименте [1].

Рассмотрим слой раствора поли(винил)ацетата в метаноле, частично накрытый сверху пластиной, которая не касается межфазной поверхности «жидкость–газ» (рис. 1). Слой достаточно тонкий, чтобы можно было плотность, вязкость, скорость и другие параметры жидкости считать равномерными по толщине. Ширина слоя бесконечна вправо и влево. Пластина над слоем полубесконечна влево, при этом вначале отстоит от межфазной поверхности на расстоянии $h_{gap} \approx 0.5$ мм. Высота h_{gap} может меняться, поскольку пластина закреплена, а слой жидкости истончается в результате испарения. Задача считается одномерной, так как толщина слоя выражется координатой межфазной поверхности $z = h(x, t)$ и постоянна вдоль оси Oy. Пластина ограничивает испарение жидкости, из-за чего в области границы пластины возникает градиент концентрации пара, приводящий к усилению испарения. Край пластины примем за нулевую координату по x, рассматривая область от $–X$ до X ($X = 6$ мм), начальная толщина слоя $h_0 = 150$ мкм. За конечный момент испарения t_{max} возьмем то время, за которое растворитель полностью испарится, массовая доля полимера станет равной 1 на всей рассматриваемой области, а скорость движения станет нулевой. Согласно эксперименту [1] время полного испарения $t_{max} = 400$ с. Некоторые геометрические и физические параметры взяты из работ [1–3].

Для моделирования испарения решалась система из трех уравнений:

1) уравнение эволюции испаряющейся пленки

$$\frac{\partial(h\rho)}{\partial t} + \frac{\partial(hu\rho)}{\partial x} = -J, \qquad (1)$$

где u, h, ρ – это скорость, толщина и плотность жидкости, зависящие от координаты x и времени t, а J – это плотность потока пара, рассчитываемая по формуле (5) ниже (все величины безразмерные);

2) уравнение эволюции концентрации полимера в растворе

$$\frac{\partial c}{\partial t} + u\frac{\partial c}{\partial x} = \frac{H(c_g - c)}{\rho h\,\mathrm{Pe}}\frac{\partial}{\partial x}\left(Dh\rho\frac{\partial c}{\partial x}\right) + \frac{Jc}{h\rho}, \qquad (2)$$

где $H(c_g - c)$ – это функция Хэвисайда, ограничивающая диффузию при достижении концентрации гелеобразования c_g, Pe – это число Пекле, а D – безразмерный коэффициент диффузии, зависящий от локальной концентрации полимера.

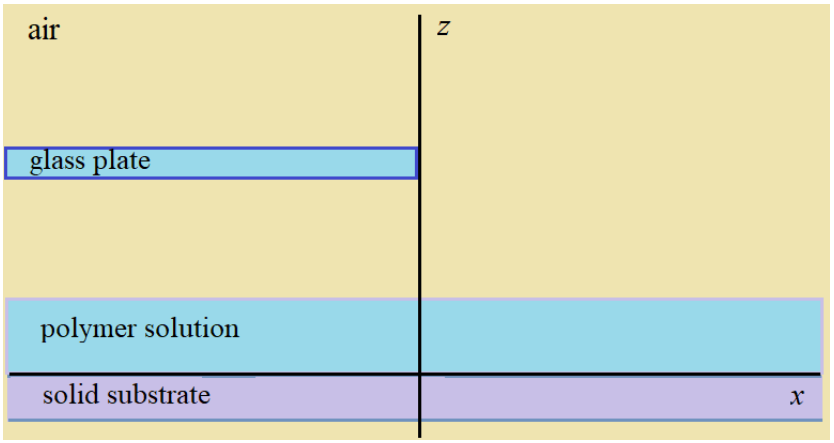


Рис. 1. Постановка задачи

Скорость течения жидкости меняется с концентрацией полимера, поэтому ее рассчитывали на каждом временном шаге по следующей формуле:

$$u = \frac{\varepsilon}{\mathrm{Ca}}\left(\frac{h}{2\eta}\frac{\partial\sigma}{\partial x} + \frac{\varepsilon^2 h^2}{3\eta}\frac{\partial^3 h}{\partial x^3}\right). \qquad (3)$$

Здесь σ и η обозначают коэффициент поверхностного натяжения и вязкость, соответственно.

Испарение растворителя зависит от концентрации пара над поверхностью пленки. Поле концентрации рассчитывали с помощью уравнения Лапласа (4), предполагая диффузионный характер испарения, средствами программы FlexPDE,

$$\Delta\varphi = 0. \qquad (4)$$

Плотность потока пара $J(x)$ была рассчитана для начала испарения по формуле (5) и в дальнейшем считалась не зависящей от времени,

$$J = -D_v\frac{\partial\varphi}{\partial\vec{n}}, \qquad (5)$$

где D_v – диффузия пара в воздухе, а $\vec{n}$ – вектор нормали к поверхности пленки. Для имитации слабого испарения под препятствием использовалась добавка

$J_{add} = J_{max}/10$, а плотность потока пара пересчитывалась по формуле $J = J + J_{add}$.

Вязкость раствора зависит от концентрации и вычисляется по формуле Муни (6), где эмпирические параметры S и K были определены в предыдущей работе [4],

$$\eta = \eta_0 \exp\left(\frac{Sc}{1-Kc}\right). \quad (6)$$

Коэффициент диффузии раствора определяется по эмпирической формуле (7) в зависимости от концентрации полимера,

$$D = \exp\left(-\frac{A_d + B_d\,(1-c)/c}{1 + C_d(1-c)/c}\right). \quad (7)$$

Результаты расчетов представлены на рисунке 2. Поскольку испарение над незакрытой частью пленки происходит существенно быстрее, расчет был выполнен в два этапа: (1) меньший шаг по времени, до полного испарения над открытой частью пленки, (2) до полного испарения над закрытой частью с большим шагом по времени. На рисунке 2 представлен результат второго этапа, т.е. окончание моделирования.

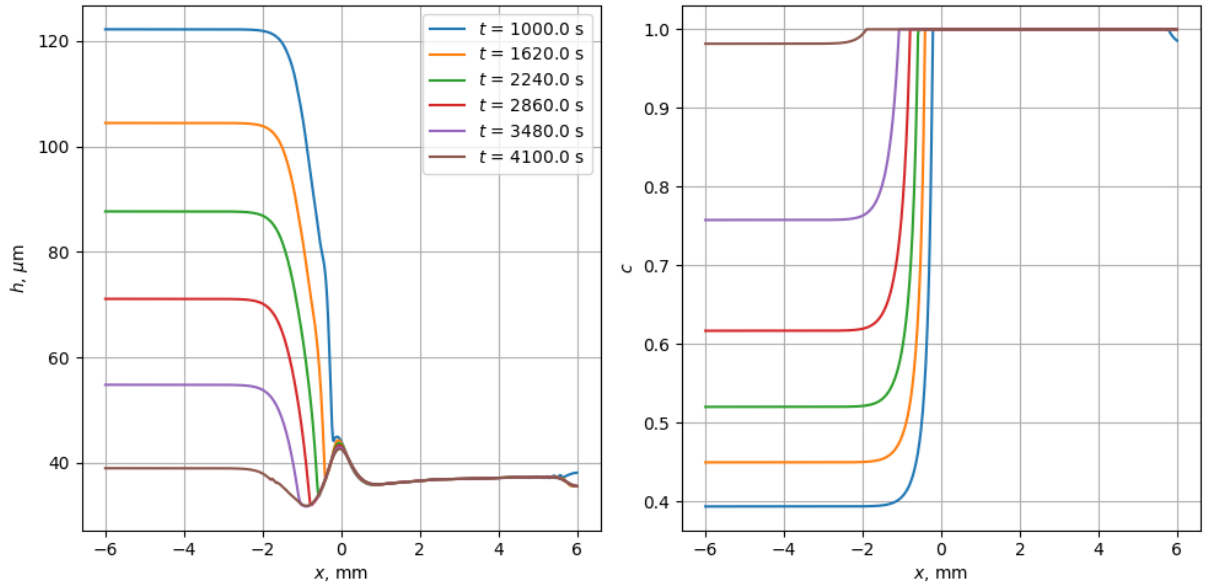


Рис. 2. Результат моделирования (начиная с момента полного испарения пленки в открытой части). Слева толщина пленки h(x), справа концентрация полимера c(x)

Моделирование показало качественное согласие модели с экспериментом (рис. 3). В области под краем ограничителя образуется утолщение полимерной пленки. Количественно результат отличается от экспериментального. Во-первых, конечная толщина пленки в среднем составила 40 мкм, а в эксперименте [1] – около 20 мкм. Кроме того, в эксперименте образовавшийся холмик был в несколько раз выше. Во-вторых,

полное испарение пленки произошло за 4100 секунд, что на порядок больше экспериментального значения. Скорее всего, для получения более точных результатов необходимо учитывать конвекцию пара при расчете плотности потока пара.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 22-79-10216, https://rscf.ru/project/22-79-10216/.

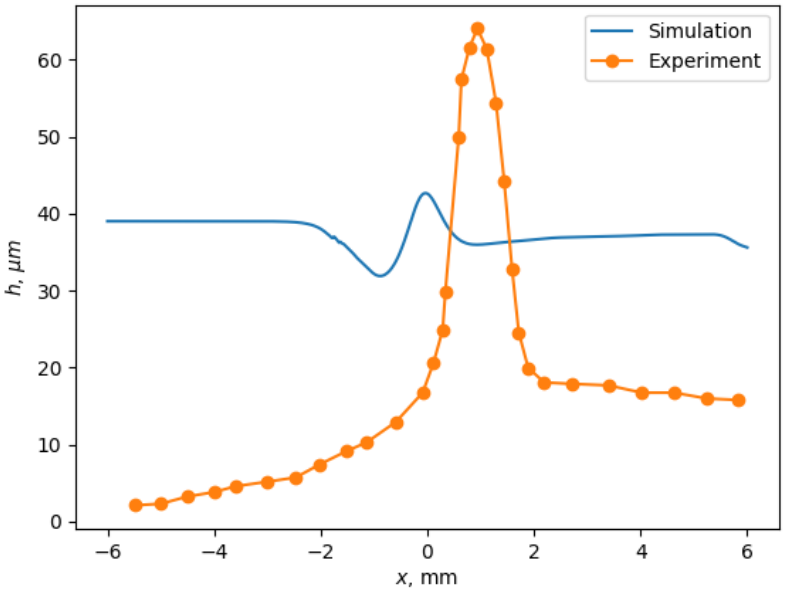


Рис. 3. Сравнение результатов моделирования с экспериментальными данными [1]

Список литературы

1. *Cavadini P., Erz J., Sachsenheimer D., Kowalczyk A., Willenbacher N., Scharfer P., Schabel W.* Investigation of the flow field in thin polymer films due to inhomogeneous drying // Journal of Coatings Technology and Research. 2015. Vol. 12. P. 921–926.
2. *Cavadini P., Krenn J., Scharfer P., Schabel W.* Investigation of surface deformation during drying of thin polymer films due to Marangoni convection // Chemical Engineering and Processing: Process Intensification. 2013. Vol. 64. P. 24–30.
3. *Tönsmann M., Scharfer P., Schabel W.* Transient three-dimensional flow field measurements by means of 3D μPTV in drying poly(vinyl acetate)-methanol thin films subject to short-scale Marangoni instabilities // Polymers. 2021. Vol. 13. P. 1223.
4. *Kolegov K.* Simulation aspects of patterning polymer films via evaporative lithography and composite substrates // Physics of Fluids. 2024. Vol. 36, P. 042002.

ОБ ОТЛИЧИИ ТЕМПЕРАТУРНОГО И КОНЦЕНТРАЦИОННОГО ПОЛЕЙ В РАБОЧЕМ ПРОСТРАНСТВЕ ПЕЧИ В ХОДЕ ПАРОФАЗНОГО СИЛИЦИРОВАНИЯ

В. А. Демин[a], Т. В. Демина[a,b], Т. П. Любимова[a,b]
[a]Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614990, Пермь, Букирева, 15
[b]Институт механики сплошных сред УрО РАН, ПФИЦ,
614013, Пермь, ул. Королева, 1

На основе модифицированного уравнения переноса тепла проанализирована динамика одномерного распределения температуры в реторте в условиях среднего вакуума. Решена сопряженная тепловая задача, учитывающая совместный прогрев разреженной газовой смеси (аргон плюс пары кремния) и углеродного изделия, находящегося в реторте. Численное моделирование проведено методом конечных разностей с учетом конвективного и кондуктивного механизмов переноса. Проведено сравнение поведения температурного поля и концентрации кремния в рабочем пространстве печи в разные моменты времени вплоть до установления стационарных распределений. Дано объяснение, почему уравнение для концентрации паров кремния в реторте требует кардинальной модификации, в то время как уравнение переноса тепла в самом простом виде (с учетом только теплопроводного механизма переноса) дает удовлетворительное согласие с экспериментальными данными.

Ключевые слова: парофазный метод силицирования, диффузионные процессы, конвективный перенос, численное моделирование

ON THE DIFFERENCE OF TEMPERATURE AND CONCENTRATION FIELDS IN THE WORKING SPACE OF THE FURNACE DURING VAPOR-PHASE SILICONIZING PROCESS

V.A. Demin[a], T.V. Demina[a,b], T.P. Lyubimova[a,b]
[a]Perm State National Research University,
15 Bukireva St., 614990, Perm
[b]Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS, PFRC
1 Korolev Str., 614013, Perm

The dynamics of one-dimensional temperature distribution in a retort under medium vacuum conditions is analyzed. The ibvestigation is based on the modified heat transfer equation. The conjugate heat problem is solved, taking into account the joint heating of a rarefied gas mixture (argon plus silicon vapor) and a carbon product located in the retort. Numerical modeling is performed using the finite difference method, taking into account the convective and conductive transfer mechanisms. The behavior of the temperature field and silicon concentration in the working space of the furnace at different moments of time is compared until steady-state distributions are established. An explanation is given why the equation for silicon vapor concentration in the retort

© Демин В. А., Демина Т. В., Любимова Т. П., 2025

requires a radical modification, while the heat transfer equation in its simplest form (taking into account only the heat-conducting transfer mechanism) gives satisfactory agreement with the experimental data.

Keywords: vapor-phase method of siliconizing, diffusive processes, convective transfer, numerical modeling

В работах [1,2] выведено новое дифференциальное уравнение, описывающее массоперенос паров кремния от зеркала расплава к углеродному изделию в условиях среднего вакуума в ходе реализации, так называемого, технологического процесса парофазного силицирования. Это уравнение учитывает два независимых механизма транспорта: диффузионный и конвективный. Показано, что эти механизмы сопоставимы и для адекватного воспроизведения экспериментальных данных требуют одновременного учета. С чисто математической точки зрения данное уравнение в частных производных давно известно [3]. Оно принадлежит к классу квазилинейных дифференциальных уравнений второго порядка параболического типа и анализировалось ранее без привязки к конкретным граничным условиям [4].

В работах [1,2] было показано, насколько существенным является конвективный массоперенос в условиях парофазного силицирования. Однако, при внимательном рассмотрении оказалось, что динамика изменения поля температуры может быть достаточно успешно описана с помощью классического уравнения теплопроводности без учета конвективного слагаемого. Таким образом, закономерно возникает вопрос, почему для адекватного описания поля концентрации паров кремния требуется учет конвективного транспорта, а для расчета переноса тепла вполне годится простейшее линейное уравнение теплопроводности? Уравнение для концентрации паров кремния с учетом конвективного массопереноса, полученное ранее в [1,2], имеет вид:

$$\frac{\partial C}{\partial t} - D_c \left(\nabla C\right)^2 = D\Delta C\,. \qquad (1)$$

Здесь C – массовая концентрация, D – коэффициент диффузии, D_c – так называемый параметр конвективного транспорта [1,2]. По аналогии можно провести вывод уравнения для переноса тепла:

$$\frac{\partial T}{\partial t} - D_t \left(\nabla C\right)\cdot\left(\nabla T\right) = \chi\Delta T\,, \qquad (2)$$

где T – поле температуры, χ – коэффициент температуропроводности, D_t – параметр конвективного переноса тепла. Второе слагаемое в левой части уравнения (2) показывает, что движение паров кремния сопровождается дополнительным переносом тепла. При $D_t = 0$ уравнение переходит в классическое линейное уравнение теплопроводности.

Численное моделирование проводилось в одномерном случае для двух связанных областей: реторты шириной $L = 0.9$ м и пористого углеродного материала толщиной $l = 2$ см. На границе раздела газовая среда – твердый

материал ставились условия непрерывности теплового потока и температуры. Уравнение (1) решалось только в газе с граничными условиями типа Дирихле [1,2]. Значения параметров соответствовали реальному технологическому процессу и принимались равными $D = 0.7$ м^2/с, $D_t = D_c = 58$ м^2/с, $\chi = 0.3$ м^2/с (температуропроводность разреженной смеси аргона и кремния).

Результаты расчетов динамики температурного и концентрационного полей представлены на рис. 1 и 2. Под твердый массив выделялось $N = 37$ узлов, область реторты содержала $N = 85$ узлов.

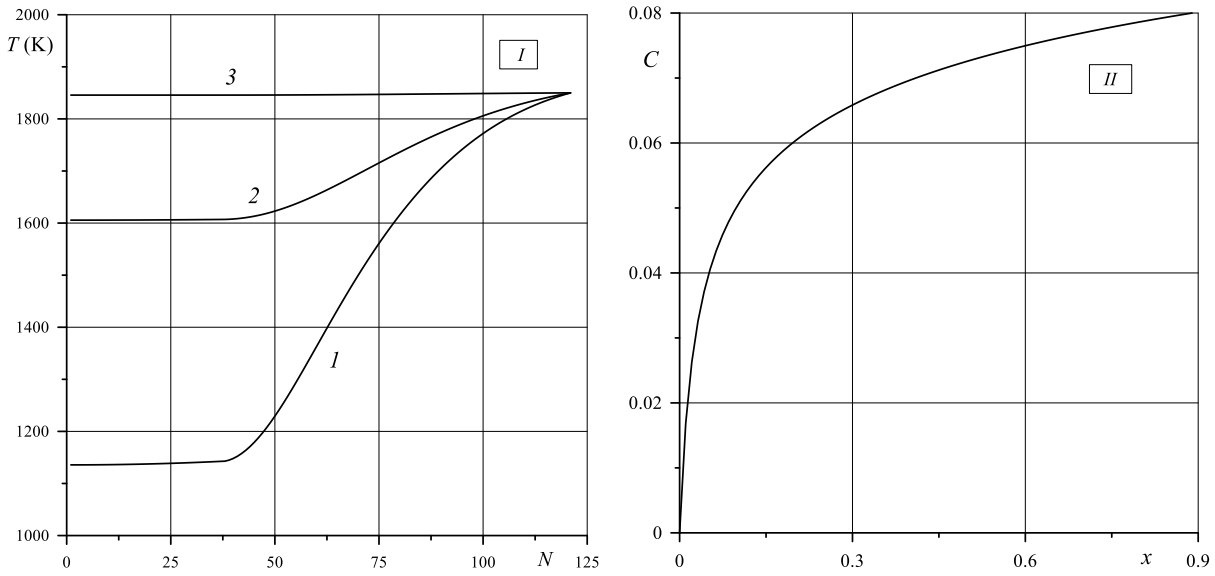


Рис. 1, 2. Графики зависимости температуры (I) для разных моментов времени: 1 – t = 0.01 с, 2 – t = 0.1 с, 3 – t = 10 с; и концентрации кремния в реторте (II) на момент установления t = 10 с, слева по горизонтали общее количество узлов, справа – расстояние в метрах

Видно, что в то время как система приходит в тепловое равновесие, в результате чего температура в реторте и твердом массиве выравнивается, поле концентрации приобретает выпуклую форму за счет того, что на изделии имеет место полное поглощение кремния. Иными словами, конвективный теплоперенос только лишь ускоряет процесс выравнивания температуры, качественно приводя к тому же распределению, как и в случае классического уравнения теплопроводности. Время установления, отвечающее полному прогреву системы, невелико $\tau \sim 10$ с, в результате на больших временах нет разницы с помощью какого уравнения переноса тепла находится поле температуры. Финальное состояние, к которому стремится система, будет одним и тем же, а именно, будет отвечать однородному распределению температуры.

Работа поддержана бюджетной темой № 124021600038-9.

Список литературы

1. *Demin V.A.*, *Demina T.V.*, *Zinurova V.E.* Penetration of a silicon vapor through residual gaseous medium during siliconizing of a carbon composite material // Multiphase systems. 2024. Vol. 19 (3). P. 103-111. DOI: 10.21662/mfs2024.3x021.
2. *Демин В.А.*, *Демина Т.В*. Трехмерное численное моделирование процесса переноса паров кремния в ходе насыщения пористой углеродной матрицы // Теплофизика высоких температур. 2024. Т. 62. № 6. С. 874-883. DOI: 10.31857/ S0040364424060102.
3. *Полянин А.Д.*, *Зайцев В.Ф.* Справочник по нелинейным уравнениям математической физики. Точные решения. М.: Физматлит. 2002. – 432 с.
4. *Пухначев В.В.* Многомерные точные решения уравнения нелинейной диффузии // Прикл. мех. техн. физ. 1995. Т. 36. Вып. 2. С. 23–31.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ПРОЦЕССА ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНОГО СИЛИЦИРОВАНИЯ УГЛЕРОДНЫХ МАТЕРИАЛОВ

В. А. Демин[a], В. Э. Зинурова[b]
[a]Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614990, Пермь, Букирева, 15
[b]Институт механики сплошных сред УрО РАН,
614013, Пермь, Академика Королева, 1

В работе теоретически рассматривается процесс доставки паров кремния к изделию в условиях среднего вакуума. Цель исследования заключается в установлении закономерностей диффузионного транспорта паров кремния до изделия в ходе силицирования. Рассмотрены разные модели с учетом осложняющих факторов, делающие постановку более реалистичной. Одновременно выполняется анализ и проверка существующих теоретических подходов. Численное моделирование процесса производилось с учетом реалистичных предположений о тепловых условиях, при которых осуществляется процесс.

Ключевые слова: углеродное волокно; пары кремния; диффузионный транспорт; средний вакуум

NUMERICAL MODELING OF THERMOPHYSICAL CHARACTERISTICS OF THE PROCESS OF HIGH-TEMPERATURE SILICIFICATION OF CARBON MATERIALS

V. A. Demin[a], V. E. Zinurova[b]
[a]Perm State University,
15 Bukireva St., 614990, Perm
[b]Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS,
1 Academician Korolev St., 614013, Perm

The paper considers a theoretical model of the process of delivering silicon vapor to a product under medium vacuum conditions. The purpose of the study is to establish the patterns of the silicon vapor delivery process to the product during silicification. Different models are considered, taking into account the complicating factors that make the formulation more realistic. At the same time, the analysis and verification of existing theoretical approaches is carried out. The numerical simulation of the process was carried out taking into account realistic assumptions about the thermal conditions under which the process is carried out.

Keywords: carbon fiber; silicon vapor; diffusive transport; medium vacuum

© Демин В.А., Зинурова В.Э., 2025

Введение

Процесс силицирования требует строгого контроля температурного режима, состава газовой среды и времени выдержки, что делает крайне важным проведение теплофизического анализа и численного моделирования самого процесса доставки паров кремния до изделия. Применяемые ранее модели [1], для описания переноса газообразного кремния в рабочем пространстве промышленной установки в ходе высокотемпературного силицирования, ограничивались простейшими подходами и требуют доработки. Таким образом, возникает необходимость в установлении закономерностей процесса силицирования в более реалистичных постановках и сопоставлением с экспериментальными данными.

Воздействие температурного поля в зависимости от расположения зеркала расплава

Ранее подобная задача решалась в случае однородного распределения температуры в пространстве [2]. Рассмотрим двумерную задачу с неоднородным распределением температуры в реторте. Пусть на правой границе реторты пары кремния генерируются при температуре T_2, переносятся за счет диффузии между атомами несущего газа и полностью поглощаются на левой границе при температуре T_1 (рис. 1). Проанализируем как будет меняться поток кремния в образец с изменением расстояния d между зеркалом расплава и изделием.

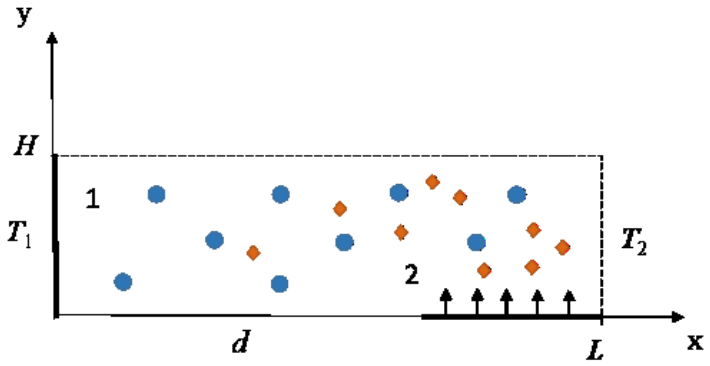


Рис. 1. Двухкомпонентный газ: кружки – атомы аргона, ромбики – атомы кремния; 1 – поверхность образца, 2 – зеркало расплава

При решении уравнения переноса (1) с учетом неоднородности температурного поля будет использоваться численный метод конечных разностей. Обсуждение нетривиальных параметров для разреженной газовой среды приведено в работе [3]

$$\frac{\partial C}{\partial t} - \frac{\kappa \rho_к R}{\eta \mu_к}\left(T(\nabla C)^2 + C\nabla T \cdot \nabla C\right) = D\Delta C\,. \qquad (1)$$

По результатам численного моделирования можно сделать вывод, что с приближением расплава к изделию, в левой части расчетной области градиент кремния возрастает, его производная становится больше (рис. 2). Из

этого следует, что имеет место всё бóльшая крутизна графика на входе в изделие. Это означает, что поток кремния в образец возрастает.

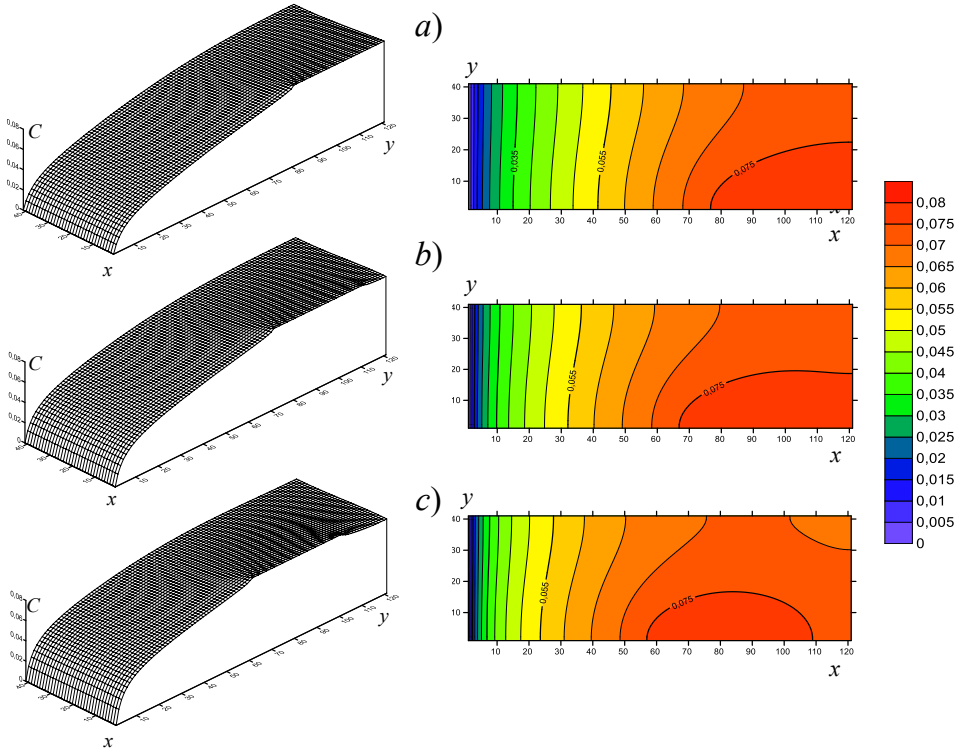


Рис. 2. Двумерное изображение (слева) и изолинии (справа) концентрации паров кремния в реторте в случае разного расстояния d между зеркалом расплава и изделием: a) d = 0.8 м, b) d = 0.7 м, c) d = 0.6 м

Влияние неоднородности температурного поля в зависимости от расположения зеркала расплава при наличии стока

Теперь поместим в реторту насос, который поглощает пары кремния. С математической точки зрения – это дополнительный сток (рис. 3). Будем перемещать зеркало расплава в реторте по направлению к изделию и обратно.

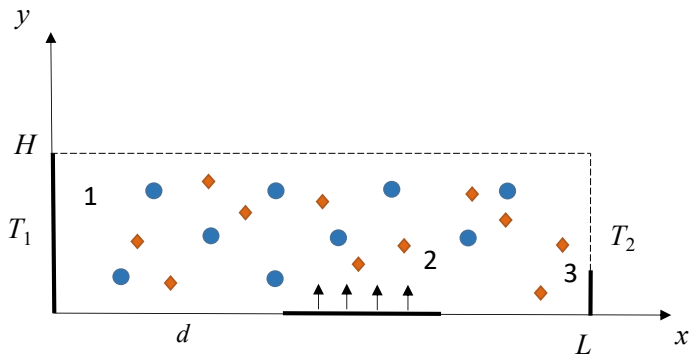


Рис. 3. Постановка задачи: 1 – поверхность образца, 2 – зеркало расплава, 3 – насос

Нетрудно заметить, что с приближением расплава к изделию в левой части расчетной области поток кремния в изделие возрастает (рис. 4).

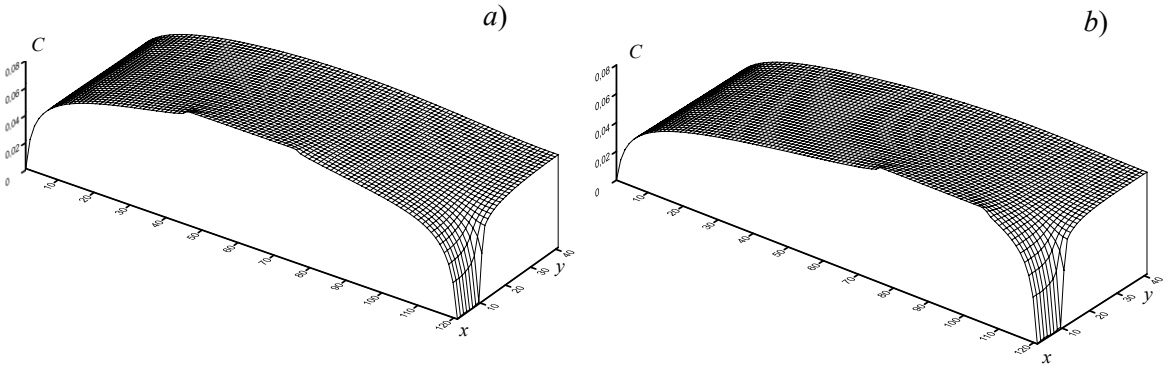


Рис. 4. Профиль концентрации паров кремния с учетом вакуумирования и сдвига зеркала от начального положения в реторте; a) сдвиг влево на 0.15 м, b) сдвиг вправо на 0.15 м

Верно и обратное утверждение – при отдалении расплава кремния от изделия крутизна графика становится меньше, соответственно производная, и, следовательно, поток кремния в изделие тоже становятся меньше (рис. 5).

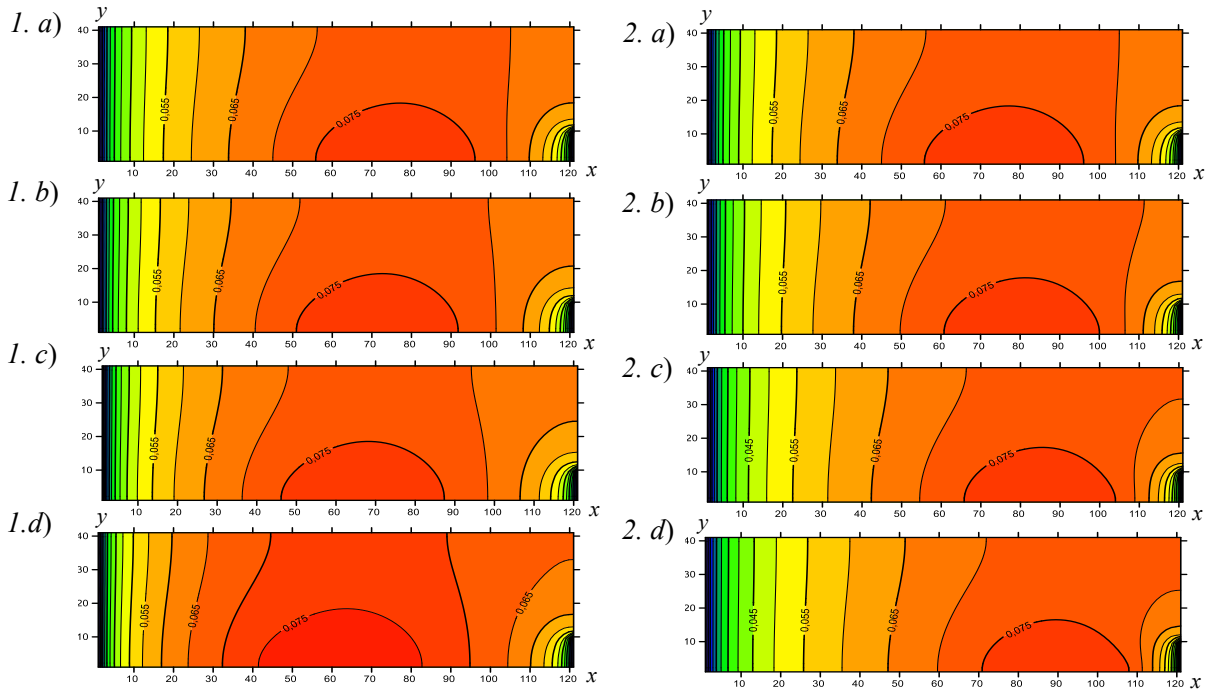


Рис. 5. Поле концентрации паров кремния в реторте. Столбец (1) сдвиг зеркала расплава влево, столбец (2) сдвиг вправо; a) начальное положение зеркала расплава, b) сдвиг на 5 узлов, c) сдвиг на 10 узлов, d) сдвиг на 15 узлов

Заключение

Выполнено теоретическое исследование влияния неоднородности температурного поля на перенос газообразного кремния от зеркала расплава к изделию в ходе высокотемпературного силицирования в условиях среднего вакуума. Оказалось, что наличие дополнительных стоков в системе заставляет увеличивать количество кремния в тиглях, чтобы сохранить величину потока в изделие и полностью его силицировать. Также было показано, что с ростом расстояния между изделием и зеркалом расплава, массоперенос в системе происходит менее интенсивно. Можно предположить о целесообразности передвижения расплава ближе к образцу и возможности уменьшения времени силицирования. Однако важно учитывать, что успешность процесса силицирования определяется не только расстоянием между образцом и зеркалом расплава, но и контролем распределения температуры на поверхности изделия; тем не менее, анализ этого фактора не входил в рамки данного исследования.

Работа Зинуровой В. Э. выполнена в рамках государственного задания, регистрационный номер темы 124021600038-9.

Список литературы

1. *Кулик В. И., Кулик А. В., Рамм М. С., Демин С. Е.* Численное исследование градиентных газофазных процессов получения керамоматричных композитов с SiC матрицей //. Функциональные наноматериалы и высокочистые вещества: сб. матер. V межд. конф., М.: ИМЕТ РАН, 2014. С. 128–129.
2. *Демин В. А., Демина Т. В., Марышев Б. С.* Физико-математическая модель переноса газообразного кремния в ходе высокотемпературного силицирования углеродных композитных материалов // Вестник Пермского университета. Физика. 2022. Вып. 3. С. 48–55.
3. *Демин В. А., Зинурова В. Э.* Влияние неоднородности температурного поля на перенос паров кремния от зеркала расплава к изделию в ходе высокотемпературного силицирования // Вестник Пермского университета. Физика. 2023. Вып. 2. С. 51–58. DOI: 10.17072/1994-3598-2023-2-51-58.

ДИНАМИКА ПАРОВ КРЕМНИЯ И ВЫТЕСНЕНИЕ НЕСУЩЕГО ГАЗА В РАБОЧЕМ ПРОСТРАНСТВЕ РЕТОРТЫ ПРИ РЕАЛИЗАЦИИ ПРОЦЕССА ПАРОФАЗНОГО СИЛИЦИРОВАНИЯ

В. А. Демин, С. А. Игошев
Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614990, Пермь, Букирева, 15

Рассматривается физико-математическая модель переноса паров кремния от зеркала расплава к пористому углеродному изделию в условиях среднего вакуума при реализации процесса парофазного силицирования. Предлагаемая модель основывается на подходе, допускающем перераспределение материнской среды при переносе газообразного кремния в реторте. Проведено численное моделирование транспортных процессов в зависимости от размеров зеркала расплава. Показано, что увеличение площади зеркала расплава приводит к росту плотности потока кремния в изделие, однако количественно эффект сильно зависит от того насколько точно вычисляется данная величина.

Ключевые слова: парофазное силицирование; массоперенос; нестационарные процессы

DYNAMICS OF SILICON VAPORS AND DISPLACEMENT OF CARRIER GAS IN THE WORKING SPACE OF THE RETORT DURING THE PROCESS OF VAPOR-PHASE SILICIFICATION

V. A. Demin, S. A. Igoshev
Perm State University,
15 Bukireva St., 614990, Perm

The paper considers a physical and mathematical model of silicon vapor transfer from the melt surface to a porous carbon product under medium vacuum conditions during the process of vapor-phase silicification. The proposed model is based on an approach that allows for the redistribution of the mother gaseous medium during the transfer of silicon vapor in the retort. Numerical modeling of transport processes depending on the size of the melt surface has been performed. It has shown that an increase in the melt surface area leads to the growth in the silicon flow density into the product, but the quantitative effect strongly depends on how accurately this value is calculated.

Keywords: vapor-phase silicification; mass transfer; non-stationary processes

Введение

В современном мире композиционные изделия являются крайне востребованными и широко распространенными материалами в самых разных отраслях промышленности. Спектр их применения чрезвычайно широк [1] и охватывает такие отрасли, как авиастроение, космонавтика, кораблестроение, строительство, автомобильная промышленность, медицина

© Демин В.А., Игошев С.А., 2025

и многие другие. В качестве примера методики создания композиционных материалов можно привести силицирование углерод-углеродных волокон. Парофазное силицирование является наиболее эффективным и перспективным методом их получения. Обычно при проведении данного процесса рабочее пространство заполняется разреженным инертным газом, так что в условиях среднего вакуума создается возможность наполнения пор исходной углеродной матрицы газообразным кремнием, при этом температура достигает порядка $T \sim 2000$ K.

В настоящее время обогащение пористых углеродных материалов парами кремния является дорогостоящим и крайне сложным в реализации процессом. Представленная теоретическая модель силицирования может стать основой для улучшения существующих технологий, что позволит сделать процесс более экономичным и эффективным.

Описание модели

Применяемая в работе модель основана на подходе, который описан в работе [2] и допускает перераспределение несущей среды при переносе атомов кремния в реторте. Рассматриваемая геометрия схематически представлена на рис.1. и представляет собой прямоугольную область, на правой границе которой находится зеркало расплава, генерирующее пары одноатомного кремния. На левой границе находится вертикально расположенный пористый углеродный материал, подвергаемый процессу силицирования.

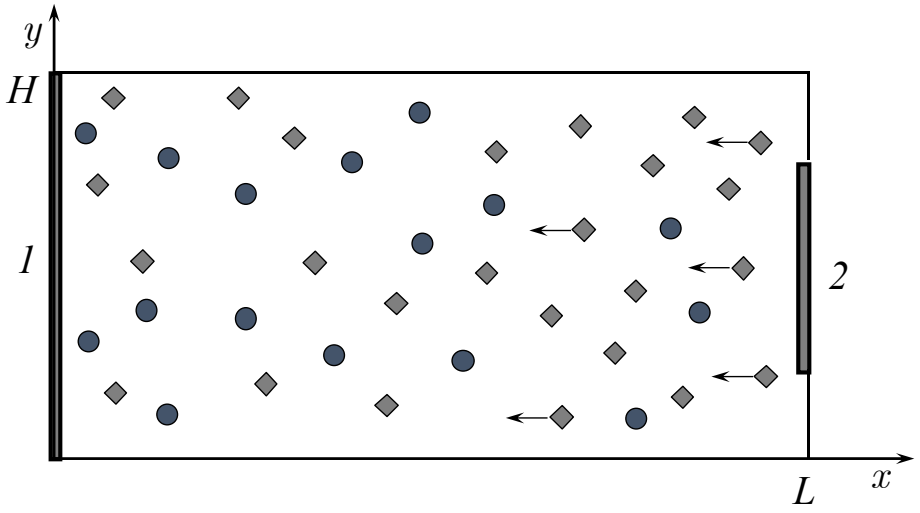


Рис. 1. Геометрия задачи; 1 – пористый образец, 2 – зеркало расплава, ромбики – атомы кремния, кружки – атомы несущей среды (аргон)

В рамках рассматриваемого подхода предполагается неизменность общей плотности газовой смеси. В этом условии подразумевается, что при вытеснении кремнием аргона один компонент газа в пространстве компенсируется другим, сохраняя тем самым условие $\rho = \text{const}$. В отношении

газовой смеси это является довольно сильным предположением, но оно позволяет существенно упростить решение задачи. Система уравнений, описывающая динамику паров кремния на основе упомянутого выше приближения, записывается следующим образом:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + w\frac{\partial u}{\partial y} = RT\left(\frac{\mu_k - \mu_a}{\mu_a \mu_k}\right)\frac{\partial C}{\partial x} + \nu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right), \quad (4)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u\frac{\partial w}{\partial x} + w\frac{\partial w}{\partial y} = RT\left(\frac{\mu_k - \mu_a}{\mu_a \mu_k}\right)\frac{\partial C}{\partial y} + \nu\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right), \quad (5)$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u\frac{\partial C}{\partial x} + w\frac{\partial C}{\partial y} = D\left(\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial y^2}\right). \quad (6)$$

Здесь u, w – компоненты вектора среднемассовой скорости потока газовой смеси, R – универсальная газовая постоянная, T – значение абсолютной температуры, μ_a и μ_k – молярные массы аргона и кремния соответственно, C – массовая концентрация кремния, ν – кинематическая вязкость газа, D – коэффициент диффузии. На зеркале расплава ставится граничное условие в виде концентрации насыщения паров кремния, на поверхности изделия – условие полного поглощения.

Представленная система дифференциальных уравнений (4) – (6) позволяет провести теоретическое описания процесса переноса паров кремния от зеркала расплава к пористому углеродному изделию с учетом перераспределения несущей среды. Модифицированное уравнение Навье-Стокса является замыкающим к обобщенному уравнению переноса примеси [3] и позволяет вычислить изменение компонент среднемассовой скорости газовой смеси в каждый момент времени в каждой точке пространства.

Полученные результаты

В ходе численного решения системы (4) – (6) были получены данные, позволяющие вычислить величину плотности потока кремния в изделие. Собранные количественные данные были обобщены в виде значений производных профилей концентрации кремния на входе в изделие в зависимости от размера зеркала расплава кремния в печи.

На рис. 2 представлены зависимости производной концентрации кремния от размеров зеркала расплава, с применением формул разного порядка точности для вычисления первой производной на границе расчетной области. Проиллюстрированные графики отвечают условиям проскальзывания (*а*) и прилипания (*б*) газа на стенках расчетной области. Здесь под цифрами *1 – 4* изображены линии, отвечающие расчету производных на границе с применением формул первого, второго, третьего и четвертого порядков точности, соответственно.

Заключение

По итогам выполненной работы были получены численные данные о концентрации компонент газовой смеси в реторте и потоке кремния на входе в пористое углеродное изделие. Представленные результаты качественно подтверждают невероятно быстрое распространение газообразного кремния в ходе технологического процесса высокотемпературного парофазного силицирования.

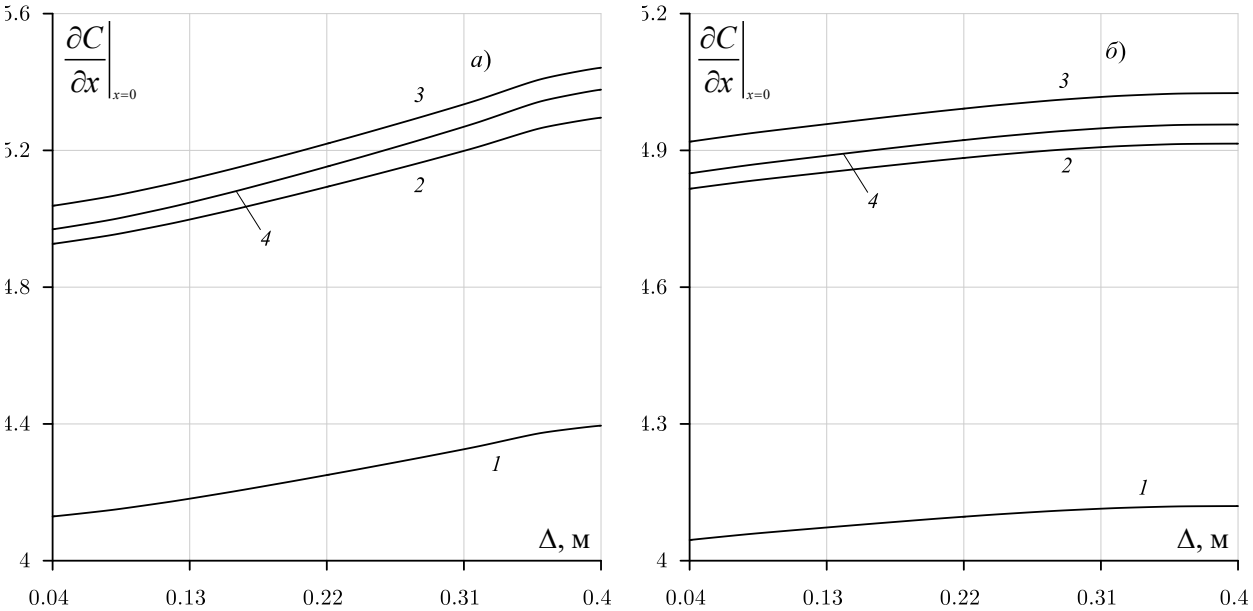


Рис. 2. Зависимости производной концентрации кремния на входе в изделие от размеров зеркала расплава (Δ) для условий проскальзывания (а) и прилипания (б); кривые 1 – 4 соответствуют производным первого, второго, третьего и четвертого порядков точности. Длина реторты в расчете составляла 0.6 м.

Список литературы

1. *Гаршин А.П.*, *Кулик В.И.*, *Матвеев С.А.*, *Нилов А.С.* Современные технологии получения волокнисто-армированных композиционных материалов с керамической огнеупорной матрицей. Новые огнеупоры. 2017. Вып. 4. С. 20–35.
2. *Демин В.А.*, *Игошев С.А.* К вопросу о физико-математической модели высокотемпературного силицирования пористых углеродных изделий // Вестник Пермского университета. Физика. 2024. Вып. 2. С. 56-63. doi: 10.17072/1994-3598-2024-2-56-63
3. *Ландау Л.Д.*, *Лифшиц Е.М.* Курс теоретической физики. Т. 6. Гидродинамика. М.: Физматлит, 2001. 736 с.

АНАЛИЗ МОДЕЛЕЙ ТУРБУЛЕНТНОСТИ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ АППАРАТА ПОГРУЖНОГО ГОРЕНИЯ ЧИСЛЕННЫМИ МЕТОДАМИ

В. А. Демин[a,b], А. В. Костыря[b]
[a]Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614990, Пермь, Букирева, 15
[b]Пермский национальный исследовательский политехнический университет,
614990, Пермь, Комсомольский проспект, 29

Проведена серия численных экспериментов с затопленной газожидкостной струёй в рабочей полости со свободной поверхностью в трёхмерной постановке. В ходе серии экспериментов применялись различные модели турбулентности при прочих равных условиях. Для моделирования дисперсной фазы использовался подход «Эйлер-Эйлер». Получены устойчивые и непротиворечивые данные в результате варьирования моделей турбулентности при решении рассматриваемой задачи. Сделан вывод о невысокой чувствительности численной модели к выбору конкретного метода разрешения турбулентности. Дано заключение о том, что выбор модели турбулентности определяется соображениями устойчивости счёта.

Ключевые слова: погружное горение, многофазный поток, турбулентность, численное моделирование

ANALYSIS OF TURBULENCE MODELS FOR THE INVESTIGATION OF SUBMERGED COMBUSTION APPARATUS BY NUMERICAL METHODS

V. A. Demin[a,b], A. V. Kostyrya[b]
[a]Perm State University,
15 Bukireva St., 614990, Perm
[b]Perm National Research Polytechnic University,
29 Komsomolskiy Ave., 614990, Perm

A series of computational simulations has been conducted on a cell with a submerged gas-liquid jet and a free surface, using a three-dimensional framework. In this series of simulations, different turbulence models were employed, all other factors being equal. The Euler-Euler approach was employed to model the dispersed phase. The stability of the simulation was assessed when solving the problem at hand. It was found that the numerical model is not overly sensitive to the specific turbulence resolution method chosen. The choice of the turbulence model is determined by considerations of simulation stability.

Keywords: submerged combustion, multiphase flow, turbulence, digital modeling.

Работа посвящена сравнению различных моделей турбулентности, используемых в численных экспериментах при изучении аппаратов погружного горения (далее – АПГ). Так как в АПГ присутствует

© Демин В.А., Костыря А.В., 2025

высокоскоростной ввод струи дымовых газов в область, занятую жидкой фазой, в жидкости неминуемо возникает турбулентный поток. Это значит, что для расчёта течений в аппарате необходимо применять какую-либо из моделей турбулентности. Однако, в настоящее время известно более десятка таких моделей [1]. Это, с одной стороны, даёт возможность гибкого выбора подходящей турбулентной модели для конкретного расчётного случая, а с другой стороны, приводит к необходимости тщательного анализа и проверки этих моделей.

Абстрактным представлением АПГ, используемым для проведения численных экспериментов, является ячейка с затопленной струёй и свободной поверхностью [2] (далее – ячейка). Эта ячейка с точки зрения вычислительной гидродинамики является сложным расчётным случаем. Сложность расчёта возникает за счёт одновременного присутствия нескольких факторов:

а) наличие турбулентной и ламинарной частей в потоке;
б) наличие локальной нестабильности в виде затопленной газожидкостной струи;
в) наличие дисперсной фазы (пузырьков газа) и свободной поверхности.

Рекомендации по численному моделированию указанных факторов противоречат друг другу [3]. Согласно рекомендациям, пузырьковый поток моделируется с помощью многоскоростного континуума, а свободная поверхность – односкоростного, локально нестабильные потоки требуют применения вихреразрешающих моделей турбулентности, а наличие ламинарных и турбулентных областей – разрешения ламинарно-турбулентного перехода. Таким образом, сделать окончательный выбор турбулентной модели для рассматриваемой ячейки, основываясь только лишь на предыдущих публикациях, невозможно.

В настоящем исследовании рассмотрены модели турбулентности, указанные в табл. 1. Отдельно стоит заметить, что модель нулевого порядка, конечно же, не предназначена для решения подобного класса задач. Она была включена в эксперимент для косвенной верификации численной модели. Верификация будет считаться пройденной, если расчёт с использованием модели нулевого порядка даст афизичные результаты или закончится ошибкой.

Выбранные модели реализуют разные подходы к моделированию турбулентности, и, кроме того, внедрены в доступные коммерческие вычислительные пакеты, такие как CFX, Fluent, FlowVision, ЛОГОС. Уравнения применённых турбулентных моделей внедрялись в общую физико-математическую модель ячейки.

Общая модель описывает многофазное течение, в котором жидкая фаза является несущей, а пузырьки газа – раздробленной. При этом для расчёта

течения дисперсной фазы использовался подход «Эйлер-Эйлер». Межфазное взаимодействие вычисляется с помощью эмпирических соотношений:

а) передача импульса – корреляция Ишии-Зубера;
б) передача тепла – корреляция Ранца-Маршалла.

Расчётная схема ячейки представлена на рисунке 1. Приняты следующие размеры ячейки: длина и ширина – 1.3 м, высота – 1 м. При этом количество узлов расчётной сетки по трём измерениям составляет 130 : 130 : 100.

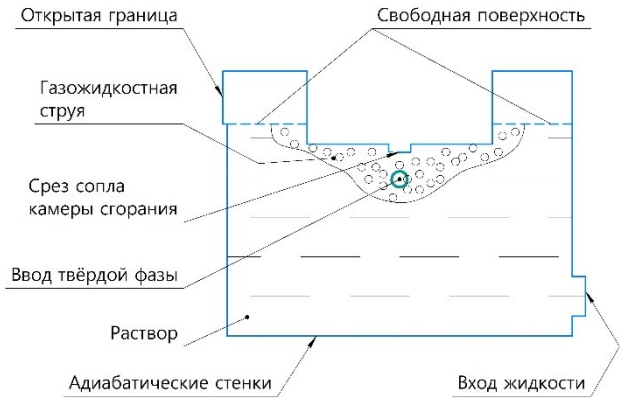


Рис. 1. Расчётная схема ячейки

На границах расчётной области были заданы следующие условия:

а) срез сопла камеры сгорания

$G\big|_{сопл} = 0.123$ кг/с; $T_g\big|_{сопл} = 1300\,^{\circ}\text{C}$; $\alpha_g\big|_{ЗС} = 1$; $\rho_g\big|_{сопл} = 0.225$ кг/м^3

б) открытая граница

$p\big|_{ОГ} = 101325$ Па; $T\big|_{ОГ} = 25\,^{\circ}\text{C}$; $\alpha_g\big|_{ОГ} = 1$

в) вход жидкости

$G\big|_{вход} = 0.278$ кг/с; $T\big|_{вход} = 25\,^{\circ}\text{C}$; $\alpha_g\big|_{вход} = 0$; $\rho_l\big|_{вход} = 997$ кг/м^3

г) адиабатические стенки с учетом условия прилипания

$\vec{v}_{|ст}$ ⌣, $q_n\big|_{ст} = 0$.

Серия численных экспериментов проводилась как в нестационарном, так и в стационарном режиме. В обоих режимах поочерёдно применялись односкоростной (гомогенный) и многоскоростной (гетерогенный) методы моделирования турбулентности. Остальные физические величины вычислялись гетерогенным методом. В результате серии экспериментов были получены данные о средней энергии турбулентных пульсаций и о средней скорости несущей фазы в ячейке. Данные представлены в табл. 1 и 2.

Табл. 1. Средняя удельная энергия турбулентных пульсаций (Дж/кг)

Режим	Метод моделирования турбулентности	DES	LES	k-e	RNG k-e
Нестационарный	Гомогенный	0.1308	n/a	x	x
	Гетерогенный	x	x	x	x
Стационарный	Гомогенный	-	-	0.0646	0.0678
	Гетерогенный	-	-	0.04297	0.0259
Нестационарный	Гомогенный	x	0.2114	x	x
	Гетерогенный	x	0.0976	x	x
Стационарный	Гомогенный	0.3605	0.1416	x	x
	Гетерогенный	x	0.0734	0.0654	x

Примечания:
1. Символ «x» означает, что расчёт не был завершён из-за ошибки решателя.
2. Символ «n/a» означает, что этот тип данных не может быть получен в ходе эксперимента.

Табл. 2. Средняя скорость жидкости (м/с)

Режим	Метод моделирования турбулентности	DES	LES	k-e	RNG k-e
Нестационарный	Гомогенный	0.4571	0.2917	x	x
	Гетерогенный	x	x	x	x
Стационарный	Гомогенный	-	-	0.2358	0.2441
	Гетерогенный	-	-	0.2382	0.2642

Продолжение табл. 2.

Режим	Метод моделирования турбулентности	k-o	SST	EARSM	Zero equation
Нестационарный	Гомогенный	x	0.4015	x	x
	Гетерогенный	x	0.269	x	x
Стационарный	Гомогенный	0.1295	0.2403	x	x
	Гетерогенный	x	0.278	0.1643	x
Примечание - символ «x» означает, что расчёт не был завершён из-за ошибки решателя.					

Прежде, чем переходить к анализу полученных данных, необходимо отметить, что все расчёты с использованием модели нулевого порядка завершились с ошибкой. Это полностью соответствует ожиданиям, и говорит о том, что косвенная верификация численной модели состоялась. Как видно из таблиц, 12 из 24 расчётов (не учитываем расчёты с моделью нулевого порядка) завершились с ошибкой. Это говорит о низкой устойчивости счёта у численной модели, содержащей одновременно свободную поверхность и плотный пузырьковый поток. Можно заметить, что моделирование турбулентности в односкоростном приближении несколько повышает устойчивость счёта (7 успешных расчётов против 5 с многоскоростным методом).

Сравнение величин удельных турбулентных пульсаций показывает, что все они имеют одинаковый порядок – десятые доли Джоулей на килограмм. При этом гомогенный метод даёт более высокие значения энергий пульсаций, чем гетерогенный. Величины средних скоростей жидкости также принадлежат к одному порядку – десятым долям метров в секунду. Разброс значений энергий пульсации и скоростей не велик. Это говорит в пользу того, что общая физико-математическая модель ячейки слабо чувствительна к выбору модели турбулентности. Можно говорить о том, что выбор конкретной модели турбулентности определяется соображениями устойчивости счёта.

Список литературы

1. *David C. Wilcox* Turbulence Modeling for CFD. – DCW Industries, 2006. 515 pp.
2. *Костыря А. В.* Численное моделирование затопленной газожидкостной струи различной дисперсности // Вестник Пермского университета. Физика. 2024. № 3. С. 5–12. doi: 10.17072/1994-3598-2024-3-05-12.
3. ANSYS CFX Reference Guide. Release 2019 R3. – Canonsburg: ANSYS Inc, 2019. 408 pp.

ОБ УПРАВЛЕНИИ РЕЖИМАМИ ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТИ В СЛАБОПРОВОДЯЩЕЙ ЖИДКОСТИ

В. А. Демин, М. И. Петухов
Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614990, Пермь, Букирева, 15

В работе проводится численное моделирование процесса электропроводности жидкого диэлектрика, заключенного между двумя плоскими металлическими электродами. В межэлектродном пространстве осуществляется окислительно-восстановительный процесс. В зависимости от приложенной к электродам разности потенциалов в слабопроводящей жидкости имеют место два режима электропроводности, определяющиеся различными механизмами лимитирования. Показано, что варьирование параметров, отвечающих за кинетику ионов и интенсивность электропроводности, позволяет независимым образом регулировать процесс прохождения электрического тока на разных режимах.

Ключевые слова: слабопроводящая жидкость; окислительно-восстановительный процесс; численное моделирование

ON A CONTROL OF CONDUCTIVITY REGIMES IN WEAKLY CONDUCTING LIQUID

V. A. Demin, M. I. Petukhov
Perm State University,
15 Bukireva St., 614990, Perm

The work presents a numerical simulation of the process of electrical conductivity of a liquid dielectric placed between two flat metal electrodes. An oxidation-reduction process occurs in the interelectrode space. Depending on the potential difference applied to the electrodes, two regimes of electrical conductivity occur in the weakly conducting liquid, determined by different mechanisms of limitation. It is shown that varying the parameters determining the kinetics of ions and the intensity of electrical conductivity allows independent regulation of the process of electric current passage in different regimes.

Keywords: weakly conducting liquid; oxidation-reduction process; numerical simulation

Теоретическое исследование электропроводности жидких диэлектриков представляет собой задачу с очень богатой историей [1-3]. Тем не менее, сложность и разнообразие физико-химических процессов, протекающих как в межэлектродном пространстве, так и на самих электродах [4], делают данную тематику актуальной и в настоящее время.

Как правило, при моделировании процесса электропроводности рассматривается одномерная задача. Проанализируем случай, когда в начале координат расположен положительно заряженный, а в точке с координатой h

© Демин В.А., Петухов М.И., 2025

находится отрицательно заряженный электрод. Математическое описание процесса электропроводности в жидком диэлектрике [5], находящемся в механическом равновесии и при условии, что в межэлектродном пространстве происходит окислительно-восстановительный процесс, делается при помощи следующей безразмерной краевой задачи:

$$\frac{\partial n_{\pm}}{\partial t} = A_{\pm} n_{\pm}'' \pm B_{\pm}\left(n_{\pm}'\varphi' + n_{\pm}\varphi''\right) - C n_{+} n_{-} + 2D\frac{I_1(z)}{z} n_0, \qquad (1)$$

$$\frac{\partial n_0}{\partial t} = A_0 n_0'' + C n_{+} n_{-} - 2D\frac{I_1(z)}{z} n_0, \qquad (2)$$

$$\varphi'' = E\left(n_{+} - n_{-}\right), \qquad (3)$$

$$x = 0: \quad -A_{+} n_{+}' - B_{+} n_{+}\varphi' = 0, \quad -A_{-} n_{-}' + B_{-}\varphi' = \bar{\sigma}\varphi', \quad A_0 n_0' = \frac{\bar{\sigma}\varphi'}{2}, \quad \varphi = 1, \qquad (4)$$

$$x = 1: \quad -A_{+} n_{+}' - B_{+}\varphi' = -\bar{\sigma}\varphi', \quad -A_{-} n_{-}' + B_{-}\varphi' = 0, \quad A_0 n_0' = -\frac{\bar{\sigma}\varphi'}{2}, \quad \varphi = 0, \qquad (5)$$

$$A_{\pm} = \frac{D_{\pm}}{D_{+}}, \qquad A_0 = \frac{D_0}{D_{+}}, \qquad B_{\pm} = \frac{k_{\pm}\varphi_0}{D_{+}},$$

$$C = \frac{k_R \bar{n}_0 h^2}{D_{+}}, \qquad D = \frac{k_D h^2}{D_{+}}, \qquad E = \frac{e\bar{n}_0 h^2}{\varepsilon_0 \varepsilon \varphi_0}, \qquad \bar{\sigma} = \frac{\sigma\varphi_0}{e\bar{n}_0 D_{+}},$$

$$n_{\pm}(t=0) = 0, \qquad n_0(t=0) = 1, \qquad \varphi(t=0) = \frac{1}{2}\left(\cos(\pi x) + 1\right),$$

где φ, $n_{\pm}$ и n_0 – поля электрического потенциала, положительных и отрицательных ионов, а также ионных пар, $D_{\pm}$ и $k_{\pm}$ – коэффициенты диффузии и подвижности соответствующих ионов. Коэффициент диффузии ионных пар, а также коэффициенты рекомбинации и диссоциации обозначаются, соответственно, D_0, k_R, и k_D. В слагаемом, отвечающем за приток ионов, вводится корректирующий множитель, зависящий от безразмерной величины $z = L_b/L_e$:

$$L_b = \frac{e^2}{2\pi\varepsilon_0 \varepsilon k T}, \qquad L_e = \sqrt{\frac{e}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon |\varphi'|}}.$$

Здесь k – постоянная Больцмана, а T – температура, параметры e, ε, ε_0 – заряд электрона, диэлектрическая проницаемость несущей жидкости и электрическая постоянная. Между электродами поддерживается разность потенциалов φ_0, в свою очередь $\bar{n}_0$ – размерное значение концентрации ионных пар в начальный момент времени, а σ – электропроводность. За единицы измерения расстояния, времени, концентрации и электрического потенциала брались, соответственно h, h^2/D_{+}, $\bar{n}_0$ и φ_0. Представленная краевая задача решалась в математическом пакете Comsol Multiphysics. В расчетах использовался следующий набор управляющих параметров: h = 0.01 м, $D_{+} = 0.5 \cdot 10^{-8}$ м^2/с, ε = 10, T = 300 K. Подвижности определялись при помощи

соотношения Эйнштейна, коэффициенты рекомбинации и диссоциации при помощи следующих соотношений [5]:

$$k_R = \frac{e\left(k_+ + k_-\right)}{\varepsilon_0 \varepsilon}, \qquad k_D = \frac{3e\left(k_+ + k_-\right)}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon a^3} \exp\left(\frac{-2L_b}{a}\right),$$

где $a = 5 \cdot 10^{-10}$ м – характерное расстояние между ионами в ионной паре. Коэффициент диффузии ионных пар находился по следующей формуле [6]:

$$D_0 = \frac{2D_+ D_-}{D_+ + D_-}.$$

Во всех случаях в ходе расчетов вне зависимости от начального условия и параметров задачи в системе устанавливался стационарный режим электропроводности. Из полученных вольтамперных характеристик (рис. 1) видно, что по мере увеличения разности потенциалов, поддерживаемой на электродах, удельная сила тока, проходящего в системе, меняется сложным образом. Если при больших φ_0 рост силы тока всегда происходит по линейному закону, то при малых φ_0 имеется множество точек перегиба. Угол наклона линейного участка вольтамперной характеристики определяется величиной σ. Важно отметить, что изменение данного параметра никак не меняет начальный участок характеристики. В свою очередь, при малых φ_0 величина поддерживаемой между электродами силы тока в большей степени зависит от значений кинетических коэффициентов.

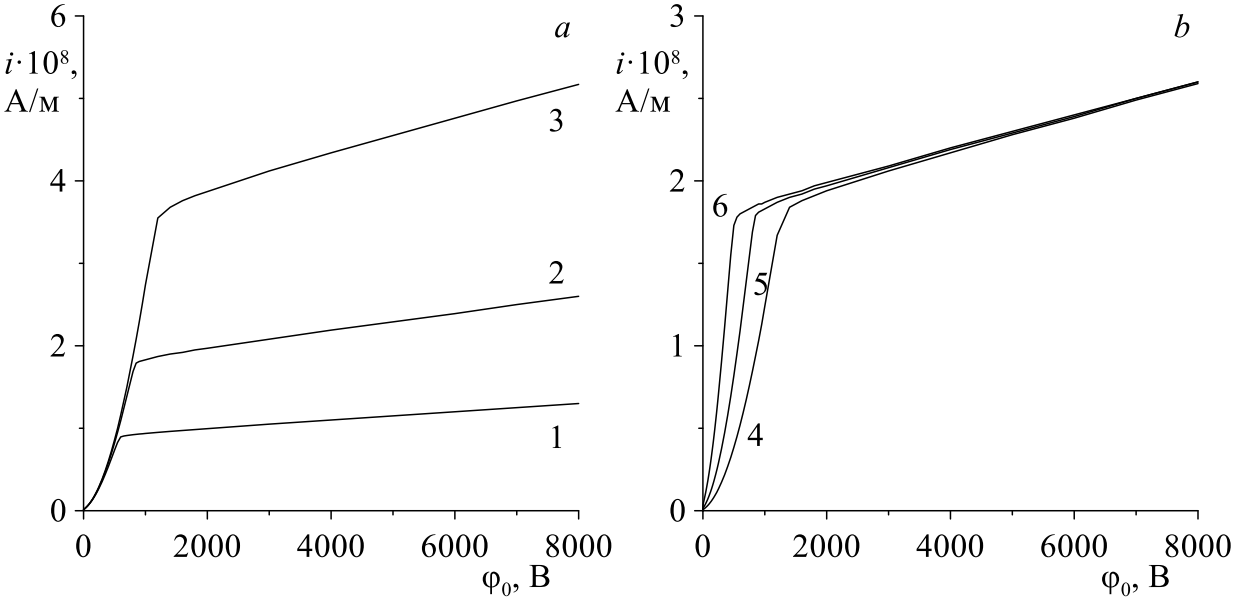


Рис. 1. Сравнение вольтамперных характеристик.
а) $D_- = 10^{-9}$ м^2/с, 1 – $\sigma = 5 \cdot 10^{-13}$ См/м, 2 – $\sigma = 10^{-12}$ См/м, 3 – $\sigma = 5 \cdot 10^{-12}$ См/м,
б) $\sigma = 10^{-12}$ См/м, 4 – $D_- = 5 \cdot 10^{-10}$ м^2/с, 5 – $D_- = 10^{-9}$ м^2/с, 6 – $D_- = 2 \cdot 10^{-9}$ м^2/с.

Разные участки вольтамперной характеристики отвечают разным режимам электропроводности. При малых φ_0 прохождение тока связано с развитием приэлектродных пограничных слоев, в то время как при больших φ_0 в системе появляется сквозной ток через межэлектродное пространство.

Полученные результаты показывают, что разные режимы протекания тока можно контролировать независимо друг от друга, регулируя различные параметры системы.

Работа выполнена при финансовой поддержке РНФ и Пермского края (проект № 24-29-20277).

Список литературы

1. *Левич В.Г.* Физико-химическая гидродинамика. М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1959. 700 с.
2. *Остроумов Г.А*. Взаимодействие электрических и гидродинамических полей. М.: Наука, 1979. 320 с.
3. *Стишков Ю.К., Остапенко А.А*. Электрогидродинамические течения в жидких диэлектриках. Л.: Издательство Ленинградского университета, 1989. 176 с.
4. *Жакин А.И.* Ионная электропроводность и комплексообразование в жидких диэлектриках // Успехи физических наук. 2003. Т. 173. № 1. С. 51–68.
5. *Pontiga F.*, *Castellanos A.* Physical mechanisms of instability in a liquid layer subjected to an electric field and a thermal gradient // Phys. Fluids. 1994. Vol. 6 (5). P. 1684–1701.
6. *Эрдеи-Груз Т*. Явления переноса в водных растворах // М.: Мир, 1976. 586 с.

О РОЛИ ХИМИЧЕСКИХ ПОТЕНЦИАЛОВ В МАССООБМЕНЕ МЕЖДУ КАПЛЕЙ И ОКРУЖАЮЩЕЙ СРЕДОЙ

М. О. Денисова, К. Г. Костарев
Институт механики сплошных сред УрО РАН,
614013, Пермь, Академика Королева, 1

Проведено экспериментальное изучение влияния химического потенциала на массообменные процессы в жидких системах с межфазной границей. Исследование выполнено на примере массообмена ПАВ между каплей и окружающей средой в условиях максимального подавления свободно конвективного движения (в тонком горизонтальном слое). Система несмешивающихся жидкостей образована водой и смесью бензола с хлорбензолом, диффундирующий ПАВ – уксусная кислота, обладающая существенно разной энергией сольватации в контактирующих жидкостях. Визуализация течений и полей концентраций ПАВ в капле и окружающей среде выполнена с помощью лазерной интерферометрии, что позволило проследить их эволюцию в ходе диффузионного процесса. Определены характерные времена экстракции ПАВ в зависимости от направления его диффузии, структура и скорость распространения концентрационного поля от капли в зависимости от концентрации ПАВ и соотношения химических потенциалов в капле и окружающей жидкости. Для всех рассмотренных случаев оценена роль гравитационных эффектов и возникающей конвекции Марангони.

Ключевые слова: массообмен; химический потенциал; капли

ON THE ROLE OF CHEMICAL POTENTIALS IN MASS TRANSFER BETWEEN A DROP AND THE ENVIRONMENT

M. O. Denisova, K. G. Kostarev
Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS,
1 Academician Korolev St., 614013, Perm

An experimental study of the effect of chemical potential on mass transfer processes in liquid systems with an interphase boundary was carried out. The study was performed using the example of surfactant mass transfer between a drop and the environment under conditions of maximum suppression of free convective motion (in a thin horizontal layer). The system of immiscible liquids is formed by water and a mixture of benzene with chlorobenzene, the diffusing surfactant is acetic acid, which has significantly different solvation energies in the contacting liquids. Visualization of surfactant flows and concentration fields in the drop and the environment was performed using laser interferometry, which made it possible to trace their evolution during the diffusion process. The characteristic times of surfactant extraction depending on the direction of its diffusion, the structure and propagation velocity of the concentration field from the drop depending on the

© Денисова М.О., Костарев К.Г., 2025

surfactant concentration and the ratio of chemical potentials in the drop and the surrounding liquid were determined. The role of gravitational effects and the resulting Marangoni convection was estimated for all the cases considered.

Keywords: mass transfer; chemical potential; drops

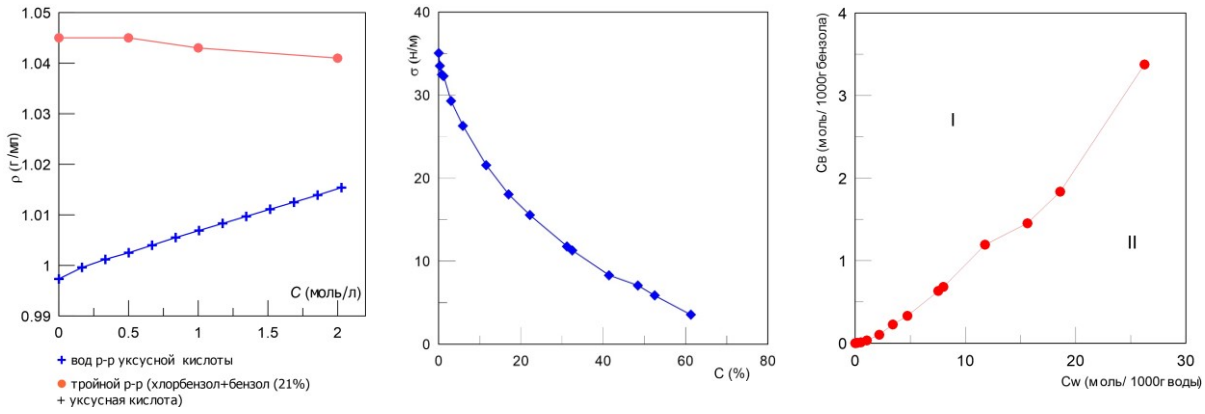
Массообмен между каплей и окружающей средой давно является одним из основных направлений экспериментальных и теоретических исследований в области гидродинамики. Однако совсем неизученным, как показывает библиографический поиск, остается еще один фактор, определяющий эффективность экстракции диффундирующего вещества в системе «капля-окружающий раствор». Его суть состоит в том, что направление диффузии и ее интенсивность зависят не от разности концентраций на межфазной границе, а от разности химических потенциалов. Данная величина определяется энергией, поглощаемой или выделяемой контактирующими жидкостями системы при изменении концентрации диффундирующего компонента.

Если диффузия растворимого компонента через границу раздела фаз не сопровождается необратимой реакцией или фазовым переходом, то изменение химического потенциала связано в первую очередь со структурной перестройкой жидкой смеси при образовании/разрушении сольватов – соединений с водородными и электростатическими связями, возникающими между молекулами/ионами диффундирующей жидкости и молекулами жидкости-основы. Обычно энергия сольватации диффундирующего компонента довольно сильно различается для каждой из базовых жидкостей, создающих межфазную границу. Соответственно, в таких системах равенство химических потенциалов наступает при существенно разных концентрациях растворимого компонента по обе стороны границы раздела. Как результат, для достижения подобного состояния диффузия этого компонента через границу контакта может развиваться в направлении увеличения его концентрации. Кроме того, помимо разницы химических потенциалов, значительную роль в массообмене играет соотношение объемов капли и ее окружения. В данной работе изложен ряд результатов экспериментального изучения влияния указанных факторов на интенсивность массообменных процессов с участием ПАВ.

Исследование выполнено на примере массообмена ПАВ между каплей и окружающей средой в тонком горизонтальном слое (в условиях максимального подавления свободно конвективного движения). Использована система несмешивающихся жидкостей, образованная водой и смесью бензола с хлорбензолом с диффундирующим ПАВ в виде уксусной кислоты (УК). Данная кислота обладает значительной разницей в величине контракции (нелинейном изменении плотности раствора при изменении концентрации растворяемого вещества), непосредственно связанной с энергией сольватации для контактирующих жидкостей. Ряд физико-

химических данных и кривая равенства химических потенциалов, при котором в данной системе жидкостей отсутствует диффузия через межфазную границу, представлены на рис. 1.

Для исследования массообмена выбран интерферометр Физо, визуализирующий распределение разницы оптического хода, величина которой зависит от концентрации диффундирующей жидкости и толщины её слоя. Экспериментальная кювета представляла собой горизонтальную ячейку Хеле-Шоу из двух параллельных стекол интерференционного качества. Внутренние размеры кюветы составляли 50×90×1.2 мм^3. Эксперимент выполнен при температуре окружающей среды (23±1) ºС.



а) *б)* *в)*

Рис. 1. Зависимость плотности контактирующих растворов от концентрации уксусной кислоты (а); зависимость межфазного натяжения от концентрации УК в воде для равновесного состояния системы [1] (б); кривая равенства химических потенциалов в системе «вода – бензол – УК» [1] (в).

В ходе эксперимента визуализированы течения и поля концентрации ПАВ, а также прослежена их эволюция для следующих ситуаций:

(I) диффузия УК в воду из капли смеси бензолов;

(II) диффузия УК из капли ее водного раствора в смесь бензолов;

(III) диффузия УК в каплю смеси бензолов из ее водного раствора;

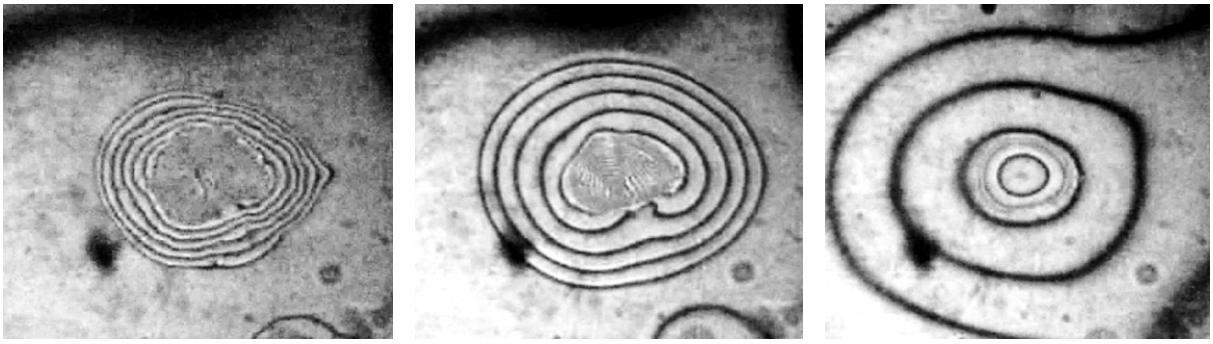
(IV) диффузия УК в каплю воды из однородной смеси бензолов.

Далее подробнее остановимся на случаях диффузии УК из капли смеси бензолов (вариант I, серия интерферограмм на рис.2) и ее водного раствора (вариант II (рис. 3), соответственно).

В обоих случаях диффузия УК сопровождается развитием свободно конвективного движения в капле и ее окрестности, несмотря на малую толщину горизонтального слоя. Стекающие (вариант I) и восходящие (вариант II) вдоль межфазной границы потоки растворов – «обедненных» уксусной кислотой внутри капли и «обогащенных» ею снаружи, порождают – при превышении пороговых значений перепадов межфазного натяжения – конвекцию Марангони в виде мелкомасштабных вертикальных ячеек. В

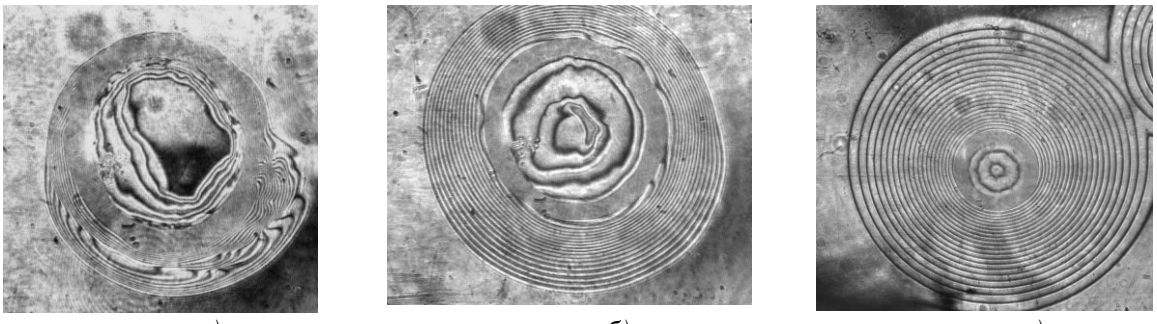
обоих случаях капиллярное движение противоположно гравитационному течению, создающему вертикальные перепады плотности, приводя к формированию короткоживущих вихрей, мигрирующих вдоль межфазной границы капли в азимутальном направлении.

Согласно [1] в области малых концентраций уксусной кислоты при достижении равенства химических потенциалов последняя распределяется между смесью бензолов и водой в соотношении 1:10. Это означает, что в рассмотренных выше ситуациях (C_0 = 0.87 моль/л в капле бензолов и C_0 = 10 моль/л в капле воды) диффузия прекратилась бы при примерно равном соотношении концентраций УК между контактирующими которые определяются интенсивностью диффузии сквозь межфазную границу и интенсивностью свободной конвекции в окружающей среде.



а) *б)* *в)*

Рис. 2. Эволюция поля концентрации в капле и ее окрестности при диффузии УК из капли смеси бензолов в воду. Начальная концентрация кислоты в капле C_0 = 1 моль/л; D_0 = 6 мм/ Время с момента создания капли t, с: а – 15; б – 60; в – 600

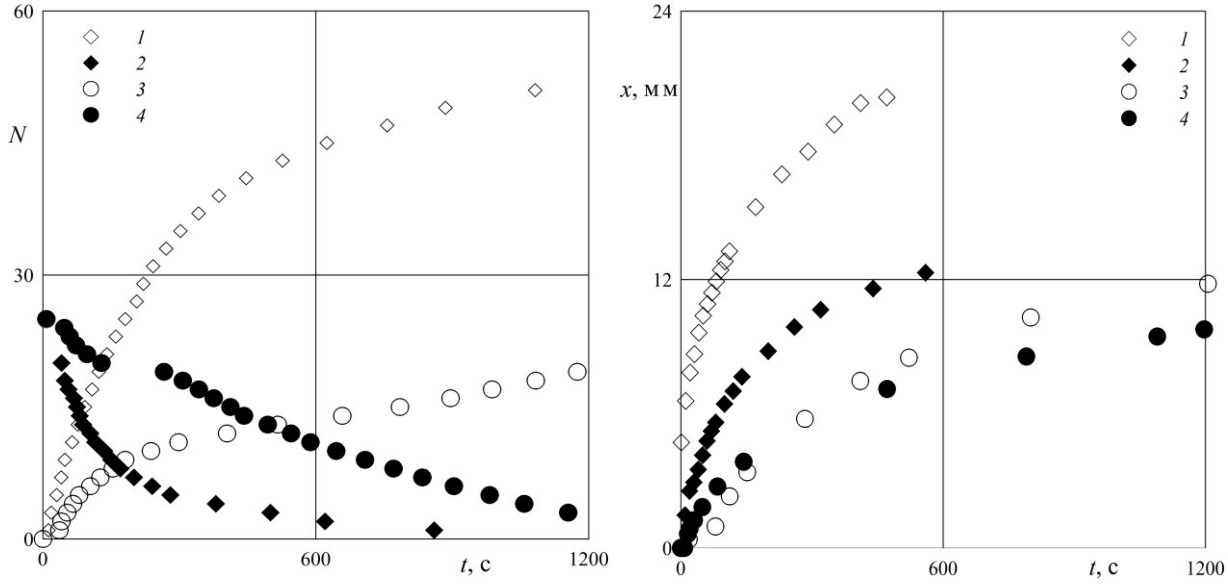


а) *б)* *в)*

Рис. 3. Эволюция поля концентрации в капле и ее окрестности при диффузии уксусной кислоты из капли ее водного раствора в смесь бензолов. C_0 = 10 моль/л; D_0 = 7.3 мм. t, с: а – 15; б – 60; в – 600 (масшаб последней интерферограммы уменьшен в два раза по сравнению с предыдущими фотографиями)

В первом случае уксусной кислоте энергетически выгодно покинуть каплю, но скорость этого процесса ограничивается малой начальной концентрацией (из погранслоя со стороны капли не может уйти больше

молекул УК, чем там есть; но, с другой стороны, создаются условия для возникновения больших градиентов плотности по нормали к границе, что ведет к интенсификации конвективного движения в капле и, в конечном счете, к ускорению диффузии). Во втором случае довольно высокая концентрация УК в капле могла бы обеспечить ее интенсивный поток в окружающую среду, но уже при малом содержании УК снаружи достигается концентрация, близкая к равновесной, что резко снижает скорость диффузии. Этому также способствует небольшая разность плотностей между кислотой и смесью бензолов, что не обеспечивает высокую интенсивность конвективного движения выноса УК из окрестности капли. В результате, завершение диффузии УК из капли бензолов происходит в несколько раз быстрее, чем из капли воды, хотя казалось бы, что высокая начальная концентрация УК в последнем случае должна была обеспечить интенсивный массопоток и сопоставимые характерные времена процесса диффузии.



а) *б)*

Рис. 4. Зависимости (а) концентрации уксусной кислоты (в интерференционных полосах) в центре капли от времени; (б) положение границы внешнего концентрационного фронта, распространяющегося от капли с течением времени. Кривая 1 – диффузия УК из смеси бензолов в каплю воды, кривая 2 – диффузия УК из капли смеси бензолов в воду. Капли близкого начального диаметра. В обоих случаях C_0 = 0.87 моль/л; Кривая 3- диффузия УК из ее водного раствора в каплю смеси бензолов Кривая 4- диффузия УК из капли ее водного раствора в смесь бензолов. В обоих случаях C_0 = 10 моль/л

На рисунке 4 для подтверждения вышесказанного представлены зависимости изменения концентрации УК в капле (*а*) и положения фронта распространения кислоты в окружающей среде от времени (*б*). Для сравнения

приведены аналогичные характеристики для случаев диффузии в каплю (кривые *1* и *3*).

Исследование выполнено при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования РФ (тема № 121031700169-1).

Список литературы

1. *Harkins WD, McLaughlin HM* Monomolecular film between liquids: butyric acid between water and hexane, and acetic acid between water and benzene // J Am Chem Soc. 1925. Vol. 47(6). P.1610-1613.

ВЛИЯНИЕ ОСРЕДНЕННЫХ ТЕЧЕНИЙ НА МАССОПЕРЕНОС РАСТВОРИМОЙ ПРИМЕСИ ЧЕРЕЗ ОСЦИЛЛИРУЮЩУЮ ГРАНИЦУ РАЗДЕЛА ДВУХ НЕСМЕШИВАЮЩИХСЯ ЖИДКОСТЕЙ

В. В. Дьякова[a,b], В. Г. Козлов[a], О. А. Власова[a]
[a]Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет,
Лаборатория вибрационной гидромеханики,
614990, Пермь, Сибирская, 24
[b]Пермский национальный исследовательский политехнический университет,
614990, Пермь, Комсомольский проспект, 29

Экспериментально изучаются методы интенсификации массопереноса растворимой примеси через межфазную границу раздела двух несмешивающихся жидкостей, осциллирующих в вертикальном щелевом канале. При малых амплитудах колебаний жидкости менисковые колебания границы раздела провоцируют появление осредненных вихревых течений в плоскости, перпендикулярной плоскости канала. С увеличением амплитуды колебаний жидкости граница раздела пороговым образом теряет устойчивость к возникновению стоячей волны, частота колебаний которой вдвое меньше частоты колебаний жидкости. Параметрические колебания являются источником осредненных вихревых течений в плоскости канала. Обнаруженные вихревые течения оказывают существенное влияние на интенсификацию молекулярного массопереноса растворимой примеси через межфазную поверхность.

Ключевые слова: массоперенос; параметрические колебания; осредненные течения

INFLUENCE OF AVERAGED FLOWS ON MASS TRANSFER OF SOLUTE THROUGH AN OSCILLATING INTERFACE BETWEEN TWO IMMISCIBLE LIQUIDS

V. V. Dyakova[a,b], V. G. Kozlov[a], O. A. Vlasova[a]
[a]Perm Perm State Humanitarian Pedagogical University,
Laboratory of Vibrational Hydromechanics,
24 Sibirskaya St., 614990, Perm
[b]Perm National Research Polytechnic University,
29 Komsomolsky Prospect, 614990, Perm

An experimental investigation of methods for intensifying mass transfer of a solute across the interfacial boundary between two immiscible liquids oscillating in a vertical Hele-Shaw cell was conducted. At low oscillation amplitudes, meniscus oscillations of the interface provoke the emergence of averaged vortex flows in the plane perpendicular to the plane of the cell. As the amplitude of the fluid oscillations increases, parametric oscillations of the interface — in the form of a standing wave located in the channel plane — are excited in a threshold manner. It was found that the standing waves have a frequency half that of the oscillations of the liquid column in the channel. These parametric oscillations serve as a source of averaged vortex flows within the plane of the cell. It was found that the discovered vortex flows significantly intensify the molecular mass transfer of the solute across the interfacial surface.

Keywords: mass transfer; parametric oscillations; averaged flows

© Дьякова В.В., Козлов В.Г, Власова О.А., 2025

Исследование массопереноса растворимой примеси через межфазную границу жидкостей представляет значительный интерес для различных областей науки и техники, включая химические технологии, материаловедение, экологию и биологические системы. Теоретической основой для описания переноса вещества в однородной жидкости служат классические законы диффузии Фика. Согласно второму закону Фика, движущей силой миграции растворенного вещества внутри однородной жидкости является градиент его концентрации [1]. Пассивная молекулярная диффузия, обусловленная исключительно градиентом концентрации, часто оказывается недостаточно эффективной для практического применения. В последние годы особое внимание уделяется исследованию методов интенсификации диффузионных процессов, основанных на гидродинамических воздействиях. Внешнее вибрационное воздействие на гетерогенные системы оказывает существенное влияние на динамику жидкости вблизи границы раздела, провоцируя возникновение различных типов неустойчивости на межфазной границе [2–4]. В частности, осцилляционное движение границы раздела пары маловязких несмешивающихся жидкостей в щелевом канале приводит к пороговому возбуждению стоячих волн на межфазной поверхности [5]. Колебания межфазной границы, в свою очередь, приводят к генерации осреднённых потоков, возникающих по обе стороны от границы раздела. Настоящее исследование выполнено с целью доказать эффективность использования вибраций для интенсификации диффузионных процессов.

Экспериментально изучается влияние осредненных вихревых течений, возбуждаемых гармоническими осцилляциями межфазной границы в щелевом зазоре, на интенсификацию массопереноса растворимой примеси (родамин Б) через границу раздела несмешивающихся жидкостей. Исследования проводятся в вертикальном прямоугольном щелевом канале (ширина $L = 7.5$ см, высота $H = 11.5$ см, толщина $d = 0.3$ см), заполненном парой маловязких несмешивающихся жидкостей с малым коэффициентом межфазного натяжения (Octanol-1 и Novec 7100), в которых флуоресцентный краситель родамин Б способен растворятся до молекулярного уровня. В начале эксперимента щелевой канал заполняется парой жидкостей так, что тяжелая жидкость с растворенным в ней флуоресцентным красителем (новек) занимает устойчивое положение в нижней части полости, легкая (октанол) – в верхней. Межфазная поверхность ровная, невозмущенная, находится в средней по высоте части канала. Для получения контрастных изображений щелевой канал освещался вертикальным световым ножом от лазера зелёного света, расположенного напротив канала. Канал соединяется с гидравлическим контуром, обеспечивающим вертикальное осцилляционное движение границы раздела. Детальное описание методики проведения эксперимента, конструкции и принципа действия гидравлического контура представлено в [5]. В экспериментах частота колебаний жидкости f варьировалась в диапазоне от 8 до 16 Гц, размах колебаний жидкости Δ_l от 0

до 20 мм. Эксперименты проводятся при фиксированной частоте и увеличивающейся амплитуде колебаний с шагом порядка 0.1 мм. На каждом шаге проводится видеосъемка осциллирующей границы через прозрачную торцевую стенку щелевого канала при помощи фотокамеры FUJIFILM X-E4. Полученный видеоряд преобразуется в серию отдельных фотографий для их последующей обработки.

Раствор родамина Б обладает флуоресцентными свойствами, а интенсивность его излучения, возникающего при облучении раствора зеленым светом лазера и видимого через оранжевый светофильтр, позволяет сделать вывод о концентрации примеси в растворе. Известно, что при малых концентрациях родамина в растворах интенсивность его излучения находится в линейной зависимости от его концентрации (для используемых рабочих жидкостей максимальная концентрация родамина не должна превышать предельно допустимую концентрацию $C = 0.01$ ммоль/л). Методика определения концентрации родамина Б в растворах жидкостей по интенсивности его излучения, применяемая в настоящем исследовании, аналогична методике, представленной в [6].

Известно, что в отсутствие внешних воздействий темп массопереноса молекул пассивной примеси в однородной жидкости при постоянных давлении и температуре определяется исключительно градиентом концентрации и характеризуется коэффициентом диффузии. Экспериментально полученные значения коэффициента диффузии родамина Б в октаноле и новеке составили $D_O = 0.36\ 10^{-6}$ см^2/с и $D_N = 5.6\ 10^{-6}$ см^2/с соответственно.

В отсутствие колебаний сразу после приведения в контакт новека с растворенным в нем родамином и чистого октанола образуется межфазная граница. Родамин стремится перейти из нижней жидкости, где его концентрация максимальна, в верхнюю чистую жидкость. На рис. 1*а* показана фотография канала с раствором родамина Б в новеке в его нижней части и чистым октанолом в верхней части сразу после заполнения канала. Соответствующая фотографии (рис. 1*а*) кривая распределения концентрации родамина Б вдоль вертикальной оси y после заполнения канала представлена на рис. 1*г* треугольными символами. Нулевое значение координаты y совпадает с межфазной границей, а на графике (рис. 1*г*) представлено распределение концентрации родамина Б в верхней жидкости (октанол) в непосредственной близости от границы раздела. Поскольку флуоресценция возникает исключительно за счёт молекул родамина, яркость флуоресцентного излучения максимальна в непосредственной близости от границы раздела и отсутствует в верхней чистой жидкости. При этом темп массопереноса растворимой примеси через межфазную границу раздела в отсутствие колебаний определяется исключительно градиентом концентрации примеси в двух жидкостях.

При включении колебаний жидкостей малой амплитуды межфазная граница раздела совершает менисковые колебания, которые, в свою очередь,

провоцируют появление осредненных вихревых течений в плоскости, перпендикулярной плоскости канала. Вихревые течения возникают по обе стороны от межфазной поверхности и уже через несколько десятков секунд после включения колебаний достигают своего максимального размера. Течения активно перемешивают жидкость, формируя при этом области практически постоянной концентрации по обе стороны от межфазной границы. Так вихревые течения в нижней жидкости обеспечивают непрерывную доставку растворенной примеси к межфазной поверхности, а течения над границей раздела отводят примесь от границы раздела выше в область, где концентрация примеси минимальна.

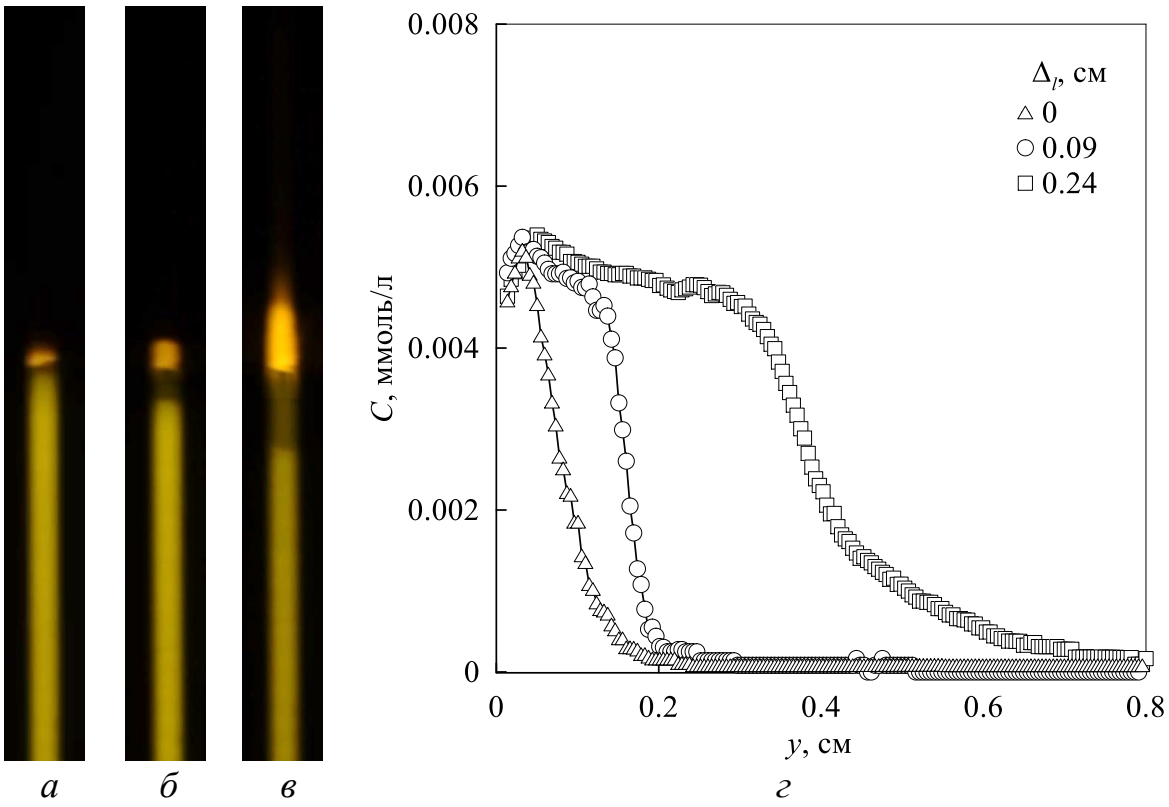


Рис. 1. Фрагменты фотографий щелевого канала, заполненного раствором родамина Б в новеке в нижней части и октанолом в верхней части, непосредственно в начале эксперимента (а) и через 450 с после включения вибраций: f = 9.6 Гц, Δ_l = 0.09, 0.24 см (б, в). Соответствующие фотографиям кривые распределения концентрации родамина вдоль вертикальной оси y (г)

На рис. 1*б* представлен фрагмент фотографии щелевого канала, заполненного раствором родамина Б в новеке в нижней части и октанолом в верхней части через 450 секунд после включения вибраций (размах колебаний жидкости $\Delta_l = 0.09$ см, частота колебаний $f = 9.6$ Гц). Соответствующая фотографии рис. 1*б* кривая распределения концентрации родамина Б вдоль вертикальной оси y показана на рис. 1*г* круглыми символами. По графику видно, что уже спустя 450 секунд вблизи границы

раздела сформировалась область постоянной концентрации, размер которой определяется размером вихревых структур. За пределами области перемешивания массоперенос определяется градиентом концентрации примеси в жидкостях.

С увеличением амплитуды колебаний жидкости граница раздела пороговым образом теряет устойчивость к возникновению стоячей волны, частота колебаний которой вдвое меньше частоты колебаний жидкости. Параметрические колебания границы раздела являются источником осредненных вихревых течений в плоскости канала: между двумя соседними пучностями стоячей волны формируется пара крупномасштабных вихрей противоположной закрутки. Большой объем жидкости, увлекаемый течением способен отводить от межфазной поверхности большее количество родамина (рис. 1*в*). Кривая распределения концентрации родамина Б в октаноле в надкритической области представлена на рис. 1*г* квадратными символами. Показано, что осредненные течения, генерируемые параметрическими колебаниями границы раздела значительно интенсифицируют массоперенос растворимой примеси через межфазную поверхность.

Список литературы

1. *Bird R. B., Stewai W. E., Lightfoot E. N.* Phenomena Second Edition. 2002.
2. *Subbotin S. et al.* Effect of the density ratio on the oscillatory Saffman–Taylor instability in vertical conical Hele–Shaw cell // Physics of Fluids. 2023. Vol. 35 (9).
3. *Любимов Д. В., Любимова Т. П., Черепанов А. А.* Динамика поверхностей раздела в вибрационных полях. Физматлит, 2003.
4. *Périnet N. et al.* Streaming patterns in Faraday waves // Journal of Fluid Mechanics. 2017. Vol. 819. P. 285-310.
5. *Kozlov V., Vlasova O., Dyakova V.* Oscillatory excitation of Faraday waves on the interface of immiscible fluids in a slotted channel // Physics of Fluids. 2024. Vol. 36 (10).
6. *Bushueva A., Polezhaev D.* Mass transfer of solute in an oscillating flow in a two-dimensional channel // Physics of Fluids. 2024. Vol. 36 (4).

КРУПНОМАСШТАБНОЕ ТЕЧЕНИЕ В ДОННЫХ ОТЛОЖЕНИЯХ ПРИ НЕОДНОРОДНОСТИ РЕЛЬЕФА ДНА

А. А. Егорова[a,b], А. Е. Самойлова[b,a]
[a]Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614990, Пермь, Букирева, 15
[b]Институт механики сплошных сред УрО РАН,
614013, Пермь, Академика Королёва, 1

В работе исследуется крупномасштабное течение в донных отложениях с газовыми гидратами метана, вызванное неоднородностью рельефа дна, с целью объяснения механизма возникновения восходящего фильтрационного потока. Донные отложения рассматриваются как двухслойная система, которая находится в поле вертикального геотермического градиента. В рамках уравнений тепловой конвекции в приближении Дарси-Буссинеска проводится асимптотическое длинноволновое разложение. Аналитически получены выражения для характеристик фильтрационного потока как функций неоднородности рельефа дна. Скорость фильтрационного потока определена по измеримым величинам: толщина гидратной зоны в донных отложениях, величина геотермического градиента, проницаемость породы, физические свойства флюида.

Ключевые слова: донные отложения; крупномасштабное течение; геотермический градиент; неоднородность дна

LARGE-SCALE FLOW IN SEABED SEDIMENT CAUSED BY BOTTOM UNEVENNESS

A. A. Egorova[a,b], A. E. Samoilova[b,a]
[a]Perm State University,
15 Bukireva St., 614990, Perm
[b]Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS,
1 Academician Korolev St., 614013, Perm

The work investigates large-scale flow in seabed sediments bearing the methane gas hydrates. Aiming to explain the mechanism of the emergence of the upward filtration flow in such system, we assume that convective flow arises due to the sea bottom unevenness. Seabed sediments are considered as a two-layer system under the constant vertical geothermal gradient. Asymptotic long-wave analysis is performed within the governing equations which describe thermal convection in two-layer system of porous layer above the impermeable solid layer. Expressions for the characteristics of the filtration flow as functions of the bottom unevenness are obtained analytically. The filtration flow is determined by measurable values: thickness of the hydrated zone in seabed sediments, value of the geothermal gradient, permeability of the rock, physical properties of the fluid.

Keywords: seabed sediments; large-scale flow; geothermal gradient, bottom unevenness

© Егорова А.А., Самойлова А.Е., 2025

Работа посвящена проблеме объяснения механизма возникновения восходящего фильтрационного течения в морских донных отложениях, содержащих газовые гидраты. Изучение данного явления важно для построения моделей формирования гидратов [1], а также прогнозирования возможности захоронения промышленных выбросов углекислого газа [2]. В рамках настоящего исследования проверяется гипотеза о генерации крупномасштабного течения в донных отложениях вследствие неоднородности рельефа дна.

Мы рассматриваем донные отложения как двухслойную систему: верхний слой – пористая среда конечной толщины, насыщенная несжимаемой жидкостью, а нижний – полубесконечный непроницаемый массив. Такая модель обусловлена тем, что из-за перехода гидрата в газовую фазу на определённой глубине образуется пузырьковая завеса, формирующая эффективную непроницаемую границу для флюида, который насыщает породу [3].

В такой гидродинамической системе под действием вертикального (геотермического) градиента температуры может возникать конвективное подъёмно-опускное течение. Однако в реальных геологических системах значения проницаемости настолько малы, что тепловая конвекция от однородного градиента не возникает [4]. Оценки скорости восходящего потока, сделанные по толщине гидратной зоны [5], показывают, что её характерные значения не должны превышать 0.1-0.5 м/тыс. лет, что делает эту величину принципиально неизмеримой на практике. Такое медленное течение может вызываться конвективной неустойчивостью, обусловленной крупномасштабной неоднородностью рельефа дна.

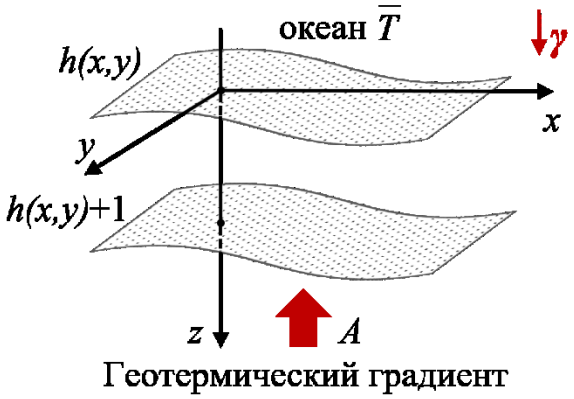


Рис. 1. Схема математической модели донных отложений при неоднородности морского дна

Тепловая конвекция в верхнем слое описывается уравнениями в приближении Дарси-Буссинеска [6] в безразмерном виде. В нижнем непроницаемом для жидкости массиве учитывается только теплоперенос, описываемый уравнением Фурье.

$$\nabla p + \boldsymbol{U} + \mathrm{Rp}\, T\boldsymbol{\gamma} = 0\,, \qquad (7)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \boldsymbol{U} \cdot \nabla T = \Delta T, \tag{8}$$

$$\nabla \cdot \boldsymbol{U} = 0, \ \frac{\partial T_m}{\partial t} = \Delta T_m, \tag{9}$$

где p, T – безразмерные давление и температура жидкости, $\boldsymbol{U}$ – безразмерная скорость фильтрации, $\boldsymbol{\gamma}$ – единичный вектор вертикальной оси, Rp – безразмерное число Рэлея-Дарси, T_m – безразмерная температура массива. При обезразмеривании использовались масштабы из работы [7].

Система уравнений (7)-(9) дополняется граничными условиями. Верхняя граница системы соответствует дну океана, см. рис.1. Здесь ставится условие постоянства температуры. Для потока жидкости рассматриваются два типа граничных условий: для проницаемой (I) и непроницаемой (II) границы. На границе между слоями ставится условие непротекания для жидкости, а также условия непрерывности поля температуры и теплопотока. На удалении от слоя насыщенной пористой среды (глубоко внизу) задан геотермический градиент.

$$z = h(x, y): \ \boldsymbol{\tau}_i \cdot \nabla_2 p = 0 \ (\text{I}), \ \boldsymbol{U} \cdot \boldsymbol{n} = 0 \ (\text{II}), \ T = \overline{T}, \tag{10}$$

$$z = 1 + h(x, y): \ \boldsymbol{U} \cdot \boldsymbol{n} = 0, \ T = T_m, \ \nabla T \cdot \boldsymbol{n} = \nabla T_m \cdot \boldsymbol{n}, \ z \to \infty: \ \frac{\partial T_m}{\partial z} = 1. \tag{11}$$

Здесь $h(x, y)$ – функция, описывающая неоднородность рельефа дна, а $\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{\tau_i}$ – векторы нормали и касательных соответственно. Они определяются из следующих выражений:

$$\boldsymbol{n} = 1 / \sqrt{1 + (\nabla_2 h)^2} \left(-\partial h / \partial x, -\partial h / \partial y, 1 \right), \tag{12}$$

$$\boldsymbol{\tau}_1 = 1 / \sqrt{1 + (\partial h / \partial x)^2} \left(1, 0, \partial h / \partial x \right), \ \boldsymbol{\tau}_2 = 1 / \sqrt{1 + (\partial h / \partial y)^2} \left(1, 0, \partial h / \partial y \right). \tag{13}$$

Для описания крупномасштабного течения проводится асимптотическое длинноволновое разложение.

$$X = \varepsilon x, \ Y = \varepsilon y, \ Z = z, \ \partial / \partial t = \varepsilon^2 \ \partial^2 / \partial t^2, \ \boldsymbol{U} = \left(\varepsilon \boldsymbol{u}, \ \varepsilon^2 w \right). \tag{14}$$

где ε – малый параметр, который равен отношению толщины слоя пористой среды, насыщенной жидкостью, к характерному горизонтальному масштабу неоднородности.

Поля раскладываются в ряд по малому параметру ε:

$$w = w_0 + \varepsilon^2 w_2 + \ldots, \ \boldsymbol{u} = \boldsymbol{u}_0 + \varepsilon^2 \boldsymbol{u}_2 + \ldots, \ p = p_0 + \varepsilon^2 p_2 + \ldots, \tag{15}$$

$$T = T_0 + \varepsilon^2 T_2 + \ldots, \ T_m = T_{m0} + \varepsilon^2 T_{m2} + \ldots. \tag{16}$$

Аналитически удаётся получить выражения для скорости восходящего потока в главном порядке по малому порядку ε:

$$(\mathrm{I}): w_0 = -\mathrm{Rp}(Z + \overline{T} - h)(\nabla_2 h)^2 + \frac{\mathrm{Rp}}{2}(Z - h + 2\overline{T} + 1)(Z - h - 1)\Delta_2 h\,, \quad (17)$$

$$(\mathrm{II}): w_0 = \frac{\mathrm{Rp}}{2}(2h - 2Z + 1)(\nabla_2 h)^2 + \frac{\mathrm{Rp}}{2}(h - Z)(h - Z + 1)\Delta_2 h - \boldsymbol{W}_0 \cdot \nabla_2 h, \quad (18)$$

где $\nabla_2 = (\partial / \partial x, \partial / \partial y, 0)$, $\Delta_2 = \partial^2 / \partial x^2 + \partial^2 / \partial y^2$. В случае непроницаемой верхней границы, вертикальная составляющая скорости определена с точностью до функции $\boldsymbol{W}_0 = \int_h^{1+h} \boldsymbol{u}_0 dZ$ – осредненной по вертикали адвективной добавки к горизонтальной компоненте скорости, связанной с тем, что рассматривается бесконечный слой.

В существующих работах по моделированию газовых гидратов скорость фильтрационного течения является «подгоночным» параметром под данные натурных наблюдений [5]. Нам удалось из первых принципов получить выражения для скорости, содержащие физические параметры, поддающиеся измерению.

Работа выполнена в рамках государственного задания, регистрационный номер темы 124021600038-9.

Список литературы

1. *Bohrmann G.*, *Torres M. E.* Gas hydrates in marine sediments //Marine geochemistry. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg. 2006. P. 481-512.
2. *Bachu S.* CO2 storage in geological media: Role, means, status and barriers to deployment //Progress in energy and combustion science, 2008. Vol. 34(2). P. 254-273.
3. *Kvenvolden K.A.* Gas hydrates—geological perspective and global change //Reviews of geophysics, 1993. Vol. 31(2). P. 173-187.
4. *Самойлова А.Е., Егорова А.А.* Тепловая конвекция в слое пористой среды между водным телом и непроницаемым массивом // Пермские гидродинамические научные чтения: материалы IX Всероссийской конференции, Пермь. 2023. С. 367-370.
5. *Davie M. K., Buffett B. A.* A numerical model for the formation of gas hydrate below the seafloor //Journal of Geophysical Research: Solid Earth. 2001.Vol. 106(B1). P. 497-514.
6. *Nield D.A., Bejan A.* Convection in porous media. //New York: Springer, 2013. 778 p.
7. *Самойлова, А.Е.*, *Егорова, А.А.* Влияние анизотропии проницаемости и свойств дна на тепловую конвекцию в донных отложениях // Вестник Пермского университета. Физика. 2024. Вып. 4, С. 55–63.

ЭФФЕКТ ОЛЛИ В СИСТЕМЕ «ХИЩНИК-ЖЕРТВА» С ИДЕАЛЬНЫМ СВОБОДНЫМ РАСПРЕДЕЛЕНИЕМ

П. А. Зеленчук
Южный федеральный университет, Институт математики, механики и компьютерных наук им. И. И. Воровича,
344090, Ростов-на-Дону, Мильчакова 8а

Рассмотрена математическая модель сильного эффекта Олли в популяции жертвы для системы хищник-жертва с идеальным свободным распределением. Модель построена на основе системы дифференциальных уравнений в частных производных «диффузия-реакция». Показано, что сильный эффект Олли в популяции жертвы снижает устойчивость системы приводя к сокращению численности популяции хищника и уменьшению диапазона стабильного сосуществования двух видов. В бездиффузионном приближении, популяция жертва сохраняет ИСР, выражающееся в ее распределении пропорционально доступному на ареале ресурсу. Наличие диффузии приводит к отклонению от ИСР.

Ключевые слова: эффект Олли; хищник-жертва; идеальное свободное распределение; уравнения диффузии-реакции

ALLEE EFFECT IN THE PREDATOR-PREY SYSTEM WITH IDEAL FREE DISTRIBUTION

P. A. Zelenchuk
Southern Federal University, Institute of Mathematics, Mechanics and Computer Science named after I. I. Vorovich,
8a Milchakova St., 344090, Rostov-on-Don

A mathematical model of the strong Allee effect in a prey population is considered for a predator-prey system with ideal free distribution. The model is based on a system of partial differential equations «diffusion-reaction». It is shown that a strong Allee effect in the prey population reduces the stability of the system, leading to a reduction in the predator population size and a decrease in the range of stable coexistence of the two species. In a diffusionless approximation, the prey population retains the IFD, expressed in its distribution in proportion to the available resource in the habitat. The presence of diffusion leads to deviation from the IFD.

Keywords: Allee effect, predator-prey; ideal free distribution; diffusion-reaction equations

Эффект Олли – это явление, при котором скорость роста популяции зависит от ее плотности (положительная обратная связь). Проще говоря, при малой численности животным трудно находить партнеров для размножения, защищаться от хищников или коллективно добывать пищу [1]. При сильном эффекте Олли существует определенный «порог» численности, ниже которого популяция обречена на вымирание [2].

© Зеленчук П.А., 2025

Потребность в преодолении неблагоприятных экологических последствий, сохранении биоразнообразия и управлении популяциями привела к активному изучению эффекта Олли как на биологическом [3], так и на модельном (математическом) уровне [4].

В данной работе рассматривается эффект Олли в системе «хищник-жертва» с идеальным свободным распределением (ИСР) [5], позволяющим построить эволюционно стабильную стратегию (ЭСС) [6].

Согласно концепции ИСР [7] особи популяции распределяются на ареале так, чтобы максимизировать свою приспособленность. При этом предполагается, что каждая особь имеет «идеальное» представление о распределении ресурса и может «свободно» перемещаться между участками ареала, что в итоге приводит к равновесию, когда приспособленность в каждой точке становится одинаковой и никто не может улучшить свои условия, перебравшись в другое место [8].

В работе [9] показано, что построенная на основе ИСР стратегия поведения может оказаться эволюционно стабильной. Стратегия является ЭСС если популяция, ее придерживающаяся, не может быть вытеснена в ходе конкурентной борьбы или инвазии. ЭСС являются предметом изучения многих современных исследователей [10; 11].

Рассмотрим математическую модель «хищник-жертва» с ИСР [12], описываемую системой дифференциальных уравнений в частных производных диффузии-реакции:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial t} = k_1 u'' + u\left[a_1 u\left(1 - \dfrac{u}{p}\right) - b_1 \dfrac{v}{p}\right], \\ \dfrac{\partial v}{\partial t} = k_2 v'' + v\left[a_2 \dfrac{u}{p} - b_2\right], \end{cases} \tag{1}$$

где $u(x,t)$ и $v(x,t)$ – плотности популяций жертвы и хищника соответственно, $p(x)$ – неравномерно распределенный на ареале ресурс жертвы, а штрих означает дифференцирование по координате. Положительные коэффициенты a_i, b_i $(i = 1,2)$ характеризуют прирост (a_i) и убыль (b_i) популяций вследствие естественных процессов рождаемости и смертности, а также эффекта хищничества. Система (1) дополняется начальными условиями

$$u(x,0) = u_0(x), \qquad v(x,0) = v_0(x)\,, \tag{2}$$

и условиями периодичности

$$u(0,t) = u(1,t), \qquad v(0,t) = v(1,t)\,. \tag{3}$$

Для простоты анализа рассмотрим систему в бездиффузионном приближении $(k_1 = k_2 = 0)$. В этом случае сильный эффект Олли для

популяции жертвы можно получить заменяя в первом уравнении u на член $(u-m)$, где m – параметр Олли:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial t} = u\left[a_1\left(1-\dfrac{u}{p}\right)(u-m) - b_1\dfrac{v}{p}\right], \\ \dfrac{\partial v}{\partial t} = v\left[a_2\dfrac{u}{p} - b_2\right]. \end{cases} \quad (4)$$

В отличие от случая, когда эффект Олли отсутствует (система (1) в бездиффузионном приближении), система (4) будет иметь не три, а четыре стационарных решения: тривиальное нулевое $u=0, v=0$, которое устойчиво при $m>0$; решение без хищника $u=p, v=0$, которое устойчиво при выполнении условия $b_2 > a_2$; новое (относительно отсутствия эффекта Олли) решение без хищника $u=m, v=0$, неустойчивое к малым возмущениям параметров системы и наиболее интересное с биологической точки зрения решение, отвечающее сосуществованию двух видов

$$\begin{cases} u = \dfrac{b_2}{a_2}p, \\ v = \dfrac{a_1}{b_1}\left(1-\dfrac{b_2}{a_2}\right)\left(\dfrac{b_2}{a_2}p - m\right)p, \end{cases} \quad (5)$$

которое устойчиво при выполнении условия

$$\frac{a_2(p+m)}{2p} < b_2 < a_2. \quad (6)$$

Видно, что для основного стационарного состояния (5) сильный эффект Олли приводит к уменьшению численности популяции хищника (множитель во второй скобке в уравнении для хищника уменьшился на параметр m). Кроме того, диапазон устойчивости стационарного решения существенно сужается, левая часть неравенства (6) становится ближе к a_2 на величину параметра m.

Наличие диффузии «размазывает» решение (5) по ареалу и отклоняет его от ИСР. В этом случае приближенное решение надо искать асимптотически.

Работа выполнена в Южном федеральном университете при поддержке РНФ, грант № 25-21-00419, https://rscf.ru/project/25-21-00419/

Список литературы

1. *Allee W. C., Bowen E. S.* Studies in Animal Aggregations: Mass Protection against Colloidal Silver among Goldfishes // Journal of Experimental Zoology. 1932. Vol. 61. P. 185-207.
2. *Stephens P. A., Sutherland W. J. Freckleton R. P.* What is the Allee effect? // Oikos. 1999. Vol. 87 (1). P. 185-190.

3. *Courchamp F., Berec L., Gascoigne J.* Allee effects in ecology and conservation. Oxford University Press, New-York. 2008. 272 p.
4. *Zhu Z., Feng T.* The power of Allee effects: inducing multistability and oscillations in a stoichiometric producer-herbivore system // Journal of Mathematical Biology. 2025 Vol. 90(4):35.
5. *Zelenchuk P.A., Tsybulin V.G.* Mathematical Model of Ideal Free Distribution in the Predator-Prey System // Journal of Mathematical Sciences. 2024. Vol. 285. P. 328-338.
6. *Зеленчук П. А.* Система «хищник-жертва» с идеальным свободным распределением на двумерном кольцевом ареале // Математическая биология и биоинформатика. 2025. Т. 20. № 1. с. 83-99.
7. *Cantrell R. S., Cosner C., Lou Y.* Evolution of dispersal and the ideal free distribution // Mathematical Biosciences and Engineering. 2010. Vol. 7 (1). P. 17-36.
8. *Зеленчук П. А.* Диффузионная модель конкурирующих популяций: пути построения эволюционно стабильной стратегии // Математическое моделирование и биомеханика в современном университете: сборник Тезисов докладов XIX Всероссийской школы, Дивноморское, 26-30 мая 2025 г. Ростов-на-Дону: Южный федеральный университет. 2025. с. 40.
9. *Cantrell R. S., Cosner C., DeAngelis D. L., Padron V.* The ideal free distribution as an evolutionarily stable strategy. // Journal of Biological Dynamics. 2007. Vol. 1 (3). P. 249-271.
10. *Зеленчук П. А., Цибулин В. Г.* Разнообразие эволюционных стратегий для математической модели «хищник-жертва» // Современные информационные технологии: тенденции и перспективы развития: Материалы XXXII научной конференции, Ростов-на-Дону, 17-19 апреля 2025 года. Ростов-на-Дону: Южный федеральный университет, 2025. С. 197-200.
11. *Van Cleve J.* Evolutionarily stable strategy analysis and its links to demography and genetics through invasion fitness // Philosophical Transactions of the Royal Society B: Biological Sciences. 2023. B378.
12. *Зеленчук П. А., Цибулин В. Г.* Математическая модель идеального свободного распределения в системе хищник-жертва // Современная математика. Фундаментальные направления. 2023. Т. 69. № 2. С. 237-249.
13. *Зеленчук П. А., Нгуен Б. Х., Цибулин В. Г.* Модель идеального свободного распределения в динамике взаимодействующих популяций // Математика, информатика, компьютерные науки, моделирование, образование (МИКМО-2025): Сборник научных трудов Всероссийской научно-практической конференции, Симферополь, 16–19 апреля 2025 г. Симферополь: ИП Корниенко А.А., 2025. С. 353-359.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ АКУСТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК РЕЗОНАТОРА ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫМ МЕТОДОМ И ЧИСЛЕННЫМ МОДЕЛИРОВАНИЕМ

В. Г. Зидыганов[a, b], А. А. Синер[a, b], В. А. Демин[b]
[a]АО «ОДК-Авиадвигатель»,
614990, Пермь, Комсомольский проспект, 93
[b]Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614990, Пермь, Букирева, 15

В работе исследуются акустические характеристики резонатора Гельмгольца с использованием экспериментального метода и численного моделирования. Эксперимент проводился в лаборатории аэродинамики ПГНИУ. В рамках эксперимента определялись импеданс и коэффициент звукопоглощения, которые затем сравнивались с результатами математического моделирования в пакете ЛОГОС Аэро-Гидро.

Ключевые слова: акустика; звукопоглощающие конструкции; эксперимент

DETERMINATION OF ACOUSTIC CHARACTERISTICS OF A RESONATOR BY EXPERIMENTAL METHOD AND NUMERICAL SIMULATION

V. G. Zidyganov[a, b], A. A. Siner[a, b], V. A. Demin[b]
[a]UEC-Aviadvigatel JSC,
93 Komsomolsky Pr., 614990, Perm
[b]Perm State University,
15 Bukireva St., 614990, Perm

The paper investigates the acoustic characteristics of a Helmholtz resonator using an experimental method and numerical simulation. The experiment was conducted in the aerodynamics laboratory of Perm State University. During the experiment, impedance and sound absorption coefficient were determined, which were then compared with the results of mathematical modeling performed in LOGOS Aero-Hydro.

Keywords: acoustics; sound-absorbing structures; experiment

В связи с ужесточением международных требований по шуму на местности для самолетов с турбореактивными двигателями проявляется повышенный интерес к различным мероприятиям, направленным на снижение шума двигателя. Наиболее эффективным средством снижения шума являются резонансные сотовые звукопоглощающие конструкции (ЗПК). При создании звукопоглощающих конструкций (ЗПК) авиационного двигателя широко используются резонаторы Гельмгольца. Ячейки сотовых ЗПК представляют собой отдельные резонаторы такого типа.

© Зидыганов В.Г., Синер А.А., Демин В.А., 2025

Для определения акустических характеристик ЗПК существуют различные экспериментальные способы [1-4]. В данной работе используется интерферометр с нормальным падением звуковых волн и стандартизированный двухмикрофонный метод передаточной функции [2, 5]. Схема интерферометра изображена на рис. 1.

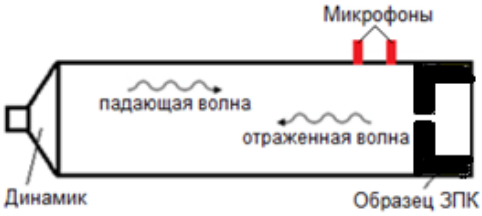


Рис. 1. Схема интерферометра

Интерферометр состоит из трубы с толстыми стенками, двух микрофонов, динамика и фиксатора испытуемого образца. В начале трубы установлен динамик, возбуждающий звуковые колебания. В конце трубы закрепляется испытуемый образец ЗПК. Данный экспериментальный метод не позволяет детально проанализировать физические процессы, происходящие внутри резонатора Гельмгольца, и определить в явном виде основные причины затухания звуковых волн, так как наблюдатель эксперимента видит только показания микрофонов в двух точках. Для более детального изучения процесса звукопоглощения в ячейке ЗПК используется численное моделирование, проводимое в коммерческом программном продукте, например, как в работе [6].

Целью данного исследования является определение акустических характеристик ячейки звукопоглощающей конструкции резонансного типа. Для достижения поставленной цели ставятся следующие задачи:

1. Определить экспериментальным методом импеданс и коэффициент поглощения образца ЗПК.
2. Провести трехмерное газодинамическое моделирование звуковых волн в интерферометре в отечественном ПО ЛОГОС Аэро-Гидро.
3. Выполнить валидацию расчета по результатам эксперимента по исследованию акустических характеристик одиночного резонатора.

В качестве объекта исследования взят одиночный резонатор, установленный в интерферометр нормального падения. Одиночный резонатор изображен на рис. 2.

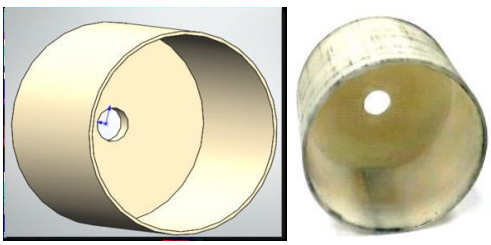


Рис. 2. Резонатор Гельмгольца

В ходе проведения эксперимента динамик возбуждает звуковые колебания с частотами в диапазоне от 500 Гц до 3000 Гц, и записываются значения акустического давления с двух микрофонов, расположенных, как показано на рис. 1. Затем с помощью стандартизированного двухмикрофонного метода передаточной функции определяются импеданс и коэффициент звукопоглощения [2, 5].

Численное моделирование реализуется путем решения уравнений нестационарного движения вязкого сжимаемого теплопроводного газа. В ходе моделирования в точках, имитирующих расположение микрофонов, фиксируется акустическое давление. На основе полученных данных рассчитаны коэффициент звукопоглощения и импеданс с использованием метода передаточной функции. Затем проведено сравнение импеданса и коэффициента звукопоглощения, полученных в численном и натурном экспериментах. По результатам сравнения разработаны методические рекомендации численного моделирования течения газа в ячейке звукопоглощающей конструкции резонансного типа. Пробные расчеты были выполнены с использованием модели турбулентности SST.

Список литературы

1. *Комкин А.И.* Методы измерения акустических характеристик звукопоглощающих материалов // // Измерительная техника. 2003. № 3. С. 47–50.
2. *J.Y. Chung, D.A. Blaser,* Transfer function method of measuring in-duct acoustic properties. I. Theory // Journal of acoustical society of America. 1980. Vol. 68 (3).
3. *Dean P.* An in-situ method of wall acoustic impedance measurement in flow ducts // Journal of sound and vibration, 1974. Vol. 34 (1). P. 97-130.
4. *Jones M.G., Watson W.R., Nark D.M., Parrot T.L., Gerhold C.H., Brown M.C.* Development of experimental and computational aeroacoustic tools for advanced liner evaluation // INTE-NOISE, 2006, 3-6 December, Honolulu, Hawaii, USA.
5. ISO 10534-2, Acoustics – Determination of sound absorption coefficient and impedance in impedance tubes – Part 2: Transfer-function method.
6. *Колегов Р. Н., Синер А. А., Любимова Т. П., Усанин М. В.* Расчет ячейки звукопоглощающих конструкций в установке «импедансная труба» с помощью коммерческого газодинамического пакета // Сборник трудов Научной конференции «Сессия Научного совета РАН по акустике и XXVII сессия Российского акустического общества, посвященной памяти ученых-акустиков ФГУП «Крыловский государственный научный центр» А. В. Смольякова и В. И. Попкова. – Санкт-Петербург, 2014 г.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ПАРЫ ПУЗЫРЬКОВ ПОД ДЕЙСТВИЕМ УЛЬТРАЗВУКА

Д. Е. Иванов[a], К. А. Рыбкин[a,b], Т. П. Любимова[a,b], А. Д. Садовникова[a,b], В. А. Галишевский[a]
[a]Пермский государственный национальный исследовательский университет, 614990, Пермь, Букирева, 15
[b]Институт механики сплошных сред УрО РАН, 614013, Пермь, Академика Королева, 1

В последние десятилетия экспериментальные исследования в области ультразвуковых технологий стали особенно актуальными из-за их большого потенциала для различных промышленных приложений. Воздействие ультразвука создает в жидкости неоднородное акустическое поле, что приводит к возникновению сил, влияющих на динамику воздушных пузырьков и твердых включений. Если в жидкости присутствуют пузырьки разного размера, то, в соответствии с теорией Бьеркнеса, первичная акустическая сила распределяет их таким образом, что более мелкие пузырьки накапливаются в пучностях ультразвуковой волны, а более крупные — в узлах. В настоящей работе исследуется взаимодействие пары пузырьков в жидкости в условиях воздействия поверхностно-активных веществ. Рассмотрено влияние ультразвука на такую систему, его воздействие на динамику пары пузырьков, а также на процессы их коалесценции и агрегации.

Ключевые слова: ультразвук; сила Бьеркнеса; коалесценция

EXPERIMENTAL STUDY OF THE INTERACTION OF A PAIR OF BUBBLES UNDER THE INFLUENCE OF ULTRASOUND

D. E. Ivanov[a], K. A. Rybkin[a,b], T. P. Lyubimova[a,b], A. D. Sadovnikova[a,b], V. A. Galishevskiy[a]
[a]Perm State University, 15 Bukireva St., 614990, Perm
[b]Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS, 1 Academician Korolev St., 614013, Perm

In recent decades, experimental research in the field of ultrasound technologies has become particularly relevant due to their great potential for various industrial applications. The effect of ultrasound creates an inhomogeneous acoustic field in a liquid, which leads to the appearance of forces affecting the dynamics of air bubbles and solid inclusions. If bubbles of different sizes are present in the liquid, then, according to Bjerknes' theory, the primary acoustic force distributes them in such a way that smaller bubbles accumulate in the antinodes of the ultrasonic wave, and larger ones in the nodes. In this paper, the interaction of a pair of bubbles in a liquid under the influence of surfactants is investigated. The influence of ultrasound on such a system, its effect on the dynamics of a pair of bubbles, as well as on the processes of their coalescence and aggregation is considered.

Keywords: ultrasound; Bjerknes force; coalescence

© Иванов Д.Е., Рыбкин К.А, Любимова Т.П, Садовникова А.Д., Галишевский В.А., 2025

Введение

Развитие современных отраслей промышленности, таких как микрофлюидика, синтез материалов и очистка окружающей среды, остро нуждается в разработке эффективных и экономичных методов управления микроскопическими объектами в жидкостных средах [1, 2]. Именно эта потребность определяет растущую актуальность экспериментальных и теоретических исследований в области ультразвуковых технологий. Способность ультразвука создавать в объеме жидкости контролируемые неоднородные акустические поля открывает широкие возможности для манипуляции твердыми частицами, каплями и пузырьками.

Физической основой этих явлений служит поле акустического давления, возникающее при распространении ультразвуковой волны. Согласно классической теории Бьеркнеса, эти силы ответственны за сегрегацию газовых пузырьков по их размеру: более мелкие пузырьки скапливаются в пучностях звукового давления, в то время как более крупные мигрируют в узлы стоячей волны [3].

Однако в реальных технологических процессах жидкость редко представляет собой идеальную чистую среду. Повсеместное присутствие поверхностно-активных веществ (ПАВ) существенно меняет механизм взаимодействий [4]. Добавление ПАВ влияет на колебательную динамику пузырьков, изменяет первичные акустические силы и модифицирует вторичные силы межпузырькового взаимодействия, приводящие к их притяжению или отталкиванию.

Таким образом, в настоящей работе исследуется взаимодействие пары пузырьков в жидкости в условиях воздействия поверхностно-активных веществ. Рассмотрено влияние ультразвука на такую систему, его воздействие на динамику пары пузырьков, а также на процессы их коалесценции и агрегации.

Описание экспериментальной установки и методики измерений

Для изучения взаимодействия между пузырьками при ультразвуковом воздействии была использована экспериментальная установка (рис. 1), которая включала кювету из кварцевого стекла (рис. 1, 1), в ее нижней плоскости по центру располагался источник ультразвука (рис. 1, 2) с частотой f = 28 кГц. Объем исследуемой жидкости (вода, растворы SDS и NaCl) составлял 1.9 л, высота слоя жидкости составляла 140 мм. Пузырек радиусом 1 ÷ 4 мм создавался методом гидродинамической фокусировки (рис. 1, 5), модель которой была разработана в рамках исследования и изготовлена с помощью технологии фотополимерной печати (красная рамка на рис. 1). Модель представляла из себя 2 соединенных между собой одинаковых канала, имевших выход к шприцевым насосам, формировавшим два стабильных потока жидкости и воздуха, что позволяло генерировать пузырьки одинакового размера с постоянной частотой их возникновения.

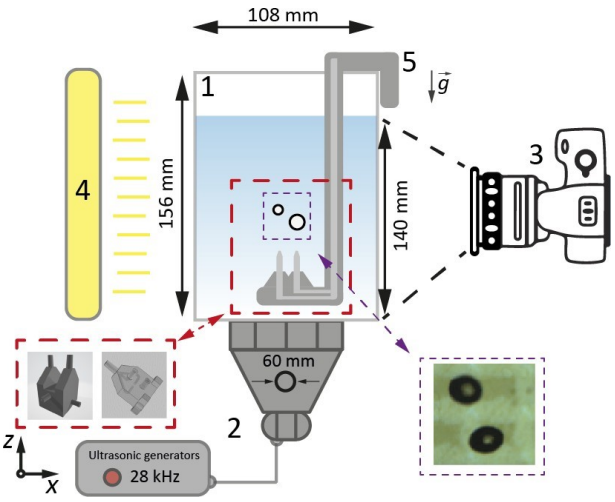


Рис. 1: Экспериментальная установка

Динамика поведения пузырьков фиксировалась с помощью высокоскоростной камеры Basler A504kc (рис. 1, 3) с LED панелью (рис. 1, 4). Данная оптическая схема позволяла осуществлять съемку с частотой 1000 fps, что обеспечивало высокую детализацию динамических процессов. Пример изображения, полученного в процессе эксперимента, представлен на рис. 1 в фиолетовой рамке и на рис. 2.

Кадры, полученные с помощью высокоскоростной камеры, обрабатывались с использованием алгоритма, разработанного на языке Python. С применением библиотеки OpenCV отслеживались форма и положение пузырька, как показано на рис. 2 слева. Алгоритм начинал работу с загрузки серии фотографий, сделанных во время эксперимента, после чего выполнялась процедура бинаризации. На основе бинаризованных изображений выделялись контуры пузырьков, для каждого контура рассчитывался центр масс системы, который соответствовал среднему положению всех пикселей, составляющих контур, по данным параметрам рассчитывалось расстояние между центрами масс двух пузырьков для дальнейшего анализа.

