

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
«ПЕРМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ  
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

На правах рукописи

**ПЕТРОСЯН Рубен Нверович**

**МОДЕЛИРОВАНИЕ ГЕОЭЛЕКТРИЧЕСКИХ РАЗРЕЗОВ И ЛОКАЛЬНЫХ  
ГЕОПЛОТНОСТНЫХ НЕОДНОРОДНОСТЕЙ МЕТОДАМИ  
ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОГО АНАЛИЗА ДАННЫХ**

Специальность 1.6.9 – «Геофизика»

Диссертация на соискание ученой степени  
кандидата технических наук

Научный руководитель:  
доктор физико-математических наук,  
профессор А.С. Долгаль

Пермь, 2025

<b>ВВЕДЕНИЕ.....</b>	3
<b>1. ОБРАТНЫЕ ЗАДАЧИ ГЕОФИЗИКИ И СПОСОБЫ ИХ РЕШЕНИЯ .....</b>	13
1.1. Проблема бесконечного числа решений обратной задачи .....	13
1.2. Нейросетевые технологии и их применение в геологии и геофизике .....	16
1.3. Стохастические методы оптимизации и их становление .....	19
Выводы по главе 1 .....	22
<b>2. УСТОЙЧИВАЯ ИНВЕРСИЯ ДАННЫХ ВЭЗ, ОСНОВАННАЯ НА НЕЙРОСЕТЕВОЙ АППРОКСИМАЦИИ НЕПРЕРЫВНОГО ОПЕРАТОРА ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ .....</b>	24
2.1. Особенности применения нейронных сетей для инверсии данных ВЭЗ .....	24
2.2. Основы нейросетевых технологий .....	26
2.3. Теоретические и практические аспекты применения нейронных сетей при решении обратной задачи ВЭЗ .....	35
2.4. Апробация нейросетевой аппроксимации обратной задачи ВЭЗ.....	46
Выводы по главе 2 .....	51
<b>3. АВТОМАТИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ВЭЗ И ГРАВИРАЗВЕДКИ МЕТОДАМИ СТОХАСТИЧЕСКОЙ ОПТИМИЗАЦИИ .....</b>	54
3.1. Решение обратной задачи гравиразведки для 2D призматических тел методом статистических испытаний.....	54
3.2. Оценка параметров источника гравитационной аномалии методом роя частиц .....	63
3.3. Генетический алгоритм решения обратной задачи электроразведки ВЭЗ.....	71
Выводы по главе 3 .....	89
<b>4. ПРОСТРАНСТВЕННО-СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ КОНЕЧНОГО МНОЖЕСТВА РЕШЕНИЙ ВЭЗ И ГРАВИРАЗВЕДКИ .....</b>	91
4.1. Теоретические аспекты пространственно-статистического анализа конечного множества эквивалентных решений.....	91
4.2. Пространственно-статистический анализ конечного множества эквивалентных решений обратной задачи гравиразведки .....	94
4.3. Аддитивные технологии анализа конечного множества эквивалентных решений обратной задачи ВЭЗ .....	98
Выводы по главе 4 .....	106
<b>ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....</b>	108
<b>СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ И УСЛОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ .....</b>	111
<b>СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ .....</b>	113

## ВВЕДЕНИЕ

### Актуальность темы исследований

Современные технологии строительства зданий и сооружений требуют комплексного подхода к проведению инженерных геолого-геофизических изысканий, где вертикальное электрическое зондирование (ВЭЗ) и гравиразведка являются одними из ключевых методов. Использование данных геофизических методов обусловлено необходимостью получения достоверных сведений о геологическом строении, гидрогеологических условиях и наличии потенциально опасных геодинамических процессов на участке исследований.

С экономической точки зрения применение ВЭЗ и гравиразведки выражается в сокращении сроков проведения изысканий и уменьшении объемов дорогостоящих буровых работ. Различные аспекты выполнения электроразведочных и гравиразведочных работ закреплены на законодательном уровне и регламентируются соответствующими нормативными документами: СП 47.13330.2016; СП 11-105-97; СП 446.1325800.2019; ГОСТ Р 8.611-2019; Градостроительный кодекс РФ (ст. 47) и др.

Электроразведочные и гравиразведочные работы нашли широкое применение при поисках месторождений полезных ископаемых различных типов, что обусловлено высокой эффективностью и экономичностью данных методов на различных стадиях геологоразведочных работ.

Электроразведка методом сопротивлений эффективно выявляет аномалии удельного сопротивления, связанные с рудными и россыпными месторождениями [102, 132, 133], подземными водами различной степени минерализации [7, 55, 61, 64, 115], распространением карстовых форм и зон разуплотнения [16, 24, 71, 84, 86, 88, 92], археологическими памятниками [54, 68, 74, 124], а также является действенным инструментом при литологическом расчленении разреза [22, 30, 83, 93, 105, 117] и для оценки экологической обстановки [69, 70].

Гравиразведка фиксирует аномалии гравитационного поля, обусловленные изменениями плотности пород, что особенно важно для обнаружения

нефтегазоперспективных структур [52, 60, 99, 100, 111, 118], месторождений руд [19, 32, 33, 34, 36,], карстовых полостей [77, 109], изучения земной коры и региональных исследований [18, 35, 73, 75, 119]. Комплексное применение гравиразведки и электроразведки методом сопротивлений значительно повышает информативность геофизических исследований, достоверность интерпретационных построений, сокращает объем дорогостоящего бурения скважин и оптимизирует дальнейшие геологоразведочные работы [25, 51, 69, 120].

Количественная интерпретация материалов полевых геофизических наблюдений всегда связана с решением обратных задач геофизики, в которых по значениям наблюденного поля необходимо восстановить параметры модели изучаемого объема геологической среды или целевого объекта. Обратные задачи являются некорректными – для таких задач множество решений может быть либо пустым, либо бесконечным, а само решение является неустойчивым.

В связи с этим актуальным является совершенствование методов решения обратных задач гравиразведки и электроразведки и разработка новых компьютерных технологий, позволяющих повысить достоверность интерпретационных построений за счет формирования и статистического анализа множества допустимых решений. В диссертации представлены алгоритмы, программы и методики устойчивого решения обратных задач ВЭЗ и гравиразведки, базирующиеся на технологиях искусственного интеллекта и науки о данных.