В результате такой обработки отслеживалась динамика движения пузырьков под действием ультразвукового воздействия, включая изменение их положения, формы и расстояния между ними. В соответствии с теорией, генерируемые пузырьки при включении ультразвука должны смещаться в узлы звукового давления, так как имеют размеры больше резонансного. В экспериментах фиксированная область съемки была сопоставлена с распределением акустического давления, создаваемым источником ультразвука. Структура поля давления была рассчитана с использованием численной модели, представленной в работе [5], для параметров настоящего эксперимента.

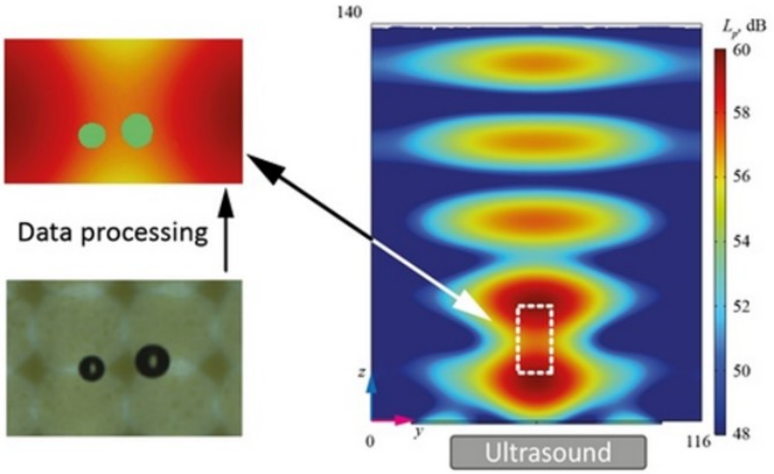


Рис. 2: Изображение с выделенными контурами пузырьков, получаемое в процессе программной обработки; сопоставление области съемки с распределением акустического давления, рассчитанным по аналогии с представленным в статье [5], для параметров настоящей кюветы

Результаты

Были проведены эксперименты с пузырьками, радиусы которых отличались друг от друга несущественно, т. е. имели отношение, близкое к 1. На рис. 3 представлен процесс взаимодействия таких пузырьков в дистиллированной воде. Поскольку их размеры были на порядок больше резонансного, под действием ультразвука происходило смещение каждого из пузырьков в область пониженного давления, что показано на рис 2.

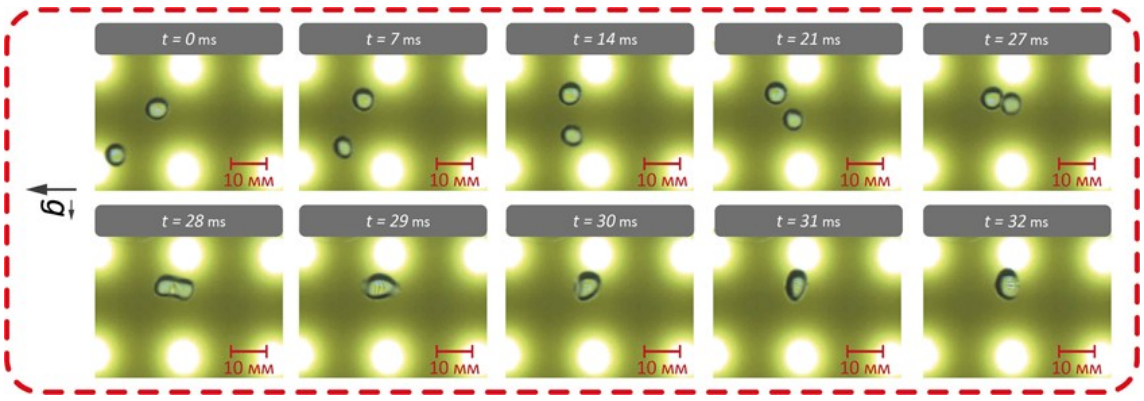


Рис. 3: Процесс взаимодействия пузырьков близкого радиуса (r_1 = 2.25 мм, r_2 = 2.35 мм) в дистиллированной воде под действием ультразвука, приводящий к их коалесценции

Далее под действием вторичной силы Бьеркнеса пузырьки начинают притягиваться друг к другу, так как колебания их поверхностей происходят синфазно в связи с одинаковыми размерами. Притяжение пузырьков приводит к процессу коалесценции - данное явление также

проиллюстрировано на рис. 3. Также получены зависимости траекторий пузырьков и расстояния между ними от времени: расстояние между пузырьками одинакового радиуса уменьшается линейно.

В случае проведения эксперимента в растворе SDS найдено, что после притяжения пузырьки не коалесцируют, а образуют устойчивый агломерат. Это связано с тем, что адсорбция молекул SDS на поверхности пузырьков создает структурно-механический барьер и увеличивает электростатическое отталкивание, предотвращающее процесс коалесценции.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 24-11-00269).

Список литературы

1. *Chen Y. et al.* A review of effects and applications of ultrasound in mineral flotation //Ultrasonics sonochemistry. 2020. Vol. 60. P. 104739.
2. *Gonzalez-Avila S. R. et al.* Mitigating cavitation erosion using biomimetic gas-entrapping microtextured surfaces (GEMS) //Science advances. 2020. Vol. 6 (13). P. eaax6192.
3. *Gao K. et al.* Effect of gas input conditions and ultrasound on the dynamic behavior of flotation bubbles //Acs Omega. 2022. Vol. 7 (26). P. 22326-22340.
4. *Liu Q. et al.* Bubble growth in NaCl solution: Influence of superheat temperature and solution concentration //Industrial & Engineering Chemistry Research. 2021. Vol. 60 (11). P. 4440-4452.
5. *Sboev I. et al.* A Numerical Investigation of the Effect of Boundary Conditions on Acoustic Pressure Distribution in a Sonochemical Reactor Chamber //Fluid Dynamics & Materials Processing. 2024. Vol. 20 (6).

ПРОБЛЕМА ОБРАЗОВАНИЯ ГАЗОВОЙ ПРОБКИ ПРИ ПОВТОРНОМ ПУСКЕ НЕФТЯНОЙ СКВАЖИНЫ С ГОРИЗОНТАЛЬНЫМ УЧАСТКОМ

Я. Н. Иванов, С. Н. Пещеренко
АО «Новомет-Пермь»,
614065, Пермь, шоссе Космонавтов, 395

Скважины с горизонтальным участком, проходящим вдоль нефтяного пласта, имеют повышенный дебит, что стало причиной их широкого распространения в последнее время. Однако, нефть обычно содержит нерастворенные газы, поэтому при остановке добычи в верхней части горизонтального участка обсадной колонны образуется газовая «шапка» в результате всплытия пузырьков газа. При повторном пуске, поступающая из пласта нефть, двигаясь вдоль горизонтального участка обсадной колонны, будет образовывать газовую «пробку». Когда «пробка» достигнет насоса, произойдет срыв его подачи и остановка добычи нефти. Данное явление было смоделировано в пакете Ansys Fluent, модель VOF. Получено соотношение между геометрическими размерами горизонтального участка скважины, концентрацией нерастворенного газа и размером образующейся газовой «пробки».

Ключевые слова: газовая пробка; горизонтальная скважина; модель VOF

THE PROBLEM OF GAS LOCK FORMATION DURING THE RESTART OF AN OIL WELL WITH A HORIZONTAL SECTION

Ya. N. Ivanov, S. N. Peshcherenko
JSC «Novomet-Perm»,
395 Kosmonavtov Highway, 614065, Perm

Horizontal wells with a lateral section drilled along the oil-bearing stratum have an increased production rate, which has led to their widespread adoption in recent times. However, crude oil usually contains undissolved gas. Consequently, when production is stopped, a gas cap forms in the upper part of the horizontal casing string due to the buoyancy of gas bubbles. Therefore, during restart, the oil influx from the reservoir, while moving along the horizontal section of the casing, will form a gas plug. This phenomenon was simulated using the Ansys Fluent software package with the VOF model. A correlation was obtained between the geometric parameters of the well's lateral section, the concentration of undissolved gas, and the size of the resulting gas plug. If the size of the plug exceeds a critical value, it causes a failure in the operation of the Electric Submersible Pump, leading to a production shutdown.

Keywords: Gas plug; Horizontal well; VOF model

Введение

В процессе разработки нефтяных месторождений растет доля трудноизвлекаемых запасов. В этих условиях горизонтальные скважины,

© Иванов Я.Н., Пещеренко С.Н., 2025

обеспечивающие повышенный дебит за счет увеличенной площади контакта с этими запасами, становятся ключевым элементом разработки месторождений. Однако эксплуатация таких скважин сопряжена с рядом технологических вызовов, среди которых особое место занимает проблема образования газовых пробок при повторных пусках.

При остановке добычи в горизонтальном участке скважины происходит естественное разделение фаз под действием гравитационных сил: газовые пузырьки всплывают и формируют устойчивую газовую "шапку" в верхней части обсадной колонны.

При последующем запуске скважины поступающая из пласта нефть взаимодействует с этой газовой аккумуляцией, что приводит к формированию газовой «пробки» на горизонтальном участке скважины. Данное предположение является центральной гипотезой настоящего исследования. Механизм формирования пробки заключается в том, что движущийся поток жидкости захватывает и увлекает за собой газовую "шапку", что при определенных условиях приводит к ее объединению в единый крупный пузырь, занимающий все сечение трубы. Именно этот крупный пузырь, достигающий приемной решетки погружного насоса, вызывает полный срыв подачи оборудования.

Верификация данной гипотезы выполнена в пакете Ansys Fluent с использованием многофазной модели VOF (Volume of Fluid), которая позволяет точно отслеживать границу раздела. Моделирование проводилось для системы вода-газ. Расчеты показали, что после останова и при повторном запуске такой скважины, газовая «шапка» собирается в большой пузырь, который может полностью перекрыть сечение трубопровода.

Математическая модель

Моделирование двухфазного течения система газ-жидкость проводится в рамках метода Volume of Fluid (VOF) [1], в котором движение не смешивающихся фаз описывается единой системой уравнений. Положение интерфейса между фазами отслеживается с помощью индикаторной функции – объемной доли жидкой фазы α. Для ячейки расчетной области $\alpha = 1$ соответствует объему, полностью занятому жидкостью, $\alpha = 0$ – газом, а $0 < \alpha < 1$ – ячейке, содержащей границу раздела фаз. Перенос интерфейса описывается уравнением адвекции в предположении о несжимаемости фаз и единой скорости $\boldsymbol{v}$ для обеих фаз в каждой точке:

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha \boldsymbol{v}) = 0.$$

Динамика жидкой и газовой сред описывается уравнениями Навье-Стокса для несжимаемой жидкости.

Уравнение сохранения импульса:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\,\boldsymbol{v}) + \nabla\cdot(\rho\,\boldsymbol{v}\,\boldsymbol{v}) = -\nabla p + \nabla\cdot[\mu(\nabla v + \nabla v^T)] + \rho\,\boldsymbol{g} + \boldsymbol{F}$$

где p - давление, $\boldsymbol{g}$ - вектор гравитационного ускорения, $\boldsymbol{F}$ - сила поверхностного натяжения.

Уравнение неразрывности:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla\cdot(\rho\,\overline{\boldsymbol{v}}) = 0.$$

Локальные значения плотности ρ и динамической вязкости μ, входящие в систему уравнений, вычисляются как средневзвешенные по объемным долям фаз:

$$\rho = \alpha\,\rho_g + (1-\alpha)\rho_l,$$

$$\mu = \alpha\,\mu_g + (1-\alpha)\mu_l,$$

где индексы g и l обозначают газовую и жидкую фазы соответственно.

Для моделирования силы поверхностного натяжения F используется подход Continuum Surface Force (CSF) [2]. В рамках этого подхода сила, приложенная к поверхности, раздела, преобразуется в объемную силу, действующую в ячейках, содержащих интерфейс. Сила вычисляется следующим образом:

$$\boldsymbol{F} = \sigma\,\frac{\rho\,\kappa\,\nabla\alpha}{\frac{1}{2}(\rho_g + \rho_l)}$$

где σ – коэффициент поверхностного натяжения, κ – кривизна поверхности раздела.

Кривизна κ вычисляется через дивергенцию единичной нормали $\hat{n}$ к поверхности раздела:

$$\kappa = -\nabla\cdot\hat{n}.$$

Единичная нормаль $\hat{n}$ определяется через градиент объемной доли жидкости и в расчетной области вдали от границ задается выражением:

$$\hat{n} = \frac{\nabla\alpha}{|\nabla\alpha|}.$$

Для учета эффекта смачивания и задания краевого угла θ_w на твердой стенке используется модель изменения нормали. В пристеночных ячейках вычисленная нормаль $\hat{n}$ модифицируется в соответствии с заданным краевым углом:

$$\hat{n} = \hat{n}_w\cos\theta_w + \hat{t}_w\sin\theta_w,$$

где $\hat{n}_w$ – единичная нормаль к стенке (направленная внутрь расчетной области), $\hat{t}_w$ – единичный тангенциальный вектор к стенке, лежащий в плоскости стенки и плоскости, образованной векторами $\hat{n}_w$ и исходной нормалью $\nabla\alpha/|\nabla\alpha|$.

Настройка расчета

Расчетная сетка построена с использованием метода Sweep в ANSYS Meshing. Для точного разрешения границы раздела фаз применена адаптивное измельчение сетки в области фазового интерфейса, что обеспечило точное отслеживание деформации поверхности раздела газ-жидкость.

Граничные условия включали: задание перепада давления между входным и выходным сечениями горизонтального участка скважины, условия прилипания на стенках. Начальные условия моделировали естественное гравитационное разделение фаз: газовая фаза (α = 0) была сосредоточена в верхней части трубы, жидкая фаза (α = 1) - в нижней.

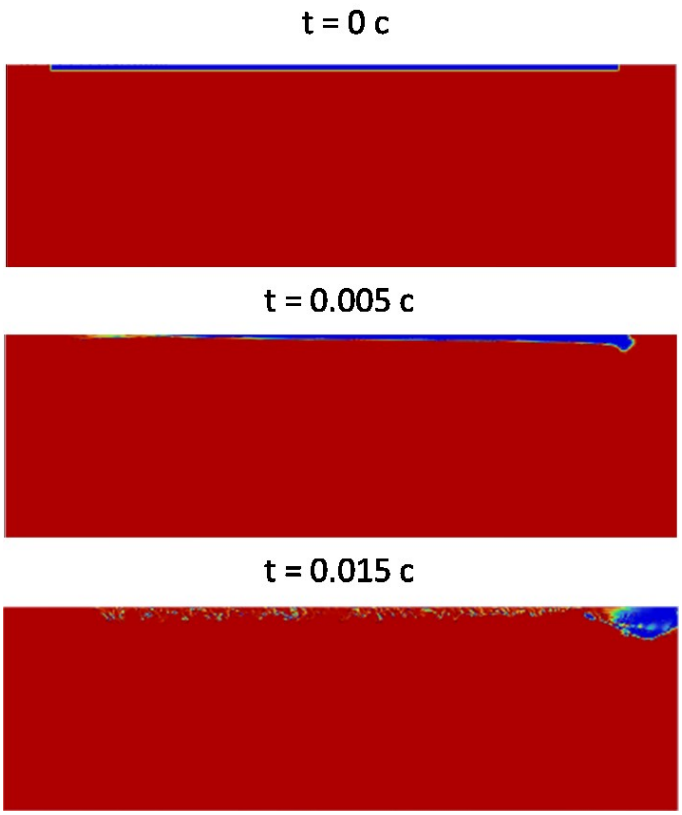


Рис. 1. Распределение фаз в разные моменты времени.

Для описания физических свойств моделируемой системы были приняты следующие параметры. Жидкая фаза (вода) характеризовалась плотностью 1000 кг/м³ и динамической вязкостью 0.001 Па·с. Газовая фаза имела плотность 1.2 кг/м³ и динамическую вязкость 1.8×10^{-5} Па·с. Коэффициент поверхностного натяжения на границе раздела фаз составлял

0.072 Н/м, а краевой угол смачивания на границе со стенкой был установлен равным 90°.

Результаты моделирования

На рис.1 показано распределение фаз в начале течения жидкости в трубе. Видно, что из-за взаимодействия с движущейся жидкостью на другом конце воздушного канала формируется пузырь воздуха. Впоследствии весь газ переходит в этот пузырь.

Выводы

Установлены ключевые закономерности процесса формирования газовых пробок на горизонтальных участках нефтяных скважин при повторном пуске насоса. Численное моделирование методом VOF подтвердило выдвинутую гипотезу о механизме трансформации гравитационной газовой "шапки" в газовую «пробку» под воздействием возобновляющегося потока жидкости.

Список литературы

1. *Hirt C.W., Nichols B.D.* Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries // Journal of Computational Physics. 1981. Vol. 39 (1). P. 201–225.
2. *Brackbill J.U., Kothe D.B., Zemach C.* A continuum method for modeling surface tension // Journal of Computational Physics. 1992. Vol. 100 (2). P. 335–354.

ВЛИЯНИЕ ВОДОНАСЫЩЕННОСТИ ПОРИСТОЙ СРЕДЫ НА МИГРАЦИЮ ФИЛЬТРАТА В ОСНОВАНИИ ПОЛИГОНА ТВЕРДЫХ БЫТОВЫХ ОТХОДОВ

А. О. Иванцов, Н. А. Ожгибесова, Я. Н. Паршакова
Институт механики сплошных сред УрО РАН,
614013, Пермь, Академика Королева, 1

Прогнозирование характера миграции фильтрата позволяет оценить возможные риски для подземных водных ресурсов, разработать эффективные системы локализации и создать стратегии восстановления загрязнённых участков. В рамках исследования рассматривается, как физические свойства фильтрата и параметры пористой среды влияют на его динамику в основании полигона твердых бытовых отходов. Численно исследуется влияние водонасыщенности пористой среды на скорость распространения фильтрата.

Ключевые слова: миграция фильтрата; пористая среда; водонасыщенность

THE EFFECT OF POROUS MEDIUM SATURATION ON THE MIGRATION OF FILTRATE AT THE BASE OF A SOLID WASTE LANDFILL

A. O. Ivantsov, N. A. Ojgibesova, Ya. N. Parshakova
Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS,
1 Academician Korolev St., 614013, Perm

Predicting the behavior of leachate migration allows for the assessment of potential risks to groundwater resources, the development of effective containment systems, and the creation of strategies for the remediation of contaminated sites. The study examines how the physical properties of leachate and the parameters of the porous medium affect its dynamics at the base of a municipal solid waste landfill. The influence of the porous medium's liquid saturation on the rate of leachate migration is investigated numerically.

Keywords: leachate migration; porous media; saturation

Полигоны твердых бытовых отходов (ТБО) представляют собой значительный источник потенциального загрязнения окружающей среды, в частности, почв и грунтовых вод. Фильтрат, образующийся в результате разложения отходов под воздействием атмосферных осадков и биохимических процессов, содержит высокие концентрации органических и неорганических загрязнителей. Увеличение объема ТБО является серьезной проблемой для мировой экономики, поскольку приводит к значительным экологическим и экономическим вызовам, которые вызывают необходимость разработки эффективных механизмов управления и хранения ТБО [1, 2]. В настоящее время, несмотря на внедрение передовых методов переработки отходов, наиболее распространенным методом их переработки

© Иванцов А.О., Ожгибесова Н.А., Паршакова Я.Н., 2025

является захоронение отходов на полигонах ТБО. Наиболее очевидным негативным воздействием устаревших объектов по удалению отходов на окружающую среду является воздействие просачивающихся вод (также называемых фильтратом) на грунтовые и поверхностные воды, а также на грунтовый массив в основании полигона ТБО. Миграция фильтрата через основание полигона определяется свойствами пористой среды, включая ее водонасыщенность. Водонасыщенность пористой среды – это степень заполнения пор водой, которая влияет на гидравлическую проводимость, скорость потока и дисперсию загрязнителей. Настоящая работа анализирует влияние этого фактора на процессы миграции фильтрата, опираясь на теоретические модели и эмпирические данные.

Рассматривается задача о распространении загрязнения в горизонтальном слое ненасыщенной пористой среды. Введем систему координат, $\boldsymbol{x} = (x, y, z)$, где z направлена вертикально вниз от верхней границы $z = 0$ до нижней границы $z = H$. Предполагается, что загрязнение распространяется с верхней границы расчетной области, на которой концентрация примесей постоянна C_0, а пористая среда однородна. Водонасыщенность пористой среды, $S_w\,(0 < S_w \le 1)$, постоянна или задается функцией, зависящей от z. При этом объемная влажность пористой среды равна $\theta = nS_w$, где n – пористость.

Движение жидкости в пористой среде описывается с использованием закона Дарси

$$\boldsymbol{v} = -\frac{kk_{rw}(S_w)}{\mu\theta}\left(\nabla P + \rho g \boldsymbol{e}_z\right), \tag{1}$$

где $\boldsymbol{v}$ – межпоровая скорость, связанная со скоростью фильтрации $\boldsymbol{q}$ соотношением $\boldsymbol{v} = \boldsymbol{q}/\theta$, k – проницаемость пористой среды, $k_{rw}(S_w)$ – относительная проницаемость для водной фазы, μ – динамическая вязкость жидкости, $\boldsymbol{e}_z$ – единичный вектор, направленный вниз. Относительная проницаемость рассчитывается по следующей модели [3]:

$$k_{rw} = S_w^{1/2}[1 - (1 - S_w^{1/m})^m]^2 \tag{2}$$

где m – эмпирический параметр, зависящий от типа почвы. В расчетах использовалось типичное для суглинка значение $m = 0.3$.

Концентрация загрязнений в жидкой фазе $C(\boldsymbol{x}, t)$ удовлетворяет уравнению адвекции--дисперсии:

$$\theta\frac{\partial C}{\partial t} = \nabla\cdot\left(\theta\boldsymbol{D}\nabla C\right) - \theta\boldsymbol{v}\cdot\nabla C, \tag{3}$$

где $\boldsymbol{D}$ – тензор гидродинамической дисперсии. Компоненты тензора дисперсии определяются как

$$D_{ij} = (\alpha_L - \alpha_T)\frac{\mathrm{v}_i \mathrm{v}_j}{|\boldsymbol{v}|} + \alpha_T |\boldsymbol{v}| \delta_{ij} + D_m \delta_{ij}, \quad (4)$$

где α_L – коэффициент продольной дисперсии, α_T – коэффициент поперечной дисперсии, $\mathrm{v}_i, \mathrm{v}_j$ – компоненты межпоровой скорости, $|\boldsymbol{v}|$ – модуль межпоровой скорости, D_m – коэффициент молекулярной диффузии, δ_{ij} – символ Кронекера.

Использовались следующие граничные условия: на верхней границе ($z = 0$) задавалось условие максимальной концентрации $C(\boldsymbol{x}, 0, t) = C_0$ и постоянное давление $P_w(\boldsymbol{x}, 0, t) = P_0$; на нижней границе ($z = H$) ставилось условие непроницаемости. Начальные условия: $S_w(\boldsymbol{x}, 0) = S_{w0}$; $C(\boldsymbol{x}, 0) = 0$.

Численное моделирование миграции фильтрата, выполненное с использованием ANSYS Fluent, показывает, что водонасыщенность пористой среды существенно влияет на миграцию фильтрата в основании полигона ТБО, определяя гидравлическую проводимость, скорость потока и распределение загрязнителей. В частности, при более высокой насыщенности поровая среда обладает большей эффективной проницаемостью, что обеспечивает более быстрый поток жидкости и ускоряет распространение фильтрата. Наоборот, при низкой насыщенности скорость миграции уменьшается, что может приводить к локальному накоплению загрязнителя в верхних слоях. Кроме того, водонасыщенность влияет на развитие неустойчивости Релея–Тейлора. В средах с высокой насыщенностью наблюдается значительно более быстрый рост возмущений.

Проведена серия расчетов для случая линейного возрастания водонасыщенности с увеличением z. Показано, что при развитии неустойчивости Релея–Тейлора рост водонасыщенности с глубиной существенно увеличивает скорость проникновения загрязнений в нижнюю часть расчетной области. При этом, в случае, когда проницаемость пористой среды мала и неустойчивость Релея–Тейлора не наблюдается, влияние увеличения водонасыщенности существенно снижается.

Моделирование миграции фильтрата на полигонах твердых бытовых отходов является ключевым инструментом обеспечения экологической безопасности. Оно позволяет прогнозировать пространственно-временное распространение загрязняющих веществ в почвенном профиле и подземных водах, оценивая скорость и дальность их проникновения. Отсутствие такого моделирования существенно затрудняет эффективное проектирование и эксплуатацию систем сбора и очистки фильтрата.

Применение моделирования обеспечивает возможность оптимизации расположения дренажных систем и защитных барьеров, а также прогнозирования момента достижения фильтратом водоносного горизонта. Это позволяет реализовывать превентивные меры по предотвращению

загрязнения источников питьевой воды и сельскохозяйственных земель. Кроме того, использование моделирования способствует экономии ресурсов, поскольку снижает вероятность проведения дорогостоящих аварийных работ по ликвидации последствий загрязнения. Таким образом, детальное понимание процессов миграции фильтрата является критически важным для долгосрочной эксплуатации и рекультивации полигонов твердых бытовых отходов.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-11-00214, https://rscf.ru/prjcard_int?23-11-00214

Список литературы

1. *Паршакова Я.Н., Висков М.В., Катаев Р.И., Картавых Н.Н.* Численное моделирование миграции фильтрационных вод от объектов размещения твердых коммунальных отходов через грунтовые защитные сооружения // Вычислительная механика сплошных сред. 2024. Т. 17. № 2. С. 151–159.
2. *Степаненко Е.Е., Поспелова О.А., Зеленская Т.Г.* Исследование химического состава фильтрационных вод полигона твердых бытовых отходов // Изв. Самар. науч. центра Рос. акад. наук. 2009. Т. 11. № 1(3). С. 480–484.
3. *Martinus V. G.* A Closed-form Equation for Predicting the Hydraulic Conductivity of Unsaturated Soils1 // Soil Science Society of America Journal. 1980. P. 892-898.

ОСЦИЛЛЯЦИОННАЯ ДИНАМИКА КАПЕЛЬНОГО ВКЛЮЧЕНИЯ В ЖИДКОСТИ В ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ЯЧЕЙКЕ ХЕЛЕ-ШОУ: ОСРЕДНЕННЫЕ ТЕЧЕНИЯ И ДИФФУЗИОННЫЙ МАССООБМЕН

И. Э. Карпунин
Лаборатория вибрационной гидромеханики
Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет
614990, Пермь, Сибирская, 24

Экспериментально исследована динамика капельного включения в заполненной жидкостью прямоугольной ячейке Хеле-Шоу. Рассмотрено поведение как более вязкой, так и менее вязкой по отношению к окружающей жидкости капли. Рабочие жидкости выбраны несмешивающиеся, а в качестве растворяемого вещества индикатора темпа массообменных процессов выступает родамин Б. Изучены как случай без вибраций, так и при неоднородном обтекании фазового включения осциллирующим потоком жидкости, заполняющей рабочий объем узкого щелевого зазора (ячейка Хеле - Шоу). Внимание уделено определению структуры и интенсивности осредненных потоков вблизи сидящей капли, а также темпу диффузионного массообмена в зависимости от заданных параметров колебаний жидкости.

Ключевые слова: капельное включение; осредненные течения; диффузия; ячейка Хеле-Шоу

OSCILLATORY DYNAMICS OF A DROPLET INCLUSION IN A LIQUID IN A RECTANGULAR HELE-SHAW CELL: AVERAGED FLOWS AND DIFFUSION MASS TRANSFER

I. E. Karpunin
Laboratory of vibrational hydromechanics,
Perm State Humanitarian Pedagogical University,
24 Sibirskaya St., 614990, Perm

The dynamics of a droplet inclusion in a liquid-filled rectangular Hele-Shaw cell is experimentally studied. The behavior of both a more viscous and a less viscous droplet relative to the surrounding liquid is considered. Immiscible working liquids are selected, and Rhodamine B is used as a solute indicator of the rate of mass transfer processes. The study included both the case without vibrations and the case of non-uniform flow around a phase inclusion by an oscillating flow of liquid filling the working volume of a narrow-slit gap (Hele-Shaw cell). The research determines the structure and intensity of averaged flows near a sessile droplet, and also the rate of diffusion mass transfer depending on the specified parameters of liquid oscillations.

Keywords: droplet inclusion; average flows; diffusion; Hele-Shaw cell

Введение

Молекулярная диффузия является важнейшим механизмом переноса вещества при массовом обмене в промышленных и биологических системах,

© Карпунин И.Э., 2025

реализующимся в газах, жидкостях и твердых телах. Изучение процессов массопереноса и разработка способов его ускорения имеют большое значение как в прикладной, так и в фундаментальной науке. Экспериментальное исследование осцилляционной динамики систем с границей раздела в тонком щелевом канале проводилось как для маловязких жидкостей, так и для жидкостей с высоким контрастом вязкости. В прямоугольной ячейке Хеле-Шоу изучена динамика границы раздела смешивающихся [1] и несмешивающихся [2] жидкостей. Периодические колебания жидкости оказывают заметное влияние на устойчивость границы раздела и определяют характер и скорость смешивания: в плоском слое вынужденные колебания способны инициировать неустойчивость на границе двух жидкостей, а при неоднородном обтекании фазового включения осциллирующим потоком наблюдаются колебания его границы и средний дрейф [3]. Подобные колебания границы раздела, возникающие под действием осциллирующего потока, служат источником интенсивных осреднённых течений как внутри капли, так и в окружающей среде. Показано, что при обтекании осциллирующим потоком жидкости объекта, закрепленного в плоском слое, генерируются интенсивные осредненные течения в виде рециркуляционных вихрей как в пограничном слое вблизи него, так и вне в окружающей его жидкости [4].

В настоящей работе исследуется влияние наличия колебаний жидкости с нулевым средним расходом на динамику вязкой капли и темп диффузионного массообмена в системе жидкость-жидкость в геометрии плоского прямоугольного слоя. Рассмотрена деформация вязкого капельного включения, структура и интенсивность осредненных течений вблизи него при колебаниях окружающей маловязкой жидкости. Исследован темп диффузионного массообмена растворенным веществом (родамин Б) в системе двух маловязких несмешивающихся жидкостей.

Описание экспериментальной установки и методики эксперимента

Экспериментальная установка (рис. 1) представлена осцилляционным гидравлическим контуром (ячейка Хеле-Шоу, насос, разделительные мембраны), электродинамическим вибростендом и аппаратной частью фото- и видеофиксации с системой освещения. Рабочий объем плоского слоя заполняется водным раствором глицерина. Конструкция плоского слоя с боковым доступом позволяет вводить фазовое включение непосредственно в слой с помощью тонкой иглы. Толщина рабочего слоя задается силиконовой рамкой, зажатой между половинами ячейки, и в экспериментах составляет $h = 0.99 \pm 0.05$ мм. Колебания жидкости в слое задаются электродинамическим вибростендом и передаются в рабочий объем посредством гидравлического контура. Частота и амплитуда колебаний жидкости в экспериментах составляла $f_{vib} = 6.0,\ 8.0$ Гц и $b = 0 - 5.0$ мм, соответственно. При исследовании влияния колебаний жидкости на динамику капли и осредненные течения вблизи неё в качестве исследуемой

системы выступают маловязкая жидкость (водный раствор глицерина) и более вязкое включение (силиконовое масло ПМС-1000).

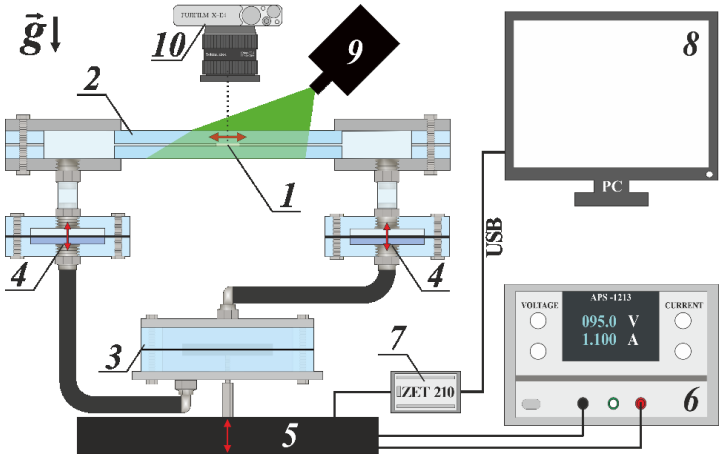


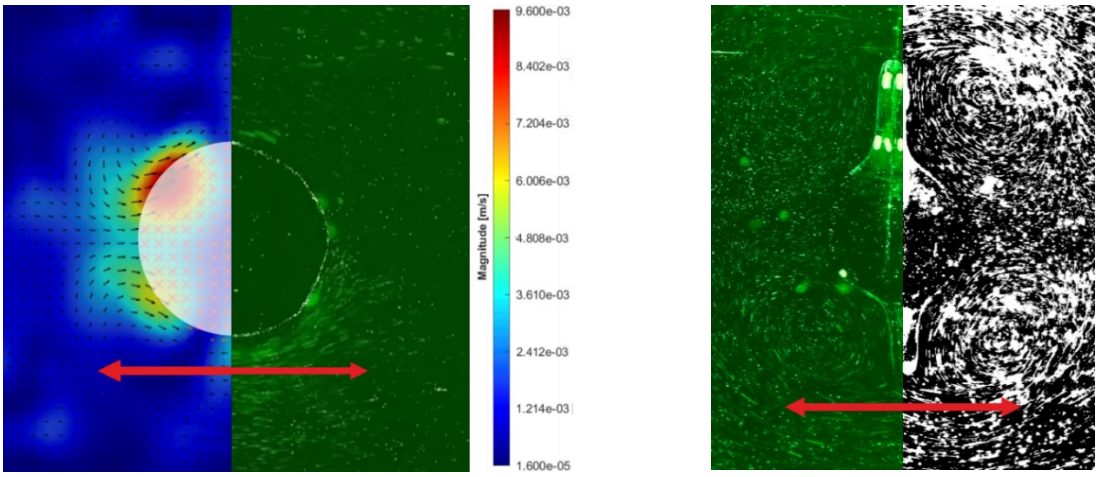
Рис. 1. Схема экспериментальной установки: 1 – капельное включение; 2 – прямоугольная ячейка Хеле-Шоу; 3 – осцилляционный насос; 4 – разделительные мембраны; 5 – электродинамический вибростенд; 6 – источник питания; 7 – модуль ZetLab; 8 – персональный компьютер; 9 – непрерывный лазер; 10 – фото- и видеокамера

Массообменные процессы между каплей и окружающей жидкостью в плоском прямоугольном слое изучены для системы водный раствор глицерина – хлорбензол. Характеристики рабочих жидкостей (плотность ρ_L и кинематическая вязкость ν_L) при температуре окружающего воздуха в 20 °C: водный раствор глицерина – 1.055 г/см^3 и 1.65 сСт; силиконовое масло ПМС-1000 – 0.971 г/см^3 и 1000.0 сСт; хлорбензол – 1.106 г/см^3 и 0.72 сСт. Средний начальный диаметральный размер капли в экспериментах не менее $D = 9.5 \pm 0.5$ мм. Фото и видеофиксация капли, ее деформаций и окружающей ее жидкости осуществляются в свете непрерывного лазера с длиной волны 520 нм. Структура и интенсивность осредненных течений определяются с помощью методики PIV путем визуализации потоков жидкости с применением частиц визуализатора.

Результаты экспериментов

Эксперименты показали, что колебания жидкости в плоском слое приводят к ряду осредненных вибрационных эффектов. Увеличение амплитуды колебаний жидкости при фиксированной частоте приводит к деформации капли. Изначально при малой амплитуде симметричная круглая капля, смачивающая стенки слоя, расположена на одном месте и обтекается потоком жидкости (рис. 2*а*). При этом в окружающем ее пространстве формируются две пары вихрей, симметричных относительно направления колебаний жидкости. Дальнейший рост амплитуды приводит к растягиванию капли поперек направления колебаний жидкости. При этом форма капли устойчивая, а структура потока из двух пар вихрей вблизи неё сохраняется

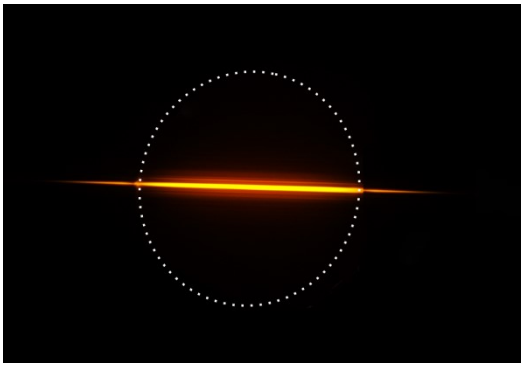
(рис. 2*б*). При сравнительно больших амплитудах колебаний (порядка характерного размера капли) происходит вытяжение капли в «жгут» полностью перекрывающий канал. Этому активно способствуют интенсивные осредненные течения вблизи капли, направленные в сторону боковых границ слоя.



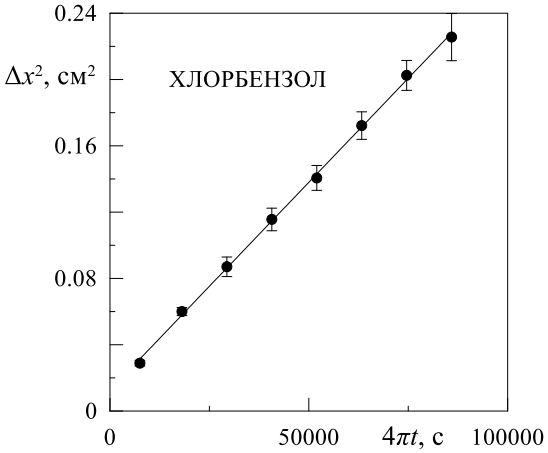
а) *б)*

Рис. 2. Комбинированное изображение вязкой капли в свете лазерного ножа и структуры осредненного течения за период колебаний жидкости при $f_{vib} = 6.0$ *Гц: а)* $b = 1.7$ *мм; б)* $b = 3.3$ *мм. Красная стрелка отложена вдоль плоскости слоя и направления колебаний жидкости*

В экспериментах по изучению влияния колебаний на диффузионный массоперенос в системе двух маловязких жидкостей поведение капли сходно динамике вязкой капли. Ксантеновый краситель родамин Б, растворенный в жидкости обладает флуоресцентными свойствами в свете непрерывного лазера. При этом, рассекая каплю лазерным ножом под углом к плоскости кюветы, наблюдается интенсивная подсветка капли (рис. 3,*а*), как внутри нее (в штриховой области), так и вне при диффузионном массопереносе родамина Б. Согласно ранее апробированной методике [5] определен темп массопереноса родамина Б в водном растворе глицерина в отсутствие колебаний жидкости. Коэффициент молекулярной диффузии определялся через ширину диффузионной зоны Δx. С течением времени Δx изменяется (*Рис. 3,б*) и тем самым определялся коэффициент молекулярной диффузии, $D_m = \Delta x^2 / 4\pi t$. Полученное в экспериментах значение для водного раствора глицерина составляет $D_m = (2.5 \pm 0.3) \cdot 10^{-6}$ см^2/с. При колебаниях окружающей каплю жидкости, наблюдаемые вихревые структуры приводят к интенсивному обмыванию границы раздела, тем самым способствуя росту темпа массопереноса, по сравнению со случаем молекулярного переноса вещества. В зависимости от размера капельного включения, амплитуды и частоты осцилляций жидкости исследована скорость массообменных процессов и эффективная диффузия родамина Б.



а)



б)

Рис. 3. Экспериментальные результаты: а) фотография капли хлорбензола в водном растворе глицерина в свете лазерного ножа; б) зависимость величины квадрата ширины диффузионной зоны от времени

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Российского Научного Фонда № 23-11-00242, https://rscf.ru/project/23-11-00242/.

Список литературы

1. *Bushueva A., Vlasova O., Polezhaev D.* Averaged Dynamics of Fluids near the Oscillating Interface in a Hele-Shaw Cell // Fluid Dynamics & Materials Processing. 2024. Vol. 20 (4). P. 847–857.
2. *Kozlov V. G., Vlasova O. A., Dyakova V. V.* Stability of the interface of liquids oscillating in a vertical flat channel // Interfacial Phenomena and Heat Transfer. 2024. Vol. 12 (1). P. 15–25.
3. *Карпунин И. Э., Козлов В. Г., Козлов Н. В.* Влияние высокочастотных колебаний жидкости на вязкое капельное включение в ячейке Хеле-Шоу // Конвективные течения. 2019. № 9. С. 36–51.
4. *Lutz B. R., Chen J., Schwartz D. T.* Microscopic steady streaming eddies created around short cylinders in a channel: Flow visualization and Stokes layer scaling // Physics of Fluids. 2005. Vol. 17 (2). P. 023601–023601.
5. *Karpunin I., Polezhaev D.* Diffusive Transfer between a Droplet and an Immiscible Oscillating Liquid in a Radial Hele-Shaw Cell // Fluid Dynamics & Materials Processing. 2025. Vol. 21 (3). P. 543–553.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ МЕЖФАЗНОЙ ПОВЕРХНОСТИ "ГАЗ-ЖИДКОСТЬ" В ВЫСОКОИНТЕНСИВНОМ УЛЬТРАЗВУКОВОМ ПОЛЕ

Ж.-Б. Карра[a], Р. Н. Голых[b], И. А. Маняхин[b], А. Р. Барсуков[b], В. Н. Хмелёв[b]
[a]Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН,
630090, Новосибирск, пк. ак. Лаврентьева, 15
[b]Бийский технологический институт (филиал)
ФГБОУ ВО «АлтГТУ им. И.И. Ползунова»,
659305, Бийск, улица имени Героя Советского Союза Трофимова, 27

Для ускорения процессов химической технологии в системах “газ-жидкость” необходимо увеличивать поверхность массообмена. В представленном исследовании увеличение поверхности достигается воздействием высокоинтенсивных ультразвуковых колебаний в режимах развитой и вырожденной кавитации. Представлены результаты экспериментальных исследований, предсказанные численно, влияния мощности ультразвука, вязкости жидкости и ее температуры на относительное увеличение поверхности стенок пузырьков воздуха, гораздо более крупных чем кавитационные пузырьки и вводимых в рамках барботажного процесса.

Ключевые слова: газ-жидкость; ультразвук; аэрация; скоростная киносъёмка; межфазная поверхность; кавитация.

EXPERIMENTAL STUDY OF A GAS-LIQUID INTERFACE IN A HIGH INTENSITY ULTRASONIC FIELD

J.-B. Carrat[a], R. N. Golykh[b], I. A. Manyakhin[b], A. R. Barsukov[b], V. N. Khmelev[b]
[a]Lavrentyev institute of hydrodynamics,
15 Ac. Lavrentieva ave., 630090, Novosibirsk
[b]Biysk Technological Institute (branch) of Polzunov Altai State Technical University, 27 street named after Hero of Soviet Union Trofimov, 659305, Biysk

To improve the efficiency of an industrial processes it is possible to increase the exchange surface between a gas and a liquid. In this study ultrasonic cavitation is used in order to increase the surface of an air bubble. In this experimental and numerical study, we present and observe the influence of the ultrasonic power, liquid viscosity and its temperature on the relative increase of the air bubble surface (air bubble size is much more than size of cavitation bubble).

Keywords: gas-liquid; ultrasound; air injection; high-speed video; interfacial surface; cavitation.

Во многих промышленных процессах происходит взаимодействие двух фаз – жидкости и газа. Эффективность этих процессов значительно повышается, когда увеличивается межфазная поверхность «газ-жидкость» [1, 2]. Один из способов добиться этого – распределить газ в жидкости в виде пузырьков. Это увеличивает площадь для массообмена между двумя

© Карра Ж.-Б., Голых Р.Н., Маняхин И.А., Барсуков А.Р., Хмелёв В.Н., 2025

компонентами. Воздействие ультразвукового поля создаёт капиллярные волны на границе раздела [3]. За счёт капиллярных волн поверхность раздела пузырьков воздуха дополнительно увеличивается до 1,5 раз и более при воздействии ультразвуковым полем с интенсивностью 4,5 ± 0,5 Вт/см² (согласно результатам, полученным численно [4] и экспериментально [5]).

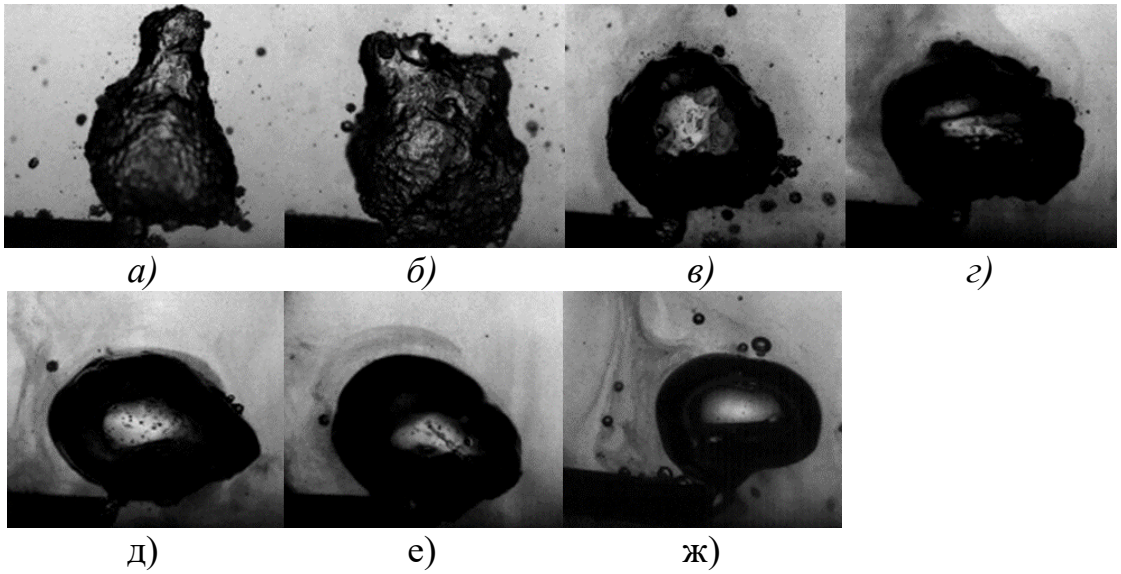


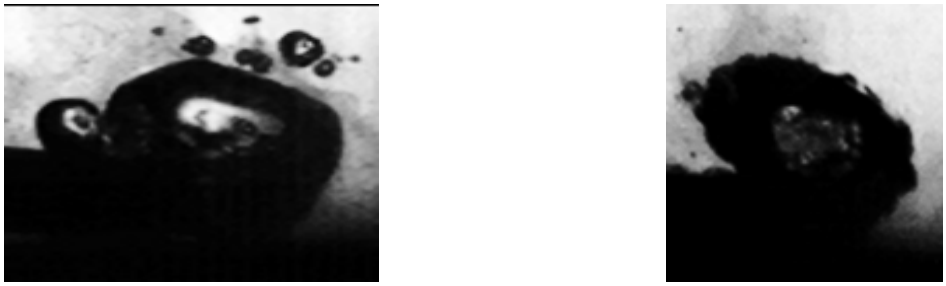
Рис. 1. Аэрационный пузырёк в ультразвуковом поле при температуре 20°C и различной вязкости μ. а) – μ = 1.0 мПа·с , б) – μ = 1.5 мПа·с , в) - μ = 4.0 мПа·с , г) - μ = 7.4 мПа·с , д) - μ = 12.7 мПа·с , е) - μ = 25.1 мПа·с , ж) - μ = 40.6 мПа·с при температуре 20±1°C.

Цель данной работы – исследовать влияние вязкости и температуры жидкостей на межфазную поверхность. С использованием дистиллированной воды и глицерина было получено семь различных растворов с вязкостью от 1 до 42 мПа·с при температуре 20±1°C.

На рис. 1 показано, что существует максимальная вязкость, при которой отсутствуют капиллярные волны. При низких значениях вязкости (*а-б*, менее 4 мПа·с) капиллярные волны возникают и их длина невелика, однако согласно результатам цифровой обработки изображений (анализировалось распределение градиентов яркости) амплитуда достигает порядка 0.3...0.5 от длины волны и более, что подтверждается результатами анализа контура изображения при более крупном увеличении (вплоть до 2.6 мкм на 1 пиксель), когда на изображении визуально наблюдаются возмущения контура пузырька (при малом увеличении видны только локальные градиенты яркости). При умеренных значениях вязкости (*в* и *г*, от 4 до 7 мПа·с) отношение амплитуды волны к её длине не превышает 0.2, а при значениях вязкости более 12 мПа·с (*д, е* и *ж*) капиллярные волны практически отсутствовали. Это обусловлено возрастанием декремента затухания свободноколеблющихся поверхностных волн, которое пропорционально вязкости жидкости.

Для увеличения предельной вязкости жидкости предложено использовать повышенное значение температуры, которая снижает фактическое значение вязкости. При этом увеличению межфазной поверхности будет препятствовать другой фактор – снижение амплитуды давления ударных волн, образуемых при схлопывании кавитационных пузырьков [6]. Это снижение возникает из-за насыщения кавитационного пузырька паром жидкости (давление насыщенного пара воды при 60 °C достигает 0.19 атм, а при 20 °C не превышает 0.03 атм).

Согласно проведённым экспериментальным исследованиям (рис. 2) выявлено, что влияние снижения вязкости на межфазную поверхность является превалирующим фактором. Результаты экспериментов, приведённых на рис. 2, получены для раствора, состоящего из 20% воды и 80% глицерина (вязкость при температуре 20°C превышает 40 мПа·с). При температуре 20±1°C капиллярные волны отсутствовали (рис. 2*а*), а при температуре 60±2°C они присутствовали (рис. 2*б*). Таким образом, установлена возможность повышения предельной вязкости, при которой достигается эффект увеличения межфазной поверхности, за счёт использования более высокой температуры.



а) б)

Рис. 2. Пузырь в ультразвуковом поле при вязкости μ = 40.6 мПа·с (при температуре 20°C) и различной температуре: а) – T=20°C; б) – T=60°C.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-12-00278. https://rscf.ru/project/23-12-00278/

Список литературы

1. *Новосёлов А.Г., Дужий А.Б., Голикова Е.Ю.* Молекулярная диффузия газов в жидкости. Коэффициенты молекулярной диффузии диоксида углерода в воде // Научный журнал НИУ ИТМО. Серия “Процессы и аппараты пищевых производств”. 2014. №2.
2. *Подрыга В.О., Вихров Е.В., Поляков С.В*. Молекулярно-динамический расчет коэффициента диффузии газов на примере аргона, азота, водорода, кислорода, метана и углекислого газа // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2019. № 96. С. 24. doi:10.20948/prepr-2019-96.

3. *M. Tan, J. Friend, O. Matar, and L. Yeo,* Capillary wave motion excited by high frequency surface acoustic waves // Physics of Fluids. 2023. Vol. 22. P. 112112.
4. *Golykh R.N.* Generalized Functions Of Slow Growth Problem Statement For Capillary Wave Formation In Gas-Liquid Interface Under Ultrasonic Cavitation // Mathematical notes of NEFU. 2025. Vol. 32 (2). P. 65-80.
5. *Голых Р.Н., Карра Ж.-Б., Хмелёв В.Н., Маняхин И.А., Минаков В.Д., Генне Д.В., Барсуков А.Р.* Влияние ультразвукового кавитационного воздействия на межфазную поверхность «газ-жидкость» при принудительной аэрации // ПМТФ. 2024. №6. С. 83-98.
6. *Peng K.,Qin F., J. Runhua, K. Shimin,* Interpreting the influence of liquid temperature on cavitation collapse intensity through bubble dynamic analysis // Ultrason. Sonochem. 2020. Vol. 69. P. 105253.

ИССЛЕДОВАНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ФИЛЬТРАТА ОТ ПОЛИГОНА ТВЕРДЫХ БЫТОВЫХ ОТХОДОВ ПРИ НАЛИЧИИ НАРУШЕНИЙ ЦЕЛОСТНОСТИ ГЛИНЯНОГО ЭКРАНА

Р. И. Катаев[a], Я. Н. Паршакова[b] , М. В. Висков [c]
[a] Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614990, Пермь, Букирева, 15
[b] Институт механики сплошных сред УрО РАН,
614013, Пермь, Академика Королева, 1
[c] Пермский национальный исследовательский политехнический университет,
614990, Пермь, Комсомольский проспект, 29

Настоящее исследование направлено на оценку влияния размеров сквозных дефектов в глинистом защитном экране полигона твердых коммунальных отходов (ТКО) на процесс миграции фильтрата в его основании. Миграция загрязняющих веществ моделировалась численно в рамках концепции полностью водонасыщенной пористой среды, где глинистый экран был представлен в виде однородного слоя суглинка. Нарушения изолирующего слоя аппроксимировались горизонтальными зонами заданной протяженности (≈10 м) с вариабельной шириной. В модели предполагалось, что полость дефекта полностью заполнена техногенным материалом. Поскольку аналитические решения для задач данного класса отсутствуют, для решения нестационарных уравнений конвективной диффузии (адвекции-дисперсии) использовался численный метод.

Ключевые слова: динамика фильтрационных вод, полигоны твёрдых коммунальных отходов (ТКО), неустойчивость Рэлея — Тейлора.

INVESTIGATION OF LEACHATE MIGRATION FROM A MUNICIPAL SOLID WASTE LANDFILL WITH BREACHES IN THE CLAY LINER

R. I. Kataev[a], Y. N. Parshakova[b], M. V. Viskov[c]
[a] Perm State University,
15 Bukireva St., 614990, Perm
[b] Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS,
1 Academician Korolev St., 614013, Perm
[c] Perm National Research Polytechnic University,
29 Komsomolsky prospect, 614990, Perm

This study aims to investigate how the dimensions of breaches in a landfill's clay liner (protective screen) influence the migration of leachate at the base of a municipal solid waste (MSW) landfill. Numerical modeling of pollutant transport was conducted in homogeneous porous media, with the liner represented as a loam layer modeled as a homogeneous porous medium. The breaches are simulated as horizontal discontinuities within the loam layer, with a fixed length of approximately 10 meters and variable widths. These discontinuities are entirely filled with a technogenic (engineered) material in the model. The time-dependent advection-dispersion equations governing pollutant transport were solved numerically, as no analytical solution exists for this class of problems.

Keywords: municipal solid waste (MSW) landfills, contaminant filtration dynamics, Rayleigh-Taylor instability, computational hydrogeological modeling

© Катаев Р.И., Паршакова Я.Н., Висков М.В., 2025

Современные системы изоляции полигонов твёрдых коммунальных отходов представляют собой сложные многослойные конструкции, эффективность которых существенно снижается при возникновении механических повреждений. Многочисленные исследования демонстрируют, что геометрические характеристики дефектов оказывают определяющее влияние на характер миграции фильтрационных вод [1-3]. Для глинистых экранов критическим параметром выступает ширина трещин, формирующихся в результате циклов увлажнения-высыхания. В работе [4] показано, что при достижении ширины раскрытия 5 мм коэффициент фильтрации увеличивается на 2-3 порядка по сравнению с ненарушенным материалом.

Для моделирования распространения фильтрата использовалась трехмерная модель ламинарного течения в пористой среде. Основные уравнения модели включают:

Уравнение баланса массы:

$$\frac{\partial(m\rho)}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x_i}(\rho v_i)=0$$

Закон Дарси:

$$v_i=\frac{K}{\mu}\left(-\frac{\partial\rho}{\partial x_i}+\rho g_i\right)$$

Уравнение переноса примеси:

$$\frac{\partial}{\partial t}(m\rho c)+\nabla\cdot(\rho\boldsymbol{v}c)=-\nabla\cdot\boldsymbol{J}$$

Диффузионный поток примеси:

$$\boldsymbol{J}=-\rho D_m\nabla c,$$

где m – пористость среды, ρ – плотность жидкости, D_m – заданный коэффициент молекулярной диффузии, v_i – компоненты вектора скорости (i = 1, 2, 3), μ – динамическая вязкость жидкости, c – измеренная в промилле массовая концентрация растворенных в воде загрязнений, K – проницаемость пористой среды.

Граничные условия:

Нижняя граница: $v_x=v_y=v_z=0,\ \frac{\partial c}{\partial \boldsymbol{n}}=0$

Боковые границы: $(\boldsymbol{vn})=0,\ \frac{\partial c}{\partial \boldsymbol{n}}=0$

Верхняя граница: $(\boldsymbol{vn})=0,\ \frac{\partial v_x}{\partial x_z}+\frac{\partial v_z}{\partial x_x}=0,\ \frac{\partial v_y}{\partial x_z}+\frac{\partial v_z}{\partial x_y}=0,\ \frac{\partial c}{\partial \boldsymbol{n}}=0.$

Для численного решения использовался метод конечных объемов с явной схемой второго порядка точности по времени.

Численное моделирование проведено для различных размеров повреждений изолирующего слоя (0.1, 0.2, 0.5, 0.9 и 3 м). На рисунке 1 показаны поля концентрации примеси для разных моментов времени.

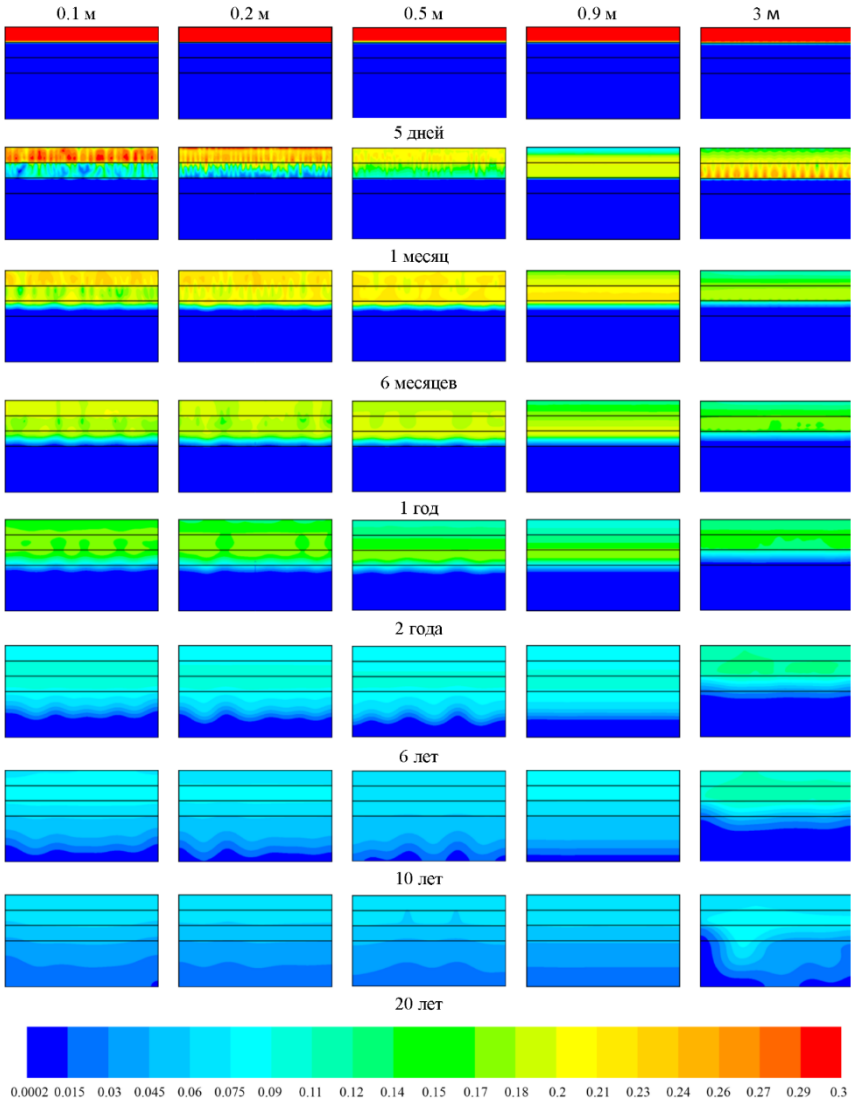


Рис. 1. Поля концентраций примесей при различных размерах повреждений изоляционного слоя в разные моменты времени на вертикальном участке вдоль разрыва изоляции

Сечение построено по вертикали посередине расчетной области для x=1.5 м. В начальный момент времени фильтрат заполняет верхний – техногенный слой. Рассматривается процесс, когда поток фильтрата со стороны тела полигона отсутствует. Плотность фильтрата зависит от концентрации примеси в нем таким образом сверху находится более тяжелая жидкость. Поскольку в поле силы тяжести более плотная жидкость находится выше, чем менее плотная, то развивается неустойчивость Рэлея–Тейлора. В концентрационной конвекции смена режимов наступает со временем, а не с

изменением параметров процесса [3, 4]. Развитие неустойчивости в пористой среде происходит таким образом, что изначально, примерно в двадцати дней, существует диффузионный режим линейного роста толщины концентрационного фронта. В режиме линейного роста на диффузионном пограничном слое появляются слабые возмущения. Далее, в потоке фильтрата появляются макроскопические пальцы, которые распространяются в нарушенной части вверх-вниз одинаково, так как характеристики слоев 1 и 2 при нарушении изоляции совпадают. После наступает слияние пальцев: конвективные структуры начинают боковую миграцию и объединяются, образуются сложные нисходящие струи большего пространственного периода (см. картины полей через 6 месяцев). Струи стекают вниз, воздействуют на нижнюю границу и расползаются вбок как гравитационные течения и плавно утолщаются. Весь нижний слой постепенно насыщается, при этом для нарушений 0.9 и 3 метра в нижнем слое примесь распространяется диффузионным образом. Поэтому рост концентрации происходит медленнее, чем для нарушений 0.1, 0.2 и 0.5 метров. Со временем возмущения увеличиваются, пальцы растут с периодом порядка толщины слоя 3. Таким образом неустойчивость Релея-Тейлора приводит к росту небольших нарушений по сравнению с нарушениями изоляционного слоя порядка толщины самого слоя.

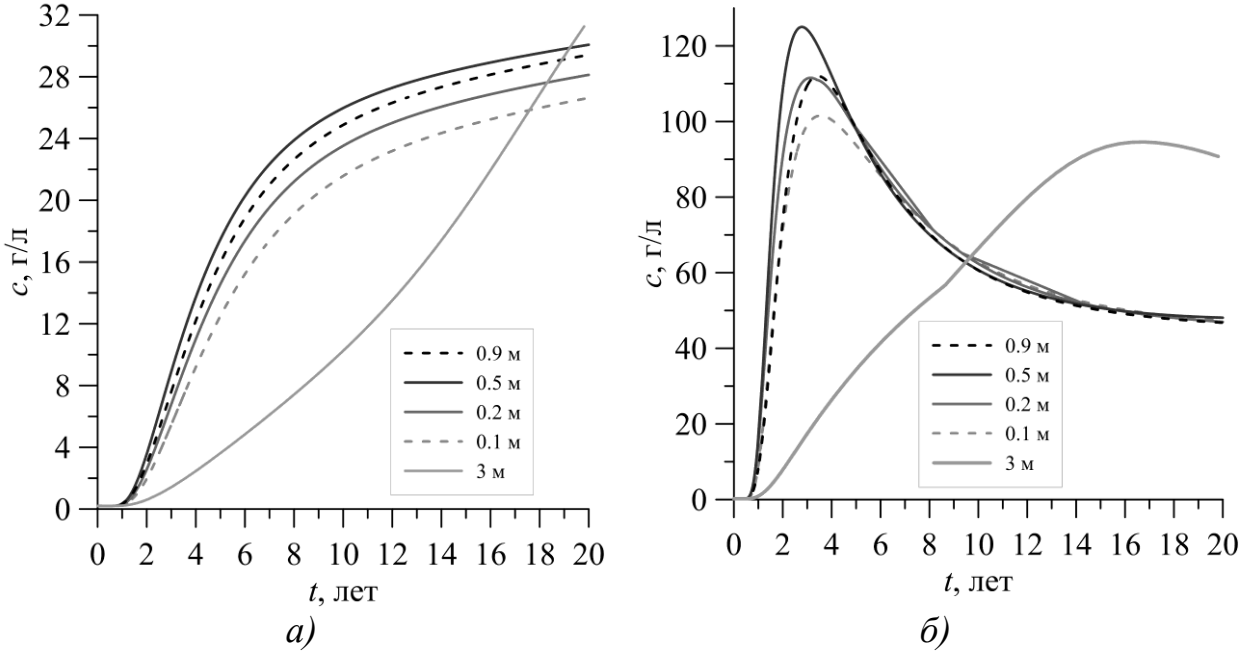


Рис. 2. Временные графики средней (а) и максимальной (б) концентраций примесей в слое аргиллита

На рисунке 2 представлена динамика изменения средней и максимальной концентрации примеси в слое аргиллита. Анализ результатов показывает, что для нарушений шириной 3 м максимальная концентрация достигается через 19 лет, для малых нарушений (≤ 1 м) пик концентрации наблюдается через 3 года, превышение допустимых концентраций может достигать двух порядков.

Развитие неустойчивости Рэлея-Тейлора существенно ускоряет миграцию фильтрата в нижние водоносные горизонты. Для нарушений, размер которых меньше толщины изолирующего слоя, наблюдается увеличение скорости распространения на 15-20% по сравнению с крупными дефектами. Этот эффект объясняется более интенсивным развитием конвективных процессов в ограниченном пространстве.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-11-00214, https://rscf.ru/project/23-11-00214/.

Список литературы

1. *Rowe R.K., Abdelatty K.* Modeling contaminant transport through composite liner with a hole in the geomembrane // Canadian Geotechnical Journal. 2012. Vol. 49 (7). P. 773-781.
2. *Giroud J.P., Bonaparte R.* Leakage through liners constructed with geomembranes - Part II // Geotextiles and Geomembranes. 1989. Vol. 8 (2). P. 71-111.
3. *Mendes M.J.A., Touze-Foltz N., Palmeira E.M., Pierson P.* Influence of structural and material properties of GCLs on interface flow in composite liners due to geomembrane defects // Geosynthetics International. 2010. Vol. 17 (1). P. 34-47.
4. *Albrecht B.A., Benson C.H.* Effect of desiccation on compacted natural clays // Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering. 2001. Vol. 127 (1). P. 67-75.

ТРАНСПОРТ АКТИВНЫХ НАНОЧАСТИЦ ЧЕРЕЗ МИКРОКАНАЛ ВО ВНЕШНЕМ ПОТОКЕ

Л. С. Клименко[a,b], Б. С. Марышев[b,c]
[a] Пермский государственный
национальный исследовательский университет,
614990, Пермь, Букирева, 15
[b] Институт механики сплошных сред УрО РАН,
614013, Пермь, Академика Королева, 1
[c] Национальный исследовательский Нижегородский государственный
университет им. Н.И. Лобачевского,
603022, Н.Новгород, проспект Гагарина, 23

Исследована задача о закупорке канала при прокачке через него суспензии активных частиц во внешнем потоке. Задача решена для прямоугольного микроканала, поток жидкости создается за счет приложенного перепада давления между входом и выходом. Расположение частиц на входе в канал задается случайным образом по времени и пространству. Задача решена численно в рамках модели случайных блужданий. При приближении частиц к стенке, происходит прилипание под действием сил Ван-дер-Ваальса, что приводит к изменению формы стенок микроканала, и в свою очередь изменяет структуру течения. Отрыв частиц обусловлен вязкими напряжениями, возникающими со стороны потока, и случайной силой, возникающей из-за тепловых флуктуаций. Показано, что возможна реализация трех типов течения с закупоркой. (I) – частицы не накапливаются на стенках канала, (II) – достигается некоторое динамическое равновесие, (III) – полная закупорка канала. Исследованы условия реализации каждого режима от концентрации частиц, характерных значений напряжений и скорости самодвижения активных частиц.

Ключевые слова: случайные блуждания; закупорка канала; активные частицы

TRANSPORT OF ACTIVE NANOPARTICLES THROUGH A MICROCHANNEL IN AN EXTERNAL FLOW

L. S. Klimenko[a,b], B. S. Maryshev[b,c]
[a]Perm State University,
15 Bukireva St., 614990, Perm
[b]Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS,
1 Academician Korolev St., 614013, Perm
[c]Lobachevsky State University of Nizhny Novgorod,
23 Gagarin Av., 603022, Nizhny Novgorod

The problem of channel clogging during pumping of a suspension of active particles through this channel in an external flow is investigated. The problem is solved for a rectangular microchannel. The fluid flow is created due to the applied pressure difference between the inlet and outlet. The position of particles at the channel inlet

© Клименко Л.С., Марышев Б.С., 2025

is set randomly in time and space. The problem is solved numerically within the framework of the random walk approach. Near the channel wall particles can be attached under the action of van der Waals forces, which leads to a change in the shape of the microchannel. As result the flow structure is variated. Particle detachment is caused by viscous stresses arising from the flow and a random force arising from thermal fluctuations. It is shown that three types of flow with clogging are possible. (I) - particles do not accumulate on the channel walls, (II) - some dynamic equilibrium is achieved, (III) - complete blockage of the channel. The conditions for the implementation of each mode are investigated depending on the concentration of particles, characteristic values of stresses and the speed of self-motion for active particles.

Keywords: random walk; channel clogging; active particles

Исследуется транспорт суспензии активных наночастиц через микроканал. Концентрация предполагается настолько малой, что взаимодействием между частицами в потоке можно пренебречь Активная частица моделируется как самодвижущаяся частица, ее скорость определяется суммой скорости собственного движения и скорости, сообщаемой потоком, последняя вычисляется в приближении Стокса. При воздействии теплового шума возникают флуктуации направления движения активной частицы. Исследована задача о закупорке канала при прокачке через него суспензии активных частиц во внешнем потоке. Задача решена для прямоугольного микроканала, в начальный момент времени реализуется течение Пуазейля. Поток жидкости создается за счет приложенного перепада давления между входом и выходом. Расположение частиц на входе в канал задается случайным образом по времени и пространству. Задача решена численно в рамках модели случайных блужданий. Движение жидкости определяется двумя эллиптическими уравнениями для давления и завихренности в приближении малых чисел Рейнольдса.

$$\Delta p = 0, \quad \Delta \varphi = 0, \tag{1}$$

с граничными условиями

$$\left.\frac{\partial \varphi}{\partial x}\right|_{x=0,L} = 0, \quad \eta \left.\frac{\partial \varphi}{\partial y}\right|_{y=S_l,S_u} = -\left.\frac{\partial p}{\partial x}\right|_{y=S_l,S_u},$$

$$p|_{x=0} = P_1, \quad p|_{x=L} = P_2, \quad \left.\frac{\partial p}{\partial y}\right|_{y=S_l,S_u} = \eta \left.\frac{\partial \varphi}{\partial x}\right|_{y=S_l,S_u},$$

где, L – длина канала в горизонтальном направлении x, $S_l(x), S_u(x)$ – вертикальные y координаты нижней и верхней границ канала, соответственно, p – давление, φ – завихренность

Если частицы приближаются к стенке на расстояние меньше своего размера, то происходит слипание под действием сил Ван-дер-Ваальса. Прилипание частиц к стенке приводит к изменению формы стенок

микроканала (их координаты $S_l(x), S_u(x)$), что в свою очередь изменяет структуру течения. Отрыв частиц обусловлен как вязкими напряжениями, возникающими со стороны потока, так и случайной силой, возникающей вследствие тепловых флуктуаций. Движение частицы, в результате описывается следующими уравнениями

$$\begin{aligned} x &= \left(u + V\cos\theta\right)t + \sqrt{4Dt}\,f, \\ y &= \left(w + V\sin\theta\right)t + \sqrt{4Dt}\,g, \end{aligned} \tag{1}$$

где f, g – случайные величины распределенные по нормальному закону, t – время, D – коэффициент молекулярной диффузии, u, w – вертикальная и горизонтальная компоненты скорости дрейфа, V – модуль скорости самодвижения, θ – угол, описывающий направление самодвижения отсчитываемый от горизонтали. При этом скорость дрейфа определяется с помощью решения следующей задачи:

$$\begin{aligned} &\eta\Delta u = p_x, \quad \eta\Delta w = p_y, \\ &\left.\frac{\partial u}{\partial y}\right|_{x=0,L} = -\varphi\big|_{x=0,L}, \quad u\big|_{y=S_l,S_u} = 0, \\ &w\big|_{x=0,L} = 0, \quad w\big|_{y=S_l,S_u} = 0. \end{aligned} \tag{2}$$

Условие отлипания частицы от стенки выглядит следующим образом:

$$y = S_l, S_u: \quad \partial u / \partial \mathbf{n} + h \cdot 3k_B T / \sqrt{2a^5 H} \geq 2A / 27a^3, \tag{3}$$

где $\partial u / \partial \mathbf{n}$ – касательная компонента тензора вязких напряжений, k_B – константа Больцмана, T – температура, a – размер частицы, H – вертикальный размер канала, A – константа Гамакера, h – случайнfz величина распределенная по нормальному закону.

Показано, что возможна реализация трех типов течения с закупоркой. Первый (I) – частицы не накапливаются на стенках канала, происходят редкие прилипания частиц к стенкам с последующим отрывом. Второй (II) – достигается некоторое равновесное состояние, когда в среднем количество частиц, осевших на стенку постоянно, количество отрывающихся в единицу времени частиц равно количеству осаждающихся. Третий (III) – полная закупорка канала, в этом режиме зазор канала исчезает, и поток через него прекращается. Первый режим наблюдается для малых концентраций или большой интенсивности теплового шума (слагаемое пропорциональное температуре в (4)). Второй режим наблюдается лишь в некоторой области параметров, если говорить о критической объемной концентрации частиц в суспензии, подающейся на вход канала, то она должна варьироваться примерно в интервале 0.2 – 0.4 в зависимости от остальных параметров. Третий режим наблюдается при превышении предельной концентрации. При рассмотрении суспензии активных частиц было выявлено, что максимально

медленно происходит закупорка при направлении скорости самодвижения частицы на выход из канала. При отклонении направления происходит резкая смена режима с первого типа на третий. В целом значение критического угла зависит от интенсивности теплового шума и величины модуля скорости самодвижения. Зависимость величины критического угла (θ) от скорости самодвижения V представлена на Рис.1.

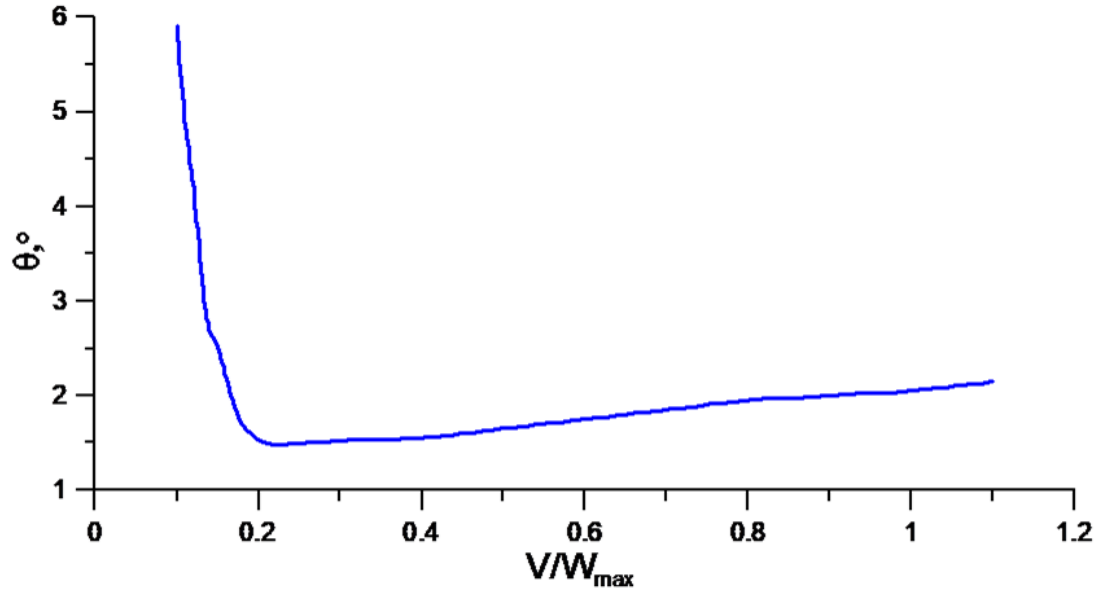


Рис. 1. Зависимость критического угла θ отклонения от горизонтали, от модуля скорости самодвижения V .

Зависимость Рис.1 представлена для ситуации, когда в отсутствии скорости самодвижения закупорка не наблюдается. Здесь $W_{\max} = H^2\left(P_1 - P_2\right)/\left(8L\eta\right)$ – максимальное значение скорости дрейфа, наблюдающееся в центре канала при отсутствии частиц на стенках, вычисленное в рамках приближения Пуазейля. Видно, что зависимость немонотонна, при малых скоростях значение угла вообще слабо влияют на факт закупорки, при увеличении скорости до $0.2W_{\max}$ угол минимален, частицы сами «вылетают» из канала только при правильном направлении скорости на выход. При росте модуля значения угла растет, хотя рост составляет всего около 2 градусов, однако, это означает, что быстрые частицы более устойчивы к развороту.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-12-00180, https://rscf.ru/project/23-12-00180/.

ВЕТВЛЕНИЕ РЕШЕНИЙ В ЗАДАЧЕ О ТЕЧЕНИИ ЖИДКОСТИ С ВЯЗКОСТЬЮ, ЗАВИСЯЩЕЙ ОТ ТЕМПЕРАТУРЫ ПО СТЕПЕННОМУ ЗАКОНУ

Д. В. Князев
Институт механики сплошных сред УрО РАН,
614013, Пермь, Академика Королева, 1

Описание стационарного течения в канале с неоднородно нагретыми границами жидкости с коэффициентом вязкости, зависящим от температуры по степенному закону, сведено к исследованию трёхпараметрической краевой задачи для системы обыкновенных дифференциальных уравнений третьего порядка. С использованием качественных и численных методов исследования решений дифференциальных уравнений показано, что задача имеет три ветви решений. С уменьшением числа Пекле одна из ветвей стремится к состоянию покоя, вдоль двух других ветвей расход стремится к некоторому конечному значению.

Ключевые слова: зависимость вязкости от температуры; течение в канале; ветвление решений

THE BRANCHING OF SOLUTIONS IN THE PROBLEM OF FLOW OF A FLUID WITH TEMPERATURE POWER LAW VISCOSITY DEPENDENCE

D. V. Knyazev
Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS,
1 Academician Korolev St., 614013, Perm

The description of a steady channel flow with a non-uniformly heated boundaries of a liquid with a power temperature dependence law of viscosity coefficient is reduced to the study of a three-parameter boundary value problem for a system of the third order ordinary differential equations. With applying qualitative and numerical methods studying of differential equations, it is shown that the problem has three branches of solutions. As the Peclet number decreases, one of the branches tends to a state of rest, while along the other two branches the flow rate tends to some finite value.

Keywords: temperature viscosity dependence; channel flow; branching of solutions

Рассматривается установившееся течение жидкости с коэффициентом вязкости, зависящей от температуры по степенному закону

$$\eta(T) = \eta_0 T^{-\lambda},\ \eta_0 > 0,\ \lambda \geq 0,\ T > 0.$$

Предполагается, что скорость направлена параллельно твёрдым границам $x = \pm h$, нагретым по закону $T_0(z) = \exp(Az + B)$, и задан перепад давления

© Князев Д.В., 2025

между поперечными сечениями $z=0$, $z=L$, $\Delta p=p(0,0)-p(0,L)\ge 0$. Решение задачи ищется в виде

$$v_z=\frac{L\Delta p}{\eta_0}w(\xi),\ p-p(0,0)=\Delta p\frac{1-\mathrm{ch}(\alpha\xi)\exp(-\alpha\zeta/\delta)}{\exp(-\alpha/\delta)-1},$$
$$T=\exp\left[\frac{\delta b+\delta\theta(\xi)+\alpha\zeta}{\lambda\delta}\right]. \qquad (1)$$

В предположении симметрии скорости, давления и температуры относительно оси канала новые неизвестные $W(\xi)=\delta\,\mathrm{Pe}\,w(\xi)$ и $\theta(\xi)$ удовлетворяют краевой задаче

$$\alpha W=\theta''+\frac{\theta'\theta'+\alpha^2}{\lambda},\ W'=-\frac{\beta}{\alpha}e^{\theta}\mathrm{sh}(\alpha\xi)\le 0;\ \theta'(0)=0,\ \theta(1)=0,\ W(1)=0, \quad (2)$$

содержащей три параметра

$$\alpha=\lambda Ah,\ \beta=\frac{\alpha e^b\delta^2\mathrm{Pe}}{1-\exp(-\alpha/\delta)}\ge 0,\ \lambda\ge 0. \qquad (3)$$

Здесь $0\le\xi=x/h\le 1$, $0\le\zeta=z/L\le 1$ – безразмерные координаты; $b=\lambda B$, $0<\delta=h/L<1$; $\mathrm{Pe}=L^2\Delta p/(\chi\eta_0)\ge 0$ – число Пекле; χ – коэффициент температуропроводности.

В результате решения задачи можно вычислить величину $\gamma=\theta'(1)$, пропорциональную плотности теплового потока через твёрдую границу и безразмерный расход

$$G=\frac{2}{\alpha}\left[\gamma+\frac{1}{\lambda}\left(\alpha^2+\int_0^1\theta'^2d\xi\right)\right]\ge 0.$$

Эти величины зависят от параметров задачи (3), $G=G(\alpha,\beta,\lambda)$, $\gamma=\gamma(\alpha,\beta,\lambda)$, и связаны друг с другом.

В отсутствие перепада давления, $\beta=0$, система (2) имеет решение

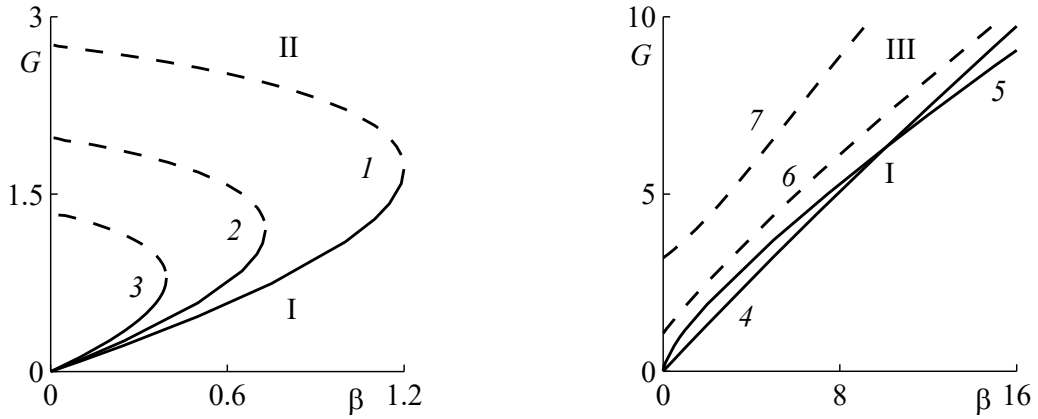
$$\theta=\lambda\ln\frac{\cos(\alpha\xi/\lambda)}{\cos(\alpha/\lambda)},\ W=0, \qquad (4)$$

описывающее распределение температуры в неоднородно нагретой покоящейся жидкости. Это решение имеет смысл при выполнении условия

$$-\frac{\pi}{2}<\frac{\alpha}{\lambda}<\frac{\pi}{2}. \qquad (5)$$

Неравенства (5) служат оценкой критических значений $-\pi\lambda/2<\alpha_1(\beta,\lambda)<0$, $0<\alpha_2(\beta,\lambda)<\pi\lambda/2$ таких, что внутри интервала $\alpha_1\le\alpha\le\alpha_2$ задача (2) имеет решения (ветвь I), стремящиеся к (4) при $\beta\to 0$. Для малых β эти решения могут быть построены в виде регулярных разложений $\theta(\xi)$ и $W(\xi)$ по этому параметру. Таким образом, отличительной чертой решений, принадлежащих

ветви I, является стремление расхода к нулю при $\beta \to 0$ (рис 1, сплошные кривые *1 – 5*).



а) *б)*

Рис. 1. Зависимость безразмерного расхода G от параметра β при $\lambda = 1$ и различных отрицательных а) и положительных б) значениях параметра α: 1 – $\alpha = -0.85$; 2 – $\alpha = -1$; 3 – $\alpha = -1.15$; 4 – $\alpha = 0.1$; 5 – $\alpha = 1.5$; 6 – $\alpha = 2$; 7 – $\alpha = 3$. Ветвь I *– сплошные линии, ветви* II *(а) и* III *(б) – штриховые*

Численные расчёты и качественное исследование (при $0 < \beta < 1$) задачи (2) показывает, что в каждой из двух критических точек α_1, α_2 к ветви I примыкает ещё одна ветвь.

Ветви I и II соединяется в точке α_1 и существуют при одинаковых значениях параметров задачи (3) в интервале $\alpha_1 \le \alpha < 0$ (рис. 1*а*, штриховые кривые *1 – 3*). При $\alpha < \alpha_1$ система (2) решений не имеет, то есть стационарные течения пуазейлевского типа (1) не реализуются.

Ветвь III продолжает ветвь I в область $\alpha \ge \alpha_2$ (рис. 1*б*, штриховые кривые *6*, *7*). Решения, принадлежащие ветвям II и III таковы, что расход стремится к конечному значению (зависящему от α и λ) при $\beta \to +0$ (рис. 1*а*, *б*, штриховые кривые).

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования РФ (тема № 121031700169-1).

ДИНАМИКА ВЯЗКОГО ВКЛЮЧЕНИЯ В ПРЯМОУГОЛЬНОМ КАНАЛЕ С ОСЦИЛЛИРУЮЩЕЙ МАЛОВЯЗКОЙ ЖИДКОСТЬЮ

В. Г. Козлов, Е. А. Ладейщикова, Д. А. Полежаев
Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет,
614990, Пермь, Сибирская, 24

Экспериментально исследуется осцилляционная динамика вязкого включения в горизонтальном плоском канале с маловязкой жидкостью при гармоническом изменении расхода прокачиваемой жидкости. Включение имеет форму параллелепипеда, полностью перекрывает канал и совершает колебания вместе с окружающей жидкостью. При малых амплитудах фазовое включение в ходе колебаний сохраняет прямоугольную форму. При интенсификации колебаний на границах раздела фаз развивается осцилляционная неустойчивость Саффмана–Тейлора. Условия возникновения и структура пальчиковой неустойчивости изучаются в зависимости от толщины канала, частоты и амплитуды колебаний.

Ключевые слова: межфазная граница; колебания; осцилляционная неустойчивость Саффмана–Тейлора

DYNAMICS OF VISCOUS INCLUSION IN A RECTANGULAR CHANNEL FILLED WITH OSCILLATING LOW-VISCOSITY FLUID

V. G. Kozlov, E. A. Ladeyshchikova, D. A. Polezhaev
Perm State Humanitarian Pedagogical University,
24 Sibirskaya St., 614990, Perm

The study investigates the oscillatory dynamics of a viscous inclusion in a horizontal channel with parallel walls filled with a low-viscosity fluid. The experimental investigation is conducted under sinusoidal changes in the flow rate of the low-viscosity fluid. The oscillations of the parallelepiped inclusion, with dimensions equal to the channel width and thickness, are in phase with the surrounding fluid. At low amplitudes, the phase inclusion maintains a parallelepiped shape during oscillations. As the oscillations intensify, Saffman–Taylor oscillatory instability develops at two interfaces between the inclusion and the surrounding fluid. The study investigates the viscous fingering phenomenon in dependence on the channel thickness and the frequency and amplitude of the fluid oscillations.

Keywords: interface; oscillations; oscillatory Saffman–Taylor instability

Экспериментально исследуется динамика вязкого включения (капли в форме параллелепипеда), помещенного в осциллирующую маловязкую жидкость в щелевом канале. В качестве вязкой жидкости используется глицерин (плотность $\rho_1 = 1.26$ г/см^3 и кинематическая вязкость $\nu_1 = 11.2$ Ст), в качестве маловязкой жидкости – Novec 7100 ($\rho_2 = 1.51$ г/см^3 и $\nu_2 = 0.0038$Ст); межфазное натяжение между жидкостями $\sigma = 26$ г/с^2.

© Козлов В.Г., Ладейщикова Е.А., Полежаев Д.А., 2025

Жидкости помещаются в прямоугольный канал, широкие стенки которого изготовлены из стекла, узкие (боковые) стенки – из органического стекла. Размеры канала (длина × ширина × толщина): 21.8 × 8.5 × 0.3 см^3. Капля вязкого глицерина при малой интенсивности колебаний принимает форму, близкую к параллелепипеду (рис. 1, *а*). Длина вязкого включения равна нескольким сантиметрам, а ширина – ширине канала. Наблюдения показывают, что при включении колебаний между боковыми стенками канала и вязкой каплей могут образовываться узкие зазоры шириной около 1 мм или меньше, которые заполнены маловязкой жидкостью.



а) *б)* *в)*

Рис. 1. Фотографии вязкого прямоугольного включения в маловязкой жидкости в плоском горизонтальном канале (вид сверху), f = 3 Гц: а) включение с невозмущенными границами, Δ = 0.4 см; б) включение в крайнем левом положении, Δ = 2.4 см; в) включение в крайнем правом положении, Δ = 2.4 см

В экспериментах частота колебаний *f* изменяется в пределах от 2 до 6 Гц, размах колебаний Δ – от 0 до 3 см. При малых амплитудах капля перемещается почти твердотельно, оставляя на широких стенках канала след в виде тонкой пленки, который виден на фотографиях в виде светлого пятна. Например, на рис. 1*а* капля находится в крайнем левом положении, и справа от нее видно светлое пятно – пленка глицерина шириной несколько миллиметров. При увеличении амплитуды колебаний границы капли испытывают неустойчивость. Например, при движении жидкостей влево маловязкая жидкость проникает внутрь вязкого включения через правую границу – развивается пальчиковая неустойчивость (рис. 1*б*). При этом левая граница между жидкостями остается невозмущенной. При движении вязкого включения слева направо левая граница теряет устойчивость, а правая становится невозмущенной (рис. 1*в*). Анализ видеозаписей показывает, что «пальчики» меняют свое местоположение между двумя последовательными колебаниями: на месте «пальчика» во время следующего колебания образуется впадина. Во время нового колебания «пальчики» занимают свое

первоначальное положение, после чего цикл смены положения «пальчиков» продолжается с частотой $f/2$.

Измерения при неизменных частоте и амплитуде колебаний показывают, что ширина λ образующихся на противоположных границах капли «пальчиков» одинаковая с точностью до погрешности измерений. В то же время максимальная длина «пальчиков» на противоположных границах может незначительно отличаться.

Пальчиковая неустойчивость границы раздела несмешивающихся жидкостей с высоким контрастом вязкостей, совершающих перпендикулярные границе осцилляции в прямом щелевом канале, (осцилляционная неустойчивость Саффмана – Тейлора) была обнаружена и исследована ранее в экспериментах [1]. Было показано, что образование «пальчиков» является следствием развития неустойчивости Саффмана – Тейлора. Результаты экспериментов сравнивались с предсказаниями теории [2] о развитии «пальчиковой» неустойчивости на горизонтальной границе между тяжелой (сверху) и легкой (снизу) жидкостями с одинаковой вязкостью в узком вертикальном канале. Анализ данных показал, что размер пальчиков определяется двумя параметрами: толщиной канала d и капиллярным числом $Ca = \dfrac{\pi f \nu_2 \rho_2 \Delta}{\sigma}$. Сравнение результатов измерения ширины пальчиков с данными [1, 2] показывает хорошее согласие на плоскости Ca, λ/d.

Исследование осцилляционной динамики границ капли в окружающей жидкости имеет практический интерес с точки зрения создания условий для эффективного управления переносом растворенного вещества из одной жидкости в другую. В осциллирующих жидкостях темп массопереноса может быть увеличен благодаря нескольким эффектам, в том числе увеличения площади межфазной границы и возникновения осредненных течений вследствие развития осцилляционной неустойчивости Саффмана – Тейлора. Изучение влияния этих эффектов на перенос растворенного вещества между жидкостями является мотивацией для последующих исследований авторов.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № РНФ-23-11-00242, https://rscf.ru/project/23-11-00242/.

Список литературы

1. *Kozlov V.*, *Vlasova O.* Oscillatory dynamics of immiscible liquids with high viscosity contrast in a rectangular Hele – Shaw channel // Physics of Fluids. 2022. Vol. 34 (3). P. 032121.
2. *Fernandez J.*, *Kurowski P.*, *Limat L.*, and *Petitjeans P.* Wavelength selection of fingering instability inside Hele – Shaw cells // Physics of Fluids. 2001. Vol. 13 (11). P. 3120 – 3125.

СЕГРЕГАЦИЯ ТЯЖЕЛЫХ ЧАСТИЦ В НЕРАВНОМЕРНО ВРАЩАЮЩЕМСЯ ГОРИЗОНТАЛЬНОМ ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ СЛОЕ С ЖИДКОСТЬЮ

В. Г. Козлов, Д. А. Полежаев
Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614990, Пермь, Сибирская, 24

Экспериментально изучается осевая сегрегация тяжелых частиц в неравномерно вращающемся горизонтальном цилиндрическом слое, заполненном жидкостью. В цилиндрическом слое частицы и жидкость совершают колебания вследствие совместного действия неравномерного вращения и осциллирующей во вращающейся системе отсчета силы тяжести. В условиях резонанса колебания двухфазной среды принимают вид инерционной волны. В зависимости от того, какие именно колебания доминируют, возбуждаются волны с азимутальным волновым числом $k = 0$ или $k = 1$. Возбуждаемые волнами вихревые течения увлекают частицы сыпучей среды и переносят их вдоль оси вращения, создавая паттерны с различным пространственным периодом.

Ключевые слова: вращение; жидкость; сыпучая среда

PARTICLE SEGREGATION IN A NON-UNIFORMLY ROTATING HORIZONTAL CYLINDRICAL ANNULUS FILLED WITH FLUID

V. G. Kozlov, D. A. Polezhaev
Perm State Humanitarian Pedagogical University,
24 Sibirskaya St., 614990, Perm

The axial segregation of heavy particles in a non-uniformly rotating horizontal cylindrical annulus filled with fluid is experimentally studied. In a rotating annulus, particles and fluid oscillate due to the combination of non-uniform rotation and gravitational force. Under resonant conditions, the oscillations of two media manifest as an inertial wave. Depending on the dominant oscillations, inertial waves with azimuthal wave numbers of $k = 0$ or $k = 1$ are excited. These inertial waves generate vortical flows that entrain particles of the granular medium and carry them along the axis of rotation, thereby forming regular patterns with various wavelengths.

Keywords: rotation; fluid; granular material

Экспериментально исследуется динамика жидкости и сыпучей среды в неравномерно вращающемся горизонтальном цилиндрическом слое. В экспериментах используются цилиндрические слои с внешними радиусами $R = 1.0$, 3.7 и 4 см, толщинами $H = 0.6$, 2.6 и 3.0 см и длинами $L = 33.5$, 18.2 и 31.8 см, соответственно.

Скорость вращения выбирается таким образом, чтобы частицы сыпучей среды могли образовать однородный слой около внешней границы

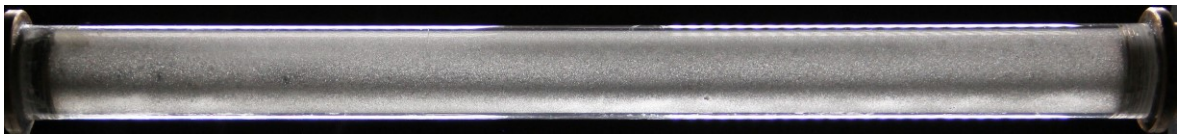
© Козлов В.Г., Полежаев Д.А., 2025

цилиндрического слоя под действием центробежной силы инерции. В качестве сыпучей среды используются стеклянные шарики (плотность $\rho_1 = 2.5$ г/см^3) со средним диаметром $d = 0.20$ мм, в качестве рабочей жидкости – вода (плотность $\rho_2 = 1.0$ г/см^3). В экспериментах с цилиндрическими слоями с различными длиной L и толщиной H количество сыпучей среды выбирается таким образом, чтобы при вращении толщина слоя сыпучей среды h была много меньше толщины H.

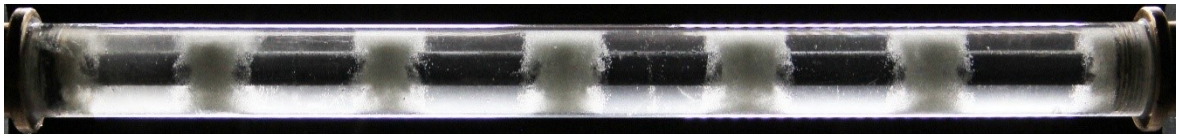
Рассматривается неравномерное вращение цилиндрического слоя, скорость которого изменяется со временем по следующему закону:

$$f = f_r[1 + \varepsilon \cos(2\pi f_{osc} t)],$$

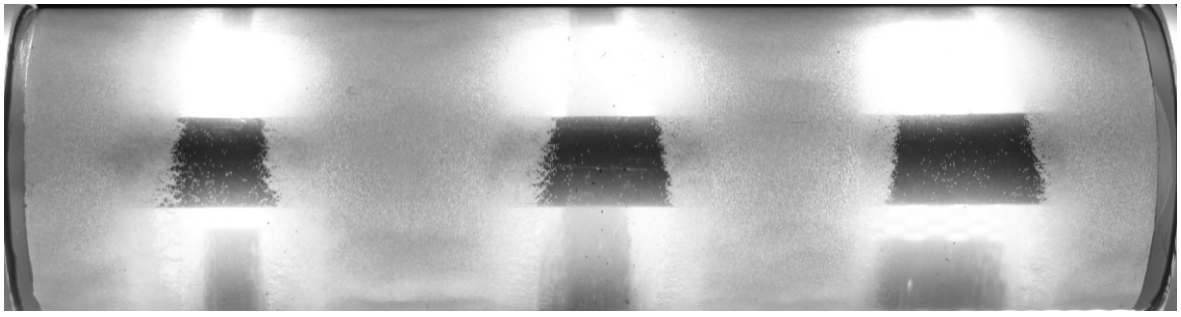
где f_r – средняя скорость вращения, f_{osc} – частота модуляций скорости вращения, ε – амплитуда модуляции скорости вращения, t – время. В экспериментах средняя скорость вращения изменяется в диапазоне от 0 до 5 об/с, частота модуляций – в диапазоне от 0 до 3 Гц, амплитуда модуляции – в диапазоне от 0 до 0.5.



а)



б)



в)

Рис. 1. Фотографии цилиндрических слоев при различных значениях f_r, f_{osc} и ε: (а) $H/L = 0.018$, $f_r = 5$ об/с, $\varepsilon = 0$; (б) $H/L = 0.018$, $f_r = 5$ об/с, $f_{osc} = 2$ Гц, $\varepsilon = 0.30$; (в) $H/L = 0.094$, $f_r = 4$ об/с, $f_{osc} = 1.82$ Гц, $\varepsilon = 0.45$

Когда кювета вращается быстро и с постоянной скоростью f, стеклянные шарики образуют однородный слой около внешней границы цилиндрического слоя (рис. 1*а*). При включении модуляции при постоянной

частоте f_{osc} и увеличивающейся амплитуде ε пороговым образом возникает явление осевой сегрегации шариков (рис. 1*б* и *в*). Как правило, ширина всех областей с высокой концентрацией шариков имеет одинаковую ширину. В экспериментах продолжительностью несколько десятков минут иногда наблюдается миграция областей с шариками попеременно влево и вправо, при этом расстояние между соседними областями не изменяется.

Наблюдения позволяют разделить все наблюдаемые паттерны на две группы в зависимости от того, изменяется или нет ширина областей с шариками вдоль азимута. В некоторых экспериментах ширина таких областей не зависит от азимутальной координаты (рис. 1*б*), в других – заметным образом изменяется (рис. 1*в*, фотография впервые опубликована в [1]). Другими словами, азимутальное волновое число k наблюдаемых паттернов может быть равно 0 или 1.

Согласно наблюдениям, количество областей с нулевой концентрацией шариков N зависит от безразмерной частоты колебаний f_{osc}/f_r. Рисунок 2 показывает, как изменяется N с f_{osc}/f_r в цилиндрических слоях, в которых наблюдаются паттерны с $k = 0$ и 1. Видно, что в длинном и тонком слое с $H/L = 0.018$ наблюдаются паттерны только с $k = 0$ (значки *1*) и, напротив, в слоях с большими значениями $H/L = 0.094$ и 0.143 в изученном диапазоне параметров вращения и осцилляций наблюдаются паттерны с $k = 1$ (значки *2* и *3*).

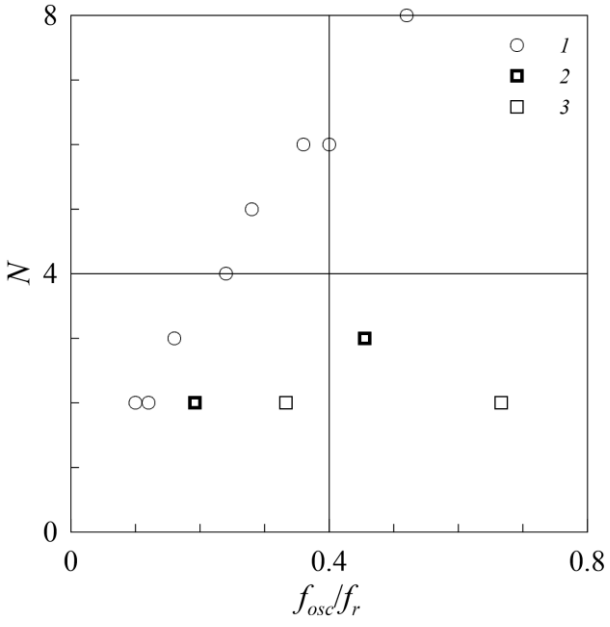


Рис. 2. Зависимость количества областей с нулевой концентрацией шариков от относительной частоты колебаний: H/L = 0.018, 0.094 и 0.143 (1 – 3). Значки 1 иллюстрируют результаты экспериментов, в которых k = 0, значки 2 и 3 – результаты экспериментов, в которых k = 1

Сегрегация частиц может быть объяснена возникновением вихревых разнонаправленных течений, которые подхватывают шарики и перемещают их вдоль оси вращения. Причина возникновения вихревых потоков, вероятно, кроется в резонансном возбуждении во вращающейся жидкости инерционных волн вследствие ее азимутальных колебаний. Тот факт, что в экспериментах наблюдаются паттерны с двумя разными азимутальными волновыми числами, указывает на то, что в цилиндрическом слое жидкость и сыпучая среда совершают колебания по двум причинам: вследствие неравномерности вращения слоя и под действием вращающегося (относительно слоя) поля силы тяжести. Когда преобладают колебания, возникающие вследствие неравномерного вращения слоя, в нем возникают паттерны с $k = 0$, в других случаях – паттерны с $k = 1$.

В теоретической работе [2] приведено дисперсионное соотношение, позволяющее вычислить условия резонансного возбуждения в жидкости инерционных волн с различными азимутальными k, осевыми n и радиальными m волновыми числами. Сравнение экспериментальных данных, приведенных на рис. 2, с предсказаниями теории показывают хорошее согласие, если в расчетах принять, что радиальное волновое число m возбуждаемых в слое инерционных волн равно единице. Для проверки этого предположения требуются дополнительные эксперименты с использованием техники PIV.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 25-11-00358, https://rscf.ru/project/25-11-00358/.

Список литературы

1. *Polezhaev D.*, *Vjatkin A.*, *Kozlov V.* Effect of libration on fluid flow and granular medium dynamics in a rotating cylindrical annulus // Fluid Dynamics and Materials Processing. 2025. Vol. 21 (5). P. 1051-1061.
2. *Borcia I.D.*, *Harlander U.* Inertial waves in a rotating annulus with inclined inner cylinder: comparing the spectrum of wave attractor frequency bands and the eigenspectrum in the limit of zero inclination // Theoretical and Computational Fluid Dynamics. 2013. Vol. 27 (3). P. 397 – 413.

МЕТОДЫ ИИ И МО ДЛЯ ВОССТАНОВЛЕНИЯ ДАННЫХ О РЕЧНОМ СТОКЕ В БАССЕЙНЕ РЕКИ ОРОНТЕС

Д. В. Козлов, А. Слейман
Национальный исследовательский московский государственный строительный университет,
129337, Москва, Ярославское шоссе, 26

Цель данного исследования — изучить возможности моделей искусственного интеллекта (ИИ) и машинного обучения (МО) в заполнении пробелов в временных рядах стока в бассейне реки Оронтес в Сирии. В частности, в нем используются модели ANN с прямой передачей с обратным распространением (FPBP), модели ANN с радиальной функцией и модели нечеткой логики. Результаты сравниваются для выбора наиболее точной и оптимальной модели для использования при заполнении пробелов во временных рядах стока. В целом, все модели продемонстрировали хорошие результаты на основе сравнения и оценки моделей, при этом предпочтение было отдано моделям ANN с прямой передачей с обратным распространением. В данном исследовании рекомендуется расширить использование моделей ИИ и МО для данных дистанционного зондирования и спутниковых изображений, чтобы повысить точность определения пространственного распределения компонентов гидрологического цикла и факторов, влияющих на них.

Ключевые слова: поверхностный сток; искусственная нейронная сеть; система нечетких выводов

AI AND ML METHODS FOR RECOVERING STREAMFLOW OBSERVATION IN THE ORONTES RIVER BASIN

D. V. Kozlov, A. Slieman
Moscow State University of Civil Engineering National Research University,
26, Yaroslavskoye Shosse, 129337, Moscow

This study aims to investigate the potential of artificial intelligence (AI) and machine learning (ML) models in filling gaps in runoff time series in the Orontes River Basin in Syria. Specifically, it utilizes feedforward backpropagation (FPBP) ANN models, radial function ANN models, and fuzzy logic models. The results are compared to select the most accurate and optimal model for use in runoff time series gap filling. In general, all models demonstrated good results based on comparison and model evaluation, with a preference for feedforward backpropagation ANN models. This study recommends expanding the use of AI and ML models for remote sensing data and satellite imagery to increase the accuracy of determining the spatial distribution of hydrological cycle components and their influencing factors.

Keywords: surface runoff; artificial neural network; fuzzy inference system

Гидрологическое моделирование в первую очередь зависит от наличия достаточного количества данных о климатических факторах, поверхностном

© Козлов Д.В., Слейман А., 2025

стоке и количестве осадков в исследуемой области. Оценка и прогнозирование временных рядов играют в этом очень важную роль, поскольку помогают заполнить пробелы во временных рядах, проверить недостоверные значения и разработать сценарии развития водохозяйственной деятельности. Поэтому в области моделирования, оценки и прогнозирования поверхностного стока было проведено множество исследований с использованием различных методов и моделей, например: ARIMA [1–2] и модель MIKE [3], данные дистанционного зондирования [4, 5], модели HEC-HMS и WEAP [6, 7], а также метод SCS-CN [8].

В последние годы внимание привлекает использование моделей искусственного интеллекта в этой области, в том числе различных типов искусственных нейронных сетей, особенно искусственных нейронных сетей с прямой передачей с обратным распространением [9-11], сетей с радиальной функцией [12-14] и модели нечеткой логики[15-17].

Цель данного исследования — изучить возможности моделей искусственного интеллекта (ИИ) и машинного обучения (МО) в заполнении пробелов в временных рядах стока в бассейне реки Оронтес в Сирии. В частности, в нем используются модели ANN с прямой передачей с обратным распространением (FPBP), модели ANN с радиальной функцией и модели нечеткой логики.

Объект исследования – поверхностные водные ресурсы р. Оронтес, сирийский участок водотока от сирийско-ливанской границы до оз. Каттина (Хомс), створ плотины Каттина.

Искусственная нейронная сеть – это математическая модель и ее программно-аппаратное воплощение, построенные на принципах организации биологических нейронных сетей. ИНС как комбинации распределенной параллельной обработки в основном зависят от элементов обработки, способных действовать как локальная память в дополнение к выполнению различных операций обработки.

Модели ANN с радиальной функцией похожи по своей структуре на многослойные модели искусственных нейронных сетей MLP, за исключением того, что скрытые слои в RBF моделях выполняют фиксированное нелинейное преобразование.

Нечеткая модель представляет собой экспертную систему, которая демонстрирует взаимосвязь между входами и выходами с помощью набора правил. Построение нечеткой модели обычно состоит из трех основных этапов (фаззификация, операции нечеткого вывода, дефаззификация) [18].

Сначала использованные данные были обработаны методом статистического анализа, и были определены автокорреляция и частичная автокорреляция. Затем данные были разделены на три группы: обучение, валидация и тестирование. Данные валидации и тестирования не использовались в процессе обучения, что повышает эффективность результатов и надежность процесса выбора лучших моделей.

Было построено большое количество моделей нейронных сетей с различными возможными вариантами изменения алгоритмов обучения, функций активации, количества слоев, количества нейронов и т. д., и результаты показали, что модель 2.12.1, содержащая 12 нейронов в скрытом слое, является лучшей, так как дала коэффициенты корреляции (88.9%, 94.0%, 94.8%) в периоды обучения, проверки и тестирования, соответственно, а также значения среднеквадратичной ошибки за те же периоды соответственно (1.483, 0.838, 0.733) $м^3$/сек. И тоже показали что лучшая модель RBF дала значение коэффициента корреляции 90.5%, среднеквадратичную ошибку 1.028 $м^3$/с.

Также было построено большое количество моделей нечеткого вывода с различными вариантами построения моделей, и результаты показали, что модель, основанная на четырех функциях принадлежности Гаусса, является лучшей, поскольку она давала коэффициенты корреляции (91.5%, 87.2%, 94.8%) в периоды обучения, проверки и тестирования соответственно, а также как значения среднеквадратичной ошибки за те же периоды соответственно (1.237, 1.277, 0.779) $м^3$/с.

В таблице 1 показана эффективность лучших FPBP, RBF и FIS на этапе тестирования.

Табл. 1. Эффективность лучших FPBP, RBF и FIS на этапе тестирования

model	R %	RMSE m^3/sec
Сети с прямой передачей с обратным распространением (FPBP)	94.8	0.733
Сети с радиальными базисными функциями (RBF)	90.5	1.028
Система нечеткого вывода (FIS)	94.8	0.778

Как видно из таблицы, результаты показали высокую надежность каждой из моделей, использованных в процессе оценки и прогнозирования поверхностного стока в исследуемом районе, с предпочтением нейронных сетей по сравнению с искусственными нейронными сетями в соответствии с критериями оценки моделей, с одной стороны, и в соответствии со скоростью доступа к лучшей модели, с двух других сторон. На рисунке 1 показано сопоставление реальных значений стока и значений, рассчитанных с помощью (ANN) и (FIS) моделей в течение периодов валидации и тестирования.

В целом, все модели продемонстрировали хорошие результаты на основе сравнения и оценки моделей, при этом предпочтение было отдано моделям ANN с прямой передачей с обратным распространением в соответствии с критериями оценки модели. В данном исследовании рекомендуется расширить использование моделей ИИ и МО для данных дистанционного зондирования и спутниковых изображений, чтобы повысить

точность определения пространственного распределения компонентов гидрологического цикла и факторов, влияющих на них.

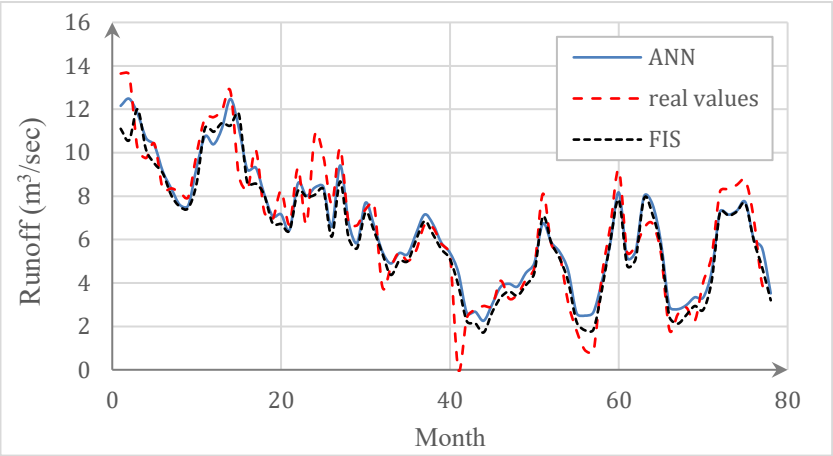


Рис. 1. Сопоставление реальных значений стока и значений, рассчитанных с помощью (ANN) и (FIS) моделей в течение периодов валидации и тестирования

Список литературы

1. *M.R. Ghanbarpour, K.C. Abbaspour, G. Jalalvand, and G.A. Moghaddam* – Stochastic modeling of surface stream flow at different time scales: Sangsoorakh karst basin, Iran // Journal of Cave and Karst Studies. Vol. 72 (1). P. 1–10. (2010) DOI: 10.4311/jcks2007ES0017.
2. *M. Valipour*, Long-term runoff study using SARIMA and ARIMA models in the United States // Meteorological Applications. 2015. Vol. 22. P. 592–598.
3. *Ghebrehiwot, A. A., & Kozlov, D. V*. Assessment of applicability of MIKE 11-NAM hydrological module for rainfall runoff modelling in a poorly studied river basin // African Journal of Food, Agriculture, Nutrition & Development, 2020. Vol. 20(4).
4. *Huang, Q., Qin, G., Zhang, Y., Tang, Q., Liu, C., Xia, J.& Post, D*. Using remote sensing data-based hydrological model calibrations for predicting runoff in ungauged or poorly gauged catchments // Water Resources Research. 2020. Vol. 56(8). e2020WR028205.
5. *Nazeer, A., Maskey, S., Skaugen, T., & McClain, M. E.* Simulating the hydrological regime of the snow fed and glaciarised Gilgit Basin in the Upper Indus using global precipitation products and a data parsimonious precipitation-runoff model // Science of The Total Environment. 2022. Vol. 802. P. 149872.
6. *Rajendran, M., Gunawardena, E. R. N., & Dayawansa, N. D. K*. Runoff prediction in an ungauged catchment of Upper Deduru Oya Basin, Sri Lanka: A comparison of HEC-HMS and WEAP models // International Journal of Progressive Science Technologies. 2020. Vol. 18. P. 121-129.
7. *Ben Khélifa, W., & Mosbahi, M.* Modeling of rainfall-runoff process using HEC-HMS model for an urban ungauged watershed in Tunisia // Modeling Earth Systems and Environment. 2021. P. 1-10.

8. *Nageswara Rao, K*. Analysis of surface runoff potential in ungauged basin using basin parameters and SCS-CN method//Applied Water Science, 2020, 10, 1-16.
9. *Zhang B., Govindaraju R.S.,* Geomorphology-based artificial neural networks (GANNs) for estimation of direct runoff over watersheds // Journal of Hydrology. 2003. Vol. 273. P. 18–34
10. *M. Goyal and C. Ojha,* Analysis of Mean Monthly Rainfall Runoff Data of Indian Catchments Using Dimensionless Variables by Neural Network // Journal of Environmental Protection, Vol. 1 No. 2, 2010, pp. 155-171.
11. *Mohseni, U., &Muskula, S. B.* Rainfall-runoff modeling using artificial neural network—a case study of purna sub-catchment of Upper Tapi Basin, India // Environmental Sciences Proceedings, 2023. Vol. 25(1). P. 1.
12. *Fernando, D. A. K., & Jayawardena, A. W.* Runoff forecasting using RBF networks with OLS algorithm. Journal of hydrologic engineering // 1998. Vol. 3 (3). P. 203-209.
13. *Zounemat-Kermani, M., Kisi, O., & Rajaee, T.* Performance of radial basis and LM-feed forward artificial neural networks for predicting daily watershed runoff // Applied Soft Computing. 2013. Vol. 13 (12). P. 4633-4644.
14. *Burgan, H. I.* Comparison of different ANN (FFBP, GRNN, RBF) algorithms and Multiple Linear Regression for daily streamflow prediction in Kocasu River, Turkey // Fresenius Environ. Bull. 2022. Vol. 31 (5). P. 4699-4708.
15. *Şen, Z. and Altunkaynak, A.* A comparative fuzzy logic approach to runoff coefficient and runoff estimation // Hydrol. Process. 2006, Vol. 20 (9). P. 1993–2009. doi: 10.1002/hyp.5992.
16. *Lohani, A. K., Goel, N. K., and Bhatia, K. K. S.* Comparative study of neural net-work, fuzzy logic and linear transfer function techniques in daily rainfall-runoff modelling under different input domains // Hydrol. Process. 2011. Vol. 25 (2). P. 175–193. doi:10.1002/hyp.7831.
17. *Wang, K. H., and Altunkaynak, A.* Comparative Case Study of Rainfall-Runoff Modeling between SWMM and Fuzzy Logic Approach // J. Hydrol. Eng. 2012. Vol. 17 (2). P. 283–291. doi: 10.1061/(asce)he.1943-5584.0000419.
18. *Mustafa M.* Using Box-Jengis Method and Fuzzy Logic in Forecasting and Controlling Time Series // Iraqi Statistical Sciences Series. 2012. 167-187p.

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ВИХРЕВЫХ СТРУКТУР ВО ВРАЩАЮЩИХСЯ ТЕЧЕНИЯХ ЖИДКОГО МЕТАЛЛА С НЕЛИНЕЙНОЙ ПО РАДИУСУ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ СИЛОЙ

И. В. Колесниченко
Институт механики сплошных сред УрО РАН,
614013, Пермь, Академика Королева, 1

В работе численно изучаются течения жидкого металла, которые возникают в цилиндрических ячейках под действием осесимметричной электромагнитной силы. Электромагнитная сила имеет преимущественную азимутальную компоненту, которая нелинейна по радиусу. Эта сила рассмотрена для двух видов цилиндрических ячеек: дисковая ячейка и составная цилиндрическая ячейка. Обнаружено, что в определенном диапазоне параметров ось вращающегося течения жидкого металла начинает колебательное движение относительно центра ячейки. Найдена граница на плоскости силового и геометрического параметров, которая отделяет области отсутствия и возникновения колебания крупномасштабного вихря.

Ключевые слова: магнитная гидродинамика, численное моделирование, вращающееся магнитное поле

NUMERICAL STUDY OF VORTEX STRUCTURES IN ROTATING LIQUID METAL FLOWS WITH ELECTROMAGNETIC FORCE NONLINEAR IN RADIUS

I. V. Kolesnichenko
Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS,
1 Academician Korolev St., 614013, Perm

Liquid metal flows that occur in cylindrical cells under the action of an axisymmetric electromagnetic force are studied numerically. The electromagnetic force has a predominant azimuthal component, which is nonlinear in radius. This force is considered for two types of cylindrical cells: a disk cell and a cylindrical cell. It is found that in a certain range of parameters, the axis of the rotating liquid metal flow begins an oscillatory motion relative to the center of the cell. A boundary is found on the plane of force and geometric parameters, which separates the regions of absence and occurrence of oscillations of a large-scale vortex.

Keywords: magnetohydrodynamics, numerical modeling, rotating magnetic field

Интенсивные закрученные течения расплавленных металлов, которые генерируются сильными электромагнитными полями, играют важную роль в современных технологических приложениях. Изучение этих течений и процессов в реальных условиях их существования либо затруднено, либо невозможно даже с использованием современных методов и подходов. Это служит причиной проведения исследований моделей этих процессов в

© Колесниченко И.В., 2025

лабораторных масштабах при умеренных значениях реальных параметров и размеров.

Практический интерес к данным магнитогидродинамическим процессам в жидких металлах обусловлен задачами металлургии. В этой отрасли электромагнитные силы нашли применение благодаря возможности создания течения без прямого контакта с расплавами, находящимися при высоких температурах. Электромагнитные перемешиватели [1] позволяют гомогенизировать состав и размер зерна слитка. Генерация течения в расплавленном металле дает положительный эффект в ряде металлургических процессов. Чаще всего необходимость в создании перемешивающего течения в цилиндрических ячейках возникает при литье слитков из цветного металла [1-3]. Течение гомогенизирует температуру металла и примеси, которые вводятся в него для улучшения качества. В результате образуется более однородная структура с улучшенными механическими свойствами [2], по сравнению с литьем без перемешивания. Для цилиндрической формы слитка удобнее всего использовать вращающееся переменное магнитное поле [1]. Добавление бегущего магнитного поля создает полоидальное течение [2]. Это существенно улучшает перемешивание. Однако это позволяет реализовать только два типа течения с ограниченными возможностями управления их топологией. Еще одним способом преодоления проблемы является нестационарность электропитания индуктора, что достигается модуляцией, сменой направления движения поля, либо чередованием включения и отключения питания [3].

Таким образом, интерес представляет поиск и исследование других способов усложнения топологии переменного магнитного поля и, как следствие, течения, для получения еще более эффективного перемешивания и более рациональной конструкции индуктора. В нашей работе мы закладываем метод поиска такого способа перемешивания с применением индуктора нового типа. Он представляет собой набор обмоток, размещенных в пространстве на ферромагнитном сердечнике сложной формых [4]. С помощью такого индуктора реализовать сложную пространственно-временную конфигурацию переменного магнитного поля в ячейке. Еще одним преимуществом данной конструкции является то, что она компактнее традиционных аппаратов подобного типа и состоит из секций. В работе численно исследуются характеристики вращающихся течений, созданных подобным электромагнитным индуктором. Вращающиеся магнитные поля создают развитые в объеме турбулентные течения [3], эволюция которых сопровождается появлением неустойчивости Кельвина-Гельмгольца [4] и Тэйлора-Гёртлера. Целью данного исследования является численное изучение возникающих в объемах ячеек течений и их особенностей при различных соотношениях интенсивности и направлений вращения магнитных полей.

Математическая модель процессов основана на уравнениях магнитной гидродинамики в изотермическом случае и электродинамическом приближении, которое можно применять вследствие малости значений числа Гартмана и магнитного числа Рейнольдса. Численная реализация математической модели выполнена в программной среде Ansys. Модель верифицирована на экспериментах на галлиевой эвтектике. Выполнены многовариантные трехмерные расчеты, в которых анализируется различные локальные характеристики поля скорости. Обнаружено, что в определенном диапазоне параметров ось вращающегося течения жидкого металла начинает колебательное движение относительно центра ячейки. Найдена граница на плоскости силового и геометрического параметров, которая отделяет области отсутствия и возникновения колебания крупномасштабного вихря. Показано, что даже простые режимы течения существенно усложняют вид как азимутального, так и полоидального течения по области ячейки. Возникающее течение сопровождается колебательным движением вихревых структур по области и взаимодействием между ними. Это приводит к практически важному увеличению эффективности перемешивания жидкого металла.

Работа выполнена в рамках государственного задания «Крупномасштабные течения и теплообмен в проводящей и непроводящей жидкости в условиях мелкомасштабной турбулентности», регистрационный номер темы 124012300246-9.

Список литературы

1. *Davidson P.A. and Hunt J.C.R.* Journal of Fluid Mechanics, 1987. V. 185. P. 67
2. *Denisov S., Dolgikh V., Khripchenko S., Kolesnichenko I., Nikulin L.* Magnetohydrodynamics. 2014. Vol. 4 (4). P. 407–422.
3. *Willers B., Eckert S., Nikrityuk P.A., Räbiger D., Dong J., Eckert K. and Gerbeth G.* Metallurgical and Materials Transactions B: Process Metallurgy and Materials Processing Science, 2008. V. 39. P. 304-316.
4. *Kolesnichenko I., Okatev R.* The European Physical Journal Plus. 2024. V. 139. P. 846.
5. *Ozernykh V., Golbraikh, E., Kolesnichenko I.* Bulletin of the Russian Academy of Sciences: Physics. 2025. Vol. 89 (7). P. 1175–1180.

ЭФФЕКТ ПАВ НА РЕЗОНАНСНЫЕ КОЛЕБАНИЯ ГАЗОВОГО ПУЗЫРЯ В АКУСТИЧЕСКОМ ПОЛЕ В ЖИДКОСТИ

В. В. Коновалов
Институт механики сплошных сред УрО РАН,
614013, Пермь, Академика Королева, 1

Исследовано параметрическое возбуждение возмущений формы сферического газового пузыря с нерастворимым высококонцентрированным ПАВ в поверхностном слое, который моделировался как нерастяжимая гибкая оболочка. Пузырь колеблется в поле стоячей звуковой волны, длина которой значительно превышает его размеры. Методом многих масштабов изучено влияние малой вязкости жидкости на параметрический резонанс монопольной моды. Определены уравнения, описывающие эволюцию резонансной моды вблизи порога неустойчивости. Найдена зависимость пороговой амплитуды давления от параметров системы и отстройки частоты от резонансного значения (равного удвоенной собственной частоте капиллярной моды). Установлена зависимость сдвига частоты от материальных параметров.

Ключевые слова: параметрический резонанс; вязкость; ПАВ

EFFECT OF SURFACTANT ON RESONANT OSCILLATIONS OF A GAS BUBBLE IN AN ACOUSTIC FIELD IN A LIQUID

V. V. Konovalov
Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS,
1 Academician Korolev St., 614013, Perm

The parametric excitation of disturbances in the shape of a spherical gas bubble with an insoluble, highly concentrated surfactant in the surface layer, which was modeled as an inextensible flexible shell, is investigated. The bubble oscillates in the field of a standing sound wave whose length significantly exceeds its dimensions. The effect of low fluid viscosity on the parametric resonance of the monopole mode is studied using the multiscale method. Equations are determined that describe the evolution of the resonant mode near the instability threshold. The dependence of the threshold pressure amplitude on the system parameters and the frequency detuning from the resonant value (equal to the doubled natural frequency of a capillary mode) is found. The dependence of the frequency shift on the material parameters is established.

Keywords: parametric resonance; viscosity; surfactant

Примером классической гидродинамической системы с границей раздела является взвешенный в жидкости паровой либо газовый пузырь. Актуальность и практическая значимость уже полученных, а также ожидаемых здесь теоретических результатов обусловлены широкой встречаемостью описываемой конфигурации в природе и технике.

В условиях микрогравитации пузырь принимает под действием капиллярных сил равновесную сферическую форму, с возмущениями

© Коновалов В.В., 2025

которой связан спектр собственных частот системы [1]. Оценочные выражения для эффекта вязкости на коэффициент затухания и сдвиг собственной частоты даны в [2] для различных соотношений плотностей внутренней и наружной сред. В том числе и для конфигурации из двух маловязких сред, разделенных нерастяжимой гибкой оболочкой, которая моделирует молекулярный слой высококонцентрированного ПАВ.

Согласно [3] наличие ПАВ увеличивает вязкую диссипацию в системе. Здесь главным фактором является эластичность Гиббса, которая создает рост завихренности вблизи границы раздела. Различные механизмы переноса ПАВ между объемами двух сред и поверхностным слоем рассмотрены в [4]. Приближенные выражения для сдвига собственной частоты и декремента затухания, куда кроме эластичности Гиббса входят сдвиговая и дилатационная поверхностные вязкости, получены в [4] методами теории возмущений. Также наличие ПАВ приводит к появлению дополнительной, связанной с эластичностью Гиббса моды.

В [5] представлено кубическое уравнение, определяющее главный порядок собственной частоты для жидкой капли с адсорбированным нерастворимым ПАВ в случае конечных поверхностных вязкостей и допускающее переход к апериодическому затуханию, вызванному единственно последними.

Газовый пузырь, в отличие от жидкой капли, способен изменять свой объем. Как, например, при модуляции поля давления вдали от поверхности пузыря, что описывается известным уравнением Рэлея-Плессе [6,7], в том числе и с учетом упругости Гиббса [8] и дилатационной поверхностной вязкости [9]. Согласно [10] такая вынужденная монопольная мода способна вызывать параметрическое возбуждение капиллярных колебаний границы раздела. В [10] в рамках лагранджевого формализма получено эволюционное уравнение для малых амплитуд сферических гармоник. Использован интеграл по объему внешней среды от диссипативной функции, вычисляемой из невязкого решения задачи. Порог параметрического резонанса затем оценивался в высокочастотном пределе, и показывает хорошее согласие с экспериментальными данными.

Целью настоящей работы является строгий учет влияния малой вязкости жидкости на порог возбуждения параметрической неустойчивости на поверхности газового пузыря с адсорбированным ПАВ. Использован метод многих масштабов, который ранее позволил последовательно рассмотреть эффект вязкостей сред в задаче о параметрическом резонансе вынужденной трансляционной моды для пузыря либо капли [11,12].

Представим себе сферический пузырь газа, взвешенный в отсутствие силы тяжести в жидкости с плотностью ρ. В объеме жидкости ее давление под действием, например, стоячей акустической волны колеблется с амплитудой p' и частотой ω относительно атмосферного давления p_0. Длина акустической волны велика по сравнению с размером пузыря,

характеризуемым равновесным радиусом R_0, который в свою очередь намного превышает амплитуду колебаний поверхности пузыря. Скорость же возникающего течения много меньше скорости звука в жидкости, сжимаемостью которой в результате можно пренебречь. Поле давления в сжимаемом газе однородно и связано с объемом газа адиабатическим законом с коэффициентом γ. Частота колебаний ω сравнима с собственными частотами свободных капиллярных колебаний границы раздела с коэффициентом поверхностного натяжения σ. В тоже время частота достаточно высока, так чтобы эффект вязкости жидкости, выражаемый кинематической вязкостью ν был слаб. На поверхности пузыря адсорбирован нерастворимый ПАВ, высококонцентрированный слой которого рассматривался как нерастяжимая гибкая оболочка [2].

Задача изучена с помощью метода многих масштабов на основе полных уравнений движения вязкой несжимаемой жидкости. В качестве малого параметра используется число Эйлера, определенное для вариаций p' внешнего давления. Пузырь сохраняют в главном порядке вынужденного решения свою сферическую форму, а жидкость участвует в радиальном течении со скоростью

$$\vec{v} \quad \vec{r} \qquad \frac{p'}{\rho R_0 \omega - \dfrac{3\gamma p_0 + \dfrac{2(3\gamma-1)\sigma}{R_0}}{R_0 \omega}} \frac{R_0^2}{r^2} \sin \omega t ,$$

которая выписана здесь в пренебрежении слабой вязкой диссипацией.

В том же главном порядке были определена мода свободных капиллярных колебаний системы, параметрическое усиление которой возникает при условии выполнения условия синхронизма

$$2\Omega_k = 1 .$$

Здесь безразмерная собственная частота Ω_k моды с меридиональным числом k задается как

$$\Omega_k = \sqrt{\frac{(k^2-1)(k+2)}{We^{(0)}}} .$$

Выполнен переход к безразмерным величинам. В качестве единицы длины выбран радиус R_0, времени – обратная частота колебаний ω^{-1}, давления – $\rho R_0^2 \omega^2$. В результате настоящая проблема характеризуется числом Эйлера для атмосферного давления $Eu = p_0 / \left(\rho R_0^2 \omega^2 \right)$ и безразмерным акустическим давлением $\lambda = p' / \left(\rho R_0^2 \omega^2 \right)$. Также появляется число Вебера $We = \rho R_0^3 \omega^2 / \sigma$, главное значение которого

$We^{(0)} = 4\left(k^2 - 1\right)\left(k + 2\right)$ отвечает строгому выполнению условия синхронизма выше. Безразмерная амплитуда λ считается в выкладках величиной порядка корня квадратного от диссипативного параметра для жидкости $\delta = \nu / R_0^2 \omega$.

Условие разрешимости во втором порядке решения позволило записать систему уравнений для комплексной амплитуды C_k резонансной моды

$$-i\alpha_k \Omega_k \frac{\partial C_k}{\partial t} - \gamma_k \left(i\Omega_k\right)^{3/2} C_k + \beta_k \frac{We^{(1)}}{We^{(0)2}} C_k = -\frac{4k+5}{8\left(k+1\right)} \frac{1}{1-\Omega_0^2} \lambda C_k^*,$$

$$i\alpha_k \Omega_k \frac{\partial C_k^*}{\partial t} - \gamma_k \left(-i\Omega_k\right)^{3/2} C_k^* + \beta_k \frac{We^{(1)}}{We^{(0)2}} C_k^* = -\frac{4k+5}{8\left(k+1\right)} \frac{1}{1-\Omega_0^2} \lambda C_k .$$

Здесь $\alpha_k = 1/\left(k+1\right)$, $\beta_k = \left(k-1\right)\left(k+2\right)$ и $\gamma_k = k\sqrt{\delta}/\left(k+1\right)$. Величина $We^{(1)}$ отвечает отстройке частоты внешнего акустического воздействия. Безразмерная собственная частота монопольной моды колебаний пузыря

$$\Omega_0 = \sqrt{3\gamma\, Eu + \frac{2\left(3\gamma - 1\right)}{We^{(0)}}} .$$

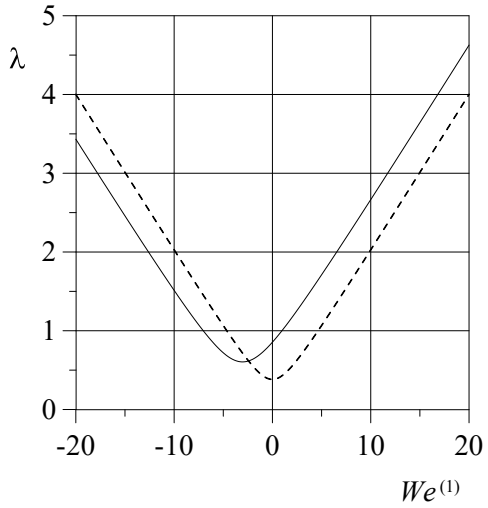


Рис. 1. Зависимость пороговой амплитуды акустического давления от отстройки частоты. Штриховой линией показан случай без ПАВ

На рисунке 1 представлены зависимости пороговой амплитуды акустического давления от отстройки частоты при выборе квадрупольной моды с $k = 2$, а также значений числа Эйлера $Eu = 15$, диссипативного параметра для жидкости $\delta = 0.001$ и коэффициента адиабаты в газе $\gamma = 1.4$.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 24-11-00269, https://rscf.ru/project/24-11-00269/.

Список литературы

1. *Lamb H.* Hydrodynamics (6th Ed.). Cambridge University Press, Cambridge, 1932.
2. *Miller C.A., Scriven L.E.* The oscillations of a fluid droplet immersed in another fluid // Journal of Fluid Mechanics. 1968. Vol. 32 (3). P. 417–435.
3. *Lu H.-L., Apfel R.E.* Shape oscillations of drops in the presence of surfactants // Journal of Fluid Mechanics. 1991. Vol. 222 (1). P. 351.
4. *Tian Y., Holt R.G., Apfel R.E.* Investigations of liquid surface rheology of surfactant solutions by droplet shape oscillations: Theory // Physics of Fluids. 1995. Vol. 7 (12). P. 2938–2949.
5. *Lyubimov D.V., Konovalov v.v., Lyubimova T.P., Egry I.* Small amplitude shape oscillations of a spherical liquid drop with surface viscosity // Journal of Fluid Mechanics. 2011. Vol. 677. P. 204–217.
6. *Rayleigh Lord.* VIII. On the pressure developed in a liquid during the collapse of a spherical cavity // The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science. 1917. Vol. 34 (200). P. 94–98.
7. *Plesset M.S.* The Dynamics of Cavitation Bubbles // Journal of Applied Mechanics. 1949. Vol. 16 (3). P. 277–282.
8. *Glazman R.E.* Effects of adsorbed films on gas bubble radial oscillations // The Journal of the Acoustical Society of America. 1983. Vol. 74 (3). P. 980 – 986.
9. *Karapantsios T.D., Kostoglou M.* Investigation of the oscillating bubble technique for the determination of interfacial dilatational properties // Colloids and Surfaces A: Physicochemical and Engineering Aspects. 1999. Vol. 156 (1–3). P. 49–64.
10. *Nabergoj R., Francescutto A.* On thresholds for surface waves on resonant bubbles // Le Journal de Physique Colloques. 1979. Vol. 40 (C8). P. 306–309.
11. *Lyubimov D.V., Lyubimova T.P., Cherepanov A.A.* Resonance oscillations of a drop (bubble) in a vibrating fluid // Journal of Fluid Mechanics. 2020. Vol. 909.
12. *Konovalov V.V., Lyubimov D.V., Lyubimova T.P.* Resonance oscillations of a drop or bubble in a viscous vibrating fluid // Physics of Fluids. 2011. Vol. 33 (9).