В настоящее время методы искусственного интеллекта являются одним из приоритетных направлений развития науки в России и в мире. Единого определения для искусственного интеллекта не существует, согласно [110] «интеллектуальной называется система, способная целеустремленно, в зависимости от состояния информационных входов, изменять не только параметры функционирования, но и сам способ своего поведения». В широком смысле под искусственным интеллектом может пониматься любая искусственная система, способная имитировать человеческий интеллект – анализировать поступающую информацию и на ее основе принимать решения. В отличие от алгоритмических

систем с жестко заданной логикой, искусственный интеллект обучается на данных и самостоятельно находит закономерности.

Искусственный интеллект является объектом исследования комплекса дисциплин, в котором за техническую часть отвечает интеллектуальный анализ данных (Data mining). Интеллектуальный анализ данных представляет собой направление, методы которого ориентированы на поиск ранее необнаруженных закономерностей. К таким методам относят нейросетевые технологии, алгоритмы глобальной оптимизации и кластеризации, дерево решений и случайный лес, корреляционный и регрессионный анализ и др.

Интеллектуальный анализ данных является частью более широкой науки о данных (Data science), которая затрагивает проблемы, связанные со структурой данных, их анализом, представлением, интерпретацией и хранением. Наука о данных объединяет комплекс методов предобработки данных, снижения размерности, статистического и пространственного анализа, визуализации и оценки качества данных.

Методы интеллектуального анализа данных могут быть эффективно применены для решения обратной задачи гравиметрической съемки и вертикального электрического зондирования, а методы науки о данных целесообразно использовать при анализе и визуализации результирующих материалов.

### **Степень разработанности**

Разработке методов решения прямых и обратных задач геофизики уделили внимание следующие ученые: М.А. Алексидзе; Е.Н. Акимова; В.Я. Арсенин; И.Ю. Блох; С.Г. Бычков; В.Н. Глазнев; В.И. Дмитриев; А.С. Долгаль; М.С. Жданов; Г.В. Иголкина; Д.Ф. Калинин; В.В. Кормильцев; В.В. Ломтадзе; П.С. Мартышко; В.О. Михайлов; О.М. Муравина; Д.К. Нургалиев; А.В. Овчаренко; А.Н. Ратушняк; Г.Г. Ремпель; С.А. Серкера; В.И. Старостенко; В.Н. Страхов; А.Н. Тихонов; В.И. Уткин; Н.В. Федорова; А.В. Цирульский; А.Ф. Шестаков; М.И. Эпов; А.Г. Ягола и др.

Вопрос применения электроразведки методом сопротивлений и электромагнитных зондирований поднимался исследователями: А.А. Бобачев; Д.К. Большаков; В.А. Давыдов; А.Г. Дьяконова; М.С. Жданов; А.И. Зaborовский; Г.А. Исаев; А.А. Кауфман; О.Н. Ковин; В.П. Колесников; М.Н. Марченко; Б.К. Матвеев; И.Н. Модин; В.С. Моисеев; А.А. Огильви; М.Г. Персова; В.А. Сидоров; В.В. Спичак; Ю.И. Степанов; Г.М. Тригубович; А.А. Филимончиков; Г.С. Хамидуллина; Д.И. Хасанов; В.К. Хмелевской; В.А. Шевнин; А.Ф. Шестаков; Н.Г. Шкабарня; В.Н. Шуман и др.

Современное состояние технологий геологической интерпретации геопотенциальных полей во многом обуславливается работами Ю.И. Блоха, Е.Г. Булаха, А.А. Булычева, Г.С. Вахромеева, В.А. Гершанока, В.Н. Глазнева, Г.Я. Голиздры, А.Ю. Давыденко, А.И. Кобрунова, В.И. Костицына, И.В. Ладовского, В.В. Ломтадзе, А.К. Маловичко, П.С. Мартышко, Л.А. Муравьева, А.А. Никитина, В.М. Новоселицкого, З.М. Слепак, В.И. Старostenко, В.Н. Страхова, А.Н. Тихонова, В.В. Федынского, А.В. Цирульского и др.

Исследования в области применения искусственных нейронных сетей для решения обратной задачи геофизики связаны с именами: И.А. Агбаш; О.М. Балабан; С.А. Имешев; Д.В. Костиков; И.Г. Московский; И.Е. Оборнев; Е.А. Оборнев; И.В. Попова; В. Пузырев; С.Н. Родина; Е.А. Родионов; К.Ю. Силкин; А.Ю. Соболев; В.В. Спичак; О.С. Федорова; С. Д. Шамаев; М.И. Шимелевич;; Anran Xu; Bin Liu; O. Elghrabawy; L. Heagy; H. L. Hojjat; A. Maul; A. Muller; P. Parisa; Rui Huang; Rui Qi; M. Saraiva; Senlin Yang; Shuang Liu; Yuxiao Ren и др.

Тема использования стохастических методов оптимизации при инверсии геофизических данных освещена в работах следующих исследователей: Ф.М. Гольцман; А.С. Долгаль; С.И. Кабанихин; Т.Б. Калинина; А.А. Никитин; Т. А. Натальчишин; В.В. Пересветов; А.В. Петрова; Н.В. Рыжов; А.А. Тайницкий; С. Д. Шамаев; N. S. Abol; Guillaume Ramillien; Göktürkler G.; M. Hossein; Huang J.; José P.; Jinlian Wang; Li L.; Loni S.; Mallick S.; Mehramuz M.; Sen M.K.; Song X.; Tang L.; Yongji Tan; Sarı C; N. Zare Dehnavi; Zhao S.; Zhang X. и др.

Вопросу анализа бесконечного множества эквивалентных решений при количественной интерпретации геофизических данных посвящены труды ученых: П.И. Балк; В.Б. Гласко; Г.В. Гущин; А.С. Долгаль; Т.Н. Кишман-Лаванова; В.П. Колесников; А.В. Мичурин; И.И. Рокитянский; А. П. Сивенкова; В.И. Старostenко; Р.В. Хачатуров; А.В. Цирульский; D. Blatter; S. Constabl; K. Key; M. Morzfeld и др.

В процессе работы над диссертацией были проанализированы и учтены ключевые положения, разработанные упомянутыми исследователями.