СТРУКТУРНАЯ ДИНАМИКА КАПЕЛЬ ФЕРРОЖИДКОСТИ ВО ВНЕШНЕМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Д. В. Кононенко, А. Р. Закинян
Северо-Кавказский федеральный университет,
355017, Ставрополь, Пушкина, 1

В данной работе исследуются особенности деформации и взаимодействия капель феррожидкости под действием стационарного однородного магнитного поля. Основное внимание уделяется эволюции формы капель в системах, состоящих из двух и трёх элементов. Показано, что на начальных этапах воздействия внешнего магнитного поля наблюдаются колебания формы капель, обусловленные инерционными эффектами. Наиболее выраженные осцилляции возникают при малом расстоянии между каплями, когда гидродинамическое взаимодействие оказывает существенное влияние на их относительное движение. Полученные результаты способствуют более глубокому пониманию процессов структурообразования и динамики феррожидкостных систем в магнитных полях.

Ключевые слова: феррожидкость; магнитное поле; деформация капель; осцилляции формы.

STRUCTURAL DYNAMICS OF FERROFLUID DROPLETS IN AN EXTERNAL MAGNETIC FIELD

D. V. Kononenko, A. R. Zakinyan
North-Caucasus Federal University,
1, Pushkin Street, 355017, Stavropol

This study investigates the deformation processes and interactions of ferrofluid droplets under the influence of a stationary uniform magnetic field. Particular attention is given to the shape dynamics in systems consisting of two and three droplets. It has been shown that, at the initial stages of magnetic field application, oscillations in droplet shape occur due to inertial effects. The most pronounced oscillations are observed when the droplets are in close proximity, where hydrodynamic interactions significantly affect their relative motion. The obtained results contribute to a deeper understanding of the mechanisms of structure formation and dynamics in ferrofluid systems exposed to external magnetic fields.

Keywords: ferrofluid; magnetic field; droplet deformation; oscillations.

Динамика процесса деформации капель жидкости, а также их взаимодействие во внешнем поле представляют широкий научный интерес [1, 2]. В частности, одной из традиционных задач физики феррожидкостей является задача о фигурах равновесия капель в магнитном поле. Достаточно подробно были рассмотрены равновесные конфигурации, а также динамика изменения формы отдельных капель феррожидкости [3]. Протекание данных

© Кононенко Д.В., Закинян А.Р., 2025

процессов в системе взаимодействующих капель является малоизученным. Характеристики процессов определяются такими факторами как магнитные взаимодействия, межфазное натяжение и гидродинамические силы.



Рис. 1. Монослой двух капель феррожидкости в последовательные моменты времени после приложения однородного магнитного поля

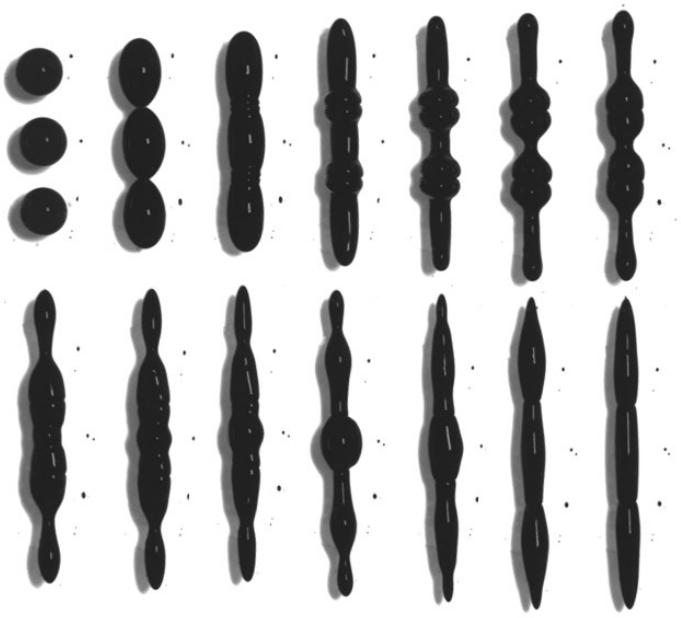


Рис. 2. Монослой трех капель феррожидкости в последовательные моменты времени после приложения однородного магнитного поля

В данной работе рассмотрены процессы динамики формы в системе двух и трех взаимодействующих капель феррожидкости при наложении на них стационарного однородного магнитного поля. Показано, что на начальных временах воздействия внешнего поля наблюдаются осцилляции формы капель – для двух капель (рис. 1) и для 3 капель соответственно (рис. 2). Эти колебания вызваны инерционными эффектами и наиболее выражены в условиях близкого расположения капель, где гидродинамическое взаимодействие оказывает значительное влияние на их относительное движение.

Список литературы

1. *Torza S., Cox R.G., Mason S.G.* Electrohydrodynamic deformation and burst of liquid drops // Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A. 1971. Vol. 269. P. 295–319. DOI: 10.1098/rsta.1971.0032.
2. *Vlahovska P.M*. Electrohydrodynamics of drops and vesicles // Annual Review of Fluid Mechanics. 2019. Vol. 51. P. 305–330. DOI: 10.1146/annurev-fluid-122316-050120.
3. *Blums E., Cebers A., Maiorov M.M*. Magnetic Fluids. New York: de Gruyter, 1997. 245 p.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МЕТОДА СРЕДНЕГО ПОЛЯ ДЛЯ ОПИСАНИЯ ПЕРЕХОДА ТИПА ФРЕДЕРИКСА В ФЕРРОНЕМАТИКЕ

Е. А. Копытова, Д. А. Петров
Пермский государственный национальный исследовательский университет
614990, Пермь, ул. Букирева, 15

Предложена молекулярно-статическая теория среднего поля для описания индуцированных внешним магнитным полем ориентационных фазовых переходов в ферронематике – коллоидной суспензии гётитовых наностержней в нематическом жидком кристалле. Особенностью предложенного подхода является то, что в отличии от континуальной теории, он позволяет учесть влияние температуры на магнитный переход типа Фредерикса.

Ключевые слова: жидкий кристалл; суспензия; гётит; ориентационные переходы

APPLICATION OF THE MEAN-FIELD THEORY TO THE DESCRIPTION OF THE FRÉEDERICKSZ-LIKE TRANSITION IN FERRONEMATIC

E. A. Kopytova, D. A. Petrov
Perm State University,
15 Bukireva St., 614990, Perm

A molecular-statistical mean-field theory is proposed to describe the external magnetic field-induced orientational phase transitions in a ferronematic, i.e. a colloidal suspension of goethite nanorods in a nematic liquid crystal. A key feature of this approach is that, unlike continuum theory, it allows for the consideration of the influence of temperature on the magnetic Fréedericksz-like transition.

Keywords: liquid crystal; suspension; goethite; orientational transitions

Одним из наиболее важных явлений в физике жидких кристаллов (ЖК) является эффект (переход) Фредерикса, который заключается в пороговой переориентации молекул ЖК под действием внешнего электрического или магнитного поля [1]. В обычных нематических ЖК (НЖК) или нематиках этот переход наблюдается лишь в относительно сильных магнитных полях ($B{\sim}1$ Тл) из-за малой анизотропии их диамагнитной восприимчивости ($|\chi_a^n|{\sim}10^{-6}-10^{-7}$). Существует способ увеличить ориентационный отклик нематика на внешнее магнитное поле посредством добавления в ЖК-матрицу небольшого числа магнитных наночастиц (порядка $y_p{\sim}10^{-4}$ по объёму). Такие композитные материалы, получившие название ферронематики, обладают на порядки большей магнитной восприимчивостью по сравнению с обычными нематиками. В настоящей работе исследуются ориентационные переходы в ферронематике, где в роли дисперсной фазы выступают наностержни гётита [2]. Необычные свойства таких частиц связаны с тем, что

© Копытова Е.А., Петров Д.А., 2025

благодаря собственному магнитному моменту малые магнитные поля ориентируют длинные оси гётитовых наностержней в своем направлении. Кроме этого, внешнее магнитное поле индуцирует в частицах гётита дополнительный магнитный момент, направленный ортогонально постоянному магнитному моменту. По этой причине в достаточно сильных полях длинные оси частиц гётита будут стремиться развернуться перпендикулярно полю. Наличие конкуренции ориентационных механизмов влияния магнитного поля совместно с конечной энергией ориентационной связи частиц с ЖК-матрицей приводит к необычному и неожиданному фазовому поведению ферронематиков с гётитовыми наностержнями. В данной работе предложена молекулярно-статистическая теория, основанная на методе среднего поля, в рамках которой учитывается совместное влияние как внешнего магнитного поля, так и температуры на ориентационные фазовые переходы типа Фредерикса в коллоидных суспензиях гётитовых наностержней в НЖК.

Будем рассматривать ферронематик как бинарную смесь НЖК и частиц гётита. Пусть N_n – число молекул ЖК, N_p – число примесных частиц, n и p – индексы, отвечающие ЖК и примесной подсистемам соответственно. В рамках теории среднего поля безразмерную плотность свободной энергии ферронематика можно представить в следующем виде [3]:

$$\mathcal{F} = \frac{F v_n}{\lambda V} = -\frac{1}{2} y_n^2 \eta_{ik}^n \eta_{ik}^n - y_n y_p \gamma \omega \eta_{ik}^n \eta_{ik}^p - \frac{1}{2}\sqrt{\frac{2}{3}} \hbar_i \hbar_k \left(y_n \xi_n \eta_{ik}^n + y_p \gamma \xi_p \eta_{ik}^p\right) - \\ - y_p \gamma M_i \hbar_i + y_n \tau \langle \ln W_n \rangle + y_p \tau \gamma \langle \ln W_p \rangle. \quad (1)$$

Здесь F – свободная энергия системы, v_n и v_p – объём молекулы ЖК и частицы гётита соответственно, λ – параметр среднего поля, характеризующий энергию взаимодействия молекул ЖК друг с другом, V – объём образца, $y_p = N_p v_p / V$ – объёмная доля магнитных частиц, $y_n = 1 - y_p$ – объёмная доля молекул ЖК, $\gamma = v_n / v_p$ – относительный размер наночастиц, W_n и W_p – одночастичные функции распределения соответственно молекул ЖК и частиц гётита по ориентациям их выделенных (длинных) осей $\boldsymbol{\nu}$ и $\boldsymbol{e}$ соответственно. Безразмерный параметры ω описывает относительную роль ориентационного взаимодействия между молекулами ЖК и частицами гётита (для планарного типа сцепления $\omega > 0$), $\tau = k_B T / \lambda$ – безразмерная температура (k_B – постоянная Больцмана, T – абсолютная температура), $\hbar_i = H_i \mu_0 \mu / \lambda$ – безразмерное внешнее магнитное поле, $\xi_p = \tilde{\chi}_a^p \lambda / (\mu_0 \mu^2)$ и $\xi_n = \tilde{\chi}_a^n \lambda / (\mu_0 \mu^2)$ – безразмерные анизотропии диамагнитной восприимчивости отдельных частиц гётита и молекул ЖК соответственно, а $\tilde{\chi}_a^p < 0$ и $\tilde{\chi}_a^n > 0$ – их размерные аналоги.

Для описания ориентации ЖК-молекул и наностержней гётита воспользуемся макроскопическими тензорами ориентации, которые в общей двуосной форме записи имеют вид

$$\eta_{ik}^{n} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left[\sqrt{3}R_n\left(l_i l_k - \frac{1}{3}\delta_{ik}\right) + Q_n(n_i n_k - k_i k_k)\right], \quad (2)$$

$$\eta_{ik}^{p} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left[\sqrt{3}R_p\left(l_i l_k - \frac{1}{3}\delta_{ik}\right) + Q_p(m_i m_k - p_i p_k)\right]. \quad (3)$$

Намагниченность ансамбля гётитовых частиц будем описывать с помощью величины

$$M_i = M m_i. \quad (4)$$

В выражениях (2)–(4) определены тройки единичных векторов $\boldsymbol{l}$, $\boldsymbol{n}$, $\boldsymbol{k}$ и $\boldsymbol{l}$, $\boldsymbol{m}$, $\boldsymbol{p}$, которые являются взаимно ортогональными: $\boldsymbol{l} = (0,\ 0,\ 1)$, $\boldsymbol{n} = (\cos\Phi, \sin\Phi, 0)$, $\boldsymbol{k} = (\boldsymbol{l} \times \boldsymbol{n})$ и $\boldsymbol{m} = (\cos\Psi, \sin\Psi, 0)$, $\boldsymbol{p} = (\boldsymbol{l} \times \boldsymbol{m})$. Для определённости направим внешнее магнитное поле вдоль оси x декартовой системы координат $\boldsymbol{H} = (H,\ 0,\ 0)$, тогда углы Φ и Ψ позволяют описать отклонение директоров ЖК $\boldsymbol{n}$ и частиц $\boldsymbol{m}$ от направления поля $\boldsymbol{H}$. В (2) и (3) ведены скалярные (нематические) параметры порядка

$$R_n = \langle P_2(\boldsymbol{l} \cdot \boldsymbol{\nu})\rangle, \qquad Q_n = \frac{1}{\sqrt{3}}\langle P_2(\boldsymbol{n} \cdot \boldsymbol{\nu}) - P_2(\boldsymbol{k} \cdot \boldsymbol{\nu})\rangle, \quad (5)$$

$$R_p = \langle P_2(\boldsymbol{l} \cdot \boldsymbol{e})\rangle, \qquad Q_p = \frac{1}{\sqrt{3}}\langle P_2(\boldsymbol{m} \cdot \boldsymbol{e}) - P_2(\boldsymbol{p} \cdot \boldsymbol{e})\rangle, \quad (6)$$

а в (4) – полярный параметр порядка или величина дипольной части приведённой намагниченности ферронематика

$$M = \langle P_1(\boldsymbol{m} \cdot \boldsymbol{e})\rangle. \quad (7)$$

В этих выражениях $P_1(x)$ и $P_2(x)$ – первый и второй полиномы Лежандра. Параметры порядка (5) – (7) являются функциями температуры T и внешнего магнитного поля $\boldsymbol{H}$.

В выражении (1) первое слагаемое представляет вклад энергии взаимодействия молекул ЖК друг с другом, второе слагаемое – вклад энергии взаимодействия примесных частиц с ЖК, третье и четвертое – вклады энергии взаимодействия молекул нематика и частиц с внешним магнитным полем, пятое слагаемое учитывает зеемановскую энергию. Оставшиеся два слагаемых учитывают ориентационную энтропию компонентов суспензии.

С учётом всех свёрток тензоров (2) и (3), а также вектора (4) выражение (1) примет вид

$$\mathcal{F} = -\frac{1}{2}y_n^2(R_n^2 + Q_n^2) - y_n y_p \gamma\omega\big(R_n R_p + Q_n Q_p \cos 2(\Phi - \Psi)\big) +$$
$$+\frac{\hbar^2}{6}\big(y_n\xi_n R_n + y_p\gamma\xi_p R_p\big) - \frac{\sqrt{3}}{6}\hbar^2\big(y_n\xi_n Q_n \cos 2\Phi + y_p\gamma\xi_p Q_p \cos 2\Psi\big) -$$
$$-y_p\gamma M\hbar\cos\Psi + y_n\tau\langle\ln W_n\rangle + y_p\tau\gamma\langle\ln W_p\rangle. \quad (8)$$

Для определения температурных или полевых зависимостей параметров порядка (5) – (7) необходимо определить равновесные значения функций распределения W_n и W_p. Для этого нужно решить вариационную задачу о минимуме свободной энергии (8). Минимизация $\mathcal{F}$ должна проводиться с дополнительными условиями нормировки для функций распределения

$\int W_n d\boldsymbol{\nu} = 1$, $\int W_p d\mathbf{e} = 1$ и с учётом того, что $d\boldsymbol{\nu} = \sin\vartheta_n\, d\vartheta_n d\varphi_n$, $d\mathbf{e} = \sin\vartheta_p\, d\vartheta_p d\varphi_p$. Проводя усреднения в (5) – (7) с найденными функциями распределения, получим систему уравнений ориентационного состояния ферронематика

$$R_n = \frac{\partial}{\partial\sigma_n}\ln Z_n(\sigma_n,\varkappa_n), \qquad Q_n = \frac{\partial}{\partial\varkappa_n}\ln Z_n(\sigma_n,\varkappa_n),$$
$$R_p = \frac{\partial}{\partial\sigma_p}\ln Z_p\big(\sigma_p,\varkappa_p,\kappa\big), \qquad Q_p = \frac{\partial}{\partial\varkappa_p}\ln Z_p\big(\sigma_p,\varkappa_p,\kappa\big),$$
$$M = \frac{\partial}{\partial\kappa}\ln Z_p\big(\sigma_p,\varkappa_p,\kappa\big). \tag{9}$$

Здесь определены интегралы

$$Z_n = Z_n(\sigma_n,\varkappa_n) = \int \exp\left[\sigma_n \mathrm{P}_2(\boldsymbol{l}\cdot\boldsymbol{\nu}) + \frac{\varkappa_n}{\sqrt{3}}[\mathrm{P}_2(\boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{\nu}) - \mathrm{P}_2(\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{\nu})]\right] d\boldsymbol{\nu},$$
$$Z_p = Z_p\big(\sigma_p,\varkappa_p,\kappa\big) =$$
$$= \int \exp\left[\kappa P_1(\boldsymbol{m}\cdot\boldsymbol{e}) + \sigma_p P_2(\boldsymbol{l}\cdot\boldsymbol{e}) + \frac{\varkappa_p}{\sqrt{3}}[P_2(\boldsymbol{m}\cdot\boldsymbol{e}) - P_2(\boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{e})]\right] d\boldsymbol{e}$$

и введены следующие сокращения

$$\varkappa_n = \frac{1}{\tau}\left[y_n Q_n + y_p\gamma\omega Q_p\cos 2(\Phi-\Psi) + \frac{\sqrt{3}}{6}\xi_n\hbar^2\cos 2\Phi\right],$$
$$\varkappa_p = \frac{1}{\tau}\left[y_n\omega Q_n\cos 2(\Phi-\Psi) + \frac{\sqrt{3}}{6}\xi_p\hbar^2\cos 2\Psi\right],$$
$$\sigma_n = \frac{1}{\tau}\left[y_n R_n + y_p\gamma\omega R_p - \frac{1}{6}\xi_n\hbar^2\right], \qquad \sigma_p = \frac{1}{\tau}\left[y_n\omega R_n - \frac{1}{6}\xi_p\hbar^2\right],$$
$$\kappa = \frac{\hbar}{\tau}\cos\Psi.$$

Система уравнений (9) должна быть дополнена уравнениями для равновесных значений углов Φ и Ψ, которые могут быть получены из условий минимума (8) с найденными функциями распределения

$$\frac{\sqrt{3}}{3}Q_n\xi_n\hbar^2\sin 2\Phi + 2y_p\gamma\omega Q_n Q_p\sin 2(\Phi-\Psi) = 0,$$
$$-\frac{\sqrt{3}}{3}Q_p\xi_p\hbar^2\sin 2\Psi - M\hbar\sin\Psi + 2y_n\omega Q_n Q_p\sin 2(\Phi-\Psi) = 0. \tag{10}$$

В общем случае ориентационные состояния ферронематика задаются системой из семи нелинейных уравнений (9) и (10), пять из которых являются интегральными.

Ожидается, что в результате включения магнитного поля молекулы ЖК и наностержни гётита вначале будут ориентироваться в направлении поля. С увеличением H (или $\hbar$) должен произойти переход типа Фредерикса, когда из-за отрицательной диамагнитной анизотропии гётитовые наностержни начнут поворачиваться ортогонально магнитному полю. В этом случае силы

ориентационного сцепления передадут это вращение матрице, и директор ЖК также начнет отклонятся от направления поля в след за директором частиц. Стоит ожидать, что в больших полях в ферронематике произойдёт ещё один переход со сменой типа ориентационной анизотропии ансамбля частиц из состояния «лёгкая ось» в состояние «лёгкая плоскость» с появлением антинематического упорядочения гётитовых наностержней. Использование двуосной формы записи тензоров ориентации (2) и (3), а также учёт возможности поворота директоров ЖК и частиц позволяет описать все возможные ориентационные состояния ферронематика во внешнем магнитном поле.

Работа выполнена при поддержке Минобрнауки РФ, проект FSNF-2024-0001.

Список литературы

1. *de Gennes P.G., Prost J. (Eds.)*, The Physics of Liquid Crystals, 2nd edition // Clarendon Press, Oxford, 1993. P. 56–59.
2. *Burylov S., Petrov D., Lacková V. et al.* Ferromagnetic and antiferromagnetic liquid crystal suspensions: Experiment and theory // Journal of Molecular Liquids. 2021, Vol. 321, Art. No. 114467.
3. *Petrov D. A., Mantsurov A. V., Makarov D. V.* Critical and triple points in liquid-crystal magnetic colloids: effects of strong orientational coupling // Journal of Molecular Liquids. 2025.(In Press)

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ НА ПРОЦЕСС КАПЛЕОБРАЗОВАНИЯ ТРАВИТЕЛЯ В ХОДЕ ЛИНЗОВАНИЯ ОПТИЧЕСКОГО ВОЛОКНА

Д. А. Корнилин, В. А. Демин, Р. С. Пономарев
Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614990, Пермь, Букирева, 15

Экспериментально исследовано влияние нагрева раствора плавиковой кислоты на интенсивность каплеобразования на кварцевой оболочке оптического волокна в буферном слое в ходе линзования методом объемного химического травления. Выявлено, что увеличение температуры системы способствует значительной интенсификации образования капель. Таким образом, для реализации технологического процесса требуется специальный подбор температурных условий.

Ключевые слова: линзованные оптические волокна; химическое травление; каплеобразование

INVESTIGATION OF THE EFFECT OF TEMPERATURE ON THE PROCESS OF TREATMENT DROP FORMATION DURING OPTICAL FIBER LENSING

D. A. Kornilin, V. A. Demin, R. S. Ponomarev
Perm State University,
15 Bukireva St., 614990, Perm

The effect of heating hydrofluoric acid solution on the intensity of droplet formation on the quartz shell of the optical fiber in the buffer layer during lensing by the method of volumetric chemical etching has been experimentally investigated. It has been revealed that an increase in the temperature of the system contributes to a significant intensification of droplet formation. Thus, special selection of temperature conditions is required for the implementation of the technological process.

Keywords: lensed optical fibers; chemical etching; droplet formation

Существует огромное количество методов линзования оптического волокна, например, полировка, фотополимерная печать, электродуговое оплавление и др. Особенно выделяется среди них линзование заготовок путем объемного химического травления [1–4]. При точном контроле параметров процесса данный метод позволяет добиться более высокой повторяемости характеристик заготовок. Однако для достижения такого результата необходимо учитывать множество различных факторов: температуру раствора, концентрацию травителя, а также толщину буферного слоя [5,6]. Негативным эффектом при линзовании оптического волокна является образование капель травителя на поверхности оптического волокна

© Корнилин Д.А., Демин В.А., Пономарев Р.С., 2025

в буферном слое и в воздушной среде, что влечет за собой деградацию волокна и, как следствие, ухудшение механических свойств заготовок.

Целью данной работы является экспериментальное исследование влияния температуры раствора на процесс каплеобразования травителя на кварцевой оболочке оптического волокна в буферном слое. В качестве травителя использовался 40-процентный водный раствор плавиковой кислоты, в качестве буферного слоя – органический растворитель ксилол. Преформами выступали одномодовые оптические волокна с диаметром оболочки 125 мкм. Время процесса травления составляло 1.5 ч, а толщина буферного слоя – 8 мм.

По результатам экспериментов можно сделать заключение о том, что температура раствора травителя в значительной мере влияет на образование капель плавиковой кислоты на поверхности оболочки оптического волокна в ксилоле. Так, например, при температуре 25 ˚C образование капель можно обнаружить через 20 мин после начала процесса (рис. 1). При повышении температуры до 50 ˚C процесс каплеобразования значительно ускоряется, а капли травителя на поверхности оптического волокна становятся заметными уже через 3 мин. Таким образом, более оптимальной температурой для процесса линзования является температура 25 ˚C.

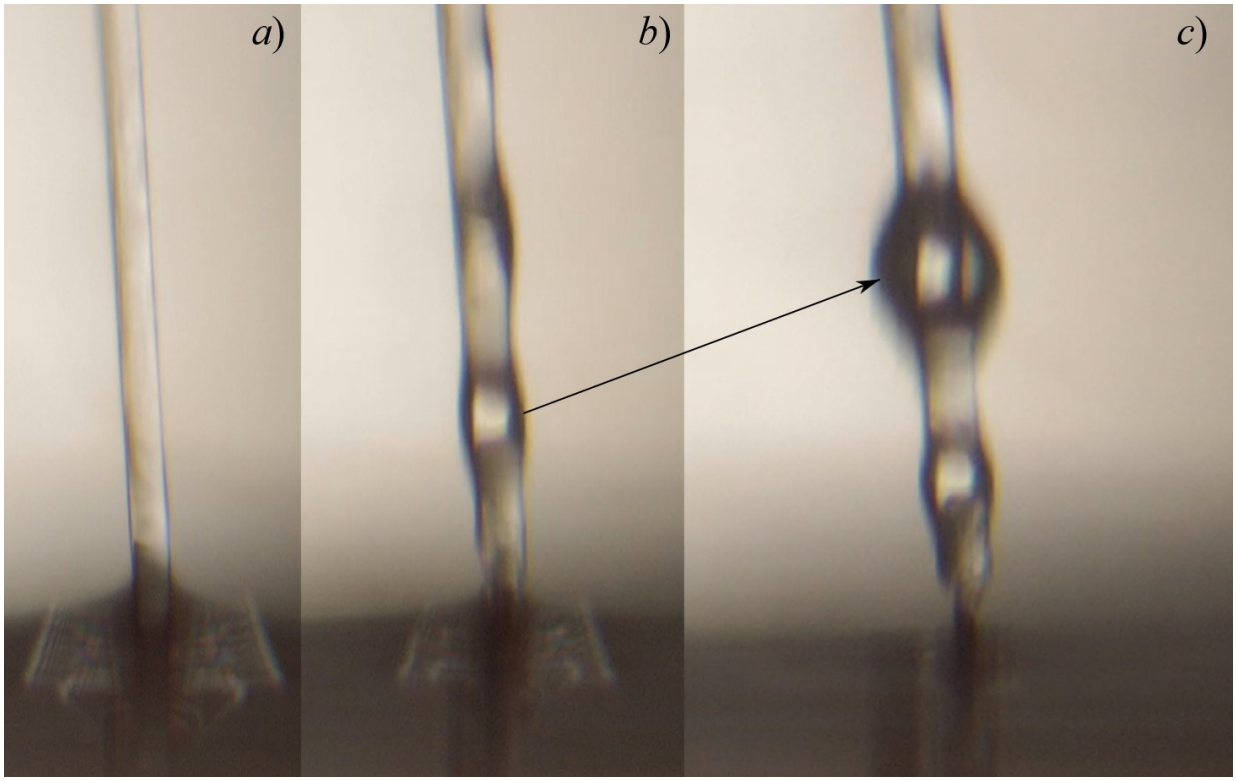


Рис. 1. Часть оптического волокна в ксилоле вблизи слоя плавиковой кислоты при t = 25 ˚C: a) – 1 мин после начала травления; b) – 20 мин; c) – 57 мин; стрелка отображает эволюцию капли травителя

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 24-91-21001, https://rscf.ru/project/24-91-21001/.

Список литературы

1. *Asadollahbaik A*. et al. Highly Efficient Dual-Fiber Optical Trapping with 3D Printed Diffractive Fresnel Lenses // ACS Photonics. 2020. Vol. 7 (1). P. 88 – 97.
2. *Blachowicz T., Ehrmann G., Ehrmann A*. Optical elements from 3D printed polymers // e-Polymers. 2021. Vol. 21 (1). P. 549–565.
3. *Mononobe S., Ohtsu M*. Fabrication of a pencil-shaped fiber probe for near-field optics by selective chemical etching // Journal of Lightwave Technology. 1996. Vol. 14 (10). P. 2231–2235.
4. *Wu C.-C*. et al. Fabrication of asperical lensed optical fibers with an electro-static pulling of SU-8 photoresist // Opt Express. 2011. Vol. 19 (23). P. 22993–22998.
5. *Корнилин Д.А., Пономарев Р.С., Демин В.А.* Экспериментальное исследование влияния толщины буферного слоя на форму заготовок для линзованных оптических волокон // Фундаментальные проблемы современного материаловедения. 2024. Т. 21. № 3. P. 396–403.
6. *Корнилин Д. А., Пономарев Р. С., Демин В. А.* Влияние толщины буферного слоя на форму линзованных оптических волокон // XII Международная конференция по фотонике и информационной оптике. 2024. P. 435–436.

ИССЛЕДОВАНИЕ ЭФФЕКТА СТЕСНЁННОСТИ КЛЕТОК РАЗВИВАЮЩЕГОСЯ ЭПИТЕЛИЯ В ПОРАХ СКАФФОЛДА

И. В. Красняков, М. Д. Бузмаков, Д. А. Брацун
Пермский национальный исследовательский политехнический университет,
614990, Пермь, Комсомольский проспект, 29

В работе методами математического моделирования изучено поведение эпителиальной ткани в ограниченном пространстве пористого скаффолда. Разработана математическая модель, учитывающая: механические свойства отдельных клеток (упругость, сократимость); динамику роста ткани; взаимодействие клеток с границами пор различной геометрии. Проведён систематический анализ влияния двух параметров, а именно размера пор – от условий слабой стесненности до предельного заполнения и формы пор (при постоянной площади) – круглые и многоугольные. Также рассмотрены конфигурации с анизотропией формы пор. Выявлен размер поры, при котором возникает значительное механическое напряжение в клетках. Определены оптимальные геометрические параметры пор, минимизирующие стресс клеток при сохранении плотной упаковки ткани. Установлена зависимость между формой поры и распределением внутриклеточных напряжений. Полученные результаты позволяют сформулировать практические рекомендации для проектирования биомиметических скаффолдов, контроля роста тканей в тканевой инженерии или создании *in vitro* моделей для изучения механизмов клеточной адаптации к пространственным ограничениям.

Ключевые слова: математическое моделирование; скаффолды; эпителиальная ткань, вершинная модель

STUDYING CONFINEMENT EFFECTS ON DEVELOPING EPITHELIUM IN SCAFFOLD PORES

I. V. Krasnyakov, M. D. Buzmakov, D. A. Bratsun
Perm National Research Polytechnic University,
29 Komsomolsky prospect, 614990, Perm

The study employed mathematical modeling methods to investigate the behavior of epithelial tissue in the confined space of a porous scaffold. A mathematical model was developed, accounting for: the mechanical properties of individual cells (elasticity, contractility); tissue growth dynamics; and the interaction of cells with pore boundaries of varying geometries. A systematic analysis was conducted on the influence of two parameters—pore size (ranging from weakly constrained conditions to maximum filling) and pore shape (at constant area)—circular and polygonal. Configurations with pore shape anisotropy were also examined. The critical pore size at which significant mechanical stress arises in cells was identified. Optimal geometric pore parameters were determined, minimizing cell stress while maintaining dense tissue packing. The relationship between pore shape and the distribution of intracellular stresses was established. The obtained results provide

© Красняков И.В., Бузмаков М.Д., Брацун Д.А., 2025

practical recommendations for designing biomimetic scaffolds, controlling tissue growth in tissue engineering, and creating in vitro models to study the mechanisms of cellular adaptation to spatial constraints.

Keywords: mathematical modeling; scaffolds; epithelial tissue; vertex model

Эпителиальная ткань состоит из поляризованных дифференцированных клеток, плотно прилегающих друг к другу и формирующих непрерывный слой, закреплённый на базальной мембране. Эта ткань выполняет барьерную функцию между внутренней или внешней средой организма и составляет основную часть железистых структур. Например, эпителий покрывает кожу, роговицу, серозные оболочки, а также выстилает полые органы пищеварительной, дыхательной и мочеполовой систем. В отличие от других тканей, эпителий не содержит межклеточного вещества, а его клетки образуют сплошной слой. Молекулы адгезии вдоль общих границ обеспечивают межклеточные взаимодействия, что позволяет реализовывать сложные коллективные поведенческие паттерны, приводящие к морфогенетическим изменениям – таким как складкообразование, растяжение или сжатие – критически важным для развития многоклеточных организмов. Изучение этих механизмов лежит на стыке физики, химии, биологии развития и компьютерного моделирования.

В нашей модели каждая клетка представлена в виде многоугольника. Возможны три варианта регулярной мозаики – треугольники, квадраты или шестиугольники [1]; мы выбрали шестиугольники как наиболее энергетически выгодные, приближённые к округлой форме.

Динамика системы описывается уравнением потенциальной энергии

$$U(t)=\sum_{i=1}^{N(t)}\left[\eta\left(A_i(t)-A_0\right)^2+\mu P_i^2(t)+\sigma\sum_{j=1}^{n(t)}\left(l_{ij}(t)-l_0\right)^2+\varphi\sum_{j=1}^{n(t)}\left(\alpha_{ij}(t)-\alpha_0\right)^2\right]. \qquad (1)$$

Первое слагаемое описывает упругость площади клетки с коэффициентом η, где $A_i(t)$ – текущая площадь, A_0 – эталонная площадь ($A_0 = 3\sqrt{3}l_0 / 2$). Второе слагаемое – контрактильность периметра (коэффициент μ), отражающая напряжение цитоскелета. Третье слагаемое описывает упругость рёбер с коэффициентом σ, где $l_{ij}(t)$ – длина ребра, l_0 – эталонная длина. И четвёртое слагаемое – упругость углов (коэффициент φ), минимизирующая отклонения от углов правильного шестиугольника ($\alpha_0 = 2\pi / 3$). Суммирование в уравнении (1) проводится по всем рёбрам n и клеткам N, причём $n(t)$ и $N(t)$ изменяются со временем.

Эволюция ткани происходит за счёт движения вершин клеток-многоугольников (зелёные точки на рис. 1). Механические силы (розовые стрелки на рис. 1) вычисляются как градиент потенциальной энергии. Скорость вершин подчиняется аристотелевой механике (сила определяет скорость (2)), что оправдано высокой диссипацией в эпителии: движение клеток происходит без инерции, с пиковыми скоростями ~10 мкм/с.

Десмосомальные соединения дополнительно ограничивают перемещение, затрудняя инфильтрацию мезенхимальных клеток. Здесь k – коэффициент подвижности, H – функция Хевисайда, F_0 – пороговое значение силы.

$$\boldsymbol{V}_\zeta = k\boldsymbol{F}_\zeta \,\mathrm{H}\left(\left|\boldsymbol{F}_\zeta\right| - F_0\right) \tag{2}$$

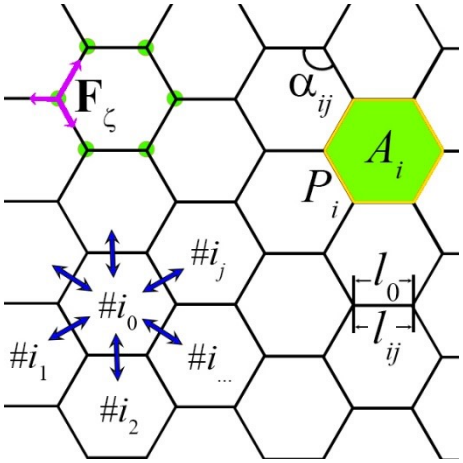


Рис. 1. Схематическое представление клеток математической модели

Деление клеток инициируется вероятностно. Алгоритм реализован следующим образом: 1) определяются самое длинное и противоположное рёбра; 2) в их центрах добавляются новые вершины; 3) вершины соединяются, образуя дочернюю клетку с параметрами материнской. Интеркаляция клеток происходит при длине ребра $l_{ij}(t) < d_{\min}$, поворачивая общую границу на 90°.

Химическая сигнализация (например, кислород, белки RhoA) моделируется через диффузию и потребление (система уравнений (3)).

$$\begin{aligned} \mathbf{J}_{i_j}(t) &= \left(\mathbf{C}_i(t) - \mathbf{C}_j(t)\right)\delta l_{ij}(t) \\ \frac{d\mathbf{C}_i(t)}{dt} &= \sum_{j=1}^{n(t)} \mathbf{J}_{i_j}(t) - \beta \mathbf{C}_i(t) \end{aligned} \quad . \tag{3}$$

Связь механических параметров с химическими сигналами позволяет рассматривать ткань как хемоэластомер.

Предложенная вершинная дискретная система отслеживает историю отдельных клеток, ограничиваясь лишь вычислительными ресурсами. Несмотря на простоту, она точно воспроизводит деление, интеркаляцию и хемомеханическую обратную связь, предоставляя мощный инструмент для изучения эпителиальной динамики. Такие модели применяют и в других биомедицинских областях, например, для исследования развития карциномы [3], упаковки эпителиальных листов [4], процессов морфогенеза [5]

С помощью предложенной вершинной модели проведено комплексное исследование динамики роста эпителиальной ткани в ограниченном

пространстве пористого скаффолда. Системный анализ позволил установить количественные зависимости между ключевыми параметрами скаффолда и характеристиками развивающейся ткани. Определены критические соотношения размера поры к клеточным размерам, при которых возникают значительные механические напряжения. Установлены оптимальные диапазоны геометрических параметров, обеспечивающие: минимизацию клеточного стресса; сохранение плотной тканевой упаковки. Исследуя эффекты анизотропии выявлено три характерных режима упаковки: изотропный – равномерное распределение напряжений; умеренно анизотропный – направленная ориентация клеточных осей; сильно анизотропный – образование вытянутых клеточных цепочек.

Полученные результаты создают основу для рационального проектирования биомиметических скаффолдов с программируемыми морфогенетическими свойствами. А также разработки новых подходов в тканевой инженерии (контроль роста трансплантатов), регенеративной медицине (оптимизация заживления ран), онкологических исследованиях (моделирование опухолевой инвазии) и создания прогностических моделей для персонализированной медицины.

Исследование выполнено при поддержке Министерства науки и высшего образования РФ (грант № FSNM-2025-0001).

Список литературы

1. *Chavey D.* Tilings by regular polygons – II: a catalog of tilings // Computers & Mathematics with Applications. 1989. Vol. 17. P. 147–165.
2. *Liu T.L., Upadhyayula S., Milkie D.E., Singh V., Wang K., et al.* Observing the cell in its native state: Imaging subcellular dynamics in multicellular organisms // Science. 2018. Vol. 360. P. eaaq1392.
3. *Bratsun D.A., Krasnyakov I.V., Pismen L.M.* Biomechanical modeling of invasive breast carcinoma under a dynamic change in cell phenotype: collective migration of large groups of cells // Biomechanics and Modeling in Mechanobiology. 2020. Vol. 19. P. 723–743.
4. *Krasnyakov I.* Mathematical modeling of evolution of cell networks in epithelial tissues // Quantitative Biology. 2024. Vol. 12 (3). P. 286–300.
5. *Красняков И.В., Костарев К.В., Брацун Д.А.* Математическое моделирование ранних процессов морфогенеза эпителиальных тканей // Российский журнал биомеханики. 2024. Т. 28. № 1. С. 88–100.

АНАЛИЗ СТРУКТУРЫ И ИНТЕНСИВНОСТИ КОНВЕКЦИИ ДВОЙНОЙ ДИФФУЗИИ ПРИ ПОРШНЕВЫХ КОЛЕБАНИЯХ

Е. А. Краснякова
Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет,
614045, Пермь, Сибирская, 24
Институт механики сплошных сред УрО РАН,
614013, Пермь, Академика Королева, 1

Экспериментально исследовано влияние вертикальных поршневых колебаний на динамику конвекции двойной диффузии в двухслойной системе водных растворов хлорида натрия и сахарозы в вертикальной ячейке Хеле – Шоу. Установлено, что вибрации изменяют структуру течения. Конвективные пальцы, обусловленные двойной диффузией, становятся более регулярными, вертикально ориентированными и демонстрируют ускоренную коалесценцию. Анализ показал, что с ростом амплитуды колебаний увеличивается скорость массопереноса и эффективный коэффициент диффузии, достигающий четырёхкратного прироста при амплитуде 0.66 см. Выявленные эффекты связаны с вибрационно-индуцированными потоками, ускоряющими продольный перенос и гомогенизацию системы. Результаты подтверждают перспективность применения поршневых колебаний для интенсификации массообмена в жидких средах, а также системах искусственного апвеллинга, работающего на механизме двойной диффузии.

Ключевые слова: поршневые колебания; двухслойная система; конвекция двойной диффузии

ANALYSIS OF THE STRUCTURE AND INTENSITY OF DOUBLE-DIFFUSIVE CONVECTION UNDER PISTON OSCILLATIONS

E. A. Krasnyakova
Perm State Humanitarian Pedagogical University,
24 Sibirskaya St., 614045, Perm
Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS,
1 Academician Korolev St., 614013, Perm

We present an experimental study on how vertical piston oscillations influence on the double-diffusive convection developing in a two-layer system of aqueous sodium chloride and sucrose solutions in a vertical Hele–Shaw cell. We found that vibrations drastically change the flow structure. Double-diffusive convective fingers become more regular, vertically aligned, and undergo accelerated coalescence. Quantitative analysis showed that increasing the oscillation amplitude enhances the mass transfer rate and the effective diffusion coefficient, with a nearly fourfold increase observed at an amplitude of 0.66 cm. The revealed effects are explained by vibration-induced flows, which facilitate longitudinal transport and promote rapid homogenization of the system. Our findings confirm the potential of piston oscillations as an effective

© Краснякова Е.А., 2025

tool for enhancing mass transfer in stratified media and artificial upwelling systems operating on the double-diffusive mechanism.

Keywords: piston oscillation; two-layer system; double-diffusive convection

Неустойчивость двойной диффузии – широко распространённое в природе явление, возникающее в стратифицированной жидкости, вертикальное распределение плотности которой определяется двумя или более скалярными характеристиками среды, с различающимися коэффициентами диффузии [1–2]. Например, в океане такими величинами являются тепло и солёность. Из-за разницы значений коэффициентов молекулярной диффузии тепла ($D_T \approx 10^{-3}$ см^2/с) и соли ($D_S \approx 10^{-5}$ см^2/с) может возникать свободно конвективное движение в виде квазирегулярных пальчиковых структур (англ. «salt fingers»), усиливающих вертикальный массообмен и влияющих на крупномасштабную циркуляцию [3].

Одним из практических приложений двойной диффузии является технология апвеллинга, заключающаяся в подъёме глубинных вод, обогащённых питательными веществами, с целью повышения биопродуктивности морских экосистем. Изначальным импульсом к её разработке послужили наблюдения естественного апвеллинга у побережья Японии [4–5], поддерживаемого механизмом двойной диффузии. Актуальной задачей в развитии данной технологии является поиск методов управления интенсивностью массопереноса при таком типе апвеллинга.

Перспективным инструментом управления может служить вибрационное воздействие. Известно, что вибрации способны индуцировать вторичные течения и существенно влиять на процессы переноса в стратифицированных жидкостях [6]. Техническая реализация этого подхода относительно проста и может быть осуществлена посредством создания контролируемых пульсаций давления, инициирующих поршневые колебания жидкости в каналах или трубопроводах систем апвеллинга.

В настоящей работе экспериментально исследуется влияние вертикальных поршневых колебаний на интенсивность конвекции двойной диффузии, в двухслойной системе смешивающихся жидкостей. Рассматриваемая лабораторная модель позволяет в контролируемых условиях исследовать ключевые аспекты работы вибрационного апвеллинга, основанного на механизме двойной диффузии.

Экспериментальная установка и методика

Эксперименты проведены на вибрационном стенде, включающем вертикальную ячейку Хеле–Шоу с интегрированной системой подачи жидкостей, гидравлический контур для создания вертикальных поршневых колебаний и систему управления вибрациями. Ячейка состояла из двух симметричных половин, между которыми помещался силиконовый вкладыш, формирующий рабочую полость высотой 16 см, шириной 6 см и толщиной 0.1 см.

Для снижения гидродинамического сопротивления жидкости при её колебаниях в верхней и нижней частях ячейки, вне рабочей полости, расположены специальные расширительные объёмы. Перед началом эксперимента с помощью шприцевого насоса создавалась двухслойная система жидкостей: растворы поступали через входные отверстия, расположенные в верхней и нижней частях ячейки (в расширительных объемах), а отводились через боковые отверстия в центральной части ячейки. Синхронный процесс подачи и отвода растворов обеспечивал формирование тонкой горизонтальной диффузионной границы между исследуемыми жидкостями. После создания двухслойной системы с помощью программного обеспечения CME2 запускался линейный двигатель, который заставлял жидкую систему колебаться в вертикальном направлении с заданной частотой и амплитудой. При этом сама ячейка оставалась неподвижной, а жидкость совершала колебания вдоль внутренних стенок ячейки как единое целое. Подробное описание установки и её работы приведено в [7].

В качестве рабочих жидкостей использовался более плотный водный раствор хлорида натрия (NaCl) с концентрацией 1 моль/л и менее плотный водный раствор сахарозы ($C_{12}H_{22}O_{11}$) с концентрацией 0.256 моль/л. Для визуализации конвекции двойной диффузии и процесса взаимного смешения жидкостей в нижний (солевой) раствор был добавлен водорастворимый пищевой краситель. Видеосъёмка эксперимента велась цифровой камерой Fujifilm X-E4 с частотой 60 кадров/с. Для обеспечения равномерного освещения использовался коллимированный источник рассеянного света, который располагался с тыльной стороны ячейки. Исследование проводилось в следующем диапазоне частоты f = (2-4) Гц и амплитуды b = (0-0.66) см колебаний жидкой системы.

Результаты эксперимента

Для анализа нелинейной динамики и структуры конвекции двойной диффузии использовались пространственно-временные карты (рис. 1). При отсутствии колебаний наблюдалось классическое развитие пальчиковых структур, формирующихся на начальной линии контакта растворов и распространяющихся вверх и вниз. При включении вибрационного воздействия структура становилась более регулярной, приобретала выраженную вертикальную ориентацию и демонстрировала ускоренную коалесценцию. С увеличением амплитуды колебаний возрастал характерный масштаб структур, что свидетельствовало об усилении взаимодействий между пальчиковыми структурами и ускорении перехода к нелинейному режиму конвекции. При амплитудах выше 0.45 см (рис. 1*е-з*) были выявлены краевые эффекты, связанные с вязким затуханием колебаний вблизи стенок, что приводило к ускоренному объединению и размытию пальчиковых структур вблизи боковых границ ячейки.

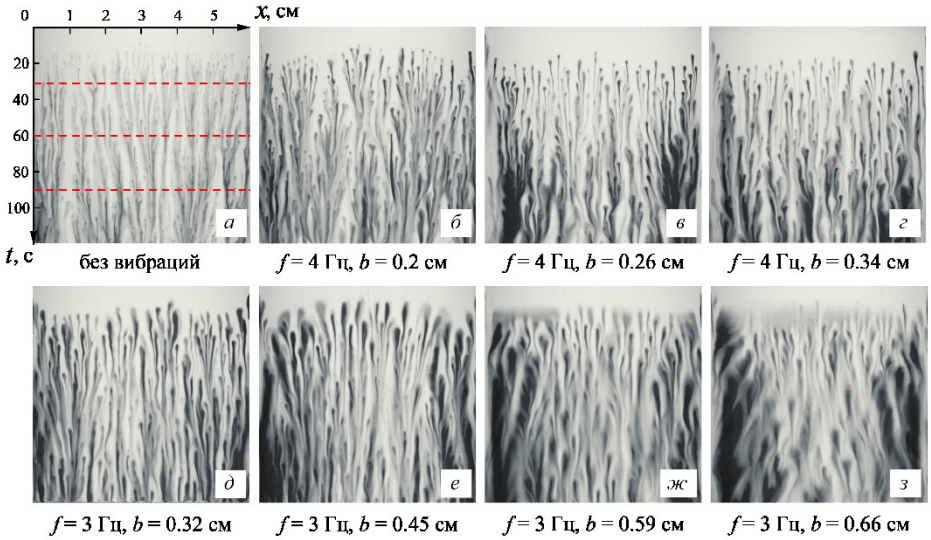


Рис. 1. Пространственно-временные карты, характеризующие эволюцию структуры конвекции двойной диффузии. Пунктирными линиями на рис. 1а обозначены срезы, для которых проводилось измерение длины волны

Степень перемешивания исходных слоёв оценивалась с помощью безразмерного параметра M, отражающего изменение распределения концентрации красителя. Расчёт параметра M основан на анализе изменения стандартного отклонения цвета σ в градациях серого. Значение M для момента времени t_i вычислялось следующим образом:

$$M = 1 - \sqrt{\frac{\sigma_i^2}{\sigma_{\max}^2}},$$

где σ_i – стандартное отклонение в момент времени t_i, а σ_{max} – стандартное отклонение в начальный момент времени t_0. Значение параметра $M = 1$ соответствует полному смешению слоёв (100 %), а значение $M = 0$ указывает на полное разделение слоёв (0 %). Полученные временные зависимости параметра $M(t)$ показали, что при наличии поршневых колебаний смешение происходит значительно быстрее, чем в покоящейся системе. Линейная аппроксимация временных зависимостей $M(t)$ позволила определить скорость массопереноса $k = \mathrm{d}M/\mathrm{d}t$, которая возрастала с увеличением амплитуды и частоты колебаний, при этом обнаружено, что влияние амплитуды более выражено.

Для комплексной оценки эффективности массопереноса был рассчитан эффективный коэффициент диффузии D_{eff}. Его значения демонстрируют почти линейный рост с увеличением амплитуды колебаний: при амплитуде $b = 0.32$ см наблюдалось двукратное увеличение по сравнению со случаем без колебаний, а при $b = 0.66$ см коэффициент возрастал почти в четыре раза. Данный результат указывает на доминирующий вклад вибрационно-индуцированных потоков в процесс массопереноса и подтверждает наличие

механизма, аналогичного дисперсии Тейлора, когда осциллирующие сдвиговые потоки усиливают продольный перенос вещества.

Таким образом, вибрационное воздействие не только изменяет геометрию и регулярность пальчиковых структур, но и значительно ускоряет процессы перемешивания. Высокая чувствительность двойной диффузии к амплитуде колебаний позволяет целенаправленно управлять её динамикой с помощью поршневых колебаний, что может существенно повысить эффективность массообмена в стратифицированных средах и оптимизировать процессы искусственного апвеллинга, работающего на механизме двойной диффузии.

Исследование выполнено за счёт гранта Российского научного фонда № 23-11-00242, https://rscf.ru/project/23-11-00242/.

Список литературы

1. *Turner J.S.* Double-Diffusive Phenomena // Annual Review of Fluid. 1974. Vol. 6. P. 37–54.
2. *Schmitt R.W.* Observational and laboratory insights into salt finger convection // Progress in Oceanography. 2003. Vol. 56 (3–4). P. 419–433.
3. *Kunze E.* A review of oceanic salt-fingering theory // Progress in Oceanography. 2003. Vol. 56 (3–4). P. 399–417.
4. *Maruyama S., Tsubaki K., Taira K., Sakai S*. Artificial upwelling of deep seawater using the perpetual salt fountain for cultivation of ocean desert // Journal of Oceanography. 2004. Vol. 60. P. 563–568.
5. *Maruyama S. et al.* Evidence of increasing primary production in the ocean by Stommel's perpetual salt fountain // Deep-Sea Research Part I: Oceanographic Research Papers. 2011. Vol. 58 (5). P. 567–574.
6. *Gershuni G.Z., Lyubimov D.V.* Thermal Vibrational Convection. New York: Wiley & Sons, 1998. 376 p.
7. *Krasnyakova E., Karpunin I., Kozlov N*. Experimental approach to study mass transfer in liquid–liquid systems under vertical piston oscillations // Experiments in Fluids. 2025. Vol. 66. P. 1–14.

МАГНИТНОЕ ПОЛЕ ФЕРРОЖИДКОСТНОЙ ОПОРЫ, СОСТОЯЩЕЙ ИЗ ПОСТОЯННЫХ МАГНИТОВ

О. С. Крыласова, М. А. Косков, А. С. Иванов
Институт механики сплошных сред УрО РАН,
614013, Пермь, Академика Королева, 1

В данной работе численно исследовано пространственно-периодическое градиентное магнитное поле цилиндрических магнитных сборок из чередующихся дисковых или кольцевых постоянных магнитов и немагнитных вставок. Получено, что наилучшим образом слой магнитной жидкости в зазоре между сборкой и опорной поверхностью удерживается сборкой, у которой дистанция между соседними магнитами превышает их высоту.

Ключевые слова: магнитная жидкость; свободная поверхность; пондеромоторная сила

MAGNETIC FIELD OF A FERROFLUID LOADING, CONSISTING OF PERMANENT MAGNETS

O. S. Krylasova, M. A. Koskov, A. S. Ivanov
Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS,
1 Academician Korolev St., 614013, Perm

This study numerically investigates a spatially periodic gradient magnetic field produced by cylindrical assemblies of permanent magnets and non-magnetic washers. The results demonstrate that magnetic fluid is most effectively retained in the coaxial gap between the assembly and the outer wall when the magnets are spaced farther apart than they are tall.

Keywords: ferrofluid; free surface; ponderomotive force

Одной из проблем создания магнитожидкостных (МЖ) опор является увеличение их несущей способности. В [1] показано, что цельная цилиндрическая опора, однородно намагниченная поперёк своей оси, уступает по своим свойствам конструкции, состоящей из отдельных дисковых магнитов, когда вектора намагниченности соседей находятся в квадратуре, образуя пространственную спираль. Однако применение МЖ опор из постоянных магнитов ограничивает инженера в выборе веса конструкции и повышает стоимость готового изделия. Данная проблема решается применением конструкций с чередованием постоянных магнитов и немагнитных элементов. Такая конструкция использовалась в [2], посвященной проблеме вязкого трения в тонком коаксиальном слое МЖ между внутренним подвижным магнитным цилиндром и внешней немагнитной трубкой. Геометрия такой задачи соответствует механической части одноосных инерционных МЖ датчиков. В [2] было экспериментально установлено, что схожие по геометрическим свойствам магнитные сборки из

© Крыласова О.С., Косков М.А., Иванов А.С., 2025

дисковых и кольцевых магнитов по-разному удерживают МЖ в коаксиальном зазоре. В некоторых опытах формировался сплошной слой МЖ, в других – капли МЖ чередовались с пузырьками воздуха, - вредное явление, при котором датчик теряет работоспособность.

Настоящая работа посвящена численному исследованию конфигурации магнитного поля в окрестности МЖ опоры, состоящей из дисковых или кольцевых магнитов, чередующихся с немагнитными элементами.

В рамках данной работы численно решается осесимметричная (квази-2D) магнитостатическая задача, повторяющая геометрию работы [2]. Расчетная область задачи ограничена вертикальной линией, являющейся осью симметрии задачи, и внешней полукруглой границей. В её центре находится магнитная сборка, расположенная симметрично относительно начала координат, и стенка немагнитной трубки. На вертикальной границе выполняется граничное условие 2 рода $\frac{d\boldsymbol{A}}{d\boldsymbol{n}} = 0$, где $\boldsymbol{n}$ – вектор нормали к границе. На полукруглой границе выполняется открытое граничное условие [3], удовлетворяющее дипольному приближению

$$\frac{d\boldsymbol{A}}{d\boldsymbol{n}} + c_0\boldsymbol{A} + c_1 = 0,$$

где $c_0 = \mu_0 \cdot r^{-1}$, r – радиус внешней области, $c_1 = 0$.

Сами магнитные сборки представляют собой чередование магнитных/немагнитных дисков или колец, намагниченных аксиально. В табл. 1. представлены основные геометрические параметры исследуемых сборок [2]: l – высота сборки, d – диаметр сборки, $h_м$ – высота магнита, h – высота немагнитной вставки, $d_{кол}$ – внутренний диаметр (для кольцевых магнитов). Во всех сборках использовались магниты типа неодим-железо-бор марки N35. Решение поставленной задачи сводится к сравнению магнитных полей трех цилиндрически симметричных магнитных сборок при двух возможных вариантах заполнения – частичном, когда в зазоре между сборкой и немагнитной стенкой трубки остаются воздушные полости, и полном, при котором зазор заполнен сплошным слоем МЖ.

Табл. 1. Геометрические параметры исследуемых сборок

Сборка	l, мм	d, мм	$h_м$, мм	h, мм	$d_{кол}$, мм
10 дисковых	32.4	5.71	1.5	1.93	-
19 дисковых	34.8	5.70	1.0	0.88	-
13 кольцевых	35.9	5.61	1.0	1.91	2

При решении задачи используется упрощающее приближение, заключающееся в пренебрежении капиллярными силами, силой тяжести и магнитными скачками давления. В таком случае свободная поверхность МЖ совпадает с изоповерхностью модуля напряженности магнитного поля H [4]. Данное приближение сводит решение задачи к поиску изолиний модуля H.

Оптимальный вариант заполнения зазора – тот, который энергетически выгоден.

Поиск изолиний и сравнение картин распределения напряженности магнитного поля вблизи МЖ опоры выполнено численно с помощью пакета программ FEMM (Finite Element Method Magnetics). Данный пакет подходит для решения двумерных магнитостатических или электростатических задач методом конечных элементов. Моделирование в FEMM сводится к решению магнитостатической задачи в формулировке векторного потенциала

$$\nabla \times \left(\frac{1}{\mu_0 \mu(\boldsymbol{B})} \nabla \times \boldsymbol{A} \right) = 0,$$

где μ_0 = $4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м – магнитная постоянная, $\mu(\boldsymbol{B})$ – магнитная проницаемость, $\boldsymbol{A}$ – магнитный векторный потенциал. Моделирование производится в безындукционном приближении: наличие МЖ учитывается на финальном этапе при вычислении магнитной энергии системы.

Для каждого из полученных вариантов заполнения зазора вблизи сборок вычисляется магнитная энергия всей системы. Результаты расчета представлены в табл. 2. Для сборки, состоящей из 19 дисковых магнитов, энергетически выгодным является состояние, при котором зазор заполнен частично, в то время как для сборки из 13 кольцевых магнитов единственно возможным вариантом становится заполнение зазора сплошным слоем. Сборка из 10 дисковых магнитов способна как удерживать зазор, так и оставлять его полупустым: разница между магнитными энергиями системы двух вариантов заполнения составляет порядка 10^{-6} Дж.

Табл. 2. Результаты расчета магнитной энергии системы W

Сборка	Заполнение	*W,* мДж
10 дисковых	Частичное	77.5007
	Полное	77.5012
19 дисковых	Частичное	92.0198
	Полное	92.1417
13 кольцевых	Частичное	-
	Полное	60.1395

На рис. 1 показано распределение модуля напряженности поля H вблизи исследуемых сборок. Каждое расчетное поле сопровождается лабораторной фотографией трубки из эксперимента [2]. Результаты моделирования находятся в хорошем согласии с экспериментом. На рис. 1*а* для сборки из 10 дисковых магнитов представлена картина чередования капель МЖ и воздушных полостей, в то время как в случае сборки из 19 дисковых магнитов зазор остается пустым, так как МЖ скапливается на полюсах сборки (рис. 1*б*). Наилучшие результаты по удержанию МЖ в зазоре показывает сборка из 13 кольцевых магнитов (рис. 1в), которая заполняет коаксиальный зазор сплошным слоем МЖ.

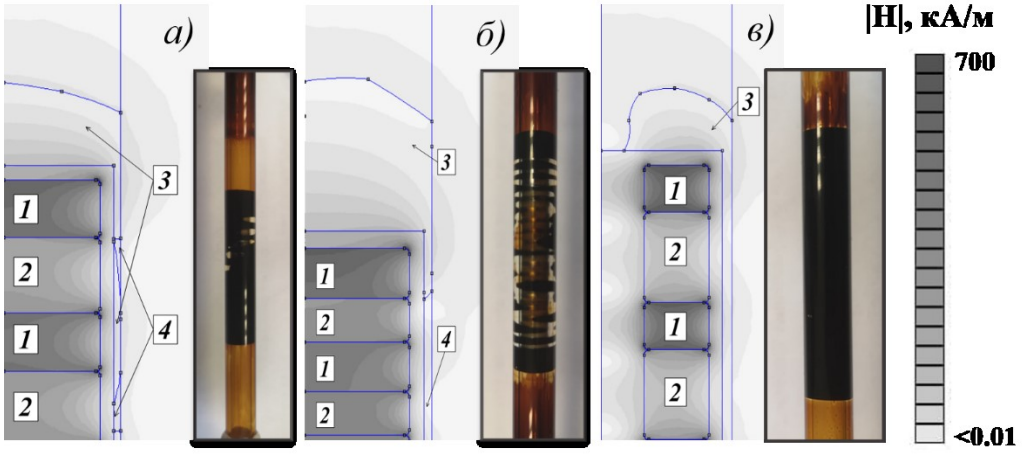


Рис. 1. Распределение модуля напряженности магнитного поля для сборок из а) 10 дисковых магнитов, б) 19 дисковых магнитов, в) 13 кольцевых магнитов: 1 – магниты, 2 – немагнитный элемент, 3 – магнитная жидкость, 4 – воздух

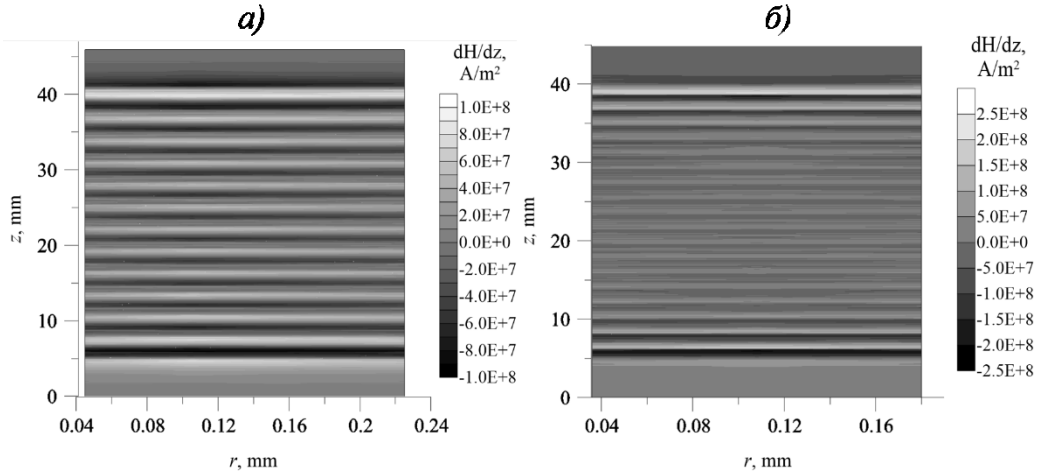


Рис. 2. Распределение градиента напряженности магнитного поля для сборок а) 19 дисковых и б) 13 кольцевых магнитов

Обратимся к распределению z-компоненты градиента модуля H для объяснения полученных результатов. На рис. 2 представлены результаты расчета для сборки из 13 кольцевых и 19 дисковых магнитов. В обоих случаях наблюдается периодическая структура из черно-белых и серых полос, обусловленная строением сборки. Важную роль играет соотношение высоты немагнитной шайбы к высоте магнита $\alpha = h \cdot h_м^{-1}$. Чем больше расстояние между магнитами, тем меньше перекрытие их полей, что приводит к более резким изменениям напряженности поля и, соответственно, более контрастной картине $(\nabla H)_z$, что характерно для сборки из 13 кольцевых магнитов с $\alpha = 1.91$ (рис. 2*а*). Для сборки из 19 дисковых магнитов (рис. 2*б*) соотношение $\alpha = 0.88$. Поскольку высота магнита больше, чем высота немагнитной вставки, то взаимодействие магнитных полей сильнее: они частично друг друга компенсируют, что создает более плавное изменение

магнитного поля с меньшими значениями соответствующего градиента. Как было получено в эксперименте, наиболее контрастные области находятся вблизи полюсов сборки. Зависимость пондеромоторной силы $\boldsymbol{F} = M\nabla H$ от геометрии поля имеет немонотонный характер. Она также может объяснить поведение МЖ в зазоре. В данной комбинации предполагается от одного до четырех максимумов зависимости $|\boldsymbol{F}|(z)$, так как пондеромоторная сила определяется одновременно $M(H)$ и ∇H. Наглядно можно рассмотреть два предельных случая: в первом α стремится к нулю, тогда сборка вырождается в вытянутый цилиндр с двумя магнитными полюсами на торцах. При этом поле в средней части стремится к нулю, и, соответственно, стремится к нулю намагниченность. Во втором, когда α устремлено к бесконечности, сборку можно рассматривать отдельные магнитные диполи, отстоящие друг от друга на большое расстояние. В средней области между соседними магнитами поле вновь стремится к нулю вместе с намагниченностью, отчего стремится к нулю и пондеромоторная сила. Очевидно, что $|\boldsymbol{F}|(z)$ имеет как минимум один максимум в промежуточных значениях α. Для поиска оптимального расположения магнитов в сборке потребуется дополнительное аналитическое исследование.

Работа выполнена в рамках государственного задания, регистрационный номер темы № АААА-А20-120020690030-5.

Список литературы

1. *Medvedev V.F., Vislovich A.N., Bakalenko V.I., Olekhnovich A.M.* Magnetic fluid in the field of a plane magnet with periodically distributed magnetization // Journal of Magnetism and Magnetic Materials. 1987. Vol. 65. P. 227–230.
2. *Ivanov A.S., Koskov M.A., Somov S.A*. Viscous Friction of a Ferrofluid in the Coaxial Gap between Cylindrical Walls Being in Uniform Rectilinear Relative Motion // Bulletin of the Russian Academy of Sciences: Physics. 2024. Vol. 88. P. 1158–1165.
3. *Meeker D.* Improvised open boundary conditions for magnetic finite elements // IEEE Transactions on Magnetic. 2013. Vol. 49. P. 5243–5247.
4. *Берковский Б.М., Медведев В.Ф., Краков М.С.* Магнитные жидкости. М.: Химия, 1989. 240 с.

ФОКУСИРОВКА ВНУТРЕННИХ ВОЛН ГОРИЗОНТАЛЬНЫМИ КОЛЕБАНИЯМИ ТОРА КРУГЛОГО И ЭЛЛИПТИЧЕСКОГО СЕЧЕНИЯ

С. А. Кудряшова[a], Н. Д. Шмакова[a], Н. В. Гаврилов[b], Е. В. Ерманюк[b]
[a]Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет,
614990, Пермь, улица Сибирская, 24
[b]Институт гидродинамики имени М. А. Лаврентьева СО РАН,
630090, Новосибирск, проспект Академика Лаврентьева, 15

Фокусировка внутренних волн в океане происходит в результате взаимодействия приливных течений с извилистыми подводными горными хребтами. Это явление можно наблюдать в норвежских фьордах, а также в каньонах и кратерах, оставленных метеоритами на дне океана. Волновая фокусировка приводит к значительному увеличению амплитуды внутренних волн, что, в свою очередь, вызывает их обрушение и, как следствие, изменение стратификации в океане. В данной работе представлено экспериментальное исследование фокусировки внутренних волн, которые генерируются горизонтальными колебаниями тора круглого и эллиптического сечения в линейно стратифицированной жидкости. Экспериментальные данные об амплитудах внутренних волн сопоставлены с оценками линейной теории. Несмотря на сильные вязкие эффекты, наблюдаемые волны могут быть уни- и бимодальными. Было показано, что при генерации волн неосесимметричными волнопродукторами, волновая амплитуда в зоне фокусировки уменьшается, что свидетельствует о «размазывании» энергии по некоторой кривой. В зоне фокусировки были построены изоповерхности волновой амплитуды.

Ключевые слова: внутренние волны; линейно стратифицированная жидкость; обрушение волн.

INTERNAL WAVE FOCUSING BY A HORIZONTALLY OSCILLATING TORUS OF CIRCULAR AND ELLIPTICAL CROSS-SECTION

S. A. Kudryashova[a], N. D. Shmakova[a], N. V. Gavrilov[b], E. V. Ermanyuk[b]
[a]Perm State Humanitarian Pedagogical University,
24 Sibirskaya St., 614045, Perm
[b]Lavrentyev Institute of Hydrodynamics of the Siberian
Branch of the Russian Academy of Sciences,
15 Prospekt Lavrentyev, 630090, Novosibirsk

Focusing of internal waves in the ocean is a result of the interaction between tidal currents and underwater mountain ranges. This phenomenon can be observed in Norwegian fjords and canyons, as well as craters left by meteorites on the ocean floor. Focusing of these waves leads to a significant increase in their amplitude, causing them to collapse and subsequently changing the stratification of the ocean. An experimental study is conducted on the focusing of internal waves generated by horizontal oscillations of a torus with circular and elliptical cross-sections in a linearly stratified fluid. The amplitudes of the waves were compared to estimates

© Кудряшова С.А., Шмакова Н.Д., Гаврилов Н.В., Ерманюк Е.В., 2025

from linear theory. Despite the presence of strong viscous effects the waves can be uni- or bimodal, depending on the type of wave generator used. When waves are generated by non-axisymmetric generators, the amplitude in the focal zone decreases, indicating a «spreading» of energy along a specific curve. Isosurfaces of the wave amplitude in the focal zone are presented.

Keywords: internal waves; stratified fluid; wave breaking.

Введение

Внутренние волны в океане образуются из-за взаимодействия баротропного приливного течения с подводными горными хребтами, и играют существенную роль в процессах переноса энергии в океане. Волны большой амплитуды могут обрушаться, что приводит к перемешиванию слоев жидкости в океане. В зависимости от рельефа океанического дна, с которым взаимодействует приливное течение, внутренние волны можно условно разделить на два вида: расходящиеся и сходящиеся. Амплитуда расходящихся волн затухает по мере удаления от источника [1], а сходящихся – возрастает в направлении зоны фокусировки. В природе фокусировка внутренних волн наблюдается в норвежских фьордах, каньонах и кратерах, оставленных метеоритами на дне океана [2, 3].

Ранее фокусировка внутренних волн уже рассматривалась при колебаниях осесимметричного волногенератора [4], а также численно для случая вертикальных колебаний тонкого тора [5]. Анализ волновой картины для горизонтальных колебаний тора в стратифицированной жидкости приведен в работе [6], где при увеличении амплитуды колебаний тора наблюдалась фокусировка волн, а также нелинейные эффекты и обрушение волн при больших амплитудах колебаний.

Экспериментальная установка

При моделировании динамики внутренних волн в лабораторных условиях удобно перейти в систему отсчета, связанную с приливом, где жидкость покоится, а течение создает осциллирующий объект. Эксперименты проводились в резервуаре из оргстекла, заполненным линейно стратифицированной жидкостью (рис. 1). Для генерации внутренних волн в линейно стратифицированной жидкости была сконструирована колебательная система, состоящая из шагового двигателя, линейной направляющей и волнопродуктора. Контроль шагового двигателя осуществляется таким образом, чтобы волнопродуктор совершал горизонтальные гармонические колебания с амплитудой A и частотой ω.

В качестве волнопродукторов были выбраны следующие объекты: тороид, половина и четверть тороида в двух положениях: симметрично и асимметрично относительно направления колебаний, а также волнопродукторы эллиптической формы, имеющие во внутреннем и горизонтальном сечениях окружность или эллипс. Для удобства записи под аббревиатурой ОО подразумевается тор, внутренним и горизонтальным

сечениями которого являются окружности (рис. 2). Тороиды ЛЭО и ТЭО имеют во внутреннем сечении окружность, а в горизонтальном сечении эллипс с большей осью, расположенной вдоль и поперек направления колебания, соответственно. Образующей тороидов ОГЭ и ОВЭ является эллипс с большой осью, расположенной горизонтально и вертикально, соответственно, а в горизонтальном сечении – окружность.

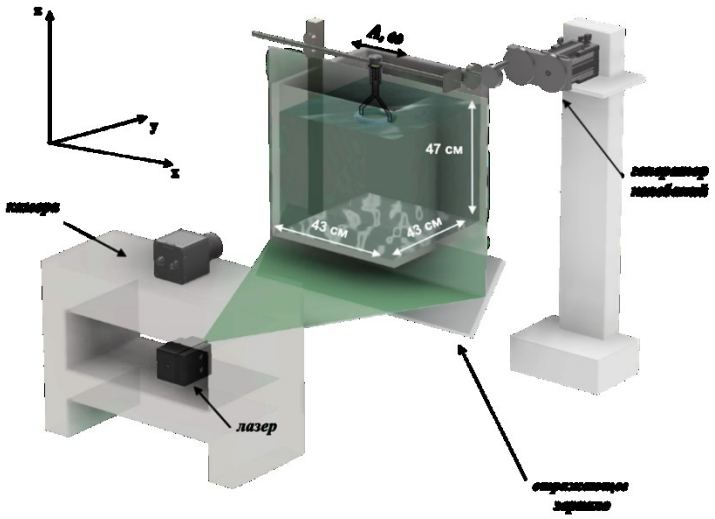


Рис. 1. Экспериментальная установка.

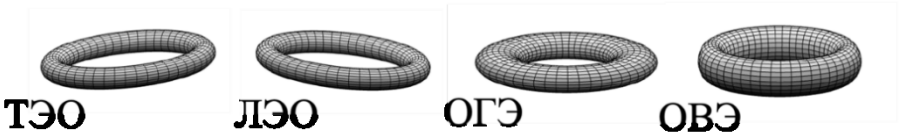


Рис. 2. Волнопродукторы круглого и эллиптического сечений с аббревиатурами

Волновое движение регистрируется при помощи метода цифровой трассерной визуализации (PIV). Для этого жидкость засеивается полиамидными частицами-трассерами, которые подсвечиваются вертикальным и горизонтальным лазерными ножами. Полученные экспериментальные данные обрабатываются в программном пакете PIVLAB [7].

Результаты экспериментов

Для представления экспериментальных данных используется декартова система координат с началом отсчета в центре волнопродуктора, осью X вдоль направления колебаний, осью Z направленной вверх. Координатные оси нормированы на характерный размер волнопродуктора a, полученные вертикальная w и горизонтальная u компоненты скорости также нормированы на характерную скорость $A\omega$: $(U, W) = (u, w)/(A\omega)$.

Амплитуда горизонтальной скорости U в центральном вертикальном сечении представлено на рис. 3. Наблюдается смещение максимума зоны фокусировки вдоль вертикальной оси для волнопродукторов ЛЭО и ОГЭ. Также при колебаниях тора и волнопродуктора ОВЭ волны имеют бимодальную структуру с двумя ярко выраженными максимумами амплитуды вдоль оси $X = 0$.

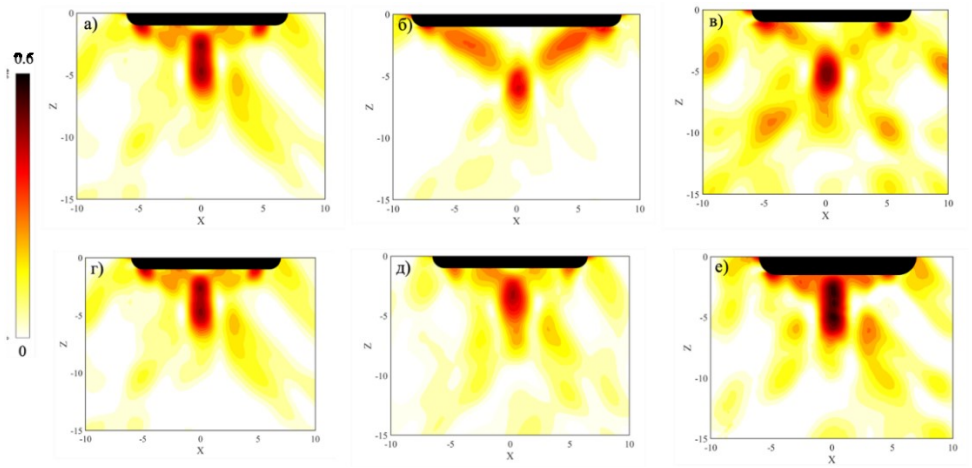


Рис. 3. Амплитуда горизонтальной скорости U в вертикальной плоскости сечения лазерного ножа для волнопродукторов: а,г) ОО; б) ЛЭО; в) ТЭО; д) ОГЭ; е) ОВЭ .

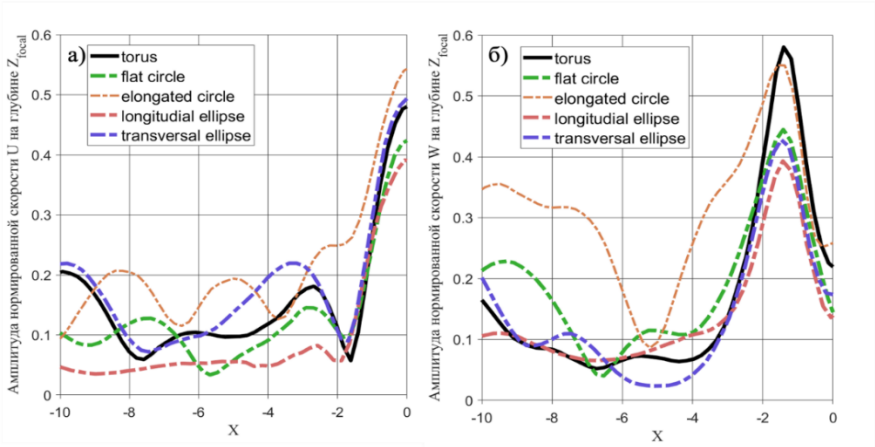


Рис. 4. Распределение амплитуды (а) горизонтальной скорости U и (б) вертикальной скорости W на глубине Z_{focal}.

Распределение амплитуды горизонтальной и вертикальной компоненты скорости вдоль оси X на глубине зоны фокусировки $Z = Z_{focal}$ показано на рис. 4*а* и *б*. Амплитуда горизонтальной скорости для ОВЭ (пунктирная оранжевая линия) тора превосходит амплитуду горизонтальной скорости для тора ОО. Также наблюдается существенное увеличение зоны фокусировки вдоль оси X. Амплитуда вертикальной скорости для торов с неосесимметричной горизонтальной образующей (ЛЭО и ТЭО, синяя и красная линии, соответственно) меньше, чем для тора ОО. Можно предположить, что уменьшение амплитуды связано с фокусировкой не в

точке, как для тора ОО, а на кривой, как предсказано теоретически для неосесимметричного кольца с гаусовым сечением [8].

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 25-11-00358, https://rscf.ru/project/25-11-00358

Список литературы

1. *Lamb K. G.* Nonlinear interaction among internal wave beams generated by tidal flow over supercritical topography. // Geophys. Res. 2004. Lett. 31, N. L09313.
2. *Peliz A., Le Cann B., Mohn C.* Circulation and mixing in a deep submerged crater: tore seamount // Geophys. Res. Abstr. 2009. Vol. 11. P. 7567.
3. *Vlasenko V., Stashchuk N., Inall M., Porter M., Alevbik D.* Focusing of baroclinic tidal energy in canyon // J. Geophys. Res. 2016. V. 121. P. 2824 – 2840.
4. *Maurer P., Ghaemsaidi S. J., Joubaud S., Peacock T., Odier P.* Anaxisymmetric inertia-gravity wave generator // Exp. Fluids. 2017. V. 58 (143)
5. *Lui J., Wang Y., Oberlack M.* Focusing of weakly nonlinear inertial waves by a vertically oscillating annular forcing // Phys. Fluids. 2023. V. 35. N. 116606.
6. *Ermanyuk E., Shmakova N., Flór J.-B.* Internal wave focusing by a horizontally oscillating torus // J. Fluid Mech. 2017. V. 813. P. 695–715.
7. *Thielicke W., Stamhuis E. J.* PIVlab – Towards User-friendly, Affordable and Accurate Digital Particle Image Velocimetry in MATLAB // J. Open Res. Softw. 2014. V. 2. N. e30
8. *Bühler O., Muller C.* Instability and focusing of internal tides in the deep ocean // J. Fluid Mech. 2007. V. 588. P. 1 – 28.

ИСПАРЕНИЕ И КРИСТАЛЛИЗАЦИЯ КАПЕЛЬ РАСТВОРА СОЛИ

Ю. Л. Кузнецова
Институт механики сплошных сред УрО РАН,
614013, Пермь, Академика Королева, 1

Предложена новая математическая модель испарения и кристаллизации капель раствора соли, основанная на диффузионном приближении для описания тепло- и массопереноса, как внутри капли, так и с окружающим воздухом. Модель использует заданное соотношение для концентрации соли, что обеспечивает её простоту и удобство для внедрения в расчёты динамики аэрозолей. Ключевые управляющие параметры модели — число монокристаллов в образующейся твёрдой частице и отношение их геометрических осей — могут быть определены из экспериментальных данных. Это делает модель удобным инструментом для анализа морфологии кристаллов и оптимизации технологических процессов. Сравнение с экспериментами по испарению и кристаллизации капель NaCl при различной влажности показало хорошее качественное и количественное соответствие. Расчёты выявили два временных интервала с практически постоянной температурой капли, что, в отсутствие прямых экспериментальных данных по температуре, требует дальнейшего изучения.

Ключевые слова: математическая модель; морфология частиц хлорида натрия

EVAPORATION AND CRYSTALLIZATION OF DROPS OF SALT SOLUTION

Y. L. Kuznetsova
[b]Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS,
1 Academician Korolev St., 614013, Perm

A new mathematical model for the evaporation and crystallization of salt solution droplets is proposed. It uses a diffusion approximation to describe heat and mass transfer both within the droplet and with the surrounding air. The model uses a specified ratio for salt concentration, making it simple and easy to implement in aerosol dynamics calculations. The key control parameters of the model—the number of single crystals in the resulting solid particle and the ratio of their geometric axes—can be determined from experimental data. This makes the model a convenient tool for analyzing crystal morphology and optimizing technological processes. Comparison with experiments on the evaporation and crystallization of NaCl droplets at varying humidities showed good qualitative and quantitative agreement. The calculations revealed two time intervals with virtually constant droplet temperature, which, in the absence of direct experimental temperature data, requires further study.

Keywords: mathematical model; morphology of sodium chloride particles

Испарение капель солевых растворов — ключевой процесс в таких областях, как опреснение воды, пожаротушение, производство микро- и

© Кузнецова Ю.Л., 2025

нанопорошков, а также в атмосферных явлениях. В отличие от чистых жидкостей, оно осложнено разницей в теплофизических свойствах компонентов, их взаимным влиянием и кристаллизацией. На ход процесса влияют исходное состояние, состав, размер и температура частицы, а также параметры окружающей среды — влажность и температура.

Испарение капель солевых растворов в общем случае описывается системой уравнений в частных производных для трёхфазной среды. Однако для моделирования полидисперсного аэрозоля такой подход избыточен, поэтому обычно применяют более простые модели, сохраняющие ключевые закономерности изменения размеров частиц. В большинстве таких моделей конвективные механизмы не учитываются. Изменение массы капли описывается диффузионной моделью, основанной на градиенте парциальных давлений пара. Модель дополняется уравнением теплового баланса капли и соотношением, учитывающим снижение давления пара с ростом концентрации раствора. Для описания кристаллизации требуются дополнительные кинетические уравнения, задающие динамику роста кристаллов.

С целью сохранения баланса между точностью описания и вычислительной эффективностью в работе [1] применяется оригинальный подход, основанный на использовании заданной формы для профиля концентрации соли. В этом случае эволюция системы описывается не решением полного уравнения диффузии, а изменением параметров заданной аналитической формы профиля, что позволяет сократить объем вычислений при сохранении физической достоверности модели.

В работе предложена новая модель испарения и кристаллизации капли раствора соли, сочетающая следующие ключевые аспекты: использование ранее предложенного автором подхода с заданной формой профиля концентрации [1]; единое уравнение, описывающее стадию кристаллизации; управляющие параметры, имеющие явный физических смысл.

Описание процесса растворения капли раствора соли

Испарение происходит с поверхности капли. Это приводит к повышению концентрации соли вблизи ее поверхности, тем самым заставляя дифундировать молекулы соли к центру капли (рис. 1). Если испарение медленное, то концентрация раствора соли в капле успевает выравниваться по всему объему посредством взаимной диффузии. Когда раствор становится пересыщенным, в объеме происходит нуклеация одного или нескольких кристаллов с образованием сплошной кристаллической частицы. Если интенсивность испарения воды превышает скорость диффузии соли к центру капли, пересыщенный раствор сначала появляется в периферийной области капли. В результате на поверхности капли происходит нуклеация множества кристаллов, формирующих корку вокруг капли раствора. При этом экспериментально показано, что кристаллическая корка обладает рыхлой (пористой) структурой, обеспечивающей перенос водяного пара через поры.

Однако из-за слоя корки интенсивность испарения с поверхности капли уменьшается.

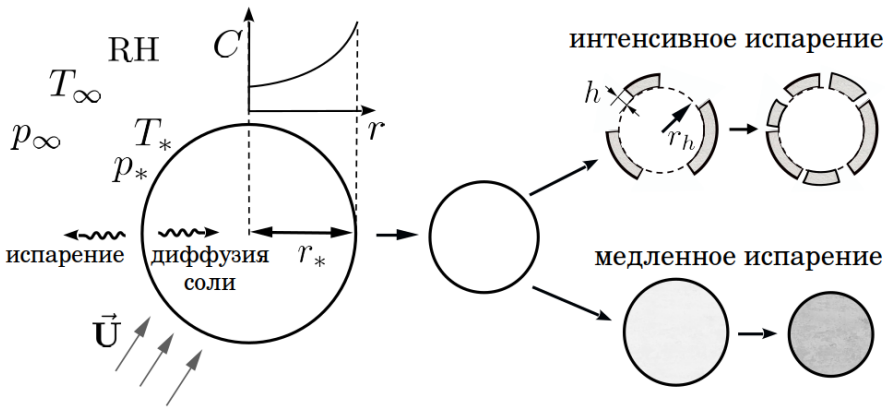


Рис. 1. Схема испарения капли

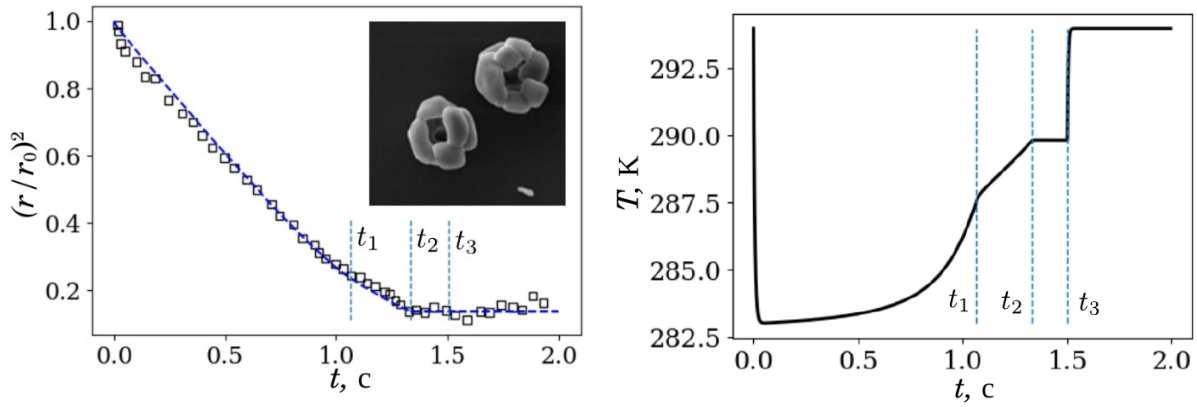
Состояние капли описывается четырьмя переменными: T_* – средняя температура капли, n_w – число молекул воды и $n_{s,c}$, $n_{s,d}$ – количество молекул соли, находящихся в кристаллическом и растворенном состоянии, соответственно. Система, описывающая изменение данных переменных при различных условиях испарения представлена в работе [2].

Результаты моделирования

Верификация описанной в предыдущем разделе модели проводилась на основе сравнения предсказаний модели с экспериментальными данными по испарению капли раствора хлорида натрия, представленными в исследовании [1]. В этой работе для определения кинетики испарения капель использовалась усовершенствованная методика цепочки падающих капель (Falling Droplet Column), которая позволила наблюдать весь цикл процесса испарения: от образования капель до полного испарения растворителя. Для наблюдения за изменением морфологии образующихся кристаллов применяется стробоскопическая визуализация с высоким разрешением. Высушенные частицы отбирались для исследования их структуры методом сканирующей электронной микроскопии (SEM). В работе исследовано влияние влажности воздуха на кинетику испарения капель при постоянной температуре $T_\infty = 294\,\text{K}$, начальной массовой доли соли MFS =0.05 и размере капель $r_{0*} = 19$ мкм.

На рис. 2*a* показаны результаты сопоставления предсказаний модели с экспериментальными данными для эволюции радиуса капли при RH=20%, полученные в работе [3]. По соответствующим эксперименту фотографиям сухих частиц, образующихся после испарения капли, оценивались средние значения параметров модели: $k_{nucleus}$ – количество монокристаллов; ε – аспектное отношение сторон образующегося моно-кристалла. Параметры S, критическое значение коэффициента пересыщения раствора, и α_{crust}, доля поверхности, доступная для испарения (площадь пор), подбирались для

обеспечения соответствия между результатами вычислений и экспериментальными данными.



а) *б)*

Рис. 2. Изменения: а) – радиуса и б) – температуры капли раствора NaCl в процессе испарения при T=294K, MFS=0.05, r_{0*}=19 мкм при RH=20%. Фотографии и маркеры – экспериментальные данные [3], штриховые линии – предсказания модели

На рис. 2*б* представлено изменение температуры капли от времени, вычисленное на основе разработанной модели. Как следует из рисунка, в начальный момент температура капли резко падает, за счет интенсивного испарения воды на ее поверхности. При этом радиус капли меняется незначительно. Когда количество теплоты, поступающее от окружающего воздуха, сравнивается с количеством тепла, которое теряет капля при испарении, достигается температурное равновесие. По мере испарения капли, концентрация соли в ней увеличивается. Это приводит к уменьшению интенсивности процесса испарения воды и, следовательно, к сокращению затрачиваемого на это тепла. В результате температура капли постепенно возрастает. После начала кристаллизации t_1 площадь поверхности капли, доступная для испарения, сокращается, но при этом одновременно уменьшается концентрация раствора в капле. Это приводит к снижению скорости роста температуры. При появлении жесткой кристаллической корки t_2 испарение продолжается через поры, которые больше не уменьшаются. Поэтому по сравнению с предыдущим промежутком времени [t_1, t_2] интенсивность испарения увеличивается, а температура капли остается практически постоянной, пока не испарится вся жидкость. Далее, температура сухой частицы быстро выравнивается с температурой окружающего воздуха за счет теплопроводности

Таким образом испарение капли сопровождается формированием двух промежутков времени, когда температура практически не меняется. Следует отметить, если α_{crust} (площадь поверхности пор, формирующихся при кристаллизации) достаточно мала, второй промежуток с постоянной температурой исчезает. Экспериментальных данных с аналогичным поведением зависимости температуры от времени автором не обнаружено.

Следует отметит, что в экспериментах по испарению капель в основном отсутствуют данные о изменении ее температуры, что связано с техническими сложностями измерения.

Заключение

Предложена математическая модель испарения и кристаллизации капель солевого раствора. Её особенности:

• Заданный профиль концентрации соли, что исключает уравнения в частных производных и снижает вычислительные затраты.

• Управляемые параметры (число монокристаллов и их аспектное отношение), определяемые экспериментально, позволяют анализировать морфологию кристаллов и оптимизировать технологии.

• Единое уравнение кристаллизации, упрощающее интерпретацию результатов.

Модель верифицирована на экспериментах с каплями NaCl при разной влажности. Расчёты хорошо согласуются с данными по изменению радиуса капли на всех стадиях процесса. Для изученных условий выявлены два временных интервала с практически постоянной температурой капли. Это явление, не имеющее пока экспериментального подтверждения в литературе, требует дальнейшего исследования.

Работа выполнена в рамках государственного задания, регистрационный номер темы № 121031700169-1

Список литературы

1. *Кузнецова Ю.Л.* Модель испарения и кристал-лизации капли раствора соли //Математическое моделирование. 2025. Т. 37. № 4. С. 121-136
2. *Кузнецова Ю.Л.* Испарение и кристаллизация капель раствора соли // Вестник Пермского университета. Серия: Физика. 2025. Вып. 2. С. 5–16.
3. *Hardy D.A., Robinson J.F., Hilditch T.G., Neal E., Lemaitre P., Walker J.S., Reid J.P.* Accurate Measurements and Simulations of the Evaporation and Trajectories of Individual Solution Droplets // The Journal of Physical Chemistry B. 2023. Vol. 127. P. 3416—3430.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕПЛОМАССОПЕРЕНОСА В ПРОЦЕССЕ ИЗГОТОВЛЕНИЯ ЗАГОТОВОК ОПТИЧЕСКИХ ВОЛОКОН

Д. А. Кустов[a,b], И. Л. Никулин[a]
[a]Пермский национальный исследовательский
политехнический университет,
614990, Пермь, Комсомольский проспект, д. 29
[b]ПАО Пермская научно-производственная приборостроительная компания,
614002, Пермь, 25 Октября, д. 106

В работе рассматривается изготовление заготовок оптических волокон методом модифицированного химического парофазного осаждения (MCVD). Проведено исследование газодинамики процесса, посвящённое определению режима течения и анализу теплообмена. Предложена математическая модель, которая учитывает тепломассоперенос в газе, снаружи и внутри заготовки. Учитывается вклад теплообмена излучением. Модель верифицирована на известных экспериментальных данных и аналитических решениях. Рассчитанные поля температуры и скорости позволяют проанализировать место протекания химической реакции, в которой происходит выделение легирующих компонентов из газовой фазы внутри трубки.

Ключевые слова: MCVD, математическое моделирование, тепломассоперенос, поле температур, излучение, заготовка оптического волокна.

MATHEMATICAL MODELING OF HEAT AND MASS TRANSFER IN THE OPTICAL FIBER PREFORM MANUFACTURING PROCESS

D.A. Kustov[a,b], I.L. Nikulin[a]
[a]Perm National Research Polytechnic University,
29 Komsomolsky Prospect, 614990, Perm
[b]PJSC Perm Research and Production Instrumentation Company,
106 25 Oktyabrya St., 614002, Perm

This work examines the fabrication of optical fiber preforms using the Modified Chemical Vapor Deposition (MCVD) method. A study of the process gas dynamics was conducted, focusing on determining the flow regime and analyzing heat transfer. A mathematical model is proposed, accounting for heat and mass transfer in the gas flow, both outside and inside the preform. The contribution of radiative heat transfer is also included. The model was verified against known experimental data and analytical solutions. The calculated temperature and velocity fields enable analysis of the chemical reaction zone, where dopants are released from the gas phase inside the tube.

Keywords: MCVD, mathematical modeling, heat and mass transfer, temperature field, radiation, optical fiber preform

© Кустов Д.А., Никулин И.Л., 2025

Свойства оптического волокна формируются под влиянием множества факторов, возникающих как в процессе производства, так и на последующих этапах обработки. В данной работе основное внимание уделяется технологическому процессу производства волокна, поскольку именно он во многом определяет его характеристики.

Одним из ключевых методов изготовления заготовок оптического волокна является метод модифицированного химического парофазного осаждения (MCVD). В упрощённом виде этот процесс можно описать следующим образом: в полую кварцевую трубку подаётся газовая смесь, содержащая прекурсоры для синтеза диоксида кремния (SiO_2), а также легирующие добавки, регулирующие оптические и механические свойства волокна. Под воздействием высоких температур, создаваемых перемещающейся кислородно-водородной горелкой, происходит реакция с образованием микрочастиц, которые осаждаются на внутренней поверхности трубки, формируя слоистую структуру. [1]

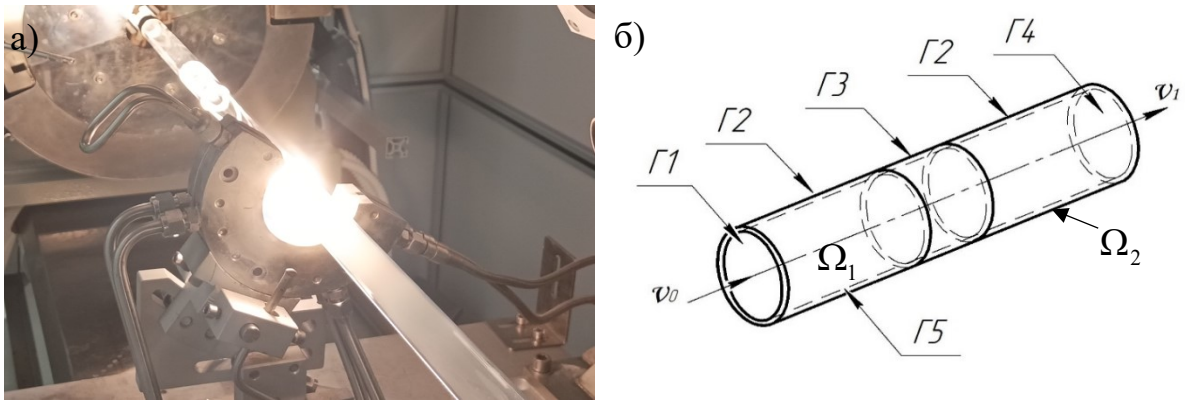


Рис. 1. Промышленное устройство (а) и расчетная схема задачи (б)

Температурный режим играет критически важную роль, влияя как на химические реакции, так и на кинетику осаждения частиц. Поэтому моделирование теплообмена представляет собой основную часть исследования процесса MCVD. На основе данных, полученных в предыдущих работах [2, 3], была разработана математическая постановка задачи тепломассопереноса. Модель включает уравнения переноса (Навье–Стокса с поддержкой подъемных сил и уравнение энергии), а также граничные условия, учитывающие конвективный теплообмен, излучение и неравномерный нагрев от кислородно-водородной горелки.

$$\Omega_1 : \rho_{\text{г}}\left(\frac{\partial \boldsymbol{u}}{\partial t} + (\boldsymbol{u}\cdot\nabla)\boldsymbol{u}\right) = \nabla\left(\mu_{\text{г}}\nabla\boldsymbol{u}\right) - \nabla p + \mathbf{g}\beta\left(T - T_{ref}\right) + \left(\zeta + \frac{\mu_{\text{г}}}{3}\right)\Delta\boldsymbol{u}$$

$$\Omega_1 : \rho_{\text{т}}C_{\text{т}}\frac{\partial T}{\partial t} = \nabla\lambda_{\text{т}}\nabla T + \nabla\boldsymbol{q}_{изл},\ \Omega_2 : \rho_{\text{г}}C_{\text{г}}\left(\frac{\partial T}{\partial t} + (\boldsymbol{u}\cdot\nabla)T\right) = \nabla\left(\lambda_{\text{г}}\nabla T\right) + \nabla\boldsymbol{q}_{\text{изл}} + \Phi,$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla\cdot\left(\rho\boldsymbol{u}\right) = 0,$$

$$\Gamma_1 : \boldsymbol{u}_г = \boldsymbol{u}_0,\ T = T_{комн}, \qquad \Gamma_2 : q = \left(h_{конв}^{своб} + h_{изл}\right)\left(T - T_{ср}\right), \qquad \Gamma_3 : T = T_{гор}$$

$$\Gamma_4 : \boldsymbol{u}_{газ} = \boldsymbol{u}_1, T_{out} => q = \left(\rho_г \boldsymbol{u}_{1г}\right)\left(C_г \cdot \left(T - T_{ср}\right)\right), \Gamma_5 : q = h_{конв}^{вын}\left(T - T_{труб}\right),$$

$$h_{изл} = \varepsilon\sigma_в\left(T + T_{ср}\right)\left(T^2 + T_{ср}^2\right)$$

где Γ – граница, Ω – среда.

В уравнениях плотность, вязкость, теплоемкость, коэффициент объёмного расширения и теплопроводность являются функциями температуры:

$$\rho_г = \rho_г\left(T\right),\ \mu_г = \mu_г\left(T\right),\ C_г = C_г\left(T\right),\ \beta_г = \beta_г\left(T\right),\ \lambda_г = \lambda_г\left(T\right).$$

Кроме всего прочего в процессе изготовления происходит постоянное, равномерное вращение трубки (w = 30–50 об/мин), которое является одним из возможных способов для достижения однородности осаждаемых слоев. Такой фактор приводит к необходимости построения модели в трехмерной постановке, где поворот трубки будет осуществляться поворотом вектора гравитационных сил, по формуле:

$$x:\ g \cdot r\cos\left(wt + \varphi\right)$$

$$y:\ g \cdot r\sin\left(wt + \varphi\right)$$

Адекватность модели проверялась на экспериментальных данных, полученных со станка MCVD. В общей совокупности сравнивались 5 разных экспериментальных графиков, которые показали, что в процессе осаждения распределение температуры остается практически неизменным. В результате сравнения экспериментальных данных с моделью было получено качественное и количественное соответствие с относительным отклонением 1.1% (рис. 2).

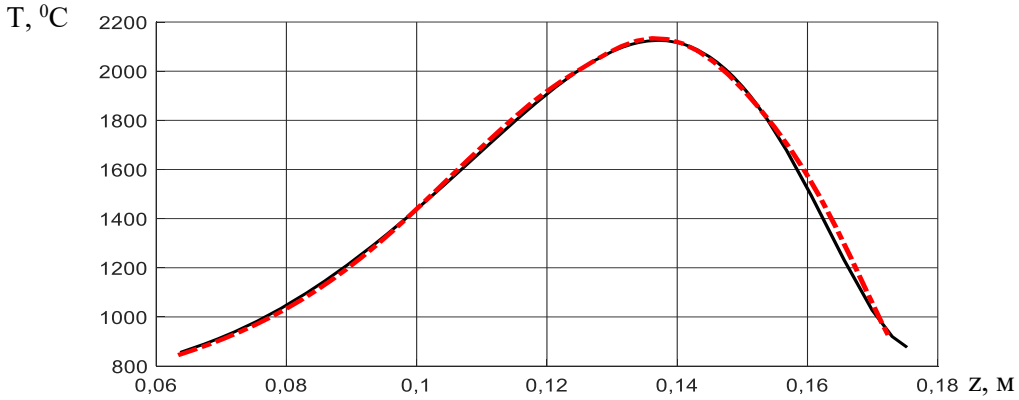


Рис.2. Распределение температуры в области горелки. Красная линия – численные результаты, черная линия – экспериментальные данные

На рис. 3 представлено поле температур для участка в области горелки. Также стрелками указано направление потока газа. От горелки наблюдается восходящие конвективные потоки, которые течением переносятся дальше

вдоль трубки. Как можно заметить температурные градиенты вызывают смещение движения газа. Наиболее заметна смена направления в области после горелки, там из более нагретой области поток стремится к менее нагретой, которая находится на стенке трубки.

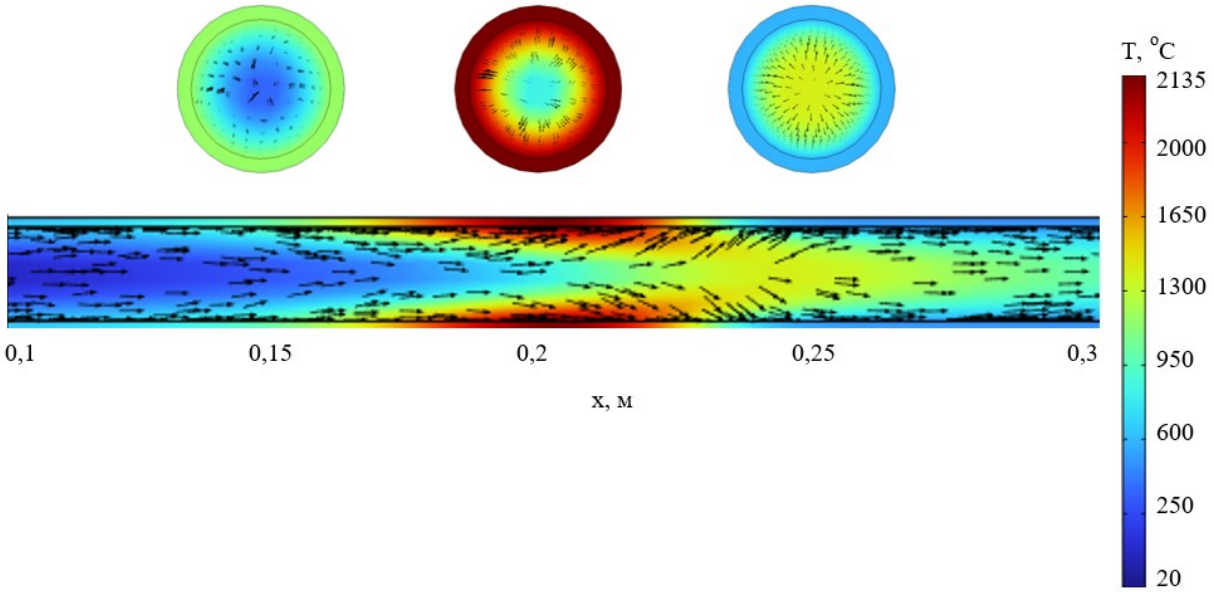


Рис.3. Распределение температуры в области горелки. Стрелки – направление потока

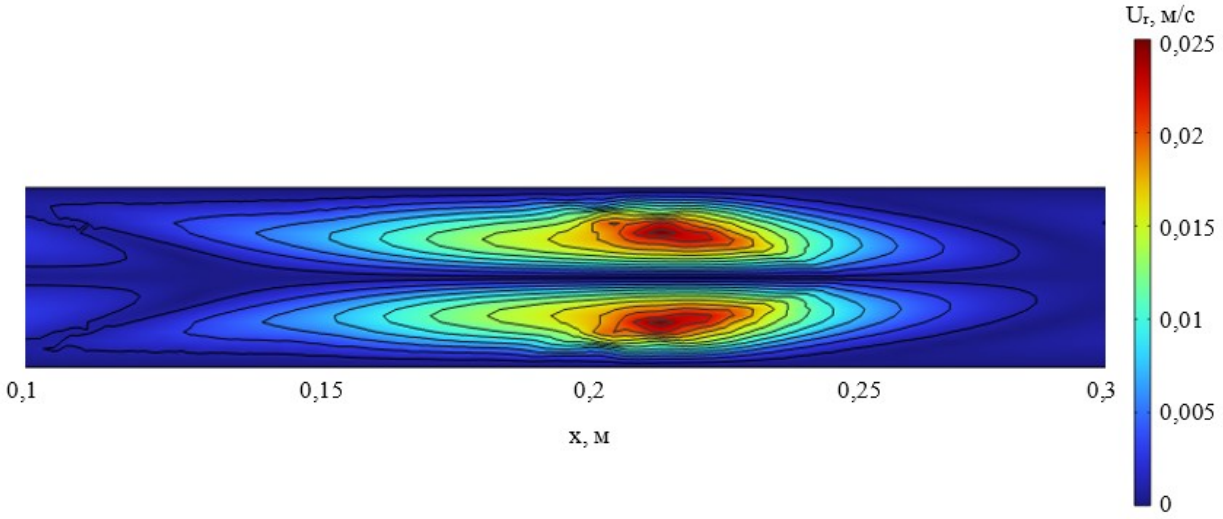


Рис.4. Поле радиальных скоростей в области горелки. Линии – контур скорости

Поля скоростей, представленные на рис. 4-5, демонстрируют выраженную пространственную асимметрию течения, обусловленную вращением трубки. Наблюдаемое трехмерное распределение векторов скорости подтверждает формирование сложных вторичных течений, которые не могут быть адекватно описаны в двумерной или осесимметричной постановке.

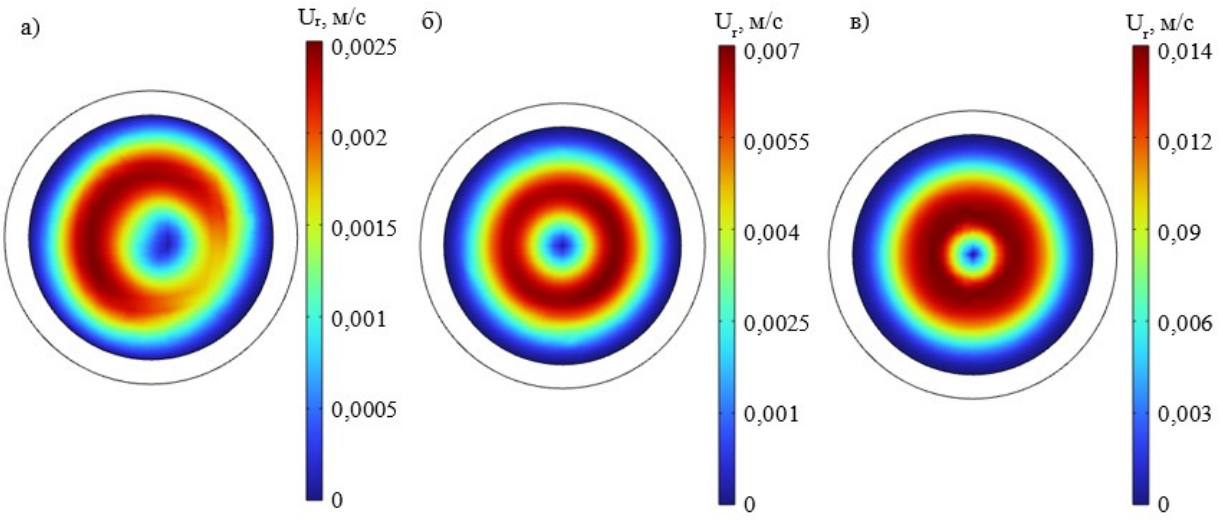


Рис.5. Поле радиальных скоростей в сечении трубки. а) x=0.15 (до горелки), б) x=0.2 (центр горелки), в) x=0.25 (после горелки)

Проведенное исследование позволяет сделать вывод об адекватности разработанной модели для описания процессов тепломассопереноса в условиях технологии MCVD. Полученные результаты создают основу для дальнейшего моделирования процессов переноса и осаждения частиц, включая исследование влияния термофореза, диффузионного переноса и кинетики химических реакций на формирование слоев оптического волокна.

Список литературы

1. *Иванов Г.А., Первадчук В.П.* Технология производства и свойства кварцевых оптических волокон: учеб. Пособие. Пермь: Изд-во Перм. нац. исслед. политехн. ун-та, 2011. – 171 с.
2. *Кустов Д.А., Никулин И.Л.* Аналитическая верификация модели теплообмена между средами при изготовлении заготовок оптических волокон // В сборнике: Материалы II Международной научно-практической конференции молодых ученых, аспирантов и студентов. Изд-во Перм. нац. исслед. политехн. ун-та, 2025. – С. 318-320.
3. *Кустов Д.А., Никулин И.Л.* Математическое моделирование излучения при изготовлении заготовок оптических волокон // В сборнике: XXIV Зимняя школа по механике сплошных сред. ПФИЦ УрО РАН, 2025г. – С. 169.

ВЛИЯНИЕ ГОРОДСКОГО РЕЛЬЕФА НА КРУПНОМАСШТАБНУЮ КОНВЕКТИВНУЮ ЦИРКУЛЯЦИЮ

Н. М. Легенький, А. В. Беляева, Е. Н. Попова, А. Н. Сухановский
Институт механики сплошных сред УрО РАН,
614013, Пермь, Академика Королева, 1

В данной работе проведено лабораторное исследование крупномасштабной конвективной циркуляции, образованной горизонтальным, протяженным нагревателем. Реализованы серии полевых измерений скорости в случае плоского рельефа и с использованием макета г. Перми. Проведен анализ структуры течения и его средних и пульсационных характеристик. Показано, что рельеф города подавляет крупномасштабную циркуляцию. Наличие городской застройки приводит к заметной пространственной неоднородности скорости, при этом уровень пульсаций скорости относительно невелик и не превышает 5%. Корреляционный анализ показывает значительную корреляцию между высотой рельефа и горизонтальной компонентой скорости.

Ключевые слова: конвекция, лабораторное моделирование, городская застройка

THE INFLUENCE OF URBAN ROUGHNESS ON LARGE-SCALE CONVECTIVE CIRCULATION

N. M. Legenkii, A. V. Belyaeva, E. N. Popova, A. N. Sukhanovskii
Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS,
1 Academician Korolev St., 614013, Perm

The results of experimental study of the large-scale convective circulation over the flat surface and city layout, produced by extended localized heater for different heating intensity, are presented. The structure of the flow for these configurations, the mean and pulsation characteristics were analyzed and compared. It is shown that urban roughness, suppresses the large-scale circulation, which is mainly located above the urban terrain. The urban terrain leads to noticeable spatial non-homogeneity of the main circulation but the level of velocity fluctuations is relatively low and do not exceed 5%. Correlation analysis show significant correlation between terrain elevation and horizontal velocity.

Keywords: natural convection; laboratory modeling; urban terrain

Поверхность городов представляют собой весьма шероховатую поверхность. Этот факт имеет большое значение для определения ветрового режима в пределах города, распространения примеси от различных источников загрязнений, формирования микроклимата на масштабах городских кварталов. Естественная вентиляция зданий, как правило, улучшает качество воздуха и снижает тепловую нагрузку на системы кондиционирования воздуха [1]. Для оценки эффективности вентиляции городской застройки традиционно применяются три основных метода:

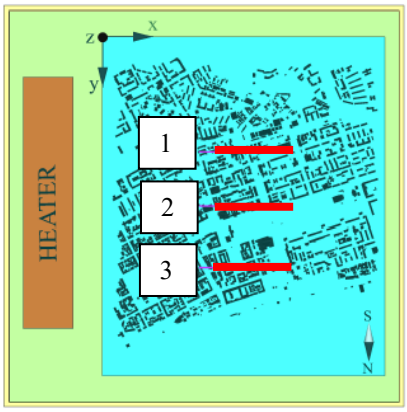
© Легенький Н.М., Беляева А.В., Попова Е.Н., Сухановский А.Н., 2025

натурные измерения, эксперименты в аэродинамической трубе и численное моделирование.

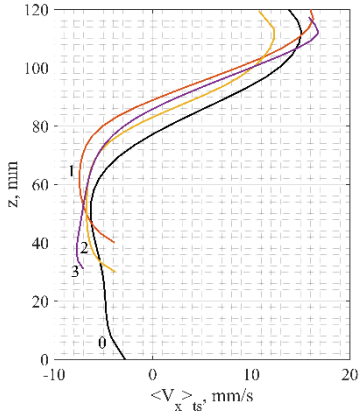
Ключевой проблемой при моделировании ветровых потоков является корректное описание атмосферной турбулентности. Числа Рейнольдса для ветровых потоков в масштабах городских кварталов достигают чрезвычайно высоких значений даже при умеренных скоростях ветра. В связи с этим применяется подход, в котором молекулярной вязкостью пренебрегают, поскольку её величина на несколько порядков меньше турбулентной (вихревой) вязкости. Таким образом, структура и устойчивость турбулентных течений определяются исключительно эффективным числом Рейнольдса, рассчитанным на основе коэффициента турбулентной вязкости. Основное преимущество данного подхода заключается в возможности исследования сложной атмосферной турбулентности через её ламинарное моделирование в упрощённой лабораторной установке, где процессы полностью контролируемы. В данной работе на примере лабораторной модели города Перми исследуется влияние городской геометрии на поле ветра. Для генерации ветровых потоков использовалась крупномасштабная конвективная циркуляция, создаваемая горизонтальным локализованным нагревателем.

В качестве объекта исследования использован трехмерный макет части города Пермь, который в точности воспроизводит высоту и расположение зданий на территории почти 6 км^2 в масштабе 1:4000. Макет помещался в резервуар, заполненный водой. Источником конвективной циркуляции, имитирующей преобладающий западный ветер, служил протяженный нагреватель, установленный на дне резервуара. Размер макета 670×560 мм, размер резервуара 800×800 мм. Высота слоя жидкости в экспериментах не менялась и составляла 130 мм. Были проведены измерения полей скорости при наличии и отсутствии макета. Измерения проводились при двух мощностях нагрева 93 и 209 Вт в трех вертикальных сечениях и одном горизонтальном. Схематичное изображение установки и системы координат представлено на Рис. 1*а*.

На Рис. 1*б* представлены вертикальные профили горизонтальной компоненты скорости $<V_x>_{ts}$, осредненные по времени и пространству для мощности нагрева 209 Вт. Профиль **0** получен для случая отсутствия макета города. Наличие макета города приводит к значительным изменениям в скорости течения. Поскольку скорость потока в основном определяется мощностью нагрева, уменьшение глубины слоя приводит к увеличению скорости. Увеличение скорости наблюдается в основном в нижней части слоя. Профили скорости в верхней части слоя одинаковы как для случая плоского дна, так и для наличия макета. Наблюдаемое различие в скорости для различных профилей отражает влияние конфигурации городской застройки.



а)



б)

Рис. 1 а) - Экспериментальная установка вид сверху, горизонтальные линии указывают сечения для измерений скорости; б) – осредненные по времени и пространству вертикальные профили горизонтальной компоненты скорости для сечений 1,2 и 3, профиль 0 соответствует случаю плоского дна (отсутствие макета)

Проведен сравнительный анализ распределения компонент скорости V_x и V_y в горизонтальном сечении и характеристиками городской застройки. Для сравнительного анализа использованы линейные коэффициенты корреляции Пирсона между высотой рельефа и V_x (R_{HVx}), высотой зданий и V_x (R_{hVx}), высотой рельефа и V_y (R_{HVy}), высотой зданий и V_y (R_{hVy}). Результаты корреляционного анализа представлены в Табл. 1. Видно, что наибольшая корреляция наблюдается между высотой рельефа и распределением компоненты скорости V_x.

Табл. 1. Коэффициенты Пирсона для геометрических характеристик макета и скорости ветра

	R_{HVx}	R_{hVx}	R_{HVy}	R_{hVy}
93 Вт	0.53	0.02	0.10	0.16
209 Вт	0.49	0.01	0.16	0.16

Исследование выполнено за счет поддержки Министерства Науки и высшего образования РФ (тема № 124012300246-9).

Список литературы

1. *Zaki S. A., Hagishima A., Tanimoto J.* Experimental study of wind-induced ventilation in urban building of cube arrays with various layouts // Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics. 2012. V. 103. P. 31-40.

РОЛЬ ВЕРТИКАЛЬНОЙ НЕОДНОРОДНОСТИ ВОДНЫХ МАСС В ВОДОХРАНИЛИЩАХ В ОБЕСПЕЧЕНИИ УСТОЙЧИВОСТИ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ СИСТЕМ ВОДОСНАБЖЕНИЯ

А. П. Лепихин[a], Т. П. Любимова[b], А. В. Богомолов[a], М. А. Опутин[a], Т. Н. Синцова[a]
[a]Горный институт УрО РАН,
614007, Пермь, Сибирская, 78а
[b]Институт механики сплошных сред УрО РАН,
614013, Пермь, Академика Королева, 1

В статье рассматривается влияние вертикальной стратификации плотностных характеристик водных масс, обусловленных температурой и минерализацией, на экологическое состояние и хозяйственное использование внутриконтинентальных водоемов. На примере Камского и Верхне-Зыряновского водохранилищ и зоны слияния рек Сылва и Чусовой показано, что слоистые структуры существенно влияют на качество воды и стабильность водоснабжения. Характер стратификации зависит от гидродинамических условий и техногенной нагрузки, варьируясь от устойчивого до импульсного.

Ключевые слова: вертикальная стратификация; водохранилища; неоднородность водных масс, водоснабжение

THE ROLE OF VERTICAL HETEROGENEITY OF WATER MASSES IN RESERVOIRS IN ENSURING THE STABILITY OF FUNCTIONING OF WATER SUPPLY SYSTEMS

A. P. Lepikhin[a], T.P. Lyubimova[b], A.V. Bogomolov[a], M. A. Oputin[a], T. N. Sintcova[a]
[a]Mining institute UB RAS,
78a Sibirskaya St., 614007, Perm
[b]Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS,
1 Academician Korolev St., 614013, Perm

The article examines the impact of vertical stratification of water density characteristics, determined by temperature and mineralization, on the ecological state and economic use of inland water bodies. Using the Kama and Verkhne-Zyryanovsk reservoirs and the confluence zone of the Sylva and Chusovaya rivers as examples, it is shown that layered structures significantly affect water quality and the stability of water supply. The nature of stratification depends on hydrodynamic conditions and anthropogenic load, varying from stable to impulsive.

Keywords: vertical stratification; reservoirs; heterogeneity of water masses, water supply

На экологическое состояние водного объекта, возможности его хозяйственного использования принципиальное влияние оказывает

© Лепихин А.П., Любимова Т.П., Богомолов А.В., Опутин М.А., Синцова Т.Н., 2025

устойчивая вертикальная неоднородность распределения плотностных характеристик водных масс.

Во внутриконтинентальных водных объектах плотность воды определяется в первую очередь температурой и минерализацией воды. В качестве критерия вертикальной устойчивости водных масс рассматривается число Ричардсона

$$R_i = -\frac{\frac{g\partial\rho}{\rho\partial z}}{\left(\frac{\partial v}{\partial z}\right)^2}, \quad (1)$$

и его дискретный аналог – плотностное число Фруда

$$Fr_\rho = \frac{1}{\sqrt{Ri}}, \quad (2)$$

Распределения минерализации и температуры воды могут формировать устойчивую слоистую структуру при $R_i > 1$, и соответственно, $Fr_\rho < 1$.

Как следует из соотношений (1) формирование устойчивых слоистых структур определяется соотношением скорости течения, глубины потока и интенсивностью поступления, генерирования вод с отличной плотностью.

В общем случае плотность воды определяется четырьмя факторами:

–температурой;

–минерализацией;

–содержанием взвешенных наносов;

–давлением, оказываемым на воду.

Фактор давления значимо может проявляться только при очень большой глубине рассматриваемых водных объектов. Во внутриконтинентальных водоемах он может учитываться только при описании очень глубоких озер типа Байкала, Телецкого. В водных объектах с характерной глубиной, не превышающей 20÷50 м, этот эффект очень мал, и он не учитывается.

Влияние взвешенных наносов, как правило, может проявляться достаточно кратковременно из-за их гидродинамической нестабильности, поэтому в качестве определяющих факторов во внутриконтинентальных водоемах рассматривается, как правило, температура или минерализация воды или их комбинация.

Наибольшие как экологические, так и хозяйственные последствия имеют слоистые структуры распределения минерализации воды. При этом следует отметить, очень интересный характер структуры, имеющие комбинированный связанный с неоднородность распределения температуры и минерализации. Их описание впервые для водохранилищ было представлено в [1].

В зависимости от соотношения масштабов внутригодовых колебаний скоростей течений и глубины потока слоистые структуры могут иметь различный генезис и наблюдений как в течение всего года, так за достаточно кратковременные периоды.

В условиях замедленного водообмена, в поверхностных водных объектах, в первую очередь, расположенных в зонах активного техногенеза, могут формироваться вертикальные неоднородности водных масс, играющих принципиальную роль, как в задачах гидродинамики, этих объектов, так и их хозяйственном использовании

Особенности формирования стратификации водных масс, и их моделирование рассматриваются на примере трех разных объектах, где формирование стратификации значимо различаются:

- Камское водохранилище в его зоне выклинивании, характеризующееся очень существенной техногенной нагрузкой.

- Зона слияния, находящихся подпоре от Камской ГЭС, рек Сылва и Чусовой, существенно различающихся по химическому составу и плотности воды:

- Верхне-Зыряновское водохранилище, вертикальная стратификация водных масс в котором формируется вследствие фильтрационных разгрузок высокоминерализованных рассолов, имеющих как естественный так и техногенный генезис.

Для Камского водохранилища вертикальная неоднородность водных масс имеют принципиальное значение для его хозяйственного использования.

Так благодаря использованию вертикальных водных масс, формирующихся в Камском водохранилище в зоне впадения в него рек Сылвы и Чусовой, удается обеспечивать нормативное качество воды в зимний период, на основном питьевом водозаборе Пермского водозаборе. Вследствие особенности гидрологических и гидрологических особенностей этих водотоков более минерализованные, более плотные воды р. Сылвы «подтекают» под менее плотные воды р. Чусовой, в свою очередь воды р. Чусовой «надтекают» на воды р. Сылвы. Соответственно ниже слияния этих рек наблюдается достаточно устойчивая двухслойная структура водной массы, когда в верхних горизонтах вода по своим свойствам близка к воде р. Чусовой, а в нижних горизонтах – к воде р. Сылва. При этом наблюдается весьма отчетливо выраженная граница «раздела» между этими водными массами. Различные гидродинамические аспекты слияния этих двух водотоков, в том числе и формирование внутренних волны, генерируемые внутри суточной не равномерностью работы Камской ГЭС, обсуждались в [1–3]

В летний период при уровне воды близком к НПГ вследствие формирования вертикальной неоднородности водных масс, минерализация воды в придонном горизонте, где, как правило, располагаются оголовки водозаборов, может на порядок превышать их значения ее в поверхностном горизонте.

Эти структуры в летний период являются ключевым фактором, определяющим устойчивость систем технического водоснабжения предприятий Соликамско-Березниковского промузла. Так как их условия

формирования близки к критическим, то они носят импульсный, периодических характер. Они могут достаточно активно формироваться и разрушаться существенно перестраиваться даже течении суток. Так как данный объект является важным источником технического водоснабжения, поэтому было принципиально важно установить причину и механизм формирования этих колебаний, построить для их описания соответствующие гидродинамические модели [4-7].

В тоже время слоистая структура, формирующаяся в Верхне-Зырянском водохранилище, сохраняет свою устойчивость в течение всего года. Более того, само водохранилище, как показывают натурные наблюдения и проведенные численные эксперименты, практически не поддается промывке. Устойчивость его вертикальной стратификации обуславливается в первую очередь фильтрационными разгрузками высокоминерализованных рассолов. В летний период дополнительным фактором, усиливающим стратификацию водных масс, является его температурный режим, при этом градиенты температуры воды достигают в зоне плотностного скачка 5-7 °С. Данное водохранилище активно используется для решения задач технического водообеспечения. Для обеспечения устойчивого забора воды требуемого качества было предложено система селективного забора воды. Методы расчетов и основные ее характеристики были рассмотрены в [8]

Выводы

Слоистые структуры, формируемые в первую очередь в зонах активного техногенеза, оказывают определяющее влияние на особенности их хозяйственного использования, в первую очередь на устойчивость функционирования систем технического и питьевого водообеспечения. При этом в зависимости от гидрологического, гидродинамического режима конкретного водного объекта их продолжительность может быть существенно различной, от устойчивого в течение всего года или сезона, до периодического, импульсного характера с внутрисуточной и междусуточной изменчивости.

Список литературы

1. *Lyubimova T. et al*. Spatio-Temporal Variations of River Water Quality for Material Processing Purposes // Fluid Dynamics & Materials Processing. 2025. Vol. 21 (4).
2. *Lyubimova T. et al*. Formation of the density currents in the zone of confluence of two rivers //Journal of Hydrology. 2014. Vol. 508. P. 328-342.
3. *Lyubimova T.P., Lepikhin A.P., Parshakova Y.N., Bogomolov A.V*. Coherent Structures at the Interface between Water Masses of Confluent Rivers // Water. 2022. Vol. 14. 1308. https://doi.org/10.3390/w14081308

4. *Лепихин А. П. и др.* Влияние вертикальной неоднородности водных масс на устойчивость промышленного водоснабжения в зонах высокой техногенной нагрузки //Труды Карельского научного центра Российской академии наук. 2021. №. 4. С. 53-63.
5. *Лепихин А.П. и. др.* Плотностные эффекты, обусловленные неоднородностью распределения минерализации воды различного генезиса в равнинных водохранилищах Известия Российской академии наук. Физика атмосферы и океана. 2024. Т. 60. № 4. С. 533-544.
6. *Любимова Т. П. и др.* Особенности гидродинамики водоемов с вертикальной плотностной неоднородностью водных масс в условиях активного техногенеза //Вычислительная механика сплошных сред. 2023. Т. 16. №. 1. С. 115-124.
7. *Lyubimova T. et al*. Formation of Water Quality of Surface Water Bodies Used in the Material Processing //Fluid Dynamics & Materials Processing. 2024. Vol. 20 (4).
8. *Lyubimova T. et al*. Peculiarities of hydrodynamics of small surface water bodies in zones of active technogenesis (on the example of the Verkhne-Zyryansk reservoir, Russia) // Water. 2021. Vol. 13 (12). – P. 1638.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ЛОГГЕРОВ ДЛЯ ОЦЕНКИ МЕЖДУСУТОЧНЫХ И ВНУТРИСУТОЧНЫХ КОЛЕБАНИЙ УРОВНЕЙ ВОДЫ И УДЕЛЬНОЙ ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТИ В РАЙОНЕ Г. БЕРЕЗНИКИ

А. П. Лепихин, М. А. Опутин, А. В. Богомолов
Горный институт УрО РАН,
614007, Пермь, Сибирская, 78а

Представлены данные внутрисуточных колебаний уровней воды и удельной электропроводности на акватории Камского водохранилища в районе г. Березников, отмечена значительная вариабельность данных параметров

Ключевые слова: логгер; водохранилища; качество воды, уровень воды

USING LOGGERS TO ASSESS INTERDAY AND INTRADAY FLUCTUATIONS IN WATER LEVELS AND SPECIFIC ELECTRICAL CONDUCTIVITY IN THE BEREZNIKI AREA

A. P. Lepikhin, M. A. Oputin, A.V. Bogomolov
Mining institute UB RAS,
78a Sibirskaya St., 614007, Perm

The data on intra-day fluctuations in water levels and specific electrical conductivity in the water area of the Kama Reservoir in the Berezniki region are presented; significant variability of these parameters is noted

Keywords: logger, water reservoir, water quality, water level

Введение

Современные методы изучения гидрологических процессов требуют высокоточного и непрерывного мониторинга параметров водных объектов. Одними из наиболее востребованных инструментов для этих целей являются логгеры записи уровней воды и удельной электропроводности. Эти устройства позволяют автоматизировать сбор данных, обеспечивая высокую временную и пространственную разрешающую способность, что особенно важно для долгосрочных исследований, мониторинга состояния водных ресурсов, а также оценки качества воды и процессов загрязнения.

Логгеры уровня воды широко применяются для наблюдения за динамикой водных горизонтов в реках, озёрах, грунтовых водах и других водоёмах. Получаемые данные используются для анализа сезонных и экстремальных изменений, моделирования водного баланса, а также для прогнозирования паводков и засух [1-2]. В свою очередь, регистрация удельной электропроводности воды с помощью специализированных логгеров позволяет отслеживать изменения минерального состава и наличие

© Лепихин А.П., Опутин М.А., Богомолов А.В., 2025

загрязняющих веществ, что важно для оценки экологического состояния водных экосистем и выявления источников антропогенного воздействия.

Преимущества применения автоматических логгеров включают:

- Высокую точность и частоту измерений;
- Возможность длительной автономной работы в удалённых или труднодоступных районах;
- Снижение трудозатрат по сравнению с ручными измерениями;
- Оперативное получение данных для анализа и принятия решений.

В последние годы отмечается рост интереса к использованию недорогих и энергоэффективных сенсоров [3-5], способных одновременно регистрировать уровень воды и электропроводность, что расширяет возможности комплексного мониторинга водных объектов и управления водными ресурсами.

Применение таких технологий уже доказало свою эффективность в исследованиях городских и природных водотоков, мониторинге стока, оценке воздействия загрязнений и управлении водными системами различного масштаба.

Материалы и методы

Большой интерес представляет использование данного оборудования на Камском водохранилище в районе города Березников, поскольку, расположение этой части акватории в зоне переменного подпора от КамскойГЭС значительным образом влияет на гидравлические особенности этой зоны. В дополнение к этому, комплекс промышленных предприятий, находящийся на территории городов Соликамска и Березников оказывает огромное влияние на гидрохимический режим описываемой акватории водохранилища.

Логгер был размещен в русловой части Камского водохранилища в районе города Березники, между двумя техническими водозаборами. Датчик устанавливался на глубине 12,4 м (от поверхности (0,1м от дна) и настроен на регистрацию и запись во внутреннюю память всех показателей с дискретностью (частотой) 1 раз в 20 минут. Период работы составил 40 дней с 4 сентября по 14 октября 2024 г. Всего было записано 2870 значений каждого из фиксируемых показателей.

Результаты

В ходе обработки и анализа данных, полученных с логгера, были выявлены значительные внутрисуточные колебания удельной электропроводности. В течении 20 минут 22 сентября произошел спад с 9000 мкСм/см до 400 мкСм/см. В другие дни также регистрируются большие изменения значений удельной электропроводности воды. Так как данный показатель очень тесно связан с содержанием в воде основных макрокомпонентов, то он очень важен для оценки устойчивости действующих систем водоснабжения [6-8]. При этом простейшее объяснение

этого явления, как следствие не санкционированного, не регламентируемого отведения высокоминерализованных сточных вод, встречает очень серьёзные трудности [8]. Вследствие продольной дисперсии даже при мгновенном «включении или выключении» источника загрязнения, минерализация воды в контрольном створе, может изменяться с определенной инерцией.

Как следует из рис. 1. резкие колебания удельной электропроводности синхронизированы со значимыми колебаниями уровня воды. При резком спаде уровня воды скорость течения повышается, происходит разрушение слоистых структур, и удельная электропроводность снижается, в тоже время при повышении уровня воды, скорости течения падают и создаются условия для формирования слоистой структуры и роста минерализации воды в придонной области. Ключевым фактором, определяющим динамику удельной электропроводности воды, не сам уровень воды, а формируемый его динамикой - гидравлический уклон, в значительной мере определяющий скорость течения на данном участке водохранилища. При этом необходимо подчеркнуть, что гидравлический уклон на рассматриваемом участке Камского водохранилища формируется под совокупным воздействием как естественных, та и техногенных факторов.

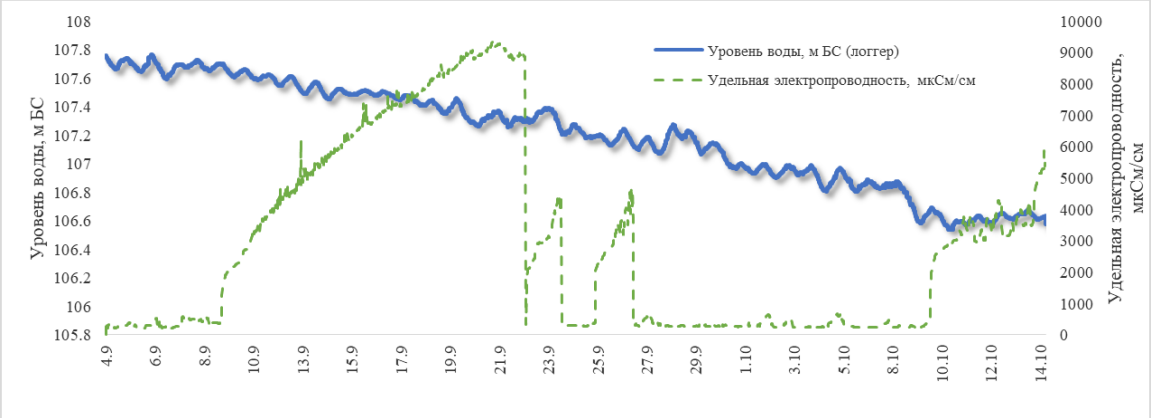


Рис. 1. Динамика параметров удельной электропроводности и уровней воды в районе г. Березников

Заключение

В данной работе подтверждена высокая эффективность использования логгеров для непрерывного мониторинга уровней воды и удельной электропроводности в водных объектах, что позволяет получать точные и детальные данные о гидрологических и гидрохимических процессах. Применение таких устройств на примере Камского водохранилища в районе города Березники продемонстрировало значительные внутрисуточные колебания удельной электропроводности, тесно связанные с динамикой уровня воды и гидравлическим уклоном.

Анализ полученных данных показал, что ключевым фактором, влияющим на изменения удельной электропроводности, является не сам

уровень воды, а скорость течения, обусловленная гидравлическим уклоном, который формируется под воздействием как естественных, так и техногенных факторов. При резком снижении уровня воды увеличивается скорость течения, что приводит к разрушению слоистых структур и снижению электропроводности, тогда как при подъёме уровня скорость течения уменьшается, способствуя формированию слоистой структуры и увеличению минерализации воды в придонной зоне.

Таким образом, комплексный мониторинг с использованием современных логгеров позволяет не только выявлять динамические изменения гидрохимических параметров, но и глубже понимать механизмы, влияющие на качество воды и устойчивость водных экосистем. Дальнейшее внедрение энергоэффективных и высокоточных сенсорных технологий будет способствовать улучшению управления водными ресурсами и повышению эффективности экологического мониторинга.

Список литературы

1. *Shi B. et al.* A low-cost water depth and electrical conductivity sensor for detecting inputs into urban stormwater networks //Sensors. 2021. Vol. 21 (9). P. 3056.
2. *Toran L.* Water level loggers as a low-cost tool for monitoring of stormwater control measures //Water. 2016. Vol. 8 (8). P. 346.
3. *Chapin T. P., Todd A. S., Zeigler M. P.* Robust, low-cost data loggers for stream temperature, flow intermittency, and relative conductivity monitoring // Water Resources Research. 2014. Vol. 50 (8). P. 6542-6548.
4. *Gujral A., Bhalla A., Biswas D. K*. Automatic water level and water quality monitoring //Proceedings of the Ninth Symposium on Field Measurements in Geomechanics, Sydney, Australia. 2015. P. 9-11.
5. *Cloete N. A., Malekian R., Nair L*. Design of smart sensors for real-time water quality monitoring //IEEE access. 2016. Vol. 4. P. 3975-3990.
6. *Лепихин А.П., Богомолов А.В., Ляхин Ю.С*. К особенности формирования качества воды р. Камы (Камского водохранилища) в зимний период в районе г. Березники // Горное эхо, 2022. Т.86. № 1. С. 13-25.
7. *Лепихин А.П., Богомолов А.В., Синцова Т.Н.* Особенности внутрисуточных колебаний физических показателей качества воды в Камском водохранилище // Горное эхо, 2023.Т. 92. №3. С. 14-26.
8. *Лепихин А.П., Веницианов Е.В., Любимова Т.П., Тиунов А.А., Паршакова Я.Н., Ляхин Ю.С., Богомолов А.В.* Влияние вертикальной неоднородности водных масс на устойчивость промышленного водоснабжения в зонах высокой техногенной нагрузки // Труды Карельского научного центра Российской академии наук. 2021. № 4. С. 53-63.

К ОЦЕНКЕ ПОГРЕШНОСТИ ИЗМЕРЕНИЯ РАСХОДОВ ВОДЫ ХИМИЧЕСКИМ МЕТОДОМ

А. П. Лепихин, Т. Н. Синцова
Горный институт УрО РАН,
614007, Пермь, Сибирская, 78а

В настоящее время при решении практических задач необходимо проводить оценку расходов воды в водотоках, имеющих сложную геометрическую форму поперечного сечения, например, для горных рек. Для решения этих задач используется химический метод, не требующий задания скорости течения и площади поперечного сечения как в традиционных методах измерения. Однако несмотря на свою простоту он не имеет широкого практическом использования из-за значительной нестабильности измерения расходов воды. Целью исследования было провести оценку погрешностей измерения расходов воды в водотоках химическим методом. Выявлено, что неустойчивость в измерениях расходов воды при залповом и постоянном сбросах концентрации маркера связана с несостоятельностью оценок среднеарифметических значений, так как их функции распределения описываются обратным нормальным распределением и обусловлена структурой используемых расчетных зависимостей. В результате математического моделирования погрешностей измерений расходов воды по схеме Монте–Карло рассчитано, что при низкой изменчивости концентрации маркера их оценки состоятельны. Предложены эффективные способы для повышения устойчивости измерений расходов воды, уменьшения колебаний измеряемых концентраций в контрольном створе: увеличение расстояния от начального до контрольного створов, использование гирлянд из датчиков.

Ключевые слова: химический метод, функция распределения, состоятельность.

TO THE ASSESSMENT OF THE ERROR IN MEASURING WATER FLOW BY THE CHEMICAL METHOD

A. P. Lepikhin, T. N. Sintsova
Mining Institute of the Ural Branch of the Russian Academy of Sciences,
78a Sibirskaya st., 614007, Perm

At present, when solving practical problems, it is necessary to estimate the water flow in watercourses with a complex geometric cross-sectional shape, for example, for mountain rivers. To solve these problems, a chemical method is used, which does not require specifying the flow velocity and cross-sectional area as in traditional measurement methods. However, despite its simplicity, it is not widely used in practice due to the significant instability of water flow measurement. The aim of the study was to estimate the errors in measuring water flow in watercourses by the chemical method. It was revealed that instability in water flow measurements with salvo and constant discharges of marker concentration is associated with the inconsistency of estimates of arithmetic mean values, since their distribution functions are described by the inverse normal distribution and are due to the structure of the used calculation dependencies. As a result of mathematical modeling of water

© Лепихин А.П., Синцова Т.Н., 2025

flow measurement errors using the Monte Carlo scheme, it was calculated that with low variability of marker concentration their estimates are consistent. Effective methods are proposed to improve the stability of water flow measurements, reduce fluctuations in the measured concentrations in the control section: increasing the distance from the initial to the control sections, using garlands of sensors.

Keywords: chemical method, distribution function, consistency.

Введение

Использование методов статистического анализа при решении прикладных задач, как правило, априорно основано на допущении, что статистические оценки рассматриваемых переменных состоятельны, т.е. дисперсии их оценок при неограниченном увеличении объема выборки стремятся к нулю. Однако существует весьма широкий класс функций распределений, когда случайный процесс уходит в знаменатель расчетных соотношений, так называемых обратных нормальных распределений, для которых несостоятельны оценки средних значений, дисперсий и более высоких моментов [1, 2]. Существенную роль играют эти эффекты, когда определяют расходы воды химическим методом (методом смешения) в водотоках, поперечное сечение русел которых имеет сложную геометрическую форму и не требует задания скорости течения и площади поперечного сечения, несмотря на традиционные методы измерения [3, 4]. Хотя сам метод известен уже более 150 лет [5-7], а его практическая реализация не требует значительной технической оснащенности, однако его широкое практическое использование существенно сдерживается нестабильностью результатов измерений [8-10]. Поэтому представляется необходимым оценить корректность измерения расходов воды в реках химическим методом на основе статистических аспектов, играющих принципиальную роль в решении практических задач.

Материалы и методы

Колебания расходов воды $Q(t)$ нельзя рассматривать как нормально распределенную величину, они должны описываться обратным нормальным распределением, для которого не существует первого, второго и более высоких моментов [1, 2]

$$\langle Q \rangle = \overline{Q} = \left\langle \frac{G}{C_k} \right\rangle \neq \frac{G}{\langle C_k \rangle}, \tag{1}$$

соответственно,

$$\left\langle \frac{G}{T_N \sum_i^N C_{ki}} \right\rangle \neq \frac{G}{T_N \left\langle \sum_i^N C_{ki} \right\rangle}, \tag{2}$$

где T_N – продолжительность измерений концентраций; ⟨ ⟩ – обозначение среднего значения; $C_к$ – концентрация маркера в контрольном створе, мг/л; G – интенсивность поступления концентрации маркера, кг/с.

В основе оценки расходов воды химическим методом, при постоянном введении маркера в водоток, лежит следующее балансовое соотношение:

$$q_{сб} \cdot C_{сб} + Q \cdot C_{ф} = (Q + q_{сб}) \cdot C_{к}, \tag{3}$$

где $q_{сб}$ – расход жидкости, используемой при введении маркера в водоток, м^3/с; $C_{сб}$ – исходная концентрация маркера, мг/л; Q·– расход воды рассматриваемого водотока, м^3/с; $C_ф$ – фоновая концентрация маркера в водотоке, мг/л.

Учитывая, что, как правило, выполняются неравенства

$$\frac{q}{Q} << 1, \frac{C_{ф}}{C_{к}} << 1, \tag{4}$$

из соотношения (3) расход воды при постоянном сбросе определяется как

$$Q \approx \frac{q_{сб} \cdot C_{сб}}{C_{к}}. \tag{5}$$

Если неравенство (4) не выполняется с требуемой надежностью, то

$$Q \approx \frac{q_{сб} \cdot (C_{сб} - C_{к})}{(C_{к} - C_{ф})} \quad . \tag{6}$$

При залповом сбросе маркера в водоток расход воды определяется

$$Q(t) \sim \frac{C}{\sum \Delta t_i C_{кi}(t)}, \tag{7}$$

где $C_{кi}$ – измеряемые значения i концентрации маркера в контрольном створе за момент времени Δt_i, кг/м^3.

Надежность выполнения данных соотношений (5)-(7) определяется эффективностью полного перемешивания маркера в водотоке.

Обсуждение полученных результатов

Как показывают многочисленные натурные исследования в горных потоках [8, 9], в первом приближении колебания концентраций химических веществ в водотоке могут приниматься как имеющие нормальное распределение, поэтому колебания концентрации маркера удобно записать:

$$C(t) = \overline{C_0}\left(1 + Cv \cdot \varepsilon_{N(0,1)}(t)\right), \tag{8}$$

где ε(t) – случайный процесс, имеющий нормальное распределение с параметрами (0, 1).

Средние значения измеряемых расходов воды должны определяться при постоянном $Q_n(t)$ и залповом $Q_з(t)$ сбросах, соответственно, соотношениями:

$$Q_n(t) \sim \frac{G1}{\left(1 + Cv \cdot \varepsilon_{N(0,1)}(t)\right)}, G1 = \frac{G}{\overline{C_0}}, \quad (9)$$

$$Q_з(t) \sim \frac{G2}{\left(1 + Cv \cdot \varepsilon_{N(0,1)}(t)\right)}, G2 = \frac{G3}{n \cdot \Delta T \cdot \overline{C_0}}. \quad (10)$$

Если расчетная величина расхода воды линейно связана с содержанием маркера, подчиняющимся нормальному распределению, то среднеквадратическая погрешность определения расхода воды при постоянном сбросе определяется как $\sigma_n = \sigma_{nc}/\sqrt{N}$, а при залповом сбросе как $\sigma_з = \sigma_{зс}\ \sqrt{N_з}/\sqrt{N}$, где N, $N_з$ – количество замеров концентрации маркера, соответственно, при выполнении параллельно проведенных замеров и одной серии параллельных измерений; $\sigma_{nc}, \sigma_{зс}$ – среднеквадратическая погрешность измерений концентрации маркера, соответственно, при постоянном, залповом сбросах.

Для оценки среднеквадратической погрешности измерения расходов воды на основе соотношений (9), (10) выполнено моделирование по схеме Монте-Карло при объеме выборки N~10^5 при различных коэффициентах вариации концентрации маркера Cv_C (таблица 1).

Табл. 1. Статистические характеристики расходов воды и концентраций маркера при залповом и постоянном сбросах

Относительная среднеквадратическая погрешность измерения расходов воды		Коэффициент вариации концентрации маркера, Cv_C
при постоянном сбросе, σ_n	при залповом сбросе, $\sigma_з$	
0.11	0.33	0.10
0.17	0.53	0.15
0.23	0.78	0.20
0.36	1.30	0.25
0.54	5.79	0.30
29.2	714	0.90

Как следует из табл. 1, если Cv_C меньше 0.2, то используемый химический метод является стабильным, устойчивым для измерения расходов воды как для постоянного, так и залпового сбросов.

Выводы

Высокая нестабильность результатов измерения расходов воды в водотоках химическим методом обусловлена структурой расчетных соотношений. Впервые показано, что при низкой изменчивости концентрации маркера $C(t)$ оценки $Q(t)$ состоятельны. Эффективным способом повышения устойчивости измерений расходов воды являются использованием гирлянды из датчиков N при максимальной ширине зоны смешения и увеличение расстояния от начального до контрольного остворов.

Исследование выполнено при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования РФ в рамках гос. задания «ГИ УрО РАН» №124020500053-6.

Список литературы

1. *Springer M. D*. The Algebra of Random Variables. Wiley. 1979. 492 p.
2. *Johnson N.L., Kotz S., Balakrishnan N.* Continuous Univariate Distributions. Wiley. 1994. Vol. 1. 171 p.
3. СТО 4.2-3-2015 Мелиоративные системы и сооружения. Открытые каналы. Правила определения расхода воды с использованием метода одноточечного измерения скорости потока. Новочеркасск. РосНИИПМ. 2015. 36 с.
4. Методические указания. ГСИ. Расход воды на реках и каналах. Методика выполнения измерений методом «скорость - площадь». МИ 1759-87. Изд. стандартов. М. 1987. 25 с.
5. *Schloeseng M. Th*. Nouvelle methode pour juger les fluids. Comples rendus du deuxieme semester de l'Acadamie des Sciences. Paris, 1863.
6. *Бернадский Н.М*. Измерение расходов воды химическим методом. СПб. 1913.
7. *Риммар Г.М*. Применение электропроводности для определения расходов воды методом смешения // Труды ГГИ, в. 36 (90): ГИМИЗ. 1952. С.18-48.
8. *Merz J., Doppmann G.* Measuring Mountain Stream Discharge Using the Salt Dilution Method // A practical guide. Environmental Science. International Centre for Integrated Mountain Development (ICIMOD). Kathmandu, Nepal. 2006. P. 1-14.
9. *Giuseppe Sappa, Flavia Ferranti, Gian Marco Pecchia* Validation Of Salt Dilution Method For Discharge Measurements In The Upper Valley Of Aniene River (Central Italy) // Rec. Adv. in Env., Ecos. and Dev. 2015. P. 42-48.
10. *Юхно А.В., Бузмаков С.В., Лубенцов А.С., Пнюшков А.Д*. Измерение малых расходов воды методом постоянного пуска соляного раствора // В сб.: Рос. форум изыск.. Сб. докл. IV Межд. научно-практ. конф. М. 2022. С. 159 – 171.

ВЛИЯНИЕ МОДУЛЯЦИИ СИЛЫ ТЯЖЕСТИ НА УСТОЙЧИВОСТЬ КОНВЕКТИВНОГО ТЕЧЕНИЯ В ПЛОСКОМ ВЕРТИКАЛЬНОМ СЛОЕ С ВНУТРЕННИМИ ИСТОЧНИКАМИ ТЕПЛА

Е. О. Лобова[a], Т. П. Любимова[b]
[a] Пермский государственный национальный исследовательский университет
614990, Пермь, ул. Букирева, 15
[b] Институт механики сплошных сред УрО РАН
614013, Пермь, ул. Академика Королева, 1

Работа посвящена конвективным течениям в плоском вертикальном слое жидкости с однородно распределенными по объему источниками тепла, в модулированном поле тяжести. Границы слоя твердые и поддерживаются при одинаковых постоянных температурах. В первой части работы исследуется влияние модуляции тяжести на линейную устойчивость плоскопараллельного течения. Особенностью задачи является то, что в отсутствие модуляции, при нулевом числе Прандтля, декременты нормальных возмущений основного состояния являются комплексными, неустойчивость плоскопараллельного течения обусловлена бегущими возмущениями, при увеличении числа Прандтля механизм неустойчивости меняется от гидродинамической неустойчивости встречных потоков к нарастающим тепловым волнам. При наличии модуляции тяжести основное течение представляет собой суперпозицию того же стационарного течения, что и в отсутствие модуляции, и периодического во времени течения. Линейная устойчивость основного состояния исследована путем численного решения линеаризованных уравнений малых возмущений. Расчеты показали, что все возмущения являются квазипериодическими. Определены диапазоны параметров, в которых модуляция оказывает стабилизирующее или дестабилизирующее действие. Обнаружена резкая стабилизация основного течения в низкочастотном диапазоне, она объяснена трансформацией нейтральных кривых с понижением частоты. Путем численного решения полных нелинейных уравнений исследованы вторичные режимы течения, возникающие после потери устойчивости плоскопараллельного течения.

Ключевые слова: конвекция, источники тепла, устойчивость потока, модуляция тяжести

THE INFLUENCE OF GRAVITY MODULATION ON THE STABILITY OF CONVECTIVE FLOW IN A VERTICAL LAYER WITH INTERNAL HEAT SOURCES

E. O. Lobova[a], T. P. Lyubimova[b]
[a] Perm State University,
Bukireva St. 15, 614990, Perm
[b] Institute of Continuous Media Mechanics
of the Ural Branch of Russian Academy of Science,
1 Academician Korolev St., 614013, Perm

The paper is devoted to convective flows in a vertical fluid layer with heat sources uniformly distributed over the volume, in a modulated gravity field. The layer

© Лобова Е.О., Любимова Т.П., 2025

boundaries are solid and maintained at the same constant temperatures. In the first part of the paper, the effect of gravity modulation on the linear stability of a plane-parallel flow is investigated. A feature of the problem is that in the absence of modulation, at zero Prandtl number, the decrements of normal disturbances of the base state are complex, the instability of the plane-parallel flow is caused by travelling disturbances, with an increase in the Prandtl number, the instability mechanism changes from hydrodynamic instability of counter flows to growing thermal waves. In the presence of gravity modulation, the base flow is a superposition of the same steady flow as in the absence of modulation, and a flow periodic in time. The linear stability of the base state is investigated by numerically solving the linearized equations of small disturbances. Calculations have shown that all disturbances are quasi-periodic. The ranges of parameters in which modulation has a stabilizing or destabilizing effect are determined. A sharp stabilization of the base flow in the low-frequency range is detected, it is explained by the transformation of neutral curves with decreasing frequency. By numerically solving full nonlinear equations, secondary flow regimes arising after the loss of stability of a plane-parallel flow are investigated.

Keywords: convection, heat sources, stability of the flow, gravity modulation

Введение

Задача с модулированным полем тяжести возникает в случае жидкостей, подверженных вибрациям, так называемому g-джиттеру. Влияние g-джиттера на тепловую конвекцию зависит от ориентации и величины зависящего от времени ускорения относительно тепловой стратификации. Исследование этой проблемы важно для процессов в жидкостях в условиях микрогравитации, где g-джиттер является неотъемлемым фактором. Кроме того, гравитационная модуляция типа вертикальных колебаний может быть реализована для управления устойчивостью неподвижных состояний и течений как в условиях микрогравитации, так и на Земле.

Подробный обзор устойчивости конвективных течений можно найти в [1]. В работах [2-5] изучалась устойчивость стационарного плоскопараллельного конвективного течения между двумя вертикальными жесткими пластинами, поддерживаемыми при постоянных равных температурах, при наличии источников тепла, равномерно распределенных по объему жидкости в статическом гравитационном поле. Тепловые возмущения и их влияние на развитие гидродинамических возмущений рассмотрены в [4]. В [5] исследовано влияние числа Прандтля на границы устойчивости. В работе [6] исследована линейная устойчивость конвективного течения в вертикальном слое жидкости с нелинейными источниками тепла при наличии поперечного потока через границы слоя. Подогреваемый снизу или сверху горизонтальный слой жидкости под воздействием вертикальных вибраций изучен в работе [7]. Работа [8] посвящена конвекции в замкнутой полости при периодической модуляции внешней силы.

Целью настоящей работы является исследование влияния модуляции силы тяжести на устойчивость стационарного плоскопараллельного течения в плоском вертикальном слое с границами, поддерживаемыми при постоянных одинаковых температурах и однородно распределенными по объему жидкости источниками тепла. Предполагается, что сила тяжести вертикальна и состоит как из постоянной, так и колебательной составляющих.

Постановка задачи. Основные уравнения. Заключительные результаты

Рассмотрим плоскопараллельное течение в вертикальном слое с однородно распределенными по объему внутренними источниками тепла в модулированном diполе тяжести. Боковые границы области – твердые и поддерживаются при одинаковых температурах.

Внутренний разогрев приводит к конвективному течению с профилями скорости и температуры, четными относительно оси *Z*. Скорость течения пропорциональна мощности тепловыделения, и при ее достаточно большом значении течение становится неустойчивым.

Уравнения свободной тепловой конвекции в приближении Буссинеска, с учетом внутреннего тепловыделения имеют вид:

$$\frac{\partial T}{dt} + \boldsymbol{V}\cdot\nabla T = \chi\cdot\Delta T + \frac{Q}{\rho c_p}$$

$$\frac{\partial \boldsymbol{V}}{dt} + \boldsymbol{V}\cdot\nabla\boldsymbol{V} = \frac{1}{\rho}\nabla p + \nu\Delta\boldsymbol{V} + g\beta T\boldsymbol{\gamma}$$

$$div\boldsymbol{V}=0$$

$$g = g + a\omega^2\cos\omega t$$

где Q – количество тепла, выделяемого внутренними источниками в единице объема жидкости за единицу времени; ρ - средняя плотность; c_p - теплоемкость на единицу массы; χ - коэффициент температуропроводности; β - коэффициент теплового расширения; ν - кинематическая вязкость; a - амплитуда вибраций; ω - частота вибраций; $\boldsymbol{\gamma}$ - орт оси Z.

Твердые границы слоя $x = \pm h$ поддерживаются при одной и той же температуре, принимаемой за начало отсчета. Предполагается также равенство нулю расхода через любое поперечное сечение.

Для перехода к безразмерной форме уравнений в качестве единиц измерения расстояния, скорости, времени, температуры и давления выбираются соответственно h, $g\beta Qh^4/(2\nu k)$, h^2/ν, $\rho g\beta Qh^3/(2k)$.

Вводя нормальные возмущения e^{ikz} и исключая давление, получаем следующую краевую задачу:

$$\frac{\partial\varphi}{\partial t} + Gr\left(ikV_0\varphi - V\frac{\partial^2 V_0}{\partial x^2}\right) = D\varphi + \frac{\partial T}{\partial x}(1 + \eta\cos\Omega t)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + Gr\left(ikV_0T + V\frac{\partial T_0}{\partial x}\right) = \frac{1}{Pr}DT$$

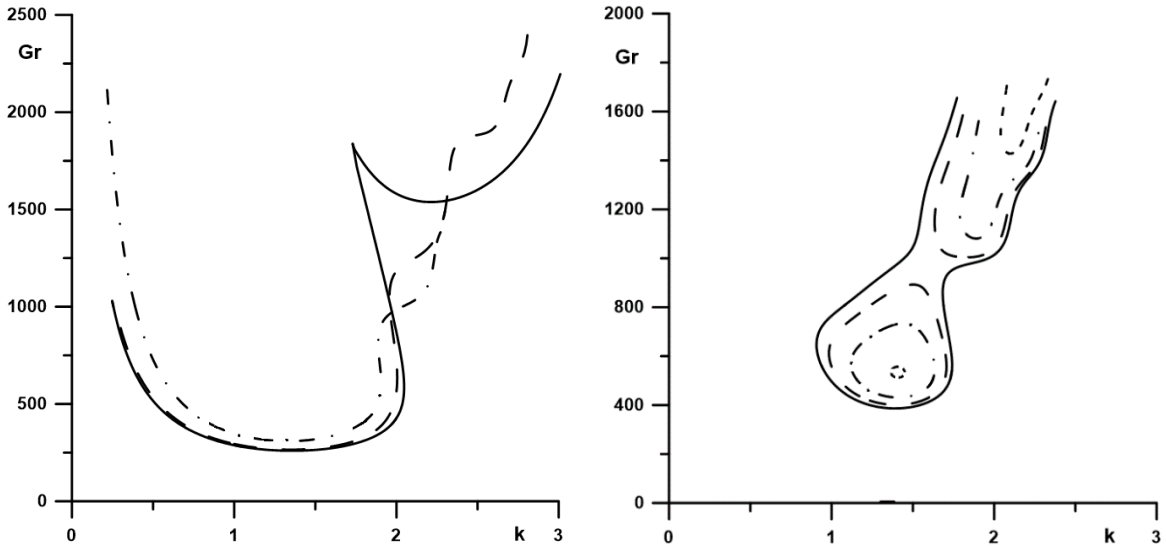
$$\varphi = -\frac{i}{k}DV$$

$$x = \pm 1: V = 0, T = 0$$

Задача содержит следующие безразмерные параметры: $\eta = a\omega/g$ - безразмерная амплитуда модуляции тяжести (параметр вибрационной перегрузки); $\mathrm{Gr} = g\beta Q h^2/(2\nu^2 k)$ - число Грасгофа; $\mathrm{Pr} = \nu/\chi$ - число Прандтля; $\Omega = h^2\omega/\nu$ - безразмерная частота модуляции.

Исследование линейной устойчивости плоскопараллельного течения проводилось путем численного решения линеаризованных уравнений и граничных условий для малых возмущений методом конечных разностей. Численные данные об изменении возмущений за период модуляции использовались для расчета скорости роста возмущений, построения нейтральных кривых и получения зависимостей минимального критического числа Грасгофа и волнового числа наиболее опасных возмущений от амплитуды и частоты модуляции при различных значениях числа Прандтля.

На рисунке 1 представлены нейтральные кривые $\mathrm{Gr}(k)$ для $\mathrm{Pr} = 5$, $\eta = 0.5$, $\Omega \leq 20$. Для сравнения приведена также нейтральная кривая в отсутствие модуляции. Как видно из сравнения нейтральных кривых в отсутствие модуляции и при наличии модуляции с частотами, равными 20 и 15, модуляция тяжести приводит к небольшой стабилизации основного течения по отношению к длинноволновым гидродинамическим возмущениям и более существенной дестабилизации по отношению к коротковолновым тепловым возмущениям. При дальнейшем уменьшении частоты область слияния, охватываемая двумя ветвями нейтральной кривой, сужается, образуя узкое горлышко (частота 13), а при некоторой частоте (частота 12.8) нейтральная кривая распадается на две области неустойчивости, образуя изолированную область гидродинамической неустойчивости. (пузырь) внизу и еще одну мешкообразную область тепловолновой неустойчивости вверху. При дальнейшем уменьшении частоты область гидродинамической неустойчивости уменьшается в размерах, а область тепловых волн смещается вверх (частоты 12.5 и 12.2). Наконец, при частоте, примерно равной 12.0, изолированная область гидродинамической неустойчивости исчезает и происходит резкое увеличение минимального критического числа Грасгофа. При больших амплитудах модуляции эти явления становятся еще более выраженными.



(а) (б)

Рис. 1. Нейтральные кривые $\mathrm{Gr(k)}$ *для* $\mathrm{Pr}=5, \eta=0.5$ *и различных частот модуляции: (а) сплошная линия – в отсутствие модуляции, штриховая линия -* $\Omega=20$*, штрихпунктирная линия -* $\Omega=15$*; (б) сплошная линия* $\Omega=13$*, штриховая линия -* $\Omega=12.8$*, штрихпунктирная линия -* $\Omega=12.5$ *пунктирная линия -* $\Omega=12.2$*.*

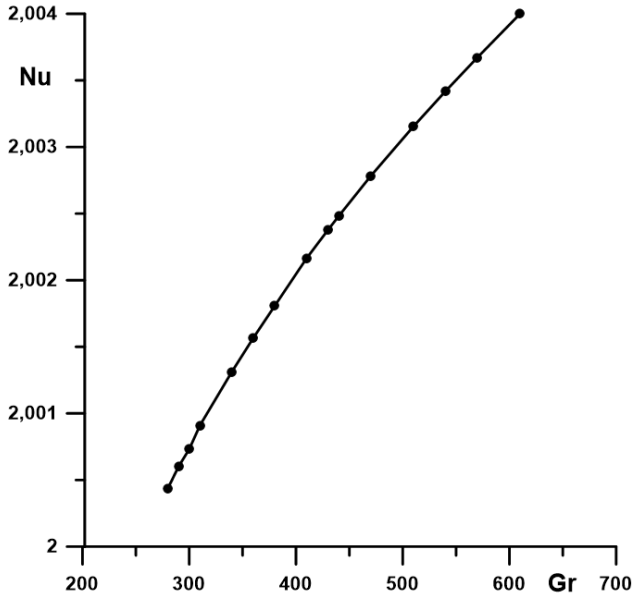


Рис. 2. Зависимость числа Нуссельта от числа Грасгофа для вторичных режимов при $\mathrm{Pr}=5,\ \eta=0.5$, Ω=20.

Путем численного решения полных нелинейных уравнений исследованы вторичные режимы течения, возникающие после потери устойчивости плоскопараллельного течения. На рис. 2 приведена зависимость числа Нуссельта от числа Грасгофа при $\mathrm{Pr}=5,\ \eta=0.5,\ \Omega=20$. Видно, что вблизи порога возникновения вторичного течения число Нуссельта растет с изменением числа Грасгофа по корневому закону, то есть вторичные режимы конвекции возбуждаются мягко.

Список литературы

1. *Гершуни Г. З, Жуховицкий Е. М., Непомнящий А. А*. Устойчивость конвективных течений. – М.: Наука. Гл. ред. физ. – мат. лит., 1989. – 320 с.
2. *Gershuni, G.Z., E.M. Zhukhovitskii and A.A. Iakimov* (1970) On the stability of steady convective motion caused by internal heat sources // Prikl. Mat. Mekh. Vol. 34, P. 700-705.
3. *Гершуни Г.З., Жуховицкий Е.М., Якимов А.А.* Об устойчивости стационарного конвективного движения, вызванного внутренними источниками тепла. ПММ. 1973. Т. 37. Вып. 3. С. 546 – 568.
4. *Gershuni, G.Z.; Zhukhovitskii, E.M.; Iakimov, A.A.* Two kinds of instability of stationary convective motion induced by internal heat sources. J. Appl. Math. Mech. 1973. Vol. 37. P. 544–548.
5. Gershuni, G.Z., E.M. Zhukhovitskii and A.A. Yakimov (1974) On stability of plane-parallel convective motion due to internal heat sources, Intern. J. Heat Mass Transfer Vol. 17. P. 717-726.
6. *Armands Gritsans, Andrei Kolyshkin, Felix Sadyrbaev, Inara Yermachenko.* On the stability of a convective flow with nonlinear heat sources. Mathematics 2023. Vol. 11. P. 3895.
7. *Gresho P.M. and Sani R.L.* The effects of gravity modulation on the stability of a heated fluid layer// J. of Fluid Mech. 1970. Vol. 40. P. 783-806
8. *El Moutaouakil, L.; Boukendil, M.; Hidki, R.; Charqui, Z.; Zrikem, Z.; Abdelbaki, A.* Analytical solution for natural convection of a heat-generating fluid in a vertical rectangular cavity with two pairs of heat source/sink. Therm. Sci. Eng. Prog. 2023. Vol. 40. P. 101738.

ИССЛЕДОВАНИЕ НЕСТАЦИОНАРНОГО ПЕРЕНОСА ТЕПЛОТЫ И МАССЫ В ПРИСУТСТВИИ МЕТАНА В ТУПИКОВОЙ ВЫРАБОТКЕ КАЛИЙНОГО РУДНИКА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МЕТОДА ДИНАМИЧЕСКИХ СЕТОК

Р. Д. Лузин[a], М. А. Семин[a,b], А. Е. Суханов[a]
[a]Горный институт УрО РАН,
614007, Пермь, Сибирская, 78А
[b]Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614990, Пермь, Букирева, 15

В данной статье описаны результаты численного моделирования нестационарных процессов проветривания тупиковых горных выработок с учетом технологического цикла добычи полезных ископаемых, проводимого комбайновым комплексом. В атмосфере тупиковых выработок при работе комбайновых комплексов протекает множество взаимосвязанных тепломассообменных процессов, существенно зависящих от воздействия различных техногенных факторов — таких как поршневой эффект и движение горной техники. Ранее нами изучалось влияние перемещений самоходного вагона, входящего в состав комбайнового комплекса, на распределение тепловых потоков. В настоящем исследовании оценивается его воздействие на нестационарную газовую обстановку в забое. В данном исследовании мы разработали нестационарную модель тепломассопереноса смеси воздуха и метана, провели серию расчетов для различных сценариев движения самоходного вагона и проанализировали результаты для различных способов проветривания тупиковой выработки. Данная модель учитывает нестационарный режим работы комбайна и перемещения самоходного вагона с использованием метода динамических сеток, реализуемого в ANSYS Fluent 2021 R2. Численные результаты показывают, что перемещения самоходного вагона оказывает значительное влияние на воздушный поток при нагнетательном способе проветривания и, соответственно, на концентрацию метана в забое.

Ключевые слова: тепломассоперенос смеси; рудничная вентиляция; динамическая сетка; калийный рудник

UNSTEADY HEAT AND MASS TRANSFER RESEARCH IN THE PRESENCE OF METHANE IN A POTASH MINE DEAD-END HEADING USING DYNAMIC MESH METHOD

R. D. Luzin[a], M. A. Semin[a,b], A. E. Suckhanov[a]
[a]Mining Institute UB RAS,
78A Sibirskaya St., 614007, Perm
[b]Perm State University,
15 Bukireva St., 614990, Perm

This paper presents the results of numerical modeling of unsteady ventilation processes in dead-end mine workings, taking into account the mineral extraction technological cycle performed by a combine complex. In the atmosphere of dead-end workings, when combine complexes are operating, numerous interconnected

© Лузин Р.Д., Семин М.А., Суханов А.Е., 2025 год

heat and mass transfer processes occur. These processes are significantly influenced by various man-made factors, such as the piston effect and the movement of mining machinery. Previously, we studied the influence of the shuttle car's movement, a component of the combine complex, on the distribution of heat fluxes. In the current research, we evaluate its impact on the unsteady gas environment at the face. We developed an unsteady heat and mass transfer model for an air-methane mixture. We conducted a series of calculations for various shuttle car movement scenarios and analyzed the results for different ventilation methods in a dead-end working. This model accounts for the unsteady operation of the combine and the movement of the shuttle car using the dynamic mesh method, implemented in ANSYS Fluent 2021 R2. Numerical results show that the movement of the shuttle car significantly impacts the airflow during forced ventilation and, consequently, the methane concentration at the face.

Keywords: heat and mass transfer of the mixture; mine ventilation; dynamic mesh; potash mine

В наше время одним из стандартных методов научного познания является численное моделирование различных механических процессов, в основе которого лежат модели механики сплошных сред. В горном деле одним из приложений механики сплошных сред является расчет вентиляционных процессов в системах горных выработок. Наиболее важной и сложной с точки зрения анализа задачей является вентиляция тупиковых выработок, в которых ведутся горные работы и выделяется много вредных примесей и пыли. Для нормализации условий применяется вентилятор местного проветривания (ВМП). На основе ВМП существуют различные способы проветривания: нагнетательный, всасывающий и комбинированный [1, 2]. Добыча калийной руды происходит с применением комбайнового комплекса, система охлаждения которого вносит значительный вклад в формирование воздушных потоков в атмосфере выработки.

На данный момент для трехмерных расчетов вентиляционных систем используют методы вычислительной гидродинамики (CFD). Для моделирования турбулентного поведения потоков используют различные полуэмпирические RANS модели.

В большинстве предыдущих работ рассматривались крайние положения технологического цикла добычи полезных ископаемых путем моделирования задачи гидродинамики в стационарной постановке. Однако в процессе ведения работ важно учитывать и динамические эффекты, такие как изменение режима работы комбайна и перемещение самоходного вагона. В ранней работе рассматривалось изменение микроклимата в тупиковой выработке калийного рудника с учетом перемещений самоходного вагона с использованием метода динамической сетки [3]. Данная работа является развитием идеи наших предыдущих работ: в нестационарную неизотермическую трехмерную модель был внедрен приток метана, тем самым данная модель способна отобразить динамическое изменение его концентрации.

Объектом данного исследования является атмосфера тупиковой выработки, добыча полезных ископаемых в которой ведется комбайновым комплексом. Схема тупиковой выработки представлена на рисунке 1. Длина выработки составляет 50 м, площадь поперечного сечения – 15.5 м^2. Для сравнения были выбраны два способа проветривания: нагнетательный и всасывающий. При использовании нагнетательного способа проветривания воздух подается в выработку через вентиляционный трубопровод диаметром 0.78 м. При использовании всасывающего способа воздух поступает в выработку напрямую из системы общей шахтной вентиляции и уходит в трубопровод диаметром 0.6 м. Несмотря на разные диаметры каналов, расходы в них приняты одинаковыми и равными 4.06 м^3/с для корректного последующего сравнения результатов.

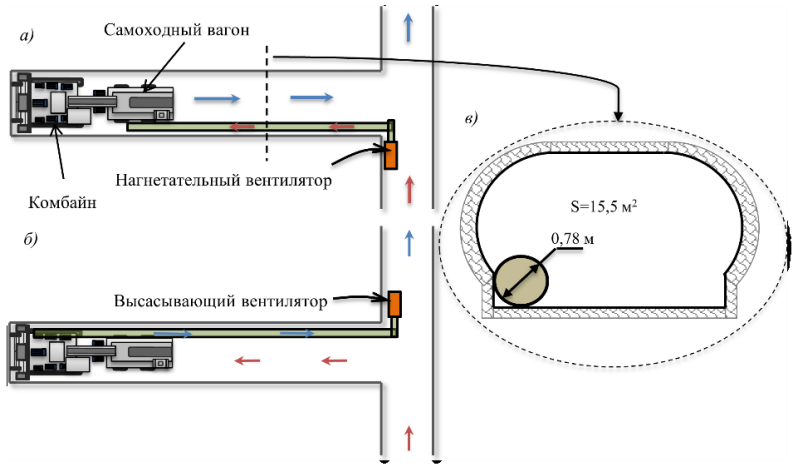


Рис. 1. Принципиальная схема систем проветривания тупиковой выработки: а) нагнетательный; б) всасывающий; в) поперечное сечение выработки

Численное решение задачи тепломассопереноса строилось на системе уравнений Навье-Стокса, осредненных по Рейнольдсу (RANS). Для замыкания системы уравнений Навье-Стокса применялась модель турбулентности Realizable $k-\varepsilon$. Переменная плотность учитывалась добавлением в модель уравнения состояния идеального газа.

Ввиду малой концентрации вредной примеси и отсутствия различия в фазовом состоянии ее компонентов для моделирования массопереноса смеси применялась Species модель, в основе которой лежит уравнение переноса вещества:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho Y_i) + \nabla \cdot (\rho \boldsymbol{v} Y_i) = -\nabla \cdot \boldsymbol{J_i} + S,$$

где ρ – плотность смеси, кг/м^3; $\boldsymbol{v}$– скорость распространения смеси, м/с; $Y_i = \frac{m_i}{m_o}$ – массовая доля метана; m_i – масса метана, кг; m_o – общая масса смеси, кг; $\boldsymbol{J_i}$– массовая диффузия, м^2/с; $S = 0.008/1 + e^{-100(0.2-z)}$ – объемный источник метана, кг/(м^3·с).

Для турбулентного неизотермического течения массовая диффузия определяется следующим образом:

$$\boldsymbol{J_i} = -\left(\rho D_{i,m} + \frac{\mu_t}{Sc_t}\right)\nabla Y_i - D_{T,i}\frac{\nabla T}{T},$$

где $D_{i,m}$ – коэффициент массовой диффузии для i-ого вещества в смеси; $D_{T,i}$ – коэффициент температурной диффузии; T – температура, °C; $Sc_t = \mu_t/\rho D_t$ – турбулентное число Шмидта; D_t – турбулентный коэффициент массовой диффузии.

Для обеспечения единственности решения задачи были заданы следующие граничные условия: на входе в расчетную область (трубопровод) задавалась средняя скорость; на выходе из расчетной области задавалось нулевое статическое давление; на твердых стенках учтено условие прилипания потока за счет вязкости и температуры по аналогии с нашей предыдущей работой [3].

На рисунке 2 представлены рассчитанные поля концентрации метана для двух способов проветривания в различные моменты времени. При использовании нагнетательного способа проветривания облако метана распределяется по всей длине выработки и ближе к устью смесь становится однородной, в то время как при всасывающем способе облако метана не распространяется дальше призабойной зоны.

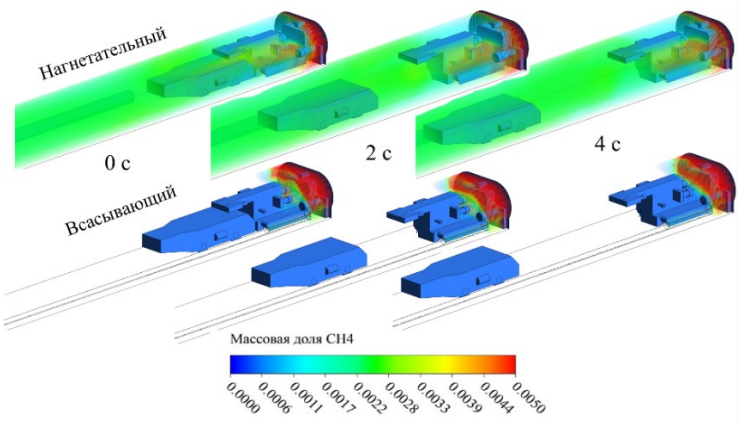


Рис. 2. Поля массовой доли метана для нагнетательного и всасывающего способов проветривания в различные моменты времени

На рисунке 3*а* представлены рассчитанные временные зависимости массовой доли метана вблизи кабины машиниста для двух способов проветривания при сценарии отбытия вагона. Данные зависимости демонстрируют превосходство всасывающего способа над нагнетательным, за счет того, что перенос потоков воздуха адвективный и направлен от устья к забою, соответственно потоки чистого воздуха подхватывают облако метана в призабойной зоне и уносят его в вентиляционный трубопровод быстрее, чем облако успевает распространиться в выработке.

В случае нагнетательного способа проветривания присутствуют колебания средних значений массовой доли метана. Связано это с отклонением струи по ходу движения вагона, что продемонстрировано на рисунке 3*б*. Присутствие вагона замедляет раскрытие струи, вследствие чего увеличивается ее дальнобойность. В свою очередь, после отъезда вагона струя раскрывается сильнее и отклоняется к боку выработки.

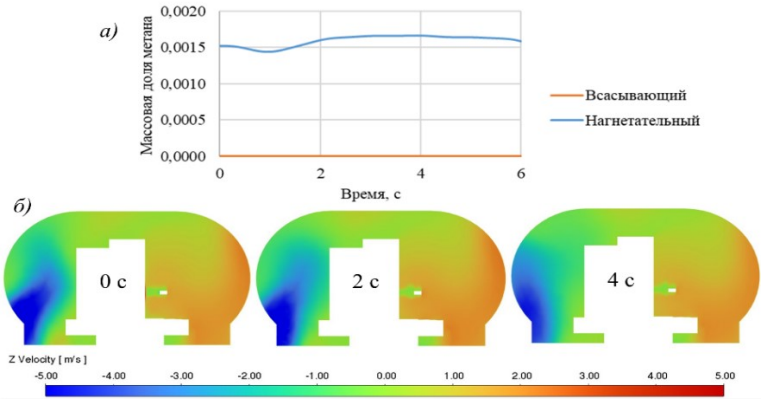


Рис. 3. Результаты моделирования отбытия самоходного вагона: а) временная зависимость средней массовой доли метана вблизи кабины машиниста; б) поля скорости по вектору Z в различные моменты времени

Анализ результатов моделирования тепломассопереноса в тупиковой выработке с работающим комбайновым комплексом при различных способах проветривания позволил в целом сделать существенные практические выводы о влиянии движения самоходного вагона на воздушный поток и на характер проветривания призабойной зоны вблизи комбайна. Часть этих результатов приведена выше, в то время как полное изложение содержится в докладе.

Список литературы

1 *Semin M., Ivantsov A., Lyubimova T., Isaevich A., Sukhanov A*. Analyzing the impact of heat emissions from the borer miner on the efficiency of the exhaust ventilation system in a blind heading // International Journal of Heat and Mass Transfer. 2024. Vol. 235. P. 126183.

2 *Исаевич А. Г., Суханов А. Е., Желнин М. С., Поляков И. В.* Оценка эффективности различных вариантов проветривания тупикового комбайнового забоя по пылевому фактору в условиях глубокого калийного рудника // Горный журнал. 2023. №11. С. 43-48.

3 *Levin L., Semin M., Maltsev S., Luzin R., Sukhanov A.* Numerical Analysis of the Impact of Variable Borer Miner Operating Modes on the Microclimate in Potash Mine Working Areas // Computation. 2025. Vol. 13 (4). P. 85.

ВЛИЯНИЕ РАЗЛИЧНЫХ ФАКТОРОВ НА ДВИЖЕНИЕ И ДЕФОРМАЦИЮ ГАЗОВОГО ПУЗЫРЬКА В КОЛЕБЛЮЩЕЙСЯ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ

Т. П. Любимова[a,b], Ю. В. Гаричева[a,b], А. О. Иванцов[b], О. А. Хлыбов[b]
[a]Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614990, Пермь, Букирева, 15
[b]Институт механики сплошных сред УрО РАН,
614013, Пермь, Академика Королева, 1

Работа посвящена исследованию поведения газового пузырька в вязкой несжимаемой жидкости, в сосуде, совершающем поступательные вибрации, в отсутствие тяжести. Исследовано влияние параметров вибраций, формы сосуда, в частности, кривизны стенок, свойств жидкостей и размера пузырька на пульсационные и средние течения и деформацию пузырька. Показано, что ограниченность размера сосуда и его форма (кривизна стенок) имеют определяющее влияние на динамику пузырька при умеренной интенсивности вибраций. Обнаружено, в частности, что в случае цилиндрического сосуда кругового сечения появляется новые квазиравновесные средние положения пузырька на значительных расстояниях от стенок сосуда и его центра.

Ключевые слова: пузырек; вибрации; среднее течение

REQUIREMENTS FOR PREPARATION OF CONFERENCE MATERIALS

T. P. Lyubimova[a,b], U. V. Garicheva[a,b], A. O. Ivantsov[b], O. A. Khlybov[b]
[a]Perm State University,
15 Bukireva St., 614990, Perm
[b]Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS,
1 Academician Korolev St., 614013, Perm

The work is devoted to the study of the behavior of a gas bubble in a viscous incompressible liquid, in a vessel performing translational vibrations, in the absence of gravity. The influence of vibration parameters, vessel shape, in particular, the curvature of the walls, the properties of liquids and the size of the bubble on pulsation and average currents and deformation of the bubble is investigated. It is shown that the limited size of the vessel and its shape (the curvature of the walls) have a decisive influence on the dynamics of the bubble at moderate vibration intensity. It was found, in particular, that in the case of a cylindrical vessel of circular cross-section, new quasi-equilibrium average positions of the bubble appear at significant distances from the walls of the vessel and its center.

Keywords: bubble; vibrations; mean flow

Настоящая работа посвящена исследованию поведения газового пузырька в вязкой жидкости в сосуде, совершающем линейно-

© Любимова Т.П., Гаричева Ю.В., Иванцов А.О., Хлыбов О.А., 2025

поляризованные поступательные вибрации. Вибрационное воздействие является одним из методов управления динамикой многофазных систем. Поведение одиночного твердого включения в заполненном жидкостью сосуде, совершающем поступательные высокочастотные неакустические вибрации, рассматривалось впервые в [1-2] в пренебрежении вязкостью. Найдено, что со стороны колеблющейся жидкости на включение действует средняя вибрационная сила, в результате действия которой включение притягивается к ближайшей стенке. Эта сила быстро уменьшается с увеличением расстояния между включением и стенкой. В [2] получены явные выражения для средней вибрационной силы в случаях цилиндрического включения в сосуде цилиндрической формы и сферического включения в сосуде сферической формы. Показано, что при наличии тяжести вибрационное воздействие может приводить к необычному поведению включений в жидкости: тяжелое включение может всплывать, а легкое тонуть.

В работе [3] численно исследована динамика пузырька в колеблющейся вязкой жидкости в цилиндре квадратного сечения в отсутствие тяжести. Расчеты, проведенные для свойств жидкости, геометрических параметров и параметров вибраций, соответствующих экспериментам [4], т.е. случаю «сильных вибраций», показали, что при всех амплитудах скорости вибраций пузырек в среднем движется к ближайшей стенке и в дальнейшем совершает вынужденные колебания вблизи этой стенки. Таким образом, в случаях цилиндров кругового и квадратного сечения наблюдается качественно различное поведение. Целью настоящей работы является выяснение влияния различных факторов, приводящих к качественно различному поведению пузырька в сосудах разной формы.

Рассмотрим поведение цилиндрического газового пузырька в вязкой жидкости, заполняющей цилиндрический сосуд, в условиях невесомости. Сосуд совершает линейно-поляризованные поступательные вибрации конечной амплитуды и частоты по закону $\boldsymbol{r} = a\,\boldsymbol{j}\cos\omega t$, где $\boldsymbol{r}$ – координата центра масс сосуда, a – амплитуда вибраций, ω – частота вибраций, $\boldsymbol{j}$ – единичный вектор, направленный вдоль оси вибраций.

Численное решение задачи проводилось в неосредненной постановке с использованием метода Volume of Fluid (VOF) реализованного в пакете программ Ansys Fluent. Метод VOF позволяет изучать поведение многофазных несмешивающихся сред с учетом сил поверхностного натяжения. Этот метод рассматривает двухфазные системы как однофазные с параметрами, зависящими от функции объемной доли жидкости φ. Отметим, что объемная доля газа рассчитывается как $\sqrt{1-\varphi}$. При этом поверхность раздела «размывается» в переходной слой с резко меняющимися параметрами. Свойства жидкостей определяются по соотношениям:

$$\rho = \varphi\rho_1 + (1-\varphi)\,\rho_2 \qquad (4)$$

$$\eta = \varphi\eta_1 + (1-\varphi)\eta_2 \quad (5)$$

Уравнения движения записываются в виде:

$$\rho\left(\frac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial t} + \boldsymbol{v}\cdot\nabla\boldsymbol{v}\right) = -\nabla p + \eta\Delta\boldsymbol{v} + \rho a\omega^2 \boldsymbol{j}\cos\omega t + \boldsymbol{F}_{st} \quad (6)$$

$$\operatorname{div}\boldsymbol{v} = 0 \quad (7)$$

где $\boldsymbol{F}_{st}$ – объемная сила, описывающая поверхностные силы.

Пространственная дискретизация уравнений производилась методом третьего порядка точности, для аппроксимации временной производной использовалась схема второго порядка. Шаг по времени составлял 0.02 от периода вибраций. Средние значения функций вычислялись осреднением по пяти периодам вибраций. Для выбора наилучшего алгоритма расчетов проводилось тестирование трех алгоритмов: Simple, Non-Iterative Time-Advancement Scheme и Coupled. Лучше всего себя показал алгоритм Coupled, поэтому для дальнейших расчетов был выбран именно этот алгоритм.

В ходе расчетов отслеживались движение пузырька и изменение его формы под действием вибраций. Движение пузырька отслеживалось по изменению координаты центра масс со временем. Координата центра масс в каждый момент времени вычислялась с помощью UDF функции. Средние поля скорости и средняя форма вычислялись интегрированием по 3 периодам вибраций. Большинство расчетов проводилось для интервала времени в 5 секунд.

Расчеты по изучению влияния интенсивности вибраций и формы сосуда проводились при фиксированных значениях параметров жидкой и газовой фаз: плотности жидкой и газовой фаз 44.4 и 18.4 кг/м^2 соответственно, кинематические вязкости обеих фаз $1.0\cdot10^{-7}$ м2/с, коэффициент поверхностного натяжения $2.89\cdot10^{-5}$ Н/м. Расчеты проводились для круговой и квадратной областей, радиус сосуда в случае круговой области или половина стороны в случае квадратной области составляли 1.5 мм, радиус пузырька 0.75 мм. Параметры вибраций варьировались, но оставались в диапазоне сильных вибраций (по терминологии [4]), когда средняя вибрационная сила оказывает значительное влияние на поведение пузырька. Основное внимание уделялось диапазону параметров вибраций, в котором было обнаружено качественно различное поведение пузырька для круговой [4] и квадратной [3] областях.

На рисунке 1 приведены зависимости координаты центра масс от времени при фиксированной частоте вибраций, равной 20 Гц и различных амплитудах вибраций для круговой области. Как видно, при больших амплитудах вибраций (0.20 мм и 0.19 мм), под действием вибраций пузырек в среднем движется к стенке сосуда. Это среднее движение сопровождается вынужденными трансляционными колебаниями пузырька с частотой, равной частоте вибраций. После достижения стенки пузырек совершает

вынужденные трансляционные колебания вблизи нее с частотой, равной частоте вибраций, при этом среднее положение пузырька не меняется.

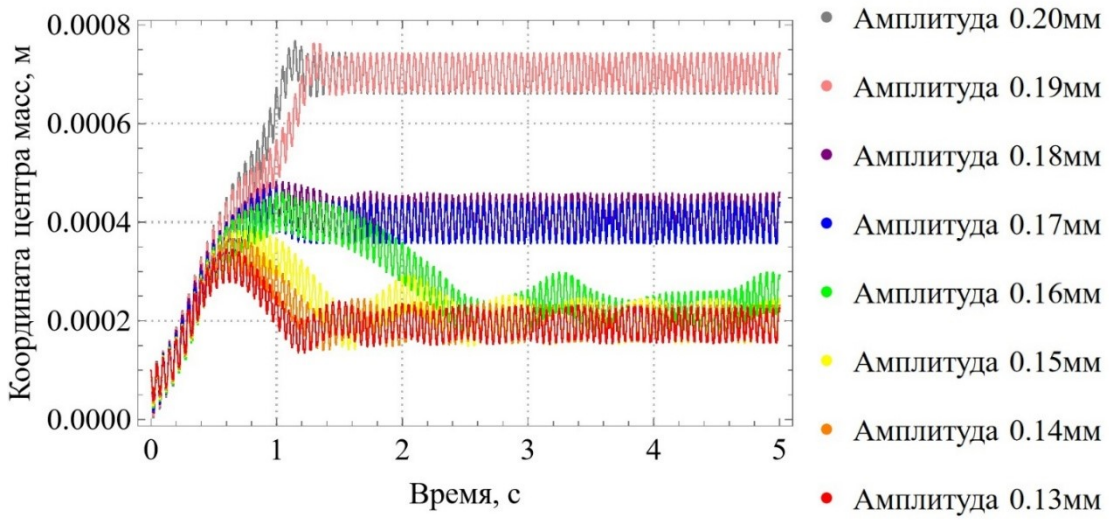
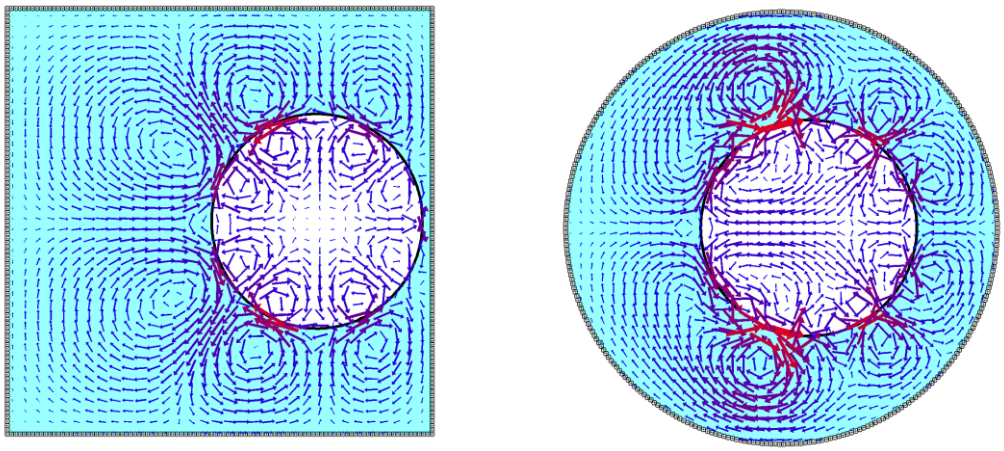


Рис. 1. Зависимости координаты центра масс от времени при частоте 20 Гц и различных амплитудах вибраций для круговой области



а) *б)*

Рис. 2. Векторные поля скорости средних течений в квадратной (а) и круговой (б) областях в момент времени 5с при амплитуде вибраций 0.13 мм частота 20 Гц

При меньших амплитудах вибраций (0.18 мм и 0.17 мм) пузырек сначала, как и при больших амплитудах, движется в направлении к стенке, но, продвинувшись на некоторое расстояние от центра, меняет направление движения на противоположное и после нескольких затухающих колебаний выходит на квазиравновесное положение (на расстоянии, равном для этих амплитуд вибраций примерно 0.4 мм), около которого в дальнейшем

совершает вынужденные колебания с частотой вибраций, при этом среднее его положение не меняется.

Численное моделирование показало, что форма сосуда играет важную роль в поведении пузырька. В сосуде кругового сечения при слабых вибрациях, пузырек, первоначально расположенный в окрестности центра, совершает вынужденные колебания с частотой вибраций в этом среднем квазиравновесном положении. При сильных вибрациях и достаточно большой амплитуде скорости вибраций пузырек всегда достигает квазиравновесного среднего положения вблизи стенки, а при умеренных амплитудах скорости вибраций появляется новое квазиравновесное положение на конечных расстояниях от центра сосуда и от стенки. В сосуде квадратного сечения, независимо от амплитуды скорости вибраций пузырек, всегда притягивается к ближайшей стенке, что указывает на качественные различия в динамике в зависимости от геометрии сосуда (см. рис. 2).

Изучено влияние вязкости жидкости и поверхностного натяжения на поведение пузыря. Найдено, что увеличение вязкости замедляет движение пузырька к стенке и может смещать его квазиравновесное положение ближе к центру сосуда. Повышение поверхностного натяжения уменьшает квазиравновесное среднее расстояние от центра. Размер пузырька также влияет на его динамику: для крупных пузырьков, размер которых сравним с размером сосуда, имеется несколько квазиравновесных состояний, зависящих от частоты и амплитуды вибраций, пузырьки небольшого размера при малых амплитудах скорости вибраций колеблются вблизи своего первоначального положения в окрестности центра сосуда, а при амплитудах скорости вибраций, превышающих некоторое значение, в среднем ускоренно движутся к стенке, достигают ее, после чего совершают лишь вынужденные колебания с частотой вибраций в этом квазиравновесном среднем положении.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 24-11-00269.

Список литературы

1. *Lugovtsov B.A., Sennitskiy V.L.* Motion of body in vibrating fluid // USSR Rept Eng Equipment JPRS UEQ. 1987. Vol. 289 (2). P. 68.
2. *Lyubimov D.V., Lyubimova T.P., Cherepanov A.A.* On a motion of solid body in a vibrating fluid // Convective Flows. 1987. P. 61-70.
3. *Lyubimova T., Garicheva Y., Ivantsov A.* The Behavior of a Gas Bubble in a Square Cavity Filled with a Viscous Liquid Undergoing Vibrations // Fluid Dynamics & Materials Processing. 2024. Vol. 20 (11). P. 2417-2429.
4. *Lyubimov D.V., Lyubimova T.P., Meradji S., Roux B.* Vibration-induced wall-bubble interactions under zero gravity conditions // J. Fluid Mech. 2024. Vol. 992. P. A7.

КОНВЕКЦИЯ СОРЕ В ТРЁХСЛОЙНОЙ ПОРИСТОЙ СРЕДЕ, МОДЕЛИРУЮЩЕЙ АНТИКЛИНАЛЬНУЮ ГЕОЛОГИЧЕСКУЮ СКЛАДКУ, ПОД ДЕЙСТВИЕМ ГЕОТЕРМАЛЬНОГО ГРАДИЕНТА

Т. П. Любимова[a,b], И. С. Шубенков[a,b], Н. А. Ожгибесова[a]
[a]Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614990, Пермь, Букирева, 15
[b]Институт механики сплошных сред УрО РАН,
614013, Пермь, Академика Королева, 1

Работа посвящена исследованию трехмерной конвекции Соре в трехслойной пористой системе, имитирующей антиклинальную геологическую складку, под действием вертикального геотермического температурного градиента. Пористости слоев одинаковы, а проницаемости различны. В качестве жидкости, насыщающей пористую среду, рассматривается смесь тетралина и додекана. Вначале линейно исследуется устойчивость состояния равновесия бинарной смеси в наклонной трёхслойной пористой системе под действием вертикального температурного градиента. Установлено, что при любых углах наклона слоёв наиболее опасными возмущениями являются продольные валы с ненулевыми волновыми числами. Нелинейные расчеты выполнены для различных соотношений проницаемостей слоёв. Установлено, что при малых проницаемостях всех слоев возникающее течение имеет длинноволновой характер. С ростом проницаемости среднего слоя относительно внешних слоёв течение приобретает вид продольных валов, что соответствует результатам линейной теории. При близких и достаточно высоких значениях проницаемости внутреннего и внешних слоёв образуется основное крупномасштабное течение, на которое накладываются продольные валы.

Ключевые слова: конвекция; эффект Соре; наклонная многослойная пористая среда; антиклинальная складка

SORET CONVECTION IN A THREE-LAYER POROUS MEDIUM SIMULATING AN ANTICLINAL GEOLOGICAL FOLD UNDER THE INFLUENCE OF A GEOTHERMAL GRADIENT

T. P. Lyubimova[a,b], I. S. Shubenkov[a,b], N. A. Ozhgibesova[a]
[a]Perm State University,
15 Bukireva St., 614990, Perm
[b]Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS,
1 Academician Korolev St., 614013, Perm

The work is devoted to the study of three-dimensional Soret convection in a three-layer porous system simulating an anticline geological fold, subject to a vertical geothermal temperature gradient. The layers have identical porosities, but different permeabilities. A mixture of tetralin and dodecane is considered as the fluid saturating the porous medium. Initially, the stability of the equilibrium state of a binary mixture in an inclined three-layer porous system under the influence of a vertical temperature gradient is linearly investigated. It is established that, for any

© Любимова Т.П., Шубенков И.С., Ожгибесова Н.А., 2025

layer inclination angle, the most dangerous disturbances are longitudinal rolls with nonzero wave numbers. Nonlinear calculations are performed for various ratios of layer permeabilities. It is established that, for low permeabilities of all layers, the resulting flow has a long-wave character. As the permeability of the middle layer increases relative to the outer layers, the flow takes the form of longitudinal rolls, which is in good agreement with the results of linear theory. When the permeability values of the inner and outer layers are close and sufficiently high, a main large-scale current is formed, onto which longitudinal rolls are superimposed.

Keywords: convection; Soret effect; inclined multilayer porous medium; anticlinal fold

Введение

Геологические структуры представляют собой слоистые образования горных пород, различающихся по пористости и проницаемости. При пластической деформации слоёв горных пород они сминаются в складки. Складка называется антиклинальной (антиклинальной), если изгиб слоев выпуклостью вверх (в ядре залегают более древние слои, на крыльях – более молодые) [1]. При насыщении жидкостями в таких подземных естественных резервуарах возникают конвективные процессы [2-4].

Обычно при изучении конвекции в наклонном слое пористой среды рассматривают случай постоянных различных температур на границах слоя. В этом случае состояние равновесия невозможно. При любых перепадах температур существует базовое стационарное течение, а при увеличении перепада температур возникает вторичное течение, накладывающееся на базовое. В работах [5, 6] показано, что во всем диапазоне углов наклона пористого слоя, насыщенного жидкостью, наиболее опасными являются продольные возмущения.

В данной работе изучается конвекция Соре бинарной смеси жидких углеводородов тетралина и додекана, взятых в равных долях, в трехслойной пористой среде, слои которой имеют различную проницаемость и форму симметричной антиклинальной геологической складки (рис.1).

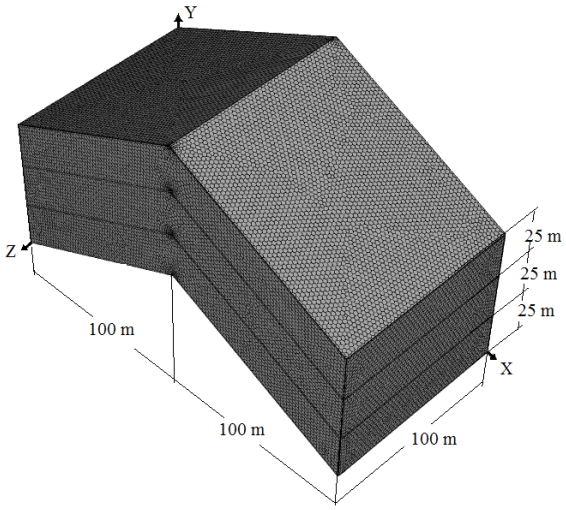


Рис. 1 Модель антиклинальной складки

Постановка задачи

Рассматривается термоконцентрационная конвекция бинарной смеси тетралина (50%, примесь) и додекана (50%, растворитель) в пористой среде. Предполагается, что вязкость и коэффициенты переноса постоянны. Влиянием барродиффузии и диффузионной тепропроводности пренебрегается. Считается, что плотность смеси линейно зависит от температуры T и концентрации примеси C.

Задача рассматривается в трехмерной нестационарной нелинейной постановке. Моделирование проводится в рамках уравнений Дарси-Буссинеска [7] с учетом эффекта термодиффузии:

$$0 = -\frac{1}{\rho_0}\nabla P_i - \frac{\nu}{K_i}\boldsymbol{V_i} - \boldsymbol{g}\left(\beta_T(T_i - T_0) + \beta_C(C_i - C_0)\right) \quad (1)$$

$$(\rho c)^* \frac{\partial T_i}{\partial t} + (\rho c)_f \boldsymbol{V_i} \cdot \nabla T_i = \lambda^* \nabla^2 T_i \quad (2)$$

$$\varepsilon^* \frac{\partial C_i}{\partial t} + \boldsymbol{V_i} \cdot \nabla C_i = \mathrm{D}\nabla^2 C_i + C_0(1 - C_0)\mathrm{D}_T \nabla^2 T_i \quad (3)$$

$$\nabla \cdot \boldsymbol{V_i} = 0 \quad (4)$$

Здесь $\boldsymbol{V}$ – вектор скорость фильтрации, P – давление, $\boldsymbol{g}$ – ускорение свободного падения, t – время, K_1 и K_2 – проницаемости верхнего и нижнего слоев соответственно, ν – кинематическая вязкость смеси, λ^* – эффективная теплопроводность пористой среды, $(\rho c)^*$ – эффективная теплоемкость пористой среды, $(\rho c)_f$ – теплоемкость смеси, ε^* – пористость, D – коэффициент молекулярной диффузии смеси, D_T – коэффициент термодиффузии. Индекс $i = 1,2,3$ показывает соответствие слою.

Линейная задача устойчивости

Рассмотрим систему из трёх бесконечных горизонтальных слоёв пористой среды, насыщенных бинарной смесью и наклонённых под углом α к вертикали (рис. 2). Система находится в поле силы тяжести. Предполагается, что верхняя и нижняя границы системы твердые, идеально теплопроводные, непроницаемые для примеси. На границах системы задается распределение температуры, соответствующее строго вертикальному градиенту температуры.

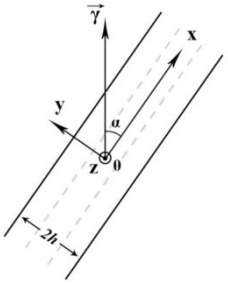


Рис. 2 Геометрия задачи

Исходные уравнения (1)–(4) обезразмерены, линеаризованы относительно бесконвективного состояния: $\tilde{V} = 0$, $\nabla\tilde{T} = -\boldsymbol{\gamma}$, $\nabla\tilde{C} = \boldsymbol{\gamma}$, $\nabla\tilde{\mathrm{P}} = \rho_0 g(\beta_T T_0 + \beta_C C_0)\boldsymbol{\gamma}$. После введения нормальных возмущений и исключения давления уравнения принимают вид:

$$\Delta\varphi + i\zeta k\mathrm{Ra}K_P \cos\alpha \cdot (\theta'(1-\psi) - \psi\cdot\eta') - \\ -k^2\mathrm{Ra}K_P \sin\alpha \cdot (\theta(1+\psi) + \psi\cdot\eta) = 0 \quad (5)$$

$$\Delta\theta - \mathrm{Ra}K_P\varphi \sin\alpha + i\mathrm{Ra}K_P\frac{\zeta}{k}\varphi' \cos\alpha + \\ +\mathrm{Ra}^2{K_P}^2 \cos^2\alpha\,(1-\zeta^2)(\theta(1+\psi) + \psi\cdot\eta) = 0 \quad (6)$$

$$\Delta\eta + \psi\varphi\mathrm{Le} + (1-\psi)(\theta'' - k^2\theta) = 0 \quad (7)$$

Здесь $\mathrm{Ra} = \frac{Kg\beta_T h^2 A}{av}$ – аналог числа Релея для пористой среды, $\eta = \xi - \theta$, $\zeta = k_x/k$ – параметр трёхмерности, $K_P = \frac{K_{in}}{K_{ex}}$ – относительная проницаемость слоя.

Результаты линейных расчётов

Как видно из Рис. 3, абсолютный минимум критического числа Рэлея во всем диапазоне углов наклона слоя реализуется для возмущений с $\zeta = 0$ (продольные валы, т.е. валы с осями, параллельными оси x). Это имеет место при любых значениях K_P. При переходе через $\zeta \approx 0.97$ кривые меняют характер наклона, что сопровождается скачком. Это связано с изменением локального минимума на нейтральных кривых.

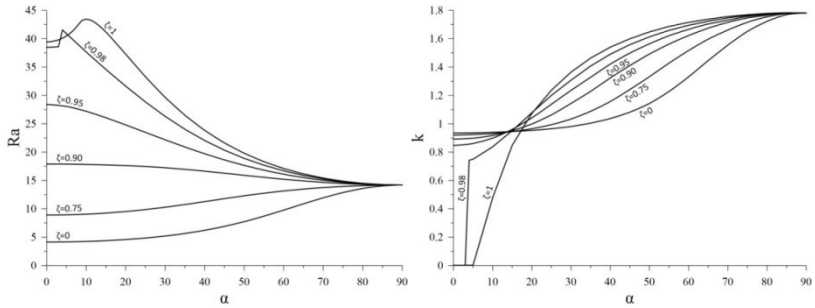


Рис. 3 Зависимость минимального критического Ra и критического k от α при различных значениях ζ ($\psi = 0.694$, $K_P = 0.1$)

Трёхмерное численное моделирование

При низкой проницаемости слоёв и $K_p = 0.1$ наблюдается крупномасштабное плоскопараллельное течение, в большей степени сконцентрированное в центральном слое, однако также захватывающее и менее проницаемые внешние слои (рис. 4). Движение жидкости вдоль оси z отсутствует.

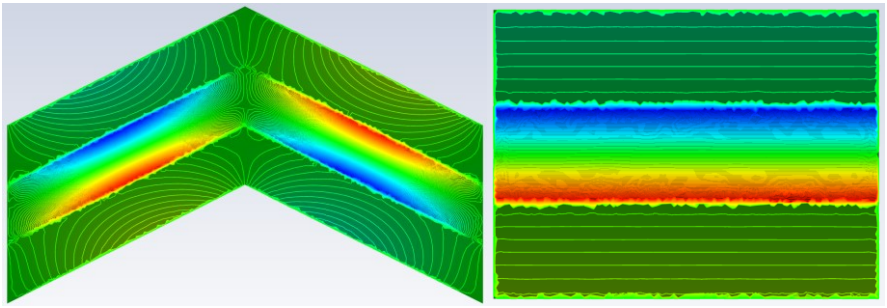


Рис. 4 Поля компоненты скорости V_x в плоскости XY и YZ ($K_{in} = 1 \cdot 10^{13}$, $K_{ex} = 1 \cdot 10^{14}$)

При повышении проницаемости слоёв, а также при более высоком $K_p = 0.2$ наблюдается крупномасштабное плоскопараллельное течение с наложенными на него продольными валами (трёхвихревая структура) (рис. 5). Скорость движения жидкости вдоль оси z больше не равна нулю и имеет место полностью трёхмерное течение. При данном K_p основное движение жидкости происходит во внешних слоях, несмотря на то, что они менее проницаемы, чем внутренний слой.

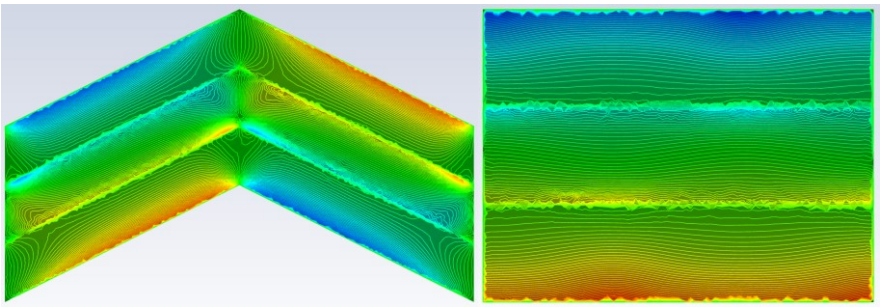


Рис. 5 Поля компоненты скорости V_x в плоскостях XY и YZ ($K_{in} = 2 \cdot 10^{11}$, $K_{ex} = 1 \cdot 10^{12}$)

Работа выполнена в рамках крупного научного проекта, финансируемого Министерством науки и высшего образования Российской Федерации (Соглашение № 075-15-2024-535 от 23 апреля 2024 г.).

Список литературы

1. *Михайлов А. Е.* Структурная геология и геологическое картирование. М.: Недра, 1984. 464 с.
2. *Szulczewski M., Hesse M., Juanes R.* Carbon dioxide dissolution in structural and stratigraphic traps // Journal of Fluid Mechanics. 2013. Vol. 736. P. 287–315.
3. *Baghooee H., Montel F., Galliero G., Yan W., Shapiro A.* A new approach to thermal segregation in petroleum reservoirs: Algorithm and case studies // Journal of Petroleum Science and Engineering. 2021. Vol. 201. no 108367.

4. *Parameswari K., Mudgal B. V.* Assessment of contaminant migration in an unconfined aquifer around an open dumping yard: Perungudi a case study // Environmental Earth Sciences. 2015. Vol. 74 (7). P. 6111-6122.
5. *Lyubimova T. P., Muratov I. D., Shubenkov I. S.* Onset and non-linear regimes of convection in an inclined porous layer subjected to vertical temperature gradient // Physics of Fluids. 2022. Vol. 34. no 094114.
6. *Shubenkov I., Lyubimova T., Sadilov E.* Three-dimensional convection in an inclined porous layer subjected to vertical temperature gradient // Fluid Dynamics & Materials Processing. 2024. Vol. 20 (5). P. 1093-1102
7. *Nield D. A., Bejan A.* Convection in porous media. Springer, 2013. 778 p.

ВИХРЕВАЯ ДИНАМИКА ЖИДКОГО МЕТАЛЛА В Т-ОБРАЗНОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ЯЧЕЙКЕ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ВСТРЕЧНО-ВРАЩАЮЩИХСЯ МАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ

А. Д. Мамыкин
Институт механики сплошных сред УрО РАН,
614013, Пермь, Академика Королева, 1

Рассмотрены режимы течений, возникающие в Т-образном канале, заполненном электрически проводящей жидкостью, под действием противоположно направленных азимутальных электромагнитных сил. Построена карта режимов и описаны основные особенности каждого из возникающих типов течений. Среди найденных режимов течений можно выделить вращение воронки, струйные течения и торнадо-подобный вихрь. Течение, топологически сходное с МГД-торнадо, а также вертикальные струйные потоки, впервые получены без сквозной прокачки жидкости, с использованием принципиально планарных сил. Работа включает экспериментальное наблюдение структуры потоков на свободной поверхности жидкого металла, а также трёхмерное численное моделирование для восстановления структуры потоков в объёме. В качестве рабочей среды используется легкоплавкий галлиевый сплав. Измерения скорости на поверхности металла выполнены при помощи PIV, с использованием пузырьковых трекеров. Численное моделирование выполнено в упрощенной постановке, без учёта деформации свободной поверхности.

Ключевые слова: магнитная гидродинамика; вихревые течения; жидкий металл

VORTEX DYNAMICS OF LIQUID METAL IN A T-SHAPED CYLINDRICAL CELL UNDER THE INFLUENCE OF COUNTER-ROTATING MAGNETIC FIELDS

A. D. Mamykin
Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS,
1 Academician Korolev St., 614013, Perm

Flow regimes arising in a T-shaped cell filled with liquid metal under the action of oppositely directed azimuthal electromagnetic forces were investigated. A flow regime map was produced, and the key characteristics of each observed flow type were described. Among the identified flow regimes, funnel rotation, jet flows, tornado-like vortex and their combinations can be distinguished. A flow topologically similar to an MHD tornado, as well as vertical jet streams, were obtained for the first time without through-flow pumping, using fundamentally planar forces. The study includes experimental observation of flow structures on the free surface of a liquid metal and on the main cell axis, as well as three-dimensional numerical modeling to reconstruct the flow structure in the bulk. A low-melting-point gallium alloy was used as the working fluid. Surface velocity measurements were

© Мамыкин А.Д., 2025

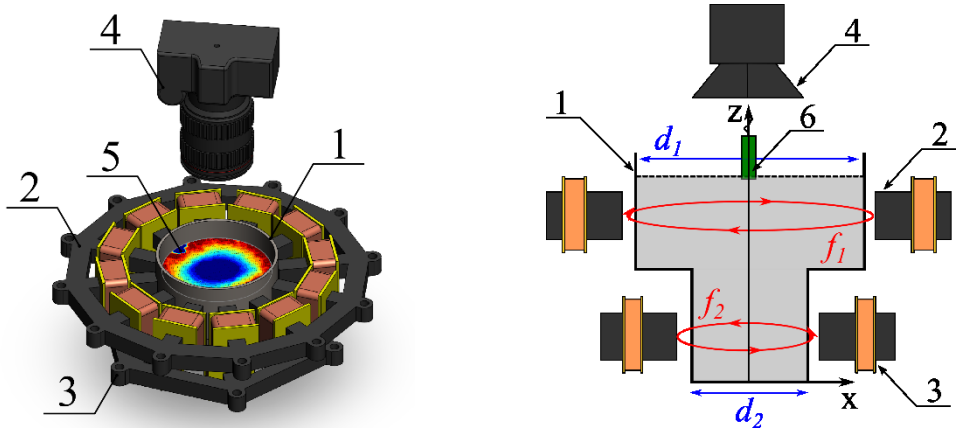
performed using PIV with bubble tracers. Numerical simulations were conducted in a simplified formulation, neglecting free surface deformation.

Keywords: magnetohydrodynamics; vortex flows; liquid metal

Контрвихревые течения – это специфический тип гидродинамических потоков, характеризующийся взаимодействием коаксиальных вихрей противоположной закрутки. Малораспространённые в природных явлениях, такие течения нашли своё применение в технической гидромеханике как средство рассеяния кинетической энергии высокоскоростного потока [1, 2].

В рамках данной работы мы рассматриваем генерацию посредством электромагнитных сил контрвихревого течения в жидком металле, заполняющем круглый Т-образный канал. Такая геометрия рабочей области обусловлена как фундаментальным, так и прикладными задачами магнитной гидродинамики (МГД). С практической точки зрения, она соответствует ковшу промежуточного литья, необходимому при процессе полунепрерывного литья стали. Перемешивание расплава в этом случае способствует повышению качества отливок и удалению нежелательных включений (шлаков, солей) из металла [3]. Другой важной прикладной задачей является перемешивание электродов жидкометаллических батарей для их регенерации [4, 5]. С фундаментальной точки зрения, рассматриваемая конфигурация позволяет изучать процессы возникновения природных макромасштабных атмосферных явлений в лабораторных условиях, используя МГД-модели торнадо [6–8].

Экспериментальная установка (рис. 1) включает в себя Т-образный канал 1 кругового сечения и пару коаксиально расположенных индукторов 2 и 3 вращающегося магнитного поля.



а) *б)*

Рис. 1. Схема экспериментальной установки: 1. Т-образный канал, 2. верхний индуктор, 3. нижний индуктор, 4. камера, 5. поле скорости на поверхности металла, 6. датчик УДА:
а) 3D модель экспериментальной установки; б) схема в сечении

Канал состоит из двух коаксиальных отрезков трубопровода диаметрами 200 и 100 мм и нижней герметичной крышки, верхний торец канал открыт. Высоты секций ячейки одинаковы и равны 150 мм, но ячейка заполнена до уровня z = 250 мм. Таким образом, уровень нижнего слоя составляет 150 мм, а верхнего – 100 мм. Внутренняя полость канала заполнена жидким галлиевым сплавом $Ga_{86.3}Zn_{10.8}Sn_{2.9}$ (вес. %). Свободная поверхность металла покрыта слоем раствора соляной кислоты и изопропилового спирта. Над каналом расположена камера 4, фиксирующая движение трекеров (пузырьков водорода) в тонком приповерхностном слое раствора с частотой 60 кадров/с. Поскольку пузырьки образуются на поверхности металла в ходе химической реакции с кислотой, поле скорости трекеров 5 несущественно отличается от поля скорости жидкого металла на свободной поверхности. Для изучения структуры потоков в центре канала вертикально размещается датчик ультразвукового доплеровского анемометра 6 DOP 5000.

Оптический метод измерений основан на корреляционном анализе пары последовательно полученных изображений. Полученная видеозапись движения пузырьковых трекеров на поверхности металла разбивается на отдельные кадры, и между парой последовательно идущих кадров проводился корреляционный анализ аналогичный методу PIV (рис. 2).

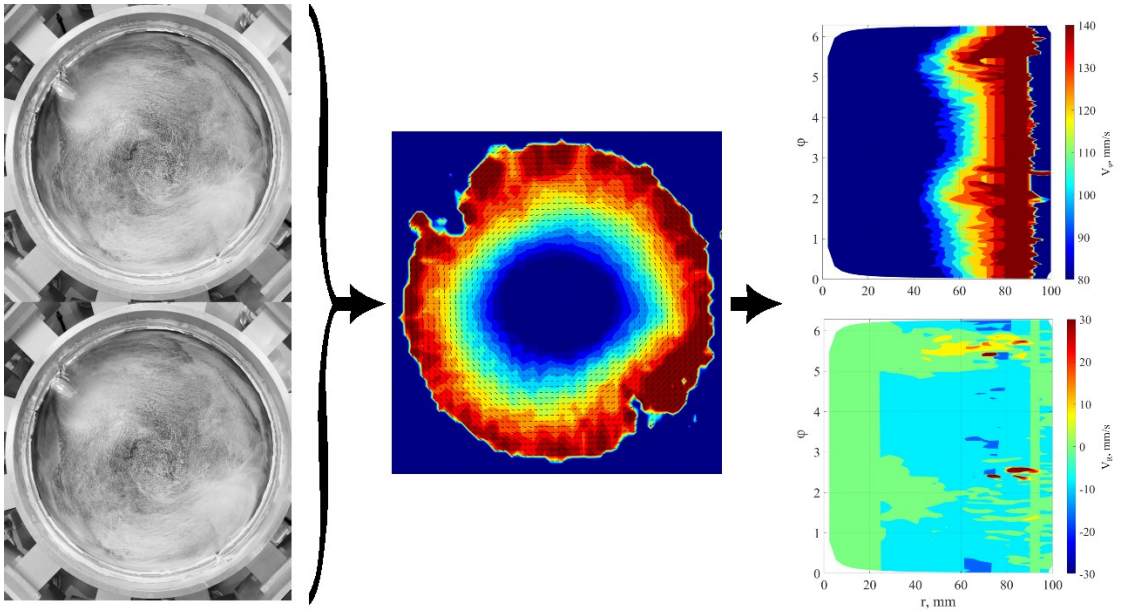


Рис. 2. Иллюстрация алгоритма обработки изображений. Слева направо: пара последовательных кадров, полученное поле скорости в декартовых координатах, поля компонент скорости в цилиндрических координатах.

Структура течений, возникающих в канале, зависит от соотношения приложенных к верхней и нижней частям канала сил f_1 и f_2, соответственно. В качестве безразмерного критерия, характеризующего интенсивность силового воздействия, вводился электромагнитный аналог числа Тейлора:

$$Ta = \frac{\sigma B^2 \omega L^4}{2\rho\nu^2},$$

где σ – электропроводность среды, B – амплитуда индукции магнитного поля, ω – частота магнитного поля, L – характерный размер, ρ – плотность металла и ν – его кинематическая вязкость. Был изучен ряд характерных гидродинамических структур, возникающих в канале при различных соотношениях Ta_1 и Ta_2, где нижний индекс соответствует кольцу индуктора, создающего соответствующую величину силового воздействия. Диапазон изменения чисел Тейлора составлял: $0 \le Ta_1 \le 7 \cdot 10^{10},\ 0 \le Ta_2 \le 7 \cdot 10^{9}$.

В случае если силовое воздействие на жидкий металл происходит со стороны лишь верхнего индуктора ($Ta_1 \neq 0, Ta_2 = 0$), в канале формируется крупномасштабное однородное вращение (рис. 3*а*). Оно происходит квазитвердотельным образом, радиальный профиль азимутальной компоненты скорости линеен вдоль всего радиуса канала. Максимальное значение азимутальной скорости достигает 200 мм/с. С увеличением силового воздействия, скорость течения возрастает, и свободная поверхность жидкости приобретает форму широкой воронки.

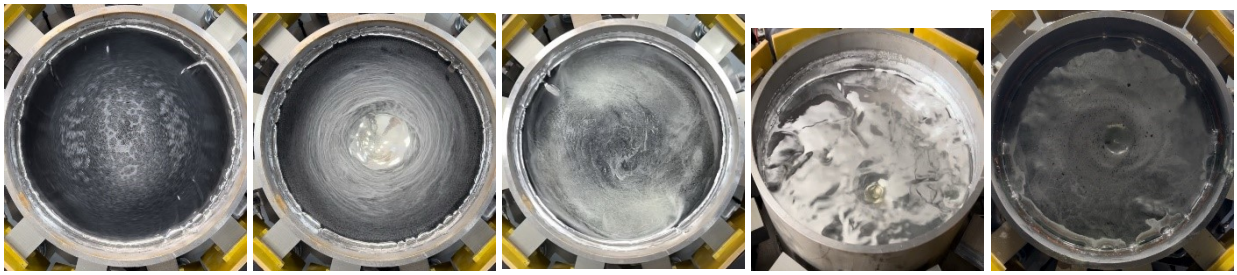
В случае приложения электромагнитного воздействия только к нижней части канала ($Ta_1 = 0, Ta_2 \neq 0$), основное течение возникает в удаленной от свободной поверхности области. За счёт сил вязкого трения вращательный момент передаётся в верхнюю половину канала и вызывает вращательное движение в приповерхностных слоях. Из-за увеличения диаметра верхней части канала, течение оказывается сосредоточено в центральной области цилиндра (рис. 3*б*). Таким образом, в верхней части канала возникает гидродинамическая структура, подобная течение Куэтта. С увеличением величины силового воздействия, скорость течения возрастает, и свободная поверхность жидкости приобретает форму узкой глубокой воронки.

При соотношении чисел Тейлора $Ta_1/Ta_2 \approx 30 - 50$ в канале реализуется режим вращения с ярко выраженным волновым движением в приповерхностном слое. В этом режиме взаимодействие противоположно направленных азимутальных потоков приводит к генерации в приповерхностном слое двойной гидродинамической структуры (локальные максимумы скорости), движущиеся по окружности со скоростью, превышающей скорость основного квазитвердотельного движения (рис. 3*в*).

При дальнейшем повышении параметра Ta_2 реализуется нерегулярное течение сложной топологии. В промежуточных областях ($10 < Ta_1/Ta_2 < 20$) соотношения силовых параметров баланс сил не позволяет развиться устойчивому волновому движению, и в то же время ни одна из компонент сил f_1 и f_2 не оказывается достаточно сильна, чтобы создать однородное вращение. Таким образом, возникает режим, при котором поверхность металла не вовлечена в крупномасштабное движение, но на поверхности хаотическим образом возникают мелкомасштабные гидродинамические структуры ("бурление"). Возникают и затухают слабые волны, образуются вихри с временем жизни порядка нескольких секунд (рис. 3*г*). Некоторые из этих вихрей успевают объединиться в один. Важно, что поверхность металла остаётся невозмущенной (не происходит

существенного подъема уровня жидкости и образования воронки) даже при больших величинах Ta_1 и Ta_2.

Дальнейшее повышение Ta_2 приводит к затуханию "бурления" жидкости и образованию торнадоподобного вихря вблизи центральной оси канала. Режим наблюдается при $5 < Ta_1/Ta_2 < 10$. Насколько известно авторам, подобный режим ранее не был получен в экспериментальных работах с жидкими металлами. Ключевые особенности полученного торнадоподобного течения – это стабильность вихря и прецессия оси вращения (рис. 3*д*).



а) *б)* *в)* *г)* *д)*

Рис. 3 Фотографии режимов: а) широкая воронка, б) узкая воронка, в) двойная структура, г) "бурление", д) торнадоподобный вихрь.

Исследование выполнено в рамках государственного задания, регистрационный номер темы 124012300246-9.

Список литературы

1. *Leweke T., Le Dizes S., Williamson C.H.K.* Dynamics and instabilities of vortex pairs // Annual Review of Fluid Mechanics. 2016. Vol. 48 (1). P. 507–541.
2. *Churin P., Kapustin S., Orehov G., Poddaeva O.* Experimental studies of counter vortex flows modeling // Applied Mechanics and Materials. 2015. Vol. 756. P. 331–335.
3. *Sahai Y.* Tundish technology for casting clean steel: A review // Metallurgical and Materials Transactions B. 2016. Vol. 47 (4). P. 2095–2106.
4. *Kelley D.H., Sadoway D.R.* Mixing in a liquid metal electrode // Physics of Fluids. 2014. Vol. 26 (5).
5. *Kelley D.H., Weier T.* Fluid mechanics of liquid metal batteries // Applied Mechanics Reviews. 2018. Vol. 70 (2).
6. *Vogt T., Grants V., Eckert S., Gergeth G.* Spin-up of a magnetically driven tornado-like vortex // Journal of Fluid Mechanics. 2013. Vol. 736. P. 614–662.
7. *Grants I., Zhang C., Eckert S., Gerbeth G.* Experimental observation of swirl accumulation in a magnetically driven flow // Journal of Fluid Mechanics. 2008. Vol. 616. P. 135–152.
8. *Stefani F.* Liquid-metal experiments on geophysical and astrophysical phenomena // Nature Reviews Physics. 2024. Vol. 6. P. 409–425.

ФОРМИРОВАНИЕ ОСРЕДНЕННОГО ТЕЧЕНИЯ ВБЛИЗИ ОСЦИЛЛИРУЮЩЕЙ СФЕРЫ, ПОЛУПОГРУЖЕННОЙ В ЖИДКОСТЬ

А. И. Мизев, Н. В. Панькова
Институт механики сплошных сред УрО РАН,
614013, Пермь, Академика Королева, 1

Проведено экспериментальное исследование структуры осредненного течения жидкости, генерируемого осциллирующей полупогруженной сферой. Осредненное течение представляет собой два осесимметричных тороидальных вихря, которые формируются собственными механизмами. Основное внимание в работе уделено следующим параметрам: течению, сформированному волновым механизмом; трансформации структуры течения в зависимости от характеристик колебаний сферы; влиянию наличия слоя сурфактанта на поверхности на состояние границы раздела. Обнаружено существование двух волновых режимов, переход между которыми происходит пороговым образом и зависит от ускорения колебаний сферы.

Ключевые слова: колебания; поверхностная волна; осредненное течение; поверхностно-активное вещество

FORMATION OF AN AVERAGED FLOW NEAR AN OSCILLATING SPHERE SEMI-SUBMERGED IN A LIQUID

A. I. Mizev, N. V. Pankova
Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS,
1 Academician Korolev St., 614013, Perm

The article conducted an experimental study of the structure of the averaged fluid flow generated by an oscillating semi-submerged sphere. The averaged flow is two axisymmetric toroidal vortices that are formed by their own mechanisms. The main attention in the work is paid to the following parameters: the flow formed by the wave mechanism; the transformation of the flow structure depending on the characteristics of the sphere oscillations; the effect of the presence of a surface layer of surfactant on the state of the interface. The existence of two wave regimes is discovered. The transition between them occurs in a threshold manner and depends on the acceleration of the sphere oscillations.

Keywords: oscillations; surface wave; averaged flow; surfactants

Поступательные колебания твердой сферы в неограниченном объеме жидкости приводят к формированию осредненного течения от ее экватора к полюсам, ввиду меридиональной неоднородности характеристик пограничного слоя. При этом образуются две струи, исходящие из полюсов сферы и направляющиеся вдоль оси осцилляций [1-3]. В данной работе описывается вариация этой задачи, когда твердая сфера, полупогруженная в

© Мизев А.И., Панькова Н.В., 2025

жидкость, совершает поступательные колебания в направлении, перпендикулярном поверхности жидкости. В такой постановке осредненное течение формируется двумя независимыми механизмами. Первый из них генерирует осесимметричное течение в неоднородном вязком пограничном слое на погруженной в жидкость части сферы с интенсивной струей от нижнего ее полюса и возвратным центростремительным потоком. Второй механизм формирует центробежное осесимметричное течение в тонком приповерхностном слое на границе жидкость – воздух за счет увлечения этого слоя бегущей от осциллирующей сферы поверхностной волной, распространяющейся в радиальном направлении [4, 5].

В литературе встречается много подобных задач о формировании поверхностных волн и генерируемых ими приповерхностных течений. Источником волнового движения в них являются тела разнообразной формы, совершающие колебательные движения на границе раздела. Во всех описанных случаях исследователи наблюдали развитие вихревого течения на поверхности, хотя возбуждение такого течения осесимметричной волной от сферического тела трудно объяснить. Выводы же теоретических исследований [5] предсказывают генерацию течения в приповерхностном слое в направлении распространения волны и только с горизонтальной составляющей завихренности.

Причиной подобных несоответствий может являться неучтенный слой сурфактанта, адсорбированный на поверхности. Во всех исследованиях, упомянутых выше, рабочей жидкостью была выбрана вода, имеющая большой коэффициент поверхностного натяжения, поэтому почти что любая примесь может вести себя как поверхностно-активное вещество, адсорбируясь на границе раздела. Остаточное содержание примесей, достаточное для формирования адсорбированного слоя в газовом фазовом состоянии, имеется даже при использовании воды 2 типа, т.е. деионизированной и бидистиллированной. Исходя из этого, представляется интересным постановка и проведение экспериментальных исследований с заведомо чистой поверхностью, лишенной слоя сурфактанта.

В данной работе описаны результаты экспериментального исследования структуры и устойчивости осредненного течения, генерируемого полупогруженной осциллирующей сферой в зависимости от характеристик ее колебаний.

Схему эксперимента можно увидеть на рисунке 1. Цилиндрическая стеклянная кювета диаметром 19.2 см и высотой 6.0 см заполнена изопропиловым спиртом на высоту 3.0 см. В центре кюветы находится стеклянная сфера диаметром 3.0 см, погруженная в жидкость на половину. Через специальный шток сфера соединена с электромагнитным вибратором и совершает вертикальные колебания. Частота колебаний в эксперименте изменялась в пределах 20 – 50 Гц с амплитудой до 0.8 мм.

Форма генерируемой на поверхности волны, а также структура и скорость образующегося течения фиксировались при определенной частоте

и амплитуде. Для визуализации формы волны использовались лампа дневного света и матовое стекло. Для наблюдения за структурой течения в

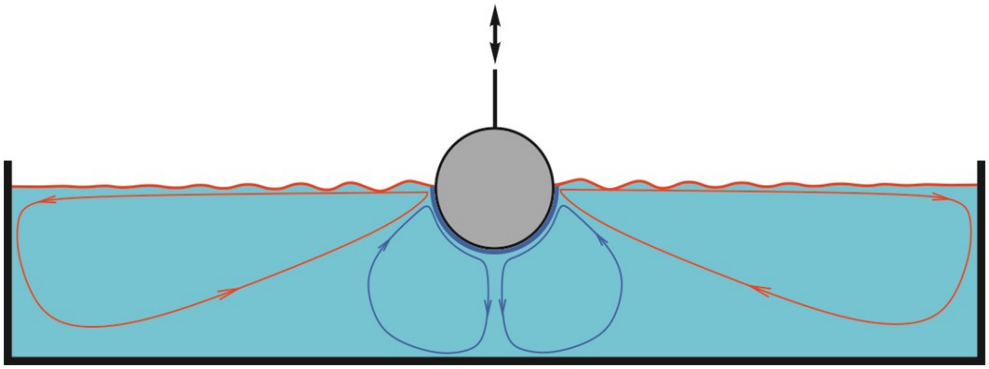


Рис. 1. Схема эксперимента и двух механизмов формирования осредненного течения

жидкость были добавлены светорассеивающие полые стеклянные сферы, предварительно отсепарированные в спирте. При этом съемка фиксирующей камерой производилась в свете лазерного ножа с частотой захвата кадров, равной частоте вибраций. Для качественного представления структуры течения при помощи программного обеспечения DigiFlow из полученной видеозаписи были построены трековые изображения. Для восстановления векторных полей скорости использовался метод PIV, реализованный в открытом программном обеспечении PIVlab.

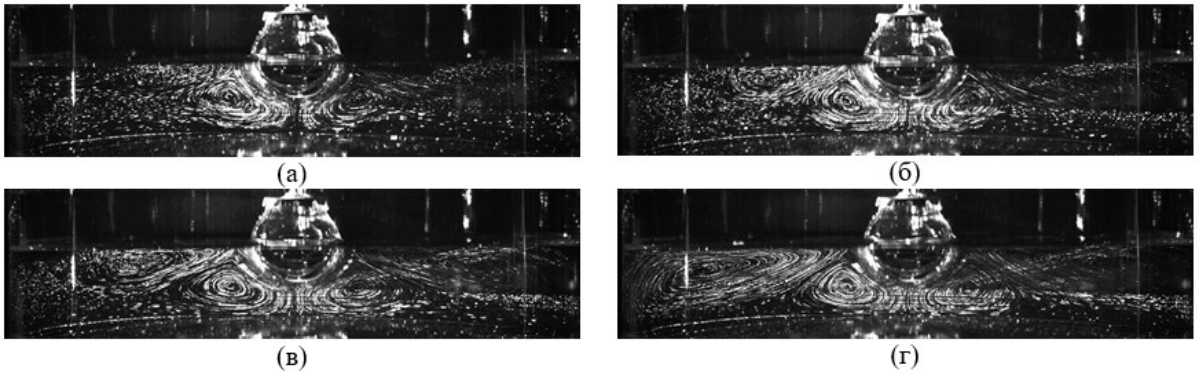


Рис. 2. Трековые изображения, иллюстрирующие структуру осредненного течения в вертикальной диаметральной плоскости, полученные при частоте колебаний сферы ω=20 Гц и различной амплитуде колебаний: (а) – 0.42 мм; (б) – 0.51 мм; (в) – 0.62 мм; (г) – 0.73 мм

В ходе наблюдения за движением жидкости, возникающим вследствие колебаний полупогруженной сферы, были обнаружены два типа течения, генерируемые каждый своим механизмом, описанными выше. Они представляют собой два конвективных тороидальных вихря: один – формирующийся непосредственно под сферой, второй – приповерхностный, что можно наблюдать на трековых фотографиях, сделанных в вертикальной диаметральной плоскости (рис. 2). Нижний вихрь, сгенерированный

Шлихтинговским механизмом, сохраняет осевую симметрию при любых режимах движения сферы, а интенсивность течения в нем увеличивается с ростом амплитуды колебания сферы при фиксированной частоте.

Наблюдения за приповерхностным вихрем, сформированным бегущей капиллярно-гравитационной волной, показывают увеличение его радиального размера по мере роста амплитуды колебаний и нарушение осевой симметрии при смене режима колебания сферы. Это становится заметно при съемке в горизонтальной плоскости. При некоторой критической амплитуде колебаний сферы, величина которой зависит от частоты, наблюдается смена структуры капиллярно-гравитационной волны. Вместо бегущей цилиндрической волны на всей поверхности пороговым образом возникает пара спиральных волн, распространяющихся во встречных азимутальных направлениях, частота которых в два раза меньше частоты колебаний сферы и исходной бегущей волны. В результате суперпозиции спиральных волн на границе раздела устанавливается волновая структура, изображенная на рисунке 3*а*. Видно, что амплитуда волны, полученной в результате суперпозиции, оказывается промодулированной в азимутальном направлении.

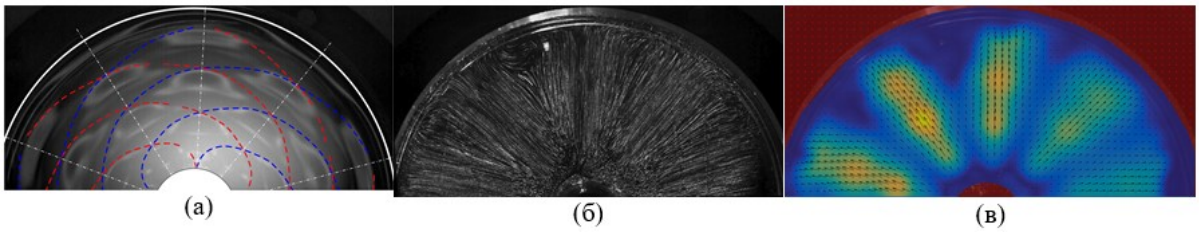


Рис. 3. Конфигурация волны на поверхности (а), структура осредненного течения (б) и двумерное поле скорости на поверхности при частоте колебаний ω=20 Гц и амплитуде 0.77 мм

Смена конфигурации волны существенным образом сказывается на структуре конвективного течения в приповерхностной области. Радиальный размер конвективной ячейки скачкообразно увеличивается, а само течение в ней перестает быть азимутально однородным, что можно наблюдать на трековом изображении (рис. 3*б*) и на двумерном поле скорости, полученном PIV методом (рис. 3*в*). Можно видеть, что радиальное направление течения жидкости в пределах конвективной ячейки сохраняется, тогда как величина скорости оказывается промодулированной вдоль азимутальной координаты. Направления с максимальной скоростью течения в конвективной ячейке совпадают с направлением, в котором амплитуда волны максимальна, и наоборот.

Представленные выше результаты исследования структуры течения, генерируемого волновым механизмом, разительно отличаются от имеющихся в литературе, где наблюдалась многовихревая структура течения

на поверхности как в режиме бегущей, так и промодулированной волны [6–8]. Основным отличием в постановке экспериментальных исследований, представленных в настоящей статье, является использование изопропилового спирта. Это позволило исключить формирование слоя сурфактанта на границе раздела жидкость-воздух и впервые исследовать структуру течения, генерируемого волновым механизмом на свободной поверхности.

Исследование выполнено при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования РФ (тема № 121031700169-1).

Список литературы

1. *Riley N.* On a sphere oscillating in a viscous fluid // The Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics. 1966. Vol. 19 (4). P. 461-472.
2. *Wang C. Y.* The flow field induced by an oscillating sphere // Journal of Sound and Vibration. 1965. Vol. 2 (3). P. 257-269.
3. *Davidson B. J., Riley N.* Jets induced by oscillatory motion // Journal of Fluid Mechanics. 1972. Vol. 53 (2). P. 287-303.
4. *Stokes G. G*. On the theory of oscillatory waves // Trans. Cam. Philos. Soc. 1847. Vol. 8. P. 441-455.
5. *Longuet-Higgins M. S.* Mass transport in water waves // Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences. 1953. Vol. 245 (903). P. 535-581.
6. *Taneda S.* Visual observations of the flow around a half-submerged oscillating sphere // Journal of Fluid Mechanics. 1991. Vol. 227. P. 193-209.
7. *Punzmann H. et al.* Generation and reversal of surface flows by propagating waves // Nature Physics. 2014. Vol. 10 (9). P. 658-663.
8. *Shats M. et al*. Wave-Generated Flows on the Water Surface // International Journal of Modern Physics: Conference Series. – World Scientific Publishing Company. 2016. Vol. 42. P. 1660179.

ОБ ИМПОРТОЗАМЕЩЕНИИ ANSYS FLUENT ПРОГРАММОЙ ЛОГОС АЭРО-ГИДРО В ПРИЛОЖЕНИИ К ЗАДАЧЕ ОТКРЫТИЯ ЛЮЧКА СБРОСА ВОЗДУХА

С. В. Мингалев[a], В. Г. Зидыганов[a, b], Д. С. Худяков[a]
[a]АО «ОДК-Авиадвигатель»,
614990, Пермь, Комсомольский проспект, 93
[b]Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614990, Пермь, Букирева, 15

Численно исследовано открытие лючка сброса воздуха в авиационном двигателе при разрыве трубы кондиционирования воздуха. Расчеты проводились в рамках многосеточного подхода Химера в российском Логос Аэро-Гидро 5.3.23.1281 и иностранном ANSYS Fluent 22R2. Сравнение результатов показало, что 1) полученные в этих двух пакетах максимальные углы открытия лючка отличаются на 3%, 2) почти совпадают (<1%) углы, при которых момент сил на лючке равен нулю, 3) перепады давления на лючке при максимальном открытии отличаются на 5%, 4) скорость расчета в Логос Аэро-Гидро на 40% выше, чем в ANSYS Fluent 22R2.

Ключевые слова: импортозамещение; Логос Аэро-Гидро; ANSYS Fluent

REPLACING ANSYS FLUENT WITH LOGOS AERO-HYDRO IN SIMULATING AIR RELEASE HATCH OPENING

S. V. Mingalev[a], V. G. Zidyganov[a, b], D. S. Khudyakov[a]
[a]UEC-Aviadvigatel JSC,
93 Komsomolsky Pr., 614990, Perm
[b]Perm State University,
15 Bukireva St., 614990, Perm

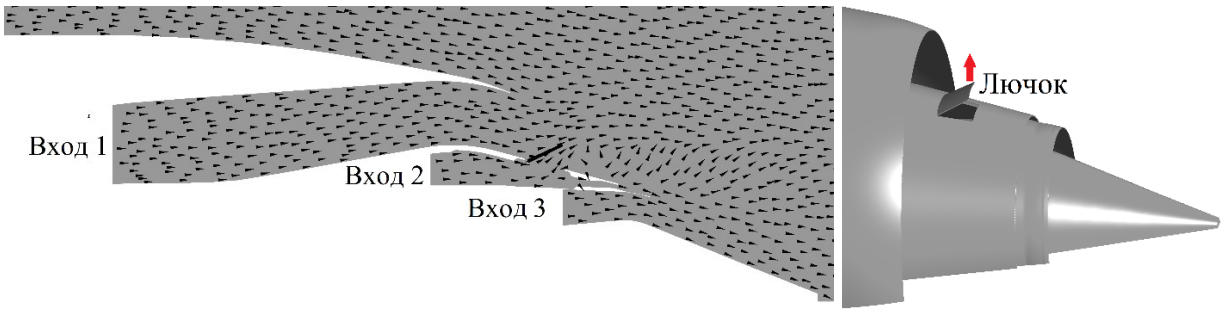
The study investigates the opening of an air release hatch in an aircraft engine following the rupture of an air conditioning duct. Simulations were performed using the Chimera approach in Russian Logos Aero-Hydro 5.3.23.1281 and foreign ANSYS Fluent 22R2. A comparison of the results obtained with these two software revealed that: 1) the maximum opening angles of the hatch differ by 3%, the angles at which the moment of forces on the hatch equals zero nearly coincide (<1% difference), 3) the pressure drops across the hatch at maximum opening differ by 5%, 4) the computational speed in Logos Aero-Hydro is 40% higher than in ANSYS Fluent 22R2.

Keywords: import substitution; Logos Aero-Hydro; ANSYS Fluent

Исследование посвящено моделированию в ANSYS Fluent 22R2 и Логос Аэро-Гидро 5.3.23.1281 открытия (при разрыве трубы кондиционирования воздуха) лючка сброса воздуха, находящегося в задней части авиационного двигателя. Геометрия исследуемой задачи показана на рис. 1. На входах 1, 2,

© Мингалев С.В., Зидыганов В.Г., Худяков Д.С., 2025

3 и внешней границе расчетной области заданы полные давления и температуры. В начальный момент времени лючок закрыт и давление на входе 2 соответствует штатному. При разрыве трубы кондиционирования воздуха происходит увеличение давления в подкапотном пространстве, которое моделируется заданием более высокого (по сравнению с начальным) давления на входе 2. В результате в полости под лючком увеличивается давление; при определенном его значении срабатывает замок, и лючок начинает открываться под действием газодинамических сил. В качестве условия открытия замка задано превышения разницы давления на лючке определённого значения.



а) *б)*

Рис. 1. Геометрия задачи: а) поперечное сечение расчетной области; б) вид задней части авиационного двигателя с лючком

Цель исследования состоит в том, чтобы показать возможность замещения ANSYS Fluent при решении этой задачи российской программой Логос Аэро-Гидро.

В обоих пакетах задача решалась с помощью сеток типа Химера. В рамках этого подхода создаются две сетки: небольшая движущаяся сетка, окружающая твердое тело (лючок), и основная неподвижная сетка. В месте перекрытия этих сеток значения изменяющихся величин интерполируются с одной сетки на другую. В Логос Аэро-Гидро был выбран метод интерполяции TWF (интерполяция весовыми функциями).

Подход Химера использовался для моделирования открытия двери в [1], протеза клапана сердца в [2] и обратного клапана в [3]. В [3] максимальное отклонение мгновенного расчетного перепада давления от экспериментального было ~10%, в [2] для давления перед клапаном было получено аналогичное максимальное отклонение от эксперимента. По мгновенным углам открытия максимальное отклонение от эксперимента в [2] достигало 20%.

Модель турбулентности в Логос Аэро-Гидро выбрана SST (2003)* с функцией стенки ALL y+. В ANSYS Fluent выбрана модель турбулентности Transition SST (4 уравнения) с опциями Curvature Correction, Corner Flow Correction, Production Kato-Launder, Production Limiter. Тип решателя в Логос Аэро-Гидро: связанный, в ANSYS Fluent: Pressure-Based. Шаг по времени – 10 мкс.

Качественно результаты моделирования демонстрирует рис. 2, из которого можно сделать вывод о схожести получаемых в ANSYS Fluent и Логос Аэро-Гидро решений.

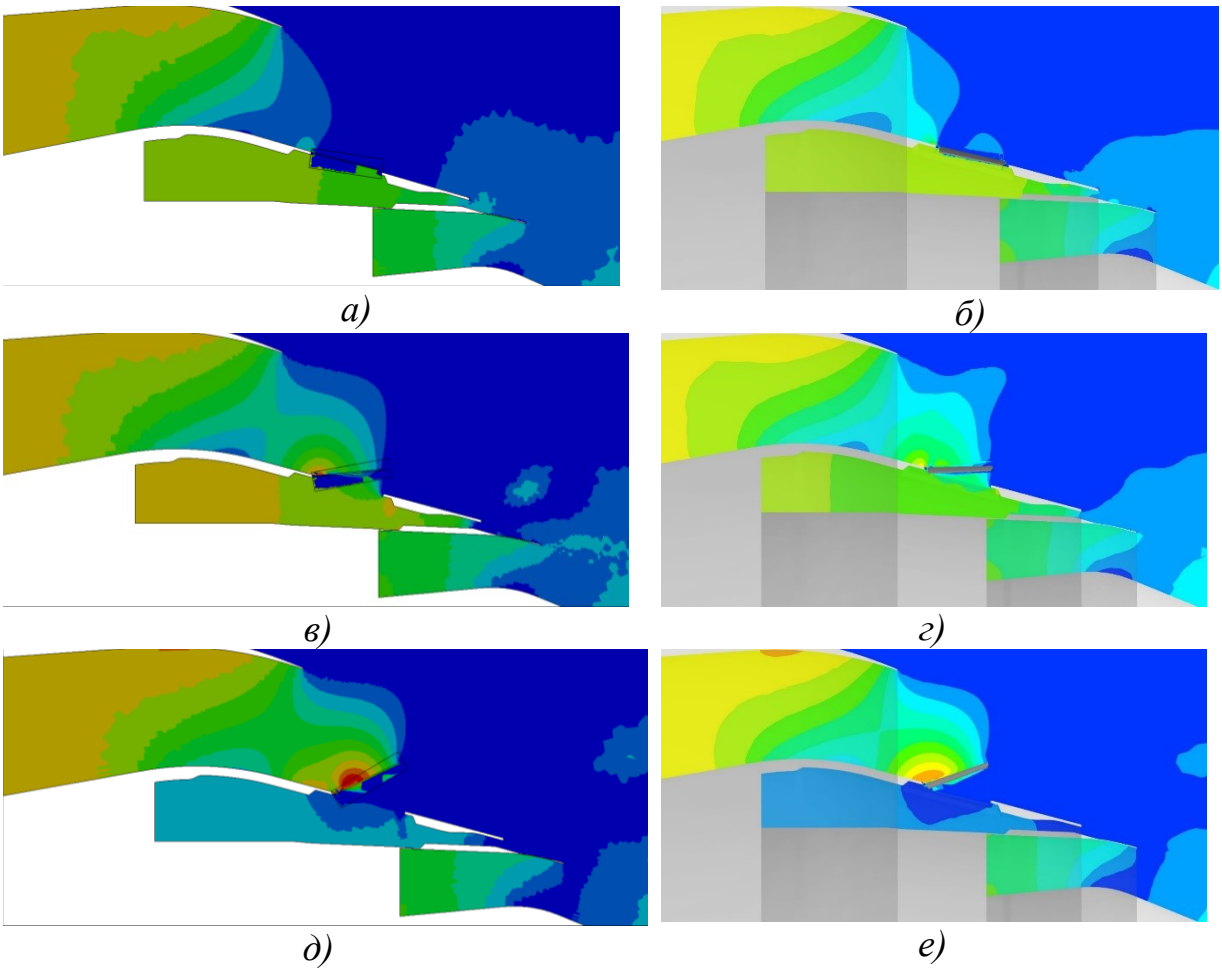
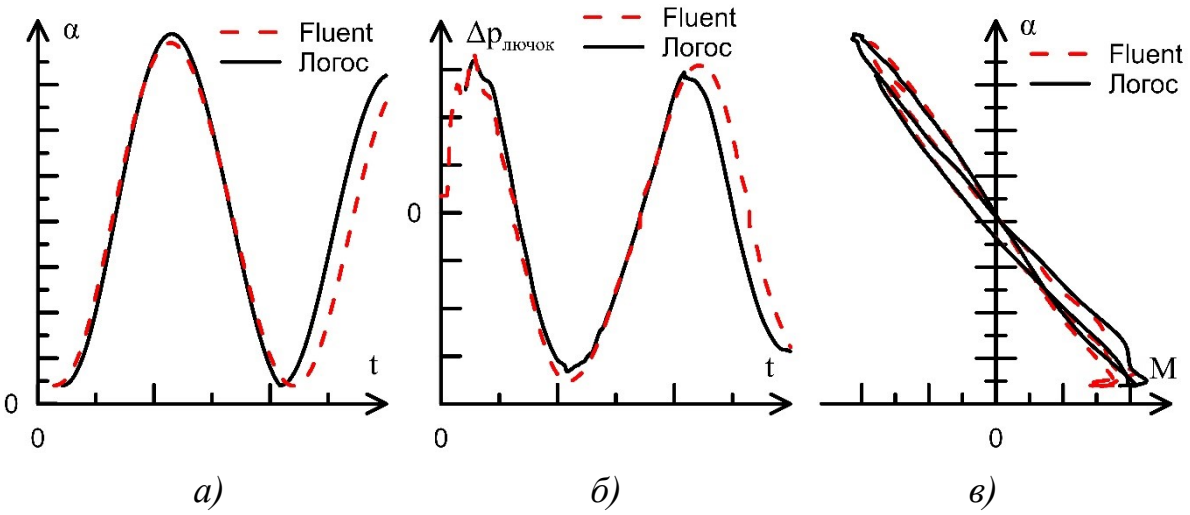


Рис. 2. Распределение давления, полученные в Логос Аэро Гидро (а, в, д) и ANSYS Fluent (б, г, е) в момент времени: а, б) перед открытием лючка, в, г) при равенстве нулю момента сил на лючке, д, е) при максимальном открытии лючка

Выводы о количественном соответствии можно сделать на основании рис. 3. Время достижения максимального угла открытия лючка (время отсчитывается от момента разрыва трубы кондиционирования воздуха) в Логос Аэро-Гидро на 6% меньше, чем в ANSYS Fluent, а значение этого угла на 3% больше. Перепад давления на лючке при максимальном его открытии в Логос Аэро-Гидро на 5% меньше, чем в ANSYS Fluent. Отличие значений угла, при котором момент сил на лючке равен нулю, - меньше 1%.

Учитывая характерные точности получаемых величин в [2, 3], можно сделать вывод о возможности замещения ANSYS Fluent при решении этой задачи российской программой Логос Аэро-Гидро 5.3.23.1281. Отметим также, что время моделирования 1 мс в Логос Аэро-Гидро 5.3.23.1281 на одинаковом объеме вычислительных ресурсов с одинаковым количеством резервных сохранений меньше на 40%, чем в ANSYS Fluent.



а) *б)* *в)*

Рис. 3. Зависимости: а) угла открытия лючка от времени, б) перепада давления на лючке от времени, в) угла открытия от момента сил на лючке

Список литературы

1. *Kihlberg Fr., Hermansen O.F., Chaudhuri A.* Unsteady flow analysis of hinged and sliding door openings // Proceedings of the 63rd International Conference of Scandinavian Simulation Society, SIMS 2022. Trondheim, Norway. 2022. DOI: 10.3384/ecp192024.
2. *Nowak M.,Divo Ed., Borkowski T., Marciniak E., Rojczyk M., Białecki R.* Flow through a prosthetic mechanical aortic valve: Numerical model and experimental study // Computers & Mathematics with Applications. 2024. Vol. 175. P. 184-201. DOI: 10.1016/j.camwa.2024.09.010.
3. *Lai Zh., Karney Br., Yang Sh., Wu D., Zhang F.* Transient performance of a dual disc check valve during the opening period // Annals of Nuclear Energy. 2017. Vol. 101. P. 15-22. DOI: 10.1016/j.anucene.2016.10.010.

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАКРУЧЕННЫХ ТЕЧЕНИЙ ЖИДКОГО МЕТАЛЛА В ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ КАНАЛАХ

И. Ю. Митрополит, И. В. Колесниченко
Институт механики сплошных сред УрО РАН,
614013, Пермь, Академика Королева, 1

В работе в рамках численного моделирования исследуются гидродинамические характеристики закрученных течений жидкого металла внутри цилиндрического канала. Закрученные течения создаются путем наложения на металл бегущего и вращающегося магнитных полей различной интенсивности. Математическая модель рассматриваемых процессов основана на уравнениях магнитной гидродинамики в электродинамическом приближении. Выполнены многовариантные трехмерные расчеты, в которых исследованы формирование и эволюция зон пониженного и повышенного давления и их вклад в формирование структуры потока. Проведена оценка влияния величины силового параметра вращающегося магнитного поля и взаиморасположения зон генерации бегущего и вращающегося магнитных полей на аксиальную компоненту скорости течения, реализуемый перепад давления внутри канала и другие характеристики.

Ключевые слова: магнитная гидродинамика, численное моделирование, бегущее магнитное поле, вращающееся магнитное поле

NUMERICAL STUDY OF SWIRLING FLOWS OF LIQUID METAL IN CYLINDRICAL CHANNELS

I. I. Mitropolit, I. V. Kolesnichenko
Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS,
1 Academician Korolev St., 614013, Perm

The hydrodynamic characteristics of swirling flows of liquid metal inside a cylindrical channel are investigated within the framework of numerical modeling. Swirling flows are created by applying travelling and rotating magnetic fields of varying intensity to the metal. The mathematical model of the processes under consideration is based on the equations of magnetohydrodynamics in the electrodynamic approximation. Multivariate three-dimensional calculations are performed. In these calculations the formation and evolution of low- and high-pressure zones and their contribution to the formation of the flow structure are investigated. An assessment of the influence of the magnitude of the force parameter of the rotating magnetic field and the relative position of the zones of generation of the travelling and rotating magnetic fields on the axial component of the flow velocity, the realized pressure drop inside the channel and other characteristics are made.

Keywords: magnetohydrodynamics, numerical modeling, travelling magnetic field, rotating magnetic field

© Митрополит И.Ю., Колесниченко И.В., 2025

Генерация магнитогидродинамических (МГД) течений жидкого металла в цилиндрических каналах является востребованным процессом в современных технологиях металлургии и энергетики [1, 2]. Для создания транзитного течения наряду с механическими насосами широко используются электромагнитные насосы, в которых перекачивающее действие создается бесконтактной генерацией электромагнитной силы в жидком металле [3]. Наиболее востребованными оказались цилиндрические линейные индукционные насосы (ЦЛИН) [4]. ЦЛИН представляет собой набор коротких кольцевых обмоток-соленоидов, «надетых» на канал и подключенных к трехфазному источнику питания таким образом, чтобы создать в металле бегущее магнитное поле (БМП), а для интенсификации электромагнитных сил в канал помещают цилиндрическую ферромагнитную вставку, превращая цилиндрический канал в щелевой [4]. Существует несколько проблем в использовании ЦЛИН: в некоторых случаях необходим электромагнитный насос, который монтируется на существующий цилиндрический канал без его разборки, то есть в таких конструкциях сердечник с ферромагнетиком внутри канала отсутствует, что существенно снижает производительность насоса; вторая проблема связана с отсутствием азимутальной компоненты силы и, как следствие, азимутальной скорости в канале ЦЛИН. При всей тщательности изготовления насоса, выдержать однородный по величине щелевой зазор весьма сложно, что приводит к неоднородности скорости по каналу и так же снижает эксплуатационные характеристики устройства.

Возможным решением данных проблем может быть рассматриваемый в настоящей работе индуктор разборной конструкции, аналог которого описан в [5]. Индуктор позволяет генерировать в расплавленном металле как бегущее, так и вращающееся магнитное поле (ВМП). Характеристики течения жидкого металла, создаваемого совместным действием БМП и ВМП в замкнутом канале круглого сечения, изучаются в настоящей работе.

Математическая модель рассматриваемых процессов строится на основе уравнений магнитной гидродинамики (МГД), которые описывают взаимодействие движущихся электропроводящих сред с электрическими и магнитными полями. Проведенные оценки показали возможность решения электродинамической и гидродинамической задачи раздельно, то есть использования системы уравнений МГД в электродинамическом приближении. Электродинамическая задача решалась в программной среде ANSYS EMAG, гидродинамическая задача – в ANSYS Fluent. После определения электродинамических параметров производилось сопряжение электромагнитной и гидродинамической подзадач. Сопряжение производилось путем передачи полученных значений компонент электромагнитных сил с расчетной сетки электродинамической подзадачи на расчетную сетку электродинамической подзадачи при помощи стороннего программного обеспечения. Поле электромагнитной силы, полученное из

решения электродинамической подзадачи, считалось неизменными во времени при решении гидродинамической подзадачи.

В качестве безразмерного параметра, определяющего интенсивность электромагнитной силы, генерируемой индуктором БМП и ВМП, использовалось число Тейлора, для оценки совместного воздействия БМП и ВМП использовался безразмерный параметр γ.

По результатам проведенных вычислений было оценено влияние конструкционных особенностей замкнутых каналов постоянного круглого сечения и переменного круглого сечения, локализации и интенсивности БМП и ВМП, а также их взаимного расположения на структуру и гидродинамические характеристики реализуемых течений. Основными факторами, определяющими структуру течения, в данном случае являлись локализация зон пониженного давления и локализация зон повышенной спиральности. К рассмотренным гидродинамическим характеристикам относятся перепад полного давления в канале, аксиальная (продольная) и азимутальная компоненты скорости, спиральность потока, кинематическая энергия течения. Результаты показали, что наложение на поток, созданный БМП, ВМП может увеличить перепад давления внутри канала, однако это справедливо для определенных значениях γ, причем важную роль здесь играет также конфигурация канала и взаимное расположение БМП и ВМП. Так, показано, что индуктор ВМП, расположенный перед индуктором БМП по направлению течения дает больший выигрыш в давлении и скорости, чем в случае локализации ВМП дальше БМП.

Работа выполнена в рамках государственного задания «Крупномасштабные течения и теплообмен в проводящей и непроводящей жидкости в условиях мелкомасштабной турбулентности», регистрационный номер темы 124012300246-9, и при финансовой поддержке Правительства Пермского края в рамках научного проекта «Разработка электромагнитных насосов, реализующих транзитные и спиральные течения жидких металлов в щелевых и цилиндрических каналах устройств металлургии и атомной промышленности», соглашение № СЭД-26-08-08-35 от 29.01.2024.

Список литературы

1. *M. Ni, J. Yang, J. Zhang.* App. Mech. Rev. 2025. P. 1–105.
2. *Anisimov A.M., Vitkovsky I.V., Golovanov M.M., Kirillov I.R.* Atomic Energy. 2012. Vol. 112 (6). P. 443446.
3. *Davidson P.A.* Introduction to Magnetohydrodynamics. Cambridge: Cambridge University Press, 2001. 452 P.
4. *Вольдек А.И.* Индукционные магнитогидродинамические жидкометаллическим рабочим телом. Л.: Энергия, 1970. 272 С.
5. *Колесниченко И.В., Мамыкин А.Д., Халилов Р.И.* Вестник Пермского университета. Физика. 2022. № 4. С. 45–51.

ИССЛЕДОВАНИЕ НЕИЗОТЕРМИЧЕСКОГО ОСАЖДЕНИЯ КАПЕЛЬ ВОДЫ В МАСЛЕ В УСЛОВИЯХ ТЕПЛОВОЙ КОНВЕКЦИИ

А. А. Мусин, В. И. Валиуллина, Р. Р. Юлмухаметова, Р. Р. Галеев
Уфимский университет науки и технологий,
450076, Уфа, Заки Валиди, 32

Приводятся результаты математического моделирования и экспериментальных исследований неизотермического расслоения эмульсии типа «вода в масле», стабилизированной поверхностно-активными веществами, в прямоугольной ячейке, нижняя и верхняя грани которой поддерживаются при разной температуре. Проведены исследования влияния тепловой конвекции жидкости при различных перепадах температур между гранями ячейки на динамику осаждения капель воды в эмульсии различной степени дисперсности. Показано, что в рамках рассмотренных в работе параметров возникновение тепловой конвекции может привести к замедлению процесса расслоения эмульсии.

Ключевые слова: эмульсия; осаждение капель; тепловая конвекция; математическое моделирование; экспериментальные исследования

RESEARCH OF NON-ISOTHERMAL DEPOSITION OF WATER DROPS IN OIL UNDER THERMAL CONVECTION CONDITIONS

A. A. Musin, V. I. Valiullina, R. R. Iulmukhametova, R .R. Galeev
Ufa University of Science and Technology,
32 Zaki Validi St., 450076, Ufa

The paper presents the results of mathematical modeling and experimental studies of non-isothermal stratification of a water-in-oil emulsion stabilized by surfactants in a rectangular cell, the lower and upper faces of which are maintained at different temperatures. The influence of thermal convection of liquid at different temperature differences between the cell faces on the dynamics of water droplet sedimentation in emulsions of varying degrees of dispersion is studied. It is shown that within the parameters considered in the work, the occurrence of thermal convection can lead to a slowdown in the emulsion stratification process.

Keywords: emulsion; droplet deposition; thermal convection; mathematical modeling; experimental research

Эмульсии представляют собой микрогетерогенные системы, состоящие из двух взаимно нерастворимых жидкостей, одна из которых распределена в другой в виде капель. Они нашли широкое применение в ключевых отраслях промышленности [1], что и делает исследования осаждения капель воды в масле чрезвычайно актуальным.

В нефтедобывающей отрасли образование стабильных эмульсий типа «вода в масле» является неотъемлемым, но проблемным этапом добычи

© Мусин А.А., Валиуллина В.И., Юлмухаметова Р.Р., Галеев Р.Р., 2025

углеводородов [2]. Распространенным методом разрушения эмульсии является гравитационное расслоении, но для того, чтобы добиться ускорения применяется совместное воздействие внешних физических полей, например, микроволновое облучение или ультразвуковые волны [3-7].

Исследование изотермического осаждения капель воды в масле было проведено в работе [8], а в работе [9] показано, что тепловая конвекция, возникающая при нагреве эмульсии, может препятствовать гравитационному расслоению, таким образом негативно влияя на её разделение. Этот вывод подтверждён результатами как экспериментального, так и математического моделирования.

В данной работе проведено математическое моделирование и экспериментальные исследования неизотермического расслоения эмульсии типа «вода в масле», стабилизированной поверхностно-активными веществами, в прямоугольной ячейке, нижняя и верхняя грани которой поддерживаются при разной температуре.

Экспериментальная установка для исследования влияния теплового воздействия на динамику расслоения эмульсии состоит из специально разработанной ячейки, источника света, фотоаппарата с макрообъективом, видеографического регистратора и двух термостатов. Экспериментальная ячейка (рис. 1) изготовлена из поликарбоната, на боковых гранях внутренней полости ячейки установлены термопары. Внутренняя полость имеет размеры 50x50x12 мм. На боковых гранях расположены трубки для подачи и слива эмульсии. Температурное поле внутри полости создается с помощью двух алюминиевых трубок квадратного сечения (12x12 мм), через которые прокачивается вода с регулируемой температурой с использованием термостатов. Верхняя грань ячейки поддерживалась при постоянной температуре 23°C, а нижнюю грань нагревали таким образом, чтобы температурный градиент был постоянным между верхней и нижней гранями ячейки. Съемка велась на фотокамеру с макрообъективом.

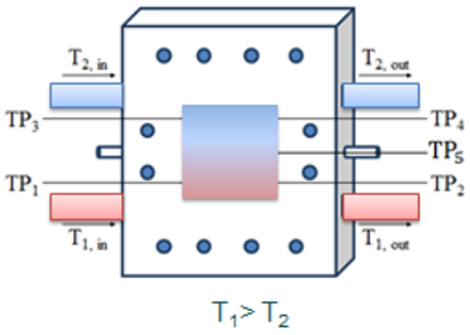


Рис. 1. Схема нагрева экспериментальной ячейки

В экспериментах были использованы модельные эмульсии, приготовленные из дистиллированной воды и медицинского вазелинового масла с поверхностно-активным веществом (маслорастворимый сорбитан моноолеат Span 80) с помощью мешалки ES 8300D с верхним приводом

(Ecros): эмульсия с мелкими каплями (средний радиус капель 16.4 мкм), и эмульсия с крупными каплями (средний радиус капель 38.7 мкм).

На начальной стадии капли эмульсии равномерно распределялись по объему ячейки. Однако по мере продолжения эксперимента эмульсия начинала разделяться, и на дне ячейки формировался слой капель воды. По итогам экспериментов были получены изображения течений при различных температурных градиентах, а также траектории движения капель водной фазы эмульсии под воздействием тепла, полученные с использованием цифровой обработки изображений. Проведены исследования влияния тепловой конвекции жидкости при различных перепадах температур между гранями ячейки на динамику осаждения капель воды в эмульсии различной степени дисперсности. На рис. 2*а* представлен результат, полученный в процессе эксперимента при перепаде температуры 10 ^{0}C для 5% эмульсии с мелкими каплями. На рисунке видны четыре конвективных вихря, по два в нижней и верхней частях, при этом направление потоков в 1-й и 3-й четвертях направлены по часовой стрелке, а в 2-й и 4й – против часовой стрелки.

Математическая модель построена в одножидкостном приближении и включает в себя уравнения сохранения количества движения, уравнение теплопроводности для эмульсии в целом и уравнение сохранения массы дисперсной фазы.

$$\frac{\partial \boldsymbol{U}}{\partial t} + (\boldsymbol{U}\nabla)\boldsymbol{U} = -\frac{1}{\rho}\nabla P + \nabla(\nu\nabla\boldsymbol{U}) + \boldsymbol{g}(1-\beta T)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + (\boldsymbol{U}\nabla)T = a\Delta T,$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} + (\boldsymbol{U}\nabla)C = \boldsymbol{U}_{sed} f(C)\nabla C,$$

$$\boldsymbol{\nabla U} = 0\,,$$

где $\boldsymbol{U}-$ скорость движения дисперсной системы, $P-$ давление, $T-$ температура, $C-$ концентрация дисперсной фазы, $\boldsymbol{U}_{sed}-$ скорость седиментации, $\nu-$ кинематическая вязкость дисперсной системы, $\boldsymbol{g}-$ ускорение свободного падения, β −коэффициент теплового расширения, $a-$ коэффициент температуропроводности, $f(C)-$ функция стесненного осаждения.

Зависимость вязкости эмульсии от температуры и концентрации задается эмпирической формулой, представленной в работе [11]. Относительная скорость между фазами определяется по формуле Рыбчинского-Адамара [10]:

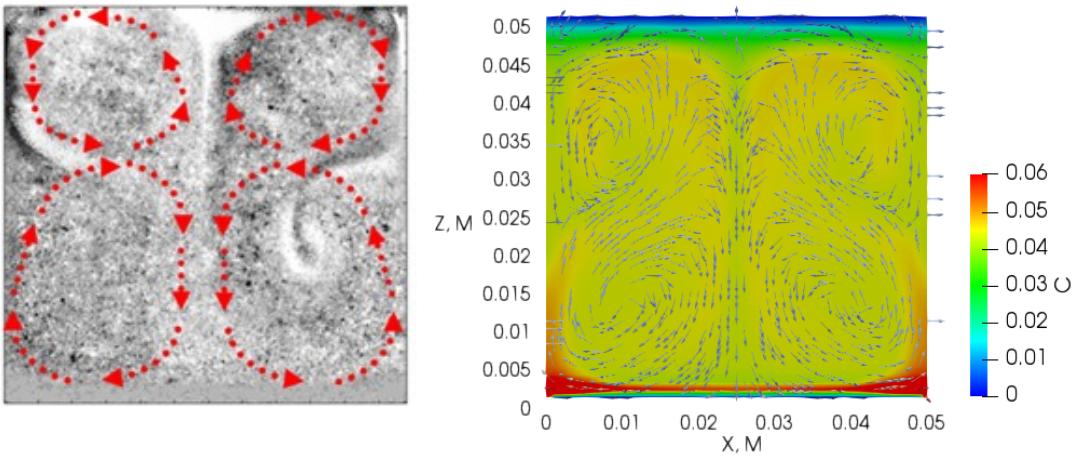
$$\boldsymbol{U}_{sed} = \frac{2}{3} r_0^2 \boldsymbol{g} \frac{(\rho_D - \rho_F)}{\mu_F} \frac{(\mu_F + \mu_D)}{(2\mu_F + 3\mu_D)},$$

где ρ_D, ρ_F – плотность дисперсной фазы и дисперсионной среды соответственно, μ_F, μ_D – динамическая вязкость дисперсной фазы и дисперсионной среды соответственно.