### **Цель диссертационной работы**

Создание новых компьютерных технологий для решения обратных задач ВЭЗ и гравиразведки, направленных на повышение устойчивости и снижение неоднозначности результатов количественной интерпретации геофизических данных за счет построения приближенного оператора обратной задачи, формирования и анализа конечного репрезентативного множества допустимых решений.

### **Основные задачи исследований**

1. Разработка и реализация алгоритма устойчивого решения обратной задачи ВЭЗ на основе нейросетевой аппроксимации;
2. Разработка и реализация алгоритма решения обратной задачи ВЭЗ на основе эволюционных методов оптимизации многомерных данных;
3. Разработка и реализация алгоритмов решения нелинейной обратной задачи гравиразведки для одиночного изолированного объекта с известной плотностью, основанного на методах Монте-Карло и роя частиц;
4. Создание методики анализа множества допустимых решений обратной задачи ВЭЗ на основе аддитивных технологий, ранее применяющихся только при интерпретации данных гравиразведки и магниторазведки;
5. Программная реализация представленных алгоритмов с использованием современных технологий программирования: библиотеки «Keras»,

предназначенной для обучения нейронной сети; библиотеки «DEAP», позволяющей использовать методы эволюционной оптимизации;

6. Апробация нового программно-алгоритмического обеспечения на синтетических примерах и практических геолого-геофизических данных.

### **Научная новизна**

1. Разработана методика повышения устойчивости решения 1D обратной задачи ВЭЗ, основанная на использовании регуляризирующего оператора, построенного на основе нейросетевой аппроксимации;

2. Создана методика повышения достоверности количественной интерпретации моногеничных гравитационных аномалий на основе пространственно-статистического анализа результатов многократного решения нелинейной обратной задачи.

3. Впервые использован пространственно-статистический анализ ограниченного множества допустимых решений обратной задачи при построении субгоризонтально-слоистых моделей геоэлектрической среды по данным ВЭЗ.

### **Теоретическая и практическая значимость работы**

Разработаны и программно реализованы алгоритмы количественной интерпретации ВЭЗ и гравиразведки на основе нейросетевой аппроксимации, эволюционных методов оптимизации и аддитивных технологий. Проведена теоретическая и экспериментальная оценка возможностей новых методов интерпретации, а также представлены практические рекомендации для их применения.

Созданные алгоритмы позволяют повысить информативность количественной интерпретации геофизических данных за счет повышения устойчивости решения ОЗ, учета априорной информации, подавления шумовой компоненты и обеспечивают оценку разрешающей способности метода в конкретных физико-геологических условиях.

Использование представленных компьютерных технологий позволяет улучшить качество результатов автоматизированной количественной интерпретации данных ВЭЗ и значительно ускорить процесс решения обратной задачи. Созданные технологии могут быть использованы при экспрессе-интерпретации геофизических материалов с минимальным привлечением априорной информации.

Разработанные алгоритмы применялись для интерпретации полевых материалов ВЭЗ, полученных ООО «Противокарстовая и береговая защита» при инженерно-геологических изысканиях.

### **Методология и методы исследований**

Поставленные задачи решались путем сбора, обработки, анализа и интерпретации полевых материалов «классическими» методами типа неформализованного подбора; реализации алгоритмов автоматизированного решения обратной задачи и аддитивных технологий в виде компьютерных программ, тестировании созданного программно-алгоритмического обеспечения на синтетических примерах и практических данных и анализа результатов вычислительных экспериментов.

В исследованиях использованы основные положения теории решения обратных задач, теории вероятности и математической статистики, науки о данных, интеллектуального анализа данных, информатики и кибернетики, математики, физики, электроразведки, гравиразведки. В качестве конкретных методов использованы нейронные сети, алгоритмы стохастической оптимизации, технологии пространственно-статистического анализа данных.

### **Положения, выносимые на защиту**

1. Метод устойчивого решения 1D обратной задачи ВЭЗ, базирующийся на применении нейросетевой аппроксимации, является инструментом интеллектуального анализа данных электроразведки;

2. Методы количественной интерпретации данных ВЭЗ и гравиметрической съемки, базирующиеся на стохастической оптимизации, позволяют сформировать репрезентативное множество интерпретационных моделей, характеризующее основные особенности пространственного распределения физических свойств целевого объекта или изучаемого фрагмента геологической среды;
3. Метод пространственно-статистического анализа конечного множества допустимых решений обратной задачи снижает влияние практической эквивалентности и повышает достоверность результатов интерпретации за счет исключения случайных особенностей частных решений.

### **Степень достоверности и апробация результатов**

Результаты исследований по теме диссертации опубликованы в 19 печатных работах, 6 из которых в рецензируемых журналах: одна в журнале, входящем в перечень SCOPUS, шесть в журналах, включенных ВАК в Перечень рецензируемых научных изданий, в которых публикуются основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата и доктора наук.

Основные положения диссертации и результаты исследований докладывались на:

- 1) Международной научно-практической конференции «Геология в развивающемся мире» в 2022, 2023, 2024, 2025;
- 2) Всероссийской научно-практической конференции с международным участием «Теория и практика разведочной и промысловой геофизики» в 2022, 2023;
- 3) Уральской молодежной научной школе по геофизике в 2023, 2024;
- 4) Сессии Международного семинара им. Д.Г. Успенского – В.Н. Страхова «Вопросы теории и практики геологической интерпретации гравитационных, магнитных и электрических полей» в 2024, 2025;
- 5) Научно-практической конференции и выставки «Инженерная и рудная геофизика» в 2024;

6) Всероссийской молодёжной конференции, посвященной памяти член-корреспондента РАН В.Н. Пучкова «Геология, геоэкология и ресурсный потенциал Урала и сопредельных территорий» в 2024;

Также в Роспатент зарегистрированы 5 программ для ЭВМ

- 1) ANN VES от 15.01.2024, рег. номер – 2024611388;
- 2) GA VES от 13.06.2024, рег. номер – 2024664945;
- 3) PDBR ROI от 18.11.2025, рег. номер – 2025691780;
- 4) PODBOR ST от 19.11.2025, рег. номер – 2025692062;
- 5) SSA VES от 21.11.2025, рег. номер – 2025692497;

### **Личный вклад автора**

Автор разработал методы решения обратной задачи ВЭЗ на основе нейросетевой аппроксимации, генетических алгоритмов и пространственно-статистического анализа множества решений, а также концепцию «нейросетевой» регуляризации. Лично реализовал данные методы в программно-алгоритмическом виде на языке программирования Python.