На стенках ячейки для скорости задаются условия прилипания, для концентрации капель задаются граничные условия третьего рода, для температуры на боковых стенках задается граничное условие отсутствия потока, между нижней и верхней гранями задается постоянный перепад температур.

Система уравнений с соответствующими замыкающими соотношениями и граничными условиями решалась численно, методом контрольного объема, в программном комплексе OpenFOAM.

Моделирование проводилось на основе экспериментальных данных. На рис. 2*б*, приведено распределение концентрации капель эмульсии и направление вектора скорости в центральном сечении ячейки, полученные при перепаде температуры 10˚С. Начальная концентрация капель равна 5%.



а) *б)*

Рис. 2. Распределение концентрации капель в ячейке и направление вектора скорости при перепаде температуры 10 ^{0}С: а) эксперимент, б) модель

В нижней части ячейки видно формирование слоя осевших капель, в верхней части – концентрация капель снижается. Полученные схемы течения и распределение капель эмульсии хорошо согласуются с экспериментальными данными. В ходе экспериментальных исследований и математического моделирования замечено, что возникающие в процессе нагрева конвективные течения препятствуют осаждению мелких капель эмульсии, при этом крупные капли могут беспрепятственно осаждаться.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 19-11-00298.

Список литературы

1. *Tian Y., Zhou J., He C., He L., Li X., Sui H.* The Formation, Stabilization and Separation of Oil–Water Emulsions: A Review // Processes. 2022. Vol. 10(4):738.
2. *Czarnecki J., Moran K.* On the Stabilization Mechanism of Water-in-Oil Emulsions in Petroleum Systems // Energy & Fuels. 2005. Vol. 19(5). P. 2074–2079.
3. *Kilpatrick P.K.* Water-in-Crude Oil Emulsion Stabilization: Review and Unanswered Questions // Energy Fuels. 2012. Vol. 26. P. 4017-4026.
4. *Detloff T., Lerche D.* Centrifugal separation in tube and disc geometries: experiments and theoretical models // Acta Mech. 2008. Vol. 201 (1-4), P. 83–94.
5. *Chiesa M., Ingebrigtsen S., Melheim J., Hemmingsen P., Hansen E., Hestad Ø.* Investigation of the role of viscosity on electrocoalescence of water droplets in oil // Sep. Purif. Technol. 2006. Vol. 50. P. 267–277.
6. *Guo Kun Q.* Analysis on factors influencing crude oil demulsification effectiveness by ultrasonic wave // Pet. Geol. Recovery Effic. 2005. Vol. 12. P. 76–78.
7. *Tan W., Yang X., Tan X.* Study on Demulsification of Crude Oil Emulsions by Microwave Chemical Method // Sep. Sci. Technol. 2007. Vol. 42. P. 1367–1377.
8. *Musin A.A., Valiullina V.I., Yulmukhametova R.R., Kovaleva L.A.* Experimental and Numerical Investigation of the Isothermal Stratification of a Polydisperse Emulsion with the Use of the Quasi-Monodisperse Approach // Journal of Engineering Physics and Thermophysics. 2024. Vol. 97(4). P. 885–894.
9. *Valiullina V., Zamula Y., Mullayanov A., Iulmukhametova R., Musin A., Kovaleva L.* Experimental and numerical study of the water-in-oil emulsion thermal motion in rectangular cavity with a heated bottom // Advanced Problem in Mechanics II. APM 2020. Lecture Notes in Mechanical Engineering. Springer, Cham. 2022. P. 117–125.
10. *Левич В.Г.* Физико-химическая гидродинамика. Москва: Физматгиз, 1959. 700 с.
11. *Valiullina V.I., Musin A.A., Zamula Yu.S., Kovaleva L.A.* Determination of correlation dependences of emulsion viscosity on the concentration of water droplets under non-isothermal conditions // St. Petersburg State Polytechnical University Journal. Physics and Mathematics. 2023. Vol. 16 (1.2). P. 343–348.

ЭЛЕКТРОТЕРОМОКОНДУКТИВНОЕ ТЕЧЕНИЕ СЛАБОПРОВОДЯЩЕЙ ЖИДКОСТИ В ПЕРЕМЕННОМ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ

О. О. Некрасов, Б. Л. Смородин
Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614990, Пермь, Букирева, 15

Изучены режимы движения неоднородно нагреваемой жидкости, электропроводность которой линейно зависит от температуры. Для решения задачи применяется метод Галеркина. Рассмотрена линейная устойчивость и нелинейная конвекция в надкритической области. Проведено сравнение между маломодовым подходом и общим случаем.

Ключевые слова: электроконвекция; переменное поле; метод Галеркина

ELECTROTHERMOCONDUCTIVE FLOW OF LOW CONDUCTING LIQUID IN ALTETNATING ELECTRIC FIELD

O. O. Nekrasov, B. L. Smorodin
Perm State University,
15 Bukireva St., 614990, Perm

Motion regimes of inhomogeneously heated liquid with linear dependence of electric conductivity on temperature are investigated. To solve the problem Galerkin method is applied. Linear stability and nonlinear convection in supercritical region are considered. Comparison between low mode approach and general case is made.

Keywords: electroconvection; alternating field; Galerkin method

Рассматривается плоский горизонтальный слой вязкой несжимаемой жидкости, помещенной между идеально тепло- и электропроводящими обкладками бесконечного конденсатора. Жидкость нагревается на верхней границе, электрический потенциал нижней границы изменяется по гармоническому закону.

Уравнения электротермоконвекции, включают в себя уравнение Навье-Стокса, условие несжимаемости жидкости, уравнение теплопроводности, закон сохранения заряда, уравнение Гаусса [1]:

$$\rho\left(\frac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial t} + (\boldsymbol{v}\nabla)\boldsymbol{v}\right) = -\nabla p + \rho \boldsymbol{g} + \eta \Delta \boldsymbol{v} + q\boldsymbol{E},$$

$$\mathrm{div}\boldsymbol{v} = 0,$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + (\boldsymbol{v}\nabla)T = \chi \Delta T,$$

$$\frac{\partial q}{\partial t} + \mathrm{div}\sigma \boldsymbol{E} + (\boldsymbol{v}\nabla)T = 0,$$

© Некрасов О.О., Смородин Б.Л., 2025

$$\mathrm{div}\boldsymbol{E} = \frac{q}{\varepsilon\varepsilon_0},$$

$$\boldsymbol{E} = -\nabla\Phi,$$

где $\boldsymbol{v}$, T, q – поля скорости, температуры и плотности заряда соответственно, ρ – плотность жидкости, p – давление, $\boldsymbol{g}$ – ускорение свободного падения, η – динамическая вязкость, χ – коэффициент температуропроводности, σ – электропроводность, ε – диэлектрическая проницаемость, ε_0 – диэлектрическая постоянная, $\boldsymbol{E}$ и Φ – напряженность и потенциал внешнего электрического поля. На свободных горизонтальных границах применяются условия:

$$z = 0: v_z = 0, T = \theta, \Phi = U\cos\omega t,$$

$$z = h: v_z = 0, T = 0, \Phi = 0,$$

где h – толщина слоя, θ – разность температур, U – разность потенциалов, ω – частота внешнего поля.

Рассматривается слабопроводящая жидкость, для которой справедливы линейная зависимость электропроводности от температуры ($\sigma = \sigma_0(1 + \beta_\sigma T)$, где σ_0 – электропроводность при некоторой фиксированной температуре и β_σ – положительный коэффициент [2]) и, соответственно, электрокондуктивный механизм возникновения конвекции. Также в жидкости действует термогравитационный механизм [3], связанный с неоднородностью плотности в тепловом поле ($\rho = \rho_0(1 - \beta_\theta T)$, где ρ_0 – равновесная плотность и β_θ – коэффициент температурного расширения).

Применяя электрогидродинамическое [3] и безындукционное [4] приближения, приближение Буссинеска, а также вводя двумерную функцию тока $\left(v_x = -\frac{\partial\psi}{\partial z}, v_z = \frac{\partial\psi}{\partial x}\right)$, получим в безразмерной форме систему уравнений для функции тока, отклонений температуры δT и плотности заряда δq:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial}{\partial t}\Delta\psi + \dfrac{1}{\mathrm{Pr}}\left(\dfrac{\partial\psi}{\partial x}\dfrac{\partial\Delta\psi}{\partial z} - \dfrac{\partial\psi}{\partial z}\dfrac{\partial\Delta\psi}{\partial x}\right) = \Delta^2\psi + \mathrm{Ra}\dfrac{\partial\delta T}{\partial x} + \mathrm{Ra}_\sigma\dfrac{\partial\delta q}{\partial x}\cos 2\pi\nu t\,, \\ \mathrm{Pr}\dfrac{\partial\delta T}{\partial t} + \dfrac{\partial\psi}{\partial x}\dfrac{\partial\delta T}{\partial z} - \dfrac{\partial\psi}{\partial z}\dfrac{\partial\delta T}{\partial x} = \Delta\delta T + \dfrac{\partial\psi}{\partial x}, \\ \mathrm{Pr}_e\dfrac{\partial\delta q}{\partial t} + \dfrac{\mathrm{Pr}_e}{\mathrm{Pr}}\left(\dfrac{\partial\psi}{\partial x}\dfrac{\partial\delta q}{\partial z} - \dfrac{\partial\psi}{\partial z}\dfrac{\partial\delta q}{\partial x}\right) + \delta q + \dfrac{\partial\delta T}{\partial z}\cos 2\pi\nu t = 0, \end{cases} \quad (1)$$

с граничными условиями:

$$z = 0: \psi = \psi'' = \delta T = 0,$$

$$z = 1: \psi = \psi'' = \delta T = 0.$$

В системе (1) используются следующие безразмерные параметры: число Прандтля $\mathrm{Pr} = \frac{\eta}{\chi\rho_0}$, электрический аналог числа Прандтля $\mathrm{Pr}_e = \frac{\varepsilon\varepsilon_0\eta}{h^2\sigma_0\rho_0}$, число

Рэлея $\mathrm{Ra} = \frac{\rho_0 g \beta_\theta \theta h^3}{\eta \chi}$, электрический аналог числа Рэлея $\mathrm{Ra}_\sigma = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 U^2 \beta_\sigma \theta}{\eta \chi}$ и безразмерная частота колебаний внешнего поля $\nu = \frac{\omega \rho_0 h^2}{2\pi\eta}$.

Для применения метода Галеркина [4] поля функции тока, возмущений температуры и плотности заряда раскладываются по ортогональным базисам тригонометрических функций, определяемых с помощью волнового числа k:

$$\psi(x,z,t) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} \Psi_{ij}(t)\sin(i\pi z)\sin(j\pi k x),$$
$$\delta T(x,z,t) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=0}^{m} \Theta_{ij}(t)\sin(i\pi z)\cos(j\pi k x),$$
$$\delta q(x,z,t) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=0}^{m} Q_{ij}(t)\cos(i\pi z)\cos(j\pi k x),$$

для разложений возмущений температуры и плотности заряда применяются резервуарные моды ($j = 0$) и моды различной четности по z. Будем обозначать разложения $n \times m$ по максимальному числу гармоник, при этом в разложении $n \times n$ будет содержаться $N = 3n^2 + 2n$ зависящих от времени амплитуд. При ортогонализации системы (1) получим нелинейную систему ОДУ для амплитуд Ψ, Θ и Q с периодической зависимостью коэффициентов от времени, которая может быть решена численно при помощи методов Рунге-Кутта. Для численного моделирования используются параметры $\mathrm{Ra} = -657$, $\mathrm{Pr} = 400$, $\mathrm{Pr_e} = 30$ [5].

В линейном приближении для изучения устойчивости системы применяется теория Флоке, при помощи которой получены нейтральные кривые для различных частот внешнего поля:

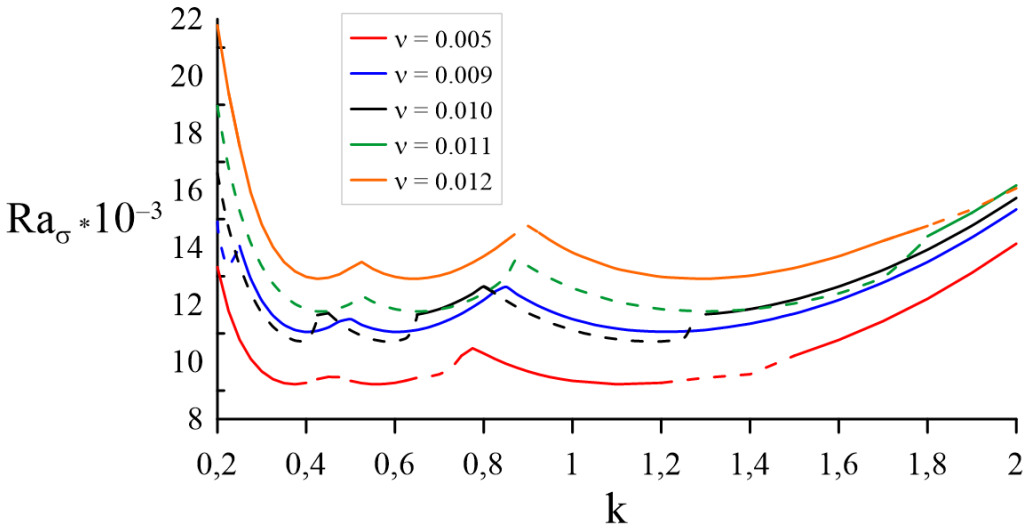


Рис. 2. Нейтральные кривые для разложения 3×3*, сплошная линия – квазипериодические, штриховая линия – синхронные возмущения*

Как можно видеть из рис. 1, в системе реализуется параметрический резонанс при частоте ν = 0,01, связанный с синхронизацией системы. Определено, что изменение порядка разложения не влияет на порог устойчивости.

Используя данные линейного анализа (в том числе критическое волновое число), получена бифуркационная диаграмма режимов движения жидкости в нелинейном случае:

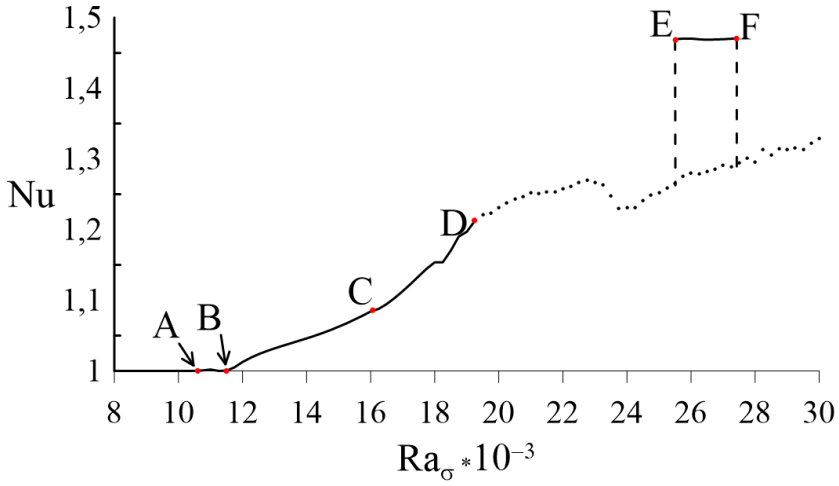


Рис. 3. Зависимость безразмерного горизонтального теплопотока на границе (числа Нуссельта) от электрического числа Рэлея для разложения 3×3, $\nu = 0{,}01$

Конвекция возникает мягким образом в точке A рис. 2 ($Ra_\sigma = 10500$) в виде синхронных колебаний, быстро исчезающих с ростом управляющего параметра. На участке BD рис. 2 ($11500 < Ra_\sigma < 19250$) наблюдаются квазипериодические колебания разных типов, начиная с точки D рис. 2 в системе реализуется хаос за исключением окна периодичности EF рис. 2 ($25500 < Ra_\sigma < 27250$), возникающего в системе через гистерезис. Увеличение или уменьшение порядка разложения не влияет на поведение системы качественно и количественно вплоть до двойной степени надкритичности.

Сравнение результатов рассмотренного в данной статье многомодового разложения Галеркина с маломодовым приближением [6, 7], использующим минимально возможный набор амплитуд ($\psi_{11}, \psi_{21}, \Theta_{11}, \Theta_{21}, \Theta_{20}, Q_{11}, Q_{21}, Q_{20}$), показывает их качественное совпадение для невысокой надкритичности. В обоих случаях конвекция наступает мягко, а вблизи порога система колеблется квазипериодически. При дальнейшем увеличении управляющего параметра маломодовая система в отличие от общего случая переходит к высокоинтенсивному режиму синхронных с внешним полем колебаний, в общем же случае наблюдается хаос. Такое отличие результатов, полученных на основе разных моделей, связано с учетом в многомодовой модели большого количества слагаемых, которые начинают играть важную роль за счет нелинейных взаимодействий, проявляющих себя при существенной надкритичности.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 25-21-20108, https://rscf.ru/project/25-21-20108.

Список литературы

1. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теоретическая физика. Т. 6. Гидродинамика. М.: Наука, 1986. 736 с.
2. *Болога М. К., Гросу Ф. П., Кожухарь И. А.* Электроконвекция и теплообмен. Кишинев: Штиинца, 1977. 320 с.
3. *Гершуни Г. З., Жуховицкий Е. М.* Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. М.: Наука, 1972. 392 с.
4. *Ильин, В. А.* Электроконвекция слабопроводящей жидкости в постоянном электрическом поле // ЖТФ. 2013. Т. 83. Вып. 7. С. 64-73.
5. *Kosvintsev S.R., Smorodin B.L., Zhdanov S.A., Makarikhin, I.Y.* Electroconvective stability in a horizontal capacitor // Proceedings of International Conference “Modern Problems of Electrophysics and Electrohydrodynamics of Liquids” (MPEEL), 2000. P. 79–82.
6. *Nekrasov O.O., Kartavykh N.N.* Electroconvection instability of poorly conducting fluid in alternating electric field // Interfacial Phenomena and Heat Transfer. 2019. Vol. 7(3). P. 217–225.
7. *Nekrasov O.O., Kartavykh N.N.* Nonlinear oscillations of a weakly conducting fluid in an alternating electric field within the low-mode approximation // J. Exp. Theor. Phys. 2024. Vol. 165(6) . P. 848–856.

О ВЛИЯНИИ УГЛЕРОДНЫХ НАНОТРУБОК НА ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ПЕРЕХОД ФРЕДЕРИКСА В НЕМАТИКЕ

Т. А. Овчинников, Д. А. Петров
Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614990, Пермь, Букирева, 15

Из экспериментальных данных следует, что введение небольшого количества углеродных нанотрубок в нематический жидкий кристалл приводит к снижению порога электрического перехода Фредерикса. Для описания данного эффекта нами было получено аналитическое выражение для порогового электрического напряжения, которое позволило оценить поверхностную плотность энергии сцепления молекул жидкого кристалла с нанотрубкам. Оценка показала, что эта величина выше для многослойных нанотрубок по сравнению с однослойными.

Ключевые слова: жидкий кристалл; углеродные нанотрубки; энергия сцепления

ON THE EFFECT OF CARBON NANOTUBES ON THE ELECTRICAL FRÉEDERICKSZ TRANSITION IN NEMATIC

T. A. Ovchinnikov, D. A. Petrov
Perm State University,
15 Bukireva St., 614990, Perm

Based on experimental data, it was previously established that the introduction of a small amount of carbon nanotubes into a nematic liquid crystal reduces the threshold of the Fréedericksz transition. To describe this effect, we derived an analytical expression for the threshold electric voltage. This expression allowed us to estimate the density of surface energy of interaction between the molecules and the nanotubes. The estimation showed that this value is higher for multi-walled nanotubes compared to single-walled ones.

Keywords: liquid crystal; carbon nanotubes; anchoring energy

В дисплейной технике, работающей на основе жидких кристаллов (ЖК), ключевое место занимает переход Фредерикса [1], заключающийся в пороговом изменении преимущественной ориентации длинных осей молекул под действием внешнего электрического поля. Экспериментально обнаружено, что добавление углеродных нанотрубок (УНТ) [2] в ЖК-матрицу приводит к уменьшению электрического напряжения перехода Фредерикса по сравнению с беспримесным ЖК [3-6]. Целью настоящего исследования является построение относительно простой континуальной теории для объяснения этого эффекта и получение аналитического выражения для электрического напряжения перехода Фредерикса как функции материальных параметров суспензии.

© Овчинников Т.А., Петров Д.А., 2025

Рассмотрим плоскопараллельную ячейку толщиной L, заполненную однородной суспензией УНТ в нематическом ЖК. Начало декартовой системы координат поместим на нижней границе слоя: ось x направим вдоль ограничивающих пластин, а ось z – ортогональна им. Электрическое поле $\boldsymbol{E}(z) = (0, 0, E)$ направленно вдоль оси z. Для описания преимущественной ориентации длинных осей молекул ЖК и УНТ воспользуемся единичными векторами – директорами $\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{m}$ соответственно. Примем анизотропии диэлектрической проницаемости ЖК и УНТ положительными ($\varepsilon_a > 0$, $\varepsilon_a^{\mathrm{CNT}} > 0$). Сцепление молекул ЖК с границами слоя полагаем жестким и планарным, а с УНТ – мягким и планарным.

Равновесное состояние суспензии соответствуют минимуму свободной энергии, рассчитанной на единицу площади

$$F = F_{\mathrm{elast}} + F_{\mathrm{coupl}} + F_{\mathrm{electr}}, \tag{1}$$

$$F_{\mathrm{elast}} = \frac{1}{2}\int_0^L [K_{11}(\nabla \boldsymbol{n})^2 + K_{22}(\nabla \boldsymbol{n} \times \boldsymbol{n})^2 + K_{33}(\boldsymbol{n} \times \nabla \times \boldsymbol{n})^2]dz,$$

$$F_{\mathrm{coupl}} = -\int_0^L \frac{Wf}{d}(\boldsymbol{n} \cdot \boldsymbol{m})^2 dz,$$

$$F_{\mathrm{electr}} = -\frac{1}{2}\int_0^L (\boldsymbol{\mathcal{D}}_{\mathrm{LC}}\boldsymbol{E})dz - \frac{1}{2}\int_0^L (\boldsymbol{\mathcal{D}}_{\mathrm{CNT}}\boldsymbol{E}_{\mathrm{CNT}})dz.$$

Здесь K_{11}, K_{22} и K_{33} – модули ориентационной упругости, W – поверхностная плотность энергии сцепления ЖК-молекул с УНТ, f – объемная доля УНТ в суспензии, а d – поперечный диаметр УНТ. В (1) введен вектор электрического смещения [1]

$$\boldsymbol{\mathcal{D}} = \boldsymbol{\mathcal{D}}_{\mathrm{LC}} + \boldsymbol{\mathcal{D}}_{\mathrm{CNT}} =$$

$$= \varepsilon_0\left(\varepsilon_\perp \boldsymbol{E} + \varepsilon_a(\boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{E})\boldsymbol{n} + f\varepsilon_\perp^{\mathrm{CNT}}\boldsymbol{E}_{\mathrm{CNT}} + f\varepsilon_a^{\mathrm{CNT}}(\boldsymbol{m}\cdot\boldsymbol{E}_{\mathrm{CNT}})\boldsymbol{m}\right), \tag{2}$$

где $\boldsymbol{E}$ и $\boldsymbol{E}_{\mathrm{CNT}}$ – локальные электрические поля, действующие на молекулы ЖК и коллоидную нанотрубку соответственно. Векторы $\boldsymbol{\mathcal{D}}$ и $\boldsymbol{E}$ должны удовлетворять уравнениям Максвелла

$$\mathrm{div}\,\boldsymbol{\mathcal{D}} = 0, \quad \mathrm{rot}\,\boldsymbol{E} = 0. \tag{3}$$

Для простоты примем, что $\boldsymbol{E}_{\mathrm{CNT}} = \lambda\boldsymbol{E}$, где параметр λ позволяет учесть различие электрического поля в объеме ЖК и вблизи нанотрубки. В (2) также определены ε_0 – диэлектрическая проницаемость вакуума, а $\varepsilon_\perp$ и $\varepsilon_\perp^{\mathrm{CNT}}$ – поперечные компоненты диэлектрической проницаемости ЖК и УНТ. Концентрацию УНТ считаем малой, что позволяет не учитывать взаимодействием между нанотрубками.

Решение для директоров ЖК и УНТ можно искать в виде

$$\boldsymbol{n} = [\cos\varphi(z), 0, \sin\varphi(z)], \qquad \boldsymbol{m} = [\cos\psi(z), 0, \sin\psi(z)], \tag{4}$$

где $\varphi(z)$ и $\psi(z)$ – углы отклонения векторов $\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{m}$ от оси x.

Электрическое напряжение, приложенное к ячейке с суспензией, может быть определено по формуле

$$\mathcal{U} = \int_0^L E(z)dz = \mathcal{D}\int_0^L \frac{dz}{\varepsilon_0\left[\varepsilon_\perp + \varepsilon_a \sin^2\varphi(z) + f\lambda\left(\varepsilon_\perp^{\mathrm{CNT}} + \varepsilon_a^{\mathrm{CNT}} \sin^2\psi(z)\right)\right]}. \quad (5)$$

Введем безразмерные координату $\zeta = z/L$, электрическое напряжение $U = \mathcal{U}\sqrt{\varepsilon_0\varepsilon_a/K_{11}}$, электрическое смещение $D = \mathcal{D}L/\sqrt{\varepsilon_0\varepsilon_a K_{11}}$, энергию сцепления директоров ЖК и УНТ $\sigma = WfL^2/(K_{11}d)$, отношение констант Франка $k = K_{33}/K_{11}$, а также отношения диэлектрических постоянных $\gamma_n = \varepsilon_a/\varepsilon_\perp$, $\gamma_p = \varepsilon_a^{\mathrm{CNT}}/\varepsilon_\perp^{\mathrm{CNT}}$, $\gamma = f\varepsilon_\perp^{\mathrm{CNT}}/\varepsilon_\perp$ и $\tilde{\gamma} = \gamma\gamma_p/\gamma_n = f\varepsilon_a^{\mathrm{CNT}}\varepsilon_a$.

После обезразмеривания и минимизации (1) по функциям $\varphi(\zeta)$ и $\psi(\zeta)$ получим систему уравнений ориентационного равновесия суспензии

$$K(\varphi)\frac{\partial^2\varphi}{\partial\zeta^2} + \frac{1}{2}\frac{dK(\varphi)}{d\varphi}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial\zeta}\right)^2 - \sigma\sin 2(\varphi-\psi) + \frac{1}{2}\gamma_n^2 D^2\frac{\sin 2\varphi}{[\varepsilon_{\mathrm{eff}}(\varphi,\psi)]^2} = 0, \quad (6)$$

$$\frac{1}{2}\gamma_n\gamma_p\gamma\lambda D^2\frac{\sin 2\psi}{[\varepsilon_{\mathrm{eff}}(\varphi,\psi)]^2} + \sigma\sin 2(\varphi-\psi) = 0. \quad (7)$$

Здесь введены сокращения $K(\varphi) = \cos^2\varphi + k\sin^2\varphi$ и $\varepsilon_{\mathrm{eff}}(\varphi,\psi) = 1 + \gamma_n\sin^2\varphi + \lambda\gamma\left(1+\gamma_p\sin^2\psi\right)$.

Уравнение (5) в безразмерном виде примет вид

$$U = \gamma_n D\int_0^1 \frac{dz}{\varepsilon_{\mathrm{eff}}(\varphi,\psi)}. \quad (8)$$

Система уравнений (6) – (8) с граничными условиями

$$\varphi(0) = \varphi(1) = 0 \quad (9)$$

позволяет описать равновесные пространственные конфигурации углов ориентации директоров ЖК и УНТ во внешнем электрическом поле. Эта система допускает однородное решение $\varphi(\zeta) = \psi(\zeta) = 0$, которое отвечает начальной планарной текстуре суспензии $\boldsymbol{n} \parallel \boldsymbol{m} \perp \boldsymbol{E}$. Такое состояние является устойчивым, пока электрическое напряжение не превышает критического значения U_c, выше которого происходит переход Фредерикса. Вблизи U_c искажения ориентационной структуры суспензии малы ($\varphi(\zeta) \ll 1$, $\psi(\zeta) \ll 1$) и уравнения (6) – (8) можно линеаризовать. В результате решения линеаризованной системы уравнений можно получить выражение для порога перехода Фредерикса в ЖК-суспензии УНТ

$$\sigma = \frac{\lambda\tilde{\gamma}(\pi^2 - U_c^2)}{2(\pi^2/U_c^2 - \lambda\tilde{\gamma} - 1)}. \quad (10)$$

Это выражение позволяет оценить поверхностную плотность энергии сцепления ЖК и УНТ. Перепишем (10) в размерном виде

$$W = \frac{\mathcal{U}_c^2 d\varepsilon_0 \varepsilon_a^{\mathrm{CNT}} \lambda(\mathcal{U}_c^2 \varepsilon_0 \varepsilon_a - K_{11}\pi^2)}{2L^2(\mathcal{U}_c^2 \varepsilon_0 (f\lambda\varepsilon_a^{CNT} + \varepsilon_a) - K_{11}\pi^2)}. \quad (11)$$

В таблице 1 представлены оценки величины W для ЖК-суспензий однослойной (ОС) и многослойной (МС) УНТ согласно работам [3-6]. Здесь мы приняли $\varepsilon_a^{\mathrm{CNT}} = 10^4$ и $\lambda = 1$. Из таблицы видно, что энергия сцепления молекул с многослойными УНТ выше, чем с однослойными.

Табл. 1. Оценка поверхностной плотности энергия сцепления ЖК-молекул с поверхностью УНТ

Работа	[3]	[4]	[5]	[6]
ЖК	NLC W 3017	5CB	8CB	NLC W 3017
УНТ	ОС	ОС	МС	МС
$\varepsilon_a^{\mathrm{LC}}$	9.7	12.3	7.1	9.7
K_{11}[пН]	2.35	13.3	5.7	2.63
d [нм]	1.45	1.4	12	11
L [мкм]	10	10	10	20
f	10^{-4}	2×10^{-4}	5×10^{-4}	10^{-4}
V_c [В]	0.41	0.6	0.88	0.45
W [Дж/м^2]	1.25×10^{-7}	2.40×10^{-7}	$1.17 \cdot 10^{-6}$	3.12×10^{-7}
σ	0.38	0.26	0.86	0.43

Тепловая энергия, отнесенная к единице площади УНТ для $T = 300$ К, при средних значениях диаметра $d \sim 1 \div 10$ нм и длины $l \sim 1$ мкм составляет $k_B T / S^{\mathrm{CNT}} \sim 10^{-7}$ Дж/м^2, что сопоставимо или меньше рассчитанных значений W. Это говорит существенной ориентационной связи ЖК и УНТ

Исследование выполнено при поддержке Минобрнауки РФ, проект FSNF-2024-0001.

Список литературы

1. *Stewart I.W.* The Static and Dynamic Continuum Theory of Liquid Crystals. London: Taylor & Francis, 2004. 372 p.
2. *Kumar A., Singh D.P., Singh G.* Recent progress and future perspectives on carbon-nanomaterial-dispersed liquid crystal composites // Journal of Physics D: Applied Physics. 2021. Vol. 55 (8), Art. No. 083002.
3. *Singh D., Singh U.B., Pandey M.B., Dabrowski R.* Improvement of orientational order and display parameters of liquid crystalline material dispersed with single-wall carbon nanotubes // Materials Letters. 2018. Vol. 216. P. 5–7.

4. *Verma R., Mishra M., Dhar R., Dabrowski R.* Single walled carbon nanotubes persuaded optimization of the display parameters of a room temperature liquid crystal 4-pentyl-4′cyanobiphenyl // Journal of Molecular Liquids. 2016. Vol. 221. P. 190–196.
5. *Singh P.K., Dubey P., Dhar R., Dabrowski R.* Functionalized and non-functionalized multi walled carbon nanotubes in the anisotropic media of liquid crystalline material // Journal of Molecular Liquids. 2023. Vol. 369. Art. No. 120889.
6. *Singh D., Singh U.B., Dhar R., Dabrowski R., Pandey M.B.* Enhancement of electro-optical and dielectric parameters of a room temperature nematic liquid crystalline material by dispersing multi-walled carbon nanotubes // Liquid Crystals. 2021. Vol. 48 (3). P. 307–312.

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ЗАКРУЧЕННЫХ МГД-ТЕЧЕНИЙ В ЗАМКНУТОЙ ОБЛАСТИ И В ТРАНЗИТНОМ ПОТОКЕ

В. С. Озерных, И. В. Колесниченко
Институт механики сплошных сред УрО РАН,
614013, Пермь, Академика Королева, 1

Численно исследована устойчивость слоя смешения в цилиндрической ячейке между двумя вихревыми течениями, вращающимися в противоположных направлениях и созданными электромагнитными силами. Возникающая неустойчивость Кельвина-Гельмгольца становится источником развития малых возмущений и приводит к турбулентному перемешиванию жидкости. Характер взаимодействия вихревых течений в потоке зависит от соотношения транзитной и азимутальной скоростей. Когда транзитная скорость превышает азимутальную скорость вихря, происходит аннигиляция второго вихря в потоке и остается один результирующий вихрь.

Ключевые слова: неустойчивость Кельвина-Гельмгольца; вихревое взаимодействие; турбулентное перемешивание

INTERACTION OF SWIRLING MHD FLOWS IN A CLOSED REGION AND IN A TRANSIT FLOW

V. S. Ozernykh, I. V. Kolesnichenko
Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS,
1 Academician Korolev St., 614013, Perm

The stability of the mixing layer in a cylindrical cell between two counter-rotating vortex flows created by electromagnetic forces is numerically investigated. The resulting Kelvin-Helmholtz instability becomes a source of small disturbances and leads to turbulent mixing of the fluid. The nature of the interaction of vortex flows in the flow depends on the ratio of transit and azimuthal velocities. When the transit velocity exceeds the azimuthal velocity of the vortex, annihilation of the second vortex in the flow occurs and one resulting vortex remains.

Keywords: Kelvin-Helmholtz instability; vortex interaction; turbulent mixing

Жидкие металлы обладают высокой электрической проводимостью, что дает возможность генерировать в их объеме электромагнитную силу. Электромагнитная сила возникает вследствие взаимодействия электрического тока и магнитного поля. В жидких металлах вращающиеся и бегущие магнитные поля могут использоваться для создания течений [1-2].

В процессе развития течения под действием электромагнитных сил в канале с жидким металлом возникает область взаимодействия разнонаправленных течений друг с другом. В результате происходит развитие неустойчивости Кельвина Гельмгольца и формирование вихревых движений.

© Озерных В.С., Колесниченко И.В., 2025

В настоящее время недостаточно подробно изучены вопросы, касающиеся взаимодействия вихревых течений между собой [3-4], в частности: какую часть полости занимает зона смешения, насколько интенсивность пульсаций в зоне смешения выше, чем в ядре течения, какие моды течения возникают в зоне смешения.

В работе используется математическая модель процесса, основанная на уравнениях магнитной гидродинамики. Электродинамическая часть математической модели основана на уравнениях Максвелла. Течение электропроводящей среды в рамках электродинамического приближения описывается уравнением Навье-Стокса с учетом действия электромагнитной силы. Численное исследование модели выполняется в пакете ANSYS.

Рассматривается цилиндрическая ячейка, заполненная электропроводящей жидкостью (рис. 1). В ячейке с помощью электромагнитных сил ($\mathbf{f}^{em}$) создаются два противоположно вращающихся течения. На боковых стенках задается условие прилипания (no-slip condition). В расчетах без транзитного течения на торцах цилиндра также задано условие прилипания. В расчетах при наличии транзитной скорости на одном из торцов задается профиль входной скорости, на втором – условие отсутствия давления.

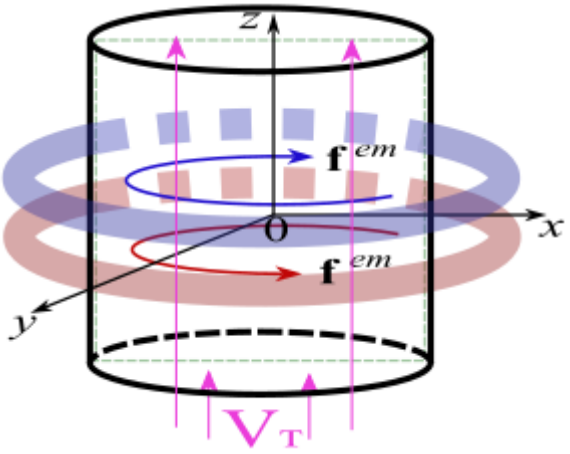
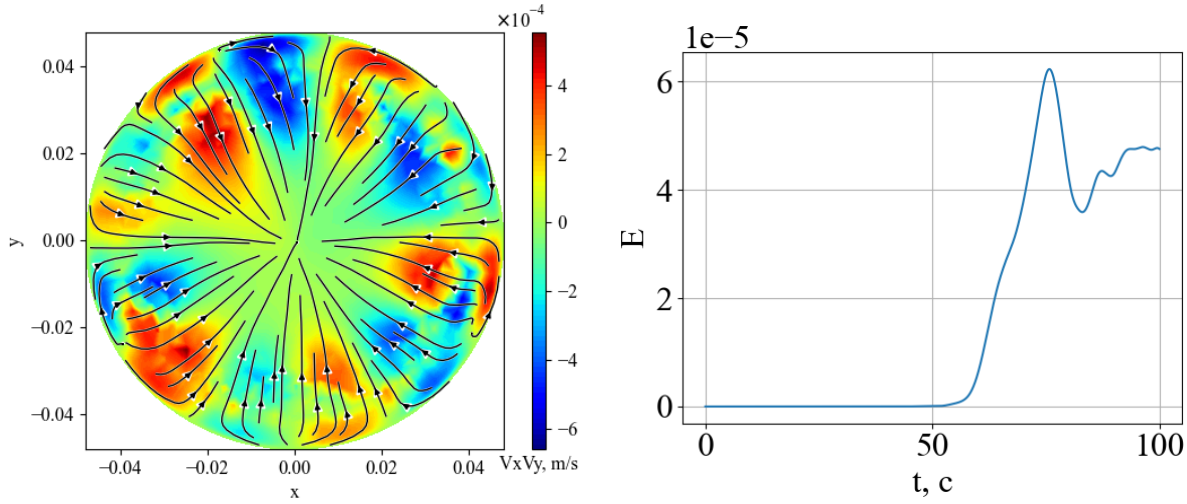


Рис. 1. Схема расчетной области

В результате расчетов получено, что взаимодействие вихревых течений начинается в пристеночной области, затем область смешения течений распространяется к оси цилиндра. В зоне их взаимодействия возникает неустойчивость Кельвина-Гельмгольца. В сечении цилиндра она представляет собой несколько вихрей, распределенных по азимуту (рис. 2*а*).

Этапы развития течения можно отследить по эволюции кинетической энергии течения от состояния покоя до некоторого равновесного значения. Расчеты показали, что неустойчивость существует на этапе возрастания кинетической энергии течения (рис. 2*б*). Для силового воздействия слабой интенсивности временной интервал возрастания кинетической энергии в горизонтальном сечении составляет несколько десятков секунд. Для

интенсивного силового воздействия величина этого интервала не превышает 10 секунд.



а) *б)*

Рис. 2. Результаты расчетов: а) поле азимутальной скорости в сечении XoY; б) зависимость кинетической энергии в центральном сечении от времени

При рассмотрении транзитного течения в той же конфигурации обнаружено, что при слабой интенсивности транзитного течения вращающееся течение от источников электромагнитных сил распространяется на значительное расстояние вдоль канала и переносятся транзитным течением.

При высокой интенсивности транзитного течения второй по потоку вихрь подавляется первым вихрем. Границы образованного вихря резкие.

Работа выполнена в рамках государственного задания, регистрационный номер темы 124012300246-9.

Список литературы

1. *Кирко И. М., Кирко Г. Е.* Магнитная гидродинамика проводящих сред. Пермь: Перм. гос. ун-т., 2007. 312 с.
2. *Вольдек А. И.* Индукционные магнитогидродинамические машины с жидкометаллическим рабочим телом. Л.: «Энергия», 1970. – 272 с.
3. *Monchaux R., Berhanu M., Bourgoin M., et.al.* Generation of a magnetic field by dynamo action in a turbulent flow of liquid sodium // Physical Review Letters. 2007. Vol. 98 (4), P. 044502.
4. *Говорухин В.Н., Филимонова А.М.* Анализ структуры плоских вихревых течений и их изменений во времени // Вычислительная механика сплошных сред. 2021. Т. 14. № 4. С. 367-376.

РАЗВИТИЕ НЕУСТОЙЧИВОСТИ ТЕЧЕНИЯ ГАРТМАНА ПРИ ЛИНЕЙНОМ РАСПРЕДЕЛЕНИИ ПРОВОДИМОСТИ ЖИДКОСТИ

Р. С. Окатьев[a,b], О. Ю. Зиканов[c], Д. С. Краснов[d], П. Г. Фрик[a,b]
[a]Институт механики сплошных сред УрО РАН,
614013, Пермь, Академика Королева, 1
[b]Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614990, Пермь, Букирева, 15
[c]Университет Мичигана – Дирборн,
48128, США, Мичиган, Дирборн, Эвергрин-роуд
[d]Технический университет Ильменау,
29 98693, Германия, Ильменау, Эренбергштрассе

С использованием линейного анализа и прямого численного моделирования исследована устойчивость течения Гартмана для случая линейного по высоте слоя распределения электропроводности жидкости. Параметром, характеризующим степень неоднородности электропроводности, является угловой коэффициент распределения. Показано, что линейная неустойчивость возможна при достаточно больших значениях параметра неоднородности. Развитие неустойчивости связано с наличием в профиле скорости точек перегиба.

Ключевые слова: магнитная гидродинамика; течение Гартмана; точки перегиба; линейная неустойчивость

DEVELOPMENT OF HARTMANN FLOW INSTABILITY WITH LINEAR DISTRIBUTION OF FLUID CONDUCTIVITY

R. S. Okatev[a,b], O. Yu. Zikanov[c], D. S. Krasnov[d], P. G. Frick[a,b]
[a]Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS,
1 Academician Korolev St., 614013, Perm
[b]Perm State University,
15 Bukireva St., 614990, Perm
[c]University of Michigan – Dearborn,
4901 Evergreen Road, 48128-1491, USA, Michigan, Dearborn
[d]Technische Universitat Ilmenau,
29 Ehrenbergstraße, 98693, Ilmenau, Germany

Using linear analysis and direct numerical simulations, the stability of the Hartmann flow is investigated for the case of a linear distribution of the liquid electrical conductivity across the layer height. The parameter characterizing the degree of non-uniformity of electrical conductivity is the angular coefficient of the distribution. It is shown that linear instability is possible at sufficiently large values of the non-uniformity parameter. The development of instability is associated with the presence of inflection points in the velocity profile.

Keywords: magnetohydrodynamics; Hartmann flow; inflection points; linear instability

© Окатьев Р.С., Зиканов О.Ю., Краснов Д.С., Фрик П.Г., 2025

Свойства жидких металлов, такие как вязкость и электропроводность, в различных технологических процессах зачастую могут являться пространственно неоднородными. Причинами возникновения неоднородности свойств обычно являются наличие дисперсной примеси или неоднородность распределения температуры. При этом вариации свойств могут приводить к существенному изменению характеристик течения.

В работе исследуется устойчивость течения Гартмана, обобщенного на случай неоднородного распределения электропроводности жидкости. В качестве упрощения рассматривается ситуация зафиксированного линейного распределения проводимости. Дополнительным определяющим параметром вместе с числом Рейнольдса Re и числом Гартмана Ha при этом становится угловой коэффициент этого распределения $\varkappa$, который характеризует степень отклонения электропроводности от однородного распределения.

Ранее было показано, что профили скорости при таком распределении электропроводности оказываются несимметричными и имеют точки перегиба [1]. При этом начиная с числа Гартмана Ha=15 точки перегиба появляются при любых ненулевых значениях $\varkappa$.

Для исследования устойчивости полученных профилей скорости используется линейный анализ нормальных возмущений. В силу справедливости теоремы Сквайра для исследуемого класса течений, рассматриваются плоские возмущения, однородные поперек течения. Обобщенное уравнение Орра-Зоммерфельда решается численно спектральным методом с использованием решателя Dedalus. Используется разложение по полиномам Чебышева, число мод в разложении варьировалось в зависимости от управляющих параметров и не превосходило 384. Расчеты проводились при фиксированных значениях числа Гартмана Ha=25, 50, 100.

В результате линейного анализа устойчивости выявлено сосуществование двух типов неустойчивости. Первый тип связан с классической неустойчивостью гартмановского погранслоя (Hartmann layer instability – HLI) [2] и появляется начиная с $\varkappa$=0. При $\varkappa$=0 критическое число Рейнольдса Re_c=47345Ha достигается при волновом числе возмущения α=0.1615Ha, что соответствует известным результатам для классического течения Гартмана. При увеличении $\varkappa$ мода неустойчивости становится несимметричной из-за несимметрии профиля скорости. При этом критическое число Рейнольдса и оптимальное волновое число снижаются.

Второй тип неустойчивости (inflection point instability – IPI) связан с наличием точки перегиба в профиле скорости и проявляется при $\varkappa$>0. При этом моды возмущения оказываются длинноволновыми, то есть обнаруженные типы неустойчивости разделены в пространстве волновых чисел. При достаточно больших $\varkappa$ критическое значение числа Рейнольдса для IPI оказывается значительно ниже, чем для случая неустойчивости погранслоя. При этом существует значение $\varkappa_e$, при котором критическое значение Re_c совпадает для обоих типов неустойчивости.

Результаты линейного анализа устойчивости были проверены в рамках прямого численного моделирования. Для расчетов использовалась модификация кода, предложенного в работах [3-4]. Задача решалась в линеаризованной и полной нелинейной постановках. Скорости роста возмущений, полученные в результате решения линеаризованной задачи, совпали с результатами анализа устойчивости с точностью до 1%.

В DNS расчетах для полной нелинейной задачи выявлено, что процесс перехода рассматриваемого течения к турбулентности через неустойчивость точки перегиба проходит в несколько стадий. На первой стадии происходит линейный рост IPI-мод. На второй стадии растущие IPI-моды провоцируют рост вторичных возмущений, которые представляют собой вытянутые структуры, располагающиеся в слое ниже точки перегиба. Рост этих структур приводит к сильному искажению исходных мод IPI-неустойчивости. Наконец, на третьей стадии происходит нелинейное взаимодействие IPI-мод с вторичными структурами, которое в итоге приводит к разрушению исходных мод и переходу течения в турбулентное состояние.

Работа выполнена в рамках крупного научного проекта при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (соглашение №075-15-2024-535 от 23.04.2024).

Список литературы

1. *Окатьев Р.С., Фрик П.Г., Колесниченко И.В.* Течение Гартмана в слое жидкости с пространственно неоднородными свойствами // Вестник Южно-Уральского университета. Серия «Математика. Механика. Физика». 2023. Т. 15. № 3. С. 34–42.
2. *Lingwood R.J., Alboussiere T.* On the stability of the Hartmann layer // Physics of Fluids. 1999. Vol. 11 (8). P. 2058–2068.
3. *Krasnov D., Zikanov O., Boeck T.* Comparative study of finite difference approaches in simulation of magnetohydrodynamic turbulence at low magnetic Reynolds number // Computers & Fluids. 2011. Vol. 50 (1). P. 46–59.
4. *Krasnov D., Akhtari A., Zikanov O., Schumacher J.* Tensor-product-Thomas elliptic solver for liquid-metal magnetohydrodynamics // Journal of Computational Physics. 2023. Vol. 474. Art. No. 111784.273

ДВИЖЕНИЕ ОСИ КРУПНОМАСШТАБНОГО ВИХРЕВОГО ТЕЧЕНИЯ ЖИДКОГО МЕТАЛЛА В ДИСКОВОЙ ЯЧЕЙКЕ, ВЫЗВАННОЕ АЗИМУТАЛЬНОЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ СИЛОЙ МАЛОЙ ИНТЕНСИВНОСТИ С НЕЛИНЕЙНЫМ РАДИАЛЬНЫМ ПРОФИЛЕМ

К. А. Першин[a], И. В. Колесниченко[a,b]
[a]Пермский национальный исследовательский политехнический университет,
614990, Пермь, Комсомольский проспект, 29
[b]Институт механики сплошных сред УрО РАН,
614013, Пермь, Академика Королева, 1

В работе численно изучается ламинарное течение жидкого металла, которое возникает под действием осесимметричной электромагнитной силы, нелинейно зависящей от радиуса дисковой ячейки. Электромагнитная сила определяется векторным произведением плотности электрического тока, протекающего в ячейке, и индукции ортогонального магнитного поля. Нелинейный радиальный профиль электромагнитной силы с выраженным максимумом возникает, когда ток подводится к центральной области ячейки и отводится от периферии, а магнитное поле создано катушками Гельмгольца, диаметр которых меньше диаметра ячейки. Обнаружено, что в определённом диапазоне параметров ось вращающегося течения жидкого металла начинает колебательное движение относительно центра ячейки. Данный эффект возникает на фоне генерации вторичных течений: экмановской подкачки, неустойчивостей Тейлора-Гёртлера и Кельвина-Гельмгольца. Найдена граница на плоскости силового и геометрического параметров, которая отделяет области отсутствия и возникновения движения оси крупномасштабного вихря.

Ключевые слова: ламинарное течение; магнитное поле; магнитная гидродинамика; неустойчивость Тейлора-Гёртлера; неустойчивость Кельвина-Гельмгольца; экмановская подкачка

MOVEMENT OF THE AXIS OF A LARGE-SCALE VORTEX FLOW OF LIQUID METAL IN A DISC CELL CAUSED BY AN AZIMUTAL ELECTROMAGNETIC FORCE OF LOW INTENSITY WITH A NONLINEAR RADIAL PROFILE

K. A. Pershin[a], I. V. Kolesnichenko [a,b]
[a]Perm National Research Polytechnic University,
29 Komsomolsky prospect, 614990, Perm
[b]Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS,
1 Academician Korolev St., 614013, Perm

The work numerically studies the laminar flow of liquid metal, which occurs under the action of an axisymmetric electromagnetic force that nonlinearly depends on the radius of the disk cell. The electromagnetic force is determined by the vector product

© Першин К.А., Колесниченко И.В., 2025

of the current density flowing in the cell and the induction of the orthogonal magnetic field. A nonlinear radial profile of the electromagnetic force with a pronounced maximum occurs when current is supplied to the central region of the cell and removed from the periphery, and the magnetic field is created by Helmholtz coils, the diameter of which is smaller than the diameter of the cell. It was discovered that in a certain range of parameters, the axis of the rotating flow of liquid metal begins to oscillate relative to the center of the cell. The effect occurs against the background of the generation secondary flows: Ekman pumping, Taylor-Görtler and Kelvin-Helmholtz instabilities. A boundary was found on the plane of force and geometric parameters, which separates the regions of absence and occurrence of motion of the axis a large-scale vortex.

Keywords: laminar flow; magnetic field; magnetic hydrodynamics; Taylor-Görtler instability; Kelvin-Helmholtz instability; Ekman pumping

В последние годы активно исследуются вращающиеся течения жидкого металла, вызванные электромагнитными силами в цилиндрических ячейках, в контексте разработки жидкометаллических батарей [1]. В таких системах электрический ток подводится к центральной области торца ячейки, а отводится через боковую или противоположную стенку [2]. Также актуальность изучения таких вращающихся течений обусловлена тем, что потоки жидкой электропроводящей среды в подобных конфигурациях встречаются в различных технологических [3, 4], так и в природных [5] процессах.

Цель данной работы заключается в исследовании течения жидкого металла, возникающего под воздействием осесимметричной электромагнитной силы, которая имеет нелинейную зависимость от радиуса дисковой ячейки.

В работе авторы ограничиваются рассмотрением ламинарных течений, что определяется ограничением на число Рейнольдса и приводит к сужению области рассматриваемых параметров задачи.

Рассматривается дисковый канал радиусом R_1 и высотой H, заполненный жидким металлом. Радиус $R_0 < R_1$ характеризует область локализации поведения электрического тока, который отводится через вертикальные стенки. Система помещена в катушки Гельмгольца, радиус которых меньше радиуса ячейки. Подобная конфигурация позволяет принять допущение, что металл находится в поле осесимметричной электромагнитной силы f^{em}, имеющей только азимутальную компоненту.

Изотермическое течение жидкого металла, рассматриваемого как вязкая несжимаемой жидкостью, описывается системой уравнений Навье-Стокса (1) и (2):

$$\begin{cases} \rho\left(\dfrac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial t} + \boldsymbol{v}\cdot\nabla\boldsymbol{v}\right) = -\nabla p + \mu\Delta\boldsymbol{v} + k_f\xi(r)\boldsymbol{e}_\varphi & (1) \\ \nabla\cdot\boldsymbol{v} = 0 & (2) \end{cases}$$

где (1) – закон сохранения количества движения, (2) – закон сохранения массы. В принятых обозначениях: ρ – плотность, v – вектор скорости, t – время, ∇ - набла-оператор, p – давление, μ – динамическая вязкость, k_f – амплитуда плотности электромагнитной силы, $\xi(r)$ – функция формы, определяющая пространственное распределение силы, e_φ – направляющий вектор в азимутальном направлении.

Уравнение (1) можно написать в безразмерном виде, приняв за характерные величины высоту ячейки H и время v/H, где $v = \mu/\rho$ – кинематическая вязкость:

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \cdot \nabla v = -\nabla p + \Delta v + S\xi(r)e_\varphi$$

где S – силовой параметр электромагнитного взаимодействия, являющийся управляющим в данной задаче. Вторым управляющим параметром является отношение $\frac{R_0}{R_1} = L$.

Начальные условия соответствуют покоящейся жидкости. В качестве граничного выбрано прилипание на стенках ячейки Г.

$$v|_{t=0} = 0, \quad p|_{t=0} = 0,$$
$$v|_\Gamma = 0, \quad \left.\frac{\partial p}{\partial n}\right|_\Gamma = 0.$$

Расчёты проводились методом конечных объемов в пакете ANSYS Fluent. Для связи уравнений для решения давления и скорости был использован SIMPLE-подход.

Решение задачи производилось на структурированной сетке с характерным размером 1 мм. На текущем этапе работы было произведено исследование на сходимость, в рамках которого было выявлено, что данных размер сетки допустим для дальнейших расчётов.

Исследование показало, что существует конфигурация электромагнитной силы, действие которой приводит к появлению такого вращающегося течения жидкого металла в дисковой ячейке, у которого центральная область с нулевой скоростью вращается относительно центра ячейки. Внешне такое движение напоминает прецессию, однако, не сопровождается наклоном оси вращения вихря относительно вертикали. Оценки показывают, что частота такой прецессии обратно пропорциональна времени оборота вихревого течения. Анализ режимов течения выявил наличие неустойчивости Тейлора-Гёртлера на боковой поверхности дисковой ячейки, а также Кельвина-Гельмгольца в средней части ячейки.

Работа выполнена в рамках государственного задания «Крупномасштабные течения и теплообмен в проводящей и непроводящей жидкости в условиях мелкомасштабной турбулентности», регистрационный номер темы 124012300246-9.

Список литературы

1. *Weber N., Galindo V., Stefani F., Weier T.* Journal of Power Sources. 2014. P. 166-173
2. *Davidson P.A., Short D.J., Kinnear D.* Eur. J. Mech. B-Fluids. 1995. Vol. 14 (6). P. 793-821.
3. *Morinigo D., Rodrigues M., Rivas A., Duque O., Vazques V., Maroto J., Cuesta R.* Magnetohydrodinamics. 2007. Vol. 43 (1). P. 119-134.
4. *Denisov S., Dolgikh V., Khripchenko S., Kolesnichenko I.* Magnetohydrodinamics. 2016. Vol. 52 (1). P. 25-33.
5. *Соколов Д. Д., Степанов Р.А., Фрик П.Г* Успехи физических наук. 2014. Т. 184. № 3. С. 313-335.

ОПТИМИЗАЦИЯ КОНСТРУКЦИИ СТРУЙНОГО НАСОСА С УЧЕТОМ КАВИТАЦИИ

С. Н. Пещеренко[a], Р. А. Шарафутдинов[a,b]
[a]АО «Новомет-Пермь»,
614065, Пермь, ш. Космонавтов, д. 395
[b] Пермский государственный
национальный исследовательский университет,
614990, Пермь, Букирева, 15

В данной статье рассматривается проблема оптимизации конструкции струйного насоса с целью повышения его эффективности и снижения влияния кавитации. Струйные насосы широко применяются в различных отраслях промышленности благодаря своей простоте, надежности и отсутствию движущихся частей, однако их производительность и долговечность часто ограничиваются явлением кавитации. Исследование проведено с использованием методов вычислительной гидродинамики (CFD) в том числе моделирования многофазных течений. Анализировалось влияние ключевых геометрических параметров насоса на распределение давлений и скоростей потока, а также на зоны зарождения и развития кавитационных пузырьков. В результате работы были предложены оптимальные геометрические конфигурации, позволяющие существенно снизить влияние кавитации при одновременном повышении коэффициента полезного действия насоса. Разработанная конструкция демонстрирует улучшенные эксплуатационные характеристики. Полученные результаты имеют важное практическое значение для проектирования и модернизации высокоэффективных струйных насосов.

Ключевые слова: струйный насос, оптимизация, кавитация

REQUIREMENTS FOR PREPARATION OF CONFERENCE MATERIALS

S. N. Pesherenko[a], R. A. Sharafutdinov[a,b]
[a]JSC Novomet-Perm,
395 Kosmonavtov Highway, 614065, Perm
[b] Perm State University,
15 Bukireva St., 614990, Perm

This article addresses the problem of optimizing the design of a jet pump in order to improve its efficiency and reduce the impact of cavitation. Jet pumps are widely used in various industries due to their simplicity, reliability, and lack of moving parts, but their performance and durability are often limited by the phenomenon of cavitation. The study was conducted using computational fluid dynamics (CFD) methods and numerical modeling of multiphase flows. The influence of key geometric parameters of the pump on the distribution of pressures and flow velocities, as well as on the zones of nucleation and development of cavitation bubbles, was analyzed. As a result of the work, optimal geometric configurations were proposed that significantly

© Пещеренко С.Н., Шарафутдинов Р.А., 2025

reduce the effect of cavitation while simultaneously increasing the pump's efficiency. The developed design demonstrates improved performance characteristics. The obtained results have significant practical implications.

Keywords: jet pump, optimization, cavitation

Струйный насос — это устройство, используемое для перекачки жидкости или газа (пассивной среды) при помощи активной среды или рабочей жидкости. Он представляет собой три блока: входной блок (сопло, приемная камера), камера смешения и диффузор. Режим работы струйного насоса задается конструкцией и тремя граничными условиями (рис. 1.). Принцип работы струйного насоса основан на двух эффектах. Первый (рис. 1) состоит в создании области пониженного давления внутри приёмной камеры путем инжекции высокоскоростной струи рабочей жидкости из сопла. Это приводит к возникновению притока пассивной среды из приемной камеры в камеру смешения. Второй эффект состоит в смешивании пассивной и рабочей жидкости в камере смешения, и роста давления смеси, когда смесь из камеры смешения, где она имеет высокую скорость, т.е. высокую кинетическую энергию, поступает в диффузор, где скорость уменьшается, а давление растет. Основной физический процесс в струйном насосе – это взаимодействие затопленной струи, вытекающей из сопла, с пассивной средой, он протекает внутри камеры смешения.

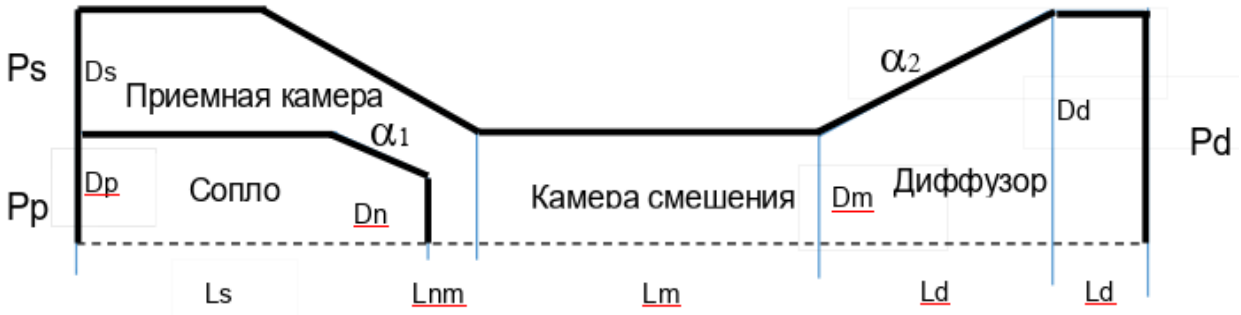


Рис. 1. Схема струйного насоса, основные геометрические размеры, граничные условия

Струйные насосы широко используются в нефтегазовой и энергетической области. Они применяются для создания газожидкостных смесей, добычи геотермальных вод и т.д. Основной характеристикой струйного насоса является коэффициент инжекции, это отношение массовых расходов пассивной среды и рабочей жидкости. Основной проблемой при использовании струйных насосов является кавитация, она возникает если подобраны неправильные граничные условия или конструкция насоса. Кавитация влечет за собой снижение эффективности насоса и износ его деталей. В данной работе описана оптимизация струйного насоса с целью снижения влияния кавитации на его работу.

Основными интегральными характеристиками струйного насоса являются КПД и коэффициент инжекции $M_r = Q_s/Q_p$, где Q_s, Q_p – массовые расходы пассивной среды и рабочей жидкости. Так как процесс является адиабатическим КПД определяют как отношение изменения энтальпии, получаемой инжецируемой жидкостью в единицу времени $Q_s(P_d - P_s)$ к энтальпии, подводимой к рабочей жидкости в единицу времени $Q_p(P_p - P_d)$

$$\eta = \frac{Q_s}{Q_p} \cdot \frac{P_d - P_s}{P_p - P_d} = M_r \cdot P_r,$$

где P_r – относительный напор. То, что КПД насоса не зависит от каждого из давлений P_p, P_s, P_d, а от их безразмерной комбинации, можно объяснить тем, что на величины P_p, P_s, P_d накладываются два условия: произвольность выбора начала отсчета давления (т.к. жидкость несжимаемая) и равенство давлений на выходе из сопла и в приемной камере.

Будем использовать типичные конструкции входного блока и диффузора. Сопло коническое конфузорное и цилиндрическим пояском на выходе, который препятствует заужению вытекающей струи. Угол раскрытия диффузора $\alpha 2$ примем равным 5.5°. Основные геометрические размеры: диаметр выходного отверстия сопла $D_n = 2$ мм, радиус камеры смешения $R_m = 4$ мм, расстояние от кончика сопла до камеры смешения $L_{nm} = 7.57$ мм, длина камеры смешения $L_m = 78.4$ мм. При задании граничных условий исходили из типичных условий, реализуемых на стендовых испытаниях: $P_s = 1$ атм, $P_p = 33.36$ атм, $P_d = 5$ атм, что обеспечило $P_r = 0.14$. Течение в струйном насосе считали аксиально симметричным, и расчёт вели в 2D постановке.

На первом этапе проводили расчет без использования модели многофазного течения. Математическая модель течения состояла из осреднённых по Рейнольдсу уравнений непрерывности и Навье – Стокса, выражения Буссинеска для напряжений Рейнольдса, SST модели турбулентности, включающей уравнения для кинетической энергии турбулентных пульсаций k и частоты турбулентных пульсаций ω. Расчёт проводили в Ansys Fluent в стационарной постановке на неструктурированной гексагональной сетке при следующих установках решателя: Pressure-Velocity Coupled и второй порядок схем дискретизации всех уравнений.

Коэффициент инжекции M_r получили равным 1.77, отсюда КПД:

$$\eta = M_r \cdot P_r = 24.8\%$$

На рис. 2. приведено распределение амплитуды скорости. Мы видим, что перемешивание активной и пассивной сред заканчивается не в камере смешения, а примерно в перовой трети диффузора.

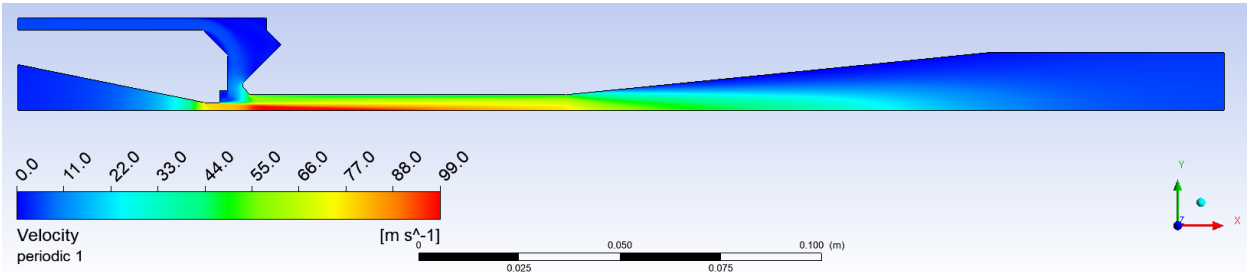


Рис. 2. Карта распределения скорости

Так же была построена карта распределения давления рис. 3., давление практически выравнивается в камере смешения и далее растет в диффузоре.

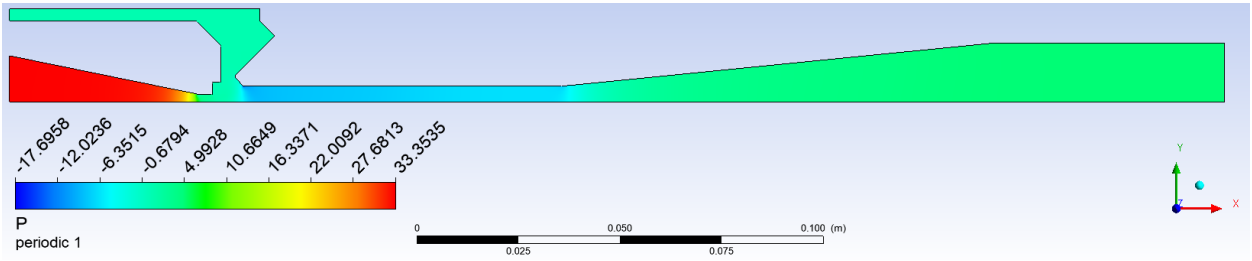


Рис. 3. Карта распределения давления

Кавитация в воде при 20 градусах Цельсия происходит при падении давления ниже 2338 Па или 0.023 атм, поэтому после построения карты распределения давления нижняя граница была установлена на 0.023 атм, а верхняя 0.024 атм, таким образом зоны где возможна кавитация стали отображаться синим цветом, а где невозможна – красным (рис. 4.).

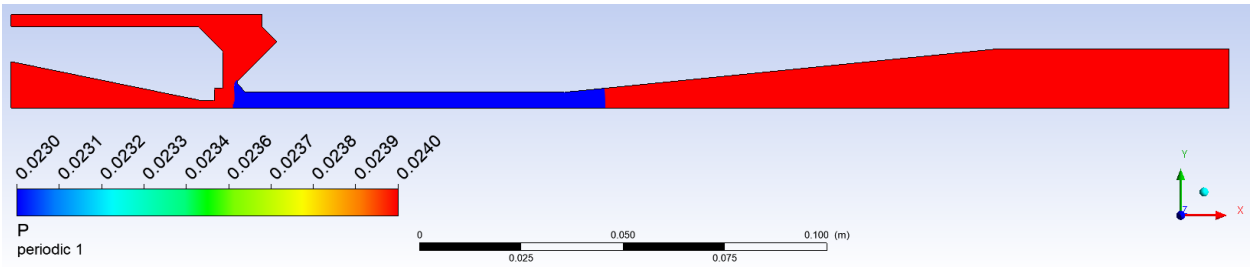


Рис. 4. Карта распределения давления со смещенными границами шкалы

На основе карты давлений (рис. 4.) мы убедились, что в данной конструкции струйного насоса при данных граничных условиях возможна кавитация. Следующим этапом был проведен расчет с использованием модели многофазного течения Multiphase Mixture, учитывающей переход воды в газообразное состояние в результате кавитации.

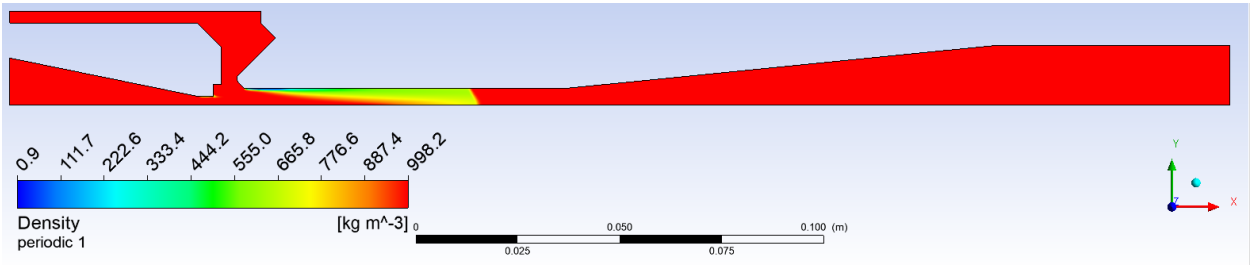


Рис. 5. Карта распределения плотности среды в проточной части СН

На рис. 5. представлено распределение плотности по которому видно, что, начиная с входа в камеру смешения на стенках вода переходит в паровую фазу и пребывает в ней примерно до середины камеры смешения, после чего исчезает. Так же есть небольшая область кавитации на выходе из сопла. Коэффициент инжекции получили равным 0.58, КПД – 8.2%, это на 72% меньше, чем в расчете без кавитации, что говорит о существенном влиянии данного эффекта на характеристики струйного насоса.

Оптимизировать струйный насос можно варьируя основные геометрические параметры и/или граничные условия, мы в нашей работе остановились на варьировании геометрических параметров, так как зачастую струйный насос проектируется для заранее известных условий работы, то есть граничные условия фиксированные, поэтому для оптимизации нужно изменять именно конструкцию. Варьировать мы будем длину и радиус камеры смешения, значения этих параметров в оригинальной конструкции: Rm = 4 мм, Lm = 78.4 мм. Интервалы варьирования: Rm = 4 ±2 мм, Lm = 78.4 ± 11 мм.

Таблица 1. План и результаты расчетов

№	*Rm*, мм	*Lm*, мм	*Q*	КПД, %
1	2	67.4	-0.136	-
2	4	67.4	0.571	7.99
3	6	67.4	0.947	13.26
4	2	78.4	-0.145	-
5	4	78.4	0.588	8.23
6	6	78.4	0.946	13.24
7	2	89.4	-0.147	-
8	4	89.4	0.575	8.05
9	6	89.4	0.947	13.26

В таблице 1 приведены результаты расчетов и основные характеристики конструкций струйного насоса. Конструкции 1, 4 и 7 дали отрицательный коэффициент инжекции, это означает, что установилось течение из приемной камеры, что говорит о некорректной работе данных конструкций. Характеристики конструкций 2 и 8 почти не отличаются от

характеристик оригинальной конструкции 5. Оптимальной конструкцией можно назвать конструкцию 3, она дала коэффициент инжекции на 37% больший, чем в оригинальной конструкции, а также имеет укороченную камеру смешения, что снижает затраты материала на изготовление.

Мы провели оптимизацию конструкции струйного насоса с учетом кавитации, в ходе работы добились повышения эффективности, за счет изменения геометрических параметров, а также пронаблюдали влияние кавитации на основные характеристики насоса.

О ВОЗМОЖНОСТИ ПРЕДСКАЗАНИЙ ПЕРЕБРОСОВ ПОЛЯРНОСТИ МАГНИТНОГО ПОЛЯ В ПРОСТОЙ МОДЕЛИ ГЕОДИНАМО

Р. А. Плешков[a,b], П. Г. Фрик[a,b]
[a] Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614990, Пермь, Букирева, 15
[b] Институт механики сплошных сред УрО РАН,
614013, Пермь, Академика Королева, 1

Двухдисковое динамо Рикитаке представляет собой простую динамическую модель, повторяющую случайные инверсии геомагнитного поля. Недавно было обнаружено, что в системе Рикитаке существуют режимы, которые реализуют редкоинверсный хаос с длительными хронами, что похоже на поведение магнитного поля Земли. В работе проведен систематический анализ характера возникающих решений в пространстве параметров (магнитное число Прандтля, магнитная диффузия и параметр асимметрии) и прослежено формирование области редкоинверсного хаоса. Отдельно рассмотрен вопрос о предсказуемости времени следующей инверсии магнитного поля.

Ключевые слова: магнитное поле Земли; модели динамо; предсказуемость инверсии поля

ON THE POSSIBILITY OF PREDICTING MAGNETIC-FIELD POLARITY REVERSALS IN A SIMPLE GEODYNAMO MODEL

R. A. Pleshkov[a,b] , P. G. Frick[a,b]
[a]Perm State University,
15 Bukireva St., 614990, Perm
[b]Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS,
1 Academician Korolev St., 614013, Perm

The two-disk Rikitake dynamo is a simple dynamical model that reproduces the random reversals of the geomagnetic field. It was recently discovered that the Rikitake system contain regimes that exhibit rare-reversal chaos with long-lived chrons, resembling the behavior of Earth's magnetic field. This study presents a systematic analysis of the nature of the solutions that arise in parameter space (magnetic Prandtl number, magnetic diffusivity, and an asymmetry parameter) and traces the formation of the region of rare-reversal chaos. The question of the possibility of predicting the time of the next magnetic field inversion is considered separately.

Keywords: Earth's magnetic field; dynamo models; predictability of field reversals

Введение

Многие крупномасштабные магнитные поля космических тел генерируются турбулентными течениями проводящей жидкости (плазмы), то есть процессом, получившим название магнитогидродинамического (МГД) динамо. Магнитное поле Земли, в отличии от Солнца, имеет случайный

© Плешков Р.А., Фрик П.Г., 2025

характер процесса смены полярностей, который называется инверсией, а временной интервал между двумя последующими инверсиями называют хроном. Двухдисковое динамо Т. Рикитаке[1] представляет собой два связанных дисковых динамо, на каждый диск которого действует, постоянный момент силы. Модель Рикитаке, при некоторых значениях управляющих параметров дает хаотические решения, причем направление магнитного поля хаотическим образом меняет свое направление.

Среди попыток обобщения модели Рикитаке принципиальным является переход к системе с вязкой диссипацией. Её введение принципиально, так как позволяет избежать зависимости возникающего решения от начальных условий [2].

Авторами данной работы недавно было обнаружено, что в системе Рикитаке существуют неизвестные ранее режимы, названные редкоинверсным хаосом (РИХ) [3]. Именно вязкая система рассматривается в данной работе с целью выявить возможность появления редкоинверсного хаоса (РИХ) и предсказания срока очередной, возможно очень удаленной во времени, инверсии.

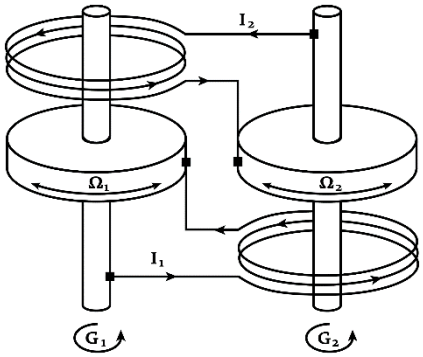


Рис.1. Модель двухдискового динамо Рикитаке. Ω_i – угловые скорости вращения дисков, I_i – электрические токи, G_i – крутящие моменты

Модели

Двухдисковое динамо Рикитаке представляет собой два диска из электропроводного материала, каждый диск вращается под действием собственного момента, не испытывая трения (рис. 1.). Состояние системы в общем случае описывается четырьмя однородными дифференциальными уравнениями. Для сокращения числа параметров характеристики двух контуров полагают одинаковыми.

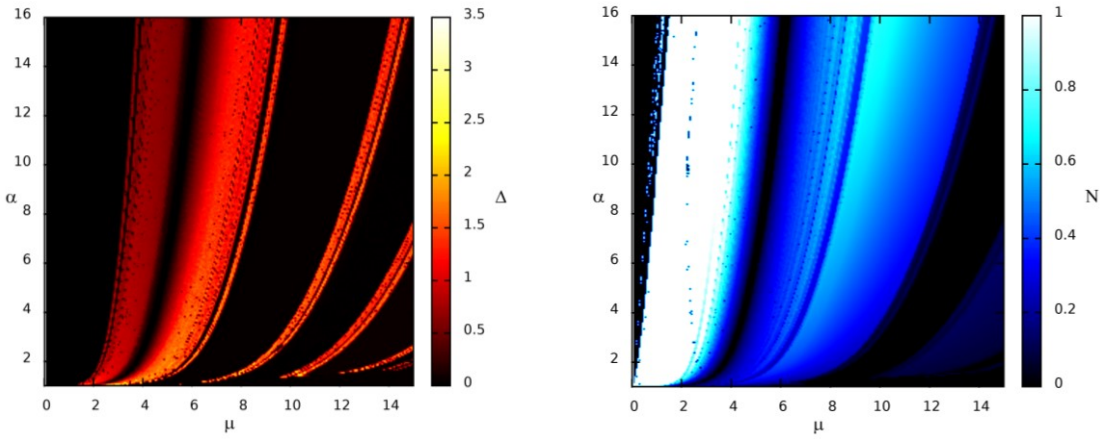
Вязкий вариант модели Рикитаке (предложен в работе С. В. Ершова и др. [2]), редуцированный к системе трех уравнений. Это возможно, если положить равное вязкое трение в обоих дисках:

$$\begin{cases} \dot{X}_1 = -\mu X_1 + X_2 Y, \\ \dot{X}_2 = -\mu X_2 + (Y - p) X_1, \\ \dot{Y} = -kY - X_1 X_2 + \beta, \end{cases} \quad (1)$$

где X_1 и X_2 – безразмерные токи, $Y=Y_1$ безразмерная угловая скорость первого диска. В системе появляется параметр k, задающий эффективность вязкого трения и параметр α, определяющий отношение крутящих моментов, а также связанные с ними величины $p = (\alpha^2 - 1)/2k\alpha$ и $\beta = (1 + \alpha) / 2$. Величина μ^2 является безразмерной характеристикой омической диссипации. Таким образом, система (1) имеет три управляющих параметра: k, μ и α.

Магнитное число Прандтля, по определению является отношением кинематической вязкости к коэффициенту магнитной диффузии. Выражая через параметры модели получим, $\mathrm{Pm} = k^2 / \mu^2$ и характеризующее свойства электропроводной жидкости.

Результаты



a) *b)*

Рис.2. Поля на плоскости параметров (μ, α) для Pm=10-6:
a) поле коэффициента заполнения Δ; b) поле частоты инверсий N

Система (1) дает широкий спектр периодических и хаотических решений [3]. Имея цель выделить из них те, которые можно отнести к РИХ, то есть режиму хаотическому, но с минимальной частотой инверсий, мы опираемся на две характеристики решения – коэффициент заполнения гистограмм времен возврата (Δ), и среднюю частоту инверсий магнитного поля (N).

Мы обсудим результаты расчетов для $\mathrm{Pm}=10^{-6}$, значения, типичного для жидких металлов, то есть и для внешнего ядра Земли. Карты величин Δ и N для на плоскости параметров (μ, α) показаны на рис.2. Яркие области на рис.2*a*, соответствуют хаотическим режимам, в темных областях возникают либо периодические, либо стационарные значения. В то же время, на рис.2*b*

ярки области выделяют периодические и хаотические режимы, а темные стационарные.

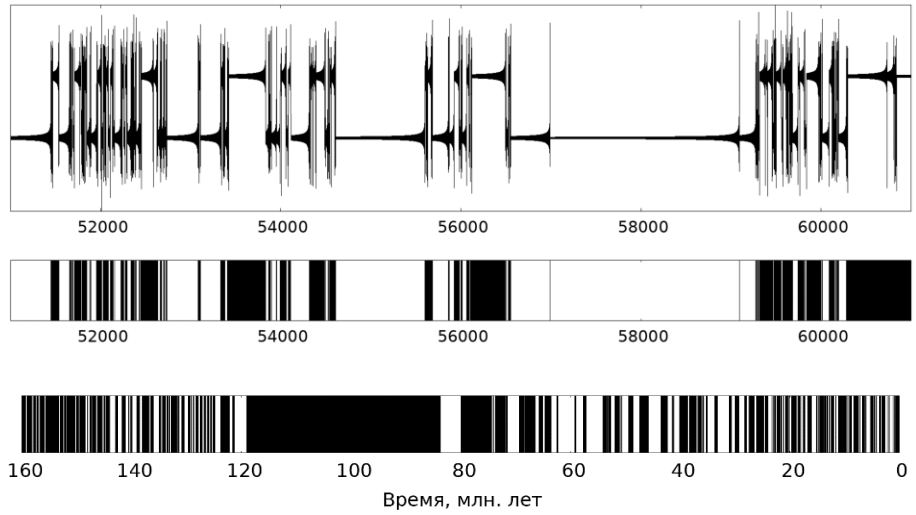


Рис.3. Фрагмент решения для величины $X_1(t)$ в режиме РИХ (вверху), соответствующая ему шкала полярностей (плюс – черный, минус – белый) и фрагмент шкалы геомагнитной полярности [4] (внизу).

Самые интересные режимы РИХ обнаружены на краю центрального каньона (черная размытая полоса в центре обоих рис.2). Пример такого режима приведен на рис.3, вместе со шкалой полярностей этого сигнала, на котором знак сигнала показан белым и черным цветом. Именно такая форма представления принята для шкалы геомагнитной полярности, часть которой приведена для сравнения на этом же рисунке.

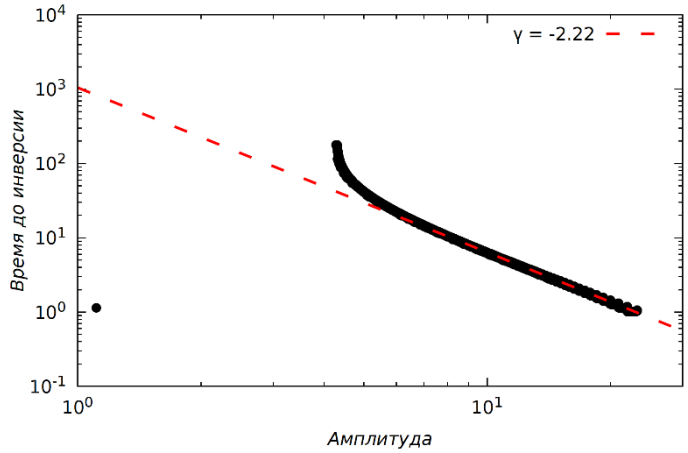


Рис.4. Зависимость времени до следующей инверсии от амплитуды возмущений поля для $Pm = 10^{-6}$, $\mu = 31.45$, $\alpha = 10000$.

Режимы РИХ отличаются чрезвычайно слабым инкрементом нарастания возмущений, причем сам инкремент меняется со временем, демонстрируя медленный, но монотонный рост. На рис.4 показана зависимость времени, оставшегося до очередной инверсии, от амплитуды возмущений.

Зависимость представлена в двойных логарифмических координатах и показывает, что начиная с самых ранних этапов эволюции возмущений в рамках хрона выполняется степенная зависимость вида

$$T = T_0 A^{\gamma} , \quad (2)$$

которая нарушается при приближении к моменту инверсии (скорость роста возмущений растет). Важно, что несмотря на то, что степенной закон (2) перестает выполняться, все точки ложатся на общую кривую, давая однозначную зависимость оставшегося до инверсии времени от текущей амплитуды возмущений.

Расчеты, выполненные для самых различных значений управляющих параметров, показали, что степень в законе (2) слегка меняется в различных расчетах (в примере, показанном на рис.4, γ = -2.22), показывая при стремлении вязкости к нулю асимптотику $\gamma \rightarrow -2$.

Выводы

Показано, что в простой динамической модели двухдискового динамо в определенном диапазоне управляющих параметров возможно существование режима, названного редкоинверсным хаосом (РИХ). Режим отличается очень длительными хронами, в пределах которых решение носит квазиустойчивый характер.

Показано, что в двухдисковом динамо для любого хаотического режима устанавливается однозначная зависимость текущей амплитуды колебаний от времени, оставшегося до следующей инверсии поля.

Работа выполнена в рамках государственного задания ПФИЦ УрО РАН (тема 124012300246-9).

Список литературы

1. *Tsuneji Rikitake*. Oscillations of a system of disk dynamos // Math. Proc. Cambridge Philos. Soc., 1958. P. 89–105.
2. *Sergey V. Ershov, George G. Malinetskii, and Alexander A. Ruzmaikin*. A generalized two-disk dynamo model // Geophys. Astrophys. Fluid Dyn., 1989. P. 251–277.
3. *Frick P., Pleshkov R.* Rare-reversal chaos in two-disk dynamo models // Phys.Rev.E, 2024. Vol.110. N.6. 064203.
4. *J. G. Ogg and A. G. Smith,* "The geomagnetic polarity time scale," in A Geologic Time Scale 2004, edited by F. M. Gradstein, J. G. Ogg, and A. G. Smith (Cambridge University Press, 2005) p. 63–86.

ДИНАМИКА ГИСТЕРЕЗИСНЫХ ПЕРЕХОДОВ КОНВЕКТИВНОГО ТЕЧЕНИЯ В НАКЛОНЯЕМОМ КВАДРАТЕ

А. Н. Полудницин[a], А. Н. Шарифулин[b]
[a] Пермский государственный
национальный исследовательский университет,
614990, Пермь, ул. Букирева, 15
[b] Пермский национальный исследовательский
политехнический университет,
614990, Пермь, Комсомольский пр., 29

Численно методом конечных разностей исследовано влияние наклонов квадратной, подогреваемой снизу полости на тепловую конвекцию жидкости со свойствами близкими к трансформаторному маслу (Pr = 14). Все стенки полости обладают идеальной теплопроводностью: нижняя и верхняя грани полости изотермические, а на боковых поддерживается линейное распределение температуры. Рассмотрен диапазон изменения углов наклона от -30 до +30 градусов, нулевой наклон соответствует подогреву строго снизу. Значения углов в расчетах изменялись после затухания возмущений, вызванных сменой значения угла и установления стационарного режима конвективного течения. Получены бифуркационные диаграммы, показывающие наличие у интегральных характеристик конвективного течения гистерезисных переходов между стационарными состояниями. Исследовано влияние числа Прандтля на глубину гистерезиса, возникающего как при плавном циклическом изменении угла наклона, так и при аналогичном изменении степени подогрева.

Ключевые слова: тепловая конвекция, наклон, гистерезис

DYNAMICS OF HYSTERESIS TRANSITIONS OF A CONVECTIVE FLOW IN A TILTED SQUARE

A. N. Poludnitsin[a], A. N. Sharifulin[b]
[a] Perm State University,
Bukireva Str. 15, 614990, Perm
[b] Perm National Research Polytechnical University,
29 Komsomol Ave., 614990, Perm

The effect of tilting a square cavity heated from below on thermal convection of a fluid with properties similar to transformer oil (Pr = 14) is numerically studied using the finite difference method. All cavity walls have ideal thermal conductivity: the lower and upper faces of the cavity are isothermal, while a linear temperature distribution is maintained on the side faces. The tilt angle range is considered from -30 to +30 degrees, with zero tilt corresponding to heating strictly from below. The angle values in the calculations were changed after the disturbances caused by the angle change had died down and a steady state of convective flow had been established. Bifurcation diagrams were obtained demonstrating the presence of

© Полудницин А.Н., Шарифулин А.Н., 2025

hysteresis transitions between steady states in the integral characteristics of the convective flow. The effect of the Prandtl number on the hysteresis depth, arising both with a smooth cyclic change in the tilt angle and with a similar change in the degree of heating, is studied.

Keywords: thermal convection, inclination, hysteresis

Введение

Тепловая конвекция в замкнутых наклоняемых прямоугольных полостях представляет интерес в связи с тем, что подобные емкости являются элементами большого количества технических устройств. Их ориентация может плавно или ступенчато меняться, при этом в жидкости или газе, заполняющем объем, конвективные течения могут претерпевать скачкообразные изменения [1,2,5-9].

Наклон при малых значениях числа Рэлея приводит к формированию нормального вихря, с направлением циркуляции, совпадающим с направлением угла наклона полости. При числах Рэлея, превышающих критическое значение, в случае наклонов полости появляется гистерезис конвективного течения. Наряду с таким нормальным вихрем может существовать и вихрь с обратным направлением циркуляции, который принято называть аномальным. Аномальные вихри существуют в ограниченном диапазоне углов. При превышении углом наклона критического значения происходит переход к нормальному режиму конвекции. Такие переходы ранее наблюдались лишь экспериментально для воздуха при нормальных условиях [1,2]. Численные расчеты проводились также, в основном, для воздуха.

Цель настоящей работы, – на основе численного решения полных уравнений тепловой конвекции воздуха в приближении Буссинеска для различных углов наклона квадратной полости и надкритичностей, исследовать динамику переходного процесса, возникающего при смене режима течения от аномального к нормальному для трансформаторного масла, число Прандтля которого примерно в 20 раз превышает значение для воздуха.

Постановка задачи

Рассмотрим заполненную вязкой несжимаемой жидкостью полость имеющую форму бесконечного горизонтального цилиндра квадратного сечения, представленную на рис.1. Введем декартовую систему координат *(x,y,z)*, ось *y* которой совпадает с ребром цилиндра и направлена от нас. Единичный вектор $\vec{n}$, расположен в плоскости *xz*, указывает направление вверх и связан с ускорением свободного падения соотношением $\vec{g}$ $\vec{g}$. Угол наклона квадратного цилиндра α, отсчитывается по часовой стрелке от оси *z* до $\vec{n}$. Диапазон изменения угла α в расчетах составляет -30° α $^\circ$,

причем при $\alpha = 0^\circ$, сторона цилиндра, совпадающая с осью x горизонтальна и реализуется условие подогрева строго снизу.

Стенки полости предполагаются твердыми. Верхняя и нижняя стенки $z = 0, d$ изотермические и поддерживаются при постоянном перепаде температуры Θ, причем нижняя стенка $z = 0$ более нагрета. Боковые стенки $x = 0, d$ предполагаются теплопроводными и на них задается линейное распределение температуры $T = \Theta(1 - z/d)$. Коэффициент линейного расширения жидкости β, кинематическая вязкость ν и температуропроводность χ постоянны.

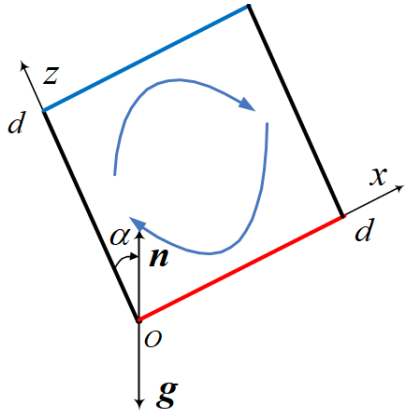


Рис. 4. Геометрия задачи о свободной тепловой конвекции в горизонтальном цилиндре квадратного сечения (см. пояснения в тексте)

Предполагается, что скорости движения жидкости достаточно малы, чтобы считать среду несжимаемой и использовать приближение Буссинеска. Выберем в качестве единиц измерения расстояния, температуры, функции тока и времени – d, Θ, коэффициент кинематической вязкости ν и d^2/ν. Будем искать плоские решения задачи. В этом случае векторные поля завихренности и функции тока будут иметь отличными от нуля только y компоненты:

$$\vec{\varphi} \quad (0,\varphi,0), \quad \vec{\psi} \quad (0,\psi,0). \tag{1}$$

Тогда уравнения тепловой конвекции в безразмерной форме запишутся в виде [3]:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + \frac{\partial \psi}{\partial x}\frac{\partial \varphi}{\partial z} - \frac{\partial \psi}{\partial z}\frac{\partial \varphi}{\partial x} = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} + \mathrm{Gr}\left(\frac{\partial T}{\partial z}\sin\alpha - \frac{\partial T}{\partial x}\cos\alpha\right); \tag{2}$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} + \varphi = 0; \tag{3}$$

$$\frac{\partial T}{\partial t}+\frac{\partial \psi}{\partial x}\frac{\partial T}{\partial z}-\frac{\partial \psi}{\partial z}\frac{\partial T}{\partial x}=\frac{1}{\Pr}\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}\right). \qquad (4)$$

Безразмерные критерии подобия, число Грасгофа – Gr, число Прандтля – $\Pr$, число Релея – Ra имеют вид:

$$\mathrm{Gr}=\frac{g\beta\Theta d^3}{\nu^2},\quad \Pr=\frac{\nu}{\chi},\quad \mathrm{Ra}=\mathrm{Gr}\cdot\Pr. \qquad (5)$$

Скорость течения связана с полем функции тока $\psi(x,z)$:

$$\partial z\ ,0,\frac{\partial \psi}{\partial x}). \qquad (6)$$

Граничные условия для температуры на нижней и верхней изотермических стенках запишутся в виде:

$$\text{при } z=0.1 \quad T=1.0\ . \qquad (7)$$

Граничные условия для температуры в случае проводящих боковых стенок с линейным распределением температуры имели вид:

$$\text{при } x=0.1 \ \ T=1-z\ . \qquad (8)$$

Стенки полости полагались непроницаемыми и твердыми. Из условия непротекания через них и прилипания получаем граничные условия для функций тока:

$$\text{при } z=0{,}1 \quad \psi=\frac{\partial \psi}{\partial z}=0; \qquad (10)$$

$$\text{при } x=0{,}1 \quad \psi=\frac{\partial \psi}{\partial x}=0. \qquad (11)$$

Решение задачи (2)-(11) получалось конечно-разностным методом, описанным в [4]. Число Прандтля полагалось равным $\Pr=14$, соответствующим трансформаторному маслу при нормальных условиях. Расчеты проводились на равномерной квадратной сетке:

$$x_i=i\cdot h,\ z_k=k\cdot h,$$
$$i=0{,}1,\ ...,\ N;\ k=0{,}1,\ ...,\ N;$$

где $h=1/N$ – шаг сетки. Все вычисления проведены для $N=64$.

Использовалась явная схема с центральными разностями для пространственных производных [4]. Для аппроксимации завихренности на границах использовалась формула Тома. Величина шага по времени Δt контролировалась и выбиралась достаточно малой для того, чтобы выполнялось условие Куранта.

Результаты расчетов

В [3] показано, что в замкнутой полости, заполненной воздухом для надкритической области по числу Грасгофа и определенном диапазоне углов наклона полости возможны два устойчивых стационарных одноваловых режима конвекции. В случае отсутствия наклона, т.е. при = 0, они отличаются только направлением циркуляции. При фиксированном значении числа Грасгофа направление циркуляции сохраняется, даже при плавном изменении наклона полости в сторону подавления конвективного движения, когда циркуляция продолжает проталкивать теплый поток вниз вдоль наклоненного нагретого дна полости.

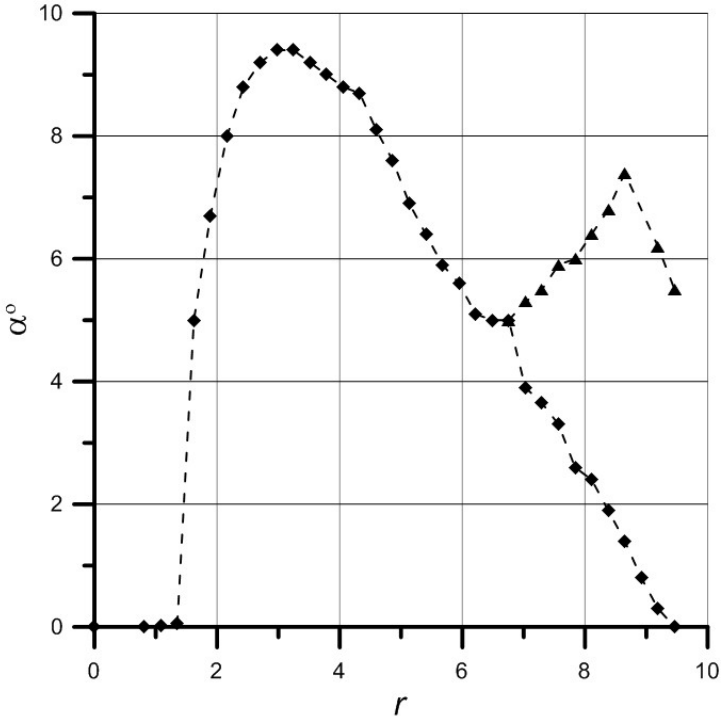


Рис. 2 Бифуркационная кривая, отражающая зависимость критического угла от надкритичности. Максимальный угол существования аномального одновихревого течения (критические углы его существования показаны ромбиками) составляет 9.4° при надкритичности r=3.1. В отличии от воздуха в трансформаторном масле наблюдается и двувaловое течение (критические углы его возникновения показаны ромбиками, а исчезновения треугольниками) возникающее в горизонтальном положении полости при надкритичности 9.6 и появляющееся в случае наклона при r=6.7.

Данное направление вращения вала становится противоестественным и существует до некоторого критического угла, при котором в результате резкого перехода восстанавливается нормальное вращение вала. Если теперь наклонять полость в обратном направлении, нормальный вал сохранится до = 0, а далее превратится в аномальный и процесс будет похож на

описанный выше, но теперь в области отрицательных углов наклона. Подобные явления называют гистерезисом. В работе исследовано поведение среды типа трансфоматорного масла (Pr = 14). На рис. 2 представлена полученная бифуркационная кривая, показывающая границы существования разных типов конвективных течений. Обнаружено что при надкритичности большей r = 6.7 аномальный вал переходит в двух валовое течение, которое при увеличении угла наклона скачообразно переходит в нормальный вал. Область существования двухвалового течения ограничена сверху кривой с треугольниками, а снизу кривой с ромбиками. При надкритичностях больших r = 11 наблюдаются регулярные колебания.

На рис. 3 представлена зависимость кинетической энергии конвективного движения от угла наклона полости для фиксированной надкритичности r = 7.9. Сплошная красная линия соответствует изменению кинетической энергии движений при увеличении угла наклона. Скачки на графике связаны с резким изменением энергии в системе при смене типа течений, которые связаны с переходом через границы бифуркационной кривой. Первый скачок энергии вызван переходом аномального валового течения к двух валовому, а второй, переходом к нормальному одноваловому течению. График отображает также уменьшение кинетической энергии двух первых типов движения при увеличении угла наклона и увеличение с наклоном энергии нормального вала. Пунктирной линией показано поведение кинетической энергии нормального валового течения при уменьшении угла наклона полости до нуля.

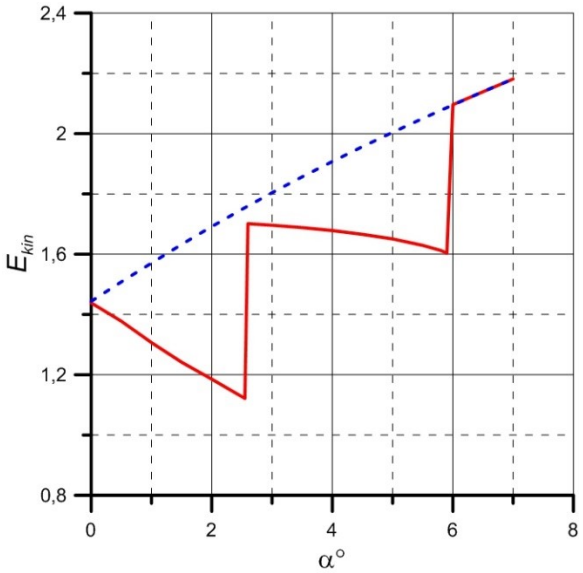


Рис. 3 Зависимость энергии конвективных течений от угла наклона при r = 7,9, образующая сложную петлю гистерезиса. Сплошная линия соответствует увеличению угла наклона, пунктирная уменьшению.

Заключение

Проведено численное исследование аномального течения в квадратном цилиндре для числа Прандтля Pr = 14, соответствующего трансформаторному маслу. Получены бифуркационные диаграммы и кривые для случая теплопроводных стенок. Установлено, что предельный угол существования одновихревого аномального течения примерно на 1 градус превышает его значение для воздуха. В отличии от воздуха для траксформаторного масла наблюдается также и двуваловое течение (область его существования критические углы его возникновения и исчезновения показаны на рис. 2 треугольниками). Циклическое плавное изменение угла наклона может приводить к петле гистерезиса такой, что при увеличении угла наклона одновихревое течение чередуется с двухвихревым.

Список литературы

1. *Шарифулин А.Н., Полудницин А.Н., Кравчук А.С.* Лабораторное моделирование нелокального возникновения тропического циклона // ЖЭТФ. 2008. Т. 134. №6. С. 1269–1273.
2. *Шарифулин А.Н., Полудницин А.Н.* Экспериментальное определение пределов существования аномального конвективного течения в наклоняемом кубе // ПМТФ. 2014. Т. 55. № 3 (325). С. 103–112.
3. *Шарифулин А.Н., Полудницин А.Н.* Численное определение границ существования аномального конвективного течения в наклоняемом прямоугольном цилиндре // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки 2016. № 2(242). С. 116-125.
4. *Тарунин Е.Л.* Вычислительный эксперимент в задачах свободной конвекции. Иркутск: Изд-во Иркутского ун-та, 1990. 223 с.
5. *Mizushima J., Matsuda O.* Onset of 3D thermal convection in a cubic cavity //Journal of the Physical Society of Japan. 1997. Vol. 66. №. 8. P. 2337-2341.
6. *Полежаев В.И.* Течение и теплообмен при естественной конвекции газа в замкнутой области после потери устойчивости гидростатического равновесия // Изв. АН СССР, МЖГ. 1968. № 5. С. 124–129.
7. *Сагитов Р.В., Шарифулин А.Н.* Устойчивость стационарной тепловой конвекции в наклоняемой прямоугольной полости в маломодовом приближении// Теплофизика и аэромеханика. 2008. Т. 15. № 2. С. 247–256.
8. *Polezhaev V.I., Myakshina M.N., Nikitin S.A.* Heat transfer due to buoyancy-driven convective interaction in enclosures: Fundamentals and applications //International Journal of Heat and Mass Transfer. 2012. Vol. 55 (1). P. 156-165.
9. *Torres J.F.et al.* Bifurcation analysis of steady natural convection in a tilted cubical cavity with adiabatic sidewalls //J. Fluid Mech. 2014. Vol. 756. P. 650–688.

ВОЗДЕЙСТВИЕ ПЕРЕМЕННОГО ПОЛЯ СПЛОШНОГО И СЕКЦИОНИРОВАННОГО ИНДУКТОРА НА ТЕЧЕНИЕ ПРОВОДЯЩЕЙ ЖИДКОСТИ В ЗАМКНУТОМ ОБЪЕМЕ

А. О. Полуянов[a], И. В. Колесниченко[a]
[a]Институт механики сплошных сред УрО РАН,
614013, Пермь, Академика Королева, 1

Численно исследованы течения жидкого металла, генерируемые в цилиндрической ячейке переменным магнитным полем сплошного, либо секционированного индуктора. Показано, что параметры индуктора влияют на распределение энергии пульсаций скорости жидкого металла в замкнутом объеме. Однородное распределение поля пульсаций скорости вдоль ячейки удалось получить без увеличения общего числа ампер-витков.

Ключевые слова: ячейка с жидким металлом; сплошной и секционированный индуктор; пульсации скорости течения

EFFECT OF AN ALTERNATING FIELD OF A CONTINUOUS AND SECTIONED INDUCTOR ON THE FLOW OF A CONDUCTIVE FLUID IN A CLOSED VOLUME

A. O. Poluyanov[a], I. V. Kolesnichenko[a]
[a]Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS,
1 Academician Korolev St., 614013, Perm

Numerical studies have been conducted on liquid metal flows generated in a cylindrical cell by an alternating magnetic field of a continuous or sectioned inductor. It has been shown that the parameters of the inductor affect the distribution of energy of liquid metal velocity pulsations in a closed volume. A uniform distribution of the velocity pulsation field along the cell was achieved without increasing the total number of ampere-turns.

Keywords: cell with liquid metal; solid and sectioned inductor; velocity fluctuations

Изучение процессов, происходящих в жидких металлах и расплавах необходимо для улучшения металлургических технологий. Используемые в промышленности жидкие металлы, такие как свинец, натрий и алюминий, являются опасными и агрессивными. Поэтому, при разработке новых магнитогидродинамических (МГД) устройств, приходится проводить лабораторные эксперименты с более безопасными низкотемпературными сплавами, а также использовать возможности математического моделирования.

В производственных процессах металлургии и атомной энергетики распространены элементы МГД устройств, в которых жидкий металл заключен в цилиндрическом канале, на который наложено аксиальное

© Полуянов А.О., Колесниченко И.В., 2025

магнитное поле. Такие конфигурации получили применение в индукционных печах [1, 2], электромагнитных насосах [3, 4] и перемешивателях [5].

Цель работы состоит в исследовании влияния параметров индуктора на распределение пульсаций скорости по объему ячейки.

Исследуется течение электропроводной жидкости, заполняющей цилиндрическую ячейку, на которой соосно размещается индуктор (рис. 1). Рассматривается индуктор, состоящий из одного сплошного соленоида различной длины, либо индуктор из пяти секций, с включением секций в различных комбинациях.

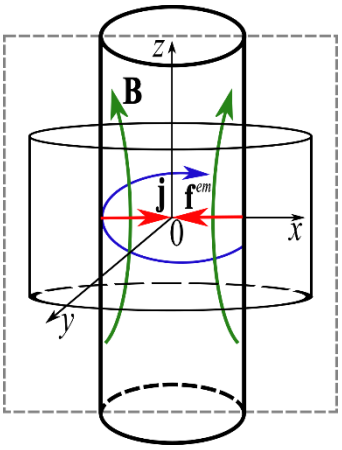
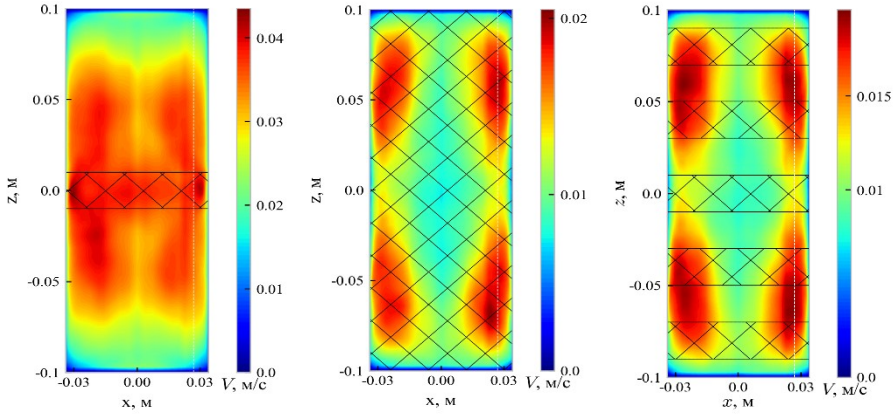


Рис. 1. Схема постановки задачи. Мгновенное направление магнитного поля $\boldsymbol{B}$*, вихревого тока* $\boldsymbol{j}$ *и электромагнитной силы* $\boldsymbol{f^{em}}$

Индуктор генерирует переменное магнитное поле, которое индуцирует в жидком металле азимутальный вихревой электрический ток $\boldsymbol{j}$. Этот ток создает собственное вихревое магнитное поле $\boldsymbol{B}$. Взаимодействие вихревого тока с собственным магнитным полем порождает электромагнитную силу $\boldsymbol{f^{em}}$, действующую на частицы жидкого металла. В области вблизи индуктора электромагнитная сила направлена от периферии к центру ячейки, образуя азимутальный пинч, в котором силы являются обжимающими.



а) *б)* *в)*

Рис. 2. Поля пульсаций скорости в сечении ZX для сплошного (а, б) и секционированного индуктора (в)

В задаче об исследовании распределения пульсаций в цилиндрическом объеме управляющим параметром являлась относительная длина соленоида. В случае генерации переменного поля с использованием короткого соленоида, осредненное течение представляет собой два тороидальных вихря [6], а пульсации скорости локализуются в плоскости соленоида вблизи стенки (рис. 2*а*). При использовании длинного соленоида, тороидальные вихри из средней части ячейки перемещаются к торцам, куда смещается и зона наиболее интенсивных пульсаций скорости (рис. 2*б*). Для секционированного индуктора показано, что включение всех пяти секций практически эквивалентно использованию длинного сплошного индуктора (рис. 2*в*).

В работе показано, что для секционированного индуктора структура течения зависит как от расстояния между секциями, так и от общего числа ампер-витков. Для достижения эффективного перемешивания жидкого металла во всей ячейке предпочтение следует отдать секционированному индуктору с оптимальным числом ампер-витков. Использование такого индуктора приводит к экономии электроэнергии, а также улучшает охлаждение соленоидов благодаря зазорам между секциями, что повышает срок их службы.

Работа выполнена в рамках государственного задания, регистрационный номер темы 122030200191-9.

Список литературы

1. *Tarapore E.D., Evans J.W.* Fluid velocities in induction melting furnaces: Part I. Theory and laboratory experiments // Metalurgical. Transactions B (process metallurgy), 1976. Vol. 7 (3). P. 343–451.
2. *Stiller J., Koal K., Nagel W. et al.* Liquid metal flows driven by rotating and traveling magnetic fields // European Physical Journal: Special Topics, 2013. Vol. 220. P. 111–122.
3. *Timofeev V., Pervukhin M., Vinter E. et al.* Nonconductive particles behavior in molten aluminium casted in em mold // Magnetohydrodynamics, 2020. Vol. 56 (4). P. 5496.
4. *Колесниченко И.В., Халилов Р.И.* Экстремум зависимости напора электромагнитного насоса для жидкого металла от частоты питающего тока // Вычислительная механика сплошных сред, 2022. Т. 15, № 4. С. 495–506.
5. *Moffatt H.K.* Electromagnetic stirring // Physics of Fluids A: Fluid Dynamics, 1991. Vol. 3 (5). P. 1336–1343.
6. *Poluyanov A.O., Kolesnichenko I.V.* Oscillations of the liquid metal flow generated in a cylindrical cell by an alternating magnetic field // Computational continuum mechanics, 2024. Vol. 1 (1). P. 133–148.

ИССЛЕДОВАНИЕ ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ НЕУСТОЙЧИВОСТЕЙ В СЛОИСТОЙ ЖИДКОМЕТАЛЛИЧЕСКОЙ СРЕДЕ

П. И. Поляков
Объединённый институт высоких температур РАН,
125412, Москва, ул. Ижорская, д. 13, стр. 2

Актуальным направлением так называемой «зелёной» энергетики является разработка надёжных аккумуляторов электрической энергии для электрических сетей, в которых выработка и потребление энергии зависит от внешних факторов — в первую очередь от времени суток и от погоды. Одним из вариантов аккумуляторов является жидкометаллическая батарея — устройство, работающее по электрохимическому принципу разности электроотрицательности двух различных жидких металлов. Принципиальное устройство батареи следующее: цилиндрический сосуд, два размещённых на торцах электрода, трёхслойная жидкометаллическая среда — лёгкий металл, электролит, тяжёлый металл. Под действием пропускаемого электрического тока и магнитных полей возникают различные движения в жидкостях и на их границах раздела. Целью работы является получение полей движения межслойных границ; это даёт возможность оценить работоспособность проектируемых батарей и их возможные режимы эксплуатации, так как сильные возмущения границ могут привести к выводу из строя аккумулятора.

Ключевые слова: магнитная гидродинамика; гидродинамические неустойчивости; жидкометаллические батареи

INVESTIGATION OF HYDRODYNAMIC INSTABILITIES IN A LAYERED LIQUID METAL MEDIUM

P. I. Polyakov
Joint Institute for High Temperatures of RAS,
13 Bd.2 Izhorskaya st., 125412, Moscow

A prominent focus within of so-called «green» energy is the development of reliable power storage systems for power grids, where energy generation and consumption are subject to external factors, primarily time of day or weather conditions. One promising storage option is a liquid metal battery, a device operating on the electrochemical principle of the electronegativity difference between two distinct liquid metals. The basic design of the battery contains a cylindrical vessel, two electrodes located at the top and bottom caps, and a three-layer liquid metal medium: a light metal, an electrolyte, and a heavy metal. The application of an electric current and magnetic fields induces various fluid motions within the liquids and at their interfaces. The objective of this work is to define motions of the interphase boundaries. This provides means to assess the performance viability of proposed battery designs and their potential operational regimes, due to the fact that strong interfacial perturbations can lead to battery failure.

Keywords: magnetohydrodynamics; hydrodynamic instabilities; liquid metal batteries

© Поляков П.И., 2025

Для развития распределённых энергетических сетей и «зелёной» генерации электрической энергии в виде солнечных, ветровых и приливных электростанций требуется решение проблемы дисбаланса производства и потребления электрической энергии в зависимости от погоды и времени суток. Наиболее оптимальным решением по энергоёмкости и потерям на преобразование энергии являются жидкометаллические батареи [1].

Жидкометаллическая батарея [2] — химический аккумулятор электрической энергии, состоящий из цилиндрического изолирующего сосуда, заполненного трёхслойной средой: тяжёлого катодного и лёгкого анодного жидких металлов и электролита. В процессе эксплуатации батареи происходит передача анодным расплавом электронов к электролиту, соответственно электролитом под действием возникающей э.д.с. происходит отдача электронов положительно заряженному катодному металлу. Схема жидкометаллической батареи показана на рис. 1а).

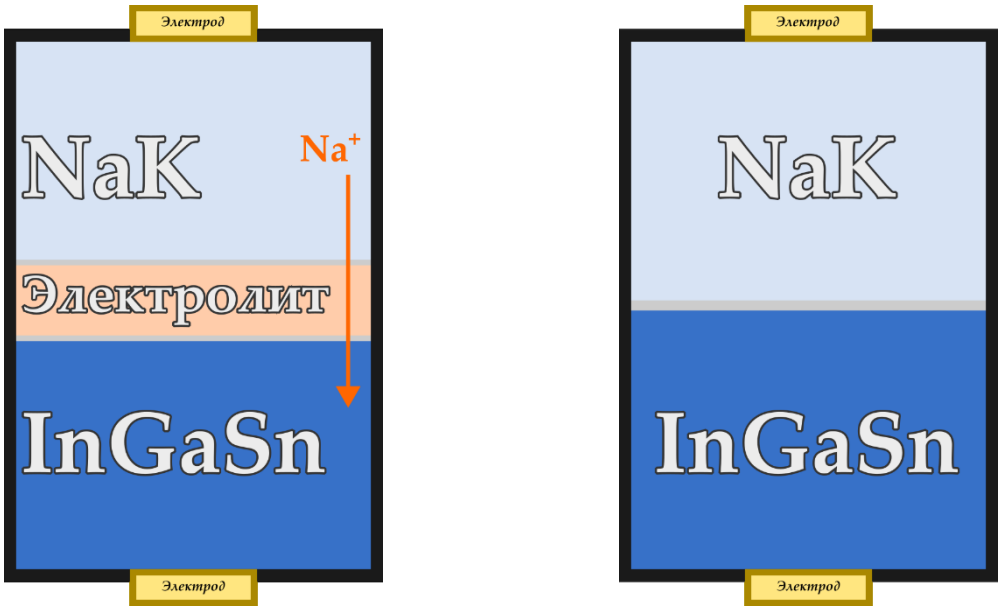


Рис. 1. а) Схема жидкометаллической батареи; б) использовавшаяся в вычислениях расчётная область

В настоящей работе численно исследована гидродинамика батареи без электролита (рис. 1б) — двухфазная система, состоящая из тяжёлого расплава InGaSn [3] и лёгкого расплава NaK [4]. Данная пара предложена в работе [5] как перспективная с точки зрения большой электроотрицательности между материалами, доступности и, особенно важно, жидкого состояния при комнатной температуре. Использованы типоразмеры химического источника тока AA [6] как наиболее популярного извлекаемого аккумулятора энергии для бытовых приборов, за исключением нижней площадки, выполненной в виде верхнего электрода для создания неоднородности электрического тока в прилежащей области.

Для численного моделирования использован метод конечных элементов, реализованный в мультифизическом коде Comsol 6.1 [7]. Соответствующая расчётной области сетка представлена на рис. 2; количество тетрагональных элементов: 61689.

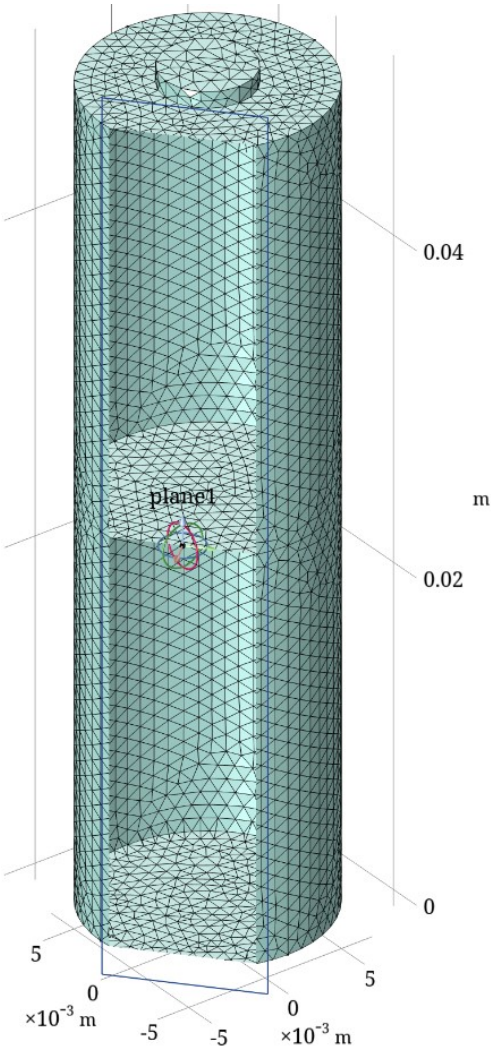
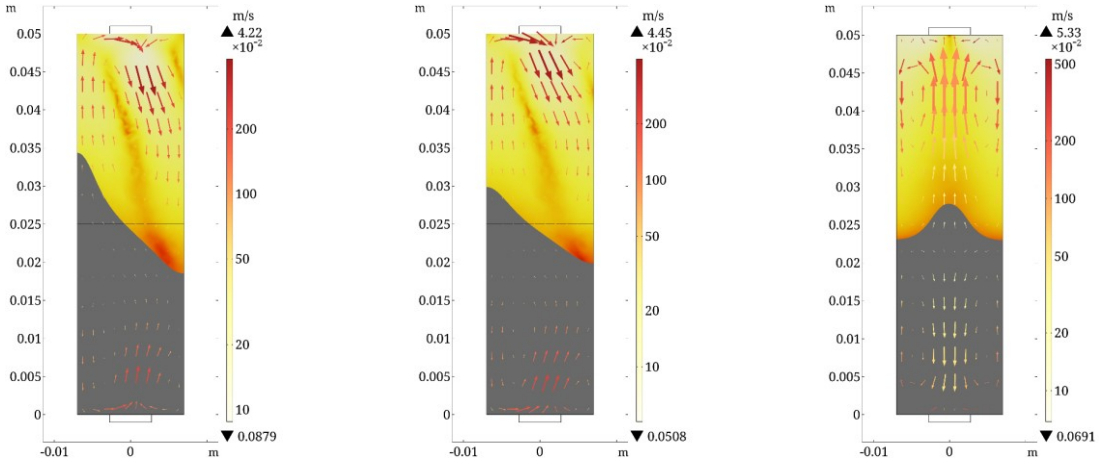


Рис. 2. Расчётная сетка

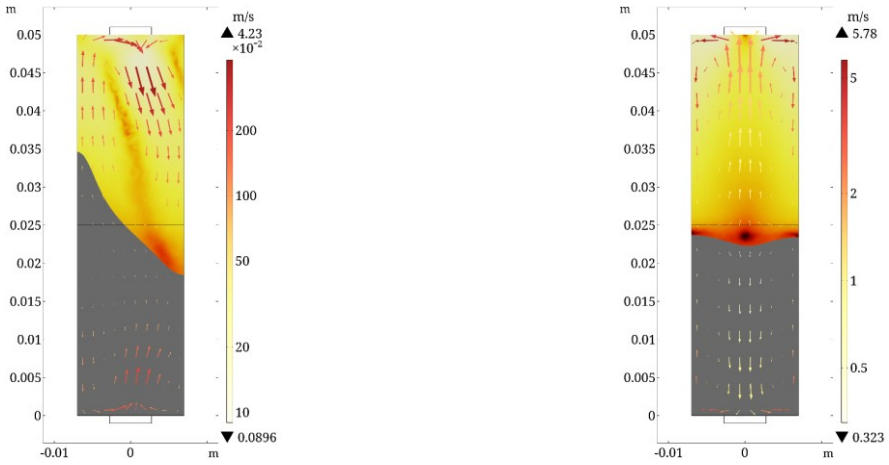
Решались уравнения гидродинамики по модели SST [8], распределения фаз и электромагнитного поля в постановке **A**-φ в безиндукционном приближении [9]. В качестве гидродинамических граничных условий использовано условие «прилипания», а в качестве электромагнитных: разность потенциалов на электродах 1 В, соответствующая расчётному электрохимическому режиму в работе [5], и магнитный потенциал, обеспечивающий вертикальное внешнее магнитное поле. Использован диапазон внешних магнитных полей в Тл: 5×10^{-5} (магнитное поле Земли на широте Москвы); 1×10^{-4}; 1×10^{-2}; 1×10^{-1}.



а) *б)* *в)*

Рис. 3. Поля скорости и фаз при а) внешнем МП 5×10^{-5} Тл; б) 10^{-2} Тл; в) 10^{-1} Тл. Внешнее МП направлено вверх.

На рис. 3 показаны поля скорости и распределение фаз жидкостей в расчётной области батареи при магнитном поле, направленном вертикально вверх. Видно, что при нулевом внешнем магнитном поле искажения поверхности не происходит, при поле, имеющим порядок 10^{-4} Т, происходит «захлёст» тяжёлой фазы на стенку батареи, а при поле 10^{-1} Т формируется «шляпа» с воронкой, направленной вверх. На рис. 4 показаны аналогичные режимы при направлении поля вниз. Отличие заключается в направлении воронки при большом внешнем поле — вниз.



а) *б)*

Рис. 4. Поля скорости и фаз при а) внешнем МП 5×10^{-5} Тл; б) 10^{-1} Тл. Внешнее МП направлено вниз

Структуры течений жидких металлов внутри фаз соответствуют расчётным режимам в работах по изучению влияния на электровихревые течения внешнего магнитного поля в однофазной среде [10].

С использованием полученных в настоящей расчётной работе данных возможно сформулировать гипотезу о возможном поведении межфазной поверхности в цилиндрической расчётной области. В качестве дальнейшего улучшения расчётной методики необходимо ввести слой электролита в расчётную область, а также учесть термоэлектрическое нагревание и электрохимические эффекты на границах сред.

Список литературы

1. *Wadia C., Albertus P., Srinivasan V.* Resource constraints on the battery energy storage potential for grid and transportation applications // J. Power Sources. 2011. Vol. 196. P. 1593–1598.
2. *Bénard S.* Flows and mixing in liquid metal batteries: диссертация на соискание степени PhD. Université Paris-Saclay, 2023. 168 с.
3. *Plevachuk Yu., Sklyarchuk V., Eckert S. et al*. Thermophysical properties of the liquid Ga–In–Sn eutectic alloy // Journal of Chemical & Engineering Data. 2014. Vol. 59 (3). P. 757–763.
4. *Leonchuk S., Falchevskaya A., Nikolaev V. et al*. NaK alloy: underrated liquid metal // J. Mater. Chem. A. 2022. Vol. 10. P. 22955–22976.
5. *Ding Y., Guo X., Qian Y. et al*. Room-Temperature All-Liquid-Metal Batteries Based on Fusible Alloys with Regulated Interfacial Chemistry and Wetting // Adv. Mater. 2020. Vol. 32, 2002577. https://doi.org/10.1002/adma.202002577
6. IEC 61960-3:2017 Secondary cells and batteries containing alkaline or other non-acid electrolytes — Secondary lithium cells and batteries for portable applications. Part 3: Prismatic and cylindrical lithium secondary cells and batteries made from them. Дата введения 2017-02-07. 46 с.
7. COMSOL Multiphysics [электронный ресурс]. URL: https://www.comsol.com (дата обращения: 31.08.2025).
8. *Menter F*. Two-Equation Eddy-Viscosity Turbulence Models for Engineering Applications // AIAA Journal. 1994. Vol. 32 (8). P. 1598–1605.
9. *Teplyakov I., Vinogradov D., Ivochkin Yu. et al*. Applicability of different MHD approximations in electrovortex flow simulation // Magnetohydrodynamics. 2018. Vol. 54 (4). http://dx.doi.org/10.22364/mhd, (0024-998X).
10. *Kharicha A., Al-Nasser M., Barati H. et al*. Tornados and cyclones driven by Magneto-hydrodynamic forces // European Journal of Mechanics — B/Fluids. 2022. Vol. 94. P. 90–105. https://doi.org/10.1016/j.euromechflu.2022.02.001.

ОПТИМИЗАЦИЯ ГЕОМЕТРИИ РАДИАТОРА ОХЛАЖДЕНИЯ ЭЛЕКТРОННЫХ КОМПОНЕНТОВ ДЛЯ УСИЛЕНИЯ ТЕПЛОМАССООБМЕНА В ТУРБУЛЕНТНОМ ПОТОКЕ

Е. С. Попов[a], П. В. Краузин[b]
[a]ООО "Инверсия-Сенсор",
614002, Пермь, 25 Октября, 106
[b]Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614990, Пермь, Букирева, 15

В работе рассматривается задача повышения эффективности теплоотвода в электронных устройствах путем оптимизации геометрии радиатора охлаждения. Для решения задачи применены методы топологической оптимизации и численного моделирования тепломассопереноса. Определена оптимальная геометрия радиатора, обеспечивающая баланс между высокой эффективностью теплоотвода и минимальным использованием материала. Проведено сравнение тепловых характеристик оптимизированного радиатора с пластинчатым аналогом одинаковых габаритов. Результаты численного моделирования демонстрируют значительное снижение термического сопротивления оптимизированной конструкции по сравнению со стандартным многолучевым радиатором.

Ключевые слова: радиатор охлаждения; тепломассоперенос; топологическая оптимизация

OPTIMIZATION OF THE GEOMETRY OF THE HEAT SINK OF ELECTRONIC COMPONENTS TO ENHANCE HEAT TRANSFER IN A TURBULENT FLOW

E. S. Popov[a], P. V. Krauzin[b]
[a] "Inversion-Sensor" LLC,
106 October 25 St., 614002, Perm
[b]Perm State University,
15 Bukireva St., 614990, Perm

The paper considers the problem of increasing the efficiency of heat sink in electronic devices by optimizing the geometry of the cooling radiator. Methods of topological optimization and numerical modeling of heat and mass transfer are applied to solve the problem. The optimal geometry of the radiator has been determined, providing a balance between high heat sink efficiency and minimal material use. The thermal characteristics of an optimized radiator are compared with a plate-type equivalent of the same dimensions. The numerical simulation results demonstrate a significant reduction in the thermal resistance of the optimized design compared to a standard multipath radiator.

Keywords: heat sink; heat and mass transfer; topology optimization

© Попов Е.С., Краузин П.В., 2025

Введение

Высокая плотность компоновки электронных компонентов приводит к значительному тепловыделению и снижению надежности систем. Существующие радиаторы охлаждения эффективны, однако современные методы моделирования и оптимизации позволяют получить более сложные и эффективные геометрии. Целью работы является применение методов топологической оптимизации для разработки высокоэффективного радиатора охлаждения.

Постановка задачи

Топологическая оптимизация

Основываясь на стандартной модели теплоотдачи радиатора [1], рассмотрим цельную цилиндрическую модель размерами 1.5x1.5 см, перейдем к задаче оптимизации геометрии радиатора и для простоты ограничимся радиально симметричной постановкой (рис. 1).

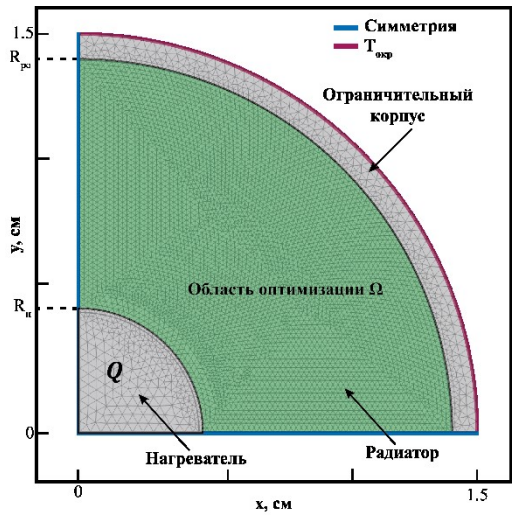


Рис. 1. Геометрия задачи и граничные условия для цилиндрического радиатора

В центре детали находится нагреватель с постоянным выделением тепла Q. Размеры области оптимизации Ω ограничены радиусом радиатора $R_н$ и радиусом радиатора охлаждения $R_{ро}$. К внешней границе задан ограничительный корпус, который необходим для рассеивания избыточного тепла и более корректного решения задачи оптимизации. На внешней границе установлена температура окружающей среды $T_{окр}$.

Решается стандартная нелинейная задача оптимизации [2]:

$$\text{Минимизировать: } f_0(x)$$
$$\text{При условии: } 0 \leqslant \int_{\Omega} \theta(x)d\Omega \leqslant \gamma A, \qquad (1)$$

где f_0 целевая функция, которая определена ниже, A – площадь области оптимизации, γ – объемная доля твердого тела. Условие оптимизации определяет ограничения распределение материала в области Ω. В ней оптимизационная область разбивается на конечные элементы, и каждому элементу присваивается плотность материала θ. При θ = 1 область заполняется твердым телом, при θ = 0 пространство заполняется воздухом.

Распределение температуры ищется из решения стационарного уравнения теплопроводности:

$$-\nabla \cdot (k(\theta)\nabla T) = Q, \tag{2}$$

где $k(\theta) = (k_s - k_{air}) \cdot \theta^n + k_{air}$ – теплопроводность материала как функция от θ, k_s – теплопроводность твердого тела (алюминия), k_{air} – теплопроводность воздуха, $k_s \gg k_{air}$, n – параметр детализации, T – температура, Q – объемное тепловыделение.

В рамках оптимизации стоит задача минимизации целевой функции f_0, которая состоит из двух слагаемых:

$$f_0 = (1-q)\int_\Omega k(\theta)(\nabla T)^2 d\Omega + q\frac{h_0 h_{max}}{A}\int_\Omega |\nabla\theta(x)|^2 d\Omega. \tag{3}$$

где h_0 – определяющий толщину ветвящиеся структуры, h_{max} – фактический размер элемента стеки. Для уравновешивания вкладов вводится весовой коэффициент q. Первое слагаемое отвечает за максимизацию эффективности теплопередачи, второе слагаемое учитывает ограничение на геометрию особенности, оно также связано с аддитивным производством.

Численное моделирование теплообмена радиаторов охлаждения

После решения оптимизационной задачи выбрана оптимальная геометрия радиатора при параметрах n = 7 и q = 0.1. Для сравнения результатов выбран стандартный пластинчатый радиатор охлаждения с аналогичной массой 11 грамм и высотой. 12.7 мм, и площадь опорной площадки 30х30 мм (рис.2).

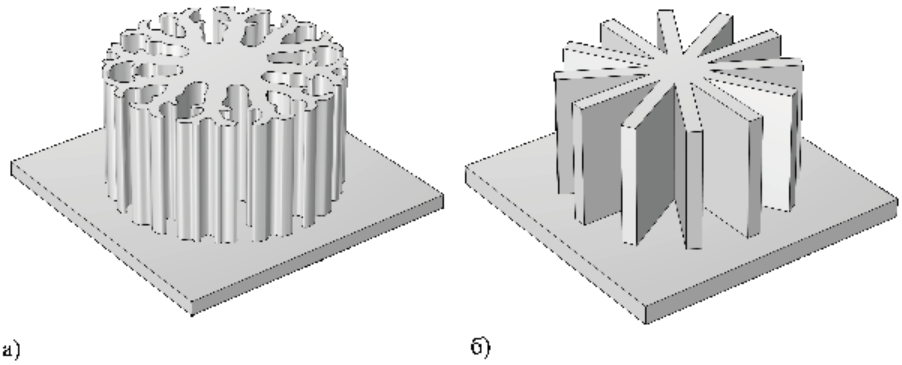


Рис. 2. а) – Оптимизационный радиальный радиатор охлаждения, б) – стандартный пластинчатый радиатор охлаждения

На рис. 3 представлена полная трехмерная модель для определения тепловых характеристик радиатора охлаждения.

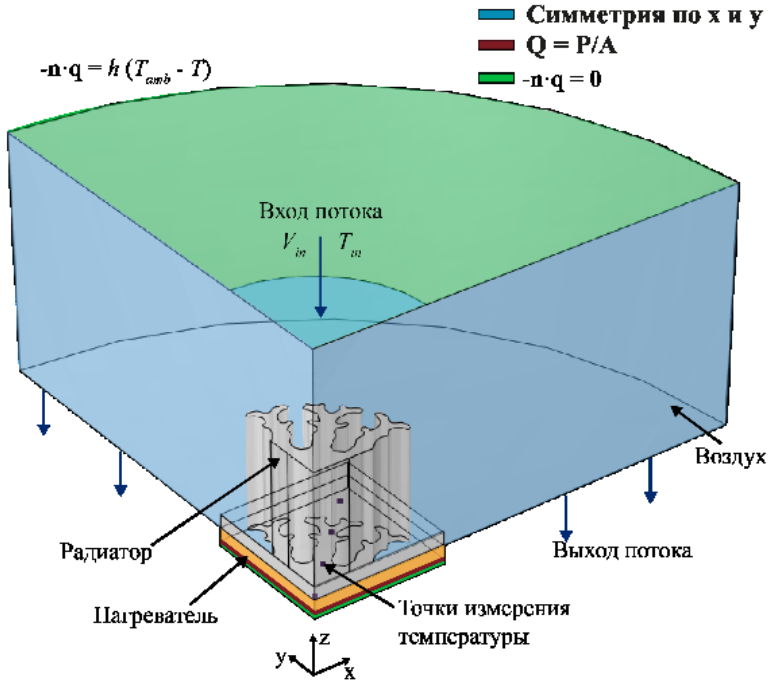


Рис. 3. Постановка задачи и граничные условия для трехмерного расчета, а также конструкции двух радиаторов охлаждения

Геометрия области представляет собой цилиндрический канал, в центре которого расположен нагреватель с радиатором охлаждения. Весь объем канала заполнен воздухом. На входную плоскость подается воздух со скоростью v_{in} и температурой T_{in}. Воздушный поток проходит через область соприкосновения с радиатором и выходит через нижнюю плоскость канала в окружающую среду. На боковой стенке канала задается взаимодействие с окружающей средой через условие Ньютона-Рихмана. На плоскости между радиатором и нагревателем задается условие Неймана. Задача рассматривается симметричной по осям X и Y. На нагреватель задан материал из меди, на радиаторы задан алюминий.

Для расчета тепловых характеристик системы решались уравнения теплопереноса и основные уравнения гидродинамики [3].

Эффективность радиатора оценивалась по величине термосопротивления [4]:

$$R = \frac{T_{base} - T_{in}}{Q_{tot}}, \tag{4}$$

где T_{base} – средняя температура поверхности радиатор-нагревателей, T_{in} – температура воздушного потока над радиатором, Q_{tot} –полная мощность

нагрева. Сравнение характеристик двух радиаторов проходили при одинаковой мощности нагрева *p*.

Задачи решались методом конечных элементов в программном пакете физического моделирования COMSOL Multiphysics.

Результаты

Результаты топологической оптимизации

На рис.3 представлены поле температуры, поле распределения материала и итоговая геометрия радиатора охлаждения радиально симметричной постановки.

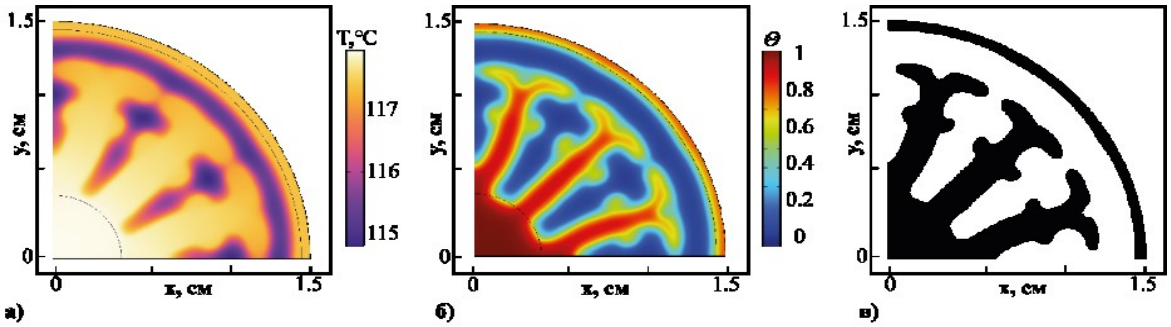


Рис. 4. а) – Поле температуры, б) – распределение материала в оптимизационной области, в) – геометрия радиатора охлаждения в радиально симметричной постановке при n = 7 и q = 0.1

На данном графике выбрана оптимальная геометрия радиатора охлаждения. Полученная структура выбрана в отличительных показателях по сравнению с другими структурами. Так как такое решение технологически возможно в производстве с применением аддитивных технологий и более подходящая для сравнительного анализа с аналогичными представителями.

Результаты численного моделирования теплообмена

Для сравнения тепловых характеристик обоих исследуемых радиаторов, построен график термосопротивления промышленной конструкции с оптимальной оптимизационной геометрией.

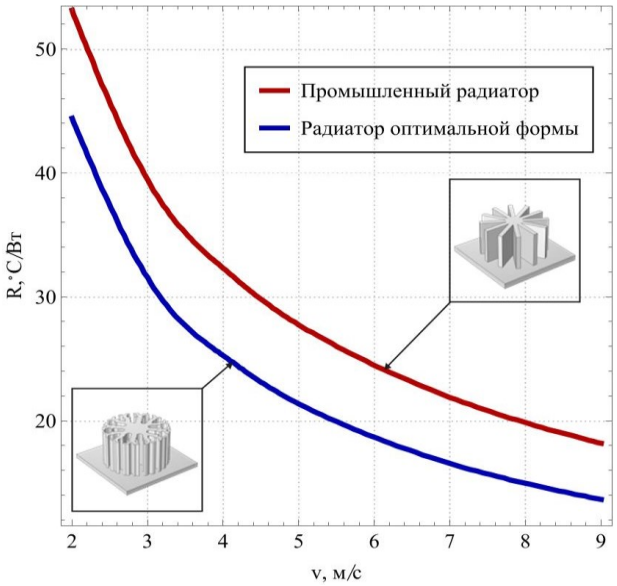


Рис. 5. Зависимость термосопротивления двух конструкций от скорости обдува при мощности нагрева p = 1 Вт

На данном графике хорошо видно, как отличаются друг от друга представленные зависимости термосопротивлений. Стоит отметить, что радиатор оптимальной формы отличается от показаний промышленного радиатора примерно в 1.2 раза.

Заключение

В ходе выполнения исследования проведена оптимизация геометрии радиатора охлаждения электронных компонентов с использованием методов топологической оптимизации, численного моделирования. Основной целью исследования являлось повышение эффективности теплоотвода при сохранении минимального использования материала и технологической реализуемости конструкции. Результаты работы продемонстрировали преимущество оптимизированного радиатора по сравнению с промышленным аналогом, что подтверждено численными расчетами. Результаты полной трехмерной задачи показали преимущества оптимальной конструкции по сравнению с промышленным пластинчатым представителем. При используемой мощности нагрева в p = 1 Вт и средней скорости обдува активного охлаждения v = 5 м/с, термосопротивление оптимальной геометрии радиатора R = 22 °C/Вт. При сравнении с промышленным радиатором отношения термосопротивления отличаются в 1.2 раза. Тем самым из полученных результатов можно сказать, что оптимизированные радиаторы при одинаковых условиях эксплуатации обладают существенными преимуществами по сравнению с промышленными представителями.

Список литературы

1. *Bergman T. L.* Fundamentals of heat and mass transfer. – John Wiley & Sons, 2011.
2. *Lange F. et al.* Numerical optimization of active heat sinks considering restrictions of selective laser melting //COMSOL Conference 2018. 2018. P. 1–7.
3. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теоретическая физика. Т. 6. Гидродинамика. М.: Наука, 1986. 736 с
4. *Dede E. M., Joshi S. N., Zhou F.* Topology optimization, additive layer manufacturing, and experimental testing of an air-cooled heat sink //Journal of Mechanical Design. 2015. Vol. 137 (11).

НЕЛИНЕЙНЫЕ РЕЖИМЫ КОНВЕКЦИИ БИНАРНЫХ СМЕСЕЙ С ЭФФЕКТОМ СОРЕ В ПЛОСКИХ СЛОЯХ С ГРАНИЦАМИ МАЛОЙ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

С. А. Прокопьев
Институт механики сплошных сред УрО РАН,
614013, Пермь, Академика Королева, 1

Проведено исследование трехмерных режимов термоконцентрационной конвекции бинарной смеси с учетом эффекта Соре в плоском горизонтальном слое и вытянутой прямоугольной полости. На твердых непроницаемых границах задано условие постоянного теплового потока, что моделирует случай, когда теплопроводность окружающих стенок существенно превышает теплопроводность жидкости. Исследование включает линейный анализ устойчивости механического равновесия и прямое численное моделирование. Определены критические параметры, характеризующие возникновение конвективной неустойчивости, и изучены нелинейные режимы конвекции, возникающие выше порога возникновения конвекции.

Ключевые слова: конвекция; термодиффузия

NONLINEAR CONVECTION REGIMES OF BINARY MIXTURES WITH THE SOPE EFFECT IN PLANE LAYERS WITH LOW THERMAL CONDUCTIVITY BOUNDARIES

S. A. Prokopev
Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS,
1 Academician Korolev St., 614013, Perm

The three-dimensional modes of thermal concentration convection of a binary mixture are studied taking into account the Soret effect in a flat horizontal layer and an elongated rectangular cavity. A constant heat flux condition is specified on solid impermeable boundaries, which models the case when the thermal conductivity of the surrounding walls significantly exceeds the thermal conductivity of the liquid. The study includes a linear analysis of the stability of mechanical equilibrium and direct numerical modeling. Critical parameters characterizing the occurrence of convective instability are determined, and nonlinear convection modes arising above the convection threshold are studied.

Keywords: convection; thermal diffusion

В работе исследуются трехмерные режимы конвекции бинарной смеси в плоском горизонтальном слое и вытянутой в горизонтальных направлениях прямоугольной полости с твердыми непроницаемыми для вещества границами с заданным тепловым потоком, что физически соответствует области, в которой теплопроводность твердых окружающих жидкость стенок много больше, чем теплопроводность самой жидкости. При этом

© Прокопьев С.А., 2025

учитывается эффект термодиффузии (эффект Соре). Задача решается в приближении Буссинеска. Проводятся линейный анализ устойчивости механического равновесия и прямое численное моделирование.

Исследование термоконцентрационной конвекции в многокомпонентных смесях с учетом эффекта Соре представляет значительный интерес для современной науки и инженерных приложений. Особую актуальность эта проблема приобретает в условиях, когда жидкость окружена твердыми массивами с низкой теплопроводностью, что характерно для таких важных приложений, как миграция углеводородов в горных породах и использование современных теплоизоляционных материалов [1,2].

В отличие от хорошо изученных случаев с границами высокой теплопроводности, где оправданы граничные условия Дирихле, конфигурация с низкопроводящими окружающими массивами приводит к необходимости постановки условий на тепловой поток (т.е. условия фон Неймана для производной температуры) [3]. Конфигурацию с заданным тепловым потоком можно считать хорошо изученной для однокомпонентных жидкостей [4, 5], однако для смесей задача является значительно менее изученной, особенно для многокомпонентных смесей с учетом термодиффузии (эффект Соре), который приводит к сложным нелинейным взаимодействиям тепловых и диффузионных потоков [6, 7]. Результаты исследования позволят углубить теоретические представления о процессах тепло- и массопереноса в природных и техногенных системах и усовершенствовать модели для прогнозирования в нефтегазовой отрасли и других областях.

Для исследования поведения бинарных жидкостей с эффектом Соре используется система уравнений Навье-Стокса в приближении Буссинеска, а также уравнения теплопроводности и уравнение диффузии с учетом термодиффузии:

$$\frac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial \mathrm{t}} + \boldsymbol{v}\nabla\boldsymbol{v} = -\nabla \mathrm{p} + \nabla^2\boldsymbol{v} + \frac{\mathrm{Ra}}{\mathrm{Pr}}(\mathrm{T} + \mathrm{C}) \cdot \boldsymbol{\gamma}, \tag{1}$$

$$\mathrm{div}\, \boldsymbol{v} = 0, \tag{2}$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \boldsymbol{v}\nabla T = \frac{1}{\mathrm{Pr}}\nabla^2 T, \tag{3}$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \boldsymbol{v}\nabla \mathrm{C} = \frac{1}{\mathrm{Sc}}(\nabla^2 C - \psi\nabla^2 T). \tag{4}$$

Здесь $\boldsymbol{v}, T, C, p -$ безразмерные скорость, температура, концентрация и давление. $\mathrm{Pr} = \nu/\chi$ – число Прандтля, $\mathrm{Sc} = \nu/D$ – число Шмидта, $\mathrm{Ra} = g\beta_{\mathrm{T}}\Delta T h^3/\nu\chi$ – число Релея, $\boldsymbol{\gamma}$ – вектор, направленный вдоль силы тяжести. Величины ν, χ, D – коэффициенты кинематической вязкости,

температуропроводности и диффузии соответственно. Параметр $\psi = \beta_C D_T / \beta_T D$ – отношение разделения, которое характеризует эффект термодиффузии. Коэффициенты β_T, β_C – соответственно коэффициенты теплового и концентрационного расширения, D_T – коэффициент термодиффузии.

Граничные условия для плоского горизонтального слоя, соответствующие условиям малой теплопроводности границ, записываются в следующем виде:

$$y = 0.1: \ \boldsymbol{v} = 0, \ \frac{\partial T}{\partial y} = -1, \ \frac{\partial C}{\partial y} - \psi \frac{\partial T}{\partial y} = 0. \qquad (5)$$

Ранее было показано [8] в линейном анализе устойчивости в плоской двумерной задаче, что наиболее опасными являются длинноволновые моды. Результаты трехмерного численного моделирования нелинейной конвекции подтверждают ранее полученные данные. Установлено, что в установившемся режиме формируется структура из двух соседних конвективных валов с противоположной циркуляцией, что соответствует возмущению с максимальной длиной волны, т.е. длинноволновой неустойчивости.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (грант 25-71-00038).

Список литературы

1. *Губкин И. М.* Учение о нефти. — Москва : Наука, 1975. 387 с.
2. *Horai K.* Thermal conductivity of rock-forming minerals // Journal of Geophysical Research. 1971. Vol. 76. P. 1278–1308.
3. *Гершуни Г. З., Жуховицкий Е. М.* Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. — Москва : Наука, 1972. — 392 с.
4. *Гетлинг А.В.* Конвекция Рэлея-Бенара. Структуры и динамика, М: Эдиториал УРСС, 1999 - 248 С.
5. *Busse F. H., Riahi N.* Nonlinear convection in a layer with nearly insulating boundaries // Journal of Fluid Mechanics. 1980. Vol. 96. P. 243–256.
6. *Shevtsova V., Melnikov D., Mialdun A., Legros J. C.* Development of convection in binary mixture with Soret effect // Microgravity Sci. Technol. 2006. Vol. 18. P. 38–41.
7. *Рыжков, И. И.* Термодиффузия в смесях: уравнения, симметрии, решения и их устойчивость / Рос. акад. наук, Сиб. отд-ние, Ин-т вычислительного моделирования. — Новосибирск : Издательство СО РАН, 2013. — 200 с.
8. *Lyubimova T.P., Sadilov E.S., Prokopev S.A.* Onset of Soret-induced convection in a horizontal layer of ternary fluid with fixed vertical heat flux at the boundaries // The European Physical Journal E. 2017. Vol. 40. P. 15.

ТОЧНЫЕ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ ГИДРОДИНАМИКИ НЬЮТОНОВСКИХ И РЕОЛОГИЧЕСКИХ НЕСЖИМАЕМЫХ СРЕД

Е. Ю. Просвиряков[a,b]
[a]Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б.Н. Ельцина
620002, Екатеринбург, ул. Мира, 19
[b]Институт машиноведения имени Э.С. Горкунова УрО РАН
620049, Екатеринбург, ул. Комсомольская, 34

Анализируются классы решений уравнений Навье-Стокса для ньютоновских жидкостей, дается физическое применение полученных точных решений. Особое внимание уделено сдвиговым течениям жидкости в различных силовых полях. Было показано, что переопределенная система уравнений после редукции уравнений движения жидкости имеет нетривиальные точные решения, описывающие неоднородные течения вертикально завихренной жидкости вне поля Кориолиса. Эти решения описывают противотечения и усиление скоростей внутри слоя в сравнении с граничными условиями. Обсуждаются области применения полученных точных решений и направления дальнейшего построения классов точных решений уравнений гидродинамики. Эти результаты нашли свое применение для описания неоднородных однонаправленных и сдвиговых течений, а также трехмерных потоков. Кроме того, было показано существование нового класса точных решений уравнений Навье-Стокса с нелинейной зависимостью поля скоростей от части координат для описания вязких несжимаемых многослойных и многокомпонентных жидкостей с учетом диссипативной функции Рэлея.

Ключевые слова: точное решение, класс Линя-Сидорова-Аристова, ньютоновская жидкость, микрополярная жидкость, диссипативная функция Рэлея

EXACT SOLUTIONS OF THE EQUATIONS OF HYDRODYNAMICS OF NEWTONIAN AND RHEOLOGICAL INCOMPRESSIBLE CONTINUUM

E. Yu. Prosviryakov[a,b]
[a]Ural Federal University,
19 Mire St., 620002 Ekaterinburg
[b]Institute of Engineering Science, Ural Branch of the Russian Academy of Sciences,
34 Komsomolskaya St., 620049, Ekaterinburg

Classes of solutions of the Navier-Stokes equations for Newtonian fluids are analyzed, and physical application of the obtained exact solutions is given. Particular attention is paid to shear flows of fluid in various force fields. It was shown that the overdetermined system of equations after reduction of the equations of fluid motion has nontrivial exact solutions describing inhomogeneous flows of a vertically vortex fluid outside the Coriolis field. These solutions describe counterflows and velocity amplification inside the layer in comparison with the boundary conditions. The fields of application of the obtained exact solutions and directions for further construction of classes of exact solutions of hydrodynamic equations are discussed. These results have found application

© Просвиряков Е.Ю., 2025

for description of inhomogeneous unidirectional and shear flows, as well as three-dimensional flows. In addition, the existence of a new class of exact solutions of the Navier-Stokes equations with a nonlinear dependence of the velocity field on part of the coordinates for description of viscous incompressible multilayer and multicomponent fluids taking into account the Rayleigh dissipative function was shown.

Keywords: exact solution, Lin-Sidorov-Aristov class, Newtonian fluid, micropolar fluid, Rayleigh dissipative function

Интегрирование уравнений для описания трехмерного движения вязкой несжимаемой жидкости является нерешенной задачей в мировой науке [1, 2]. На рубеже тысячелетий и веков задача об интегрировании трехмерных уравнений движений вязкой несжимаемой жидкости получила название — Шестая проблема тысячелетия [1, 2]. К настоящему моменту можно констатировать, что нет уверенности в существовании единственности решения трехмерных начально-краевых задач математической и вычислительной гидродинамики. Тем не менее, начиная с момента вывода уравнений гидродинамики ее отцом Эйлером были начаты систематические исследования по аналитическому интегрированию [1, 2]. Эйлером были проанализированы в точной постановке уравнения идеальной жидкости в классе многочленов до пятой степени включительно. Именно эти пионерские результаты заложили неослабевающий напор исследований по аналитическому интегрированию.

В современной гидродинамике все больше возрастает роль точных решений уравнений Навье-Стокса и его различных модификаций для несжимаемых жидкостей [1, 2]. Конвективное перемешивание однородных и неоднородных по составу жидкостей в различных силовых полях (тепловое, магнитное, электромагнитное, вибрационное) реализуется во многих технологических и природных процессах и технических устройствах.

Подавляющее большинство исследований течений жидкостей основано на применении общепринятых уравнений Навье-Стокса, дополненных уравнением несжимаемости. Вывод уравнений Навье-Стокса основан на постулатах (гипотезах) ньютоновской механики континуальных сред, каждая частица которых рассматривается как материальная точка. Заменяя представительный объем («жирная» точка) сплошной среды материальной точкой.

Многие гидродинамические исследования явлений переноса импульса в сложных средах основываются на изучении гидродинамической устойчивости (неустойчивости) однородных однонаправленных потоков для различных классов возмущений фонового течения. Такой подход, используемый на протяжении последних ста тридцати лет, формирует устойчивую уверенность, что аналитические методы играют только методическую роль. Иными словами, для исследования многомерных течений жидкостей должны использоваться методы вычислительной

гидродинамики, для которых в настоящее время используют математические основы искусственного интеллекта и машинное обучение.

Для формирования обучающей выборки можно использовать не только дискретный набор больших данных, анализируемый многомерной статистикой, но и континуальный способ обучения выборки посредством использования формул для описания гидродинамических полей с последующим табулированием. Таким образом, проблема нахождения и построения новых классов точных решений уравнений гидродинамики необходима как для теоретических и экспериментальных исследований, так и для построения высокоэффективных численных методов механики жидкости с использованием алгоритмов обработки больших объемов данных.

Построение классов точных решений для описания конвективных потоков тепловой и диффузионной природы в магнитных полях было осуществлено на основе семейства Линя-Сидорова-Аристова (линейная зависимость поля скоростей от двух пространственных координат) [1, 2]:

$$V_1 = U(x_3,t) + u_1(x_3,t)x_1 + u_2(x_3,t)x_2,$$

$$V_2 = V(x_3,t) + v_1(x_3,t)x_1 + v_2(x_3,t)x_2,$$

$$V_3 = W(x_3,t).$$

Аналогичная функциональная зависимость имеет место для определения магнитного поля:

$$H_1 = A(x_3,t) + a_1(x_3,t)x_1 + a_2(x_3,t)x_2,$$

$$H_2 = B(x_3,t) + b_1(x_3,t)x_1 + b_2(x_3,t)x_2,$$

$$V_3 = w(x_3,t).$$

Давление, температура и концентрация соответственно описываются квадратичными формами:

$$P = P_0(x_3,t) + P_1(x_3,t)x_1 + P_2(x_3,t)x_2 + P_3(x_3,t)x_1^2 + P_4(x_3,t)x_1x_2 + P_5(x_3,t)x_2^2,$$

$$T = T_0(x_3,t) + T_1(x_3,t)x_1 + T_2(x_3,t)x_2 + T_3(x_3,t)x_1^2 + T_4(x_3,t)x_1x_2 + T_5(x_3,t)x_2^2,$$

$$C = C_0(x_3,t) + C_1(x_3,t)x_1 + C_2(x_3,t)x_2 + C_3(x_3,t)x_1^2 + C_4(x_3,t)x_1x_2 + C_5(x_3,t)x_2^2.$$

Было показано, что применение класса точных решений Линя-Сидорова-Аристова, обладающего большим функциональным произволом, позволяет редуцировать уравнения магнитной гидродинамики к системе уравнений типа теплопроводности и градиентных уравнений.

Кроме того, семейство Линя-Сидорова-Аристова может применяться для описания диссипации энергии по закону Рэлея [3]:

$$Q = \frac{\eta}{2}\sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{3}\left(\frac{\partial V_i}{\partial x_j} + \frac{\partial V_j}{\partial x_i}\right)^2.$$

Полученные точные решения могут являться основой для обучающих выборок с целью исследования нелинейных диссипативных процессов в неоднородных по составу жидкостей (многослойные, многокомпонентные среды). Данные результаты описывают существенно нелинейную стратификацию гидродинамических полей с противотечениями, усилением скоростей и точками покоя. Отметим, что в настоящее время начинаются использоваться классы точных решений, обобщающие семейство Линя-Сидорова-Аристова, для поля скоростей с нелинейной зависимостью от части координат [4-6]:

$$V_1 = U(x_3,t) + u_1(x_3,t)x_1 + u_2(x_3,t)x_2 + u_3(x_3,t)x_1^2 + u_4(x_3,t)x_1x_2 + u_5(x_3,t)x_2^2,$$

$$V_2 = V(x_3,t) + v_1(x_3,t)x_1 + v_2(x_3,t)x_2 + v_3(x_3,t)x_1^2 + v_4(x_3,t)x_1x_2 + v_5(x_3,t)x_2^2,$$

$$V_3 = W(x_3,t) + W_1(x_3,t)x_1 + W_2(x_3,t)x_2.$$

Отметим, что предложенные точные решения могут быть полезными при описании изотермических и конвективных течений микрополярных жидкостей [7-9].

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (код проекта 25–29–00339).

Список литературы

1. *Ershkov S. V. , Prosviryakov E. Y., Burmasheva N. V., Christianto V.* Towards understanding the algorithms for solving the Navier-Stokes equations // Fluid Dynamics Research. 2021. Vol. 53 (4). P. 044501. DOI 10.1088/1873-7005/ac10f0. – EDN ICXFMY.
2. *Ershkov S. V. , Prosviryakov E. Y., Burmasheva N. V., Christianto V.* Solving the Hydrodynamical System of Equations of Inhomogeneous Fluid Flows with Thermal Diffusion: A Review // Symmetry. 2023. Vol. 15 (10). P. 1825. – DOI 10.3390/sym15101825. – EDN NLVEBF.
3. *Goruleva, L. S., Prosviryakov E. Y.* A New Class of Exact Solutions to the Navier–Stokes Equations with Allowance for Internal Heat Release // Optics and Spectroscopy. 2022. Vol. 130 (6). P. 365-370. DOI 10.1134/s0030400x22070037. – EDN WBVTNZ.
4. *Просвиряков, Е. Ю.* Новый класс точных решений уравнений Навье–Стокса со степенной зависимостью скоростей от двух пространственных координат // Теоретические основы химической технологии. 2019. Т. 53. № 1. С. 112-120. – DOI 10.1134/S0040357118060118. – EDN YUBEAX.
5. *Привалова В. В.*, *Просвиряков, Е. Ю.* Новый класс точных решений уравнений Обербека–Буссинеска, описывающих несжимаемую

жидкость // Теоретические основы химической технологии. 2022. Т. 56. № 3. С. 337-344. – DOI 10.31857/S0040357122030113. – EDN UNEGTV.
6. *Зубарев Н. М., Просвиряков, Е. Ю.* О точных решениях для слоистых трехмерных нестационарных изобарических течений вязкой несжимаемой жидкости // Прикладная механика и техническая физика. 2019. Т. 60. № 6(358). С. 65-71. – DOI 10.15372/PMTF20190607. – EDN ZHJNLJ.
7. *Baranovskii E.S. Burmasheva N.V. Prosviryakov E.Yu.* Exact solutions to the Navier-Stokes equations with couple stresses // Symmetry-Basel. 2021. Vol. 13 (8). Article ID 1355.
8. *Baranovskii E. S., Ershkov S. V. , Prosviryakov E. Y* Mathematical analysis of steady non-isothermal flows of a micropolar fluid // Nonlinear Analysis: Real World Applications. 2025. Vol. 84. P. 104294. DOI 10.1016/j.nonrwa.2024.104294. – EDN RLNDEQ.
9. *Baranovskii E. S., Ershkov S. V. , Prosviryakov E. Y., Yudin A. V.* Exact Solutions to the Oberbeck–Boussinesq Equations for Describing Three-Dimensional Flows of Micropolar Liquids // Symmetry. 2024. Vol. 16 (12). P. 1669. – DOI 10.3390/sym16121669. – EDN LKNRYW.

ГИСТЕРЕЗИС РЕЖИМОВ ВИБРАЦИОННОЙ КОНВЕКЦИИ В ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ СЛОЕ В УСЛОВИЯХ НЕВЕСОМОСТИ

В. А. Рачев[a], А. Н. Шарифулин[a], Т. П. Любимова[b]
[a]Пермский национальный исследовательский
политехнический университет,
614990, Пермь, Комсомольский пр., 29
[b]Институт механики сплошных сред УрО РАН,
614013, Пермь, Академика Королева, 1

Численно методом конечных разностей исследовано влияние плавного циклического изменения вибрационного числа Грасгофа на структуру и устойчивость осредненного течения вязкой несжимаемой жидкости в цилиндрическом слое с отношением радиуса внешнего цилиндра к радиусу внутреннего 2, 5/3 и 3/2. Слой совершает перпендикулярные вибрации вдоль фиксированного направления, его границы полагаются твердыми и изотермическими, с заданным перепадом температур. Расчеты, проведенные в интервале вибрационных чисел Грасгофа до 10^5 для значений числа Прандтля 0.7 (воздух), 7 (вода) и 14 (трансформаторное масло), показали, что перестройки структуры многовихревых осредненных течений в слое происходят гистерезисным образом и приводят к кризису теплопередачи. Глубина гистерезиса существенно зависит от значения числа Прандтля.

Ключевые слова: тепловая конвекция; цилиндрический слой; вибрации; гистерезис

HYSTERESIS OF REGIMES OF VIBRATIONAL CONVECTION IN A CYLINDRICAL LAYER AT NON GRAVITY

V. A. Rachev[a], A. N. Sharifulin[a], T. P. Lubimova[b]
[a]Perm National Research Polytechnical University,
29 Komsomol Ave., 614990, Perm
[b]Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS,
1 Academician Korolev St., 614013, Perm

The effect of a smooth cyclic change in the vibrational Grashof number on the structure and stability of the average flow of viscous incompressible fluid in an annuli with a ratio of the outer cylinder radius to the inner cylinder radius of 2, 5/3, and 3/2 was studied numerically by the finite difference method. The annuli performs perpendicular vibrations along a fixed direction, its boundaries are assumed to be solid and isothermal, with a given temperature difference. Calculations carried out in the range of vibrational Grashof numbers up to 10^5 for Prandtl numbers 0.7 (air), 7 (water) and 14 (transformer oil) showed that rearrangements of the structure of multivortex averaged flows in a layer can occur in a hysteretic manner and lead to a heat transfer crisis. The depth of the hysteresis significantly depends on the value of the Prandtl number.

Keywords: thermal convection; annuli; vibrations; hysteresis

© Рачев В.А., Шарифулин А.Н., Любимова Т.П., 2025

Введение

Изучение вибрационной конвекции в цилиндрических слоях актуально в связи с технологическими экспериментами, как в земных условиях, так и в условиях орбитальных станций [1]. Теоретическое изучение вибрационной конвекции в цилиндрическом слое начато в работах [2, 3]. В этих работах рассмотрена вибрационная конвекция в условиях невесомости в зазоре между нагретыми до различной температуры изотермическими цилиндрами для значения числа Прандтля $\mathrm{Pr}=1$. Жидкостей и газов с таким значением числа Прандтля не существует, поэтому в настоящей работе рассмотрены числа Прандтля, равные 0.7, 7 и 14, что соответствует воздуху, воде и трансформаторному маслу соответственно.

Постановка задачи

В настоящей работе рассматривается вибрационная тепловая конвекция жидкости с тепловой инверсий плотности в пространстве, заключенном между бесконечными коаксиальными цилиндрами. Введены декартова система координат (x,y,z) и цилиндрическая система координат $(r,\vartheta,\bar{z})$, связанная с декартовой соотношениями: $x=r\cos\vartheta$, $y=r\sin\vartheta$, $z=\bar{z}$, как показано на рисунке 1; $\boldsymbol{k}$ – единичный вектор, указывающий направление вибраций.

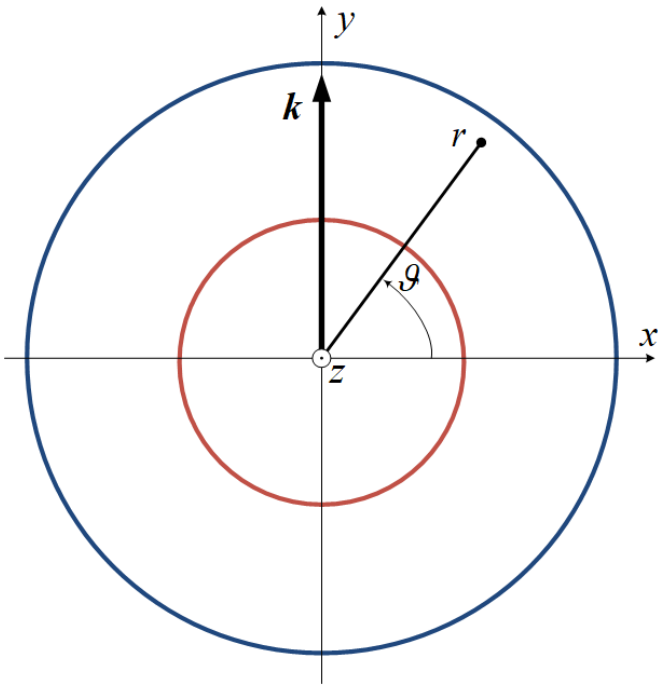


Рис. 1. Геометрическая постановка задачи

Радиусы цилиндров равны $r_1=A\cdot d$ и $r_2=(A+1)\cdot d$. На границах слоя, т.е. при $r=r_1$ и $r=r_2$ поддерживается постоянная температура T_1 и $T_2=T_1+\Theta$ соответственно, где Θ – перепад температур. Полость окружена массивом, температуропроводность которого много больше температуропроводности

жидкости χ. Коэффициент линейного расширения жидкости b и ее кинематический коэффициент вязкости ν постоянны.

Будем считать, что система, состоящая из цилиндров, привязанной к ним системы координат, а также жидкости совершает колебания с достаточно большой частотой. Поэтому для рассмотрения поведения жидкости используем уравнения вибрационной конвекции, хорошо обоснованные как теоретически, так и экспериментально. Скорость, температура и давление в системе координат, связанной с полостью, представляются в виде сумм двух слагаемых $\boldsymbol{v}+\boldsymbol{\eta}$, $T+\zeta$ и $p+\delta$, где $\boldsymbol{v}$, T и p — осредненные величины, медленно меняющиеся во времени, а $\boldsymbol{\eta}$, ζ и δ — пульсационные величины, осциллирующие с частотой ω.

Пусть жидкость совершает плоское движение, потому вместо осреднённой скорости можно ввести функцию тока ψ и завихренность ϕ, определённые в цилиндрической системе координат следующими соотношениями:

$$v_r = \frac{1}{r}\frac{\partial\psi}{\partial\vartheta},\ v_\vartheta = -\frac{\partial\psi}{\partial r},\ \varphi = (\mathrm{rot}\boldsymbol{v})_z .$$

Стационарные уравнения для осреднённых величин в цилиндрической системе координат в форме Гельмгольца, т.е. в терминах ψ, ϕ, T, в безразмерной форме запишутся в виде:

$$\begin{aligned}
&\boldsymbol{v}\nabla\varphi = \Delta\varphi + \mathrm{Gr_v}\left[\nabla\left(\boldsymbol{W}\cdot\boldsymbol{k}\right)\times\nabla T\right]_z;\\
&\boldsymbol{v}\nabla T = \frac{1}{\mathrm{Pr}}\Delta T;\\
&\nabla\cdot\boldsymbol{W} = 0;\\
&\Delta\boldsymbol{F} = (\boldsymbol{k}\times\nabla T);\\
&\Delta\psi + \varphi = 0;\\
&\Delta = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}r\frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial\vartheta^2}.
\end{aligned} \qquad (1)$$

В систему (1) входят безразмерные критерии подобия:

$$\mathrm{Gr_v} = \frac{1}{2}\left(\frac{a\beta\omega\Theta d}{\nu\chi}\right)^2,\ \mathrm{Pr} = \frac{\nu}{\chi}.$$

Здесь все величины безразмерные, Δ – оператор Лапласа, $\mathrm{Gr_v}$ – вибрационное число Грасгофа; Pr - число Прандтля; $\boldsymbol{W}$ - соленоидальная часть векторного поля $T\boldsymbol{k}$, имеющая смысл амплитуды пульсационной составляющей скорости, для нее введена функция тока $\boldsymbol{F}$. В качестве единиц расстояния, времени, скорости выбраны соответственно толщина зазора d,

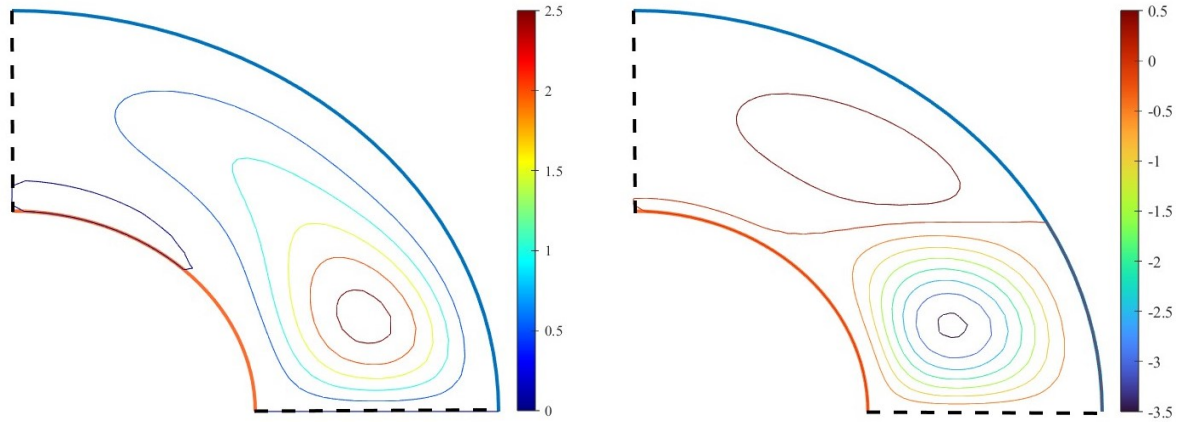
d^2/ν, ν/d. На поверхностях цилиндров должны выполняться граничные условия [2, 3]:

$$r = a,\ a+1:\ \psi = \frac{\partial \psi}{\partial r} = F = 0,\ T = 1{,}0. \qquad (2)$$

Решение задачи получалось методом сеток. Использовались итерационный метод решения стационарных уравнений [3] с 32 узлами по радиусу и 128 по угловой координате. Расчеты проведены для трех значений безразмерного радиуса внутреннего цилиндра $a = 1$, 1.5 и 2. Также варьировались числа Прандтля: проведены расчеты для воздуха ($\mathrm{Pr} = 0.7$), воды ($\mathrm{Pr} = 7$) и трансформаторного масла ($\mathrm{Pr} = 14$).

Результаты расчетов

Ввиду центральной симметрии распределения функции тока в исследуемой области, на рисунке 2 представлены картины двух устойчивых видов течений [2, 3] в первой четверти.



а) *б)*

Рис. 2. Два вида течений при $\mathrm{Pr} = 0.7$ *:*
а) $\mathrm{Gr_v} = 7220$*; б)* $\mathrm{Gr_v} = 7221$

При описанных выше условиях имеет место гистерезис при изменении вибрационного числа Грасгофа. Он связан с некой инертностью системы: переход от 4-вихревой структуры к 8-вихревой происходит при иных значениях $\mathrm{Gr_v}$, чем обратный переход. Это можно показать на графике зависимости максимального по модулю значения функции тока от вибрационного числа Грасгофа (см. рис. 3).

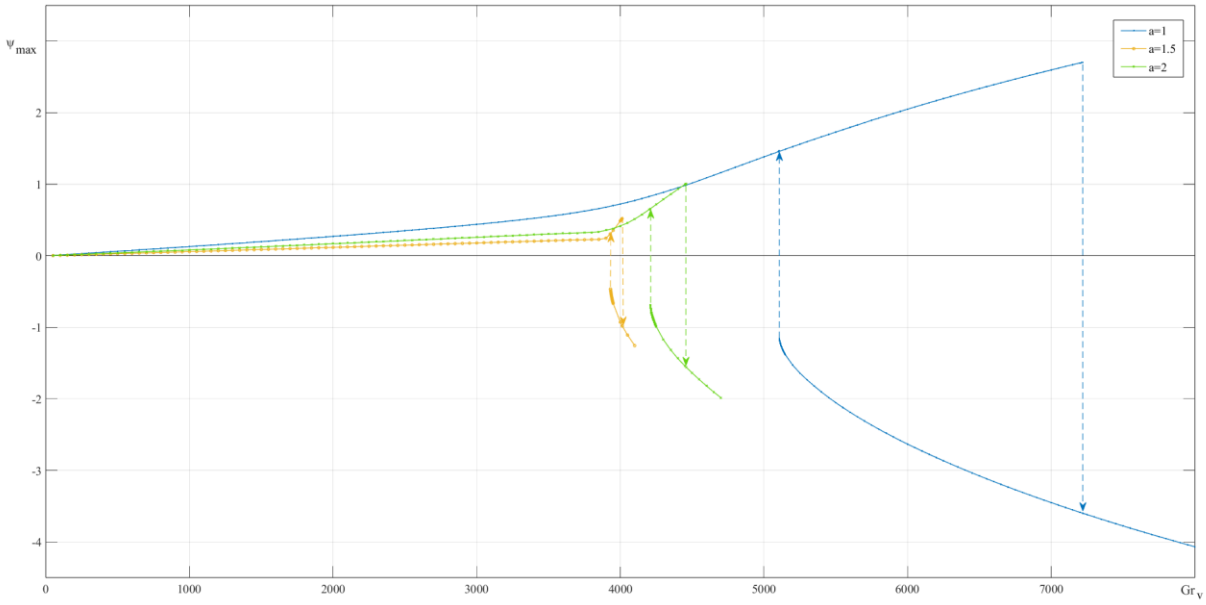


Рис. 3. Зависимость максимальной по модулю функции тока при различных радиусах цилиндров

На рисунке показаны два типа линий. Те, что находятся выше оси *x*, соответствует 4-вихревой структуре, а те, что ниже – 8-вихревой. Стрелками показаны переходы от одной структуры к другой.

Заключение

Получено, что смена режимов вибрационной конвекции может происходить гистерезисным образом. Глубина гистерезиса уменьшается при увеличении отношения радиусов и существенно уменьшается при увеличении числа Прандтля.

Список литературы

1. *Zyuzgin A.V., Putin G.F., Ivanova N.G., et al.,* Adv. Space Res. 2003. Vol. 32 (2). P. 205.
2. *Шарифулин А. Н.* Численное исследование конечноамплитудной вибрационной конвекции в цилиндрическом слое. В кн. Конвективные течения. Пермь: Пермск.пед. ин-т, 1983, с.102-107.
3. *Шарифулин, А. Н.* Вибрационная конвекция в цилиндрической полости в невесомости при произвольных ориентациях направления подогрева В кн. Конвективные течения. – Пермь: Пермск.пед. ин-т. 1981. С. 22– 29.

РЕШЕНИЕ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ОЦЕНКИ ПРИТОКОВ ВОДЫ В РЕКУ ИЗ НЕНАБЛЮДАЕМЫХ РАЙОНОВ С ПОМОЩЬЮ МОДЕЛИ СЕН-ВЕНАНА

С. В. Русаков, С. М. Черткова, А. А. Шайдулина
Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614990, Пермь, Букирева, 15

На крупных реках России имеется система гидропостов, в которых производится посуточный мониторинг уровня воды и расхода через сечение русла. Такие посты чаще всего расположены в десятках и даже сотнях километров друг от друга вдоль течения реки. Воды, поступающие в реку вдоль береговой линии между постами называемые «притоками из ненаблюдаемых районов» включают в себя грунтовые воды, малые реки и родники, талые весенние воды, водные стоки после дождей и т.п. В настоящей работе с помощью уравнений Сен-Венана производится оценка обсуждаемых притоков в реку Кама между гидропостами в п. Гайны и с. Бондюг, находящимися друг от друга в 120 километрах. При этом используются гидрологические данные за периоды 1972-1984 гг. и 2008-2015 гг. Полученные результаты подтверждают аккумулирующую роль болот, обеспечивающих питание рек водой.

Ключевые слова: математическое моделирование, гидрология, уравнения Сен-Венана, река Кама, численные методы, приток, неустановившееся движение воды.

SOLVING THE INVERSE PROBLEM OF ESTIMATING WATER INFLOWS INTO A RIVER FROM UNOBSERVED AREAS USING THE SAINT-VENANT MODEL

S. V. Rusakov, S. M. Chertkova, A. A. Shaidulina
Perm State University,
15 Bukireva St., 614990, Perm

On the major rivers of Russia, there is a system of hydraulic posts in which daily monitoring of water level and flow through the channel section is carried out. Such posts are most often located dozens or even hundreds of kilometers apart along the river. The waters entering the river along the shoreline between posts called "tributaries from unobserved areas" include groundwater, small rivers and springs, spring meltwater, runoff after rains, etc. In this paper, the Saint-Venant equations are used to estimate the discussed tributaries to the Kama River between the hydroposts in Gainy and C. Bondug, located 120 kilometers apart. The hydrological data for the periods 1972-1984 and 2008-2015 are used. The results obtained confirm the accumulating role of swamps, which provide rivers with water.

Keywords: mathematical modeling, hydrology, Saint-Venant equations, Kama River, numerical methods, tributary, unsteady movement of water

Неустановившееся движение воды – это движение, при котором все гидравлические элементы потока (расходы, скорости, площадь живого

© Русаков С.В., Черткова С.М., Шайдулина А.А., 2025

сечения и т.д.) изменяются во времени в каждом участке реки. Оно характерно для рек во время прохождения паводков и половодий [1].

В качестве математической модели описания процесса неустановившегося движения воды в русле можно использовать уравнения Сен-Венана, которые представляют собой дифференциальные уравнения в частных производных первого порядка по пространству и времени и включают в себя уравнение движения воды (1), уравнение неразрывности (2), начальные условия (3) и граничные условия на левой границе (4).

$$\frac{\partial V}{\partial t} + V \cdot \frac{\partial V}{\partial x} = g \cdot \left(i_0 - \frac{\partial h}{\partial x} - \frac{V^2}{W^2}\right) - \frac{q \cdot V}{\omega}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = q, \quad (2)$$

$$Q(x,0) = Q_*(x),\ H(x,0) = H_*(x), \quad (3)$$

$$Q(0,t) = Q_0(t),\ H(0,t) = H_0(t). \quad (4)$$

где x – протяженность по руслу, t – время, $Q(x,t)$ – расход воды, $H(x,t)$ – уровень воды, $h(x,t)$ – глубина реки, $\omega(x,t)$ – площадь поперечного сечения, $q(x,t)$ – производная бокового притока воды по x, g – ускорение свободного падения, $V = \frac{Q}{\omega}$ – средняя скорость движения воды, i_0 – уклон дна, $\frac{V^2}{W^2}$ – уклон трения, W – гидравлический коэффициент [2].

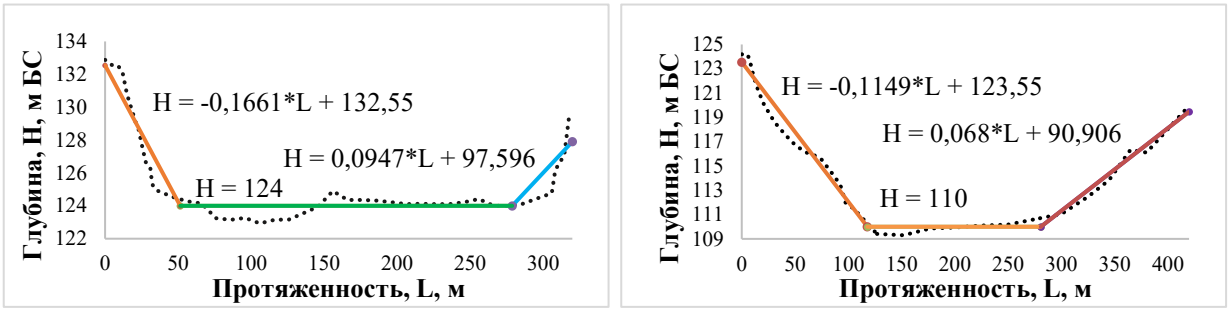
Прямой задачей расчета неустановившегося движения воды является получение зависимостей расхода $Q = Q(x,t)$ и уровня $H = H(x,t)$, обратной задачей – поиск величины производной бокового притока воды $q(x,t)$. Данная величина позволяет оценить притоки воды в реку из ненаблюдаемых районов, то есть грунтовые воды, малые реки и родники, талые весенние воды, водные стоки после дождей и т.п. Вводится допущение, что эта величина постоянна на всей длине исследуемого участка реки. Для ее нахождения необходимо условие (5) – данные с правой границы.

$$Q(N,t) = Q_N(t),\ H(N,t) = H_N(t). \quad (5)$$

Уравнения Сен-Венана получены из классических уравнений гидродинамики при следующих допущениях:

1. Рассматривается одномерное движение жидкости с пренебрежением поперечными и вертикальными составляющими скорости. Скорость течения принимается одинаковой во всём поперечном сечении;
2. Движение воды принимается медленно изменяющимся;
3. Глубина воды считается малой по сравнению с длиной реки;
4. Силы сопротивления учитываются аналогично равномерному движению;
5. Уклон дна принимается малым по сравнению с единицей [3].

В качестве исследуемого объекта рассматривался участок р. Кама от пгт Гайны до с. Бондюг, протяженностью 120 км. Примерно на 60 км от Гайн расположен крупный правый приток Камы – река Коса. Моделируемый участок р.Кама был разбит на 6 отрезков протяженностью 20 км. В граничных узлах участка известны профили поперечного сечения, для которых характерен трапецеидальный русловой профиль – плоское дно, более крутые берега (рис.1). Известные профили разбиваются на 3 части (дно и берега русла). Далее данные соответствующих частей аппроксимируются путем нанесения линий тренда в Excel. Функция, задающая дно, определяется константой на всей протяженности русла.



а) *б)*

Рис. 1. Профили русла:
а) пгт Гайны; б) с. Бондюг

Адекватность выбранной формы профилей была подтверждена сравнением площадей поперечного сечения и трапецеидального профиля. Это позволило построить модель речного профиля р. Кама от пгт Гайны до с. Бондюг со всеми допущениями.

В качестве исходных данных с гидропостов пгт Гайны и с. Бондюг были взяты ежедневные данные расходов и уровня воды с 1972 г. по 1984 г., с 2008 г. по 2015 г. При этом рассматривался наиболее интересный зимне-весенний период, когда происходит половодье (см., например, рис. 2). Для исследования и построения модели выбраны именно данные за этот период.

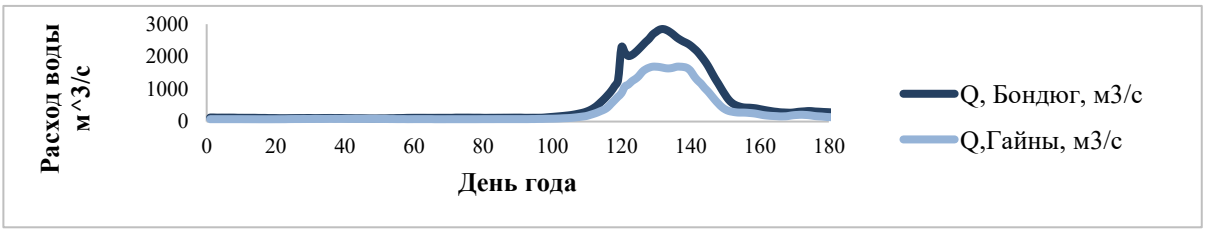


Рис. 2. Изменение расхода воды с января 2015 года

При решении задачи было использовано предположение, что уровень поверхности воды H меняется линейно от птг Гайны до с. Бондюг. На языке программирования Python написана программа, которая решает систему уравнений Сен-Венана, исключив уравнение неразрывности и заменив явно-

неявным конечно-разностным аналогом с шагом по времени $\tau = 1$ час и шагом по пространству $h = 2$ км (6). Начальные (7) и граничные (8) условия – средняя скорость движения воды $V(x,t)$ и площадь живого сечения $\omega(x,t)$.

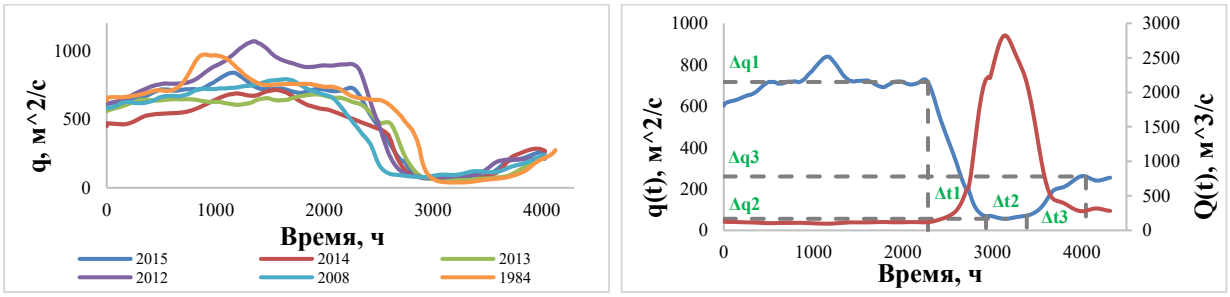
$$\frac{V_i^{(n+1)} - V_i^{(n)}}{\tau} + V_i^{(n)} \frac{V_i^{(n+1)} - V_{i-1}^{(n+1)}}{h} + \frac{V_i^{(n+1)}}{\omega_i^{(n+1)}} q^{(n+1)} = g\left(i_0 - \frac{\partial h(t_{n+1})}{\partial x} - \frac{\left(V_i^{(n)}\right)^2}{\left(W_i^{(n)}\right)^2}\right), \quad (6)$$

$$V_i^0 = V_*^0(x_i),\ \omega_i^{(0)} = \omega_*^0(x_i), \quad (7)$$

$$V_0^{(n)} = V_0,\ \omega_0^{(n)} = \omega_0,\ V_N^{(n)} = \omega_N,\ V_N^{(n)} = \omega_N, \quad (8)$$

$$i = 1, \dots, N-1,\ n = 0,1, \dots$$

В результате была получена зависимость $q = q(t)$, которая характеризует производную бокового притока воды на исследуемом участке по пространству. Визуальный анализ полученных данных показал, что поведение величины $q(t)$ демонстрирует схожий характер в рассматриваемых годах (рис. 3*а*). Для каждого года были сопоставлены графики величины $q(t)$ и расхода воды в с. Бондюг $Q_N(t)$. Это позволило определить ключевые характеристики сезонных изменений (рис. 3*б*):

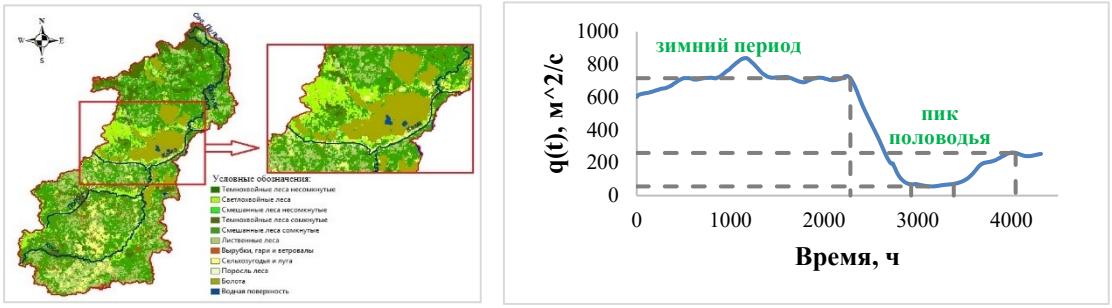


а) *б)*

Рис. 3 Поведение величины q:
а) в различные года; б) в сопоставлении с Q_N

1. Временные характеристики:
   a. Первый переходный момент – с начала половодья, когда значение $q(t)$ начинает быстро изменяться, до установки стабильного значения.
   b. Момент нахождения $q(t)$ на новом уровне – интервал времени, когда $q(t)$ устанавливается на стабильном значении после первого переходного момента (пик половодья)
   c. Второй переходный момент – интервал времени, когда $q(t)$ возвращается к уровню, завершая период половодья (быстрое сезонное изменение).
2. Амплитудные характеристики: средние значения $q(t)$ до первого переходного момента, на новом уровне, после второго переходного момента.

Карта физико-географического участка показала, что на левом берегу исследуемого участка находятся болота (рис. 4*а*). Их площадь увеличивается вдоль русла, что приводит к увеличению бокового притока вдоль исследуемого участка. Поведение величины q в зимний период и в период пика половодья подтверждают эти данные. Значения q в зимний период показывают, что болота являются основным источником притока, а в период пика половодья активное снеготаяние нивелирует роль болот (рис. 4*б*).



а) *б)*

Рис. 4. Интерпретация полученных результатов
а) Физико-географическая среда участка; б) Поведение величины q

Проведенное исследование позволило оценить боковые притоки воды в реку Кама на участке между гидропостами в пгт Гайны и с. Бондюг. Результаты подтвердили аккумулирующую роль болот, обеспечивающих питание рек водой, особенно в зимний период.

Список литературы

1. *Корень В.И.* Математические модели в прогнозах речного стока: монография. Ленинград: Гидрометеоиздат, 1991. 200 с.
2. *Штеренлихт Д.В.* Гидравлика: Учебник для вузов. М.: Энергоатомиздат, 1984. С. 374–377.
3. *Коваленко А.А.* Расчет неустановившегося движения воды на одномерной модели. Санкт-Петербург: СПбГУ, 2018. 51 с.

ДИНАМИКА КАПЕЛЬ МАГНИТНОЙ ЖИДКОСТИ В МИКРОФЛЮИДНОМ ЧИПЕ ПОД ВОЗДЕЙСТВИЕМ НЕОДНОРОДНОГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ

П. А. Ряполов, Д. А. Калюжная, Е. А. Соколов
Юго-Западный государственный университет,
305040, Курск, 50 лет Октября, 94

В работе исследуются динамические характеристики капель магнитной жидкости на основе воды, образующихся в масле в микрофлюидном чипе с фокусировкой потока. Размер магнитных капель контролировался не только с помощью изменения скорости потока масла, но и с помощью действия внешнего магнитного поля, образуемого двумя параллельно расположенными постоянными магнитами. Для визуализации магнитного поля, действующего на капли магнитной жидкости, использовалась программа FEMM. Исследование доказывает способность бесконтактного управления генерацией капель в микрофлюидных чипах с помощью приложения неоднородного магнитного поля.

Ключевые слова: магнитная жидкость; микрофлюидика; активные капли; неоднородное магнитное поле

DYNAMICS OF MAGNETIC FLUID DROPLETS IN A MICROFLUIDIC CHIP UNDER THE INFLUENCE OF AN INHOMOGENEOUS MAGNETIC FIELD

P. A. Ryapolov[a], D. A. Kalyuzhnaya[a], E. A. Sokolov[a]
[a]Southwest State University,
94 50 let Oktyabrya St., 305040, Kursk

The dynamic characteristics of water-based magnetic fluid droplets formed in oil in a flow-focused microfluidic chip are investigated in the work. The size of the magnetic droplets is controlled not only by changing the oil flow rate, but also by the action of an external magnetic field. It is formed by two parallel permanent magnets. The FEMM program is used to visualize the magnetic field acting on drops of magnetic fluid. The study proves the ability of contactless control of droplet generation in microfluidic chips by applying an inhomogeneous magnetic field.

Keywords: magnetic fluid; microfluidics; active drops; inhomogeneous magnetic field

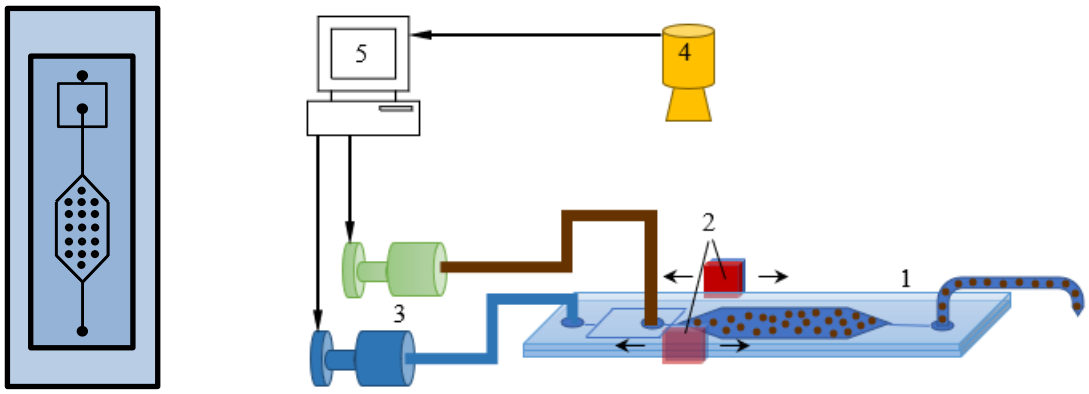
Развитие микрофлюидных технологий поспособствовало прогрессу во множестве сфер науки и технологий, обеспечивая миниатюризацию, автоматизацию и повышение эффективности процессов. Например, в биомедицинской диагностике появились миниатюрные лаборатории на чипе (Lab-on-a-Chip) и органы на чипе, которые используются для экспресс-анализов и тестирования лекарств. В химической промышленности для высокоэффективного синтеза веществ с контролем параметров используются

© Ряполов П.А., Калюжная Д.А., Соколов Е.А., 2025

капельные микрореакторы [1]. Микрофлюидные технологии обеспечивают точное управление процессами формирования капель и частиц при создании эмульсий. Получаемые таким образом дисперсные системы имеют строго заданный размер и состав. Микрофлюидика позволяет создавать одинарные и многослойные эмульсии, Янус-частицы или полимерные капсулы.

Одним из активных методов управления генерацией капель в микрофлюидных устройствах является приложение внешнего магнитного поля на магниточувствительный материал, например магнитные жидкости (МЖ), которые содержат наночастицы железа или его соединений [2]. Преимуществами использования магнитного поля является его бесконтактное действие, отсутствие температурных или химических влияний, быстрота реакции и биосовместимость [3]. Эмульсии, содержащие капли МЖ, используются в биологии, медицине, фармацевтике, химической промышленности и т.д. Динамикой магнитных капель можно управлять с помощью настройки скоростей потоков, изменением геометрии микроканала и величины напряженности внешнего магнитного поля [4], которое может генерироваться как постоянными магнитами, так и электромагнитами.

В представленной работе исследуется динамика магнитожидкостных капель, образующихся в масле, управление которой осуществляется путем перемещения двух параллельно расположенных постоянных магнитов относительно зоны смешивания двух фаз в микрофлюидном чипе 1 с фокусировкой потока (рис. 1*а*).



а) *б)*

Рис. 1. Экспериментальная установка:
а) конфигурация микрофлюидного чипа; б) блок-схема установки

Экспериментальная установка (рис. 1*б*) также содержит два одинаковых кубических магнита размером 4×4×4 мм 2, которые располагаются по обеим сторонам микрофлюидного устройства на расстоянии 17 мм друг от друга и в процессе генерации капель МЖ одновременно перемещаются вправо/влево. Скорость потока жидкостей в чипе регулируется с помощью шприцевого насоса 3. Диаметр магнитных капель оценивается на основе данных видеофиксации, полученных с помощью цифрового микроскопа

МИКМЕД WiFi 2000X 5.0 4, в программе, разработанной в NI LabView, на компьютере 5.

Получаемые магнитожидкостные эмульсии состоят из капель МЖ-1 или МЖ-2, диспергированных в масле. Образцы МЖ получены путем химической конденсации магнетита, который был стабилизирован в воде с помощью двойного слоя поверхностно-активного вещества (ПАВ) – олеиновой кислоты и олеата натрия. Основные физические свойства МЖ указаны в табл. 1. В качестве непрерывной фазы используется компрессорное масло VDL 100 плотностью 882 кг/м^3, вязкостью 37 мПа·с и поверхностным натяжением 0.049 Н/м. Для стабилизации капельного течения в масло предварительно добавлялось гидрофобное ПАВ – Span 80 в количестве 5% по массе.

Табл. 1. Физические свойства МЖ, используемых в исследовании

Параметры	МЖ-1	МЖ-2
Плотность, ρ, кг/м^3	1120	1194
Концентрация твердой фазы, φ, %	3.00	4.91
Вязкость, η, мПа·с	2.40	4.50
Намагниченность насыщения, Ms, кА/м	11.6	13.8
Поверхностное натяжение, σ, Н/м	0.042	0.035

Напряженность неоднородного магнитного поля, создаваемого двумя параллельно расположенными неодимовыми кубическими магнитами 4×4×4 мм, измерялась с помощью миллитесламетра ТПУ-01 и моделирования в программном пакете FEMM 4.2. График зависимости напряженности магнитного поля между двумя магнитами от расстояния z между их центрами представлен на рис. 2. Максимальная напряженность магнитного поля между магнитами составляет 13.8 кА/м.

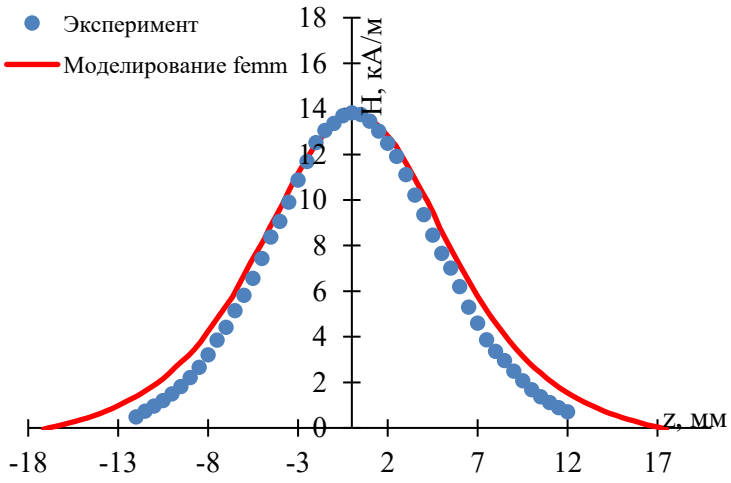


Рис. 2. График напряженности магнитного поля кубических магнитов от расстояния между их центрами

Методика эксперимента заключается в одновременной инжекции двух фаз в микрофлюидное устройство. При этом расход МЖ оставался постоянным и составлял 0.0054 мкл/с, а расход масла (непрерывная фаза) изменялся в диапазоне от 0.0054 мкл/с до 0.027 мкл/с. Перемещение кубических магнитов вдоль оси чипа осуществлялось из исходного положения, когда они были расположены напротив зоны смешивания двух жидкостей (0). Затем из нулевого положения магниты перемещались влево на –4 мм и –2 мм, или вправо на +2 мм и +4 мм. Со сменой положения магнитов относительно зоны смешивания фаз изменяется размер и форма капель МЖ. На рис. 3*а* и рис. 3*б* изображены графики зависимости диаметра формирующихся капель МЖ от скорости потока непрерывной фазы.

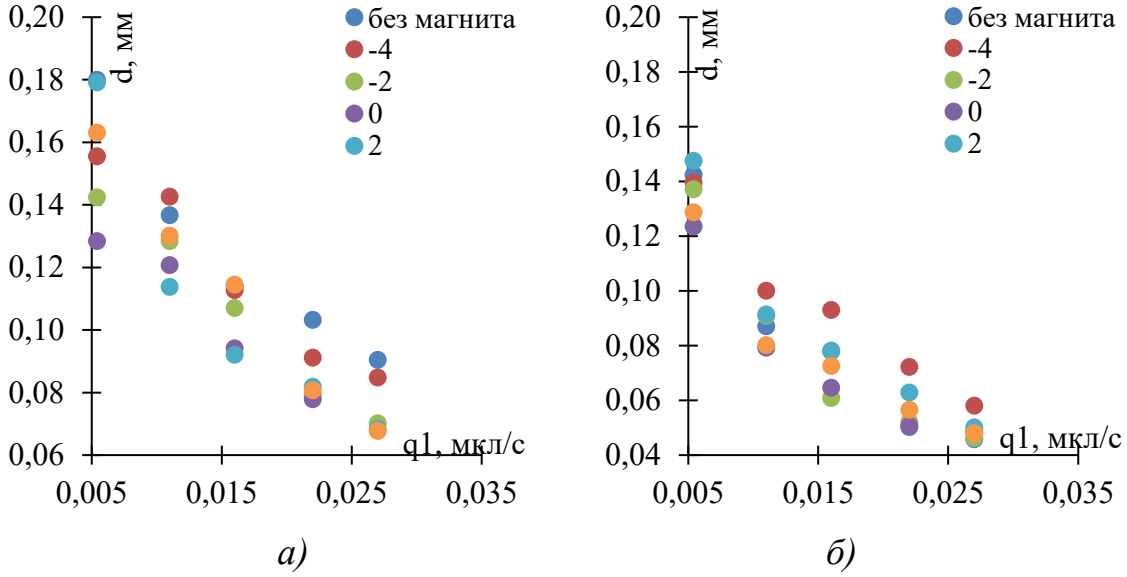


Рис. 3. Графики зависимости размера капель МЖ от скорости потока непрерывной фазы:
а) капли МЖ-1; б) капли МЖ-2

Из графиков видно, что с увеличением скорости потока масла диаметр капель МЖ уменьшается, что является традиционной зависимостью в микрофлюдике. Диаметр капель МЖ-1 в 1.5 раза больше превышает размер капель МЖ-2. На рис. 4*а* и рис. 4*б* представлены графики зависимости диаметра капель МЖ-1 и МЖ-2 от перемещения кубических неодимовых магнитов относительно зоны смешивания двух фаз. При перемещении магнитов вправо диаметр капель МЖ уменьшается и принимает минимальное значение в нулевом положении магнитов. При перемещении магнитов в положение +2 мм размер капель увеличивается за исключением капель МЖ-1 при скоростях потока масла 0.011 мкл/с и 0.016 мкл/с. Здесь капля продолжает уменьшаться. При дальнейшем смещении магнитов диаметр капель снова уменьшается.

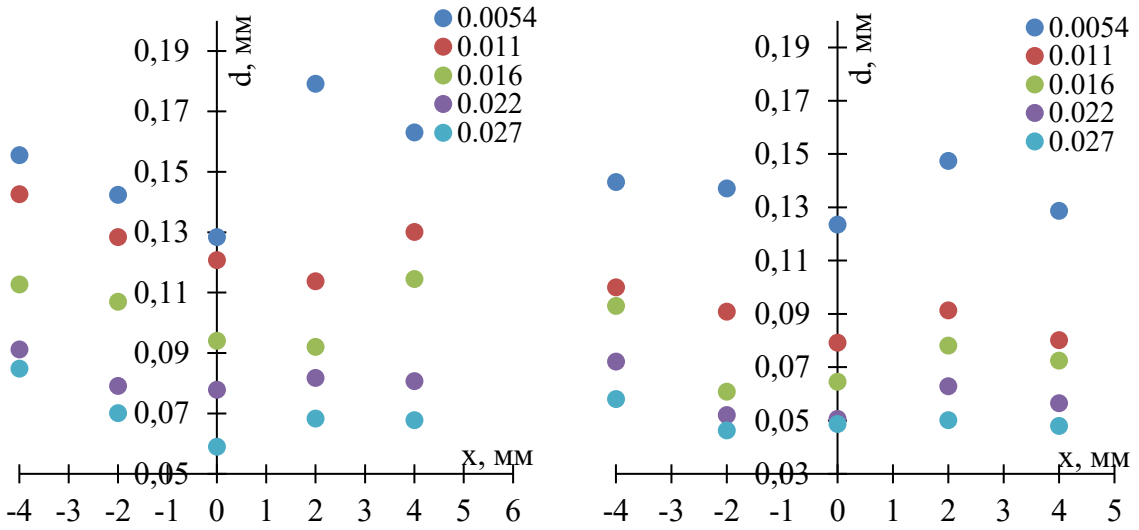


Рис. 4. Графики зависимости диаметра капель МЖ от перемещения магнитов относительно зоны смешивания фаз:
а) капли МЖ-1; б) капли МЖ-2

Таким образом с помощью изменения положения источника магнитного поля можно бесконтактно контролировать размерными характеристиками магнитных капель, формирующихся в микрофлюидном чипе. Полученные результаты способствуют дальнейшим разработкам систем транспортировки в микрофлюидных приложениях с использованием неинвазивных методов.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 24-22-00309, https://rscf.ru/project/24-22-00309/.

Список литературы

1. *Enders A., Grünberger A., Bahnemann J.* Towards small scale: overview and applications of microfluidics in biotechnology // Molecular biotechnology. 2024. Vol. 66 (3). P. 365–377.
2. *Ryapolov P., Vasilyeva A., Kalyuzhnaya D., Churaev A., Sokolov E., Shel'deshova E.* Magnetic fluids: The interaction between the microstructure, macroscopic properties, and dynamics under different combinations of external influences // Nanomaterials. 2024. Vol. 14 (2). P. 222.
3. *Li J. Su K., Liu H., Zou Y.* Recent advances in magnetically actuated droplet manipulation for biomedical applications // Magnetochemistry. 2024. Vol. 10 (4). P. 28.
4. *Favakeh A., Bijarchi M.A., Mohammadrashidi M., Yaghoobi M. Shafii M.B* Ferrofluid droplet generation on a zero-thickness nozzle by a magnetic field using a wedge-shaped functional surface // PLoS One. 2025. Vol. 20 (5). P. e0321099.

ПОВЕДЕНИЕ МАГНИТОЖИДКОСТНЫХ КОМПОЗИТНЫХ КАПЕЛЬ В НЕОДНОРОДНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

П. А. Ряполов, Д. А. Калюжная, Е. А. Соколов
Юго-Западный государственный университет,
305040, Курск, 50 лет Октября, 94

Работа посвящена разработке метода синтеза и управления магнитоактивными капельными системами на основе магнитных жидкостей. Исследовано влияние магнитного поля, концентрации твердой фазы магнитной жидкости на формирование и динамику дисперсных систем, в состав которых входит магнитный коллоид. Исследование доказывает способность бесконтактного управления генерацией магнитожидкостных композитных капель с помощью приложения неоднородного магнитного поля.

Ключевые слова: магнитная жидкость; дисперсная система; активные капли; неоднородное магнитное поле

BEHAVIOR OF MAGNETOLIQUID COMPOSITE DROPLETS IN A HETEROGENEOUS MAGNETIC FIELD

P. A. Ryapolov, D. A. Kalyuzhnaya, E. A. Sokolov
[a]Southwest State University,
94 50 let Oktyabrya St., 305040, Kursk

The work is devoted to the development of a method for the synthesis and control of magnetoactive droplet systems based on magnetic fluids. The influence of a magnetic field and the concentration of the solid phase of a magnetic fluid on the formation and dynamics of dispersed systems containing a magnetic colloidal component has been studied. The research demonstrates the ability to non-contact control the generation of magneto-fluid composite droplets by applying a non-uniform magnetic field.

Keywords: magnetic fluid; dispersed system; active drops; inhomogeneous magnetic field

Изучение магнитных свойств материалов и их использование в различных областях науки и техники представляет собой активно развивающуюся область исследований. Интерес к магнитному направлению исследований обусловлен как фундаментальной важностью изучаемых проблем, так и растущими техническими и технологическими потребностями. Магнитные свойства материалов имеют многочисленные применения, включая микрофлюидику, адресную доставку лекарств, биологические применения, а также датчики и амортизаторы. Исследование магнитных свойств материалов является критически важным направлением в современных исследованиях, которое открывает огромный потенциал для новых технологий и совершенствования уже существующих. Это делает актуальными исследования взаимосвязи физических свойств, внутренней

© Ряполов П.А., Калюжная Д.А., Соколов Е.А., 2025

структуры, динамики магнитной жидкости (МЖ), находящихся в магнитном поле [1].

В представленной работе исследуется метод синтеза и динамика магнитожидкостных композитных капель, состоящих из немагнитного ядра, покрытых магнитожидкостной оболочкой и диспергированных в немагнитной жидкой среде. Композитные капли формировались на установке, представленной на рисунке 1. Плоский стеклянный канал 1 был заполнен образцом МЖ, поверх которой размещался слой немагнитной жидкости. В область локализации неоднородного магнитного поля, создаваемого кольцевым постоянным магнитом 2, с помощью шприцевого насоса 3 через капилляр в МЖ, инжектируется газообразная среда, в результате чего образуется левитирующий объем немагнитного включения, который принимает миндалевидную форму, повторяющую изолинии модуля напряженности магнитного поля. При достижении критического объема, величина которого определяется замкнутой изолинией напряженности магнитного поля, от него отделяется пузырек, всплывающий в МЖ. При прохождении межфазной границы МЖ – немагнитная жидкость вплывающее немагнитное включение покрывается слоем МЖ. Образуется активный пузырек, состоящий из немагнитного ядра и оболочки МЖ, продолжающий свое движение в немагнитной жидкости. Фиксация данных эксперимента происходило в проходящем свете осветителя 4, на высокоскоростную камеру 5. Расчет параметров магнитоактивыных композитных капель выполнялся с помощью программы Dizimizer на компьютере 6. При поднесении магнита 7 к краю канала траектория движения магнитоактивных капель изменяется.

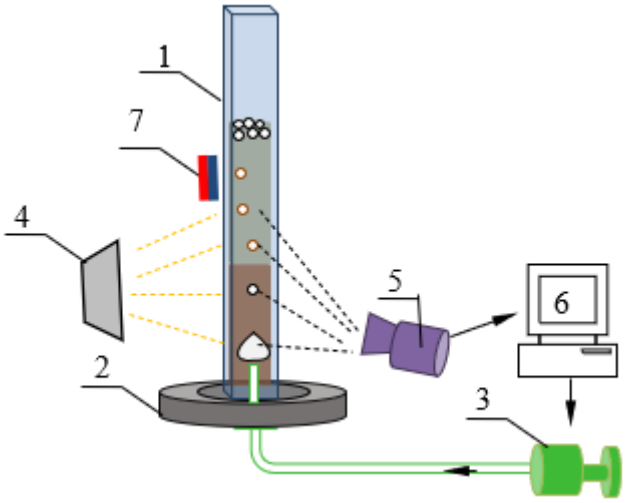


Рис. 1. Экспериментальная установка

Образцы МЖ, используемые в исследовании, получены путем химической конденсации магнетита, который был стабилизирован в воде с помощью двойного слоя поверхностно-активного вещества. Основные физические свойства МЖ указаны в табл. 1.

Табл. 1. Физические параметры магнитных жидкостей

Параметры	МЖ-1	МЖ-2	МЖ-3
Плотность, ρ, кг/м^3	1082	1056	1026
Концентрация твердой фазы, φ, %	1.9	1.3	0.72
Вязкость, η, мПа·с	2.15	1.65	1.5
Намагниченность насыщения, M_s, кА/м	11	6.98	3.7

Исследована динамика магнитоактивной дисперсной системы типа воздух–оболочка (МЖ-1.1 – МЖ-1.4)–масло, синтезированная по указанному выше механизму. При воздействии импульсного магнитного поля оболочка пузырька разрушается. Без внешних воздействий система остается стабильной в течение длительного времени.

Динамические характеристики магнитоактивных дисперсных капельных систем можно определить с помощью анализа сил в проекции на вертикальную ось (рис. 2*а*), действующих на систему: сил Архимеда F_A, тяжести $F_{тяж}$ и трения $F_{тр}$, магнитной силы $F_п$, которая для этой системы определяется как показано в работе [2], для упрощения расчетов магнитной силы $F_п$ можно использовать следующее выражение:

$$F_п = \mu_0 \frac{4\pi R^3 (\mu_i - \mu_e)\mu_e}{(2\mu_e + \mu_i)} H \nabla H_x \qquad (1)$$

(где $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м; R – радиус капли; μ_i – магнитная проницаемость капли; μ_e – проницаемость МЖ, H, ∇H_x – напряженность и градиент осевой составляющей напряженности неоднородного магнитного поля.

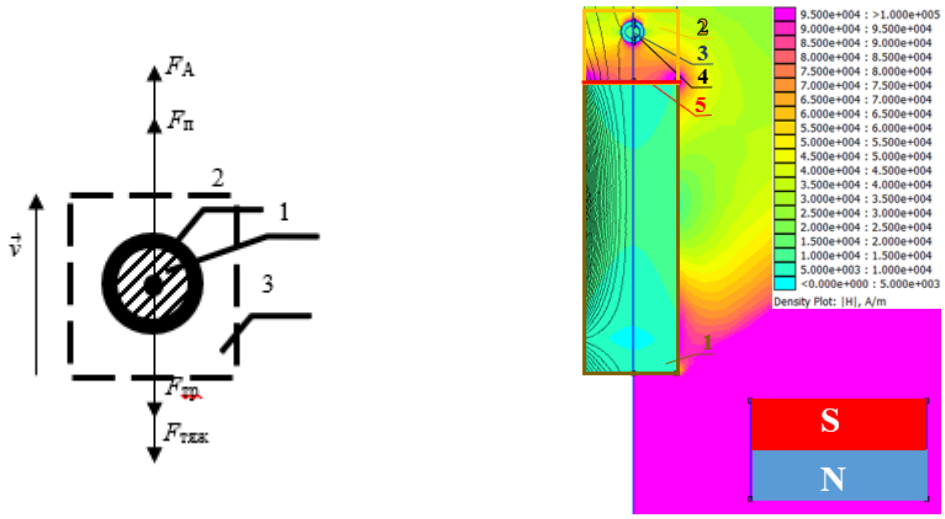
Сила трения капли в несмешивающейся жидкости определена с помощью формулы [3]:

$$F_{тр} = KD^{3/2} u^{3/2} \eta_{кан}^{1/2} \rho_{кап}^{1/2} \qquad (2)$$

где $K = \left(\sqrt{2}\pi g (r/u)^{3/2} (\sigma - \rho_{кап})\right) / \left(3\eta_{кан}^{1/2} \rho_{кап}^{1/2}\right)$ – константа, определенная в [3], для эмульсии керосин-вода K = 4,6034; D – диаметр капли; u – скорость капли; $\eta_{кан}$ – вязкость жидкости в канале; $\rho_{кап}$ – плотность жидкости в капле.

Пример пространственного распределения параметров магнитного поля H и ∇H_x от координаты x в канале, заполненном МЖ по верх которой слой немагнитной жидкости, для образца МЖ-1 получен с помощью моделирования в FEMM и показан на рис. 2*б* (1 – МЖ; 2 – масло; 3 – воздух; 4 – оболочка из МЖ; 5 – межфазная граница МЖ-масло).

Зависимости сил, действующих на магнитоактивный пузырек, от времени представлены на рис. 3.



а) *б)*

Рис. 2 Композитная капля в оболочке МЖ:
а) силы, действующие на композитную каплю; б) моделирование системы капли в оболочке МЖ-1

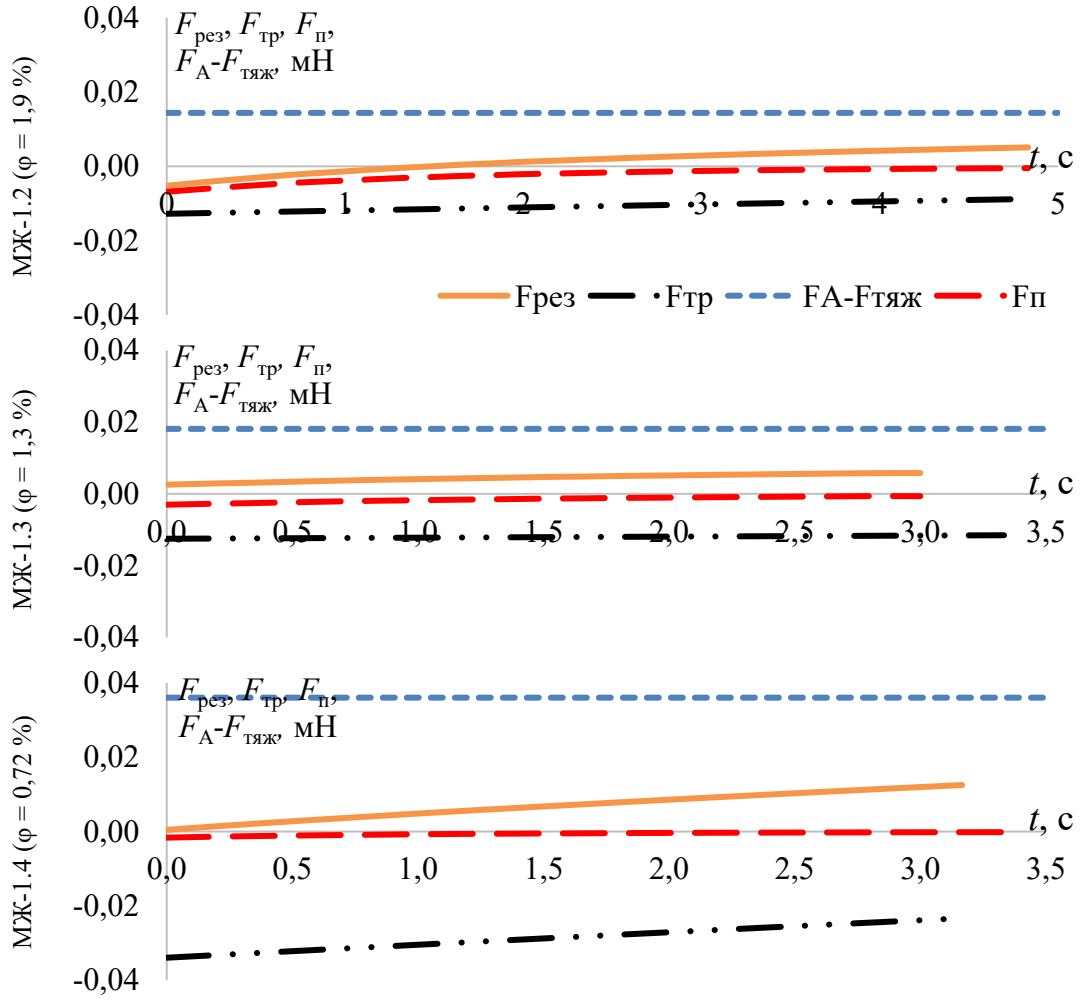
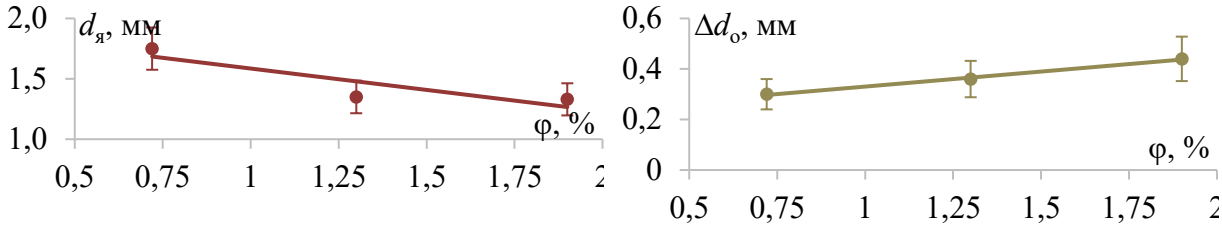


Рис. 3. Зависимости сил, действующих на магнитоактивную каплю

Из приведённых графиков видно, что результирующая сила, действующая на композитную каплю, близка к нулю, что свидетельствует о равномерном характере движения капель, который подтверждено экспериментально.

Исследовано влияние концентрации МЖ на размер немагнитного ядра и толщину магнитожидкостной оболочки, соответствующие зависимости представлены на рис. 4.



а) б)

Рис. 4. Зависимости параметров композитной капля от концентрации: а) для диаметра ядра; б) для толщины оболочки МЖ

Установлено, что толщина магнитной оболочки $\Delta d_о$ увеличивается, а диаметр ядра $d_я$ уменьшается по мере роста концентрации φ МЖ, что может быть объяснено балансом сил, действующих на систему в момент отрыва пузырька.

Полученные результаты создают предпосылки для создания механизма управляемого синтеза магнитоактивных пузырьков и капель, управляемых с помощью внешнего неоднородного магнитного поля. Данный механизм может лечь в основу систем управляемой сепарации и адресной доставки лекарств, что может найти применение в различных направлениях биомедицины и техники.

Работа подготовлена в рамках государственного задания на 2025 год № 075-03-2025-526.

Список литературы

1. *Ryapolov P., Vasilyeva A., Kalyuzhnaya D., Churaev A., Sokolov E., Shel'deshova E.* Magnetic fluids: The interaction between the microstructure, macroscopic properties, and dynamics under different combinations of external influences // Nanomaterials. 2024. Vol. 14 (2). P. 222.
2. *Ivanov A. S., Pshenichnikov A. F.* Magnetostatic buoyancy force acting on a non-magnetic sphere immersed in a ferrofluid magnetized by a gradient field // JMMM. 2023. Vol. 565. P. 170294.
3. *Srinivasan G. J.* Liquid drops in rise against gravity through a viscous medium: Drag force by the method of dimensions and comparison with liquid drops in fall under gravity // Current Science. 1996. Vol. 71 (12). P. 989–995.

ВОЛНЫ ФАРАДЕЯ В ТРЁХЖИДКОСТНОЙ СИСТЕМЕ В УСЛОВИЯХ НЕВЕСОМОСТИ

Е. С. Садилов
Институт механики сплошных сред УрО РАН,
614013, Пермь, Академика Королева, 1

Изучена система трёх плоских слоёв жидкости, находящаяся под воздействием нормальных вибраций. Все жидкости имеют разные плотность, коэффициенты вязкости. Коэффициенты поверхностного натяжения на разных границах раздела также разные. Исследована неустойчивость основного состояния по отношению к бесконечно малым возмущениям. Ранее был получен результат, что для случая равных плотностей внешних жидкостей и равных коэффициентов поверхностного натяжения, при стремлении разности толщин внешних слоёв к нулю, критическая амплитуда для субгармонической моды стремится к бесконечности, что означает исчезновение данной моды неустойчивости для случая равенства толщин внешних слоёв. Теперь же этот результат расширен на случай разных плотностей и разных коэффициентов поверхностного натяжения. Показано, что разность плотностей внешних жидкостей, также как разность коэффициентов поверхностного натяжения играют роль, аналогичную той, которую играет разность толщин внешних слоёв. При стремлении всех этих разностей к нулю критическая амплитуда для субгармонической моды стремится к бесконечности.

Ключевые слова: параметрический резонанс; трёхслойная система; невесомость

WAVES OF FARADAY IN A THREE-FLUID SYSTEM UNDER CONDITIONS OF MICROGRAVITY

E. S. Sadilov
Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS,
1 Academician Korolev St., 614013, Perm

The system of three flat layers of fluid, subjected to normal vibrations, has been studied. All fluids have different densities and viscosity coefficients. The coefficients of surface tension at different interfaces are also different. The instability of the equilibrium state with respect to infinitely small perturbations has been investigated. Previously, it was found that for the case of equal densities of external fluids and equal surface tension coefficients, as the difference in the thicknesses of the external layers approaches zero, the critical amplitude for the subharmonic mode tends to infinity, which indicates the disappearance of this mode of instability in the case of equal thicknesses of the external layers. Now, this result has been extended to the case of different densities and different coefficients of surface tension. It is shown that the difference in the densities of external liquids, as well as the difference in surface tension coefficients, plays a role similar to that played by the difference in thicknesses of the outer layers. As all these differences approach zero, the critical amplitude for the subharmonic mode approaches infinity.

Keywords: parametric resonance; three-fluid system; weightlessness

© Садилов Е.С., 2025

В статье [1] была изучена устойчивость основного состояния для системы трёх плоских слоёв жидкости, находящихся под действием нормальных вибраций, в условиях невесомости. При этом жидкости во внешних слоях имели одинаковые плотности, а коэффициенты поверхностного натяжения на обеих поверхностях имели одинаковое значение. При этом было обнаружено что при стремлении разности толщин внешних слоёв к нулю критическая амплитуда вибраций для субгармонической моды стремилась к бесконечности, что означает исчезновение данной моды неустойчивости. Для синхронной моды такого эффекта обнаружено не было.

В данной работе было проведено обобщение этого результата на случай, когда плотности внешних жидкостей и коэффициенты поверхностного натяжения на разных границах раздела разные. Перейдём к более точной постановке задачи.

Постановка задачи

Рассматривается система трёх бесконечных плоских слоёв разных жидкостей, ограниченная снаружи твёрдыми стенками. Плотности жидкостей, коэффициенты вязкости и коэффициенты поверхностного натяжения на разных границах раздела разные. Система находится под действием вибраций, нормальных к ограничивающим стенкам. Сила тяжести отсутствует. В основном состоянии границы раздела плоские и расположены параллельно ограничивающим стенкам.

Устойчивость возмущений основного состояния может быть описана с помощью следующей системы уравнений (в безразмерной форме):

$$\frac{\partial}{\partial t}\nabla^2 w_1 = \bar{\nu}_1 N \nabla^4 w_1, \tag{1}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\nabla^2 w_2 = N \nabla^4 w_2, \tag{2}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\nabla^2 w_3 = \bar{\nu}_3 N \nabla^4 w_3, \tag{3}$$

где w_1, w_2, w_3 – компоненты скорости для разных жидкостей, нормальные к стенкам. Эта система уравнений должна быть дополнена кинематическими и динамическими граничными условиями, которые здесь не выписываются. При исследовании задачи предполагалась малость коэффициентов кинематической вязкости, что позволило использовать теорию пограничного слоя. Задача исследовалась с помощью метода многих масштабов.

Результаты

В результате использования метода многих масштабов было получено следующее соотношение для критической амплитуды вибраций:

$$A = \frac{\sqrt{(\lambda(k-k_0)+\mu)^2+\mu^2}}{2k_0 \mathrm{sh}k_0\{(1-\bar{\rho}_3)(\bar{\alpha}_1 k_0^3-\bar{\rho}_1 \mathrm{cth}(k_0H_1)-\mathrm{cth}k_0)-(1-\bar{\rho}_1)(\bar{\alpha}_3 k_0^3-\bar{\rho}_3 \mathrm{cth}(k_0H_1)-\mathrm{cth}k_0)\}}, \tag{4}$$

$$\bar{\rho}_1 = \frac{\rho_1}{\rho_2},\ \bar{\rho}_3 = \frac{\rho_3}{\rho_2}.$$

Анализируя это выражение можно сделать вывод, что критическая амплитуда вибраций стремится к бесконечности, когда знаменатель стремится к нулю. Это, в частности, имеет место при стремлении разностей толщин внешних слоёв, разностей плотностей внешних жидкостей и разности коэффициентов поверхностного натяжения к нулю. В данном случае субгармоническая резонансная мода исчезает. Это является обобщением результата из работы [1].

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (тема № 121031700169-1).

Список литературы

1. *Sadilov E.S.* The effect of normal vibrations on the stability of a three-layer fluid system in zero gravity // Interfacial Phenomena and Heat Transfer. 2019. Vol. 7 (3). P. 227–238.

ИССЛЕДОВАНИЕ УЛЬТРАЗВУКОВОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ НА ДИНАМИКУ ВОЗДУШНЫХ ПУЗЫРЬКОВ В ПРИСУТСТВИИ ПАВ

А. Д. Садовникова[a,b], К. А. Рыбкин[a,b], Т. П. Любимова[a,b], В. А. Галишевский[a]
[a]Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614990, Пермь, Букирева, 15
[b]Институт механики сплошных сред УрО РАН,
614013, Пермь, Академика Королева, 1

Влияние акустических полей на поведение газовых пузырьков в жидкости остается предметом активных исследований на протяжении нескольких десятилетий. Особый интерес представляет ультразвуковое воздействие, под влиянием которого гидродинамические силы вызывают дрейф и перераспределение включений. Существенное влияние на динамику пузырьков также оказывают примеси, такие как поверхностно-активные вещества и электролиты, которые изменяют физико-химические свойства жидкости и устойчивость межфазных границ. В данной работе экспериментально исследована динамика монодисперсных воздушных пузырьков, генерируемых при помощи трубок Вентури. Изучение проводилось в водных растворах додецилсульфата натрия (SDS) и хлорида натрия (NaCl) под непрерывным и импульсным ультразвуковым воздействием, что позволило проанализировать влияние ультразвука и состава среды на процесс слияния пузырьков.

Ключевые слова: ультразвук; коалесценция; NaCl

INVESTIGATION OF THE ULTRASONIC EFFECT ON THE DYNAMICS OF AN AIR BUBBLES IN THE PRESENCE OF SURFACTANTS

A. D. Sadovnikova[a,b], K. A. Rybkin[a,b], T. P. Lyubimova[a,b], V. A. Galishevskiy[a]
[a]Perm State University,
15 Bukireva St., 614990, Perm
[b]Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS,
1 Academician Korolev St., 614013, Perm

The influence of acoustic fields on the behavior of gas bubbles in a liquid has been the subject of active research for several decades. Of particular interest is the ultrasonic effect, under the influence of which hydrodynamic forces cause the drift and redistribution of inclusions. Impurities such as surfactants and electrolytes also have a significant effect on the dynamics of bubbles, which change the physico-chemical properties of the liquid and the stability of the interfacial boundaries. In this paper, the dynamics of monodisperse air bubbles generated by Venturi tubes is experimentally investigated. The study was carried out in aqueous solutions of sodium dodecyl sulfate (SDS) and sodium chloride (NaCl) under continuous and pulsed ultrasound exposure, which made it possible to analyze the effect of ultrasound and the composition of the medium on the process of bubble fusion.

Keywords: ultrasound; coalescence; NaCl

© Садовникова А.Д., Рыбкин К.А, Любимова Т.П, Галишевский В.А., 2025

Введение

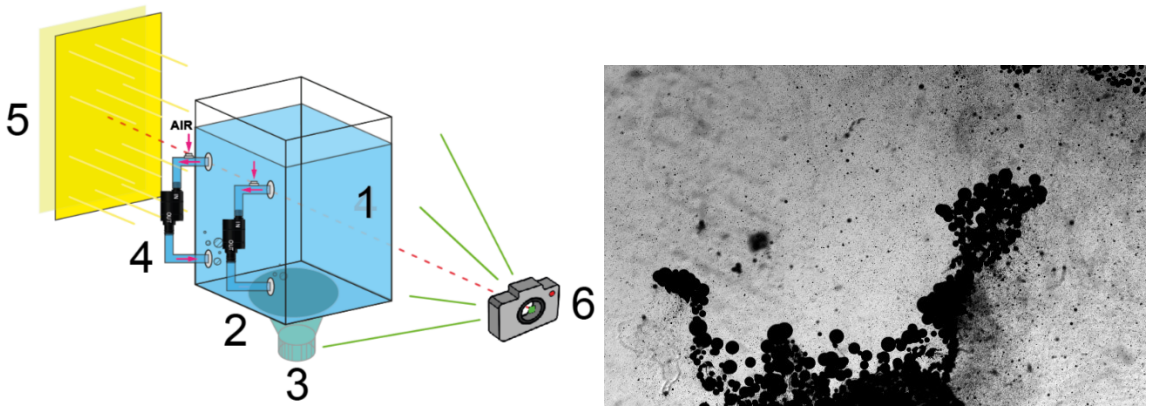
Воздействие акустических полей на газовые пузырьки в жидкостях представляет значительный интерес для фундаментальной и прикладной физики; исследования, проводимые на протяжении последних десятилетий, демонстрируют сложный характер взаимодействия ультразвуковых волн с газожидкостными средами [1, 2]. На пузырьки оказывают влияние первичные и вторичные силы Бьеркнеса, которые определяют поведение пузырьков и их взаимодействие между собой.

Особый интерес представляет изучение динамики пузырьков под ультразвуковым воздействием, в частности процессы их агрегации и коалесценции [3]. Образование пузырьковых кластеров является явлением, определяющим эффективность многих технологических процессов - от флотации и очистки воды до сонохимии и медицинских применений ультразвука.

Важным аспектом исследований является влияние поверхностно-активных веществ и электролитов на стабильность пузырьков и их поведение в акустическом поле. Собиратели, такие как додецилсульфат натрия (SDS), адсорбируясь на границе раздела фаз, изменяют поверхностное натяжение и реологические свойства пузырьковых оболочек. Электролиты, в свою очередь, влияют на электрохимические характеристики межфазной границы и устойчивость пузырьков к коалесценции [4 - 6].

В настоящей работе комплексно исследовалось поведение воздушных пузырьков, генерируемых с помощью трубок Вентури, под действием ультразвукового поля. Основное внимание уделено анализу процессов коалесценции и кластерообразования в присутствии поверхностно-активных веществ (SDS) и электролитов (NaCl).

Описание экспериментальной установки и методики измерений



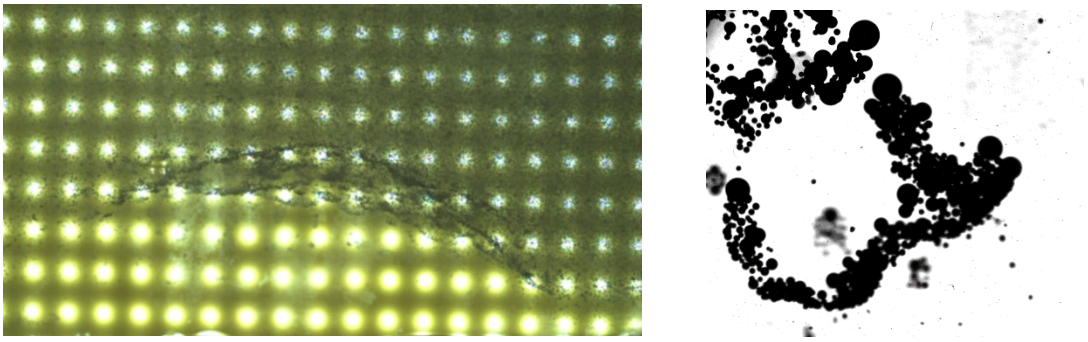
а) *б)*

Рис. 1. а) Экспериментальная установка; б) Пример изображения, получаемого в ходе эксперимента, в растворе SDS с помощью SSD-камеры

Экспериментальная установка представляла собой кварцевую кювету в форме параллелепипеда (рис. 1*а*, *1*), в нижней части которой располагался пластина (рис. 1*а*, *2*) с источником ультразвука с частотой 28 кГц (рис. 1*а*, 3). В экспериментах в качестве рабочей жидкости использовались дистиллированная вода и растворы NaCl, SDS различных концентраций. Установка включала систему водяных насосов, расположенных на боковой стенке кюветы и предназначенных для создания потока жидкости и одновременной аэрации (рис 1*а*, 4). Каждый из насосов с регулируемой производительностью подключался к отдельной магистрали, которая подавала поток заданной мощности в кювету. Насосы были оснащены эжекторными насадками Вентури, обеспечивавшими аэрацию и диспергирование воздуха в виде мелких пузырьков при подаче жидкости (средний диаметр пузырьков 1-2 мм). Для подсветки использовался источник контрового света (рис. 1*а*, 5), а регистрация процесса разрушения фольги проводилась с помощью цифровой и SSD камер (рис. 1*а*, *б*).

Далее полученные экспериментальные снимки (рис. 1*б*) подвергались программной обработке. Программа включала этап предварительной фильтрации изображений, пороговой бинаризации, морфологического анализа объектов и статистической обработки результатов (на основе бинаризованных изображений выделяются контуры пузырьков и производится их подсчет), что позволяет получать точные данные о распределении пузырьков по размерам в объеме кюветы. По результатам обработки строились графики плотности вероятности распределения размеров пузырьков и выявлялись закономерности, связанные с специфическим влиянием ПАВ и соли.

Результаты



а) *б)*

Рис. 2. а) Изображение, полученное цифровой камерой в момент включения источника в дистиллированной воде: формирование купола в направлении распространения ультразвука; б) Пример агломерата, сформировавшегося в растворе NaCl с концентрацией 0.6 моль/л

В первую очередь были проведены эксперименты в дистиллированной воде с применением ультразвука. На рис. 2*а* можно увидеть момент

включения источника, когда нарушается равномерное распределение пузырьков в объеме жидкости. Начинается образование агломератов в направлении распространения ультразвуковой волны, принимающем куполообразную форму.

Дальнейшее изучение агломератов с помощью SSD камеры позволило выявить, что кластеры, формирующиеся в растворах SDS, более стабильные и многочисленные, при этом состоят они из более мелких пузырьков (рис. 1*б*). Это связано с тем, что адсорбция молекул SDS на поверхности пузырьков создает структурно-механический барьер и увеличивает электростатическое отталкивание, предотвращающее процесс коалесценции.

В растворах NaCl наблюдается противоположный эффект – пузырьки коалесцируют более активно, что вызвано действием электролита на энергетический барьер между сближающимися пузырьками. Вместо формирования множества мелких кластеров наблюдается агрегация пузырьков в крупные, нестабильные и быстро коалесцирующие агломераты (рис. 2*б*).

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 24-11-00269).

Список литературы

1. *Chen Y. et al.* A review of effects and applications of ultrasound in mineral flotation //Ultrasonics sonochemistry. 2020. Vol. 60. P. 104739.
2. *Gonzalez-Avila S. R. et al.* Mitigating cavitation erosion using biomimetic gas-entrapping microtextured surfaces (GEMS) //Science advances. 2020. Vol. 6 (13). P. eaax6192.
3. *Gao K. et al.* Effect of gas input conditions and ultrasound on the dynamic behavior of flotation bubbles //Acs Omega. 2022. Vol. 7 (26). P. 22326-22340.
4. *Liu Q. et al.* Bubble growth in NaCl solution: Influence of superheat temperature and solution concentration //Industrial & Engineering Chemistry Research. 2021. Vol. 60 (11). P. 4440-4452.
5. *Horn R. G., Del Castillo L. A., Ohnishi S.* Coalescence map for bubbles in surfactant-free aqueous electrolyte solutions //Advances in colloid and interface science. 2011. Vol. 168 (1-2). P. 85-92.
6. *Lyubimova T. et al.* Investigation of Generation and Dynamics of Microbubbles in the Solutions of Anionic Surfactant (SDS) //Microgravity Science and Technology. 2022. Vol. 34 (4). P. 74.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ АКУСТОФОРЕТИЧЕСКОГО ДВИЖЕНИЯ ТВЕРДОЙ ЧАСТИЦЫ ПОД ДЕЙСТВИЕМ СТОЯЧЕЙ УЛЬТРАЗВУКОВОЙ ВОЛНЫ

И. О. Сбоев[a], Т. П. Любимова[b], М. О. Кучинский[b,c], К. А. Рыбкин[c]
[a]АО «ОДК-Авиадвигатель»,
614010, Пермь, Комсомольский пр., 93
[b]Институт механики сплошных сред УрО РАН,
614013, Пермь, Академика Королева, 1
[c]Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614990, Пермь, Букирева, 15

В настоящей работе численно исследованы особенности акустофоретического движения взвешенной твердой частицы в жидкости, вызванного действием стоячей ультразвуковой волны, без учета акустического течения. Стационарное распределение акустического давления в жидкости определялось путем решения волнового уравнения Гельмгольца, а движение частицы описывалось обыкновенными дифференциальными уравнениями движения с учетом объемных сил, включая силу сопротивления, силу тяжести и силу акустического излучения. Проведена оценка размера элемента расчетной сетки и временного шага для корректного расчета движения идеальной твердой частицы при заданной амплитуде колебаний излучателя. Показано хорошее согласие результатов численного моделирования с существующими представлениями о миграции твердой частицы в область низкого давления (узел) стоячей ультразвуковой волны.

Ключевые слова: ультразвуковая стоячая волна; акустическое давление; сила акустического излучения; акустофоретическое движение; численное моделирование

NUMERICAL SIMULATION OF ACOUSTOPHORETIC MOTION OF SOLID PARTICLE INDUCED BY ULTRASONIC STANDING WAVE

I. O. Sboev[a], T. P. Lyubimova[b], M. O. Kuchinskiy[b,c], K. A. Rybkin[c],
[a]UEC-Aviadvigatel,
93 Komsomolsky Prospect, 614010, Perm
[b]Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS,
1 Academician Korolev St., 614013, Perm
[c]Perm State University,
15 Bukireva St., 614990, Perm

In this paper, the acousticophoretic motion of a suspended solid particle in fluid under ultrasonic standing wave is numerically investigated. Acoustic streaming in the fluid is not considered. The stationary distribution of acoustic pressure in the fluid was determined by solving the Helmholtz wave equation, while the particle motion is described by ordinary differential equations of motion considering volume forces including drag force and gravity as well as acoustic radiation. The mesh element size and time step are estimated for the correct calculation of the ideal particle motion at

© Сбоев И.О., Любимова Т.П., Кучинский М.О., Рыбкин К.А., 2025

a given amplitude of the ultrasonic transducer. Good agreement between the numerical results and existing theory on particle migration to low-pressure regions (nodes) of the ultrasonic standing wave is shown.

Keywords: ultrasonic standing wave; acoustic pressure; acoustic radiation force; acoustophoretic motion; numerical simulation

Изучение механизма воздействия ультразвуковой стоячей волны на взвешенные в жидкости твердые частицы и газовые пузырьки способствует более глубокому пониманию процессов, происходящих в жидкости при кавитации [1–3]. В частности, результаты исследования динамики частиц в условиях внешних акустически полей позволяет точнее прогнозировать различные явления, связанные с обогащением полезных ископаемых методом флотации [4, 5], либо отделением взвешенных в жидкостях частиц от жидкости, а также сепарацией, захватом или транспортировкой примесей, в том числе с применением различных фильтров и микрожидкостных устройств [6–11]. Кроме этого, результаты подобных исследований находят применение во многих технологических процессах, которые сопровождаются механическим разрушением поверхностей различных деталей и агрегатов под воздействием кавитации (кавитационная эрозия) и переносом частиц разрушенного материала [12–14].

Важным не только с точки зрения фундаментальной науки, но и практического применения является вопрос, связанный с движением одиночной (изолированной) твердой частицы в условиях внешнего акустического поле. Как правило, сила, действующая на отдельную взвешенную в жидкости частицу или пузырек со стороны звукового поля, является первичной силой акустического излучения. Под действием этой силы частицы и пузырьки способны почти мгновенно перемещаться к пучностям или узлам давления в зависимости от акустических свойств, которые определяют характер рассеяния ультразвуковых волн частицами. Именно способность управления частицами при помощи акустически сил лежит в основе теории акустофоретического движения.

Настоящая работа посвящена численному исследованию особенностей акустофоретического движения взвешенной в жидкости одиночной твердой частицы в условиях стоячей ультразвуковой волны.

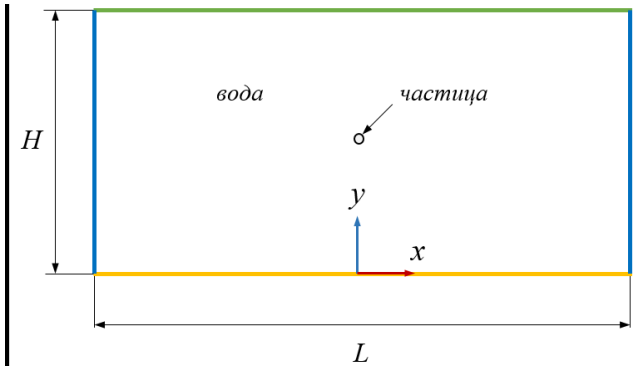


Рис. 1. Схема расчетной области

Численное моделирование взаимодействия между твердой частицей и стоячей ультразвуковой волной выполняется для двумерной рабочей полости прямоугольного сечения со сторонами L = 109 мм и H = 53.6 мм, заполненная жидкостью (рис. 1).

На первом этапе методом конечных элементов вычисляется стационарное поле акустического давления $p(x,y)$ в условиях покоящейся жидкости. Для упрощения моделирования расчеты выполняются путем решения стационарного волнового уравнения Гельмгольца [15] без учета акустического течения:

$$\nabla \cdot \left(\frac{1}{\rho} (\nabla p) \right) + \frac{\omega^2}{\rho c^2} p = 0$$

где ρ – плотность среды, окружающей взвешенную в ней частицу, c – скорость звука в этой среде. Предполагается, что акустическое давление p в среде изменяется линейно с угловой частотой $\omega = 2\pi f$, где f – линейная частота источника колебаний (излучателя).

Траектория частицы в жидкости рассчитывается с учетом вычисленного на первом этапе распределения акустического давления путем решения обыкновенных дифференциальных уравнений движения:

$$\frac{d}{dt} \cdot \left(m_p \boldsymbol{v} \right) = \boldsymbol{F_D} + \boldsymbol{F_G} + \boldsymbol{F_A}$$

Скорость частицы $\boldsymbol{v}$ определяется как:

$$\boldsymbol{v} = \frac{d\boldsymbol{r}}{dt}$$

где $\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}(x, y)$ – радиус-вектор положения частицы.

Движение частицы массой m_p характеризуется комбинацией внешних объемных сил, включающих в себя силу тяжести $\boldsymbol{F}_G$ (плавучесть), вязкое сопротивление $\boldsymbol{F}_D$ и силу акустического излучения $\boldsymbol{F}_A$ (далее – акустическую силу). Появление акустической силы $\boldsymbol{F}_A$, действующей на частицу, связано с пространственной неоднородностью акустического давления в жидкости.

В рамках численной модели предполагается однонаправленная связь между траекторией частицы и полем акустического давления, то есть движение частицы не оказывает влияние на характеристики акустического поля.

В качестве рабочей жидкости используется сжимаемая среда со свойствами воды. Жидкость предполагается линейно-упругой, для которой связь тензора напряжений с тензором упругих деформаций подчиняется закону Гука, то есть все деформации в жидкости являются упругими. Твердая частица считается идеальной, для которой не учитываются термодинамические потери. В качестве материала частицы выбирается полиамид. Свойства используемых материалов приведены в табл. 1.

В процессе распространения ультразвуковых волн жидкость остается неподвижной, т. е. $\boldsymbol{u}_0 = 0$. Температура жидкости постоянная и принята равной $T_0 = 293$ К, начальное давление в жидкости отсутствует, т. е. $p_0 = 0$.

Табл. 1. Свойства материалов рабочей жидкости и частицы

Название, обозначение	Значение	Ед. измерения
Вода		
Плотность, ρ	$0.995 \cdot 10^3$	кг/м^3
Динамическая вязкость, η (при $p_0 = 1.01 \cdot 10^5$ Па и $T_0 = 293$ К)	$1.0 \cdot 10^{-3}$	Па·с
Скорость звука, c (продольная волна)	$1.5 \cdot 10^3$	м/с
Длина волны, λ (при $f = 28$ кГц)	$5.36 \cdot 10^{-2}$	м
Акустический сдвиговый (вязкий) пограничный слой, δ_v	$3.4 \cdot 10^{-6}$	м
Сжимаемость, κ	$4.47 \cdot 10^{-10}$	1/Па
Показатель адиабаты, γ	1.01	-
Полиамид		
Плотность, ρ_p	$1.15 \cdot 10^3$	кг/м^3
Скорость звука, c_L (продольная волна)	$2.3 \cdot 10^3$	м/с
Скорость звука, c_T (поперечная волна)	$1.1 \cdot 10^3$	м/с
Сжимаемость, κ_p	$1.64 \cdot 10^{-10}$	1/Па

В начальный момент времени $t = 0$ для частицы задается начальное положение на оси y, которое определяется как $y_n = n \cdot \lambda/8$, где параметр n принимает целые значения от 1 до 8. Изначально частица является неподвижной, т. е. $\boldsymbol{v}_0 = 0$.

На стенках рабочей полости задаются следующие граничные условия:

1) на верхней границе ($y = H$) акустическое давление обращается в нуль, т. е. $p = 0$.

2) на боковых границах ($x = \pm L/2$) нормальная производная акустического давления равна нулю:

$$\frac{dp}{d\boldsymbol{n}} = 0$$

3) нижняя граница ($y = 0$) является излучателем, совершающем колебания с частотой $f = 28$ кГц и амплитудой $p_{us} = p_{atm}$, где $p_{atm} = 1.01 \cdot 10^5$ Па – атмосферное давление.

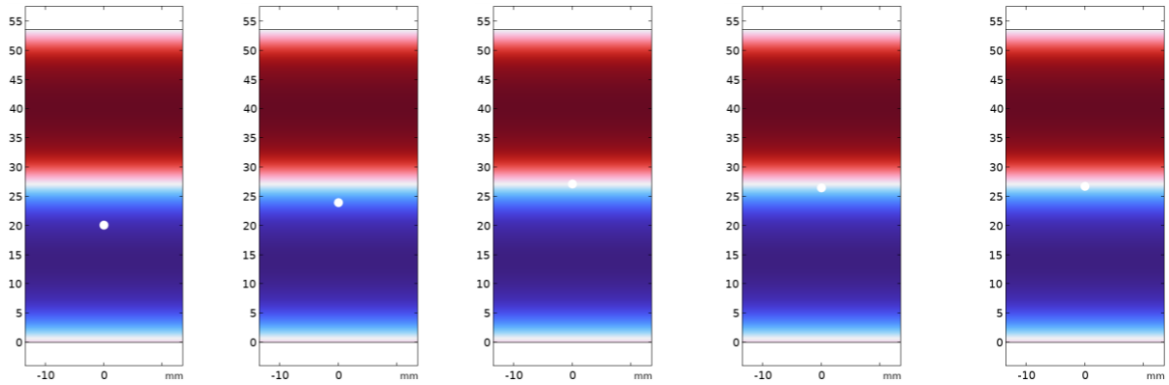
Уравнения движения частицы дополняется условиями, определяющими поведение частицы при контакте с границами рабочей полости:

4) на верхней ($y = H$) и нижней ($y = 0$) границах выполняется условие прилипания, при котором скорость частицы в момент соприкосновения со стенкой обращается в нуль, т. е. $\boldsymbol{v} = 0$.

5) на боковых границах ($x = \pm L/2$) частица «исчезает», т. е. координаты частицы не учитываются при дальнейших вычислениях.

Для расчета поля акустического давления $p(x, y)$ и траектории движения частицы диаметром $d_p = 1$ мм в двухмерной рабочей полости используется структурированная прямоугольная расчетная сетка, состоящая из 23326 узлов с размером элемента 0.5 мм. Временной шаг при заданных свойствах частиц и параметрах излучателя в соответствии с критерием Куранта-Фридрихса-Леви удовлетворяет условию $dt \leq 0.004$ с.

При выбранных условиях акустофоретическое движение частицы является одномерным и происходит вдоль координатной оси y. В поле силы тяжести при амплитуде колебаний излучателя $p_{us} = p_{atm}$ полиамидная частица диаметром $d_p = 1$ мм, имеющая начальное положение y_0 от $\lambda/4$ до $3\lambda/4$, ускоряется и движется к центру рабочей полости. Дальнейшее движение частицы представляет собой затухающие колебания вблизи центрального узла (рис. 2). С увеличением размера частицы d_p, либо амплитуды колебаний излучателя p_{us} также возрастает скорость и размах колебаний частицы.



$t = 0$ $t = 0.04$ с $t = 0.10$ с $t = 0.16$ с $t = 0.20$ с

Рис. 2. Изменение положения твердой частицы $d_p = 1$ мм с начальным положением $y_0 = 3\lambda/8$ в поле силы тяжести с учетом силы сопротивления при $p_{us} = p_{atm}$.
При начальном положении y_0 от $\lambda/4$ до $3\lambda/4$ частица под действием акустической силы совершает колебания вблизи центрального узла

В зависимости от начального расположения, частица под действием акустической силы способна перемещаться в узловые области вблизи нижней и верхней границ полости. Однако в силу геометрии расчетной области и используемых граничных условий (прилипание) частица в этой области будет оставаться неподвижной.

Движение твердой частицы, вызванное акустической силой, согласуется с существующими моделями, которые описывают миграцию твердых частиц к областям низкого давления (узлы) при определенных условиях, таких как амплитуда колебаний излучателя, соотношение плотностей материала частиц и окружающей жидкости, а также размеры и начальное положение частицы.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 24-11-00269, https://rscf.ru/project/24-11-00269/.

Список литературы

1. *Laborde J. L. et al.* Acoustic bubble cavitation at low frequencies // Ultrasonics. 1998. Vol. 36 (1-5). P. 589–594.
2. *Ashokkumar M.* The characterization of acoustic cavitation bubbles–an overview // Ultrasonics sonochemistry. 2011. Vol. 18 (4). P. 864–872.
3. *Lu Y., Katz J., Prosperetti A.* Dynamics of cavitation clouds within a high-intensity focused ultrasonic beam // Physics of fluids. 2013. Vol. 25 (7).
4. *Servant G. et al*. On the interaction between ultrasound waves and bubble clouds in mono-and dual-frequency sonoreactors // Ultrasonics Sonochemistry. 2003. Vol. 10 (6). P. 347–355.
5. *Barma S. D.* Ultrasonic-assisted coal beneficiation: A review // Ultrasonics Sonochemistry. 2019. Vol. 50. P. 15–35.
6. *Leong T. et al*. Ultrasonic separation of particulate fluids in small and large scale systems: a review // Industrial & Engineering Chemistry Research. 2013. Vol. 52 (47). P. 16555–16576.
7. *Leibacher I. et al*. Acoustophoresis of hollow and core-shell particles in two-dimensional resonance modes // Microfluidics and nanofluidics. 2014. Vol. 16. P. 513–524.
8. *Trujillo F. J. et al*. Separation of suspensions and emulsions via ultrasonic standing waves–A review // Ultrasonics sonochemistry. 2014. Vol. 21 (6). P. 2151–2164.
9. *Simon G. et al.* Particle separation in surface acoustic wave microfluidic devices using reprogrammable, pseudo-standing waves // Applied Physics Letters. 2018. Vol. 113 (4).
10. *Kandemir M. H. et al*. selective particle Filtering in a Large Acoustophoretic serpentine Channel // Scientific reports. 2019. Vol. 9 (1). P. 7156.
11. *Luo X. et al*. Optimization of acoustic parameters for ultrasonic separation of emulsions with different physical properties // Ultrasonics Sonochemistry. 2020. Vol. 68. P. 105221.
12. *Dular M., Osterman A*. Pit clustering in cavitation erosion // Wear. 2008. Vol. 265 (5-6). P. 811–820.
13. *Rokad V., Pandya D. H*. Erosive investigation of various erosion models for vibro cleaner developed based on ultrasonic technique using COMSOL multiphysics // International Journal of Engineering, Science and Technology. 2021. Vol. 13 (2). P. 33–41.
14. *Gao G., Guo S., Li D*. A review of cavitation erosion on pumps and valves in nuclear power plants // Materials. 2024. Vol. 17 (5). P. 1007.
15. *Сбоев И. О. и др.* Распределения акустического давления и зон кавитационной активности в жидкости: численное моделирование и эксперимент // Вычислительная механика сплошных сред. 2025. Т. 18. № 1. С. 68–85.

ИССЛЕДОВАНИЕ КОНВЕКЦИИ ДАРСИ В НЕОДНОРОДНОЙ ПОРИСТОЙ СРЕДЕ НА ОСНОВЕ СХЕМЫ ПОВЫШЕННОГО ПОРЯДКА

А. А. Селищев, В. Г. Цибулин
[a]Южный федеральный университет,
344006, Ростов-на-Дону, Большая Садовая, 105/42

Для уравнений Буссинеска-Дарси при постоянной проницаемости, линейном по высоте профиле температуры на границе и условиях непротекания задача гравитационной фильтрационной конвекции является косимметричной. Это приводит к рождению однопараметрического семейства стационарных режимов при превышении критического числа Рэлея. Для расчета конвективных движений при неоднородной по высоте проницаемости развита разностная схема повышенной точности, использующая девятиточечный шаблон и определение функции тока и температуры в единых узлах. Проведен анализ разрушения семейства конвективных режимов при нарушении косимметрии вследствие различных вариантов изменения проницаемости. Приведены примеры долгого установления, демонстрирующие память системы об исчезнувшем семействе.

Ключевые слова: конвекция Дарси; косимметрия; компактные разностные схемы; неоднородная проницаемость

INVESTIGATION OF DARCY CONVECTION IN HETEROGENEOUS POROUS MEDIUM USING HIGH PERSISION METHOD

A. A. Selischev, V. G. Tsybulin
Southern Federal University
105/42 Bolshaya Sadovaya St., 344006, Rostov-on-Don

The problem of gravitational convection in porous media is cosymmetric for the Boussinesq-Darcy equations when permeability is constant and linear temperature profile is set at the boundary. This leads to the appearance of a one-parameter family of stationary regimes when the critical Rayleigh number is exceeded. To calculate convective motions with heterogeneous permeability, a high-precision difference scheme has been developed using a nine-point stencil and determining the stream function and temperature at the same nodes. We study destruction of the family of convective regimes under violation of cosymmetry due to variations in permeability in height. Examples of long-term establishment are given, demonstrating the system's memory of the disappeared family.

Keywords: Darcy convection; cosymmetry; compact finite difference scheme; heterogeneous permeability

Введение

При моделировании фильтрационной конвекции в предположении малых скоростей обычно применяются уравнения, основанные на законе

© Селищев А.А., Цибулин В.Г., 2025

Дарси. Для плоской задачи конвекции в пористой среде было обнаружено ответвление семейства стационарных режимов от состояния равновесия [1]. Данное явление было объяснено в [2] на основе теории косимметрии. Конечномерные модели плоской задачи Дарси для прямоугольника были рассмотрены в [3], а численный расчёт однопараметрических семейств для систем большей размерности был проведен в [4]. Обзор работ по конвекции в пористой среде дан в [5].

Для численного решения задач конвекции – диффузии эффективным является метод конечных разностей, в частности компактные схемы, в которых увеличение точности достигается без введения дополнительных узлов в разностные шаблоны [6]. В работе [7] предложена компактная схема конечных разностей для решения анизотропной задачи конвекции Дарси. Показано преимущество данной схемы в сравнение со схемой второго порядка [8].

Уравнения фильтрационной конвекции

В настоящей работе рассматривается прямоугольная пористая область $\Omega = [0, a] \times [0, b]$ с переменной проницаемостью вдоль высоты. Безразмерные уравнения фильтрационной конвекции в естественных переменных имеют вид

$$\boldsymbol{u} = \boldsymbol{K}\nabla p + \boldsymbol{j}\theta, \qquad \nabla \cdot \boldsymbol{u} = 0,$$

$$\dot{\theta} + \boldsymbol{u} \cdot \nabla\theta - w = \Delta\theta,$$

где $\boldsymbol{u} = (u, w)$ – вектор скорости, $\boldsymbol{K} = \big(1, K(z)\big)$ – проницаемость (постоянная вдоль x, переменная вдоль z), θ – отклонение температуры от профиля, поддерживаемого на границе, p – давление, λ – фильтрационное число Рэлея, $\boldsymbol{j} = (0, -1)$ – единичный вектор вдоль высоты.

На границах заданы условия непроницаемости и линейный по высоте профиль температуры

$$\boldsymbol{u} \cdot \boldsymbol{n}|_{\partial\Omega} = 0, \qquad \theta|_{\partial\Omega} = 0.$$

Введя функцию тока $\partial_x\psi = -w$, $\partial_z\psi = u$, систему уравнений можно переписать в виде

$$K(z)\partial_{xx}\psi + \partial_{zz}\psi - \partial_x\theta = 0,$$

$$\dot{\theta} = \Delta\theta + \partial_x\psi - J(\psi, \theta), \qquad J(\psi, \theta) = \partial_x\psi\partial_z\theta - \partial_z\psi\partial_x\theta.$$

При $K(z) \equiv 1$ задача является косимметричной. Имеется вектор косимметрии $L = (-\theta, \psi)$ ортогонален правой части системы уравнений.

Компактная схема конечных разностей

По координатам x и z вводятся равномерные сетки $\bar{\omega}_h = \{ih, i = \overline{0, n+1}\}$ и $\bar{\omega}_g = \{jg, j = \overline{0, m+1}\}$, соответственно. Для краткой записи в

работе приняты следующие обозначения $f(x_i, z_j) = f_i^j$. Следуя [7] вводятся разностные операторы

$$D_h f_i^j = \frac{f_{i+1}^j - f_{i-1}^j}{2h}, \qquad D_g f_i^j = \frac{f_i^{j+1} - f_i^{j-1}}{2g},$$

$$\Lambda_h f_i^j = \frac{f_{i+1}^j - 2f_i^j + f_{i-1}^j}{h^2}, \qquad \Lambda_g f_i^j = \frac{f_i^{j+1} - 2f_i^j + f_i^{j-1}}{g^2}.$$

Для аппроксимации якобиана $J(\psi, \theta)$ используются формулы [8].

Компактная схема четвертого порядка точности для спектральной задачи на девятиточечном шаблоне имеет вид

$$\left(\Lambda_g + \Lambda_h\left(K^j I + \frac{K^j h^2 + g^2}{12}\Lambda_g - \lambda\frac{h^2}{12}\right)\right)\psi_i^j - D_h\left(I + \frac{h^2 + g^2}{12}\Lambda_g\right)\theta_i^j = 0,$$

$$\left(\Lambda_g + \Lambda_h\left(I + \frac{h^2 + g^2}{12}\Lambda_g - \lambda\frac{K^j h^2}{12}\right)\right)\theta_i^j + D_h\left(I + \frac{K^j h^2 + g^2}{12}\Lambda_g\right)\psi_i^j = 0.$$

В [7] доказано, что данная схема сохраняет косимметрию при $K^j \equiv 1$. Там же продемонстрировано преимущество компактной схемы над методом второго порядка.

Для интегрирования по времени используется метод Рунге-Кутты четвертого порядка с постоянным шагом. Для построения однопараметрического семейства, использовался метод продолжения по параметру, предложенный в [9].

Результаты вычислений

В работе рассмотрено три варианта задания функции $K(z)$. Для каждого варианта была численно решена спектральная задача (в случае $a = 1$, $b = 2$ (узкая область), на сетке 20×10) и найдены критические значения фильтрационного числа Рэлея потери устойчивости состояния покоя (рис. 1). Как и следовало ожидать, при $K(z)$ не тождественно равных единице, теряется двукратность первого критического λ.

При $\lambda = 100$, с шагом по времени 0.0025 было рассчитано семейство однопараметрических режимов. Стартуя с различных точек вычисленного семейства, решалась задача с неоднородной проницаемостью. Результаты приведены на рис. 2. При различных способах задания $K(z)$ имеют место различное количество устойчивых режимов.

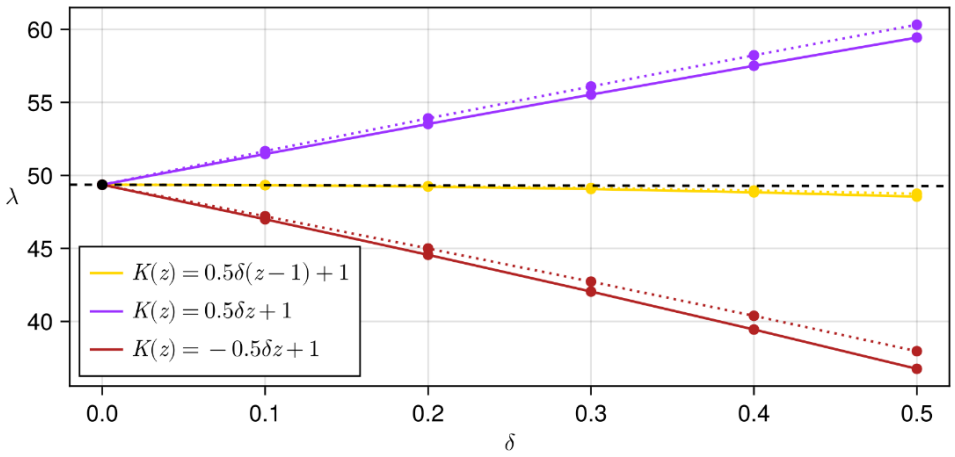


Рис. 1. Значение первого критического числа Рэлея (сплошная линия) и второго (пунктирная) при различном способе задания $K(z)$.

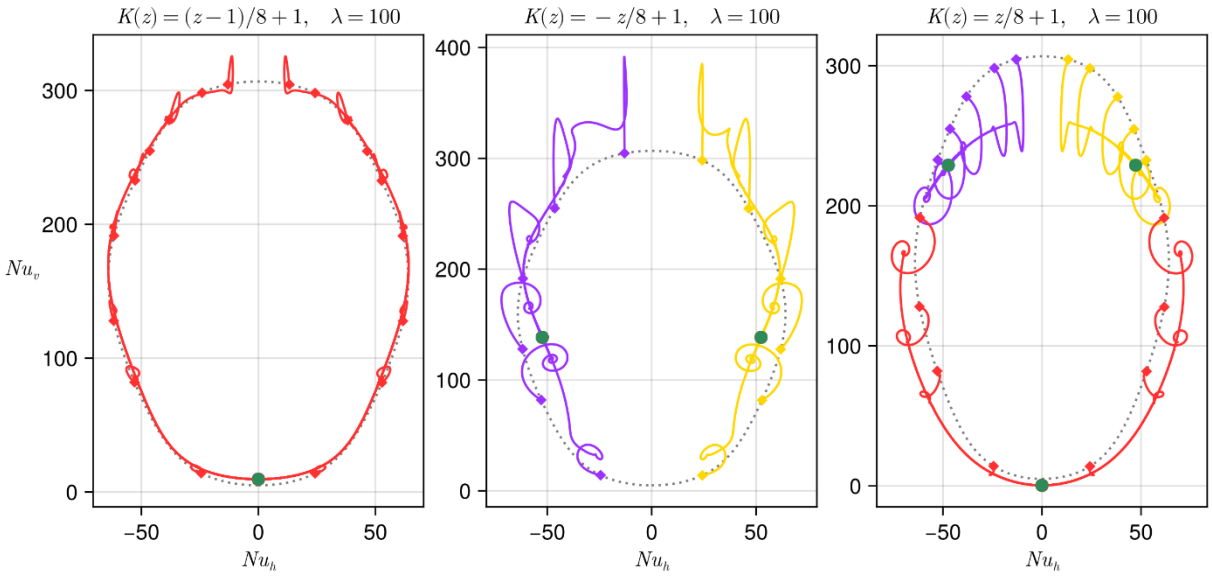


Рис. 2. Решения задачи с неоднородной проницаемостью при старте с семейства, реализующемся при сохранении косимметрии (серый пунктир). Зеленые точки – устойчивые режимы.

Заключение

Расчет устойчивых режимов конвекции Дарси при различных конфигурациях неоднородности проницаемости проведен на основе компактной схемы конечных разностей. Показано, что при различных способах задания функции обратной проницаемости, реализуется различное число стационарных режимов. При некоторых условиях реализуются несимметричные режимы. Показано, что построенная схема повышенного порядка точности обеспечивает лучшие результаты, как и в косимметричном, так и в общем случае.

Список литературы

1. *Любимов Д.В.* О конвективных движения в пористой среде, подогреваемой снизу // Прикладная математика и техническая физика. 1975. № 2. С. 131–137.
2. *Юдович В.И.* Косимметрия, вырождение решений операторных уравнений, возникновение фильтрационной конвекции // Математические заметки. 1991. Т. 49. № 2. С. 142–148.
3. *Bratsun D.A., Lyubimov D.V., Roux B*. Co-symmetry breakdown in problems of thermal convection in porous medium // Physica D. 1995. Vol. 82. P. 398–417.
4. *Говорухин В.Н.* Анализ семейств вторичных стационарных режимов в задаче о плоской фильтрационной конвекции в прямоугольном контейнере // Известия РАН. ЖГ. 1999. № 5. С. 53–62.
5. *Govorukhin V.N., Sumbatyan M.A., Tsybulin V.G.* Multistability of convective flows in a porous enclosure // Advanced Structured Materials. 2023. Vol. 170. P. 321–329.
6. *Толстых А.И.* Компактные и мультиоператорные аппроксимации высокой точности для уравнений в частных производных. М.: Наука, 2015. 350 с.
7. *Селищев А.А., Цибулин В.Г.* Компактная разностная схема для анизотропной задачи конвекции Дарси // Компьютерные исследования и моделирование. 2025. Т. 17. № 2. С. 199–211.
8. *Karasozen B., Tsybulin V.G.* Mimetic discretization of two-dimensional Darcy convection // Computer Physics Communications. 2005. Vol. 170. P. 305–320.
9. *Govorukhin V.N.* Calculation of one-parameter families of stationary regimes in a cosymmetric case and analysis of plane filtration convection problem // Notes on Numerical Fluid Mechanics. 2000. Vol 74. P. 133–144.

ИССЛЕДОВАНИЕ МЕХАНИЗМА ЛОКАЛИЗАЦИИ ПЛАСТИЧЕСКОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ ПРИ РАЗЛИЧНЫХ ВИДАХ ДИНАМИЧЕСКОГО НАГРУЖЕНИЯ КАК РЕЗУЛЬТАТА САМООРГАНИЗОВАННОГО ПОВЕДЕНИЯ ДЕФЕКТНОЙ СТРУКТУРЫ

М. А. Соковиков[a], М. Ю. Симонов[b], В. В. Чудинов[a], А. С. Никитюк[a], В. А. Оборин[a], С. В. Уваров[a], О. Б. Наймарк[a]
[a]Институт механики сплошных сред УрО РАН,
614013, Пермь, Академика Королева, 1
[b]Пермский национальный исследовательский политехнический университет,
614990, Пермь, Комсомольский пр-кт, 29

Изучение локализации пластической деформации осуществлялось при различных видах динамического нагружения. Осуществлены динамические испытания образцов на разрезном стержне Гопкинсона-Кольского с применением высокоскоростной камеры Photron FASTCAM SA-Z 2100K и DIC технологии. В процессе высокоскоростного деформирования образцов определялись температурные поля, величины которых не подтверждают представления о механизме локализации деформации, связанном с термопластической неустойчивостью. Структурные исследования, результаты численного моделирования, проведенного с учетом кинетики микродефектов в материале, позволяют предполагать, что механизм локализации пластической деформации для исследованных материалов при реализованных условиях нагружения обусловлен процессами в дефектной структуре материалов.