Также принимал участие в разработке программно-алгоритмического кода для решений обратной задачи гравиразведки стохастическими алгоритмами и методами пространственно-статистического анализа множества решений на языке программирования Delphi. Апробировал созданные методы на синтетических и материалах полевых наблюдений.

### **Исходный материал**

В основу работы положены материалы инженерно-геологических изысканий, выполненных ООО «Противокарстовая и береговая защита» на объектах Государственной компании «Российские автомобильные дороги», крупномасштабной гравиметрической съемки, проведенной над месторождением медно-никелевых руд Норильск-1, а также гравиразведочных исследований в зоне высоких значений поля силы тяжести возле г. Игарка.

## **Объем и структура работы**

Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения общим объемом 124 страниц, содержит список литературы, включающий 155 наименований, а также 58 иллюстраций и 4 таблицы.

## **Благодарности**

Автор выражает благодарность научному руководителю д. физ.-мат. наук, профессору Александру Сергеевичу Долгалю за всестороннюю поддержку на протяжении научной деятельности в аспирантуре, консультации по многочисленным вопросам, затрагивающим различные аспекты геофизики, математики и физики.

Глубокую признательность автор выражает коллективу ООО «Противокарстовая и береговая защита» за предоставленные исходные данные, ценные советы при подготовке диссертации.

Отдельно автор благодарит Никиту Валерьевича Рыжова за наставления в вопросах программирования и математики, Евгения Михайловича Бухтеева за предоставленный эффективный алгоритм решения прямой задачи ВЭЗ, Дмитрия Сергеевича Обернебесова, Никиту Алексеевича Зотина и Евгения Александровича Гинзбурга за помощь в проведении полевых и камеральных работ.

## 1. ОБРАТНЫЕ ЗАДАЧИ ГЕОФИЗИКИ И СПОСОБЫ ИХ РЕШЕНИЯ

### 1.1. Проблема бесконечного числа решений обратной задачи

Достоверность результатов интерпретации геофизических данных зависит от множества факторов, среди которых немалую роль играют особенности полевых работ: наличие искусственных и естественных источников помех и их интенсивность; характеристики измеряемой аппаратуры; разрешающая способность и глубинность метода; количество пунктов наблюдений и профилей, шаг между ними и др. В работе [89] исследовано влияние кривизны питающей линии установки Шлюмберже на результаты интерпретации вертикального электрического зондирования (ВЭЗ), в статье [87] проведена оценка разрешающей способности метода ВЭЗ при конкретных конфигурациях электроразведочной установки.

Однако основные сложности связаны с некорректно поставленными обратными задачами (ОЗ) в процессе количественной интерпретации. ОЗ геофизики представляют собой класс математических задач, в которых по наблюденным значениям геофизических полей (гравитационных, электромагнитных, магнитных и др.) необходимо определить параметры объекта, формирующего данное поле.

Обратные задачи по своей природе являются некорректно поставленными. Некорректность по Ж. Адамару выражается в том, что либо решение задачи может отсутствовать, либо задача может иметь бесконечное множество решений, либо быть неустойчивым к малым погрешностям в исходных данных. В контексте геофизики это означает, что незначительные изменения в наблюденных данных могут вызывать сильные вариации в определяемых параметрах искомой модели.

А.Н. Тихоновым [116] доказано, что некорректно поставленные задачи можно преобразовать в условно корректные, если вводить априорную информацию и использовать специальные методы регуляризации, например учитывающие гладкость решения.

Существует множество методов решения обратных задач, среди которых наиболее широко применяются методы, основанные на оптимизации 1-ого и 2-ого порядков, реже используются методы 0-ого порядка и методы байесовской оптимизации, базирующиеся на априорном распределении вероятности.

В настоящее время успешно реализованы численные методы решения прямых и обратных задач для весьма сложных моделей геологических сред [45]. Традиционные методы инверсии базируются на теории регуляризации А.Н. Тихонова, обеспечивающей получение геологически содержательных решений при применении стабилизирующих функционалов [116]. Отдельно стоит сказать, что разработаны алгоритмы преобразования одиночных кривых зондирования в данные электрофотографии с последующей 2D инверсией [104, 123]. Также в работах [6, 37] предложен способ подавления знакопеременных помех путем генерации множества эквивалентных решений с последующим их ранжированием по величине помех. Исследователями из Калифорнийского университета реализован метод оценки неопределенности инверсии электромагнитных данных, основанный на принципах байесовского семплирования с внесением случайной составляющей и последующей оптимизацией [140].

Однако, несмотря на достигнутые успехи в создании новых компьютерных технологий, на этапе количественной интерпретации геофизических данных отсутствуют достаточно строгие количественные оценки информативности исходных данных, обеспечивающей требуемую детальность расчленения разреза при заданном уровне помех. Необходимы новые эффективные алгоритмы доопределения задачи в условиях ее некорректности и неоднозначности модельного представления объекта исследований [48].

Согласно теореме, представленной в работе [139], множество  $Q$  моделей реального физического объекта, каждая из которых после решения прямой задачи позволяет точно восстановить любое конечное число данных наблюдений, является пустым либо бесконечным. Это связано с невозможностью описания реальных, неисчерпаемых по сложности, физико-геологических неоднородностей

конечномерным вектором параметров, а также бесконечным числом способов параметризации при формировании любой интерпретационной модели [103]. Помимо этого, существуют неизбежные проявления неоднозначности при решении обратной задачи для конкретной физико-математической модели изучаемого объекта, связанные, в частности, с дискретностью полевых измерений и наличием в них помех ( $\varepsilon$ -эквивалентность) [113].

Классический подход к решению ОЗ связан с противоречием, возникающим при попытке представить множество ее допустимых решений  $Q$  одним из его элементов, отвечающим выбранному критерию оптимальности [5]. Избежать этого противоречия позволяет построение *конечного репрезентативного множества* решений обратной задачи  $Q_0 \subset Q$  и его анализ. В частности, в работе [121] представлен метод множества эквивалентности, являющийся обобщением метода регуляризации для некорректных задач в многомерном псевдометрическом пространстве критериев в дискретном случае. Несомненный интерес представляет изучение эквивалентности 3D-интерпретации данных аэроэлектроразведки при поисках локальных проводящих тел под перекрывающим слоем путем серии расчетов, выполненных с различными стартовыми моделями искомых объектов [108]. В.П. Колесниковым был предложен способ повышения однозначности автоматической интерпретации площадных электроразведочных наблюдений методом ВЭЗ, основанный на использовании совокупности регуляризирующих элементов и проведении многократной инверсии анализируемого массива кривых при внесении случайной помехи [49].