Ключевые слова: динамическое нагружение, локализация пластической деформации, инфракрасное сканирование, DIC технология, численное моделирование, структурные исследования.

THE STUDY OF PLASTIC STRAIN LOCALIZATION AT DIFFERENT TYPES OF DYNAMIC LOADS AS A RESULT OF SELF-ORGANIZED BEHAVIOR OF DEFECT STRUCTURE OF MATERIALS

M. A. Sokovikov[a], .M. Yu. Simonov[b], V. V. Chudinov[a], A. S. Nikitiuk, V. A. Oborin[a], S. V. Uvarov[a], O. B. Naimark[a]
[a]Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS,
1 Academician Korolev St., 614013, Perm
[b]Perm National Research Polytechnic University,
29 Komsomolsky prospect, 614990, Perm

The study of plastic strain localization was carried out under different types of dynamic loads. Dynamic tests of the specimens on the split Hopkinson pressure bar were performed using a Photron FASTCAM SA-Z 2100K high-speed camera and DIC technology. The measurement of temperature fields of the specimens in the process of high-rate deformation yielded values that did not confirm the idea that the mechanism of strain localization is

© Соковиков М.А., Симонов М.Ю., Чудинов В.В., Никитюк А.С., Оборин В.А., Уваров С.В., Наймарк О.Б., 2025

associated with thermoplastic instability. Structural studies and the results of numerical modeling carried out with account of the kinetics of microdefects in the material suggest that the mechanism of plastic strain localization in the examined materials under the implemented loading conditions is driven by the processes in the defect structure of materials.

Keywords: dynamic loading, plastic shear localization, infrared thermography, DIC technology, numerical simulation, structural studies

Цель исследования: обоснование одного из механизмов локализации пластической деформации как результата эволюции дефектной структуры материала [1]. Осуществлены динамические испытания образцов на разрезном стержне Гопкинсона-Кольского с применением высокоскоростной камеры Photron FASTCAM SA-Z 2100K и DIC технологии. Температурные поля в процессе деформирования исследовались «in-situ» с использованием высокоскоростной инфракрасной камеры CEDIP Silver 450M. Величины температурных полей не подтверждают представления о механизме локализации деформации, связанном с термопластической неустойчивостью. Микроструктурный анализ, проведенный с помощью оптического интерферометра-профилометра и сканирующего электронного микроскопа, показал коррелированное поведение ансамбля дефектов, которое может быть классифицировано, как структурный переход, обеспечивающий локализацию деформации. Данные экспериментальных исследований и численного моделирования, проведенного с учетом особенностей кинетики накопления микродефектов в материале, позволяют предполагать, что один из механизмов локализации пластической деформации для исследованных материалов при реализованных условиях нагружения обусловлен скачкообразными процессами в дефектной структуре материалов [2-13].

Исследования осуществлялись в рамках госзадания ПФИЦ УрО РАН (тема № 124020200116-1)

Список литературы

1. *Наймарк О.Б.* Коллективные свойства ансамблей дефектов и некоторые нелинейные проблемы пластичности и разрушения // Физическая мезомеханика. 2003.Т.6, № 4. С. 45-72.
2. *Соковиков М.А., Чудинов В.В., Оборин В.А., Уваров С.В., Наймарк О.Б.* Изучение механизма разрушения сплавов локализованным сдвигом при динамическом нагружении // Вычислительная механика сплошных сред. 2019. Т. 12. № 3. С. 301-312.
3. *Билалов Д.А., Соковиков М.А., Баяндин Ю.В., Чудинов В.В., Оборин В.А., Наймарк О.Б.* Описание эффекта падения прочности сплава АМг6 с ростом температуры при динамическом нагружении // Вестник ПНИПУ. Механика. 2019. № 5. С. 5-14.
4. *Соковиков М.А., Симонов М.Ю., Билалов Д.А., Симонов Ю.Н., Наймарк О.Б.* Локализация пластической деформации в сплаве АМг6 при

динамическом нагружении // Физическая мезомеханика. 2020. Т.23, №2. С.45-57 https://doi.org/10.24411/1683-805X-2020-12005
5. *Соковиков М.А., Оборин В.А., Чудинов В.В., Уваров С.В., Наймарк О.Б.* Экспериментальное исследование локализации пластической деформации в сплаве АМг6 при различных видах динамического воздействия // Вестник ПНИПУ. Механика. 2021. №3. С. 154-162.
6. *Sokovikov M.A., Simonov M.Yu., Oborin V.A., Chudinov V.V., Uvarov S.V., Naimark O.B.* Study of localized shear failure of amg6 alloy specimens under static and dynamic loading // Computational Continuum Mechanics. 2021. Vol. 14. No. 3. P. 300-311 DOI: 10.7242/1999-6691/2021.14.3.25
7. *Sokovikov M., Simonov M., Oborin V., Chudinov V., Uvarov S., Naimark O.* Effect of self-organised behaviour of defective material structure on localization of plastic deformation and fracture under static and dynamic loads // AIP Conference Proceedings. 2022. Vol. 2509. P.020186
8. *Inozemtsev A., Naimark O., Sokovikov M., Uvarov S., Simonov M., Oborin V., Chudinov V., Gladky I.* Adiabatic shear failure mechanism in AlMg alloys // Procedia Structural Integrity. 2022. Vol. 41. P.544–549 DOI: 10.1016/j.prostr.2022.05.062
9. *Sokovikov M., Uvarov S., Simonov M., Oborin V., Chudinov V., Naimark O.* Plastic strain localization mechanism in AlMg alloys as a result of jumpwise processes in the defect structure of materials // Procedia Structural Integrity. 2023. Vol. 47. P. 693–697 DOI: 10.1016/j.prostr.2023.07.051
10. *Inozemtsev A., Naimark O., Sokovikov M., Uvarov S., Simonov M., Oborin V., Chudinov V., Gladky I.* The study of mechanism of localized shear fracture in AlMg6 alloy under dynamic loading on a split Hopkinson pressure bar // Procedia Structural Integrity. 2023. Vol.50. P. 119-124 DOI: 10.1016/j.prostr.2023.10.030
11. *Соковиков М.А., Симонов М.Ю., Чудинов В.В., Уваров С.В., Оборин В.А., Наймарк О.Б.* Экспериментальное и теоретическое исследование структурных механизмов и эффектов локализации пластической деформации в сплаве АМг6 при динамическом нагружении // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. 2023. №4. С.110-120 DOI: 10.15593/perm.mech/2023.4.11
12. *Sokovikov M.A., Uvarov S.V., Simonov M.Yu., Chudinov V.V., Naimark O.B.* Metastability, adiabatic shear bands initiation and plastic strain localization in the AMg6 alloy under dynamic loading // Frattura ed Integrità Strutturale. 2024. Vol.68. P.255-266 DOI: 10.3221/IGF-ESIS.68.17
13. *Sokovikov M.A., Simonov M.Yu., Chudinov V.V., Uvarov S.V., Oborin V.A., Naimark O.B.* Plastic strain localization in the AMg6 alloy under dynamic loading // Procedia Structural Integrity. 2024. Vol. 65. P.265-274 DOI: 10.1016/j.prostr.2024.11.040

СВЕРХЗВУКОВОЕ ТЕЧЕНИЕ ВДОЛЬ УПРУГОЙ ПЛАСТИНЫ: КВАЗИЛЕМБОВСКИЕ, "БЫСТРЫЕ" И "МЕДЛЕННЫЕ" МОДЫ

И. Н. Солдатов[a], С. В. Казачек[b]
[a]Нижегородский гос. университет им. Н.И. Лобачевского,
603022, Нижний Новгород, Гагарина, 23
[b]ОАО «Гипрогазцентр»,
603950, Нижний Новгород, Алексеевская, 26

Рассматривается распространение нормальных волн в упругой пластине, контактирующей одной стороной с ограниченным в перпендикулярном направлении к пластине (по ширине) потоком сжимаемой невязкой жидкости (газа). Исследованы дисперсионные характеристики распространяющихся мод в случае сверхзвукового потока. Показано, что при сверхзвуковой скорости потока существуют моды, которые условно можно назвать «медленные» и «быстрые». В работе приведены расчетные формулы, позволяющие определить отношение потока акустической энергии в течении жидкости к потоку энергии в упругом слое при распространении нормальной моды.

Ключевые слова: нормальные моды, упругий и жидкий слои, потоки энергии.

SUPERSONIC FLOW ALONG AN ELASTIC PLATE: QUASI-LAMB, "FAST," AND "SLOW" MODES

I. N. Soldatov[a], S. V. Kazachek[b]
[a]N. I. Lobachevsky State University of Nizhny Novgorod,
23 Gagarin St., 603022, Nizhny Novgorod
[b]OAO Giprogaztsentr,
26 Alekseevskaya St., 603950, Nizhny Novgorod

The propagation of normal waves in an elastic plate in contact on one side with a compressible inviscid fluid (gas) flow bounded in the perpendicular direction (along its width) is considered. The dispersion characteristics of the propagating modes are investigated for supersonic flow. It is shown that at supersonic flow speeds, modes exist that can be conventionally termed "slow" and "fast." The paper presents calculation formulas for determining the ratio of the acoustic energy flux in fluid flow to the energy flux in the elastic layer during normal mode propagation.

Keywords: normal modes, elastic and fluid layers, energy fluxes

Движение частиц упругого материала и частиц жидкости происходит в плоскости *Oxz*, ось *Oz* перпендикулярна плоскостям упругого слоя, а ось *Ox* параллельна им. Упругий слой ограничен плоскостями $z = \pm h/2$, а слой жидкости – $z = l + h/2$ и $z = h/2$ (рис. 1). Движение частиц упругого слоя описывается векторным уравнением

$$\frac{\partial^2 \boldsymbol{u}}{\partial t^2} - c_p^2 \nabla \operatorname{div} \boldsymbol{u} + c_s^2 \operatorname{rot} \operatorname{rot} \boldsymbol{u} = 0, \qquad (1)$$

© Солдатов И.Н., Казачек С.В., 2025

где $\boldsymbol{u} = (u, w)^T$ – вектор перемещений; $c_p = \sqrt{(\lambda + 2\mu)/\rho}$, $c_s = \sqrt{\mu/\rho}$, – скорости продольной и поперечной упругих волн соответственно, ρ – плотность упругого материала, λ, μ – модули Ляме. Частицы невязкой сжимаемой жидкости в невозмущенном состоянии движутся с постоянной скоростью U вдоль оси x. Адиабатическое распространение акустической волны в жидкости описывается уравнением для потенциала Θ ($\boldsymbol{v} = \nabla\Theta$)

$$\frac{\partial^2\Theta}{\partial t^2} + 2U\frac{\partial^2\Theta}{\partial t\partial x} + U^2\frac{\partial^2\Theta}{\partial^2 x} - c_f^2\Delta\Theta = 0 \qquad (2)$$

где $c_f^2 = p/\rho'$ – квадрат адиабатической скорости звука, ρ', ρ_f – возмущение плотности и невозмущенная плотность жидкости, соответственно, p – давление.

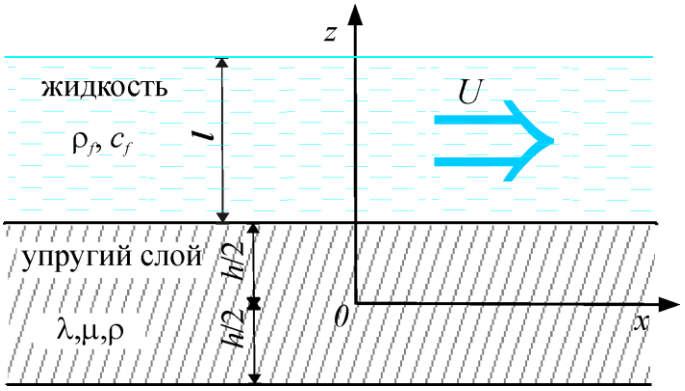


Рис. 1

На границе $z = h/2$ упругого слоя с невязкой жидкостью ставятся условия непрерывности нормальных напряжений и нормальной компоненты вектора скорости

$$-p\big|_{z=h/2+0} = \sigma_{zz}\big|_{z=h/2-0}, \quad v\big|_{z=h/2+0} = \frac{\partial}{\partial t}w\Big|_{z=h/2-0}, \qquad (3)$$

а на нижней свободной границе упругого слоя $z = -h/2$ – равенство нулю нормальной σ_{zz} и тангенциальной σ_{xz} компонент тензора напряжений

$$\sigma_{zz}\big|_{z=-h/2} = 0, \quad \sigma_{zx}\big|_{z=-h/2} = 0 \qquad (4)$$

где упругие напряжения связаны с перемещениями линейным законом Гука. Верхняя граница сжимаемой жидкости $z = l + h/2$ предполагается свободной

$$p\big|_{z=l+h/2} = 0 \qquad (5)$$

Решение краевой задачи будем искать в виде монохроматической неоднородной волны, распространяющейся вдоль оси x $\sim \exp(i\mathrm{k}x - i\omega t)$, ω – циклическая частота, k – волновое число. Ниже используем безразмерные частоту $\Omega = \omega h/c_s$ и волновое число $k = \mathrm{k}h$. Поле скоростей $\boldsymbol{v} = (\upsilon, v)^T$ в жидкости и перемещений $\boldsymbol{u} = (u, w)^T$ в упругом слое представим в виде

$$\upsilon = ik(C_1 \mathrm{ch}\gamma z + C_2 \mathrm{sh}\gamma z),\ v = \gamma(C_1 \mathrm{sh}\gamma z + C_2 \mathrm{ch}\gamma z),$$
$$u = ik\,\mathrm{ch}\,\eta z\, C_3 + ik\,\mathrm{sh}\,\eta z\, C_4 - \zeta\,\mathrm{sh}\,\zeta z\, C_5 - \zeta\,\mathrm{ch}\,\zeta z\, C_6, \quad (6)$$
$$w = \eta\,\mathrm{sh}\,\eta z\, C_3 + \eta\,\mathrm{ch}\,\eta z\, C_4 + ik\,\mathrm{ch}\,\zeta z\, C_5 + ik\,\mathrm{sh}\,\zeta z\, C_6,$$

где множитель $e^{ikx-i\Omega t}$ опущен и $\gamma'^2 = k'^2 - (\Omega - U'k')^2/\beta^2$, $\beta = c_f/c_s$, $\eta'^2 = (k'^2 - \Omega^2 c_s^2/c_p^2)/2$, $\zeta'^2 = (k'^2 - \Omega^2)/2$, $\Pi = \rho_f/\rho$, $U' = U/c_s$ (далее штрихи у введенных безразмерных переменных опускаем). Волновое число k и частота Ω нормальных мод в системе «упругий слой + слой движущейся сжимаемой жидкости» связаны следующим дисперсионным уравнением

$$\mathrm{D}(\Omega, k, \Pi) = \eta^{-1} A \cdot S \cdot \mathrm{ch}\,\gamma l - \Pi\gamma^{-1}(\Omega - kU)\Omega^3\,\mathrm{sh}\,\gamma l \cdot F = 0 \quad (7)$$

где

$$S = (\Omega^2 - 2k^2)^2 \mathrm{ch}\,\eta\,\mathrm{sh}\,\zeta - 16k^2\eta\zeta\,\mathrm{sh}\,\eta\,\mathrm{ch}\,\zeta,$$
$$A = (\Omega^2 - 2k^2)^2 \mathrm{sh}\,\eta\,\mathrm{ch}\,\zeta - 16k^2\eta\zeta\,\mathrm{ch}\,\eta\,\mathrm{sh}\,\zeta,$$
$$F = (\Omega^2 - 2k^2)^2 \mathrm{ch}2\eta\,\mathrm{sh}2\zeta - 16k^2\eta\zeta\,\mathrm{sh}2\eta\,\mathrm{ch}2\zeta.$$

На рис. 1 представлены зависимости фазовых скоростей $c_{ph}/c_s = \Omega/k$ от частоты нескольких первых мод в рассматриваемом двуслойном волноводе при движении газа со скоростью $U_0/c_f = 1.52$. Нормальные волны в рассматриваемой системе можно условно разделить на две основные группы, которые назовем квазилэмбовскими и квазиакустическими волнами и одну малозаметную группу особых волн. Квазилэмбовские волны – это волны, которые в пределе при $\Pi \to 0$ вырождаются в симметричные и антисимметричные волны Лэмба упругого слоя [1,2], т.е. волны с дисперсионными уравнениями

$$S(\Omega, k) = 0,\ \ A(\Omega, k) = 0,$$

соответственно. Квазиакустические волны – волны, переходящие при $\Pi \to 0$ в нормальные волны движущегося жидкого слоя с дисперсионным уравнением

$$\mathrm{ch}\,\gamma l = 0. \quad (8)$$

Особые волны исчезают при $\Pi \to 0$. В масштабе, принятом на рис. 1, видим почти чистое наложение дисперсионных кривых волн Лэмба и акустических, т.е. не заметно влияние упругого слоя на волны в газе, как не заметно и обратное влияние газа на упругие волны, что, прежде всего, связано с малой плотностью газа, и тем, что изменения наиболее заметны вблизи частот, на которых скорости волн Лэмба и акустических близки.

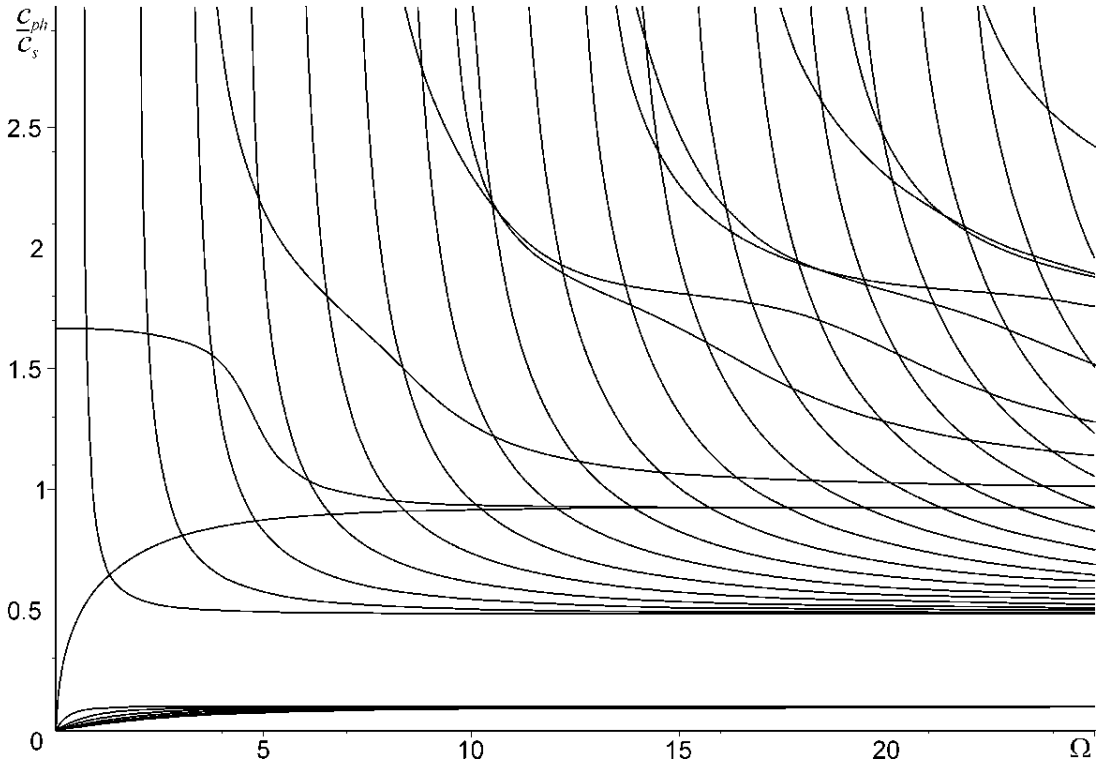


Рис. 2.

Когда жидкость движется со сверхзвуковой скоростью $U > \beta$ квазиакустические волны естественно разделить ещё на две группы, сильно различающиеся по свойствам: волны с волновым вектором вдоль потока (будем их называть «быстрыми») и с волновым вектором навстречу потоку (назовем их «медленными» в силу того, что фазовая скорость этих волн мала при небольших превышениях скорости потока над скоростью звука в сжимаемой жидкой среде). Дисперсионное уравнение (8) для квазиакустических мод в пределе $\Pi \to 0$ можно записать в следующем виде

$$k_n^{(m)} = \frac{-\Omega U + (-1)^m \beta \sqrt{\Omega^2 + (U^2 - \beta^2)\pi^2 \left(n - \frac{1}{2}\right)^2 l^{-2}}}{\beta^2 - U^2}, \; m = 1,2; \; n = 1,2,3,\ldots. \quad (9)$$

где значение $m = 1$ соответствует «медленным» модам, а $m = 2$ – «быстрым». На рис. 3 представлены графики групповых скоростей нескольких первых «быстрых» (в верхней части рисунка) и, ниже, “медленных” мод. Групповые скорости «быстрых» мод растут от $(U^2 - \beta^2)U^{-1}$ при $\Omega = 0$ до $U + \beta$ при $\Omega \to \infty$, а «медленных» убывают от $(U^2 - \beta^2)U^{-1}$ до $U - \beta$.

Учитывая, что Π малая величина (за исключением редких сочетаний твердых материалов с плотными жидкостями типа ртути), можно для любой моды дисперсионную зависимость представить в виде (номер моды опускаем)

$$k(\Omega) = k_0(\Omega) + \Pi k_1(\Omega) + \Pi^2 k_2(\Omega) + \ldots$$

где $k_0(\Omega)$ – зависимость волнового числа от частоты интересующей моды, определяемой из дисперсионного уравнения при $\Pi = 0$, а $k_1(\Omega)$ определяется из выражения

$$k_1 = -\left[\left.\frac{\partial \mathrm{D}(\Omega,k,\Pi)}{\partial \Pi}\right|_{k=k_0,\Pi=0}\right]\left[\left.\frac{\partial \mathrm{D}(\Omega,k,\Pi)}{\partial k}\right|_{k=k_0,\Pi=0}\right]^{-1} \qquad (9)$$

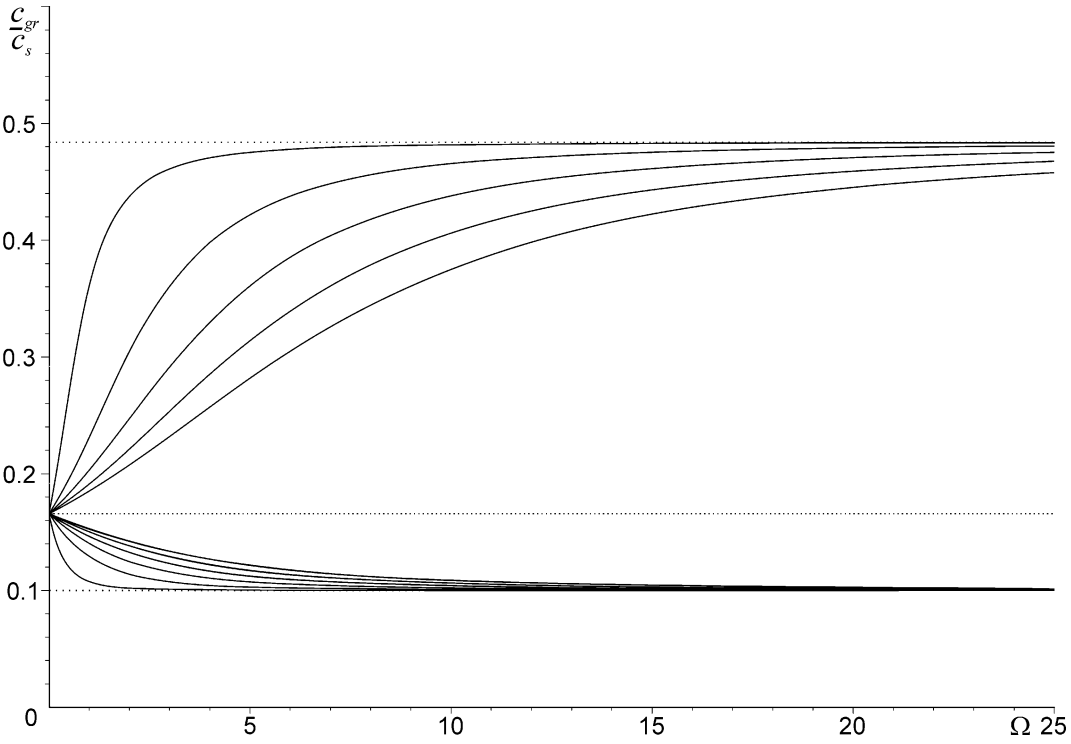


Рис. 3.

Заметим, что зависимости $k_0(\Omega)$, $k_1(\Omega)$,… весьма сложные, так что ими неудобно оперировать. Представляется разумным вместо них использовать двухточечные Паде аппроксимации. Для некоторых мод удается найти аппроксимацию еще проще, так, например, для медленных мод

$$k_1 \approx \frac{(\Omega - k_0 U)\Omega(2k_0^2 - \Omega^2\alpha^2)\left(\mathrm{sh}2k_0 + 2k_0\right)}{4k_0^3(\alpha^2 - 1)(\mathrm{sh}^2(k_0) - k_0^2)(k_0 + (\Omega - k_0 U)U\beta^{-2})}.$$

Нормальная мода в волноводе переносит энергию (в упругом и в жидком слоях), плотность потока энергии в любом слое равна произведению плотности энергии на групповую скорость моды. Поскольку групповая скорость моды во всех слоях одна и та же, то для определения отношения средних за период плотностей потоков в слоях достаточно вычислить отношение средних плотностей энергии E_ρ/E, где $E_f = \rho_f \int_0^l (\upsilon\overline{\upsilon} + v\overline{v})dz$,

$E = \rho\Omega^2 \int_0^l (u\overline{u} + w\overline{w})dz$.

Чтобы найти отношение E_ρ/E нужно в первой и второй группе формул (6) выразить коэффициенты через какой-то один. Из граничного условия на свободной поверхности жидкости можно выразить C_2 через C_1: $C_2 = -C_1 \mathrm{cth}\gamma l$ Аналогично, при описании волнового поля в упругом слое можно коэффициенты C_4, C_5, C_6, выразить через C_3

$$C_4 = \frac{B}{4k^2\eta\zeta}C_3,\ C_5 = -i\frac{B}{2(\Omega^2-2k^2)k\zeta}C_3,\ \ C_6 = -\frac{i(\Omega^2-2k^2)}{2k\zeta}C_3,$$

где $B = \left[(2k^2-\Omega^2)^2\,\mathrm{sh}\,\zeta - 4k^2\eta\zeta\,\mathrm{sh}\,\eta\right]/(\mathrm{ch}\,\eta - \mathrm{ch}\,\zeta)$. А одно из краевых условий на границе упругого слоя и жидкости, позволяет найти связь между C_3 и C_1:

$$C_1 = i\frac{(2k^2-\Omega^2)}{\Pi(\Omega+Uk)}\left(\mathrm{ch}\,\eta + \frac{B\,\mathrm{sh}\,\eta}{4k^2\eta\zeta} - \frac{B\,\mathrm{ch}\,\zeta}{(2k^2-\Omega^2)^2} - \mathrm{sh}\,\zeta\right)C_3.$$

Список литературы

1. *Герасимов С.И., Ерофеев В.И., Солдатов И.Н.* Волновые процессы в сплошных средах. – Саров: ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ», 2012. 260с.
2. *Toda K., Motegi K.* Coupling of velocity dispersion curves of leaky Lamb waves on a fluid-loaded plate // J. Acoust. Soc. Am., 2000. Vol. 107 (2). P. 1045–1948.

ИЗМЕРЕНИЕ ТЕПЛОВОГО ПОТОКА В ГАЗОВЫХ СМЕСЯХ ВОЗДУХА С УНДЕКАНОМ И ВОДЯНЫМ ПАРОМ, ПРЕТЕРПЕВАЮЩИМИ ФАЗОВЫЕ ПЕРЕХОДЫ

С. А. Сомов, А. С. Иванов
Институт механики сплошных сред УрО РАН,
614018, Пермь, Академика Королева, 1

Проведены измерения тепловых потоков, обусловленных свободной термоконцентрационной конвекцией в газовоздушных смесях с ундеканом и водяным паром, в которых происходят фазовые переходы первого рода. Установлено, что в случае ундекана зависимость числа Нуссельта от числа Релея практически совпадает с таковой для сухого воздуха. Показано, что для влажного воздуха экспериментальные данные требуют дополнительной численной обработки с учётом интенсивного и сложного диффузионного массопереноса. Обсуждается роль термодиффузии и Стефановского потока во влажном воздухе.

Ключевые слова: термоконцентрационная конвекция, теплоперенос, диффузия, водяной пар, ундекан, течение Стефана.

MEASUREMENT OF HEAT FLOW IN GAS MIXTURES OF AIR WITH UNDECANE AND WATER VAPOR UNDERGOING PHASE TRANSITIONS

S. A. Somov, A. S. Ivanov
Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS,
1 Academician Korolev St., 614018, Perm

Heat flows resulting from free thermoconcentration convection in gas–air mixtures with undecane and water vapor, undergoing first-order phase transitions, were measured. It was found that in the case of undecane, the Nusselt–Rayleigh number relationship closely matches that of dry air. For humid air, the experimental data require additional numerical processing that accounts for intensive and complex diffusive mass transfer. The roles of thermodiffusion and Stefan flow in moist air are discussed.

Keywords: thermoconcentration convection, heat transfer, diffusion, water vapor, undecane, Stefan flow.

Введение

Свободная конвекция в атмосфере, технике и биологии, как правило, обусловлена действием нескольких факторов: температурных, концентрационных градиентов, различий в плотности и поверхностном натяжении. Она представляет собой сопряжённые процессы тепло- и массопереноса [1] и может быть описана в терминах теории подобия через безразмерные числа Прандтля и тепловое число Рэлея [2]:

© Сомов С.А., Иванов А.С., 2025

$$Pr = \nu\chi^{-1}, Ra_{\mathrm{T}} = gd^3\beta\Delta T\nu^{-1}\chi^{-1}, \quad (1)$$

где g – гравитационное ускорение, d – характерный масштаб длины полости, ΔT – разность температур между горячей T_{hot} и холодной T_{cold} стенками, а β – коэффициент теплового расширения.

В бинарных смесях возникает термоконцентрационная конвекция, где участвуют два источника плавучести (температурный и концентрационный) и два механизма диссипации (теплопроводность и молекулярная диффузия). Это учитывается через эффективное число Рэлея:

$$Ra_{\mathrm{E}} = Ra_{\mathrm{T}} + Ra_{\mathrm{C}}, Ra_{\mathrm{C}} = gd^3\Delta\rho_{\mathrm{C}}\left(\nu D\rho_{\mathrm{gm}}\right)^{-1}, \quad (2)$$

где ρ_{gm} – средняя плотность газовой смеси; $\Delta\rho_{\mathrm{c}}$ – изменение плотности смеси, вызванное изменением концентрации пара.

В качестве объектов исследования выбраны газовоздушные смеси с парами воды и ундекана. Влажность воздуха играет важную роль в атмосферных и технических процессах, а физические свойства воды, в частности фазовые переходы и термодиффузия, демонстрируют нестандартное поведение. Ундекан, напротив, представляет собой типичный углеводород, аналогичный компонентам авиационного топлива.

Работа посвящена экспериментальному исследованию теплопереноса при свободной термоконцентрационной конвекции в закрытой ячейке с испарением внизу и конденсацией наверху, на примере смесей воздуха с парами воды или ундекана.

Экспериментальная установка

Эксперименты проводились на лабораторной установке, описанной ранее в [3, 4]. Основной элемент — конвективная ячейка прямоугольной формы (15×15×320 мм) с медными теплообменниками сверху и снизу. Передняя стенка выполнена из стекла, а задняя – зеркало, боковые стенки выполнены из теплоизоляционного материала.

Для регистрации тепловых эффектов использовались: дифференциальные термопары, установленные на боковых стенках; датчик плотности теплового потока, встроенный в нижний теплообменник.

Эксперименты проводились при фиксированной температуре T_0, с пошаговым изменением температур теплообменников с помощью двух термостатов CRYO-VT-12 с шагом 0.5 °C от $\Delta T = 0$ °C до 20 °C, как для прямой (горячий низ), так и обратной (горячий верх) стратификации. Исследования проводились при $T_0 = 15$–75 °C в три этапа: с сухим воздухом, с водяным паром и с парами ундекана. Полученная зависимость $Nu(Ra_{\mathrm{T}})$ для воздуха хорошо совпадает с теорией и предыдущими данным: критическое значение $Ra^* \approx 1680$ близко к теоретическим 1708 [2] и экспериментальным 1700 ± 50 [5].

В диапазоне начала конвекции $Ra_{\mathrm{T}} = 1700$–3000 зависимость $Nu(Ra_{\mathrm{T}})$ аппроксимируется: $Nu = 0.0010 \cdot Ra_{\mathrm{T}}^{0.90}$, что согласуется с известной

оценкой $Nu = 0.0012 \cdot Ra_T^{0.90}$ [5]. Это подтверждает достоверность методики и позволяет перейти к анализу теплопереноса в смесях с фазовыми превращениями.

Паровоздушная смесь с ундеканом

Поведение ундекана в смеси с воздухом оказалось качественно аналогичным сухому воздуху, хотя и с небольшими количественными отличиями. При каждом значении T_0 термопары и датчик теплового потока синхронно фиксировали переход от теплопроводности к конвекции при одинаковом ΔT.

Конвекция в замкнутом объёме сопровождалась непрерывным циклом фазовых переходов: испарение с нижнего теплообменника, конденсация на верхнем теплообменнике и стекание жидкости по боковым стенкам. Для оценки влияния фазовых переходов был рассчитан критерий Кутателадзе [1]:

$$K = r\left(c_p \Delta T\right)^{-1} \sim 10^2, \quad (4)$$

где $r \approx 2.6$ МДж/кг — теплота парообразования, $c_p \approx 2.2$ кДж/(кг·К) — теплоёмкость. Дополнительный тепловой поток, связанный с фазовыми переходами, увеличивает сигнал датчика примерно на $\mathbf{(1 + K^{-1})}$, что оказалось несущественным и не учитывалось при обработке.

На рис. 1а показаны аппроксимации зависимости $\boldsymbol{Nu(Ra_E)}$ для смесей воздух–ундекан при T_0 = 25 и 65 °C. Они близки к универсальной кривой $Nu(Ra_T)$ и могут быть описаны как: $Nu(25\ °C) = 0.0010 \cdot Ra_E^{0.90}$ **и** $Nu(65\ °C) = 0.0013 \cdot Ra_E^{0.90}$.

Смесь воздуха и водяного пара

Обработка данных, полученных для влажного воздуха, оказалась существенно сложнее, чем для сухого воздуха или смеси с ундеканом. Главная проблема — рассогласование сигналов от термопар и датчика теплового потока: при низких температурах (T_0 = 15–35 °C) термопары фиксировали начало конвекции при меньших ΔT, чем датчик; при высоких (T_0 = 55–75 °C) — наоборот. В точке $T_0 \approx 45$ °C сигналы совпадали. Эти расхождения потребовали дополнительного анализа.

В условиях обратной стратификации потоки пара определяются молекулярной диффузией с учётом термодиффузии [1]:

$$\vec{j}_{\mathrm{wv}} = -\rho_{\mathrm{gm}} D[\nabla m_{\mathrm{wv}} + k_T T^{-1} \nabla T], \quad (5)$$

где массовая доля водяного пара определяется $m_{\mathrm{wv}} = \rho_{wv} \rho_{gm}^{-1}$, а ρ_{wv} – его парциальная плотность.

Термодиффузия способствует накоплению пара у верхней стенки, а противоположный градиент концентрации — его возврату. Несмотря на отсутствие суммарного потока массы, тепловой поток остаётся:

$$\vec{q}_{\mathrm{inverse}} = -\lambda \nabla T\left[1 - \rho_{\mathrm{gm}} D k_T (\lambda T_0)^{-1}\left(h_{\mathrm{wv}}(T_{\mathrm{hot}}) - h_{\mathrm{wv}}(T_{\mathrm{cold}})\right)\right], \quad (6)$$

где $h_{wv}(T)$ обозначает энтальпию водяного пара при заданной температуре T.

Для корректного расчёта числа Нуссельта необходимо исключить вклад термодиффузии:

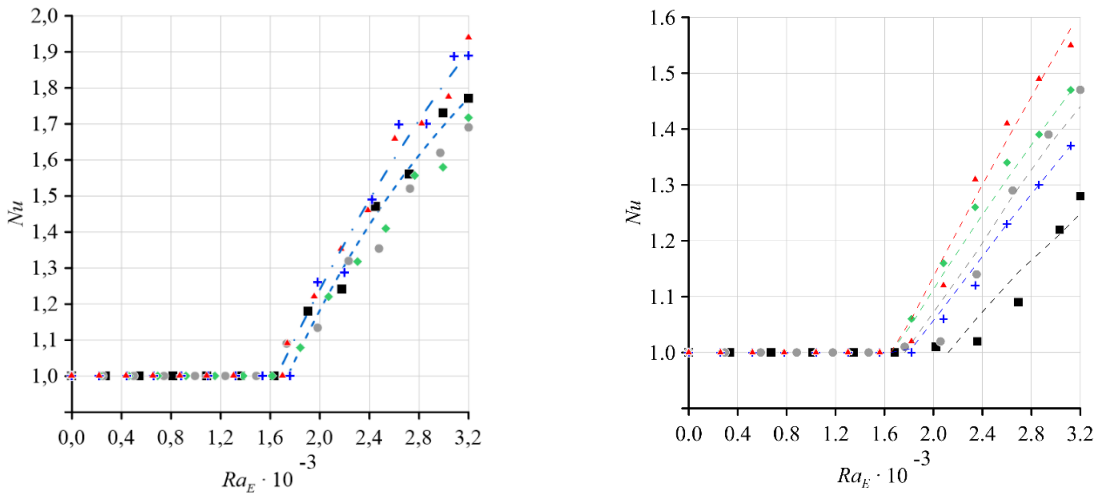
$$U^{c}_{\text{inverse}} = U_{\text{inverse}}\left[1 - \rho_{\text{gm}} D k_{\text{T}} (\lambda T_0)^{-1}\left(h_{\text{wv}}(T_{\text{hot}}) - h_{\text{wv}}(T_{\text{cold}})\right)\right]^{-1} \quad (7)$$

Термодиффузия пара ранее почти не изучалась экспериментально [6, 7]. Значения k_{T} приводятся по оценкам [8]: k_{T}(30 °C) = -0.13, k_{T}(80 °C) = -0.16, где его отрицательная величина объясняет направленность потока. Мы использовали линейную интерполяцию.

При прямой стратификации условия асимметричны: пар испаряется внизу и конденсируется вверху. Это вызывает поток Стефана и усиливает массоперенос:

$$-\rho_{\text{gm}} D \left(m_{\text{air}_{\text{h}}}\right)^{-1} \nabla m_{\text{wv}}, \quad (8)$$

где $(m_{\text{air}})_{\text{h}}$ – доля плотности воздуха на поверхности горячей воды.



а) *б)*

Рис. 1. Кривая Nu(Ra_E) для а) смеси воздуха и ундекана, пунктирная и штрихпунктирная линии - уравнение для T_0 = 35 °C и T_0 = 55 °C, соответственно, б) для влажного воздуха, пунктирные линии – приближение. Точки - эксперимент при T_0 = 25 °C (квадраты), T_0 = 35 °C (круги), T_0 =45 °C (ромбы), T_0 =55 °C (кресты), T_0 =65 °C (треугольники)

Суммарный тепловой поток:

$$\vec{q}_{\text{straight}} = -\lambda \nabla T - \rho_{\text{gm}} D h_{\text{wv}} [1 + K^{-1}] \left(\frac{\nabla m_{\text{wv}}}{m_{\text{air}_{\text{h}}}} + k_{\text{T}} \frac{\nabla T}{T}\right) + \rho_{\text{gm}} h_{\text{gm}} \vec{w} \quad (9)$$

Для расчёта ***Nu*** следует исключить вклад Стефановского потока. Коррекция:

$$Nu = U_{\text{straight}} (U^{c}_{\text{inverse}})^{-1} - m_{\text{wv}} \psi,$$

$$\psi = U_{\text{straight}} (U^{c}_{\text{inverse}})^{-1} - 1 - \left(\lambda^{-1} \rho_{\text{gm}} D h_{\text{wv}} (1 + K^{-1}) k_{\text{T}} T^{-1}\right) \quad (10)$$

После поправок (7) и (10) данные синхронизировались и приняли привычный вид (рис. 1*б*). Аппроксимация:

$$Nu = (-3 \cdot 10^{-6} T_0^2 - 10^{-6} T_0 + 1.53 \cdot 10^{-2}) \cdot Ra_{\mathrm{E}}^{\left(8 \cdot 10^{-5} T_0^2 - 2.8 \cdot 10^{-3} T_0 + 0.58\right)} \quad (11)$$

Поправки не требовались для смеси с ундеканом из-за малого давления насыщенного пара и противоположного эффекта термодиффузии у тяжёлых молекул.

Выводы

Экспериментально исследована естественная термоконцентрационная конвекция в паровоздушных смесях с водой и ундеканом, сопровождающаяся фазовыми переходами первого рода. Показано, что в зависимости от свойств жидкости и условий эксперимента, данные могут требовать численной постобработки. Существенное влияние на теплообмен оказывают сложные механизмы массопереноса: многокомпонентная молекулярная диффузия, свободная конвекция и Стефановский поток.

Достигнутые температурные градиенты (до $1.3 \cdot 10^3$ К/м) позволили выявить вклад термодиффузии во влажном воздухе. Детальный анализ всех компонент теплопереноса позволил привести данные к унифицированному виду. Полученные зависимости подчёркивают отличия между свободной конвекцией в однофазной среде и в смесях, где протекают фазовые переходы.

Работа выполнена в рамках государственного задания, регистрационный номер темы № АААА-А20-120020690030-5.

Список литературы

1. *Исаченко В. П., Осипова В. А, Сукомел А. С.* Теплопередача. // М.: Энергоиздат. 1981. 416 с.
2. *Гершуни Г. З., Жуховицкий Е. М.* Конвективная устойчивость несжимаемых жидкостей. // М.: Наука. 1972.
3. *Somov S. A., Ivanov A. S.* Experimental setup for studying thermosolutal convection in moist air // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. 2019. doi.org/10.1088/1757-899X/581/1/012016
4. *Somov S. A., Ivanov A. S.* Experimental study of thermoconcentration convection in air–water and air–undecane mixtures// Physics of Fluids. 2024.
5. *Silveston P. L.* // *Forsch. Geb. Ingenieurwes. A.* 1958.
6. *Hirschfelder J. O., Curtis C. F., Bird R. B. Molecular Theory of Gases and Liquids* // London: Wiley, NY/Chapman & Hall. 1954. 1219 p.
7. *Vargaftik N.B. Tables on the Thermophysical Properties of Liquids and Gases* // New York: John Wiley. 1975. 758 p.
8. *Vidal O., Murphy W. M.* Calculation of the effect of gaseous thermodiffusion and thermogravitation processes on the relative humidity surrounding a high level nuclear waste canister *// Waste Manag.* 1999.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ РЕЖИМОВ ИНЕРЦИОННЫХ ВОЛН ВО ВРАЩАЮЩЕМСЯ СФЕРИЧЕСКОМ СЛОЕ

С. В. Субботин[a], М. А. Ширяева[a], Н. Д. Шмакова[b]
[a]Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет,
614000, Пермь, Сибирская, 24
[b]Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН,
630090, Новосибирск, проспект Академика Лаврентьева, 15

Экспериментально исследуются инерционно-волновые режимы течений жидкости во вращающемся сферическом слое. Источником волн является внутреннее ядро, совершающее круговые колебания в экваториальной плоскости. С увеличением амплитуды колебаний в слое рождаются вторичные волны с субгармоническими частотами, удовлетворяющими условию триадного резонанса. Новые субгармоники проявляются в разных областях сферического слоя одновременно с одинаковыми частотами, но различными волновыми числами. Проводится детальное исследование влияния безразмерной частоты колебаний ядра и амплитуды на спектральный состав возмущений в слое.

Ключевые слова: вращение; инерционные волны; триадный резонанс

EXPERIMENTAL STUDY OF NONLINEAR REGIMES OF INERTIAL WAVES IN A ROTATING SPHERICAL SHELL

S. V. Subbotin[a], M. A. Shiryaeva[a], N. D. Shmakova[b]
[a]Perm State Humanitarian pedagogical University,
24 Sibirskaya St., 614990, Perm
[b]Lavrentyev Institute of Hydrodynamics SB RAS,
24 Academician Lavrentyev Av., 630090, Novosibirsk

Inertial-wave regimes in a rotating spherical shell are experimentally investigated. The source of the waves is the inner core, which performs circular oscillations in the equatorial plane. With an increase in the amplitude of oscillations, secondary waves with subharmonic frequencies that satisfy the condition of triadic resonance are generated. New subharmonics appear in different areas of the spherical shell simultaneously with the same frequencies, but different wave numbers. A detailed study is carried out of the influence of the dimensionless frequency and the amplitude of core oscillations on the spectral composition of disturbances in the shell.

Keywords: rotation; inertial waves; triadic resonance; averaged flows

Введение

Гармоническое воздействие на вращающиеся жидкости является источником для поддержания инерционных волн, которые традиционно рассматриваются во вращающихся сферических слоях в связи с гео- и

© Субботин С.В., Ширяева М.А., Шмакова Н.Д., 2025

астрофизическими приложениями [1]. В планетарных системах основным возмущающим фактором является гравитация, которая приводит не только к приливному взаимодействию и возбуждению соответствующей инерционной волны с азимутальным волновым числом $k = 2$ [2], но и прецессии оси вращения с $k = 1$ [3] и гармоническим изменениям осевой скорости вращения ($k = 0$), так называемым либрациям [4, 5]. С другой стороны, инерционные волны могут возбуждаться благодаря колебаниям неоднородных по плотности внутренних слоёв планет и спутников с частотой плавучести. Характерным примером является твердое ядро, осциллирующее внутри жидкой оболочки [6]. В связи с тем, что направление групповой скорости волн определяется только частотой воздействия, во вращающихся слоях существует большое разнообразие форм волновых движений (инерционные моды, аттракторы), отличающихся пространственным распределением энергии пульсационного движения и, соответственно, величиной вязкой диссипации [7].

Повышение амплитуды накачки энергии в систему является благоприятным условием для запуска каскадных волновых процессов, реализующихся по сценарию триадных взаимодействий [8]. Механизм волнового распада предполагает линейную суперпозицию между частотами волн и их волновыми векторами. В настоящей работе основное внимание уделено определению спектрального состава возмущений нелинейных режимов инерционных волн во вращающемся сферическом слое с колеблющимся ядром. Рассматривается положительные частоты n, когда ядро совершает опережающее движение относительно полости в экваториальной плоскости.

Установка и методика эксперимента

Лёгкое сферическое ядро радиуса $R_1 = 17.7$ мм и средней плотности $\rho_C = 0.22\,\text{г/см}^3$ находится во вращающейся с постоянной угловой скоростью $\Omega = 6.28$ рад/с сферической полости радиуса $R_2 = 36.0$ мм, заполненной маловязкой жидкостью (Рис. 1). Вращение осуществляется вокруг вертикальной оси, при этом в отсутствии внешнего переменного инерционного поля ядро располагается в геометрическом центре полости. Для удержания легкого ядра в экваториальной плоскости его нижний полюс соединен с нижним полюсом кюветы при помощи тонкой гибкой лески. В качестве рабочей жидкости используется водный раствор глицерина с кинематической вязкостью $\nu = 3.1$ сСт и плотностью $\rho_L = 1.1\text{г/см}^3$.

Для возбуждения осциллирующего движения используется электродинамический вибростенд, задающий в лабораторной системе отсчета колебания кюветы по закону $b_{vib}\cos\Omega_{vib}t$, ориентированные поперек оси вращения. Внешнее инерционное поле возбуждает одну из собственных мод ядра, в результате чего последнее движется по круговой траектории в системе отсчета полости с радиусом b и частотой $\Omega_{osc} = \Omega_{vib} - \Omega$. В

настоящих экспериментах частота вибраций варьируется в диапазоне $\Omega_{vib} = 106.8 - 188.4$ рад/с, что соответствует безразмерным частотам $n = \Omega_{osc} / \Omega = 0.7 - 2.0$. Число Экмана во всех экспериментах составляет $E = \nu / \Omega R_2^2 = 3.8 \cdot 10^{-5}$. Структура азимутального течения исследуется при помощи PIV-метода. Съемка ведётся на скоростную видеокамеру CamRecord CL600x2 с частотой 360 кадр/с и разрешением 800x800 пикселей. Для обработки данных во вращающейся системе отсчёта полная последовательность изображений поворачивается относительно оси вращения с шагом 10°. Подробное описание установки и методики эксперимента приведено в [9].

Результаты экспериментов

В линейном режиме инерционные волны образуют в сферическом слое систему конусообразных сдвиговых слоёв, наклонённых под углом $\theta = \arcsin(n/2)$. В связи со спецификой вносимых возмущений, в горизонтальной плоскости z/R_2 сдвиговые слои закручены в спираль. При этом в спектре мгновенной азимутальной скорости наблюдается основная физическая гармоника с фундаментальной частотой n.

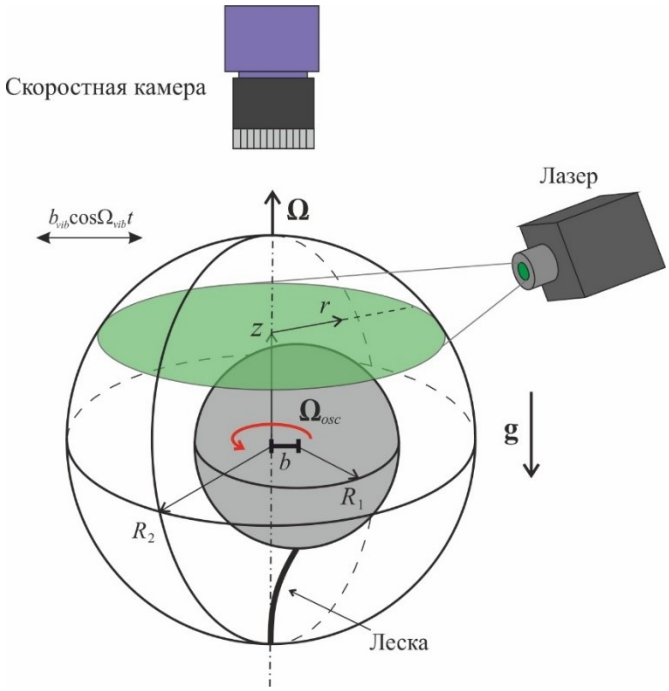


Рис. 1. Постановка задачи: сферическое ядро совершает круговые колебания в заполненной жидкостью вращающейся сферической полости со скоростью Ω, амплитудой b и частотой Ω_{osc}

Повышение амплитуды колебаний ядра b приводит к развитию нелинейных режимов. В азимутальном поле скорости возникают возмущения, частоты которых сильно зависят от безразмерной частоты n и амплитуды (Рис. 2). Так, в диапазоне частот $n = 0.7 - 1.0$ нелинейный режим

сопровождается появлением новых субгармоник с частотами n_1 и n_2 (см. Рис. 2, $n = 0.8$). С увеличением b их значения могут незначительно меняться, при этом их сумма всегда остаётся равна фундаментальной частоте n. В диапазоне частот $n = 1.0 - 1.6$ сценарий развития нелинейных режимов более интересен. Повышение амплитуды осцилляций ядра сначала приводит к появлению пары субгармоник n_1 и n_2, после чего наиболее ярко проявляется частота равная $n/2$. Это соответствует параметрическим колебаниям, при которых на одной частоте рождаются две субгармоники, распространяющиеся в противоположные азимутальные направления. Важно, что развитие параметрического триадного резонанса не подавляет субгармоники n_1 и n_2, значения которых с увеличением амплитуды монотонно приближаются к $n/2$ (см. Рис. 2, $n = 1.2$). Таким образом, в сферическом слое может одновременно существовать несколько пар различных волновых систем. При дальнейшем увеличении b в спектре появляются две частоты n_3 и n_4. Нижняя субгармоника n_3 является очень низкочастотной, что указывает на генерацию медленного азимутально-неоднородного течения. По всей видимости, такая богатая динамика в данном диапазоне n обусловлена возбуждением на фундаментальной частоте глобальной инерционной моды, усиливающей амплитуду пульсационного течения в несколько раз [6].

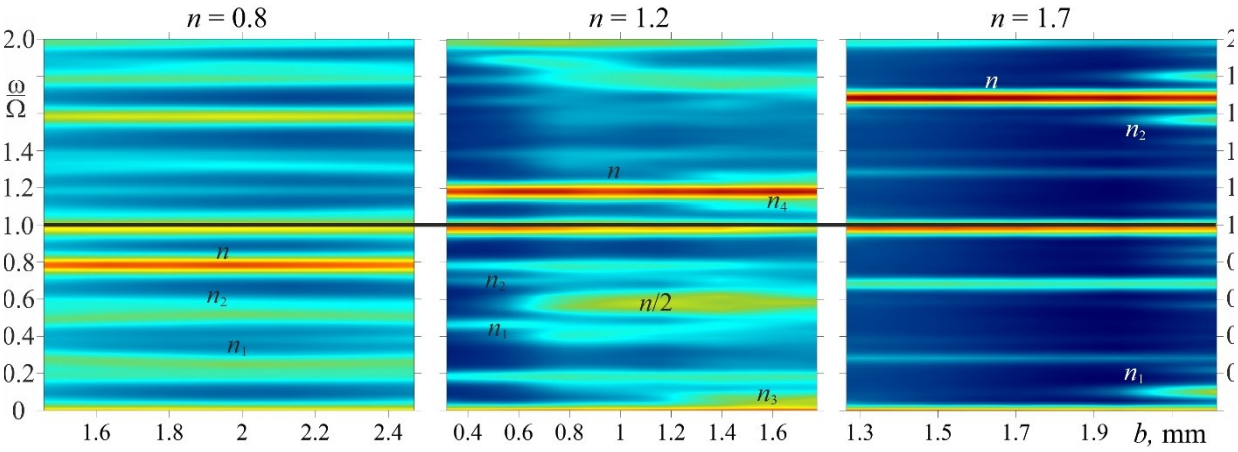


Рис. 2. Спектры мгновенной азимутальной скорости жидкости в сферическом слое на расстоянии z/R = 0.6 в зависимости от амплитуды колебаний ядра при частотах n = 0.8, 1.2 и 1.7. Цветом показана $\log_{10}\left[S(\omega,t)/S_0\right]$*, горизонтальной линией – частота вращения* Ω

Наконец, при частотах $n > 1.6$ триадный резонанс начинается сразу с появления в спектре медленной низкочастотной составляющей n_1 и соответствующей ему высокочастотной пары n_2, (см. Рис. 2, $n = 1.7$). Данный диапазон частот расположен вдали от пространственных резонансов инерционных мод, поэтому неустойчивость преимущественно локализована вблизи слоёв Стюартсона, образующих тангенциальный к диаметральному сечению ядра цилиндр, вытянутый вдоль оси вращения [9].

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 25-11-00358, https://rscf.ru/project/25-11-00358/.

Список литературы

1. *Le Bars M., Cébron D., Le Gal P.* Flows Driven by libration, precession, and tides // Annual Review of Fluid Mechanics. 2015. Vol. 47. P. 163–193.
2. *Morize C., Le Bars M., Le Gal P., Tilgner A.* Experimental determination of zonal winds driven by tides // Physical Review Letters. 2010. Vol. 104. P. 214501.
3. *Noir J., Jault D., Cardin P.* Numerical study of the motions within a slowly precessing sphere at low Ekman number // Journal of Fluid Mechanics. 2001. Vol. 437. P. 283–299.
4. *Busse F.H.* Mean zonal flows generated by librations of a rotating spherical cavity // Journal of Fluid Mechanics. 2010. Vol. 650. P. 505–512.
5. *Kozlov V.G., Subbotin S.V.* Librations induced zonal flow and differential rotation of free inner core in rotating spherical cavity // Physics of Fluids. 2017 Vol. 29 (9). P. 096601.
6. *Subbotin S., Shiryaeva M.* On the linear and non-linear fluid response to the circular forcing in a rotating spherical shell // Physics of Fluids. 2021. Vol. 33 (6). P. 066603.
7. *Ogilvie G. I.* Tidal dissipation in rotating fluid bodies: A simplified model // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. 2009. Vol. 396. P. 794–806.
8. *Dauxois T., Joubaud S., Odier P., Venaille A.* Instabilities of internal gravity wave beams // Annual Review Fluid Mechanics. 2018. Vol. 50. P. 131–156.
9. *Subbotin S., Shmakova N., Ermanyuk E., Kozlov V*. Stewartson layer instability and triadic resonances in rotating sphere with oscillating inner core // Physics of Fluids. 2022 Vol. 34 (6). P. 064103.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ГЛОБАЛЬНОГО ПОХОЛОДАНИЯ АТМОСФЕРЫ

А. Н. Сухановский[a], А. А. Гаврилов[b]
[a]Институт механики сплошных сред УрО РАН,
614013, Пермь, Академика Королева, 1
[б]Институт теплофизики им. С.С. Кутателадзе СО РАН УрО РАН,
630090, Новосибирск, проспект Академика Лаврентьева, 1

Представлены результаты численного моделирования глобального похолодания при помощи цифрового аналога лабораторной модели общей циркуляции атмосферы. Основной целью исследования является описание адаптации общей циркуляции атмосферы при уменьшении теплового потока в экваториальной области. Показаны изменения в структуре среднего течения и его пульсаций в случае существенного изменения притока тепла в систему, описано приспособление атмосферной циркуляции к новым условиям.

Ключевые слова: общая циркуляция атмосферы; глобальное похолодание; лабораторное моделирование

NUMERICAL SIMULATION OF GLOBAL ATMOSPHERIC COOLING

A. N. Sukhanovskii[a], A. A. Gavrilov[b]
[a]Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS,
1 Academician Korolev St., 614013, Perm
[b] Institute of Thermophysics SB RAS,
1 Ac. Lavrentieva Ave., 630090, Novosibirsk

The results of numerical simulation of global cooling using a digital analogue of a laboratory model of the general circulation of the atmosphere are presented. The main purpose of the study is to describe the adaptation of the general atmospheric circulation with a decrease in heat flow in the equatorial region. Changes in the structure of the mean circulation and its pulsations are shown in case of a significant change in the heat influx into the system, and the adaptation of atmospheric circulation to new conditions is described.

Keywords: general atmosphere circulation; global cooling; laboratory modeling

Ключевым параметром, который, наряду с вращением определяет структуру общей циркуляции атмосферы, является меридиональный температурный градиент. Существенное изменение меридионального температурного градиента в атмосфере может быть достигнуто за счет значительного уменьшения солнечной радиации из-за увеличения концентрации атмосферных аэрозолей. Существует два основных возможных источника такого массового образования аэрозолей: извержение супервулкана и ядерная война [1]. Большое количество исследований воздействия извержений вулканов в основном было сосредоточено на

© Сухановский А.Н., Гаврилов А.А., 2025

средних глобальных характеристиках, таких как распределение температуры на поверхности суши и океана. Существует общее мнение, что увеличение концентрации аэрозолей приведет к снижению средней температуры в тропосфере, океанах и на поверхности суши. Проблеме структурных изменений глобальной атмосферной циркуляции уделяется гораздо меньше внимания. Большинство исследований сосредоточено на стратосферных потоках, поскольку атмосферные аэрозоли приводят к существенному потеплению стратосферы. Моделирование в идеализированной постановке может помочь выявить основные аспекты влияния уменьшения солнечного нагрева на крупномасштабную атмосферную циркуляцию. Таким образом, основной проблемой, которая рассматривается в настоящем исследовании, являются структурные изменения глобальной циркуляции в лабораторной модели общей циркуляции атмосферы при существенном изменении температуры.

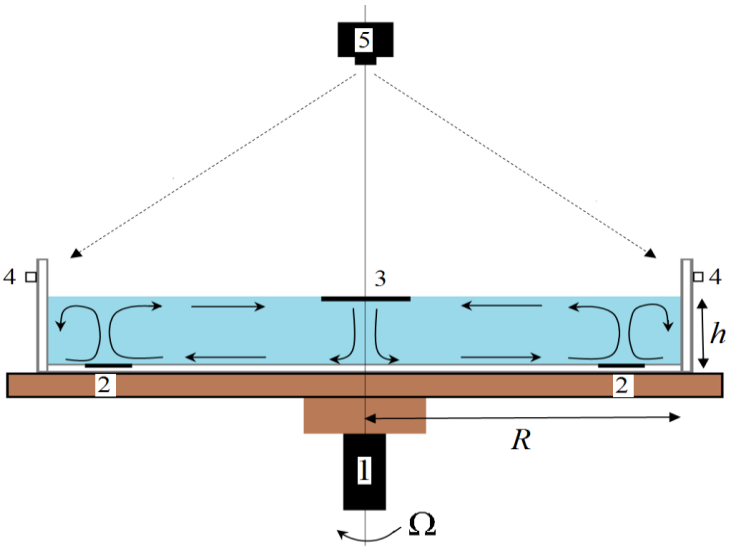


Рис. 1. Схема лабораторной модели общей циркуляции атмосферы. 1 – вращающийся стенд, 2 – кольцевой нагреватель, 3 – дисковый холодильник, 4 – светодиодная лента, 5 – цифровая видеокамера)

Принципиальная схема идеализированной модели общей циркуляции атмосферы представлена на Рис.1. Рассматривается вращающийся, слой жидкости с аспектным отношением заметно меньшим единицы ($\Gamma \approx 0.09$), с локализованным кольцевым нагревателем (2), расположенным на периферии дна и холодильником (3), в форме диска, который помещен в центральной части, на верхней границе слоя жидкости. Кольцевой нагреватель моделирует нагрев в области экватора, а холодильник, охлаждение в полярной области. Нагреватель специально смещен от боковой стенки для минимизации ее влияния за счет прилипания на границе, на формирование течений. Помимо этого, смещение области нагрева от боковой стенки позволяет реализовать в верхней части слоя жидкости, зональные течения (восточные и западные ветры) характерные для экваториальной области.

Благодаря переносу углового момента, радиальное течение, направленное к боковой стенке (Рис.1.) формирует антициклоническую циркуляцию (противоположную вращению модели), а конвергентное течение (направленное к центру) приводит к появлению интенсивного циклонического движения. Подробное описание лабораторной модели и ее численного аналога можно найти в [2-4].

На основе результатов численного моделирования описана адаптация общей циркуляции атмосферы при уменьшении теплового потока в экваториальной области. Показаны изменения в структуре среднего течения и его пульсаций в случае существенного изменения притока тепла в систему, описано приспособление атмосферной циркуляции к новым условиям.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 22-61-00098.

Список литературы

1. *Coupe J., Robock A.* The influence of stratospheric soot and sulfate aerosols on the Northern Hemisphere wintertime atmospheric circulation //Journal of Geophysical Research: Atmospheres. 2021. Vol. 126 (11). P. e2020JD034513.
2. *Sukhanovskii A., Popova E. and Vasiliev A.* A shallow layer laboratory model of large-scale atmospheric circulation // Geophysical & Astrophysical Fluid Dynamics. 2023. Vol. 117 (3). P.155-176.
3. *Sukhanovskii, A. and Gavrilov, A. and Popova, E. and Vasiliev.* A. The study of the impact of polar warming on global atmospheric circulation and mid-latitude baroclinic waves using a laboratory analog // Weather and Climate Dynamics. 2024. Vol. 5 (2). P. 863-880.
4. *Gavrilov. A., Sukhanovskii A., Vasiliev A., Popova E.* Numerical study of structural changes in the laboratory model of the atmospheric general circulation under variation of the rotation rate // International Journal of Heat and Mass Transfer. 2025. Vol. 241. P.126676.

ВНУТРЕННИЕ ВОЛНЫ, ГЕНЕРИРУЕМЫЕ ЭКСПЛОЗИВНЫМ ИЗВЕРЖЕНИЕМ ПОДВОДНОГО ВУЛКАНА

Т. Г. Талипова[a], Е. Г. Диденкулова[b], Е. Н. Пелиновский[a]
[a] Институт прикладной физики РАН,
603950, Нижний Новгород, Ульянова, 46
[b] Национальный исследовательский университет
«Высшая школа экономики»,
603155, Нижний Новгород, Большая Печерская, 25/12

Как показали спутниковые наблюдения, во время извержения вулкана на архипелаге Тонга 15 января 2022 года возникли внутренние волны. По сравнению с волнами цунами и атмосферными волнами Лэмба, которые были хорошо зарегистрированы и объяснены, внутренним волнам в проблеме цунами обычно не уделяется должное внимание. А они вследствие малой скорости распространения позволяют оконтурить очаг и выявить направленность излучения волн. В данной работе мы предлагаем теоретическую модель генерации внутренних волн при эксплозивном извержении подводного вулкана, основанную на подходе Ле Меоте, который предложил так называемый параметрический очаг (начальные условия для уравнений гидродинамики). Поскольку при взрывном характере извержения верхние слои воды поднимаются одновременно, то эти же начальные условия могут быть сформулированы для смещения границы раздела слоев в стратифицированном океане. Волновое поле исследуется на больших временах после извержения, что позволяет использовать линейные уравнения и метод стационарной фазы. Расчеты подтвердили, что внутренние волны имеют амплитуду в несколько метров и способны изменить интенсивность ветровой ряби на поверхности, регистрируемой спутниками.

Ключевые слова: внутренние волны; поверхностные волны; цунами; стратифицированный океан; извержение вулкана; параметрическая модель Ле Меоте

INTERNAL WAVES GENERATED BY THE EXPLOSIVE ERUPTION OF AN UNDERWATER VOLCANO

T. G. Talipova[a], E. G. Didenkulova[b], E. N. Pelinovsky[a],
[a] Institute of applied physics RAS,
Ul’yanov St. 46, 603950, Nizhny Novgorod
[b] HSE University,
25/12 Bolshaya Pecherskaya Str., 603155, Nizhny Novgorod

As satellite observations have shown, internal waves were generated during the volcanic eruption in the Tonga archipelago on January 15, 2022. Compared to tsunami waves and atmospheric Lamb waves, which have been well recorded and explained, internal waves are usually not given much attention in the tsunami problem. Due to the low propagation speed, they make it possible to outline the source and identify the direction of wave propagation. In this paper, we propose a theoretical model for the generation of internal waves during an explosive eruption

© Талипова Т.Г., Диденкулова Е.Г., Пелиновский Е.Н., 2025

of an underwater volcano, based on the approach of Le Mehaute, who proposed the so-called parametric source (initial conditions for the equations of hydrodynamics). Since the upper layers of water rise simultaneously during an explosive eruption, the same initial conditions can be formulated for the displacement of the interface between layers in a stratified ocean. The wave field is studied at large times after the eruption, which allows the use of linear equations and the stationary phase method. Calculations have confirmed that internal waves have an amplitude of several meters and are capable of changing the intensity of wind ripples on the surface recorded by satellites.

Keywords: internal wave; surface waves; tsunami; stratified ocean; volcano eruption; le Mehaute's parametric model

Взрывные извержения вулканов, подводных или расположенных около берега, часто являются источниками волн цунами [1]. Как правило, в большинстве работ по изучению волн цунами стратификацией морских вод пренебрегают, и жидкость считается однородной. Исключением является недавняя теоретическая работа [2], в которой рассчитываются поверхностные волны при наличии скачка плотности в океане, однако при этом характеристики внутренних волн не изучаются. Однако в недавней статье [3] сообщается о наблюдении внутренних волн в районе архипелага Тонга в Тихом океане, связываемым с прошедшим 15 января 2022 года извержением вулкана Hunga Tonga-Hunga Ha'apai. Авторы предполагают, что источником волн является проникновение горячих вод в термоклин, приводящих к его деформации типа гравитационного коллапса. Такой механизм очень часто используется в лабораторных и численных экспериментах по возбуждению внутренних волн [4-5]. Возможен, однако, и другой механизм, обусловленный деформацией водного столба жидкости над подводным вулканом, что обычно и рассматривается в качестве источников поверхностных волн цунами [6-7].

Целью настоящей работы является теоретический анализ внутренних волн, которые могут возникнуть при эксплозивном извержении подводного вулкана. Поскольку процессы эксплозивного извержения не очень-то изучены [8], мы используем так называемый параметрический очаг в виде параболической каверны (рис. 1), разработанный для анализа волнового поля при взрывах в воде на больших расстояниях от места взрыва [9-10]:

$$\eta_e(r) = H_e \begin{cases} 2\left(\frac{r}{R}\right)^2 - 1, & r < R \\ 0, & r > R \end{cases}, \qquad (1)$$

где характеристическая высота H_e и радиус каверны R зависят от характеристик взрыва, в первую очередь от энергии взрыва.

Можно предположить, что при эксплозивном извержении вулкана все водные слои будут смещаться примерно на одну и ту же величину, учитывая, что обычно пикноклин находится недалеко от водной поверхности. Тогда

формулу (1) можно использовать в качестве начального смещения границы раздела двух слоев (пикноклина).

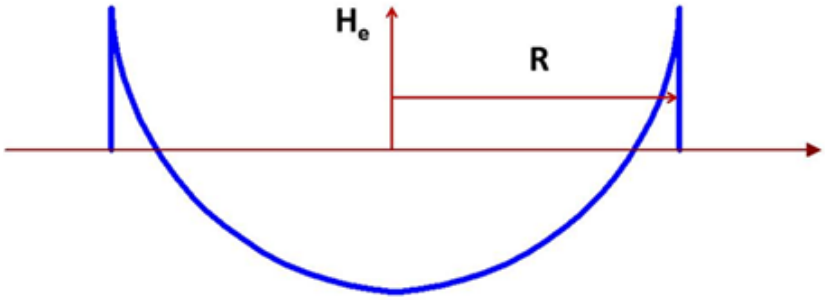


Рис. 1. Начальная каверна параметрического очага

Для расчетов выбрана двухслойная модель океана с верхним слоем толщины d_1 и плотностью ρ_1 и нижним слоем толщины d_2 и плотностью ρ_2. Считаем, что $\rho_2 > \rho_1$, так что стратификация является устойчивой.

Решение линейной задачи при заданных начальных условиях получается с использованием преобразования Ханкеля [9]:

$$\eta(r,t) = \int_0^\infty kA(k)J_0(kr)\cos(\omega t)\,dk, \qquad (2)$$

где спектральная амплитуда $A(k)$ определяется через обратное преобразование Ханкеля (Бесселя-Фурье) от начального возмущения

$$A(k) = \int_0^\infty r\eta_e(r)J_0(kr)dr, \qquad (3)$$

здесь J_0 - функция Бесселя нулевого порядка. Интеграл (2) для начального условия (1) вычисляется в явном виде и окончательное выражение для волнового поля имеет вид

$$\eta(r,t) = hR\int_0^\infty J_3(kR)J_0(kr)\cos(\omega t)\,dk, \qquad (4)$$

где J_3 – функция Бесселя третьего порядка. Эта формула приводилась неоднократно в статьях, посвященных поверхностным волнам от данного типа начальных условий [9,11].

Таким образом, волновое поле в двухслойном потоке описывается такой же формулой, что и поверхностные волны, и все отличие заключается в законе дисперсии *ω(k)*.

Для анализа волнового поля в дальней зоне на больших расстояниях от вулкана удобно применить метод стационарной фазы, что приводит к системе параметрических уравнений, аналогичных по виду для поверхностных волн [9,11]

$$\eta(r,t) \approx \frac{\eta_e R}{r}\sqrt{\frac{c_{gr}(k)}{k\,|\,dc_{gr}/dk\,|}}J_3(kR)\cos\left[kr-\omega(k)t-\frac{\pi}{4}\right], \qquad (5)$$

$$c_{gr}(k) = \frac{d\omega}{dk} = \frac{r}{t}, \qquad (6)$$

где c_{gr} – групповая скорость внутренних волн.

Осциллограммы волнового поля (мареограммы) показаны на рис. 2 на расстоянии $r = 100\ R$ (в размерных переменных).

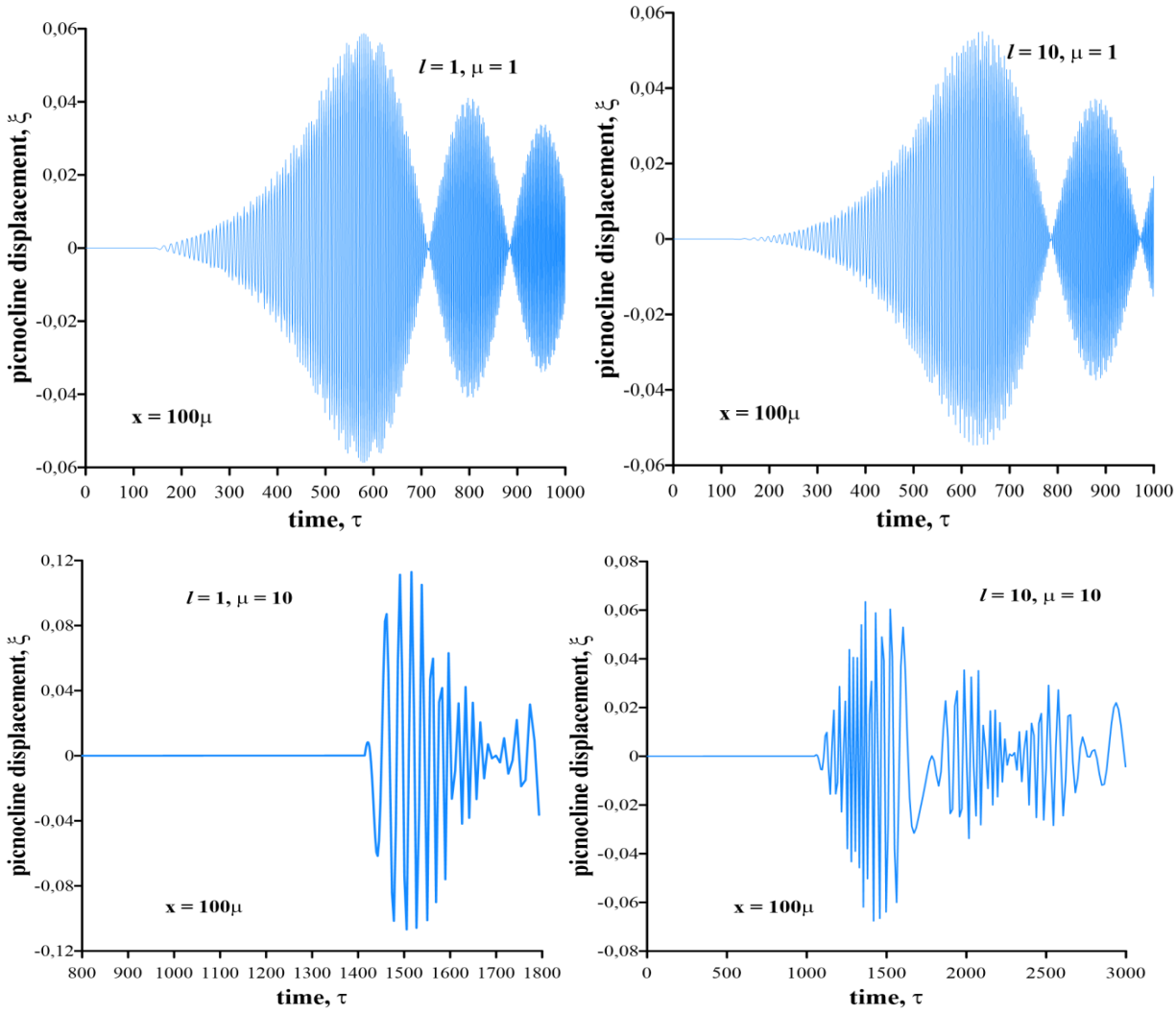


Рис. 2 - Мареограммы колебаний пикноклина во внутренней волне при различных значениях параметров l и μ в точке x = 100 μ (r = 100R)

Здесь $l = d_2/d_1$ *есть* отношения толщин слоев и $\mu = R/d1$ - отношение радиуса очага к толщине слоя.

Как уже предсказывалось, волновое поле состоит из нескольких цугов, из которых максимальным является первый цуг. Хотя время прихода волны определяется максимальной скоростью длинных волн, волны максимальной амплитуды приходят значительно позднее, что дает возможность подготовиться к их приходу.

Данные результаты опубликованы в статье [12]. А результаты аналогичных исследований для океана с постоянной частотой Вяйсяля опубликованы в статье [13].

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 24-27-00110, https://rscf.ru/project/24-27-00110/.

Список литературы

1. *Simkin T., Fiske R.S.* Krakatau 1883 - the volcanic eruption and its effects. Washington: Smithsonian Institution Press, 1983.
2. *Kanojia M., Gurusamy S., Basu B.* Modeling of tsunami generated in stratified oceans by subaquatic volcanic eruptions // Physics of Fluids. 2023. Vol. 35. P. 056602.
3. *Zhang X., Li X.* Oceanic internal waves generated by the Tongan volcano eruption // Acta Oceanol. Sin. 2022. Vol. 41. P. 1–4.
4. *Chen C.Y.* An experimental study of stratified mixing caused by internal solitary waves in a two layered fluid system over variable seabed topography // Ocean Eng. 2007. Vol. 34, 1995.
5. *Talipova T., Terletska K., Maderich V., Brovchenko I., Jung K.T., Pelinovsky E., Grimshaw R.* Internal solitary wave transformation over the bottom step: loss of energy // Phys. Fluids. 2013. V. 25. P. 032110
6. *Egorov Y.* Tsunami wave generation by the eruption of underwater volcano // Nat. Hazards Earth Syst. Sci. 2007. Vol. 7. P. 65–69.
7. *Lipiejko N., Whittaker C.N., Lane E.M., White J.D.L., Power W.L.* Tsunami generation by underwater volcanic explosions: Application to the 1952 explosions of Myojinsho Volcano // Pure Appl. Geophys. 2021. Vol. 178, P. 4743–4761.
8. *Paris R.* Source mechanisms of volcanic tsunamis // Philos. Trans. R. Soc. A. 2015. Vol. 373. P. 20140380.
9. *Mehaute B.* Theory of explosion-generated water waves // Advances in Hydroscience. 1971. Vol. 7. P. 1-79.
10. *Mehaute B.L., Wang S.* Water Waves Generated by Underwater Explosion. World Scientific. 1996. Vol. 10.
11. *Mirchina N.R., Pelinovsky E.N.* Estimation of underwater eruption energy based on tsunami wave data // Natural Hazards. 1988. Vol. 1. P. 277 - 283.
12. *Talipova T., Pelinovsky E., Didenkulova E.* Internal waves generated by explosive eruptions of underwater volcanoes and their effect on the sea surface // Natural Hazards. 2025. Vol. 121. P. 661-675.
13. *Talipova T., Pelinovsky E., Didenkulova E.* Internal tsunami waves in the stratified ocean, induced by explosive volcano eruption: parametric source // Physics of Fluids. 2024. Vol. 36. P. 042110.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕЧЕНИЯ ТОНКОГО СЛОЯ С ПЕРЕЛИВОМ ЧЕРЕЗ ПЛАНКУ

А. Р. Трошкин, Д. Ю. Ханукаева
Губкинский университет, Лаборатория «Физико-химическая гидродинамика двухфазных течений в пористых средах»,
119991, Москва, Ленинский проспект, 65, корп. 1

В данной работе рассматривается гидродинамическая часть комплексной математической модели процесса ректификационного разделения. Для одной секции типовой промышленной колонны в двумерной постановке рассмотрена задача течения жидкости по тарельчатому полотну с дальнейшим переливом через планку. Показана принципиальная аналитическая неразрешимость поставленной задачи в приближении тонкого слоя. Применены два численных способа решения задачи со свободной границей: метод установления уровня (Level Set), метод фазового поля (Phase Field). Показано, что для рассматриваемой постановки более корректные результаты даёт метод фазового поля.

Ключевые слова: ректификация; метод установления уровня; метод фазового поля

MODELING OF THIN LAYER FLOW WITH THE PLANK OVERFLOW

A. R. Troshkin, D. Yu. Khanukaeva
Gubkin University, Laboratory «Physico-chemical hydrodynamics of two-phase flows in porous media»,
65-1 Leninskiy ave., 119991, Moscow

In this paper, the hydrodynamic part of the complex mathematical model of the rectification separation process is considered. The problem of liquid flow along a plate web with subsequent overflow through a plank is solved in a two-dimensional formulation for one section of the rectification column. The principal analytical insolubility of the problem in the thin layer approximation is shown. Two numerical methods for solving the problem with a free boundary are used: the level set method and the phase field method. It is shown that for the considered problem formulation, the phase field method gives more correct results.

Keywords: rectification; level set method; phase field method

Модели технологических процессов разделения смесей, в частности, ректификации, как правило, основываются на законах равновесия и законах сохранения, при этом не учитывается гидродинамика, кинетика тепломассообмена и фазовых переходов. По этой причине такие модели нельзя назвать универсальным инструментом прогнозирования многофазного взаимодействия в реальном оборудовании. Данная работа представляет собой этап математического моделирования процесса разделения смеси с учетом динамики совместного течения жидкости и газа,

© Трошкин А.Р., Ханукаева Д.Ю., 2025

тепло- и массообмена, а также фазовых превращений. На этом этапе для одной секции ректификационной колонны решается гидродинамическая часть сформулированного комплексного подхода.

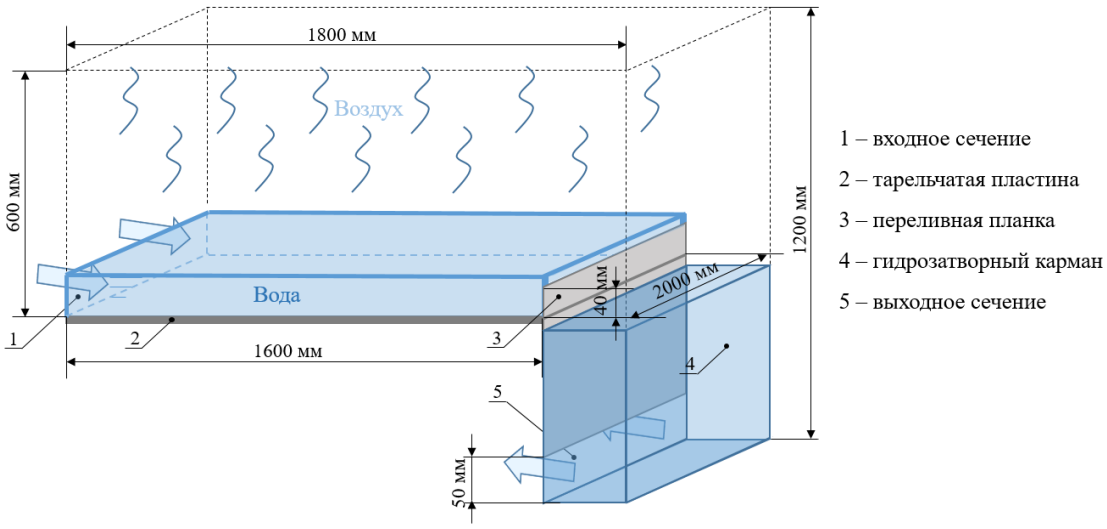


Рис. 1. Схема секции ректификационной колонны

Геометрия задачи представлена на рис. 1. Секция ректификационной колонны задается блоком прямоугольного сечения, включающим в себя область тарельчатого полотна (серый цвет), а также течения жидкости (голубой цвет) и газа (волнистые линии). Тарельчатое полотно (тарелка) представляет собой совокупность пластины и переливной планки. В начальный момент времени на тарелке находится слой жидкости высотой h. При подаче жидкости на тарелку через входное сечение она, переливаясь через планку, попадает в гидрозатворный карман, откуда через выходное сечение подается на тарельчатое полотно следующей аналогичной секции. Характерная длина секции составляет 1.8 м, максимальная высота – 1.2 м, ширина – 2 м. В наших модельных расчетах в качестве жидкости рассматривается вода, а в качестве газа – воздух.

Сначала рассмотрим течение по горизонтальной тарелке без переливной планки. Как известно, в отсутствие возмущающих факторов, течение будет плоскопараллельным, то есть форму свободной границы можно считать заданной. Если, кроме того, учесть, что ширина и длина области течения много больше ее толщины, то система стационарных уравнений Стокса и неразрывности допускает известное аналитическое решение. При заданной среднерасходной скорости $\overline{v}$, условии прилипания на поверхности тарелки $y = 0$ и отсутствии касательного напряжения на свободной границе $y = h$ распределение скорости по толщине жидкого слоя имеет вид:

$$v(y) = 3\overline{v}\left[\frac{y}{h} - \frac{1}{2}\left(\frac{y}{h}\right)^2\right].$$

Для оценки погрешности, вносимой предположением о бесконечной удаленности боковых стенок, задача была решена численно в полной трехмерной постановке с учетом инерционных членов в уравнении Навье-Стокса, но с вышеуказанным допущением о положении свободной границы. На входе задавался массовый расход 1 кг/с, на выходе – атмосферное давление. Сравнение аналитического и численного решения в нулевом приближении представлено на рис. 2.

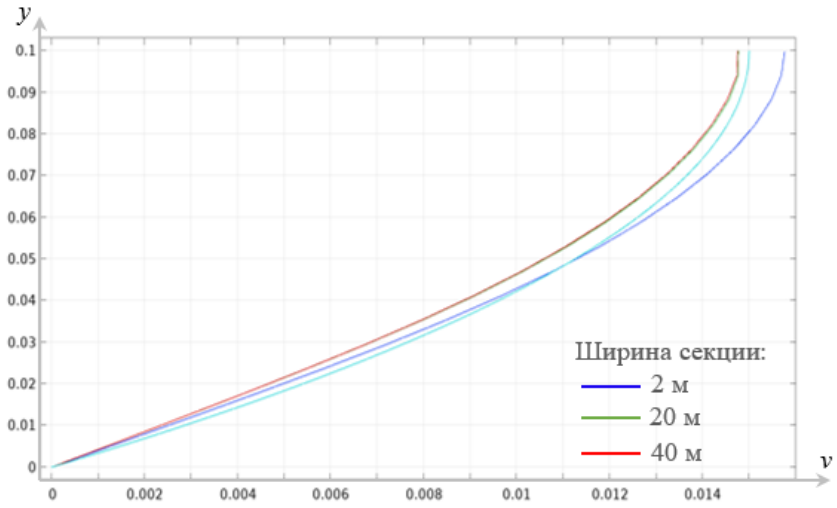


Рис. 2. Распределения скорости течения воды по тарельчатому полотну: аналитическое (светло-голубой) и численное (синий, зеленый, красный) решение

Из рис. 2 видно, что относительное изменение поля скорости течения, привносимое боковыми стенками, невелико. Поэтому далее будем рассматривать двумерную постановку задачи, считая ширину области течения бесконечной.

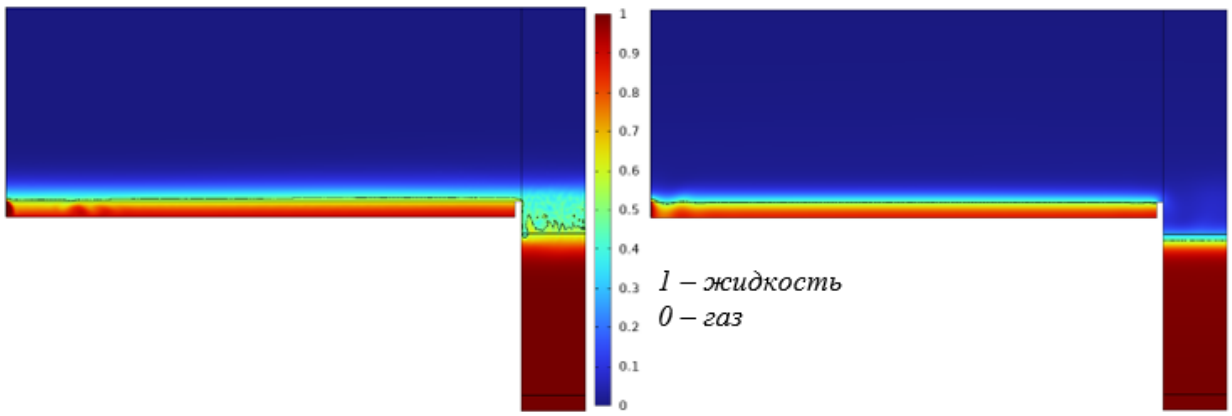
Переливная планка, безусловно, вносит возмущение в поток и приводит к перестроению свободной поверхности. Несмотря на то, что соотношение между толщиной области течения и ее длиной позволяет применять в данной геометрии приближение тонкого слоя, получить решение в рамках этого подхода не удается. Это связано с тем, что масштаб рассматриваемых возмущений должен быть мал по сравнению протяженностью течения (как правило, рассматривается слои бесконечной длины). Огибание же переливной планки, которое играет ключевую роль в рассматриваемой постановке, – существенно неодномерная задача, что и приводит к невозможности поиска аналитического решения в приближении тонкого слоя.

Таким образом, поставленная задача решалась численно. Было применено два способа отслеживания межфазной границы: метод установления уровня (level-set method), метод фазового поля (phase-field method).

В первом методе положение межфазной поверхности в системе описывается функцией уровня φ (level-set function). Её значение в каждой точке соответствует расстоянию до межфазной поверхности. Граница раздела в данном случае задается не явно, а представляет собой нулевой уровень функции φ [1]. Точки с положительным значением φ соответствуют фазе 1 (например, жидкой), с отрицательным – фазе 2 (например, газообразной). Движение границы раздела фаз описывается уравнением переноса для функции φ с учетом реинициализации [2]. Последняя предназначена для коррекции значения градиента функции φ, который должен оставаться постоянным, поскольку у функции есть явный геометрический смысл.

В методе фазового поля фазовое состояние системы описывается непрерывной скалярной функцией $f(\mathbf{r},t)$, значения которой меняются от нуля (для одной фазы) до единицы (для другой фазы). При этом локализация межфазной границы осуществляется в области наибольшего градиента $f(\mathbf{r},t)$. Эволюция поля $f(\mathbf{r},t)$ описывается уравнением конвективной диффузии (Кана-Хилларда), движущей силой которой является градиент химического потенциала, определяемый как вариация свободной энергии системы. Она, в свою очередь, включает потенциал с двумя минимумами, соответствующими двум рассматриваемым фазовым состояниям системы, и градиентное слагаемое, ответственное за переход через межфазную поверхность [3]. В уравнения Навье-Стокса при использовании метода фазового поля включаются силы поверхностного натяжения, возникающие на межфазной границе и определяемые из выражения для свободной энергии системы.

На рис. 3 показаны результаты расчета распределения фаз в системе через 10 секунд после инициализации течения. На входе в область задавался массовый расход 1 кг/с, а на выходе – эквивалентный объемный расход, на остальных границах области использовалось условие прилипания.



а) *б)*

Рис. 3. Распределение фаз в секции ректификационной колонны по истечении 10 секунд: level-set method – (а); phase-field method – (б)

В обоих случаях наблюдается вычислительная неустойчивость межфазной поверхности. В случае *(а)* в области гидрозатворного кармана размер возникающих пульсаций сравним с высотой падения жидкости через переливную планку. Кроме того, метод установления уровня не является консервативными, что даже визуально заметно по увеличению доли жидкой фазы на рис. 3*а* по сравнению с исходным ее уровнем, отмеченным черными линиями. В случае *(б)* расход жидкости сохранялся на протяжении всего времени счета, возмущения межфазной поверхности малы в сравнении с масштабом области течения. Так, в рассматриваемой постановке задачи метод фазового поля, хоть и является трудоемким с вычислительной точки зрения, более корректно разрешает межфазное пространство и положение границы раздела фаз.

Таким образом, полученное решение может служить основой для моделирования физикохимических процессов в двухфазных средах в рамках конкретных контактных устройств. Это может улучшить понимание специфики ректификации и направления ее оптимизации.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-19-00520, https://rscf.ru/project/23-19-00520/.

Список литературы

1. *Bertalmío M. et al.* Variational Problems and Partial Differential Equations on Implicit Surfaces // Journal of Computational Physics. 2001. Vol. 174. P. 759 – 780.
2. *Osher S., Sethian J.A.* Fronts Propagating with Curvature- Dependent Speed: Algorithms Based on Hamilton-Jacobi Formulations // Journal of Computational Physics. 1988. Vol. 79. P. 12–49.
3. *Jacqmin D.* Calculation of Two-Phase Navier–Stokes Flows Using Phase-Field Modeling // Journal of Computational Physics. 1999. Vol. 155. P. 96–127.

ВЛИЯНИЕ ВИБРАЦИОННЫХ ВОЗДЕЙСТВИЙ НА ПОГРАНИЧНЫЕ СЛОИ ПРИ ОБТЕКАНИИ ПЛОСКОЙ ПЛАСТИНЫ

А. И. Федюшкин
Институт проблем механики им. А. Ю. Ишлинского РАН,
119526, проспект Вернадского 101, корпус 1

Рассмотрено влияние гармонического вибрационного воздействия на структуру течения при обтекании несжимаемой жидкостью плоской подогреваемой пластины (задача Блазиуса). Результаты моделирования показали изменение структуры пограничных слоёв и уменьшение толщин пограничных слоёв на пластине при вибрационном воздействии.

Ключевые слова: задача Блазиуса; управляемые вибрации; численное моделирование.

THE EFFECT OF VIBRATION ON BOUNDARY LAYERS ON FLOWING AROUND A FLAT PLATE

A. I. Fedyushkin
Ishlinsky Institute for Problems in Mechanics of Russian Academy of Sciences,
101, building 1, Vernadsky Avenue, 119526, Moscow

The influence of harmonic vibration action on the flow structure when an incompressible liquid flows around a flat heated plate (the Blasius problem) is considered. The simulation results showed a change in the structure of the boundary layers and a decrease in the thickness of the boundary layers on the plate under vibration.

Keywords: the Blasius problem; controlled harmonic vibrations; numerical simulation

При вибрационном воздействии на течение жидких, сыпучих, одно- и многофазных сред могут проявляться их аномальные нелинейные особенности и резонансные свойства [1-11]. Вибрационные воздействия являются эффективным средством управления структурой течения жидкости и тепломассопереносом [6-11], поэтому изучались теоретически и экспериментально во многих работах. Устойчивость течений жидкости при вибрациях исследовалась в [4, 5]. Вибрационное воздействие на течение жидкости может быть осуществляться различными способами: перемещением всего объёма жидкости (или изменением силы тяжести), перемещением отдельной границы или погруженного вибратора, а также без перемещения границ с помощью вдув-отсоса жидкости. Ранее было показано, что слабыми вибрационными воздействиями можно ламинизировать и симметризовать течение в диффузоре [6, 7], менять критические характеристики конвекции при подогреве снизу и при пузырьковом кипении [8, 9], а также влиять на толщину пограничных слоёв (градиенты тепла и массы) около фронта кристаллизации при выращивании

© Федюшкин А.И., 2025

монокристаллов различными методами Бриджмена, Чохральского и зонной плавки [9-11]. При получении материалов эпитаксиальными методами происходит обтекание газом или жидкостью подложек – плоских пластин. Поэтому изучение влияния вибрационных воздействий при обтекании плоской пластины могут быть интересны не только для гидродинамиков, а также для специалистов по получению новых материалов эпитаксиальными методами.

В данной работе изучается влияния вибрационных воздействий на течение несжимаемой жидкости при обтекании плоской пластины на основе численного моделирования. Математическая модель основана на численном решении полных нестационарных двумерных уравнений Навье-Стокса без учёта силы тяжести.

Постановка задачи и математическая модель

Математическая модель основана на системе двумерных нестационарных уравнений Навье-Стокса и переноса тепла для несжимаемой вязкой жидкости без учёта силы тяжести [12]:

$$\partial V/\partial t + (V\,\nabla)\,V = -\nabla P/\rho + \nu\Delta V, \quad \mathrm{div}V = 0, \quad \partial T/\partial t + (V\,\nabla T) = a\,\Delta T, \qquad (1)$$

где $V(V_x, V_y)$ – вектор скорости, P – давление, T – температура, ρ – плотность, ν, а – коэффициенты кинематической вязкости и температуропроводности, t – время. Геометрия математической модели представляла удлинённую прямоугольную область длиной L и высотой H (рис. 1). Уравнения (1) решались методом контрольных объёмов [13, 14].

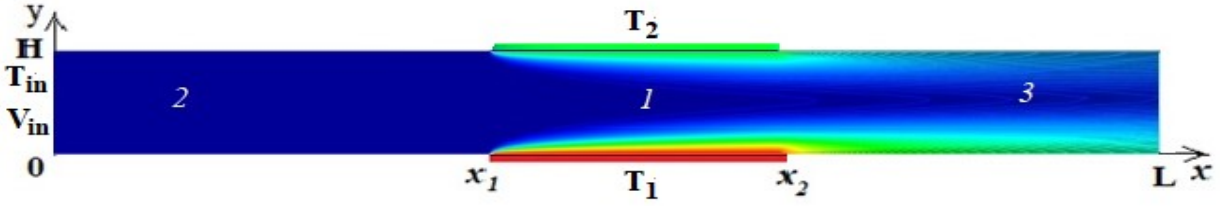


Рис. 1. Геометрия расчётной области и изотермы (V_{in}=0.1 м/с, T_{in}=300° K, T_1=350° K, T_2=325° K)

Граничные условия были следующими: на входе расчётной области задавалась постоянная скорость V_{in} и постоянная температура T_{in}, на выходе – давление P_{out}, на пластине ($[x_1 \le x \le x_2, y = 0]$) задавалось условие прилипания (V=0) и постоянная температура T_1, на остальных участках горизонтальных границ условие отсутствия трения ($\partial V_x/\partial y = 0$) и теплоизоляции ($\partial T/\partial y = 0$). Вибрационное воздействие задавалось в зоне 1 над пластиной на участке верхней горизонтальной границы $[x_1 \le x \le x_2, y = H]$ – вибратор условием периодического изменения скорости жидкости по закону:

$$V_y = A\sin(2\pi ft), \qquad (2)$$

где A – амплитуда, f – частота. Температура вибратора была постоянной и равной T_2. Перемещение вибратора не учитывалось.

Нормирование функции φ осуществлялось так: $\varphi_{norm} = \frac{\varphi - \varphi_{\min}}{\varphi_{\max} - \varphi_{\min}}$, где $\varphi_{\min}$ и $\varphi_{\max}$ – минимальные и максимальные значения φ.

Для уменьшения влияния на течение в области пластины ошибок аппроксимации граничных условий на входе и выходе, геометрия математической модели представляла удлинённую прямоугольную область, условно состоящую из трёх зон: 1 – основная зона с пластиной внизу и вибратором наверху, 2 – входная и 3 – выходная буферные зоны (рис. 1). Расчётная сетка была неравномерной и в зоне 1 шаг сетки был в 5–10 раз меньше толщин пограничных слоёв δ *и* δ_T. Значения ширины пограничных слоёв δ и δ_T определялись при достижении величин скорости и температуры, соответственно, 99% от их максимальных значений в потоке, удалённом от стенок [12, 13].

Результаты моделирования

Рассмотрены следующие параметры геометрии: L=1 м, H= 0.0625 м, x_1 = 0.375 м, x_2 = 0.625 м, длина пластины равна $l = x_2 - x_1$ = 0.25 м, $\mathrm{Re}_{x^*}=\mathrm{V}_{in}\, x^*/\nu$, $\mathrm{Re}=\mathrm{V}_{in}\, H/\nu$, $\mathrm{Pr}=\nu/a$, $\delta^* = 5x^*/\mathrm{Re}_{x^*}^{1/2}$ и $\delta^*_T = 5x^*/(\mathrm{Pr}\,\mathrm{Re}_{x^*})^{1/2}$ [15], где $x^*=x - x_1$. T_{in}=300° K, T_1=350° K, T_2=325° K.

Табл. 1. Значения толщин пограничных слоёв δ *и* δ_T *в сравнении с решением* Блазиуса δ^* *и* δ^*_T *при обтекании пластины ртутью, воздухом и водой с разными скоростями* V_{in}

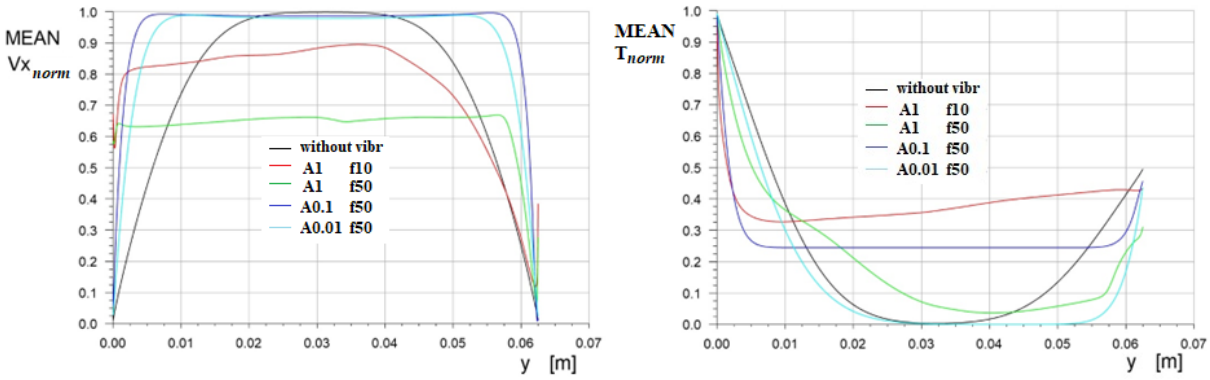
Жидкость (газ)	Скорость V_{in} [м/с]	Re	δ^* [мм]	δ [мм]	δ^*_T [мм]	δ_T [мм]
Ртуть Pr= 0.02	0.01	5,55E+03	8.4	5.8	53.2	29.0
	0.1	5,55E+04	2.7	2.2	16.8	9.3
	1	5,55E+05	0.8	0.9	5.3	3.0
	10	5,55E+06	0.3	0.6	1.7	0.9
Воздух Pr=0.7	0.01	4,28E+01	47.8**	38.5**	55.4**	62.2**
	0.1	4,28E+02	30.2	23.4	35.0	30.5
	1	4,28E+03	9.6	8.6	11.1	9.8
	10	4,28E+04	3.0	2.9	3.5	3.3
Вода Pr=7	0.01	6,22E+02	25.1	19.7	9.5	7.9
	0.1	6,22E+03	7.9	6.7	3.0	2.8
	1	6,22E+04	2.5	2.5	1.0	1.1
	10	6,22E+05	0.8	0.8	0.3	0.3

В таблице 1 представлены значения вычисленных толщин динамических δ и температурных δ_T пограничных слоёв для трёх жидкостей (ртуть, воздух,

вода) в сравнении с решением Блазиуса δ^* и δ^*_T [15] при обтекании пластины с разными скоростями без наличия «вибратора» и с граничными отсутствия вязких напряжений на участке $[x_1 \le x \le x_2, y = H]$.

В таблице 1 величины толщин пограничных слоёв приведены для вертикального сечения x = 0.624 м (** – показывает, что данные толщины пограничного слоя вычислены в сечении x = 0.5 м). Из табл. 1 видно хорошее совпадение при больших числах Рейнольдса и удовлетворительное при небольших.

На рис.2 представлены Профили средних по времени нормированных значений а) – продольной скорости MEAN V_{x_norm}, и б) – температуры MEAN T_{norm} в вертикальном сечении (x=0.624 м) при обтекании пластины воздухом со скоростью V_{in}=0.1м/с при поперечном вибрационном воздействием на скорость по гармоничному закону (2) с амплитудами – 1, 0.1, 0.01 м/с («A1», «A0.1», «A0.01») и частотами – 10, 50 Гц («f10», «f50») в сравнении со случаем без вибрационного воздействия («without vibr» – кривые чёрного цвета).



а) *б)*

Рис. 2. Профили средних по времени нормированных значений: а) – продольной скорости MEAN V_{x_norm}, и б) – температуры MEAN T_{norm} в вертикальном сечении (x=0.624 м) при обтекании пластины воздухом со скоростью V_{in} = 0.1м/с и вибрационным воздействием на скорость *с амплитудами – 1, 0.1, 0.01 м/с («A1», «A0.1», «A0.01») и частотами – 10, 50 Гц («f10», «f50») в сравнении со случаем без вибрационного воздействия (without vibr – кривые чёрного цвета)*

Данные результатов расчётов, представленные на рис. 2, говорят о том, что поперечным вибрационным воздействием на скорость обтекания плоской пластины возможно уменьшить толщины динамических и температурных пограничных слоёв. Поперечное вибрационное воздействие также выравнивает скорости и температуру над пластиной. Уменьшение толщин пограничных слоёв (увеличение поперечных градиентов скорости и температуры на пластине) влияет на коэффициенты трения и теплообмена на

пластине. Это важно для ряда приложений, например, в процессах сушки, охлаждения, кипения, при получении новых материалов эпитаксиальными методами и в других.

Выводы

Результаты моделирования показали изменение структуры пограничных слоёв и уменьшение толщин динамического и температурного пограничных слоёв на пластине при поперечном вибрационном воздействии, что может влиять на трение и теплообмен на пластине.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 24-29-00101, https://rscf.ru/project/ 24-29-00101/.

Список литературы

1. *Челомей В. Н.* Парадоксы в механике, вызываемые вибрациями, Докл. АН СССР, 270:1 (1983), 62–67.
2. *Блехман И.И., Блехман Л.И., Вайсберг Л.А. и др.,* Аномальные явления в жидкости при действии вибрации. Доклады Академии наук. 2008. Т. 422. № 4. С. 470–474.
3. *Ганиев Р. Ф., Украинский Л.Е.* Динамика частиц при воздействии вибраций / АН УССР. Ин-т механики. Киев: Наук. думка, 1975. 168 с.
4. *Гершуни Г.З., Жуховицкий Е.М.* Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. Гл. ред. физ.-мат. лит. изд-ва «Наука», 1972 г., 392 с.
5. *Z.Gershuni and D.V.Lubimov.* Thermal vibrational convection. J. Willey&Sons Ltd., G 1998, 357p.
6. *Fedyushkin A., Puntus A.* Symmetrisation of laminar flow of viscous fluid in a flat diffuser by periodic influence on the inlet flow velocity // E3S Web of Conferences. 2023. Vol. 446. 01001.
7. *Fedyushkin, A. I., Gnevushev, A. A. & Zakharov, A. S.* Vibrational Methods for the Symmetrization of Asymmetric Laminar Viscous Fluid Flow in a Plane Diffuser. Fluid Dyn 59, 2475–2486. 2024. https://doi.org/10.1134/S0015462824605229
8. *Fedyushkin A. I.* Numerical simulation of gas-liquid flows and boiling under effect of vibrations and gravity. Journal of Physics: Conference Series, Volume 1479, 012094, 2020.
9. *Fedyushkin A. I.* The influence of controlled vibration effects on fluid flow in technological and engineering processes // Lecture Notes in Civil Engineering. 2024. Vol. 526. P. 656–664.
10. Fedyushkin A, Bourago N, Polezhaev V, Zharikov E. J. of Crystal Growth 275 (1–2). 2005. e1557–e1564.

11. *Федюшкин А. И., Пунтус А. А.* Нелинейные особенности ламинарных течений жидкости на Земле и в невесомости // *Труды МАИ*. 2018. № 102. С. 1–20.
12. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Теоретическая физика. Т. 6. Гидродинамика. М.: Наука, 1986. 736 с.
13. *Патанкар С.* Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости. М.: Энергоатомиздат, 1984. 152 с.
14. *Федюшкин А. И., Иванов К. А., Пунтус А. А.* // Сибирский журнал индустриальной математики. 2023. Т. 26, № 2. С. 171–187.
15. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя -М.: Наука. 1974 г. 713 с.

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ ДВУХ ПОГРУЖЕННЫХ В ЖИДКОСТЬ НЕ СОПРИКАСАЮЩИХСЯ ПЛАСТИН В РАЗВИТОМ СВОБОДНО КОНВЕКТИВНОМ СЛОЕ

С. А. Филимонов[a], А. А. Гаврилов[a], П. Г Фрик[b], А. Н. Сухановский[b], А. Ю. Васильев[b]
[a]Институт Теплофизики им. С.С. Кутателадзе СО РАН,
630090, Новосибирск, пр. ак. Лаврентьева, д. 1
[b]Институт механики сплошных сред УрО РАН,
614013, Пермь, Академика Королева, 1

В работе представлены результаты численного исследования динамики конвективных и тепловых процессов, происходящих в замкнутой кювете, заполненном водой, в которую на разную высоту погружены две пластины. Пластины имеют одну степенью свободы и могут двигаться только вдоль длинной стороны кюветы. Пластины не касаются друг друга. Нижняя стенка кюветы горячая, а верхняя холодная. В результате в объеме возникает конвективное течение, которое действует на обе пластины, и они начинают двигаться. При этом в зависимости от положения пластин (расстояния между ними) динамика их движения существенно меняется. При этом изменяется как интенсивность течения жидкости, так и эффективность переноса тепла от нижней стенки к верхней. В работе используется математическая модель свободно конвективного течения на основе нестационарных уравнений Навье—Стокса для несжимаемых течений в приближении Буссинеска. Движение пластин моделируется методом погруженных границ. Моделирование выполнено в двухмерной постановке.

Ключевые слова: метод погруженных границ; свободная конвекция; движение погруженных тел

NUMERICAL STUDY OF THE MOTION OF TWO NON-TOUCHING PLATES IMMERSED IN A LIQUID IN A THERMAL CONVECTIVE LAYER

S. A. Filimonov[a], A. A. Gavrilov[a], P. G. Frick[b], A. N. Sukhanovskii[b], A. Y. Vasiliev[b]
[a] Kutateladze Institute of Thermophysics SB RAS,
1 Lavrenteva av., Novosibirsk, 630090, Russia
[b]Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS,
1 Academician Korolev St., 614013, Perm

The paper presents a numerical study of the dynamics of convective and thermal processes occurring in a closed rectangle box filled with water, in which two plates are immersed at different heights. The plates have one degree of freedom and can only move along the long side of the box. They do not touch each other. The bottom wall of the box is hot, while the upper wall is cold. As a result, convective flow occurs in the volume and acts on both plates. Depending on the position of the plates, the dynamics of their movement changes significantly, which affects the intensity of the

© Филимонов С.А., Гаврилов А.А., Фрик П.Г., Сухановский А.Н., Васильев А.Ю., 2025

flow inside the box and efficiency of heat transfer between the walls. The paper uses a mathematical model based on the solution of Navier–Stokes equations in the Boussinesq approximation for incompressible fluids. The plates movement is modeled using the immersed boundary method. The simulation is carried out in a two-dimensional formulation.

Keywords: immersed boundary method; thermal convection; movement of immersed bodies

Конвективные течения жидкости в замкнутых объемах, содержащих свободноплавающие на поверхности или внутри объема крупные тела, интересны в контексте таких геофизических задач, как дрейф континентов или движения облачных кластеров. Конвективные системы с плавающими телами демонстрируют сложную временную динамику [1,2] и интересны как для фундаментальной, так и для прикладной науки.

Математическая модель движения твердого тела, погруженного в свободно-конвективный слой жидкости была реализована и верифицирована в работе [3]. Эта модель позволила выполнить расчеты как в двухмерной [4], так и в трехмерной постановках [5], но описывала только одно погруженное в жидкость тело. В настоящей работе мы развили численную модель до возможности моделировать сразу нескольких погруженных тел и рассмотрели задачу о конвективной системе с двумя плавающими на различной глубине пластинами.

Рассматривается прямоугольная кювета, заполненная водой, в которую на разную высоту погружены две пластины (рис.1). Параметры, связанные с верхней пластиной, обозначаются цифрой 1, а нижней - цифрой 2. Пластины имеют одну степень свободы и могут двигаться только вдоль длинной стороны кюветы перпендикулярно направлению силы тяжести. Математическая модель свободно конвективного течения основывается на нестационарных уравнениях Навье—Стокса для несжимаемой жидкости в приближении Буссинеска в двухмерной постановке. Движение пластины моделируется методом погруженных границ. Более подробно математическая модель описана в работе [3]. Физические свойства воды заданы для нормальных условий, физические свойства пластин одинаковы: плотность $\rho = 1300$ кг/м^3 и теплоемкость $\lambda = 0{,}38$ Дж/(м*К).

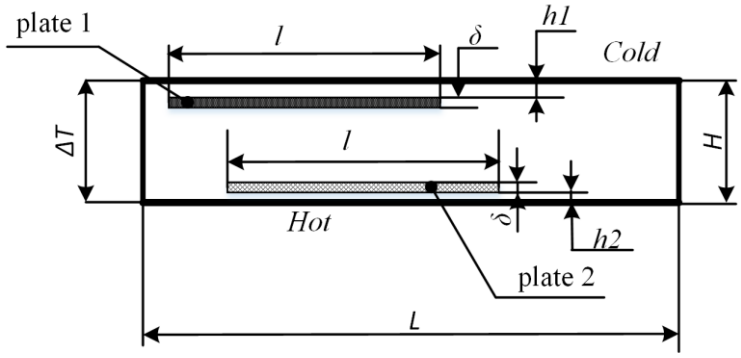


Рис. 1. Постановка задачи

Геометрические размеры кюветы: L = 90мм, H = 20мм мм (аспектное отношение Г= L/H = 4,5), толщина пластин δ = 1мм, длина l = 45мм. Положение пластин по вертикали задается безразмерным расстоянием d. Для верхней пластины этот параметр равен $d1 = h1/H$, где $h1$ – расстояние от верхней грани кюветы до верхней грани пластины. В рассмотренных случаях $d1$ = const = 0,1. Для нижней пластины $d2 = h2/H$, где $h2$ – расстояние от дна кюветы до нижней грани пластины. Рассмотрено семь вариантов значений $d2$, от 0,1 до = 0,7. обозначим эти варианты как d1d1, d1d2, …, d1d6 и d1d7, соответственно. Перепад температур между нижней и верхней стенкой ΔT обеспечивает число Релея Ra = 4.6×10^5.

На рис. 2 представлена динамика движения центров двух пластин для разных вариантов положения второй пластины. Если пластины расположены далеко (рис. 2*а*), то они двигаются в противофазе. Такое движение обусловлено формированием между пластинами большого вихря, который увлекает их в разные стороны (рис. 3*а*). С приближением нижней пластины к верхней, регулярность движений нарушается. В варианте d1d3 обе пластины останавливаются (рис. 2*б*). При дальнейшем сближении пластины начинают двигается почти синхронно (рис. 2*в*).

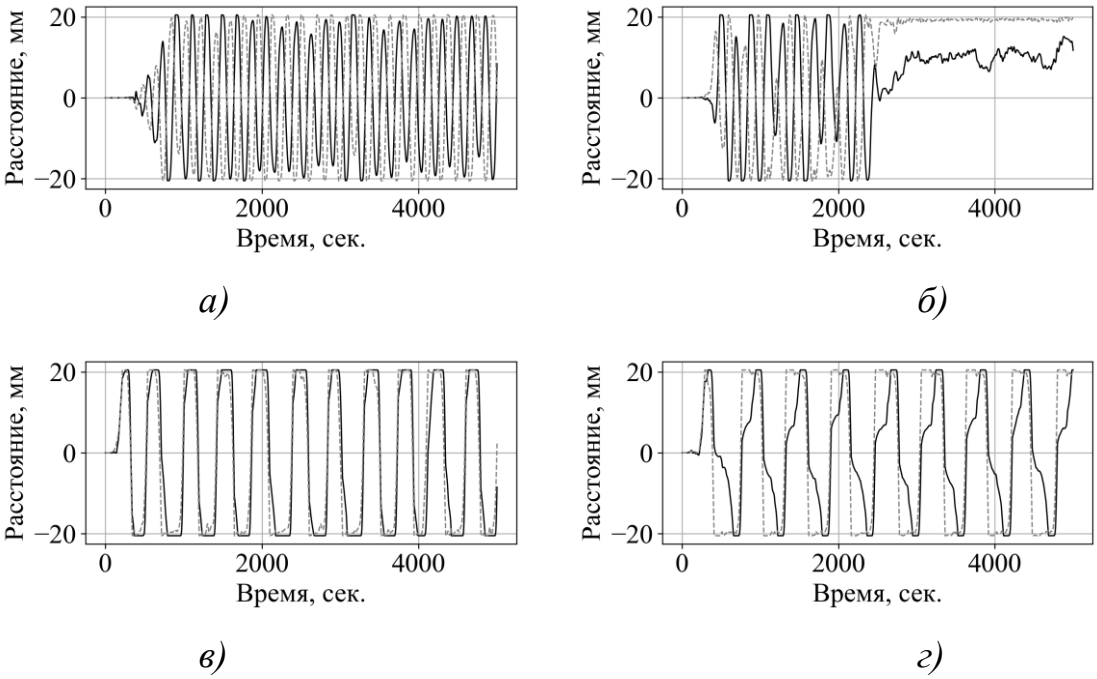
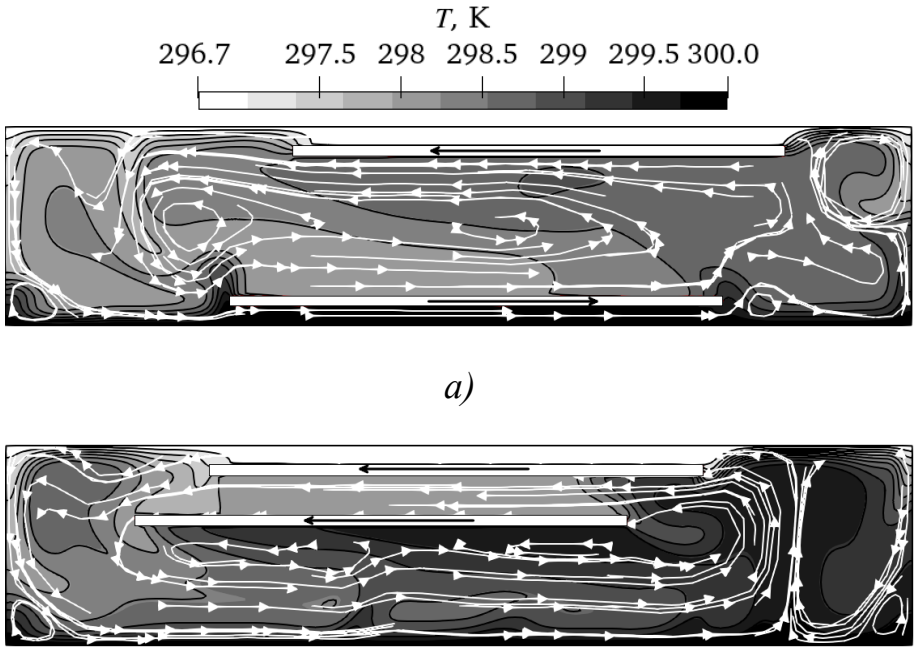


Рис. 2. Движение центров пластин (сплошная линия – пластина 1, пунктирная – пластина 2) для вариантов: а) d1d1, б) d1d3, в) d1d6 и г) d1d7

Для варианта d1d6, когда нижняя пластина отрывается от стенки, в щель между пластинами устремляется поток, который увлекает пластину 1 за пластиной 2. Эта ситуация показана на рис. 3*б*. При ещё более близком расстоянии между пластинами из-за вязкого трения между пластинами не формируется поток воды. Требуется время пока нижняя пластина

отодвинется от боковой стенки и откроет доступ для конвективного потока к верхней пластине, что хорошо видно на рис. 2*г.*

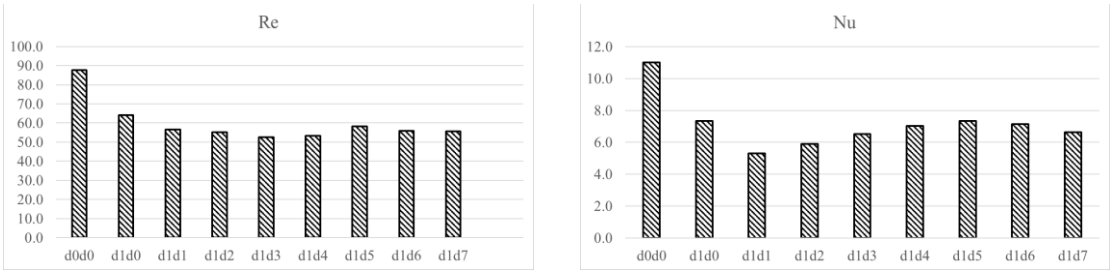


а)

б)

Рис. 3. Мгновенное поле температуры и линии тока для:
а)d1d1; б) d1d6.
Черными стрелками показано направление движения пластин

На рис. 4 показаны интегральные характеристики течения – число Рейнольдса и число Нуссельта – в зависимости от положения пластин. Варианты d0d0 и d1d0, соответствуют случаям без пластин и только с верхней пластиной. Видно, что и интенсивность движения жидкости, и теплопередача от нижней стенки кюветы к верхней при наличии двух пластин существенно ниже, чем для варианта без пластин, но ненамного ниже значений, полученных для одной пластины.



а) *б)*

Рис. 3. Интегральные характеристики системы:
а)число Рейнольдса; б)число Нуссельта

Численное моделирование свободно-конвективного течения в замкнутой кювете с двумя погруженными пластинами, показало, что

пластины, имеющие только одну, горизонтальную степень свободы, вовлекаются в интенсивные движения, характер которых определяется глубиной погружения пластин. Если пластины удалены друг от друга, плавая вблизи противоположных горизонтальных границ, то их движение происходит в противофазе. Если обе пластины находятся в одной половине слоя, то их движения синхронизируются. Среднее значение числа Нуссельта минимально при противофазном движении. При синхронизации движения пластин наблюдается максимум числа Нуссельта.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 22-61-00098. https://rscf.ru/project/22-61- 00098.

Список литературы

1. *Zhang J., Libchaber A.* Periodic Boundary Motion in Thermal Turbulence // Phys. Rev. Lett. 2000. Vol. 84 (19). P. 4361–4364.
2. *Popova E.N.*, *Frik P.G.* Large-Scale Flows in a Turbulent Convective Layer with an Immersed Moving Thermal Insulator // Fluid Dyn. 2003. Vol. 38 (6). P. 862–867.
3. *Филимонов С.А. и др.* Математическое моделирование взаимодействия свободно-конвективного течения и подвижного тела // Вычислительная механика сплошных сред. 2023. Т. 16, № 1 SE-Статьи. С. 89–100.
4. *Frick P. и др.* Rayleigh–Bénard convection with an immersed floating body // J. Fluid Mech. 2024. Vol. 979. P. A23.
5. *Филимонов С.А. и др.* Блуждания зеркально отражающего погруженного диска в подогреваемом падающим излучением конвективном слое // Comput. Contin. Mech. 2025. Т. 18, № 1. С. 112–121.

РАСШИРЕНИЕ ОБЛАСТИ ПРИМЕНИМОСТИ ФОРМУЛЫ СКОРОСТИ ЭЛЕКТРОФОРЕЗА В НЕПОЛЯРНОМ ЭЛЕКТРОЛИТЕ ПРИ БОЛЬШИХ ЧИСЛАХ ДУХИНА

Е. А. Франц[a], А. А. Крылов[a,b] , Е. А. Демехин[a,b,c]
[a]Финансовый университет при Правительстве РФ,
350051, Краснодар, Шоссе Нефтяников, 32
[b]Кубанский государственный университет,
350040, Краснодар, Ставрольская, 149
[c]Московский государственный университет
им. Ломоносова, НИИ Механики,
119192, Москва, Мичуринский проспект, 1

Представлены результаты численного моделирования электрофореза в полярной жидкости при больших числах Духина и умеренных напряженностях электрического поля. Показано, что классические асимптотические формулы, полученные ранее для оценки электрофоретической подвижности, теряют точность при увеличении поля. Для расширения области применимости аналитических выражений предложена рациональная аппроксимация, построенная на основе численных данных. Такая аппроксимация позволяет значительно повысить точность вычислений в нелинейной области и обеспечивает согласование с численными результатами в более широком диапазоне параметров. Полученные результаты могут быть использованы для описания электрокинетических эффектов в реальных системах.

Ключевые слова: электрофорез, неполярная жидкость, число Духина, аппроксимация Падэ, электрокинетика, нелинейные эффекты

EXTENDING THE APPLICABILITY OF THE ELECTROPHORETIC VELOCITY FORMULA IN A NONPOLAR ELECTROLYTE AT HIGH DUKHIN NUMBERS

E. A. Frants[a], A. A. Krylov[a,b], E. A. Demekhin[a,b,c]
[a]Financial University under the Government of the Russian Federation,
32 Shosse Neftyanikov St., 350051, Krasnodar
[b]Kuban State University,
149 Stavropolskaya St., 350040, Krasnodar
[c] Lomonosov Moscow State University, Institute of Mechanics,
1 Michurinsky Prospekt, 119192, Moscow

This work presents numerical modeling results of electrophoresis in a polar liquid at high Dukhin numbers and moderate electric field strengths. It is shown that classical asymptotic formulas previously used to estimate electrophoretic mobility lose accuracy as the field increases. To extend the applicability of analytical expressions, a rational approximation based on numerical data is proposed. This approximation significantly improves accuracy in the nonlinear regime and provides agreement with

© Франц Е.А., Крылов А.А., Демехин Е.А., 2025

numerical results over a broader parameter range. The results can be applied to describe electrokinetic effects in real systems.

Keywords: electrophoresis, nonpolar liquid, Dukhin number, electrokinetics, nonlinear effects

Электрофорез в неполярных и слабопроводящих жидкостях представляет собой важный класс явлений, наблюдаемых при воздействии электрического поля на микрочастицы, погружённые в электролит. Ключевым безразмерным параметром, определяющим вклад поверхности в перенос заряда, является число Духина Du — отношение поверхностной проводимости к объёмной $Du = \sigma_s/\sigma_v a$, где σ_s — поверхностная проводимость, σ_v — объёмная проводимость, a — характерный размер частицы. При больших Du активное участие поверхности в токопереносе существенно перестраивает двойной электрический слой и заметно влияет на подвижность частицы.

Несмотря на кажущуюся простоту, электрофоретическое движение в режимах сильной поляризации и высокой плотности поверхностного заряда обладает рядом особенностей: 1) нарушается симметрия ионного облака у поверхности частицы, 2) возникают развитые поверхностные токи и 3) проявляются нелинейные эффекты, которые не учитываются классическими моделями. Классические аналитические формулы для скорости электрофореза выведены при предположении малости числа Духина и слабого электрического поля. В этом случае структура двойного электрического слоя (ДЭС) описывается относительно просто, а поверхностная проводимость играет второстепенную роль ($Du \ll 1$). Однако в реальных системах эти допущения часто нарушаются: при значительной напряжённости поля и существенном поверхностном заряде, вклад поверхности становится доминирующим, что приводит к качественным изменениям в распределениях потенциала и концентраций около поверхности и, как следствие в мобильности. В этих режимах требуются уточнённые аналитические зависимости, согласованные с численным моделированием.

Аналитические решения получены в предположении слабого поля и основаны на разложении по малому параметру $E_\infty \ll 1$. Однако для описания систем, где электрическое поле значительно, требуются новые подходы, способные учесть нелинейные эффекты. При малых и умеренных напряжённостях электрического поля ($E_\infty \ll 1$ и $E_\infty \sim O(1)$, а также в широком диапазоне значений поверхностного заряда $|\sigma|$, естественно сравнить численные результаты с доступными асимптотическими решениями: линейным решением относительно Du О'Брайена и Хантера [1], а также нелинейной поправкой Шилова и соавторов [2] и более недавними исследованиями Шнитцера и др. [3, 4].

Решение, предложенное О'Брайеном и Хантером [1], соответствует главному члену асимптотического разложения для слабых электрических полей ($E_\infty \ll 1$) в условиях значительной поверхностной проводимости

($Du \sim O(1)$). Оно представляет собой обобщение формулы Смолуховского для систем с большими числами Духина. Согласно [1], электрофоретическая подвижность в линейном приближении по E_∞ выражается как:

$$\mu_{ep} = \frac{U_\infty}{E_\infty} = \frac{\zeta_0 + 4\ln 2\, Du}{1 + 2Du} \quad (1)$$

Аналитическое решение О'Брайена и Хантера [1] совпадает с численными результатами при $E_\infty = 0.1$. Однако с увеличением напряжённости поля, аналитическое выражение начинает занижать значение мобильности частицы. Например, при E_∞ = 5, уравнение (1) предсказывает скорость почти в 4,5 раза меньшую, чем численное значение.

Для улучшения согласия в области умеренных полей необходимо учитывать высшие члены разложения по электрическому полю. Такая доработка была выполнена независимо Шиловым и др. [2] и Шнитцером и др. [3], что привело к расширенным аналитическим выражениям для электрофоретической мобильности:

$$\mu_{ep} = \frac{U_\infty}{E_\infty} = \kappa(a_0 + a_2 E_\infty^2) \quad (2)$$

Сращение асимптотических решений в умеренных и сильных полях

Для анализа электрофоретической мобильности при умеренных и сильных полях было проведено сравнение численных данных с известными асимптотическими решениями. Формула О'Брайена и Хантера корректно описывает линейное по полю поведение при $E_\infty \to 0$, однако её применимость ограничена исключительно малыми напряженностями. Расширенная формула Шилова учитывает квадратичную по E_∞ поправку и хорошо согласуется с численными результатами при $E_\infty \sim O(1)$, однако при дальнейшем росте напряжённости начинает заметно занижать мобильность. В противоположном пределе $E_\infty \to \infty$ применяется формула Штоца [5], предсказывающая насыщение мобильности на конечном уровне, но не описывающая переходную область:

$$\mu_{E\to\infty} = \frac{2\kappa\sigma}{3\varepsilon}$$

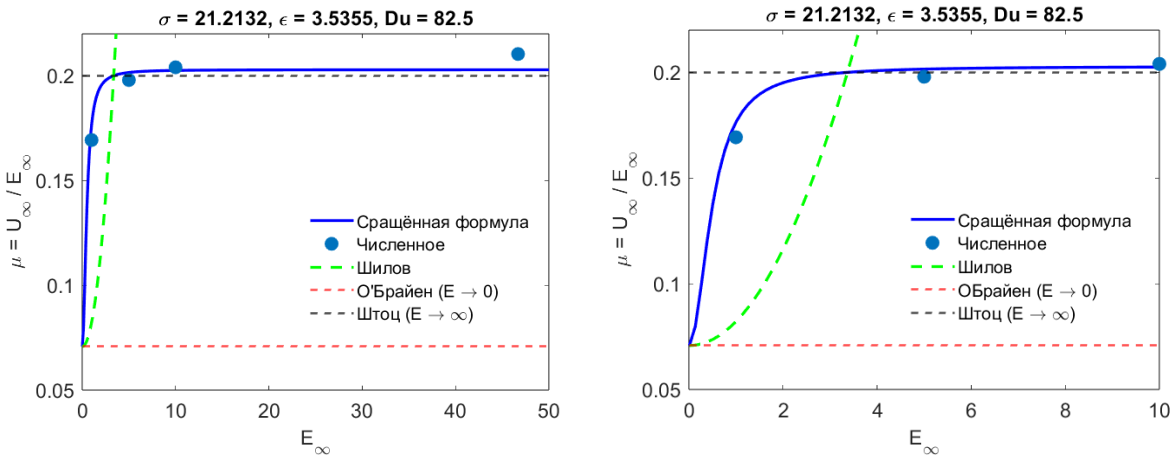
В сильном поле мобильность частицы достигает плато и практически не зависит от E_∞, а определяется только свойствами среды и зарядом поверхности.

Чтобы получить единую зависимость, корректную во всём диапазоне напряженностей E_∞, мы построили сращенную аппроксимацию, плавно соединяющую предел низкой напряженности О'Брайена с пределом Штоца:

$$\mu_{match}(E_\infty) = \mu_\infty + \frac{\mu_0(E_\infty) - \mu_\infty}{1 + \left(\frac{E_\infty}{E_c}\right)^n} \quad (3)$$

Предложенная формула – частный случай рациональной аппроксимации Паде-типа. Альтернативы (например, построение единой Паде-аппроксимации по двум асимптотическим рядам) потребовали бы больше подгоночных коэффициентов и/или знания дополнительных членов разложения при больших напряженностях поля.

Построенные на рис. 1 кривые показывают, что сращенная формула (3) существенно лучше согласуется с численными данными, чем каждое из асимптотических выражений по отдельности, и тем самым расширяет область применимости аналитического описания электрофореза на весь практически значимый диапазон напряжённостей.



а) *б)*

Рис. 1. Зависимость электрофоретической мобильности от напряженности электрического поля для неполярного электролита в а) сильном электрическом поле; б) умеренном электрическом поле

Таким образом, предложенный подход позволяет существенно расширить область применимости аналитического описания электрофореза и корректно воспроизводит подвижность частиц в широком диапазоне электрических полей. Полученную формулу можно использовать как практический инструмент для быстрой оценки скорости или мобильности частицы в неполярных и слабопроводящих электролитах и для планирования экспериментов.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 24-79-00129, https://rscf.ru/project/24-79-00129/.

Список литературы

1. *O'Brien R.W., Hunter R.J.* The electrophoretic mobility of large colloidal particles // Canadian Journal of Chemistry. 1981. Vol. 59 (13). P. 1878–1887.
2. *Shilov V., Barany S., Grosse C., Shramko O.* Field-induced disturbance of the double layer electro-neutrality and non-linear electrophoresis // Advances in Colloid and Interface Science. 2003. Vol. 104 (1–3). P. 159–173.
3. *Schnitzer O., Yariv* E. Macroscale description of electrokinetic flows at large zeta potentials: Nonlinear surface conduction // Physical Review E. 2012. Vol. 86 (2). P. 021503.
4. *Schnitzer O., Zeyde R., Yavneh I., Yariv E.* Weakly nonlinear electrophoresis of a highly charged colloidal particle // Physics of Fluids. 2013. Vol. 25 (5). P. 052004.
5. *Stotz S.* Field dependence of the electrophoretic mobility of particles suspended in low-conductivity liquids // Journal of Colloid and Interface Science. 1978. Vol. 65 (1). P. 118–130.

ТРАНСПОРТ ПРИМЕСИ ЧЕРЕЗ НАКЛОННУЮ ПОРИСТУЮ КОЛОННУ

М. Р. Хабин[a], Б. С. Марышев[a,b]
[a]Институт механики сплошных сред УрО РАН,
614013, Пермь, Академика Королева, 1
[b]Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614990, Пермь, Букирева, 15

Одним из возможных механизмов управления транспортом растворенного вещества в пористой среде является наклон области при его прокачке. В работе исследуется влияние угла наклона на транспорт примеси. Транспорт примеси моделируется в рамках MIM подхода. Задача решается методом конечных разностей.