В настоящей работе предложен подход, основанный на **пространственно-статистическом анализе (ПСА)** множества эквивалентных решений, который позволяет построить распределение геометрических параметров исследуемого объекта. Помимо пространственно-статистического анализа для решения обратной задачи ВЭЗ и гравиметрической съемки использовались нейронные сети, позволяющие повысить устойчивость инверсии и алгоритмы стохастической

оптимизации, направленные на генерацию репрезентативного множества эквивалентных моделей.

## 1.2. Нейросетевые технологии и их применение в геологии и геофизике

Искусственные нейронные сети (ИНС) – класс математических моделей, архитектура которых воспроизводит принципы организации биологических нейронных систем. Они представляют собой совокупность взаимосвязанных узлов, нейронов, организованных в слои.

Основная идея заключается в том, что каждый нейрон получает входные данные, обрабатывает их и передает результат следующим нейронам, данная процедура повторяется много раз, а весь процесс называется *обучением* ИНС. Обучение основано на минимизации функции потерь с помощью алгоритма обратного распространения ошибки, который корректирует весовые коэффициенты, связывающие входной и выходной сигнал. Таким образом нейронная сеть способна аппроксимировать нелинейные сложные зависимости.

Истоки теоретического обоснования ИНС восходят к междисциплинарным исследованиям середины XX века, объединившим достижения нейрофизиологии, кибернетики и математической логики. Фундаментальной предпосылкой стало понимание того, что биологические нейронные системы обрабатывают информацию принципиально иным способом, чем традиционные вычислительные машины архитектуры фон Неймана. Это потребовало разработки новых математических моделей, способных описать распределённый характер обработки сигналов в нервных тканях.

Большим шагом в становлении науки об искусственном интеллекте стала публикация работы Уоррена Мак-Каллока и Уолтера Питтса 1943 года, где впервые была предложена формальная модель искусственного нейрона [15, 23, 56]. Авторы математически доказали, что сети из таких логических элементов при определённых условиях обладают свойством универсальности - способны аппроксимировать любую булеву функцию.

Качественный скачок в теории связан с трудами Дональда Хебба (1949), сформулировавшего принцип пластичности нейронных связей: "если нейрон А постоянно участвует в возбуждении нейрона В, то эффективность синаптической передачи между ними возрастает" [15, 23]. Это эмпирическое правило, известное как закон Хебба, впервые предложило механизм самоорганизации нейронных структур через локальные изменения синаптических весов, став прообразом современных алгоритмов обучения. Теоретическое значение этого принципа заключалось в демонстрации возможности формирования сложных паттернов обработки информации без централизованного управления, исключительно через локальные взаимодействия.

Существенный вклад в развитие теории внес Фрэнк Розенблattt (1958), который математически формализовал концепцию перцептрана – первой обучаемой нейросетевой архитектуры [15, 23, 56]. Он доказал, что процесс обучения может быть реализован через последовательную коррекцию весов по принципу "усиления правильных связей".

Знаковым событием стала разработка алгоритма обратного распространения ошибки Вербосом (1974), Румельхартом и Хинтоном (1986), который обеспечил эффективный способ вычисления градиентов в многослойных сетях через цепное правило дифференцирования [15, 23].

1990-е годы ознаменовались развитием новых архитектур и методов обучения. Существенный шаг в развитии ИНС в 1997 году сделали Юрген Шмидхубер и Зепп Хохрайтер, предложив архитектуру долгой краткосрочной памяти (LSTM), специально разработанную для решения проблемы исчезающего градиента в рекуррентных сетях [23].

Благодаря трудам Джейфри Хинтоном в университете Торонто в 2007 разработаны и реализованы алгоритмы глубокого обучения ИНС. Ключевой идеей стало применение ограниченной машины Больцмана для послойного обучения [15].

Широкое распространение глубоких нейронных сетей началось в 2012 году с победой сверточной нейронной сети AlexNet в конкурсе ImageNet, где была

продемонстрирована беспрецедентная для того времени точность распознавания изображений [23].

Искусственные нейронные сети были широко распространены в различных отраслях науки и техники уже в конце XX в. Они успешно применяются для решения отдельных задач в геологоразведочной отрасли: классификации горных пород при поисках и разведке рудных месторождений [2]; анализа больших объемов данных геохимии и дистанционного зондирования Земли [3]; повышения эффективности эксплуатации месторождений нефти и газа [76]; автоматизации и оптимизации разметки фотографий для задач количественной минералогии [8] и карстологических исследований [109].

Искусственные нейронные сети зарекомендовали себя также и в геофизике: в геофизических методах исследований скважин для подготовки данных каротажа [50] и их интерпретации [101, 122]; при обработке [17, 59] и интерпретации материалов сейсморазведки [1, 21].

В электроразведке нейронные сети используются при решении различных задачах: для инверсии данных магнитотеллурического зондирования [72, 79, 129]; для поиска археологических памятников при электромагнитном профилировании [74]. Проведены анализ и обобщение результатов ранних исследований на тему применения ИНС при решении нелинейных и многокритериальных ОЗ электроразведки [80], в том числе с использованием ИНС, основанных на сверточной архитектуре [125].

Нейронные сети нашли широкое применение также в гравиразведке: существует большой опыт использования нейросетевых технологий для решения обратной задачи гравиразведки [57, 62, 63, 128, 131], комплексной инверсии данных магниторазведки и гравиразведки [43, 58, 130], оптимизации контроля геологического прогноза [40], локализации изометрических аномалий гравитационного поля Луны [134], кластерного анализа данных площадных геофизических данных с выделением геологических структур различного порядка [78].

В зарубежных исследованиях нейросети использовались для количественной интерпретации данных гравиразведки [152], сейсморазведки [138, 155], и электроразведки [138], понижения уровня помех в данных аэромагнитных методов [142], также был опыт применения физически-информированных ИНС при сейсмической инверсии [153].

Одним из ключевых преимуществ современных искусственных нейронных сетей является их высокая эффективность в аппроксимации сложных нелинейных зависимостей. Данная способность открывает возможность для построения приближенного непрерывного оператора обратной задачи. В отличие от традиционных итерационных методов, с помощью воссозданной зависимости нейросетевой оператор позволяет напрямую получать оценку параметров геологической среды по данным наблюдений, что повышает устойчивость интерпретации.

### 1.3. Стохастические методы оптимизации и их становление

*Оптимизация* представляет собой класс вычислительных задач, направленных на нахождение минимума целевой функции на некотором множестве параметров, которое, как правило, является многомерным и ограниченным. Основная сложность решения таких задач заключается в наличии множества локальных экстремумов, на которых может останавливаться алгоритм подбора параметров.

Все методы глобальной оптимизации могут быть разделены на два крупных класса: детерминированные и стохастические. Детерминированные методы исключают элемент случайности в процессе поиска решения, что обеспечивает полную воспроизводимость результатов при многократных запусках на идентичных исходных данных. К ним относятся, в частности, методы сканирования, методы ветвей и границ, градиентные методы [14]. Данные методы теоретически гарантируют нахождение глобального экстремума при стремлении шага сетки к нулю, однако их практическая применимость резко ограничена из-за

экспоненциального роста вычислительной сложности с увеличением размерности задачи – явления, известного как «проклятие размерности» [107].

Стохастические алгоритмы оптимизации составляют важный класс методов, основанных на использовании вероятностных механизмов в процессе поиска экстремума целевой функции [65, 107]. Их принципиальное отличие от детерминированных подходов заключается в целенаправленном внесении элементов случайности, что позволяет эффективно преодолевать локальные экстремумы, исследовать сложные многомерные пространства параметров и формировать репрезентативное множество решений. Данные методы особенно актуальны в задачах, где целевая функция является сложной, многоэкстремальной, зашумленной, недифференцируемой или содержит разрывы.

В свою очередь, стохастические алгоритмы можно разделить на:

- семейство **методов Монте-Карло (ММК)** [38, 39, 66];
- семейство эволюционных алгоритмов [65, 81, 107];
- методы роевого интеллекта [65, 107];
- методы байесовской оптимизации [13].

Методы Монте-Карло представляют собой обширное семейство вычислительных алгоритмов, фундаментальная идея которых заключается в многократной генерации случайной выборки, анализ которой позволяет понять поведение сложной системы или функции. В базовом состоянии ММК не является направленным, то есть сгенерированные случайные величины не стремятся к какому-либо значению.

Эволюционные алгоритмы имитируют биологические процессы естественного отбора и наследования. Наиболее известным представителем семейства является **генетический алгоритм (ГА)** [65, 81, 107], который видоизменяет популяцию – совокупность решений, подвергая их операторам селекции, кроссовера и мутации. К эволюционным алгоритмам также относят дифференциальную эволюцию, эволюционные стратегии и другие методы.

Другое семейство образуют методы роевого интеллекта, основанные на моделировании коллективного поведения самоорганизующихся систем. Одним из первых роевых алгоритмом оптимизации является **метод роя частиц (МРЧ)** [141], реализующий движение агентов в пространстве поиска, комбинирующее индивидуальный и социальный компоненты обучения. Среди роевых алгоритмов также выделяют муравьиные алгоритмы, алгоритм серых волков, алгоритм гравитационного поиска, алгоритм искусственной иммунной системы и другие методы.

Байесовская оптимизация позволяет построить вероятностную модель априорного распределения над целевой функцией на основе гауссовских процессов, что позволяет значительно сократить количество вычислений функции, каждое из которых может быть довольно затратным по времени.

Ранние подходы к глобальной оптимизации, такие как методы сканирования и равномерного перебора, хотя и гарантировали в пределе нахождение глобального решения, оказались практически неприменимыми для задач высокой размерности из-за «проклятия размерности».

Существенный вклад в развитие методов оптимизации связан с работами Станислава Улама и Джона фон Неймана [39]. В 1940-ых годах в рамках «Манхэттенского проекта» ими разработан ММК для моделирования нейтронной диффузии. В 1950-е годы появился метод выборки по значимости, который превратил случайный поиск в направленный инструмент, позволяющий концентрировать вычисления в критических областях.

В 1960-1970-ых годах произошел переход от физического моделирования к математической оптимизации. Джон Холланд, вдохновившись теорией Дарвина, заложил основы ГА в 1975 г [81, 107]. Параллельно Инго Рехенбергом и Ханс-Пауль Швефель разработаны эволюционные стратегии [107]. Данные методы использовали стохастический элемент как инструмент направленного поиска.

С трудами Джеймса Кеннеди и Рассела Эберхарта связано появление МРЧ в 1995 г [107, 141]. Данный алгоритм имитировал коллективное поведение и

косвенную коммуникацию, демонстрируя высокую эффективность в сложных нелинейных задачах.

В XXI веке важным направлением стала оптимизация гиперпараметров для машинного обучения – стохастический градиентный спуск и его адаптивные варианты стали стандартом для обучения ИНС.

## Выводы по главе 1

Точность интерпретации геофизических данных зависит от условий съемки, оборудования и методики. Однако главная проблема — некорректность обратных задач, которые по своей природе не имеют единственного или устойчивого решения. Данные задачи можно сделать условно корректными, используя априорную информацию и методы регуляризации.

Существуют различные методы решения обратных задач, включая алгоритмы оптимизации различного порядка, байесовские подходы, а также существуют способы обработки наблюденных значений, направленные на повышение информативности данных. Несмотря на широкий спектр методов, остается актуальным разработка подходов оценки достоверности результатов интерпретации для используемых исходных материалов.

Также традиционный подход, основанный на выборе единственного «оптимального» решения из множества допустимых, содержит внутреннее противоречие. Избежать данного противоречия можно путем построения и анализ репрезентативного множества решений.

Такое множество решений возможно построить, используя алгоритмы стохастической оптимизации. Основная идея методов оптимизации заключается в нахождении минимума целевой функции, который будет отражать параметры оптимальной модели. Поиск минимума достигается путем перебора различных параметров искомого объекта.