Ключевые слова: пористая среда; MIM подход; концентрационная конвекция

CONTAMINANT TRANSPORT THROUGH AN INCLINED POROUS COLUMN

M. R. Khabin[a], B. S. Maryshev[a,b]
[a]Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS,
1 Academician Korolev St., 614013, Perm
[b]Perm State University,
15 Bukireva St., 614990, Perm

Tilting the domain during pumping is a possible mechanism to control solute transport in porous media. This paper studies the tilt angle's effect on contaminant transport, modeled within the MIM approach and solved using the finite difference method.

Keywords: porous media; MIM approach; concentration convection

Имеется вытянутая прямоугольная область, заполненная пористой средой. Соотношение сторон $H/L = 0.1$. Через область прокачивается конечный объём смеси. На входе условие равенства потоков при подаче смеси, на выходе условие свободного вытекания. Боковые стенки области непроницаемы для несущей жидкости и переносимого ей вещества. Область может быть наклонена на угол α (рис.1).

Задача решается в рамках MIM подхода [1] разделяющего концентрацию раствора на две фазы: мобильную и немобильную. От фазы зависит переносится ли вещество насыщающей пористую среду жидкостью или задерживается стенками пор.

© Хабин М.Р., Марышев Б.С., 2025

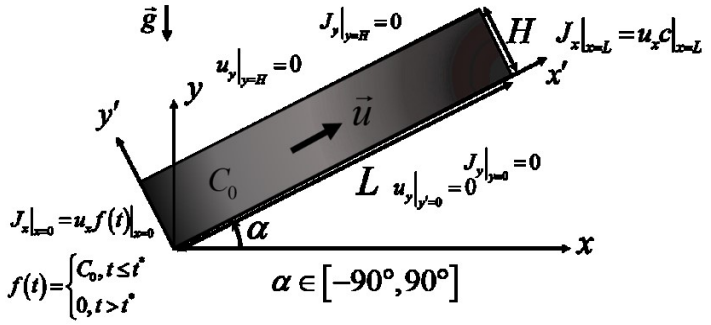


Рис. 1. Схема задачи с гран условиями

Процессы сорбции моделируется с помощью нелинейной MIM модели [2] учитывающей насыщение немобильной фазы. Уравнение фильтрации – закон Дарси в приближении Буссин0еска [3]. Пористость линейно уменьшается с ростом концентрации примеси в немобильной фазе. Уменьшение пористости приводит к увеличению гидравлического сопротивления, что означает уменьшение проницаемости. Зависимость проницаемости от пористости определяется соотношением Козени-Кармана [4]. Таким образом, система уравнений имеет следующий вид:

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial(\phi C+Q)}{\partial t}=\phi D\Delta C+D(\nabla\phi\cdot\nabla C)-\boldsymbol{U}\cdot\nabla C,\\
&\frac{\partial Q}{\partial t}=\alpha\big((Q_0-Q)C-K_d Q\big),\\
&\boldsymbol{U}=-\frac{\kappa(\phi)}{\eta}\big(\nabla P-\rho\vec{g}\big),\quad \nabla\cdot\boldsymbol{U}=0,\\
&\rho=\rho_0(1+\beta_c C),\\
&\kappa(\phi)=\gamma\frac{\phi^3}{(1-\phi)^2},\quad \phi=\phi_0-Q;
\end{aligned}\tag{1}$$

где ϕ – текущая пористость, $\boldsymbol{U}$ – скорость фильтрации, D – эффективный коэффициент диффузии, ρ – плотность жидкости, β_C – коэффициент концентрационного расширения, C,Q – концентрации мобильной и немобильной компонент соответственно, P – давление, $\boldsymbol{g}$ – ускорение свободного падения, η – коэффициент динамической вязкости, κ – проницаемость среды, ϕ_0 – пористость чистой среды, α – коэффициент переноса примеси, K_d – коэффициент разделения примеси, γ – параметр Козени-Кармана, Q_0 – концентрация насыщения немобильной фазы.

Обезразмеривание проведено по следующим масштабам длины L, времени L^2/D, скорости $\phi_0 D/L$, давления $P_+–P_-$, проницаемость γ, мобильной фазы концентрации C_0, иммобильной фазы концентрации Q_0. Безразмерная система уравнений принимает следующий вид:

$$
\begin{aligned}
&\frac{\partial}{\partial t}\left(c+\frac{\zeta}{C_0}q\right)=\Delta c-\boldsymbol{u}\cdot\nabla c,\\
&\frac{\partial q}{\partial t}=a(1-q)c-bq,\\
&\boldsymbol{u}=-\kappa(\phi)\left(\mathrm{Pe}\nabla p+\mathrm{Rp}c\boldsymbol{e}_y\right),\\
&\operatorname{div}\boldsymbol{u}=0,\\
&\boldsymbol{e}_y=\{\sin\alpha,\cos\alpha\}\\
&\kappa(\phi)=\frac{\phi^3}{(1-\phi)^2},\quad \phi=\phi_0(1-\zeta q),
\end{aligned}
\tag{2}
$$

где c,q – концентрации мобильной и немобильной компонент соответственно, p – давление, ϕ – пористость, $\kappa(\phi)$ – проницаемость, Pe – диффузионный аналог числа Пекле, Rp – число Рэлея-Дарси, ζ – коэффициент закупорки. Безразмерные параметры выражаются как:

$$
\begin{aligned}
&\mathrm{Pe}=\frac{\gamma\left((P_+-P_-)-\rho_0 gL\sin\alpha\right)}{\eta D\phi_0},\quad \mathrm{Rp}=\frac{\gamma\rho_0 g\beta_c C_0 L}{\eta D\phi_0},\\
&\zeta=\frac{Q_0}{\phi_0},\quad a=\alpha C_0\frac{L^2}{D},\quad b=\alpha K_d\frac{L^2}{D};
\end{aligned}
\tag{3}
$$

Граничные условия: подача смеси заданной концентрации в рабочую область (при $x=0$), свободное вытекание (при $x=L$), непроницаемые для смеси боковые стенки, постоянный перепад давления между входом и выходом из колонны:

$$
\begin{aligned}
&-\left.\frac{\partial c}{\partial x}\right|_{x=0}+u_x c\big|_{x=0}=u_x\big|_{x=0}f(t),\\
&f(t)=1-\theta\left(t-t^*\right),\\
&\left.\frac{\partial c}{\partial x}\right|_{x=1}=0,\quad \left.\frac{\partial c}{\partial y}\right|_{y=0,h}=0;
\end{aligned}
\qquad
\begin{aligned}
&p(x=0)=1,\quad p(x=1)=0,\\
&\left.\frac{\partial p}{\partial y}\right|_{y=0}=0,\quad \left.\frac{\partial p}{\partial y}\right|_{y=h}=0;
\end{aligned}
\tag{3}
$$

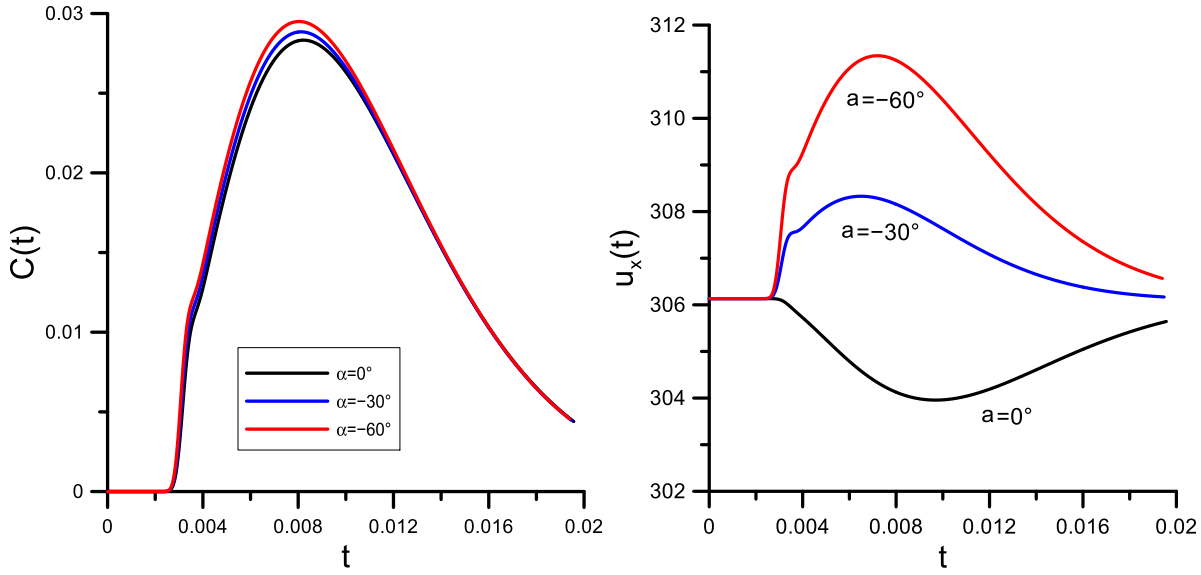
где $\theta(t-t^*)$ функция Хевисайда, t^* время закачки порции смеси, C_0 концентрация смеси в закачиваемой порции. Начальные условия: отсутствие примеси в области и линейный профиль давления

$$
c(x,y,t=0)=0,\ q(x,y,t=0)=0,\ p(x,y,t=0)=1-x. \tag{4}
$$

В результате решения задачи аналитически было получено выражение, определяющее изменение скорости фильтрации основного потока (при отсутствии примеси):

$$U_0(\alpha) = \frac{\kappa(\phi_0)}{\eta}\frac{P_+ - P_-}{L}\left(1 - \frac{\rho_0 g L}{P_+ - P_-}\sin\alpha\right) \qquad (4)$$

Результаты численного моделирования приведены для следующих значений параметров: Pe = *750* , Rp =*660* , *a* =*150*, *b* =*660* , *ζ=0.24*, C_0=*5%*, время закачки $t^*=3\cdot10^{-4}$, $t^*=2.79\cdot10^{-4}$, $t^*=2.67\cdot10^{-4}$ для углов 0°, -30°,-60° соответственно. Для учета влияния концентрационной конвекции U_0 задается постоянной величиной.

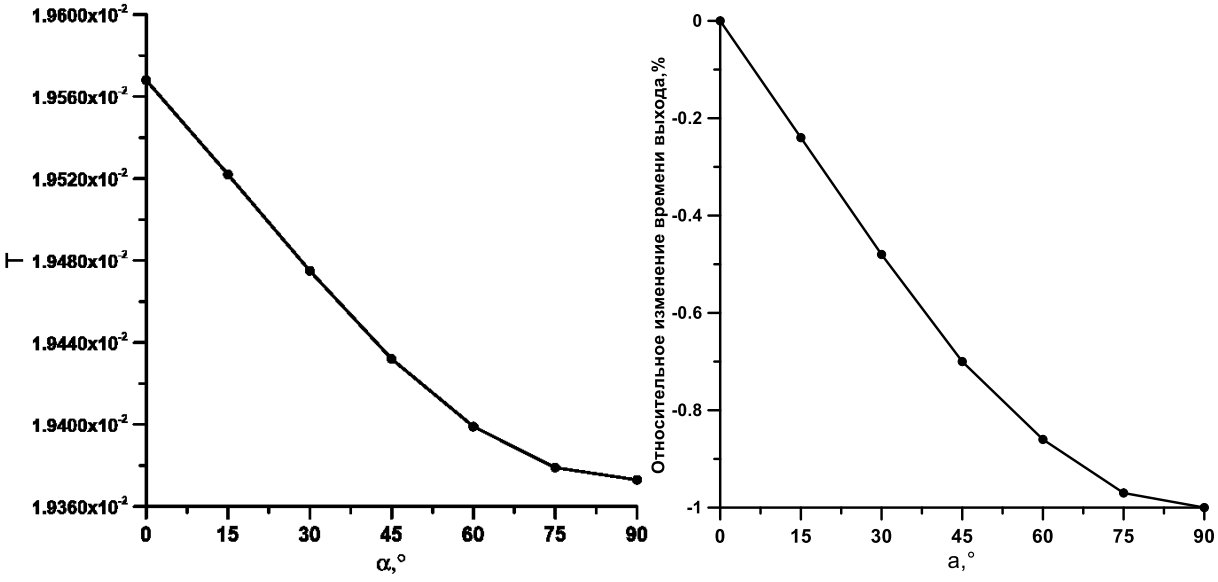


а) *б)*

Рис. 2. Графики зависимости:
а)мобильной компоненты концентрации от времени на выходе из области;
б) проекции скорости на ось x от времени на выходе из области

На рис.2*а* показана зависимость концентрации мобильной компоненты на выходе из области, а на рис.2*б* проекции скорости на ось *x* от времени на выходе из области. Видно, что при прохождении концентрационного импульса и возникновении конвективного течения при отсутствии наклона скорость на выходе падает, а при отрицательных углах наклона скорость на выходе наоборот возрастает.

На рис.3 показано время выхода примеси при отрицательных углах наклона. Видно, что при достижение максимального угла наклона (-90°) при данных параметрах за счет концентрационной конвекции время выхода сокращается на 1 %.



а) *б)*

Рис. 3. Зависимость:а) безразмерного времени выхода; б) относительного изменения времени выхода от модуля угла наклона (α<0)

Работа выполнена в рамках государственного задания, регистрационный номер темы 124021600038-9.

Список литературы

1. *Deans H. A.* A mathematical model for dispersion in the direction of flow in porous media // Society of Petroleum Engineers Journal. 1963. Vol. 3 (1). P. 49-52.
2. *Van Genuchten M. T., Wierenga P. J.* Mass transfer studies in sorbing porous media I. Analytical solutions 1 // Soil science society of America journal. 1976. Vol. 40 (4). P. 473-480.
3. *Nield D. A., Bejan A.* Convection in porous media. // New York, NY: Springer New York, 2017.
4. *Carman P.C.*, Fluid flow through a granular bed, Trans. Inst. Chem. Eng. London, 1937. Vol. 15. P. 150-156.

УПРОЩЕННЫЕ ФИЗИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ СРЫВА КАПЕЛЬ С ПОВЕРХНОСТИ ПЛЕНКИ ЖИДКОСТИ ГАЗОВЫМ ПОТОКОМ

А. В. Черданцев
Институт теплофизики им. С. С. Кутателадзе СО РАН,
630090, Новосибирск, пр. Лаврентьева, 1

При обдуве пленки жидкости высокоскоростным потоком газа возможен срыв капель с поверхности пленки и унос их в ядро газового потока. Унос жидкости в дисперсную фазу усиливает перепад давления и теплоперенос в потоке и снижает толщину пристенной пленки. Последнее вкупе с ударами капель и захватом пузырей может приводить к образованию сухих пятен на стенках канала, нарушению режима отвода тепла и перегреву технологических аппаратов. Для предсказания интенсивности уноса используются эмпирические корреляции, численное моделирование и упрощенные физические модели. В данной работе приводится разбор упрощенных моделей с критическим анализом используемых в них базовых предположений о волновой структуре поверхности пленки, характеристиках волн, механизмах срыва капель и их вкладе в интенсивность уноса. Показано, что базовые предположения в существующих моделях редко демонстрируют даже качественное согласие с экспериментом, не говоря о количественном согласии.

Ключевые слова: дисперсно-кольцевое течение; срыв капель; волны возмущения

SIMPLIFIED PHYSICAL MODELS OF DROPLET TEARING FROM LIQUID FILM SURFACE BY GAS STREAM

A. V. Cherdantsev
Kutateladze Institute of Thermophysics,
1 Lavrentiev ave., 630090, Novosibirsk

Under strong gas shear droplet can be torn from film surface and entrained into the gas core. Liquid entrainment into dispersed phase increases pressure drop and heat transfer in the flow and reduces the thickness of the wall film. The latter, together with droplet impacts and bubble entrapment may lead to formation of dry spots at the duct walls, disordering the heat removal process and overheating of the industrial equipment. To predict the intensity of entrainment, empirical correlations, numerical models and simplified physical models are employed. In the present work, critical analysis of basic assumptions of the simplified models is carried out, including the wave structure of film surface, wave parameters, mechanisms of entrainment and their contribution to entrainment intensity. It is shown that the basic assumptions rarely demonstrate even qualitative agreement to the experimental observations, not to mention quantitative agreement.

Keywords: annular flow; droplet entrainment; disturbance waves

В дисперсно-кольцевом режиме газожидкостного течения газовый поток занимает центральную часть поперечного сечения канала, а жидкость

© Черданцев А.В., 2025

движется в виде тонкой пленки по стенкам канала. При высоких расходах жидкости и газа происходит срыв капель с поверхности пленки и унос их в ядро газового потока. В результате уноса жидкости в дисперсную фазу повышается перепад давления в канале, усиливается тепломассообмен между пленкой и газовым ядром, уменьшается толщина пристенной пленки, что влияет на интенсивность отвода тепла от стенок канала. Удары капель, осаждающихся из газового потока на поверхность пленки образуют на поверхности пленки кратеры и борозды с захватом пузырьков газа, что может привести к появлению сухих пятен и перегреву установки. По этим причинам способность предсказать расход дисперсной фазы высоко востребована при проектировании и эксплуатации промышленных установок.

На данный момент не существует работающих теоретических моделей, адекватно описывающих гидродинамику дисперсно-кольцевого течения. Для предсказания интенсивности уноса используются эмпирические корреляции, численные модели и упрощенные физические модели. Эмпирические корреляции редко работают за пределами той области режимных параметров, в которой были получены. Численные модели в основном не выдерживают прямого сравнения с экспериментальными данными. Создание физически обоснованных моделей акта отрыва выглядит привлекательной альтернативой, однако требует базовых предположений о механизмах срыва капель и процессах, предшествующих срыву.

Режимная область срыва капель практически совпадает с областью существования «волн возмущения». Это крупные объемы жидкости, движущиеся с высокой скоростью по поверхности тонкого остаточного слоя жидкости. Именно волны возмущения служат источником срыва капель. В большинстве работ [1-5], развивающих упрощенные физические модели, предполагается, что срыв капель происходит с гребней волн возмущения за счет разрежения давления над гребнем такой волны. Форма волн предполагается синусоидальной, а параметры волн определяются в основном на основе анализа линейной устойчивости. Предполагается, что гребни волн трехмерны, и поперечная длина волны равна продольной. Амплитуда волн оценивается на основе предположения о линейном профиле скорости в пленке и произвольно заданном соотношении между средней и максимальной скоростью жидкости.

В то же время в экспериментах [6-8] показано, что формирование и развитие волн возмущения представляют собой сложный многоэтапный процесс с каскадным изменением частоты волн, а также изменением трехмерной структуры вниз по потоку. Основным сценарием срыва капель является разрыв волн быстрой ряби, развивающихся на поверхности волн возмущения [9], Учет этой особенности подразумевает новые уравнения баланса сил и использование значительно отличающихся масштабов.

Не удивительно, что предсказание интенсивности уноса по моделям [1-5] переоценивает на несколько порядков не только экспериментально измеренные значения, но и полный расход жидкости в потоке. Попытки

уменьшить расхождение, вводя эмпирические поправки, превращают данные модели в обычные, но более громоздкие, корреляции. Для развития адекватных моделей необходимо выработать новые упрощающие предположения на основе анализа современных экспериментальных данных.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 25-79-20034, https://rscf.ru/project/25-79-20034/.

Список литературы

1. *Holowach M.J., Hochreiter L.E., Cheung F.B.* A model for droplet entrainment in heated annular flow // Int. J. Heat Fluid Flow. 2002. Vol. 23. P. 807–822.
2. *Lane J.W., Aumiller Jr D.L., Cheung F.B., Hochreiter L.E.* A self-consistent three-field constitutive model set for predicting co-current annular flow // Nucl. Engng. Design. 2010. Vol. 240. P. 3294–3308.
3. *Baniamerian Z., Aghanajafi C.* Studying the influence of refrigerant type on thermal efficiency of annular two-phase flows; mass transfer viewpoint // Korean J. Chem. Eng. 2011. Vol. 28. P. 49-55.
4. *Ryu S.-H., Park G.-C.* A droplet entrainment model based on the force balance of an interfacial wave in two-phase annular flow // Nucl. Engng. Des. 2011. Vol. 241. P. 3890–3897.
5. *Liu L., Bai. B.* Generalization of droplet entrainment rate correlation for annular flow considering disturbance wave properties // Chem. Engng. Sci. 2017. Vol. 164. P. 279-291.
6. *Alekseenko S.V., Cherdantsev A.V., Cherdantsev M.V., Isaenkov S.V., Markovich D.M.* Study of formation and development of disturbance waves in annular gas–liquid flow // Int. J. Multiphase Flow. 2015. Vol. 77. P. 65–75.
7. *Isaenkov, S.V., Cherdantsev, A.V., Vozhakov, I.S., Cherdantsev, M.V., Arkhipov, D.G., & Markovich, D.M.* Study of primary instability of thick liquid films under strong gas shear // Int. J. Multiph. Flow. 2019. Vol. 111. P. 62-81.
8. *Cherdantsev, M. V., Isaenkov, S. V., Cherdantsev, A. V., & Markovich, D. M.* Development and interaction of disturbance waves in downward annular gas-liquid flow // Int. J. Multiph. Flow. 2021. Vol. 138. P. 103614.
9. *Cherdantsev A.V., Hann D.B., Azzopardi B.J.* Study of gas-sheared liquid film in horizontal rectangular duct using high-speed LIF technique: Three-dimensional wavy structure and its relation to liquid entrainment // Int. J. Multiphase Flow. 2014. Vol. 67. P. 52–64.

КОЛЕБАТЕЛЬНАЯ КОНВЕКЦИЯ ГРАВИТАКТИЧЕСКИХ МИКРООРГАНИЗМОВ

И. Н. Черепанов, Б. Л. Смородин
Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614990, Пермь, Букирева, 15

Проанализирована конвекция неизотермической суспензии гравитактических микроорганизмов в горизонтальном слое для положительного гравитаксиса. Из-за конкуренции тепловой конвекции и самодвижения микроорганизмов возможны колебательные неустойчивость и нелинейные конвективные режимы. Для водоросли Euglena gracilis в воде исследованы условия возникновения и нелинейная динамика конвективных структур. На бифуркационной диаграмме рост числа Релея приводит к появлению стоячей волны, а затем после второй бифуркации возникает режим стационарной конвекции. Для различных режимов биоконвекции получены распределения функции тока, температуры и концентрации микроорганизмов.

Ключевые слова: биоконвекция; суспензия микроорганизмов; гравитаксис

OSCILLATORY CONVECTION OF GRAVITACTIC MICROORGANISMS

I. N. Cherpanov, B. L. Smorodin
Perm State University,
15 Bukireva St., 614990, Perm

The convection of a non-isothermal suspension of gravitactic microorganisms in a horizontal layer for positive gravitaxis is analyzed. Due to the competition of thermal convection and self-movement of microorganisms, oscillatory instability and nonlinear convective regimes are possible. The conditions of occurrence and nonlinear dynamics of convective structures in water are studied for Euglena gracilis algae. In the bifurcation diagram, the growth of the Rayleigh number leads to the appearance of a standing wave, and then, after the second bifurcation, a stationary convection occurs. Distributions of the stream function, temperature, and concentration of microorganisms are obtained for various regimes of bioconvection.

Keywords: bioconvection; suspension of microorganisms; gravitaxis

Биоконвекцией называют течения, связанные с коллективным плаванием большого количества микроорганизмов [1]. Без внешнего воздействия микроорганизмы плывут случайным образом, при этом средняя скорость их движения V_c приобретает некоторое значение, под действием внешних воздействий. Если средняя скорость движения микроорганизмов направлена вверх (против силы тяжести), говорят про отрицательный гравитаксис. В случае, когда скорость V_c сонаправлена с полем тяжести – гравитаксис положительный. Ионы тяжелых металлов (ртуть, медь, кадмий,

© Черепанов И.Н., Смородин Б.Л., 2025

свинец), заставляют клетки микроорганизмов, например, фотосинтезирующей жгутиковой водоросли Euglena gracilis переключаться с положительного на отрицательный гравитаксис [2]. Такая реакция микроорганизмов меняет характер биоконвективного течения, и может быть использована, для мониторинга, анализа и диагностики загрязнения водоемов тяжелыми металлами.

Используя масштабы: H – длины, $\frac{H^2}{D}$ –времени (диффузионное время), D/H – скорости, $p = \rho H^3/D\nu -$ давления, $\Theta -$ температуры и $V_c H\bar{C}/D$ – концентрации, безразмерная система уравнений тепловой биоконвекции запишется в виде [3-4]:

$$\frac{1}{Sc}\left(\frac{\partial \boldsymbol{V}}{\partial t} + (\boldsymbol{V}\nabla)\boldsymbol{V}\right) = -\nabla p' + \Delta \boldsymbol{V} + LeRa_T T\boldsymbol{k} - Ra_c C\boldsymbol{k}, \quad (1a)$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} + (\mathbf{V}\nabla)C = \Delta C + Pe\nabla C, \quad (1b)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + (\mathbf{V}\nabla)T = Le\Delta T, \quad (1c)$$

где $Ra_T = \frac{\beta_T g}{\chi\nu}\Theta H^3$ – тепловое число Релея, $Ra_c = \frac{\beta_C g}{\nu D}\bar{C}H^3$ – концентрационное число Релея, $Sc = \frac{\nu}{D}$ – число Шмидта. $Pe = \frac{V_C H}{D}$ – число Пекле, характеризующее безразмерную среднюю поступательную скорость плавания микроорганизмов. $Le = \frac{\chi}{D}$ – число Льюиса. Важной особенностью биоконвекции является то, что коэффициенты диффузии активной среды микроорганизмов ($D = 5 \cdot 10^{-4}$ см$^2/c$) значительно выше, чем в молекулярных жидких смесях, что на порядок увеличивает вклад диффузионного транспорта в перераспределение концентрации.

Для твердых, теплопроводных, непроницаемых для микроорганизмов границ слоя, соответствующих нагреву снизу, условия для характеризующих биоконвекцию полей запишутся в виде:

$$z = 0{,}1: \boldsymbol{V} = 0, \quad \frac{\partial \mathrm{C}}{\partial \mathrm{z}} + PeC = 0; \quad T(0) = 1, \qquad T(1) = 0, \quad (2)$$

В состоянии механического равновесия ($\boldsymbol{V}_0 = 0$) распределение температуры линейно, а концентрация микроорганизмов определяется барометрическом распределением:

$$T_0 = 1 - z\ ,\ C_0 = \frac{e^{-Pe\cdot z}}{(1-e^{-Pe})}. \quad (3)$$

которое удовлетворяет закону сохранения:

$$\int_0^1 C_0 dz = \frac{1}{Pe}. \quad (4)$$

Неустойчивость основного состояния (3) относительно малых возмущений проанализирована помощью численного интегрирования линеаризованной системы уравнений (методом Рунге–Кутты–Мерсона):

$$\frac{\lambda}{Sc}(D^2-k^2)w=(D^2-k^2)^2w-LeRa_Tk^2\theta+Rak^2\xi, \tag{5a}$$

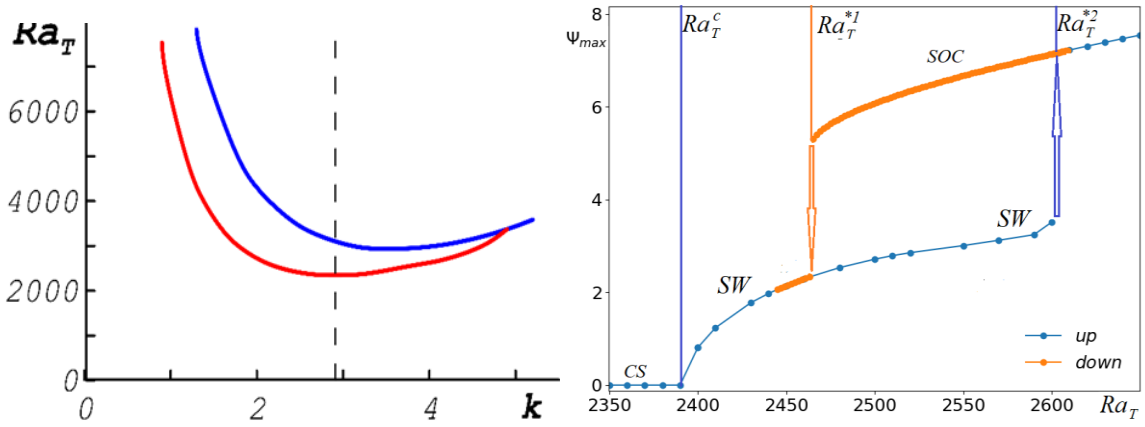
$$\lambda\xi=(D^2-k^2)\xi-PeD\xi-w\frac{Pe\,e^{-Pez}}{(1-e^{-Pe})}, \tag{5b}$$

$$\lambda\theta-w=Le(D^2-k^2)\theta,\quad D=\frac{\partial}{\partial z}. \tag{5c}$$

$$z=0,1:\ w=0, Dw=0,\ D\xi+Pe\xi=0, \theta=0. \tag{5d}$$

Краевая задача для амплитуд возмущений скорости w, концентрации ξ, температуры θ стандартным образом [5] сводилась к задаче Коши, четыре линейно-независимые решения которой позволяют сформировать определитель, равный нолю при выполнении условий на верхней границе:

$$Det(\lambda, Ra_T, Ra_C, Pe, Sc, Le, k)=0, \tag{6}$$



а) *б)*

Рис. 1. Ra_C=1000, Pe=2, Sc=20, Le=2.86. а) Зависимости теплового числа Релея от волнового числа; красная линия – колебательная мода, синяя– монотонная мода; б) Бифуркационная диаграмма при k=2.91

Типичный вид нейтральных кривых $Ra_T(k)$ для монотонных и колебательных возмущений представлен на рис. 1*а* для набора параметров Ra_C=1000, Pe=2, Sc=20, Le=2.86 соответствующих слою толщиной H=2мм, заполненному суспензией микроорганизмов Euglena Gracilis со средней концентрацией $\bar{C}=1.6$ %. В области между осью абсцисс и нижней кривой, все возмущения затухают, жидкость находится в состоянии покоя. В области над верхней кривой нарастают монотонные возмущения, между нижней и верхней кривыми – либо колебательные, либо (при больших числах Релея) монотонные возмущения. Минимум нейтральной кривой $Ra_T^c=2342.2$

соответствует возмущениям с волновым числом $k^c = 2.91$ и частотой нейтральных колебаний $\omega = 13.88$.

Нелинейная задача решена методом конечных разностей с применением двухполевого метода, использующего функцию тока ψ и завихренность. Для критического значения волнового числа $k^c = 2.91$ и сетки 81x31 построена бифуркационная диаграмма (рис. 1*б*). Неустойчивость равновесия (CS, conductive state) возникает при $Ra_T^c = 2390$ (погрешность относительно результата линейной теории 2%). В результате прямой бифуркации формируется стоячая волна (standing wave, SW) . Течение на одном пространственном периоде в основном состоит из пары противоположно вращающихся вихрей. Через половину периода колебаний в стоячей волне положения координаты максимума и минимума функции тока в конвективной ячейке меняются местами.

Рост степени нагрева Ra_T ведет к увеличению интенсивности течения и уменьшению частоты конвективных колебаний до тех пор пока в точке $Ra_T^{*2} = 2605$ в результате обратной бифуркации происходит переход к стационарной конвекции (steady overturning convection, SOC): интенсивность течения резко растет, а частота осцилляций падает до нуля. Если в качестве начального состояния взять режим стационарной конвекции высокой интенсивности и уменьшать тепловое число Релея в область $Ra_T<Ra_T^{*2}$, то этот режим сохраняется вплоть до значения Ra_T^{*1}=2465, после чего возникает его неустойчивость и переключение на низкоинтенсивный режим стоячей волны. В области $Ra_T^c < Ra_T^{*1} < Ra_T<Ra_T^{*2}$ на бифуркационной диаграмме имеется два устойчивых решения (колебательное в виде SW и стационарное в виде SOC) и гистерезисный переход между ними.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 25-21-20108, https://rscf.ru/project/25-21-20108/ при финансовой поддержке Пермского края.

Список литературы

1. *Childress S., Levandowsky M., Spiegel E.A.* Pattern formation in a suspension of swimming microorganisms: equations and stability theory// J. Fluid Mech. 1975. Vol. 63. P. 591–613.
2. *Stallwitz E., Häder D.-P.* Effects of heavy metals on motility and gravitactic orientation of the flagellate, Euglena gracilis //, Europ. J. Protistol. 1994. Vol. 30. P. 18-24.
3. *Alloui Z., Nguyen T.H., Bilgen E.* Stability analysis of thermo-bioconvection in suspensions of gravitactic microorganisms in a fluid layer // International Communications in Heat and Mass Transfer. 2006. Vol. 33. P. 1198-1206.
4. *Alloui Z., Nguyen T.H., Bilgen E.* Numerical investigation of thermo-bioconvection in a suspension of gravitactic microorganisms // International Journal of Heat and Mass Transfer. 2007. Vol. 50. P. 1435-1441.
5. *Гершуни Г.З., Жуховицкий Е.М.* Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. М: Наука, 1972. 392 с.

ДИНАМИКА ДВИЖЕНИЯ КАПЕЛЬ МАГНИТНОЙ ЖИДКОСТИ В ПЛОСКОМ СЛОЕ В ОДНОРОДНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

А. В. Чернышов, А. Р. Закинян
Северо-Кавказский федеральный университет,
355017, Ставрополь, Пушкина, 1

Исследовано влияние однородного стационарного поля на динамику движения капель магнитной жидкости в окружающей смешивающейся жидкости внутри ячейки Хеле-Шоу. Была проведена серия экспериментов для исследования поведения падающих капель ферромагнитной жидкости в жидкой немагнитной среде под воздействием внешнего однородного магнитного поля различной конфигурации. Выявлено влияния величины внешнего магнитного поля на характер движения капли и количество распадов.

Ключевые слова: капля; магнитная жидкость; магнитное поле

DYNAMICS OF MOVEMENT OF MAGNETIC FLUID DROPS IN A FLAT LAYER IN A UNIFORM MAGNETIC FIELD

A. V. Chernyshov, A. R. Zakinyan
North-Caucasus Federal University,
1, Pushkin Street, 355017, Stavropol

The influence of a uniform stationary field on the dynamics of magnetic fluid droplets in the surrounding mixing liquid inside the Hele-Shaw cell was investigated. A series of experiments were conducted to study the behavior of falling ferromagnetic fluid droplets in a liquid non-magnetic medium under the influence of an external uniform magnetic field of various configurations. The influence of the magnitude of the external magnetic field on the nature of the droplet movement and the number of decays was revealed.

Keywords: drop; magnetic fluid; magnetic field

Динамика капель, движущихся в ограниченной среде [1], охватывает широкий спектр приложений. Эти приложения варьируются от крупных промышленных задач, таких как повышение нефтеотдачи [2], до коммерческой струйной печати [3] и использования капель в микрофлюидике [4]. Целью представленной работы является экспериментальное исследование формы и динамики, падающей в вертикальной ячейке Хеле–Шоу капли магнитной жидкости в среде несущей жидкости (магнитная жидкость на основе керосина – керосин) в присутствии внешнего однородного магнитного поля.

Была проведена серия экспериментов для исследования поведения падающих капель ферромагнитной жидкости в жидкой немагнитной среде под воздействием внешнего однородного магнитного поля. Постоянное однородное магнитное поле создавалось системой катушек Гельмгольца.

© Чернышов А.В., Закинян А.Р., 2025

Ячейка Хеле–Шоу была изготовлена из двух стекол, расположенных на расстоянии 0.1 мм друг от друга. Ячейку наполняли керосином, который являлся дисперсионной средой магнитной жидкости. В горизонтально расположенную ячейку вкапывался небольшой объем магнитной жидкости. После чего ячейку переворачивали в вертикальное положение с одновременным включением источника тока, питающего намагничивающую систему. Наблюдение за падением капли производилось при помощи высокоскоростной камеры.

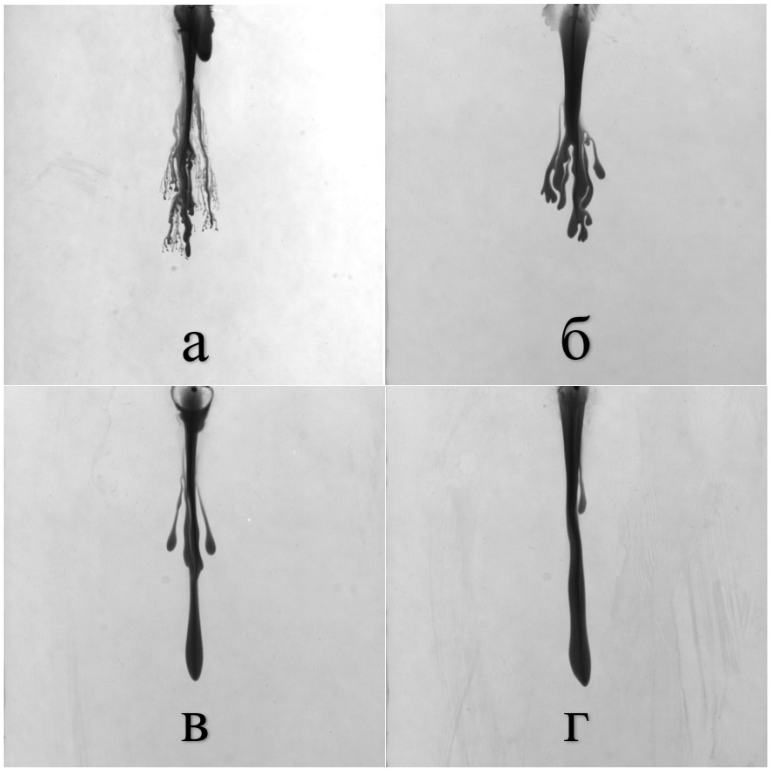


Рис. 1. Динамика распадов при падении капли магнитной жидкости: а) без внешнего магнитного поля, б) в магнитном поле напряженностью 6 кА/м, в) в магнитном поле напряженностью 14 кА/м, г) в магнитном поле напряженностью 18 кА/м

Было выявлено, что при падении капли магнитной жидкости в керосине без действия внешнего магнитного поля капля распадается каскадно с образованием множества более мелких капель (рис.1*а*), из-за межфазного натяжения на границе капли с внешней средой. В вертикальном магнитном поле до 10 кА/м количество распадов уменьшается (рис.1*б*), за счет увеличения диффузионного фронта отдельных капель. В полях, напряженность больше 10 кА/м капля движется почти единым целым, вытягиваясь вдоль направления магнитного поля (рис. 1*в, г*).

В горизонтальном магнитном поле, направленном вдоль плоскости ячейки капля двигалась единым объемом без распадов (рис. 2), постепенно расширяясь в горизонтальном направлении за счет диффузии в окружающую среду.

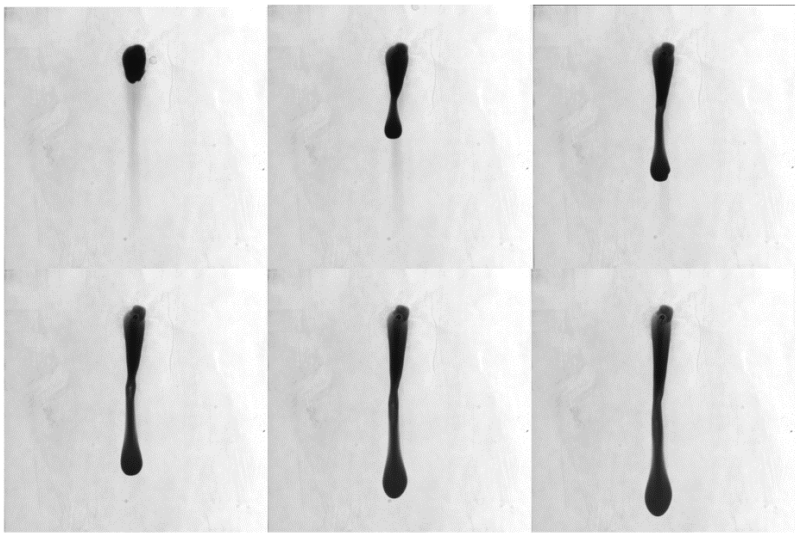
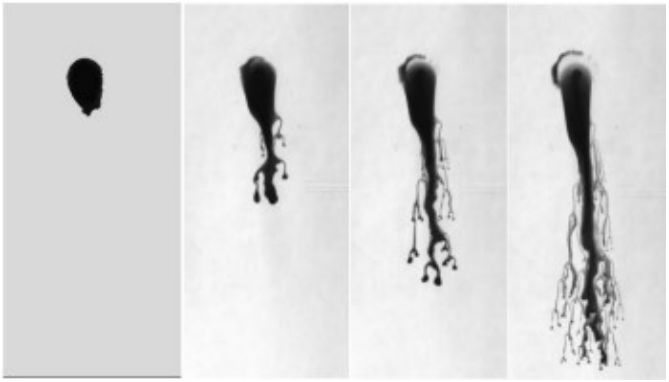
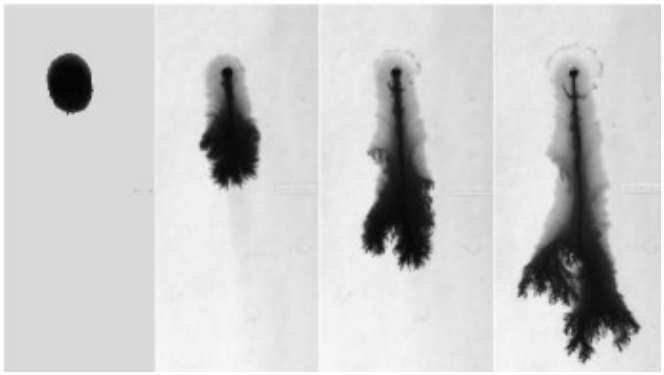


Рис. 2. Динамика падения капли магнитной жидкости в горизонтальном поле напряженностью 4,5 кА/м, последовательные кадры через равные промежутки времени 3 секунды

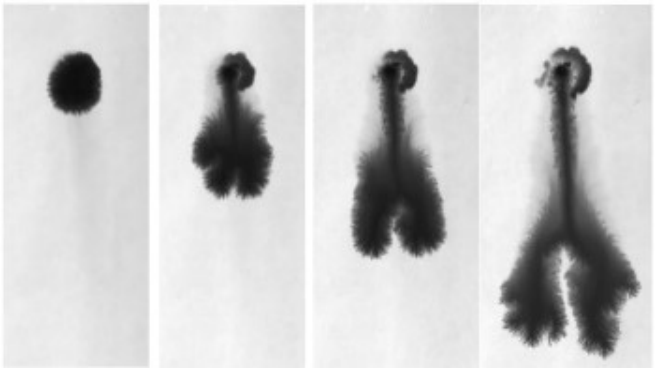
В горизонтальном магнитном поле, направленном по нормали к плоскости ячейки наблюдается пальцеобразование на границе капли с окружающим объемом жидкости. Количество и размер пальцев увеличивается с величиной напряженности магнитного поля.



а)



б)



в)

Рис. 3. Динамика падения капли магнитной жидкости в горизонтальном поле перпендикулярном плоскости ячейки: а) без поля, б) в поле напряженностью 3 кА/м, в) в поле напряженность 10 кА/м

В результате эксперимента были выяснен характер движения и распадов капли магнитной жидкости, выявлено, что внешнее магнитное поле уменьшает количество распадов. В вертикальном поле меньше 10 кА/м наблюдается фрагментация капли, за счет возникновения неустойчивости на границе в начальный момент времени. В полях больших 10 кА/м магнитное поле собирает каплю воедино, даже после фрагментации небольших объемов, заставляя каплю двигаться единым целым вдоль направления поля. В горизонтальной конфигурации распадов не наблюдается, в малых полях неустойчивость на границе сглаживается полем, а в больших полях каплю растягивает перпендикулярно ее движению, что ускоряет процесс диффузии магнитной жидкости.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования РФ в рамках базовой части государственного задания вузам в сфере научной деятельности (проект FSRN-2023-0006).

Список литературы

1. *Krakov M. S., Chernyshov A. V., Zakinyan A. R.* Fall and breakup of miscible magnetic fluid drops in a Hele– Shaw cell // Physics of Fluids. 2025. Vol. 37. 033301.
2. *Wu X., Zhang Y., Zhang K., Liu B., Zuo J. Y., Chen G., Xiao P.* An experimental investigation of liquid CO2-in-water emulsions for improving oil recovery // Fuel. 2021. Vol. 288. 119734.
3. *Wijshoff H*. Drop dynamics in the inkjet printing process, Current Opinion in Colloid and Interface Science, 2018. Vol. 36. P. 20–27.
4. *Wei Z., Li Y., Cooks R. G., Yan X*. Accelerated reaction kinetics in microdroplets: Overview and recent developments // Annual Review of Physical Chemistry. 2020. Vol. 71. P. 31–51.

ПЛОСКИЙ КОНВЕКТИВНЫЙ ФАКЕЛ В ЖИДКОМ СТЕКЛЕ ОТ ЛОКАЛЬНОГО ИСТОЧНИКА ТЕПЛА

В. А. Шарифулин[a,b], Т. П. Любимова[b]
[a] Институт механики сплошных сред УрО РАН,
614013, Пермь, Академика Королева, 1
[b]Пермский национальный исследовательский
политехнический университет,
614990, Пермь, Комсомольский, 29

Исследование посвящено численному решению нелинейной краевой задачи для дифференциального уравнения четвертого порядка, возникающего в автомодельной задаче о плоском конвективном факеле в жидкости со степенной зависимостью плотности от температуры $\Delta\rho \sim$ в широком диапазоне чисел Прандтля и степенного показателя γ. Применяется метод продолжения по параметру с адаптивным выбором длины расчетной области и числа узлов сетки. Разработаны алгоритмы дискретизации, итерационного уточнения и валидации, обеспечивающие высокую точность для широкого диапазона параметров. Посредством функционального анализа выявлено сходство скрытого интеграла движения, связывающего основные характеристики течения, с характеристиками сигнала и твердого тела

Ключевые слова: метод продолжения; скрытый интеграл движения; норма

PLANE CONVECTIVE PLUME IN LIQUID GLASS FROM LOCAL HEAT SOURCE

V. A. Sharifulin[a,b], T. P. Lyubimova[a]
[a]Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS,
1 Academician Korolev St., 614013, Perm
[b]Perm National Research polytechnic University,
29 Komsomolski Pr., 614990, Perm

The study is devoted to the numerical solution of a nonlinear boundary value problem for a fourth-order differential equation arising in the self-similar problem of a plane convective plume in a liquid with a power-law dependence of density on temperature $\Delta\rho \sim$ in a wide range of the values of Prandtl numbers and a power-law exponent γ. The continuation method with adaptive selection of the computational domain dimensions and grid point number is employed. Algorithms for discretization, iterative refinement, and validation ensure high accuracy over a wide parameter range. Functional analysis provides a hidden integral motion with a good signal and a dimensionless moment of inertia. Using functional analysis, the similarity between the hidden integral of motion linking the main characteristics of the flow with the characteristics of the signal and a rigid body is revealed.

Keywords: penetrative convection, continuation method; hidden integral of motion; norm

© Шарифулин В.А., Любимова Т.П., 2025

На основе обработки и анализа экспериментальных данных, представленных в статье Шарифулина и Любимовой [1] расширен диапазон применимости уравнения состояния Гебхарта-Моллендорфа $\Delta\rho \propto \Delta T^{\gamma}$ и определены физически значимые значения показателя γ. В приближении пограничного слоя решена задача о конвективном факеле от линейного источника тепла в жидкости со степенной зависимостью плотности от температуры для широкого диапазона параметров. Адаптирован метод численного продолжения точных решений, позволивший классифицировать структуры режимов течения для чисел Прандтля $10^{-1} \le Pr \le 10^{5}$ и показателя $1 \le \gamma < 5$. Обнаружен скрытый интеграл движения, связанный с интенсивностью конвективными потоком импульса и расходом. Настоящая работа дополняет [1], раскрывая детали метода численного продолжения и свойств интеграла движения посредствам функционального анализа.

Рассматриваемое уравнение записывается как:

$$f^{(iv)} + 3(1+\gamma Pr) f''' f + (2\gamma - 1) f'' f' + 3\gamma Pr\left[3 f'' f^{2} - (2-\gamma) f'^{2} f \right] = 0 \qquad (1)$$

на отрезке $\eta \in [0,\infty)$ с условиями $f(0)=0,\ f''(0)=0,\ f'(\infty)=0,\ f(\infty)=1$.
Применяется метод продолжения по параметру $Pr_s = (Pr / \langle Pr \rangle)^{s}$, где $\langle Pr \rangle = \sqrt{2(4+\gamma)} / (3\gamma)$, $s = \ln(18/5) / \ln(18/(4+\gamma))$. Начальное значение $Pr_s^{-} = \sqrt{10}/6 \approx 0.5270$ соответствует решению $f(\eta) = \tanh((4+\gamma)/6 \cdot \eta)$.
Область усекается до $[0,\eta_\infty]$, где η_∞ подбирается для выполнения интегрального закона сохранения импульса с заданной точностью $\varepsilon = 10^{-11}$:

$$100\,|f''(\eta_\infty)|\,/\left(|\gamma - 5|\, I\right) < \varepsilon, \quad I = \int_0^{\eta_\infty} f'^{2}\, d\eta. \qquad (2)$$

Оценим связь потока импульса I с толщиной динамического пограничного слоя $\eta_\delta : f'(\eta_\delta) = \epsilon$ (стандартный порог ϵ) посредства анализа поведения решения на $\eta \gg$. Введём замену $f = 1 - h$, где $h \to 0^{+}$ при $\eta \to \infty$. Подставляя в исходное уравнение (1) и сохраняя только линейные члены относительно h и его производных, получаем уравнение с постоянными коэффициентами: $h^{(iv)} + 3(1+\gamma\,\mathrm{Pr}) h''' + 9\gamma\,\mathrm{Pr}\, h'' = 0.$
Характеристическое уравнение имеет вид: $r^{4} + 3(1+\gamma\,\mathrm{Pr}) r^{3} + 9\gamma\,\mathrm{Pr}\, r^{2} = 0$ или, после факторизации, $r^{2}[r^{2} + 3(1+\gamma\,\mathrm{Pr}) r + 9\gamma\,\mathrm{Pr}] = 0$. Корни $r = 0$ (двукратный) не удовлетворяют условиям на бесконечности, поэтому рассматриваем корни квадратного уравнения: $r = -3,\ r = -3\gamma\,\mathrm{Pr}$. Таким образом, асимптотическое поведение функции h имеет вид: $h \sim A e^{-3\eta} + B e^{-3\gamma\,\mathrm{Pr}\,\eta},\ \eta \to \infty.$ Производная $f' = -h'$ тогда равна: $f' \sim 3A e^{-3\eta} + 3\gamma\,\mathrm{Pr}\, B e^{-3\gamma\,\mathrm{Pr}\,\eta}$.

Доминирующий член определяется меньшей из скоростей затухания $\mu = 3\min(1, \gamma\,\mathrm{Pr})$. Поскольку $f'(\infty) = 0$ при $\eta \to \infty$, то $f' \sim Ce^{-\mu\eta}$, где $C > 0$.

Рассмотрим интеграл I для модельной функции $f' = \mu e^{-\mu\eta}$, которая соответствует асимптотическому поведению и удовлетворяет условию $f(\infty) = 1$, тогда $I = \mu/2$.

Для толщины динамического пограничного слоя η_δ из условия $f'(\eta_\delta) = \epsilon$ ϵ получаем: $\mu\eta_\delta = \ln\epsilon$, отсюда: $2I\eta_\delta = \ln\epsilon$. Окончательно (2) принимает вид:

$$C = 200\eta_\delta \ln\epsilon \qquad \gamma - 5) < \varepsilon. \tag{3}$$

В полной нелинейной задаче вклады от начального участка и возможное влияние обоих экспоненциальных членов корректируют это значение C незначительно.

Начальным приближением для Pr_s^- является $f = \tanh((4+\gamma)/6 \cdot \eta)$. Начальные параметры: $\eta_\infty^{(0)} = 16 \cdot \tanh^{-1/2s}(Pr_s)$, $N^{(0)} = 50$. Адаптация η_∞ проводится путем решения задачи на $[0, \eta_\infty]$ с $N = 100$, вычисления интеграла и проверки условия (3). При невыполнении (номер) величина η_∞ увеличивается в 1.5 раза и это повторяется до 10 раз. Затем уточняется N: задача решается, сравнивается с предыдущим решением, и при разности менее 10^{-6} и (3) процесс завершается; иначе N увеличивается на 20% до 10 итераций.

Уравнение преобразуется в систему первого порядка: $\boldsymbol{y} = [f, f', f'', f''']^T$, с производной $d\boldsymbol{y}/d\eta = [y_2, y_3, y_4, G]^T$ где

$$G = -3(1+\gamma Pr)y_4 y_1 - (2\gamma - 1)y_3 y_2 - 9\gamma Pr y_3 y_1^2 + 3\gamma(2-\gamma)Pr y_2^2 y_1,$$

и условиями $y_1(0) = 0$, $y_3(0) = 0$, $y_2(\eta_\infty) = 0$, $y_1(\eta_\infty) = 1$. Дискретизация проводится на сетке $\eta_i = ih$, $i = 0, \ldots, N+1$, $h = \eta_\infty/(N+1)$. Вектор $\boldsymbol{z} \in \mathbb{R}$ включает y_1, y_2, y_3, y_4. Остатки $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{z}) = 0$ задаются через центральные и односторонние разности. Метод продолжения использует шаг $\Delta Pr_s = (Pr_s^{\text{target}} - Pr_s^-) / \left\lceil (Pr_s^{\text{target}} - Pr_s^-)/0.05 \right\rceil$. Для каждого Pr_s вычисляется $Pr = \langle Pr \rangle Pr_s^{1/s}$, начальное приближение берется из предыдущего шага. Нелинейная система решается методом Ньютона с решателем LAPACK DGESV для $\boldsymbol{J}\Delta\boldsymbol{z} = -\boldsymbol{F}$, где $\boldsymbol{J}$ — блочно-трехдиагональный якобиан. Итерации продолжаются до $\| \boldsymbol{F} \| < 10^{-6}$ или 20 итераций; при неудаче ΔPr_s уменьшается вдвое.

В модели конвективного факела обнаружен скрытый интеграл движения, связанный с нормами функции f':

$$\frac{\int_0^\infty \left(\frac{u}{U}\right)^2 dy}{\int_0^\infty \frac{u}{U} dy} = \frac{L^{(2)2}}{L^{(1)}L^{(\infty)}} = \frac{W}{S},$$

где $L^{(1)} = f(\infty)$, $L^{(2)} = \sqrt{\int_0^\infty f'^2 \, d\eta}$, $L^{(\infty)} = f'(0)$.

Отношение $L^{(2)} / L^{(\infty)}$ интерпретируется через нормы теории сигналов: $L^{(2)}$ соответствует L^2-норме, характеризующей энергию профиля скорости f', а $L^{(\infty)} = f'(0)$ — L^∞-норме, равной пиковой амплитуде на оси, что позволяет оценивать концентрацию и разрежённость сигнала [3].

Таким образом, энтреймент (подсос)

$$E = \frac{L^{(2)}}{L^{(\infty)}} = \frac{\sqrt{\int_0^\infty f'^2 \, d\eta}}{f'(0)}$$

отражает концентрацию импульса или эффективную ширину профиля, аналогичную дисперсии в энергетическом усреднении: значения, близкие к 1, указывают на узкий профиль (импульсный сигнал), а меньшие — на распределённый. Чем больше ширина, тем больше вовлечение жидкости в факел.

Разрежённость оценивается через отношение $L^{(1)} / L^{(2)}$:

$$S = \frac{L^{(1)}}{L^{(2)}} = \frac{f(\infty)}{\sqrt{\int_0^\infty f'^2 \, d\eta}},$$

где низкие значения указывают на высокую концентрацию (низкую разрежённость). *S* отражает степень самоподобия.

В дополнение к ранее рассмотренному отношению $L^{(2)} / L^{(\infty)}$ в теории сигналов, целесообразно ввести сравнение с шириной сигнала и его разрежённостью, что усиливает аналогию между гидродинамическими нормами потока и характеристиками сигналов. Эти параметры позволяют количественно оценить пространственную структуру профиля скорости f', интерпретируемого как сигнал.

Ширина сигнала в теории обработки сигналов часто определяется через эффективную ширину, вычисляемую как корень из второго момента: $\sigma = \sqrt{\langle \eta^2 \rangle - \langle \eta \rangle^2}$, где $\langle \cdot \rangle$ — усреднение по энергии сигнала (аналогично L^2-норме). В контексте потока это соответствует безразмерной ширине динамического слоя, связанной с моментом инерции $I^* = \langle \eta^2 \rangle_{\frac{u}{U}} = I_I / L^{(1)}$, где $I_I = \int_0^\infty \eta^2 f' \, d\eta$. Таким образом, эффективная ширина $\sigma \approx \sqrt{I^*}$ отражает

поперечное распространение потока, аналогично длительности сигнала в частотном домене.

Для твёрдого тела безразмерный момент инерции $I^* = \langle r^2 \rangle / R_{\max}^2$, где $\langle r^2 \rangle = \int r^2 \, dm / M$, нормирован по максимальному радиусу $R_{\max}$, сопоставимому с $L^{(\infty)}$ в терминах пиковой амплитуды профиля: $I^* = (L^{(2)} / L^{(\infty)})^2$. В потоке $\Lambda^{\cdot}$ играет аналогичную роль, но учитывает импульсное усреднение, а I^* — пространственное распределение массы можно представить как $E^2 = (L^{(2)} / L^{(\infty)})^2$. Таким образом, $\Lambda^{\cdot}$ — это "импульс-усреднённый" квадрат радиуса (по аналогии с $\langle \eta^2 \rangle_{u/U}$), но с дополнительным масштабированием по пиковой скорости, подчёркивающим роль источника. В потоке $\Lambda^{\cdot}$ кодирует "инерцию" профиля скорости, подобно тому, как I^* — инерцию массы, с потенциалом для оценки устойчивости или распространения в обоих случаях.

M_s инвариантная величина характерного масштаба (расстояние до источника тепла) с этой точки зрения E и $1/S$ ковариантная и контравариантная величины, произведение которых инвариантно $\Lambda^{\cdot}$, связывающий характеристики потока с нормами теории сигналов и моментом инерции, что позволяет интерпретировать физические свойства течения через призму характеристик теории сигналов и твердого тела.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (тема № 121031700169-1).

Список литературы

1. *Sharifulin V. A., Lyubimova T. P.* Plane convective plume in liquid glass from localized heat source //Physics of Fluids. 2025. Vol. 37 (8).
2. *Veronis G.* Penetrative Convection //Astrophysical Journal. 1963. Vol. 137. P. 641
3. *Ascher U. M., Mattheij R. M. M., Russell R. D.* Numerical solution of boundary value problems for ordinary differential equations. – Society for Industrial and Applied Mathematics, 1995.
4. *Baraniuk R.* Signals and systems. – Orange Grove Books, 2009. Vol. 8.

ПРОНИКАЮЩАЯ КОНВЕКЦИЯ И СТРУКТУРООБРАЗОВАНИЕ В ОКЕАНАХ ЛЕДЯНЫХ ЛУН

В. А. Шарифулин[a,b], Т. П. Любимова[b]
[a] Институт механики сплошных сред УрО РАН,
614013, Пермь, Академика Королева, 1
[b]Пермский национальный исследовательский
политехнический университет,
614990, Пермь, Комсомольский, 29

Исследование посвящено изучению проникающей конвекции в подлёдных океанах ледяных лун, таких как Энцелад, Европа и Титан, с акцентом на механизмы спонтанного нарушения симметрии теплового потока. Рассматривается роль параметра стратификации z_i в формировании асимметрии, обусловленной положительной обратной связью. Предложена пятислойная модель теплопереноса, включающая силикатное ядро и водно-ледяные оболочки полушарий. Для проверки гипотезы разработаны теоретические, численные и экспериментальные подходы, включая моделирование и лабораторные установки, имитирующие полушария с регулируемым тепловым потоком.

Ключевые слова: проникающая конвекция; ледяные луны; либрации

PENETRATIVE CONVECTION AND PATTERN FORMATION IN OCEANS OF ICY MOONS

V. A. Sharifulin[a,b], T. P. Lyubimova[a]
[a]Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS,
1 Academician Korolev St., 614013, Perm
[b]Perm National Research polytechnic University,
29 Komsomolski Pr., 614990, Perm

This study investigates penetrative convection in the subsurface oceans of icy moons such as Enceladus, Europa, and Titan, focusing on mechanisms of spontaneous symmetry breaking in heat flux. The role of the stratification parameter z_i in driving asymmetry through positive feedback is examined. A five-layer heat transfer model, comprising a silicate core and water-ice shells of the hemispheres, is proposed. Theoretical, numerical, and experimental approaches, including simulations and laboratory setups mimicking hemispheres with controlled heat flux, are developed to test the hypothesis.

Keywords: penetrative convection; icy moons; librations

Либрации, наблюдаемые в орбитальном движении ледяных лун (спутники Сатурна Энцелад и Титан и Юпитера - Европа), указывают на наличие подлёдных глобальных океанов, влияющих на динамику вращения. Тогда как тепловой поток на поверхности Европы и Титана распределен

© Шарифулин В.А., Любимова Т.П., 2025

равномерно, на Энцеладе имеется асимметрия теплового потока между полушариями, ярче всего проявляющаяся ледяными гейзерами в области «тигровых полос» южного полюса [1]. Понимание конвективных явлений в океане важно для установления корреляции между составом извергающегося льда и составом океана, что позволяет изучать его потенциальную обитаемость.

Основными факторами конвективного тепломассообмена в океанах ледяных лун являются приливные силы, разогревающие силикатное ядро и ледяную корку, создавая радиальный тепловой поток; излучение тепла с поверхности по закону Стефана-Больцмана; немонотонная зависимость плотности воды от температуры, порождающая проникающую конвекцию [1]; сила Кориолиса, обусловленная вращением спутника; и либрации ледяной корки относительно ядра, приводящие к вынужденной конвекции. Разнонаправленное взаимодействие движение верхней границы и неустойчивая стратификация формирует аномальную конвекцию [2]. Проникающая конвекция в этом списке примечательна разнообразием режимов, которое гипотетически может порождать механизм саморегуляции.

Исследования [1,3,4] показали, что граница перехода между одноэтажным и двухэтажным режимами располагается вблизи $z_i \approx 0.6$. Удивительная устойчивость этой границы при различных граничных условиях и в турбулентных расчётах [5] указывает на её фундаментальный характер.

Из обзора режимов проникающей конвекции [6] видно, что чувствительность системы к изменению z_i очень сильно зависит от положения z_i относительно 0.61.

Существуют различные модели формирования асимметричного теплового потока на поверхности Энцелада [7], в том числе – модели спонтанной потери симметрии [8]. Настоящая работа направлена на построение теоретического и экспериментального базиса для понимания механизма спонтанного нарушения симметрии теплового потока. Ключевая роль отводится положению параметра стратификации относительно фундаментального порога проникающей конвекции, формирующего разнообразие режимов. Резко меняющаяся чувствительность теплового потока к z_i порождает положительную обратную связь.

Можно представить глобальный океан ледяной луны как два океана полушарий. Тепловой поток от силикатного ядра через глобальный океан можно считать постоянным при осреднении по максимальному периоду орбитального резонанса луны. Прирост теплового потока через одно полушарие будет равен убыли теплового потока через другое. Чем меньше поток тепла, тем ниже средняя температура, тем меньше z_i. Рост dz_i в южном полушарии будет пропорционален убыли dz_i в северном и наоборот. При исходном симметричном состоянии $z_i \gtrapprox$ одно из полушарий попадет в

область, где чувствительность теплового потока к z_i резко возрастает, а эффективная теплопроводность резко падает с убыль z_i.

Рассматриваются трех- (ледяная корка, океан, силикатное ядро) и пятислойная (северная ледяная корка, северный океан, силикатное ядро, южный океан, южная ледяная корка) модели.

Первая модель: прямоугольная полость с периодическими боковыми границами, твердой движущейся верхней и свободной нижней горизонтальными границами, ограниченной снизу твёрдым массивом с внутренним тепловыделением и теплоизолированной нижней гранью, а сверху — ледяной коркой с излучательным охлаждением по закону Стефана–Больцмана. Задача фокусируется на исследовании зависимости эффективной теплопередачи при стационарной проникающей конвекции при больших числах Релея от положения точки инверсии и движения верхней стенки, аспектное отношение выбирается по оптимальному тепловому потоку.

Вторая модель: две идентичные прямоугольные полости с тепловым взаимодействием посредством общего центрального твердого массива. Исследуется роль положения параметра стратификации z_i исходного симметричного состояния на шкале режимов проникающей конвекции в формировании положительной обратной связи, приводящей в действие механизм спонтанного нарушения симметрии теплового потока.

Предложена простая алгебраическая модель теплопотока на основе решения одномерного уравнения теплопроводности и асимптотических зависимостей $Nu(z_i)$ и толщины ледяной корки от Nu.

Результаты теоретических и численных исследований, описанных выше, лягут в основу экспериментальной проверки, направленной на воспроизведение механизмов положительной обратной связи и перехода от симметричного к асимметричному тепловому потоку, проводимой в два этапа.

В рамках первого этапа будет исследована эффективная теплопередача, в цилиндрической полости (имитирующей одно полушарие), заполненной водой около 4ºС, ограниченной снизу твердым массивом с постоянным тепловыделением, сверху твердым массивом с системой термопар и элементов Пельтье, модулирующих исходящий поток тепла, эквивалентный тепловому излучению по закону Стефана-Больцмана, боковая цилиндрическая поверхность будет теплоизолирована. Будут учитываться либрации (колебательное вращение крышки) и сила Кориолиса (вращение всей системы с угловой скоростью, соответствующей вращению луны).

На втором этапе будут использоваться две идентичные установки, имитирующие полушария, с общей нагревательной системой. Первоначально установки связываются виртуальным температурным мостом посредством следующего механизма: суммарный тепловой поток постоянен, но его распределение зависит от температуры дна установок: ниже

температура — выше поток. Далее установки соединяются физическим теплоносителем, изолированным от всего, кроме дна установок.

Для количественного описания процессов будут использоваться безразмерные числа: Рэлея (Ra), Рейнольдса для конвекции (Re_c) и либраций (Re_l), Росби (Ro), а также параметр стратификации z_i. Оценки этих параметров, представленные в таблице 1 (приведенные значения z_i в последнем столбце – предполагаемые), Эти характеристики формируют основу для проведения численных расчётов и разработки экспериментальной модели.

Табл. 1. Оценки безразмерных чисел подлёдных океанов ледяных лун

Луна	Ra	Re_c	Re_l	Ro	z_i
Энцелад	$10^{15}-10^{20}$	$10^{3}-10^{6}$	$\approx 10^{4}$	$10^{-6}-10^{-4}$	$0.55-0.65$
Европа	$10^{18}-10^{23}$	$10^{3}-10^{6}$	$10^{3}-10^{4}$	$\approx 10^{-4}$	0.1
Титан	$10^{15}-10^{18}$	$10^{3}-10^{6}$	$10^{3}-10^{4}$	$10^{-5}-10^{-3}$	$\gg$

Гипотеза о положительной обратной связи, вызывающей асимметрию теплового поток связывает фундаментальные гидродинамические процессы проникающей конвекции с асимметрией, наблюдаемой на Энцеладе, давая при этом в отличие от ранее предложенных объяснений ответ на вопрос о том, почему картина теплого потока симметрична на других ледяных лунах (Европе и Титане). Цель исследования — подтвердить или опровергнуть гипотезу.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (тема № 121031700169-1).

Список литературы

1. *Veronis G.* Penetrative Convection //Astrophysical Journal. 1963. Vol. 137. P. 641.
2. *Sharifulin V. A. et al.* The Boundaries of the Existence of An Anomalous Convective Air Flow in a Square Cavity with a Moving Lid //Microgravity Science and Technology. 2025. Vol. 37 (1). P. 13.
3. *Roberts A. J.* An analysis of near-marginal, mildly penetrative convection with heat flux prescribed on the boundaries //Journal of Fluid Mechanics. 1985. Vol. 158. P. 71-93.
4. *Lyubimov D. V., Lyubimova T. P., Sharifulin V. A.* Onset of convection in a horizontal fluid layer in the presence of density inversion under given heat fluxes at its boundaries //Fluid Dynamics. 2012. Vol. 47 (4). P. 448-453.
5. *Ding Z., Wu J.* Coherent heat transport in two-dimensional penetrative Rayleigh–Bénard convection //Journal of Fluid Mechanics. 2021. Vol. 920. P. A48.

6. *Шарифулин В. А., Любимова Т. П.* Режимы проникающей конвекции // Пермские гидродинамические чтения: тезисы докладов X-й Всероссийской конф. (Пермь, 1-3 окт. 2025 г.) Пермь, 2025.
7. *Choblet G. et al.* Powering prolonged hydrothermal activity inside Enceladus // Nature Astronomy. 2017. Vol. 1 (12). P. 841-847.
8. *Kang W., Flierl G.* Spontaneous formation of geysers at only one pole on Enceladus's ice shell //Proceedings of the National Academy of Sciences. 2020. Vol. 117 (26). P. 14764-14768.

РЕЖИМЫ ПРОНИКАЮЩЕЙ КОНВЕКЦИИ

В. А. Шарифулин[a,b], Т. П. Любимова[b]
[a] Институт механики сплошных сред УрО РАН,
614013, Пермь, Академика Королева, 1
[b]Пермский национальный исследовательский
политехнический университет,
614990, Пермь, Комсомольский, 29

Основным параметром, определяющим разнообразие режимов проникающей конвекции, является толщина неустойчиво стратифицированного слоя z_i, конкурирующая с полной высотой слоя за роль характерного масштаба. При изменении z_i система демонстрирует непрерывный переход от нагрева сверху к классической конвекции при нагреве снизу, при этом вблизи порогового значения $z_i \approx 0.61$ наблюдается резкая перестройка конвективного режима. Проведенный обзор показал необходимость построения детальной зависимости числа Нуссельта Nu от z_i как в модельных так и в более реалистичной. Фактор движения (либраций) верхней стенки требует сравнения режимов нормальной и аномальной конвекции. Зависимость $Nu(z_i)$ приобретают особую значимость для океанов ледяных лун, где проникающая конвекция может играть ключевую роль в формировании наблюдаемой асимметрии теплового потока на Энцеладе.

Ключевые слова: проникающая конвекция; ледяные луны; либрации

MODES OF PENETRATIVE CONVECTION

V. A. Sharifulin[a,b], T. P. Lyubimova[a]
[a]Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS,
1 Academician Korolev St., 614013, Perm
[b]Perm National Research polytechnic University,
29 Komsomolski Pr., 614990, Perm

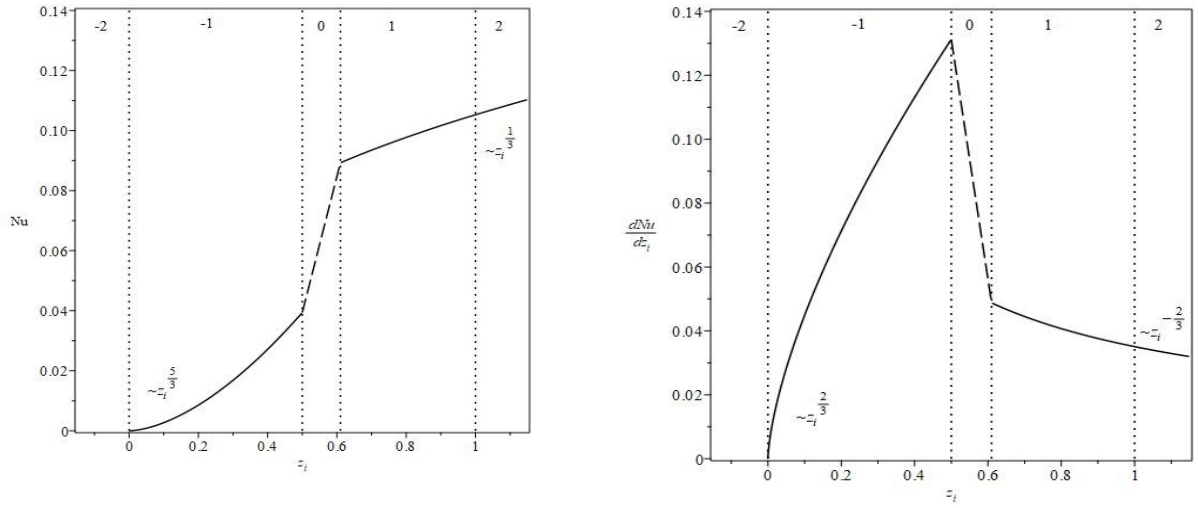
The key parameter governing the diversity of penetrative convection regimes is the thickness of the unstably stratified layer, z_i, which competes with the total depth of the fluid as the characteristic length scale. Variation of z_i produces a continuous transition from heating from above to classical Rayleigh–Bénard convection, with a sharp reorganization of the convective regime observed near the threshold $z_i \approx 0.61$. This review highlights the necessity of establishing a detailed dependence of the Nusselt number Nu on z_i under model and realistic boundary conditions. An additional factor is the motion of the upper boundary associated with librations, requiring comparison between normal and anomalous convection regimes. The

© Шарифулин В.А., Любимова Т.П., 2025

dependence $Nu(z_i)$ is of particular importance for subsurface oceans of icy moons, where penetrative convection may play a crucial role in the emergence of hemispheric asymmetry of heat flux on Enceladus.

Keywords: penetrative convection; icy moons; librations

Проникающая конвекция возникает в стратифицированных средах, где нелинейное уравнение состояния [1] или немонотонный профиль температуры из-за внутреннего нагрева [2] приводит к формированию устойчивых и неустойчивых слоёв. Можно выделить две подсистемы: динамически активную (связанную с конвекцией при нагреве снизу) и пассивную (нагрев сверху). Основные характеристики проникающей конвекции определяет структура стратификации. При этом толщина неустойчиво стратифицированного слоя z_i конкурирует с высотой слоя за роль характерного масштаба. Проникающая конвекция демонстрирует непрерывный переход от режима нагрева сверху (рис. 1*а* (1)) к обычной конвекции при нагреве снизу (рис. 1*а* (5)).



а) *б)*

Рис. 1. Режимы проникающей конвекции на шкале безразмерной координаты температурной точки инверсии плотности: (1) – нагрев сверху $z_i \le 0$ ("чистый" $z_i \to -\infty$), (2) – сильная стратификация $0 \le z_i \le 1/2$, (3) – смешанный $1/2 \le z_i \le 0.61$, (4) – слабая стратификация $0.61 \le z_i \le 1$, (5) – нагрев снизу $z_i > 1$ ("чистый" $z_i \to +\infty$). Число Нуссельта Nu нормировано на $Ra^{1/3}$. (а) сплошные линии $Nu = (1/8) z_i^{5/3}$ при $z_i \to 0$ [3] и $Nu = (2/19) z_i^{1/3}$ при $z_i \to \infty$, (b) сплошные линии их производные по z_i.

Пороговые значения параметра z_i классифицируют разнообразие режимов $z_i = 0$ соответствует полному отсутствию неустойчивой стратификации, но с нелинейным профилем плотности, состояние

идентичное классическому подогреву снизу будет достижимо только при $z_i \to \infty$, когда профиль плотности становится линейным. В случае наличия такого фактора как движение верхней стенки различные состояния с $z_i < 0$ будут различаться. Далее идёт режим чистой сильной стратификации (Рис.1*а* (2)), в котором система не чувствует полную высоту слоя h и длина конвективной ячейки $\Gamma \sim z_i$ [1,4,5], а тепловой поток $Nu \sim z_i^{5/3}$ [5]. Исходя из анализа асимптотик $Nu(z_i)$ при $z_i \to 0$ [3] и $z_i \to \infty$, можно предположить, что безразмерный тепловой поток радикально растёт вплоть до $z_i = 1/2$.

При $1/2 \le z_i \le 0.61$ (Рис.1, смешанный режим (0)) система начинает чувствовать полную высоту слоя h в следствии это Γ зависит от z_i сублинейно [1]. Предполагается, что в этом режиме выполняется зависимость $Nu \sim z_i^{\alpha}$, где α с ростом z_i плавно снижается от $5/3$ до $1/3$, а сам Nu продолжает достаточно резко возрастать.

Пороговое значение $0.60 \le z_i \le 0.64$, разделяет два принципиально различных режима конвекции: режимы сильного (двухэтажный) и слабого (одноэтажный) расслоения[1,6-8]. Удивительная устойчивость этой границы при различных граничных условиях и в турбулентных расчётах [5] указывает на её фундаментальный характер.

В режиме слабого расслоения $z_i > 0.61$ (Рис 1*а* (2)) параметр z_i уступает место полной высоте слоя h, при этом $\Gamma \sim 1$ уже очень слабо зависит от z_i [1,5], а тепловой поток $Nu \sim z_i^{1/3}$. Асимптотику $Nu = C z_i^{1/3}$ при $z_i \to \infty$ можно получить следуя аналогично [9] $C = \sqrt[3]{Ra_c / 2} \approx 2/19$, где $Ra_c = 1708$ – критическое число Релея в задаче о плоском слое с изотермическими границами. При $z_i > 1$ (Рис 1а (5)) слой полностью неустойчиво стратифицирован, но профиль плотности в основном состоянии нелинейный, и следовательно режимы аномальной конвекции будет также отличаться от случая линейной зависимости плотности от температуры.

Чувствительность системы к изменению z_i должна очень сильно зависеть от положения z_i относительно 0.61. В чистом сильном режиме $dNu / dz_i \sim z_i^{2/3}$, тогда как в слабом режиме $dNu / dz_i \sim z_i^{-2/3}$ (Рис 1*б*).

Заключая обзор режимов проникающей конвекции, можно отметить, что выявленное разнообразие состояний и резкая зависимость теплового потока от параметра стратификации z_i вблизи критического значения ≈ 0.61 указывают на необходимость построения детальной зависимости $Nu(z_i)$ для разных постановок — как с изотермическими границами, так и с заданным тепловым потоком, кроме того требуется рассмотреть как случай ламинарной так и турбулентной конвекции. Сравнение этих модельных постановок с более реалистичной моделью, включающей прямоугольную полость с периодическими боковыми границами, движущейся твёрдой верхней

границей и свободной нижней границей, ограниченной снизу твёрдым массивом с внутренним тепловыделением и теплоизолированной нижней гранью, а сверху — ледяной коркой с излучательным охлаждением по закону Стефана–Больцмана, позволит проследить вклад как стратификации, так и движения верхней стенки в формирование теплопотока. Особое внимание следует уделить сравнению режимов нормальной и аномальной конвекции [10], поскольку именно их конкуренция определяет устойчивость и симметрию теплового обмена. Эти вопросы приобретают особую актуальность в контексте проникающей конвекции и структурообразования в океанах ледяных лун [11]. Для Энцелада, Европы и Титана, где орбитальные либрации, тепловые потоки из ядра, излучение с поверхности и проникающая конвекция формируют сложный баланс энергопереноса, зависимость $Nu(z_i)$ может играть ключевую роль в механизме спонтанного нарушения симметрии теплового потока, лежащего в основе наблюдаемой асимметрии ярко проявляющейся в районе «тигровых полос» Энцелада.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (тема № 121031700169-1).

Список литературы

1. *Veronis G.* Penetrative Convection //Astrophysical Journal. 1963. Vol. 137. P. 641
2. *Goluskin D., Van der Poel E. P.* Penetrative internally heated convection in two and three dimensions //Journal of fluid mechanics. 2016. Vol. 791. P. R6.
3. *Ding Z., Ouyang Z.* Penetrative convection: heat transport with marginal stability assumption //Journal of Fluid Mechanics. 2023. Vol. 960. P. A26.
4. *Sharifulin V. A., Lyubimova T. P.* Structure of critical perturbations in a horizontal layer of melted water with the prescribed heat flux at the boundaries // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. – IOP Publishing. 2017. Vol. 208 (1). P. 012025.
5. Ding Z., Wu J. Coherent heat transport in two-dimensional penetrative Rayleigh–Bénard convection //Journal of Fluid Mechanics. 2021. Vol. 920. P. A48.
6. *Roberts A. J.* An analysis of near-marginal, mildly penetrative convection with heat flux prescribed on the boundaries //Journal of Fluid Mechanics. 1985. Vol. 158. P. 71-93.
7. *Sharifulin V. A., Lyubimova T. P.* A hysteresis of supercritical water convection in an open elongated cavity at a fixed vertical heat flux // Microgravity Science and Technology. 2021. Vol. 33 (3). P. 38.
8. *Ouyang Z. et al.* Touching the classical scaling in penetrative convection // Proceedings of the National Academy of Sciences. 2025. Vol. 122 (6). P. e2418468122.

9. *Lyubimov D. V., Lyubimova T. P., Sharifulin V. A.* Onset of convection in a horizontal fluid layer in the presence of density inversion under given heat fluxes at its boundaries //Fluid Dynamics. 2012. Vol. 47 (4). P. 448-453.
10. *Sharifulin V. A. et al.* The Boundaries of the Existence of An Anomalous Convective Air Flow in a Square Cavity with a Moving Lid //Microgravity Science and Technology. 2025. Vol. 37 (1). P. 13.
11. *Шарифулин В. А., Любимова Т. П.* Проникающая конвекция и структурообразование в океанах ледяных лун // Пермские гидродинамические чтения: тезисы докладов X-й Всероссийской конф. (Пермь, 1-3 окт. 2025 г.) Пермь, 2025.

ВЛИЯНИЕ ИНЕРЦИОННЫХ ВОЛН НА ЦЕНТРИФУГИРОВАННУЮ ГРАНИЦУ РАЗДЕЛА НЕСМЕШИВАЮЩИХСЯ ЖИДКОСТЕЙ ВО ВРАЩАЮЩЕМСЯ ЦИЛИНДРЕ

М. А. Ширяева, С. В. Субботин
Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет,
614000, г. Пермь, ул. Сибирская, 24

Экспериментально исследуется динамика двух несмешивающихся маловязких жидкостей разной плотности в быстро вращающейся вокруг горизонтальной оси цилиндрической полости с параллельно наклоненными торцами. В центрифугированном состоянии граница раздела жидкостей имеет форму цилиндра кругового сечения. Для возбуждения инерционных волн скорость вращения полости меняется по гармоническому закону. Обнаружено, что на границе раздела возникают бегущие волны, связанные, с одной стороны, с азимутальными колебаниями торцов, а, с другой стороны, с отражением внутренних инерционных волн от границы. При этом вблизи границы раздела возникает осреднённая циркуляция жидкости, структура которой зависит от пространственных характеристик инерционно-волнового режима.

Ключевые слова: либрации; инерционные волны; межфазная граница

INFLUENCE OF INERTIAL WAVES ON A CENTRIFUGED INTERFACE OF IMMISCIBLE LIQUIDS IN A ROTATING CYLINDER

M. A. Shiryaeva, S. V. Subbotin,
Perm State Humanitarian Pedagogical University,
24 Sibirskaya St., 614990, Perm

The dynamics of two immiscible low-viscosity liquids of different densities in a rapidly rotating around a horizontal axis cylindrical cavity with parallel inclined ends is experimentally investigated. In the centrifuged state, the interface between the liquids has the shape of a circular cylinder. To excite inertial waves, the rotation rate of the cavity changes according to a harmonic law. It was found that traveling waves associated with azimuthal oscillations of the ends and with the reflection of internal inertial waves arise at the interface. In this case, an averaged fluid circulation occurs near the interface, the structure of which depends on the spatial characteristics of the inertial wave regime.

Keywords: librations; inertial waves; interface

Введение

Нелинейная динамика многофазных систем с границей раздела представляет большой интерес в связи с широким распространением в природе и технике. Причем внешнее гармоническое воздействие может не только управлять формой и поведением границы раздела, но и оказывать существенное влияние на массообменные процессы за счёт создания

© Ширяева М.А., Субботин С.В., 2025

осреднённых течений. Отдельно стоит упомянуть про вращение, которое сильно обогащает динамику благодаря действию дополнительных сил инерции. Последние приводят к поддержанию внутренних инерционных волн [1], а также центробежных волн на границе раздела [2, 3], генерируемых сильные азимутальные потоки. Особенность инерционных волн заключается в необычном дисперсионном соотношении, согласно которому направление их групповой скорости определяется только частотой. Благодаря этому, варьируя частоту воздействия можно управлять формой внутреннего волнового движения и локализацией мест отражения волны [4, 5]. В данной работе исследуется влияние инерционных волна на динамику центрифугированной двухжидкостной системы в полости, торцы которой наклонены относительно плоскости поперечного сечения.

Экспериментальная установка

Рабочая полость представляет собой плексигласовый круговой цилиндр с радиусом $R = 52.0$ мм (рис. 1). Торцы полости образованы двумя усеченными цилиндрами с углом наклона относительно плоскости поперечного сечения $\alpha = 23.0°$ и расположены параллельно друг относительно друга так, что расстояние между ними постоянно и составляет $L = 77.0$ мм. В эксперименте используются следующие рабочие несмешивающиеся жидкости: водный раствор глицерина кинематической вязкости $\nu_1 = 3.0$ сСт и плотности $\rho_1 = 1.1$ г/см^3; 3M Novec^{TM}7100 Engineered Fluid (метокси-нонафторбутан C4F9OCH3) кинематической вязкости $\nu_2 = 0.61$ сСт и плотности $\rho_2 = 1.52$ г/см^3. Жидкости заполняют кювету в соотношении 4:1 и находятся в центрифугированном состоянии в условиях быстрого вращения вокруг горизонтальной оси.

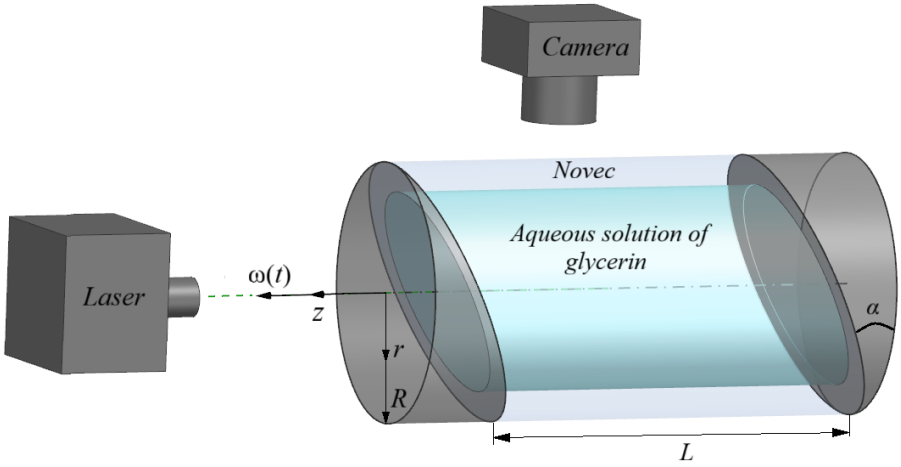


Рис.1. Схема экспериментальной установки

В лабораторной системе отсчета кювета совершает вращение вокруг оси симметрии z по закону:

$$\omega(t) = \Omega_{rot}\,[1 + \varepsilon \sin(\Omega_{lib} t)],$$

где Ω_{rot} – средняя угловая скорость вращения (62.80 рад/с), Ω_{lib} – угловая частота либраций ($40.82 - 131.88$ рад/с). Амплитуда либраций ε варьируется в диапазоне $0 - 0.10$. Для характеристики либрационного воздействия вводится безразмерный параметр $\sigma = \Omega_{lib}/\Omega_{rot}$.

Изучение структуры течения осуществляется методом PIV. В водный раствор глицерина добавляется полиамидные частицы нейтральной плавучести, размером $d_p \sim 20$ мкм. Наблюдение осуществляется за частицами, находящимися в области «светового ножа» лазера KLM-532/h-1000 шириной ~ 2 мм, освещающего жидкости либо вдоль оси вращения, либо в поперечном сечении. Видеорегистрация осуществляется на неподвижную в лабораторной системе отсчёта камеру CamRecord CL600 с частотой съемки 10 кадр/с.

Результаты экспериментов

В центрифугированном состоянии более плотная жидкость 3M Novec^{TM}7100 располагается на периферии, вытесняя менее плотную жидкость (водный раствор глицерина) к оси вращения. В отсутствие либраций, когда кювета совершает равномерное вращение вокруг оси симметрии, межфазная граница имеет вид кругового цилиндра. При либрационном воздействии в полости возникают инерционные волны, которые при определенных частотах могут фокусироваться на инерционно-волновые аттракторы или возбуждать глобальные инерционные моды [5]. В данных экспериментах акцентируется внимание на режим (1,1) аттрактора, когда последний представляет собой в плоскости осевого сечения параллелограмм (рис. 2). Наиболее ярко аттрактор проявляется в фазы либраций $\Omega_{lib} t = 0$ и π, переключение между которыми сопровождается изменением направления циркуляции жидкости. Отметим, что процессы фокусировки волн происходят непрерывно, причем движение жидкости внутри ветвей аттрактора представляют собой бегущую волну (рис. 3*а*).

Либрационное воздействие приводит к возбуждению на границе раздела бегущих волн, которые могут иметь различную природу. Первые обусловлены вращательными колебаниями торцов, которые периодически толкают жидкость вдоль оси вращения. Наиболее ярко данное движение проявляется со стороны тупого угла полости ($z/L = 0$). В осевом сечении полости на расстоянии $z/L = 0 - 0.25$ происходит периодические изменение высоты границы раздела в диапазоне $r/R = 0.84 - 0.88$ (Рис. 3*б*).

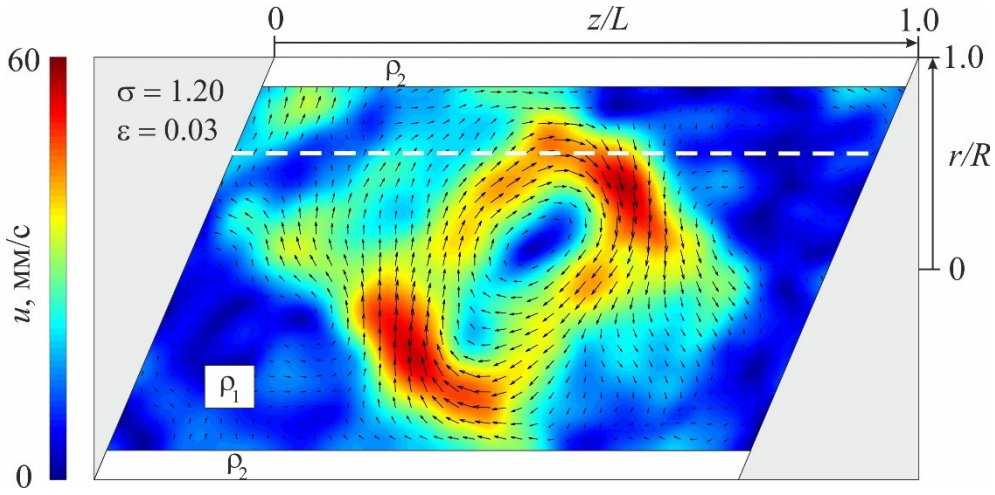


Рис.2. Мгновенное поле скорости для режима аттрактора (1,1) в фазе $\Omega_{lib}t = \pi$. *Цветом показана величина* $u = \sqrt{u_r^2 + u_z^2}$

Второй эффект связан с волнами на границе, возбуждаемыми аттрактором (1,1). В условиях фокусировки максимум пульсационного течения во внутренней жидкости располагается на расстоянии $z/L = 0.5 - 0.6$ (рис. 3*а*). Соответствующий отклик с той же частотой наблюдается и на границе раздела. В осевом сечении это проявляется как возбуждение стоячей волны, амплитуда которой меньше той, что обеспечивается толканиями торцов вблизи $z/L = 0$ и 1 (рис. 3*б*). Наблюдения со стороны торца показывают, что в действительности эта волна является бегущей и распространяется вдоль азимута в направлении, противоположном вращению полости (рис. 3*в*).

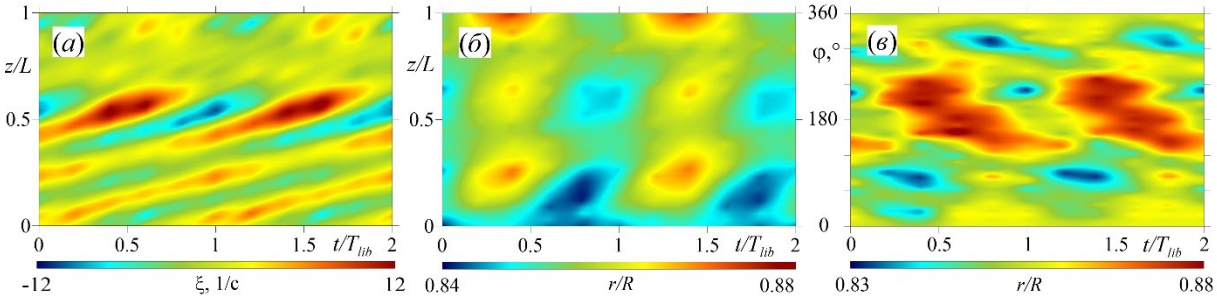


Рис. 3. Временная динамика мгновенной завихренности вдоль белой горизонтальной линии на рис. 2 (а), а также профиля межфазной границы жидкостей в осевом сечении вдоль направления $\varphi = 180°$ *(б) и в поперечном сечении на расстоянии* $z/L = 0.5$ *(в) при* $\sigma = 1.20$ *и* $\varepsilon = 0.05$. *Начало отсчета* z/L *соответствует положению тупого торца полости, а угол отсчитывается по часовой стрелки от острого угла полости*

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-11-00242, https://rscf.ru/project/23-11-00242/.

Список литературы

1. *Гринспен Х.* Теория вращающихся жидкостей // Гидрометеоиздат: Ленинград, 1975. 304 с.
2. *Scott W.E.* Inertial wave frequency spectrum in a cylindrically confined, inviscid, incompressible, two-component liquid // Physics of Fluids. 1973. Vol. 16 (1). P. 9–12.
3. *Kozlov N.V., Kozlova A.N., Shuvalova D.A.* Dynamics of immiscible liquids in a rotating horizontal cylinder // Physics of Fluids. 2016. Vol. 28 (11). P. 112102.
4. *Subbotin S.* Steady circulation induced by inertial modes in a librating cylinder // Physical Review Fluids. 2020. Vol. 5 (1). P. 014804.
5. *Subbotin S., Shiryaeva M., Shmakova N., Ermanyuk E.* Zonal flow instability induced by nonlinear inertial waves in a librating cylinder with sloping ends // Physics of Fluids. 2024. Vol. 36 (12). P. 124121.

ПРИМЕНЕНИЕ ДВУМЕРНОГО ГИДРОДИНАМИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ В ПРИЛИВНОМ УСТЬЕ РЕК МЕЗЕНЬ И КУЛОЙ

А. А. Шишов
Институт водных проблем РАН,
119333, Москва, Губкина, 3

С развитием вычислительной техники компьютерные гидродинамические модели становятся распространенным средством расчетов в гидрологии и гидротехнике. В данной работе показано использование программного комплекса HEC-RAS, реализующего двумерные гидродинамические вычисления на основе уравнений Сен-Венана, для изучения динамики водных масс в устьевой области рек Мезень и Кулой, характеризующейся морскими приливами величиной до 9 м и значительными колебаниями речного стока. Модель успешно воспроизводит пространственно-временное распределение уровней и расходов воды на исследуемой акватории в условиях сильной нестационарности потока, что подтверждает эффективность данного подхода для широкого круга научных и прикладных задач.

Ключевые слова: численное моделирование; нестационарное течение; речная гидравлика

2D HYDRODYNAMIC MODELING OF THE MEZEN AND KULOY TIDAL ESTUARIES

A. A. Shishov
Water Problems Institute RAS,
3 Gubkina St., 119333, Moscow

Computer hydrodynamic modeling is widely used in hydrology and hydraulic engineering. Using HEC-RAS software based on shallow-water equations (SWE), a study of flow dynamics in a hyper-tidal estuary of the Mezen and Kuloy rivers is conducted. Simulations successfully reproduce the spatio-temporal distribution of water discharge and stage under variable boundary conditions, including tidal waves up to 9 m and changes of river runoff, therefore the model can be considered effective for unsteady flows in different regions and situations.

Keywords: numerical simulations; unsteady flow; river hydraulics

Приливные устья рек являются уникальными природными объектами с точки зрения изучения гидравлических особенностей нестационарных водных потоков в открытых руслах. Периодические и непериодические изменения уровня моря вследствие приливно-отливных и сгонно-нагонных явлений обуславливают сложное динамическое взаимодействие речных и морских водных масс на устьевых участках рек со значительной протяженностью. С учетом повышения запросов к точности и качеству гидрологических прогнозов для целей водного транспорта, гидроэнергетики,

© Шишов А.А., 2025

строительного проектирования и других отраслей комплексный анализ гидродинамики на больших пространственно-временных масштабах возможен только на основе математического моделирования. Для рассматриваемой территории (северо-восток Архангельской области) при географической труднодоступности и нехватке регулярных наблюдений построение компьютерной модели позволяет осуществлять переход от выборочных экспедиционных данных к обоснованным вычислениям характеристик течения в очень широком спектре изменений граничных условий.

Устьевая область рек Мезень и Кулой отличается рекордной величиной морских приливов на Европейской территории России - до 9 м в сизигию [1]. Ветровые нагоны также могут вызывать дополнительное повышение уровней воды на 1-2 м. Влияние моря на характерные уровни и расходы воды в реках прослеживается до 80-100 км вверх по течению, что приводит к изменениям планового положения водного потока, глубин и скоростей течения. На устьевых участках рек находятся многочисленные населенные пункты - г. Мезень, с. Долгощелье, пос. Каменка, с. Дорогорское и др.

Гидродинамическое моделирование основано на системах дифференциальных уравнений движения жидкости - Сен-Венана в одномерной и двумерной схематизации (в англоязычной литературе - “shallow water equations”) и Навье-Стокса в полноценном трехмерном виде. Для исследований динамики потока в речных руслах, где длина и ширина значительно превышают глубину, наилучшим образом подходят двумерные модели, отличающиеся относительной простотой и не самыми высокими требованиями к вычислительной мощности. Как правило, для параметризации гидравлического трения используется коэффициент шероховатости Маннинга n, следовательно, при калибровке модели требуется задать поле значений n для различных участков русел, пойм, берегов и прочих объектов.

В данной работе использован программный комплекс HEC-RAS [2], разработанный Гидрологическим инженерным центром (Дэвис, Калифорния) и широко используемый в отечественных и зарубежных научных исследованиях, а также прикладных расчетах. Программа позволяет объединять данные о рельефе, спутниковые снимки, расчетные области, фактические наблюдения, калибровочные значения и результаты симуляций в удобном пользовательском интерфейсе. Модель изучаемого объекта создана на основе полевых измерений 2018 г. с применением автоматических самописцев уровня (логгеров), акустических доплеровских профилографов (ADCP) и промерных комплексов с системой DGPS [1, 3]. Эти материалы требуются для задания верхнего (речного), нижнего (морского) граничных условий и контрольных точек внутри расчетной области на период калибровки и верификации.

Вычисления реализованы на неортогональной расчетной сетке методом конечных объемов с соблюдением условия Куранта. Для корректного

усвоения данных о рельефе характерный размер ячеек сетки равен 30-50 м, шаг расчета по времени - 15 сек. Подбор значений шероховатости для различных типов ландшафтов выполняется таким образом, чтобы смоделированные значения максимально соответствовали натурным данным. В результате получены совмещенные графики расходов и уровней в ключевых створах, демонстрирующие высокое качество модельных расчетов. Скорость продвижения приливной волны и ее высота на разном удалении от моря воспроизводятся практически безошибочно.

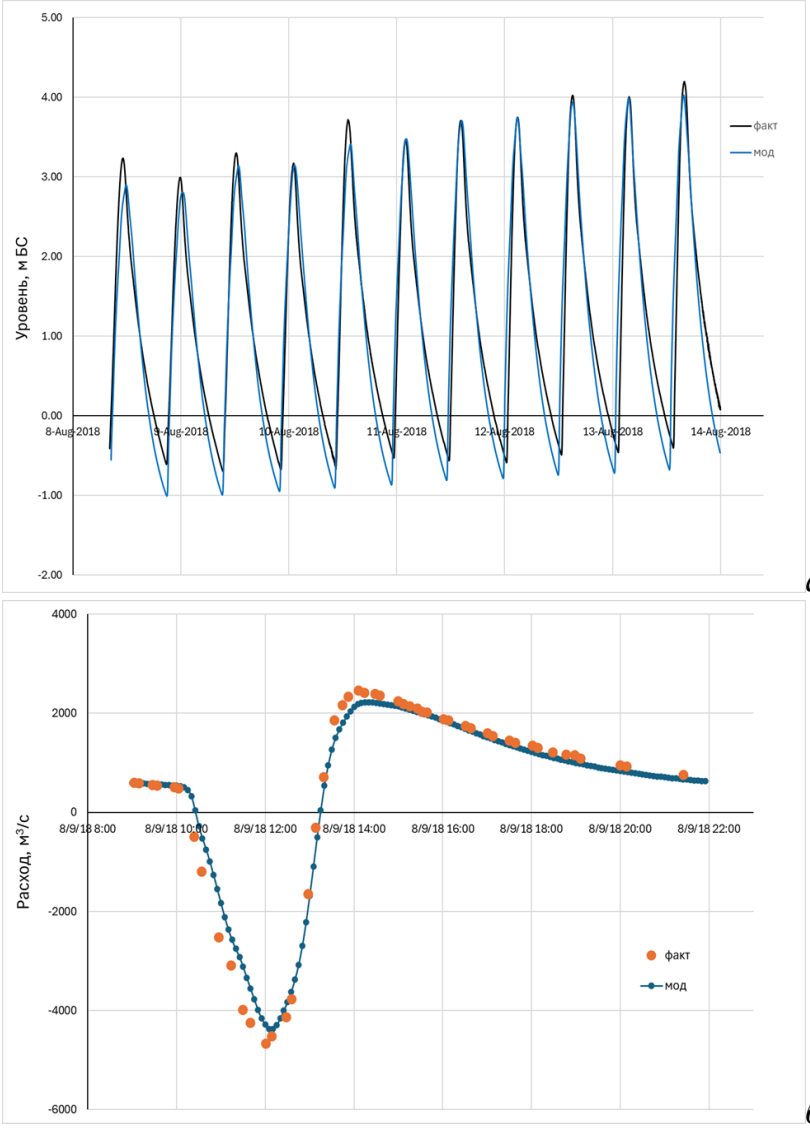


Рис. 1. Наблюденные и смоделированные а) уровни воды в пос. Каменка б) расходы воды в створе мыс Белый Нос - г. Мезень

В приливных устьях рек событиями, которые способны за относительно короткий промежуток времени существенно изменить распределение гидродинамических характеристик во всей устьевой области, а также могут представлять опасность для водопользователей и населения, являются половодья и нагоны. Поступление дополнительных объемов воды со стороны реки или моря усиливает динамическое взаимодействие на изучаемой

акватории. На основе открытых данных и литературных источников созданы 4 сценария весеннего половодья и 2 сценария ветрового нагона для изучения характеристик течения при опасных гидрологических явлениях и сопоставления с фоновой ситуацией.

При увеличении расходов воды на верхней границе речная водная масса начинает выдавливать проникающий в эстуарий приливной фронт, что выражается в сокращении дальности проникновения колебаний уровней и обратных течений на 30-40 км. Например, при максимальном расходе половодья 9000 м^3/с и квадратурном приливе на Мезени реверсивные течения не доходят даже до д. Морозилка, находящейся в 30 км от устьевого створа. Общее положение водной поверхности также оказывается выше в среднем на 2-3 м на Мезени и на 0.5-1 м на Кулое при высоких расходах половодья по сравнению с меженью. Конфигурация зоны затопления, формирующейся при взаимодействии речных и морских вод, также напрямую зависит от назначенных граничных условий. Максимальная зона затопления 318 км^2 на Мезени и 256 км^2 на Кулое достигается при сочетании сизигийного прилива и высокого половодья, когда внутри устьевой области на пике прилива одновременно находится более 1.7 млрд. м^3 воды.

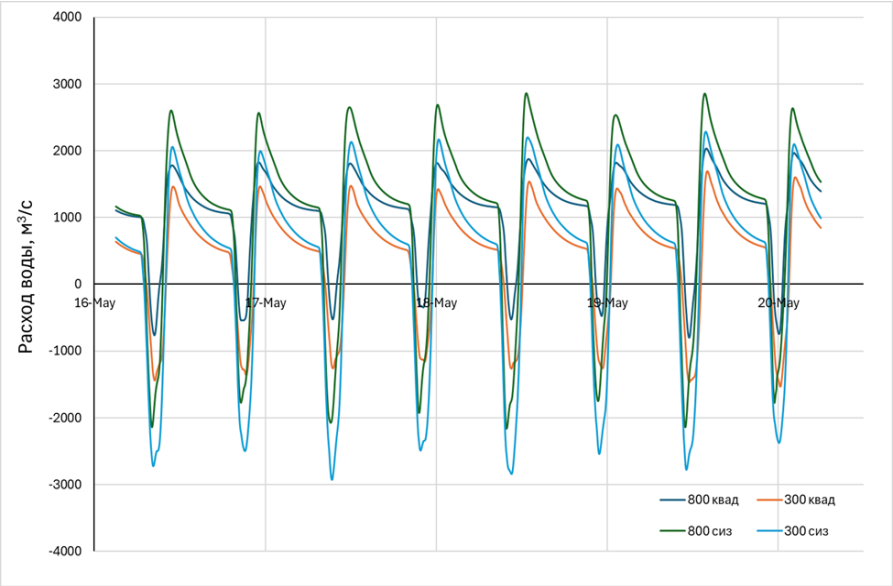


Рис. 2. Временной ход расходов воды в створе с. Долгощелье на р. Кулой при разных сценариях весеннего половодья

Морские нагоны способствуют максимальному подпору речных вод в устьевой области, формированию крайне протяженной зоны реверсивных течений и наиболее значительному подъему уровней воды. Дальность воздействия при меженных расходах воды и ветровом нагоне является максимальной из всех смоделированных ситуаций и составляет более 100 км как на Мезени, так и на Кулое. Подъем уровней воды до отметок 5.0-5.5 м БС приводит к затоплению значительных площадей в нижней части устьевых участков, обычно не затрагиваемых при приливных колебаниях.

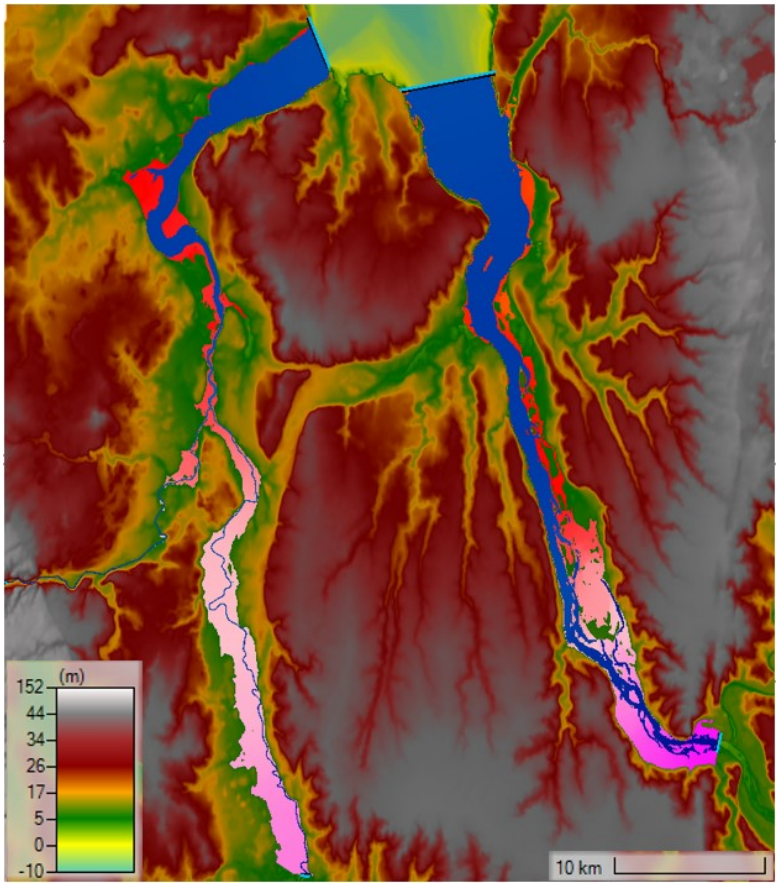


Рис. 3. Расчетные зоны затопления при сценарии высокое половодье-сизигия (розовым) и межень-квадратура (синим)

Таким образом, успешное построение комплексной гидродинамической модели на основе экспедиционных материалов, дистанционных технологий и численных математических методов показывает состоятельность и необходимость современных компьютерных методов в гидрологической науке и практике. Для устьев Мезени и Кулоя возможно предвычисление характеристик течения на судоходных участках рек при оперативном задании граничных условий с помощью моделей формирования стока и океанической циркуляции.

Список литературы

1. *Демиденко Н.А., Горелиц О.В., Ракчеева Е.А. [и др.]* Справочно-аналитический обзор гидрологического режима устьевой области Мезени и Кулоя, Воронеж: ООО «Юконъ», 2024. 384 с.
2. *Brunner G.W.* HEC-RAS River Analysis System: Hydraulic Reference Manual, Version 6.4.1 // US Army Corps of Engineers–Hydrologic Engineering Center. 2022. 283 p.
3. *Демиденко Н.А., Алабян А.М.* Гидрологические исследования в макроприливном устье реки Кулой // Материалы XIV Общероссийской конференции «Перспективы развития инженерных изысканий в Российской Федерации». М.: Геомаркетинг. 2018. С. 215-221.

ЛАБОРАТОРНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ГЕОСТРОФИЧЕСКОГО ПРИСПОСОБЛЕНИЯ В ДВУХСЛОЙНОЙ ЖИДКОСТИ ПРИ НАЛИЧИИ МЕЛКОВОДНОЙ ЗОНЫ

Н. Д. Шмакова[a], Н. В. Гаврилов[a], С. А. Рыбалов [b], Ж.-Б. Карра[a], Е. В. Ерманюк[a]
[a]Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН,
630090, Новосибирск, пр. ак. Ларентьева, 15
[b]Новосибирский государственный университет,
630090, Новосибирск, ул. Пирогова, 1

Представлено экспериментальное исследование геострофического приспособления начального возмущения плотности в условиях слоистой стратификации с резким изменением рельефа дна при наличии вращения. В экспериментах варьировались плотность и скорость вращения жидкости. Во всех экспериментах наблюдается выход линзы более плотной жидкости на мелководную зону; линза совершает опережающее (циклоническое) вращение, в то время как движение частиц внутри линзы антициклоническое. Скорость вращения жидкости внутри линзы измерена при помощи PIV метода. В зависимости от параметров эксперимента возникают 1, 2 или 3 линзы. Построены карты режимов для количества вихрей, времени жизни линз и их скоростей. Показано, что время жизни линзы на мелководной зоне, составляет около 350 периодов вращения.

Ключевые слова: бароклинная неустойчивость; континентальный шельф; вращающаяся жидкость

LABORATORY STUDY OF GEOSTROPHIC ADJUSTMENT IN A TWO-LAYER FLUID IN THE PRESENCE OF A SHALLOW WATER LAYER

N. D. Shmakova[a], N. V. Gavrilov[a], S. A. Rybalov[b], J.-B. Carrat[a], E. V. Ermanyuk[a]
[a]Lavrentyev Institute of Hydrodynamics SB RAS,
15 Lavrentyev av., 630090, Novosibirsk
[b]Novosibirsk State University,
1 Pirogova St., 630090, Novosibirsk

An experimental study of the geostrophic adjustment of the initial density perturbation in a two-layer stratified rotating fluid with sharp changes in the bottom topography is presented. The density and rotation speed of the fluid are varied in the experiments. In all cases, a lens of denser fluid reaches a shallow area and performs a cyclonic rotation, while particles within the lens move anticlimactically. The rotation speed of the fluid within the lens is measured using the particle image velocimetry (PIV) method. Depending on experimental parameters, one, two, or three lenses form. The number of vortices, lifetime of the lenses, and their speeds are

© Шмакова Н.Д., Гаврилов Н.В., Рыбалов С.А., Карра Ж.-Б., Ерманюк Е.В., 2025

investigated with respect to rotation frequency and the density of the initial perturbation. It is shown that the lens life time in the shallow zone is about 350 rotating periods.

Keywords: baroclinic instability, continental shelf, lens, rotating fluid

Введение

Возможность возникновения длинных внутренних волн, способных переносить жидкость из глубоких частей водоема на мелководье на большие расстояния, существенно влияет на окружающую среду в прибрежных водах, являясь одним из механизмов "проветривания" шельфовой зоны. В природе этот процесс тесно связан с движением мезомасштабных и субмезомасштабных вихревых возмущений и линз. Динамика этих явлений во многом определяется вращением Земли. Например, в Бискайском заливе обнаружены антициклонические линзы (SWODDY) толщиной около 200 м, которые порождаются бароклинно неустойчивым теплым течением [1]. Линзы отрываются от основного течения и живут в поверхностном слое до года. В работе [2] представлены данные измерений в шельфовой зоне Японского моря, демонстрирующие выход линз холодной воды температуры около 12° из глубоководной на шельфовую зону. Также наличие подобных линз зарегистрировано на Байкале [3].

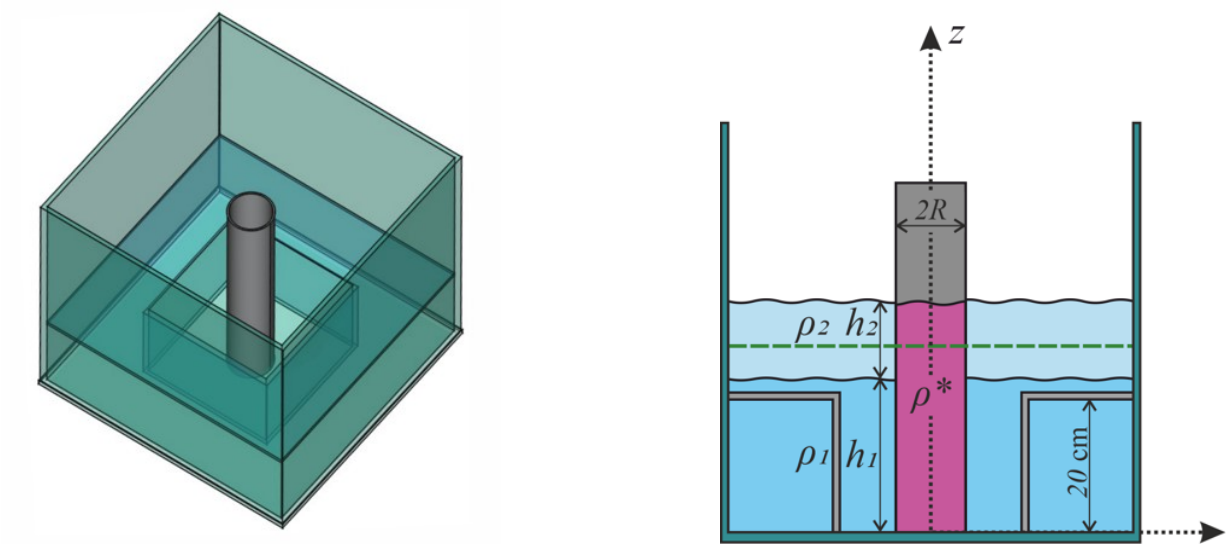
Данные полевых и лабораторных исследований могут быть использованы для калибровки и проверки численных моделей, применяемых для прогнозирования экологических, гидрофизических и морфологических характеристик прибрежной морской зоны. Значимость этих задач определяется тем, что процессы перемешивания, горизонтального и вертикального массопереноса существенно влияют на экологические и морфологические особенности шельфовых зон морей и пресноводных водоемов.

В рамках данного исследования изучается комплексное влияние нескольких факторов на распространение фронтов плотности: стратификации, вращения жидкости и рельефа дна.

Экспериментальная установка

Эксперименты проведены в кубическом стеклянном резервуаре со стороной 60 см. В резервуар помещена вставка, изображенная на рис. 1*а*. Вставка представляет собой квадратную пластину со сторонами 60 см, с квадратным отверстием в центре размером 30 см и прикрепленным к нему цилиндром с квадратным горизонтальным сечением высотой 20 см. Эта вставка делит резервуар на две зоны: глубокую и мелкую. В середине глубокой зоны помещается круглая цилиндрическая трубка с радиусом 5 см и высотой 50 см. Емкость заполняется двухслойной жидкостью с глубинами и плотностями нижнего и верхнего слоя, соответственно, $h_1 = 23$ см, $\rho_1 = 1{,}025$ г см$^{-1}$ и $h_2 = 10$ см, $\rho_2 = 0{,}997$ г см$^{-1}$ (рис. 2*б*). Цилиндрическая трубка

заполняется отдельно раствором соли с плотностью ρ^*, который меняется в экспериментах от ρ_1 до ρ_2. Жидкость в трубке подкрашивается родамином Б и засеивается полиамидными частицами (рис. 2*б*).



а) *б)*

Рис. 1. Схема экспериментальной установки:
а) 3D изображение резервуара со вставкой и циллиндрической трубкой;
б) центральное сечение экспериментального резервуара, положение горизонтального лазерного ножа обозначено зеленой линией

Резервуар установлен на вращающейся против часовой стрелки платформе диаметром 2 м и максимальной грузоподъемностью 1000 кг. Максимальная скорость вращения составляет 3.14 рад/с. Платформа оснащена сервоприводами линейных перемещений, которые управляют положением лазера и камеры, а также подъемом цилиндрической трубы. Вся система, включая платформу и ее компоненты, управляется удаленно с помощью ПК. Платформа медленно раскручивается с постоянным ускорением до заданной частоты вращения Ω, после чего продолжает вращение до достидения жидкостью твердотельного вращения. В момент времени $t = 0$ запускается регистрация изображений и поднимается циллиндрическая трубка, высвобождая подкрашенную жидкость.

Течение визуализируется горизонтальным лазерным ножом, просвечивающим плоскость над пикноклином на высоте 28 см от дна. Изображения регистрируются с помощью камеры Tucsen Dhyana 400BSI V3, оснащенной sCMOS-сенсором с разрешением 2048×2048 пикселей через дно резервуара.

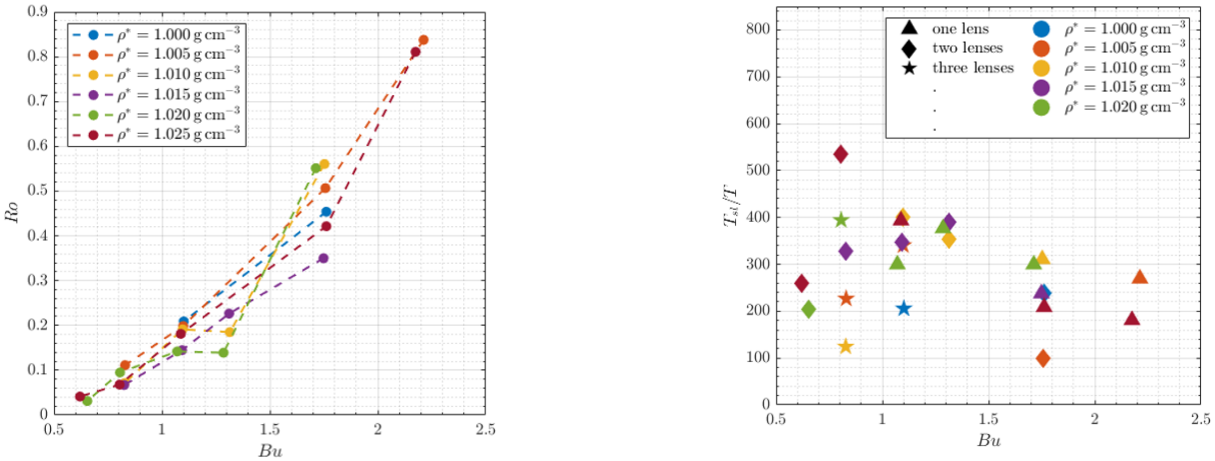
Введена цилиндрическая система координат, начало которой расположено в центре дна экспериментального резервуара, ось z направлена вверх, ось r направлена от центра к периферии, ϕ совпадает с направлением

вращения против часовой стрелки. Наличие в жидкости полиамидных частиц позволяет вычислить магнитуду скорости частиц внутри вихря $|V|$ с помощью PIV-метода [4].

Результаты экспериментов

В зависимости от параметров экспериментов, центральный вихрь, образованный высвобождающейся после поднятия цилиндра подкрашенной жидкостью плотности ρ^*, может быть устойчив, распадается на два или на три вихря. Подкрашенная жидкость в нижнем слое глубоководной зоны перемешивается с основной жидкостью в течении первых 3-5 периодов вращения, а в верхнем слое образует линзы жидкости с плотностью ρ^* толщиной около 3 см.

Линза (или линзы) совершают опережающее вращение, постепенно смещаясь в мелководную зону. Частицы внутри линзы вращаются в противоположном направлении, т.е. линза представляет собой антициклон. В качестве безразмерного параметра, описывающего процессы во вращающейся жидкости, рассмотрим число Бургера $Bu = L\_R/R$, где $L_R = \sqrt{g' h_1 h_2/(h_1 + h_2)}/2\Omega$ радиус деформации Россби. Из скорости частиц внутри линзы можно вычислить число Россби $Ro = |V|/(R\Omega)$, где R – радиус цилиндрической трубки. Зависимость числа Россби от числа Бургера показана на рис. 2*а*. Наблюдается рост числа Россби с числом Бургера для всех ρ^*. Поскольку $Bu = O(1)$, роли вращения и стратификации сопоставимы в системе, при этом малые числа Россби предполагают локальное преобладание силы Кориолиса в динамике линзы.



а) *б)*

Рис. 1. Зависимость от числа Бургера:
а) числа Россби для различных значений плотности ρ^*; б) нормированного времени жизни линзы в мелководной зоне

Особое внимание уделено времени жизни линзы в мелководной зоне T_{sl}. Время жизни рассчитывается от момента $t = 0$ до момента полного

перемешивания жидкости линзы с жидкостью верхнего слоя T_l за вычетом момента времени, когда радиус траектории линзы вокруг центра резервуара r становится больше 15 см. Нормированное время жизни линзы представлено на рис. 2*б*. Зависимости времени жизни от числа Бургера не наблюдается, T_{sl}/T в большинстве экспериментах принимает значения от 150 до 400. Таким образом, если T – период вращения Земли, то время жизни линзы в шельфовой зоне составляет около года, что соответствует времени жизни линз, наблюдаемых в Океане [5].

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-41-00090, https://rscf.ru/project/23-41-00090/

Список литературы

1. *Pingree R., Le Cann B.* Three anticyclonic Slope Water Oceanic eDDIES (SWODDIES) in the Southern Bay of Biscay in 1990, Deep Sea Res. 1992. Vol. 39. P. 1147 – 1175
2. *Кошелева А. В., Ляпидевский В. Ю., Храпченков Ф. Ф., Ярощук И. О.* Пространственная эволюция придонных линз холодной воды в шельфовой зоне Японского моря // ПМТФ. 2023. Т. 64. С. 110 – 121.
3. *Stegner A., Mitkin V., Zeitlin V., Pichon T.* Geostrophic adjustment of density fronts. 18th CFM, Grenoble 27-31 august 2007.
4. Westerweel J., Fundamentals of digital particle image velocimetry. Meas. Sci.Technol. 1997. Vol. 8. P. 1379 – 1392
5. Carton X. Hydrodynamical modeling of oceanic vortices. Surv. Geophys. 2001. Vol. 22. P.179 – 263.

ГИСТЕРЕЗИС ОДНОВИХРЕВЫХ И ДВУХВИХРЕВЫХ ВАЛОВЫХ РЕЖИМОВ ВИБРАЦИОННОЙ КОНВЕКЦИИ В ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ПОЛОСТИ

Т. А. Якимов, А. Н. Шарифулин
Пермский национальный исследовательский политехнический университет,
614990, Пермь, Комсомольский пр. 29

Рассмотрена вибрационная конвекция при невесомости в круговом цилиндре с гармоническим распределением температуры на твердой границе, соответствующему заданному градиенту температуры (равновесный градиент температуры) в твердом массиве, окружающем жидкость. Число Прандтля полагается равным 0.7, 7 и 14, что соответствует воздуху, воде и трансформаторному маслу соответственно. Путем численного решения полных уравнений тепловой вибрационной конвекции построены два типа бифуркационных диаграмм и кривых. Кривые первого типа отражают влияние плавного изменения направления вибраций относительно заданного в массиве градиента температуры на структуры осредненного течения и гистерезисные переходы между ними. Кривые второго типа получены путем плавного циклического изменения величины этого градиента при фиксированном направлении вибраций относительно его направления. В первом случае при небольших надкритичностях в области направления вибраций, близкого к перпендикулярному относительно равновесного градиента температуры, осуществляются гистерезисные переходы между одновихревыми течениями. С увеличением надкритичности картина существенно усложняется, – при переходе от одного одновалового течения к другому возникают промежуточные стационарные двухваловые течения. Второй случай изменения параметров задачи приводит к гистерезису между одновихревым и двухвихревым режимами. Глубина гистерезиса в обоих случаях существенно зависит от числа Прандтля.

Ключевые слова: вибрационная конвекция; цилиндрическая полость; гистерезис

HYSTERESIS OF SINGLE-VORTEX AND DOUBLE-VORTEX ROLL MODES OF VIBRATIONAL CONVECTION IN A CYLINDRICAL CAVITY

T. A. Yakimov, A. N. Sharifulin
Perm National Research Polytechnic University,
29, Komsomolsky pr., 614990, Perm

Vibrational convection under zero gravity in a circular cylinder with a harmonic temperature distribution on the solid boundary corresponding to a given temperature gradient (equilibrium temperature gradient) in the solid mass surrounding the liquid is considered. The Prandtl number is assumed to be 0.7, 7, and 14, which corresponds to air, water, and transformer oil, respectively. Two types of bifurcation diagrams and curves are constructed by numerically solving the complete equations of thermal vibrational convection. The curves of the first type reflect the effect of a smooth

© Якимов Т.А., Шарифулин А.Н., 2025

change in the direction of vibrations relative to the temperature gradient specified in the array on the structures of the averaged flow and hysteresis transitions between them. The curves of the second type are obtained by a smooth cyclic change in the magnitude of this gradient at a fixed direction of vibrations relative to its direction. In the first case, at small supercriticality in the region of the direction of vibrations close to perpendicular relative to the equilibrium temperature gradient, hysteresis transitions between single-vortex flows occur. With an increase in supercriticality, the picture becomes significantly more complicated - when passing from one single-roll flow to another, intermediate stationary two-roll flows arise. The second case of changing the parameters of the problem leads to hysteresis between the single-vortex and two-vortex modes. The depth of hysteresis in both cases depends significantly on the Prandtl number.

Keywords: vibrational convection; cylindrical cavity; hysteresis

Введение

Изучение вибрационной конвекции в цилиндрической полости актуально в связи с технологическими экспериментами как в земных условиях, так и в условиях орбитальных станций [1]. Теоретическое изучение вибрационной конвекции в круговом цилиндре начато в [2-4] где рассмотрена вибрационная конвекция в невесомости в круговом цилиндре с гармоническим распределением температуры на твердой границе, соответствующим заданному градиенту температуры (равновесный градиент температуры) в твердом массиве, окружающем жидкость. С содержание работ [2-4] можно ознакомиться в монографии [5].

Постановка задачи

Геометрия решения задачи о вибрационной тепловой конвекции в круговом цилиндре приведена на рисунке 1.

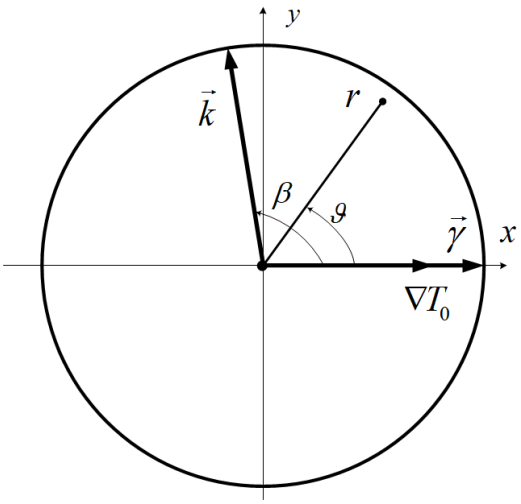


Рис. 1 Геометрическая постановка задачи о вибрационной тепловой конвекции в круговом цилиндре

Будем искать плоские решения задачи. Вместо осреднённой скорости введём функцию тока ψ и завихренность φ, определённые в цилиндрической системе координат (r, ϑ, z) следующими соотношениями:

$$v_r = \frac{1}{r}\frac{\partial \psi}{\partial \theta}, \quad v_\theta = -\frac{\partial \psi}{\partial r}, \quad \varphi = (rot\vec{v})_z \; \vec{\varphi} = (0, \varphi, 0), \quad \vec{\psi} = (0, \psi, 0)$$

Уравнения тепловой конвекции в безразмерной форме имеют вид:

$$\vec{v}\nabla\varphi = \Delta\varphi + \mathrm{Gr_v}(\vec{\nabla}(\vec{W}\cdot\vec{k})\times\vec{\nabla}T)_z,$$

$$\vec{v}\nabla T = \frac{1}{\mathrm{Pr}}\Delta T,$$

$$\nabla\cdot\vec{W} = 0,$$

$$\Delta F = (\vec{k}\times\vec{\nabla}T)_z,$$

$$\Delta\psi + \varphi = 0,$$

$$\Delta = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}r\frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial \vartheta^2}.$$

В систему входят вибрационное число Грасгофа $\mathrm{Gr_v}$ и число Прандтля Pr:

$$\mathrm{Gr_v} = \frac{1}{2}\left(\frac{a\beta\omega\Theta d}{\nu\chi}\right)^2, \mathrm{Pr} = \frac{\nu}{\chi}$$

Полагали, что массив вокруг полости имеет коэффициент теплопроводности, много больший чем у жидкости, на границах задавались условия прилипания. Решение задачи получалось методом сеток. Использовались итерационный метод решения стационарных уравнений с 64 узлами по радиусу и 256 по угловой координате. Число Прандтля полагалось равным 0.7, 7 и 14, что соответствует воздуху, воде и трансформаторному маслу соответственно.

Результаты

На рисунке 2 приведены полученные результаты. Состояние среды показано при углу приложения вибраций перпендикулярному градиенту температуры. На рисунке видно, что переход от одновалового течения в области направления вибраций, близкого к перпендикулярному относительно равновесного градиента температуры осуществляется через устойчивые состояния среды с образованием второго меньшего вихря направленного в противоположную сторону с его последующим ростом при увеличении вибрационного числа Грасгофа.

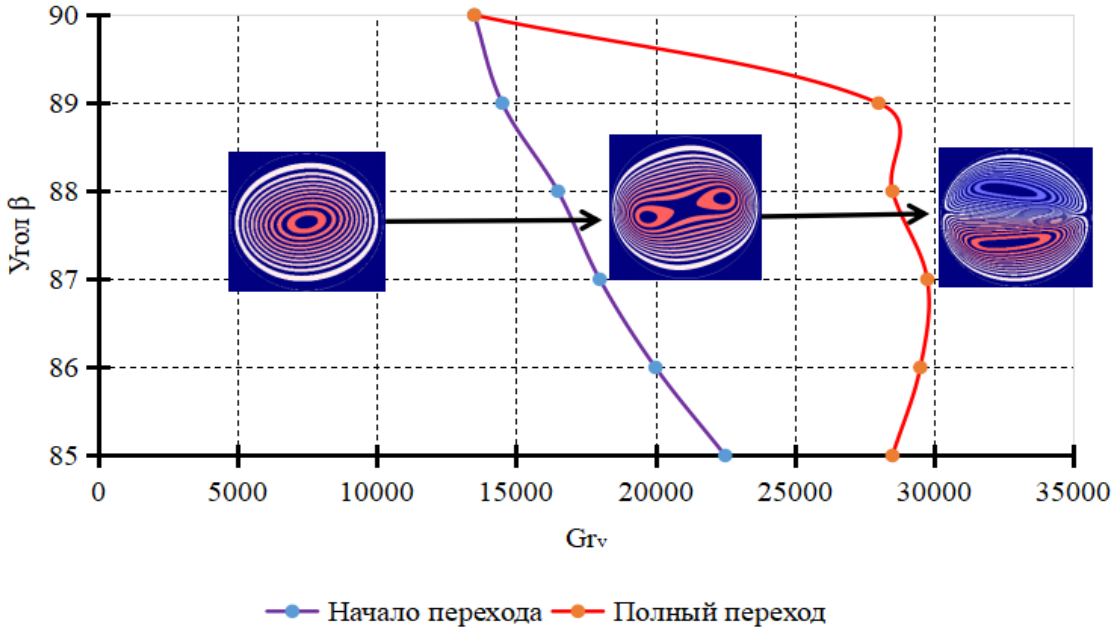


Рис. 2 Граница переходной области от одновалового течения к двухваловому для среды со значением числа Прандтля Pr = 0.7

Заключение

При небольших надкритичностях в области направления вибраций, близкого к перпендикулярному относительно равновесного градиента температуры, осуществляются гистерезисные переходы между одновихревыми течениями. С увеличением надкритичности картина существенно усложняется, – при переходе от одного одновалового течения к другому возникают промежуточные стационарные двухваловые течения.

Список литературы

1. *Зюзгин А. В.* Гидромеханика реальной невесомости: учебное пособие. Пермь : Пермский государственный национальный исследовательский университет, 2023. 88 с.
2. *Шарифулин А. Н.* Вибрационная конвекция в цилиндрической полости в невесомости при произвольных ориентациях направления подогрева В кн. Конвективные течения. Пермь: Пермск.пед. ин-т. 1981. С. 22–29.
3. *Gershuni G.Z., Zhukhovitsky E.M., Sharifulin A.N.* Vibrational thermal convection in cylindrical cavity // Num. Methods Contin. Mech. 1983. Vol. 14 (4). P. 21–31.
4. *Sharifulin A. N.* Supercritical vibration-induced thermal convection in a cylindricalcavity // Fluid Mech. Soviet Res. 1986. Vol. 15 (2). P. 28–23.
5. *Gershuni G.Z., Lyubimov D.V.* Thermal vibrational convection. John Wiley&Sons. England. 1998, 358 p.

Научное издание

Пермские гидродинамические научные чтения

Сборник материалов X Всероссийской конференции
с международным участием,
посвященной памяти профессоров
Г. З. Гершуни, Е. М. Жуховицкого и Д. В. Любимова

(г. Пермь, ПГНИУ, 1–3 октября 2025 г.)

Издается в авторской редакции
Техническая подготовка материалов: *Ю. Л. Кузнецова*

Объем данных 24,3 Мб
Подписано к использованию 02.12.2025

Размещено в открытом доступе
на сайте www.psu.ru
в разделе НАУКА / Электронные публикации
и в электронной мультимедийной библиотеке ELiS

Управление издательской деятельности
Пермского государственного
национального исследовательского университета
614068, г. Пермь, ул. Букирева, 15