Ключевое отличие стохастических методов оптимизации от детерминированных заключается в наличии у стохастических алгоритмов

операторов, вносящих случайную величину в параметры объекта. Именно данная особенность позволяет стохастическим методов формировать репрезентативное множество решений.

Также распространение получили нейросетевые технологии, которые способны решать широкий класс задач, в том числе нахождение приближенного непрерывного оператора обратной задачи. Данная задача выполняется путем обучения нейронной сети – итеративной корректировки весовых коэффициентов. В свою очередь скорректированные весовые коэффициенты отражают связь между входными и выходными данными.

## 2. УСТОЙЧИВАЯ ИНВЕРСИЯ ДАННЫХ ВЭЗ, ОСНОВАННАЯ НА НЕЙРОСЕТЕВОЙ АППРОКСИМАЦИИ НЕПРЕРЫВНОГО ОПЕРАТОРА ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ

### 2.1. Особенности применения нейронных сетей для инверсии данных ВЭЗ

Современные ИНС демонстрируют способность к аппроксимации сложных нелинейных зависимостей. Данная особенность нейросетей позволяет использовать их для построения приближенного непрерывного оператора ОЗ, что актуально для геофизических методов. Подходу, основанному на применении ИНС к обратным задачам, предложен термин **аппроксимационный нейросетевой метод или нейросетевая аппроксимация** [56, 125, 126, 127, 129].

Полученный с помощью ИНС оператор ОЗ выполняет функцию прогноза параметров модели на основе входных данных. В машинном обучении такой прогностический оператор называется *предиктором*. Данная глава посвящена использованию нейросетевой аппроксимации для восстановления геоэлектрического разреза по наблюденным значениям ВЭЗ – кажущихся сопротивлений (КС).

В глубоком обучении используется подход, предполагающий единоразовое обучение нейросети и его дальнейшее распространение и использование как предиктора. Данный подход отличается универсальностью и быстродействием – пользователю обученной ИНС достаточно лишь подать на вход данные и получить результат.

Однако такой подход тяжело реализовать для решения обратной задачи ВЭЗ по ряду причин:

- из-за большой обучающей выборки усиливается эффект практической и теоретической эквивалентности, что приводит к возможности иметь бесконечное число моделей аномалиеобразующего объекта;

- в случае, когда обучающая выборка будет небольшой и соответственно недостаточно разнообразной, с высокой вероятностью может произойти переобучение ИНС, приводящее к потере качества прогноза;
- Нейронные сети простых архитектур имеют технические ограничения, связанные с размерностью входных и выходных векторов – нейронная сеть, обученная на векторах определенной размерности, не сможет дать прогноз для данных другой размерности.

Таким образом, создание универсальной нейросети является весьма трудоемкой задачей, а решения, полученные с помощью такой сети, могут недостаточно достоверно отражать реальную геологическую ситуацию. Ввиду этого, аппроксимационный нейросетевой метод реализован как *алгоритм-конвейер* – шаблон обучения ИНС для решения обратной задачи ВЭЗ. Подход, использующий такой алгоритм, в рамках диссертации назовем *конвейерным*.

Поскольку конвейерный подход требует обучения каждый раз, когда встает задача восстановить модель геоэлектрического разреза по значениям наблюденного поля, то обязательным условием эффективного использования такого подхода является быстродействие *алгоритма-конвейера*.

Полученный в рамках конвейерного подхода предиктор геоэлектрического разреза используется при количественной интерпретации в 4 вариантах:

- для получения итогового решения;
- для получения начального приближения;
- как составной член стабилизирующего функционала;
- как инструмент генерации множества допустимых решений.

В качестве самостоятельного решения предиктор используется для быстрого анализа работоспособности ИНС, оценки качества его прогностических способностей. Стоит отметить, что в большинстве случаев прогноз предиктора может оказаться весьма неточным, однако такое решение может быть использовано непосредственно как начальное приближение для других автоматизированных методов, в частности для алгоритмов глобальной оптимизации.

## 2.2. Основы нейросетевых технологий

### Архитектура нейронных сетей

Архитектура ИНС представляет собой систему организации вычислительных элементов и их взаимосвязей. В качестве вычислительных элементов выступают нейроны – узлы нейронной сети, формализуемые как преобразование взвешенной суммы входных сигналов. Такое преобразование носит название *функции активации*, в литературе также используется термин *передаточной функции* [23].

Нейроны объединяются в группы, называемые слоями. Минимальное количество слоев равно 2: входному и выходному. Входной слой принимает изначальный вектор параметров и передает их далее без каких-либо преобразований. Выходной слой производит преобразования с помощью функции активации, в результате чего ИНС дает прогнозное целевое значение. Между входным и выходным слоем могут существовать вспомогательные слои – скрытые, которые выполняют промежуточные расчеты. Для каждого слоя может быть использована своя передаточная функция, что позволяет адаптировать нейросеть под решение широкого спектра задач.

Связи между нейронами называют синаптическими и характеризуются весовыми коэффициентами, которые формируются в ходе обучения. По тому, как связаны нейроны между собой, выделяются различные топологии нейронных сетей:

- *полносвязные ИНС*;
- *рекуррентные ИНС*.

Полносвязные нейросети (рисунок 2.2.1), также известные как многослойные перцептроны, представляют собой класс ИНС, где каждый нейрон в слое  $k$  соединен со всеми нейронами слоя  $k+1$ . Математически преобразование в полносвязном слое выражается через операцию матричного умножения:

$$y = \sigma(z) = \sigma(Wx + b),$$

где  $W$  – матрица весов,  $\mathbf{x}$  – входной вектор,  $\mathbf{b}$  – вектор смещений,  $\sigma$  – функция активации,  $n$  – число нейронов в предыдущем слое,  $m$  – число нейронов в текущем слое,  $z$  – предактивация, аргумент функции активации.

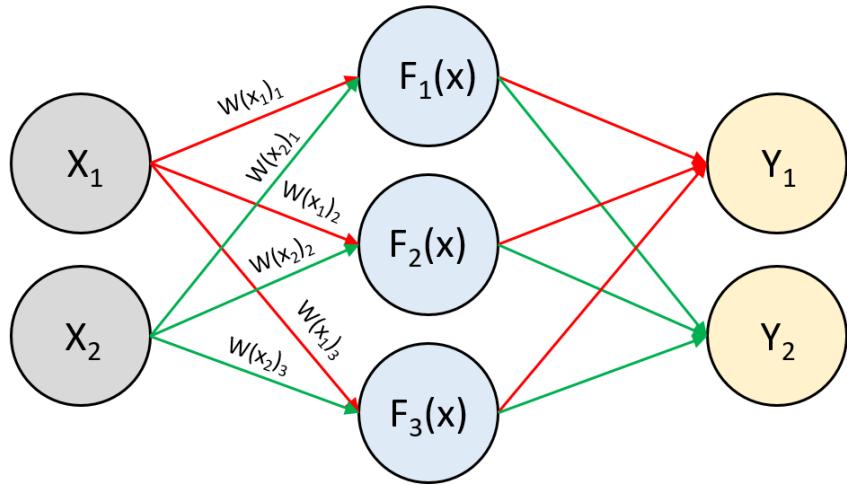


Рисунок 2.2.1 – Схематичное представление 3-слойной ИНС

Рекуррентные нейронные сети являются классом ИНС, разработанных для обработки последовательных данных, где между элементами существует временная или пространственная зависимость. В отличие от *полносвязных сетей*, рекуррентные сети содержат циклические слои, позволяющие сохранять информацию о предыдущих состояниях.

Преобразование в рекуррентном слое выражается следующим образом:

$$h_t = \sigma(W_h h_{t-1} + Wx + b),$$

где  $W_h \in \mathbb{R}^{n \times n}$  – матрица весов предыдущего состояния,  $h_{t-1} \in \mathbb{R}^n$  – вектор предыдущего состояния.

Рекуррентные ИНС эффективно применять для восстановления геоэлектрического разреза по следующим причинам:

- разносы АВ/2 можно рассматривать как пространственные ряды, где значения упорядочены по глубине;
- кажущееся сопротивление  $\rho_k$  на каждом разносе зависит не только от текущей глубины (величины разноса), но и от электромагнитных свойств всех вышележащих слоев;

- кажущееся сопротивление первых разносов во многом зависят от параметров верхних слоев и наоборот.

Рекуррентные ИНС способны выявить не только общую зависимость между значениями КС и параметрами геоэлектрического разреза, но и акцентировать внимание на пространственных связях между разносами АВ/2 и положениями слоев, что обуславливает применение рекуррентных ИНС при количественной интерпретации материалов ВЭЗ.

Однако, несмотря на все преимущества рекуррентных ИНС, их обучение требует большого множества данных, для них сложнее подобрать гиперпараметры, сам процесс обучения может быть значительно более длительным, чем при использовании полносвязных нейронных сетей. На основании «принципа соответствия сложности модели сложности задачи», принято решение выбрать полносвязные ИНС для решения обратной задачи ВЭЗ как более простые, но достаточно точные.

### Функция активации

Непосредственно за выходное значение ИНС отвечает функция активации. На уровне отдельного нейрона передаточная функция определяет степень его возбуждения в ответ на полученный взвешенный сигнал.

Первым и простейшим вариантом *функции активации* является ступенчатая функция Хевисайда, которая в обобщенном виде выражается как:

$$f(z) = \begin{cases} 1, & z \geq \theta \\ 0, & z < \theta \end{cases}$$

где  $z$  – предактивация, взвешенная сумма входных сигналов вместе со смещением,  $\theta$  – пороговое значение. Такая функция имела 2 существенных ограничения: во-первых, она была недифференцируемой, что делало невозможным применение градиентных методов; во-вторых, результат мог быть представлен строго ограниченным числом переменных, и соответственно могла быть использована только в задачах бинарной классификации [15, 23].

Ввиду этого на смену ей пришла сигмоидальная функция:

$$f(z) = \frac{1}{1 + e^{-z}}$$

Помимо того, что сигмоида лишена вышеназванных недостатков, она является нелинейной. Нелинейные функции позволяют преобразовывать линейную комбинацию входных сигналов в нелинейный выход, позволяя выявлять и моделировать сложные закономерности в данных.

Однако сигмоидальной функции свойственна проблема затухающего градиента – при больших абсолютных значениях  $x$  производная функции близка к 0, а выходные значения будут стремиться к 0 или 1 (рисунок. 2.2.2). Устранить данную проблему можно с помощью нормализации входных данных – приведению всех данных к диапазону от 0 до 1 [15, 23].

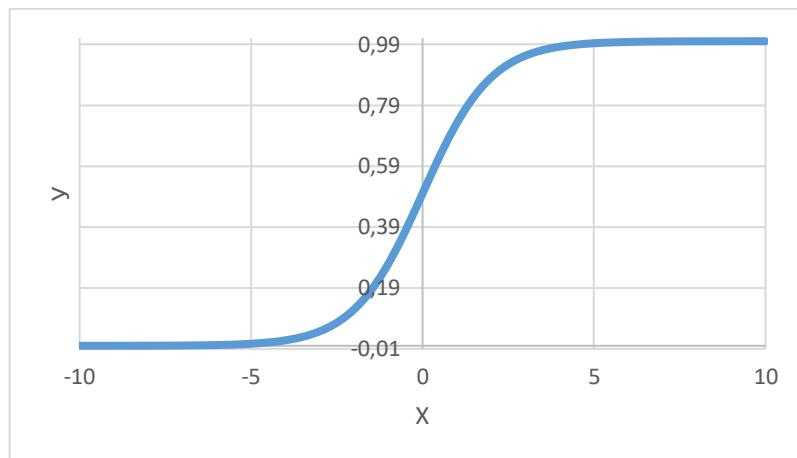


Рисунок 2.2.2 – Сигмоидальная функция. На краях функции наблюдается затухание градиента, которое приводит к снижению реакции на изменения входных данных

Сигмоида может быть использована как в задачах классификации, так и в задачах регрессии. В качестве скорректированной сигмоидальной функции выступает гиперболический тангенс, который отличается лишь диапазоном выходных значений.

В современных ИНС используется градиентный спуск для нахождения весовых коэффициентов. Определение градиента для сигмоиды и гиперболического тангенса является трудозатратной процедурой. Ввиду этого прибегают к использованию кусочно-линейных функций, для которых выходные значения лежат в интервале  $[0, \infty)$ , затраты на вычисление градиента минимальны,

нелинейность системы сохраняется при использовании нескольких слоев [15, 23]. Базовой кусочно-линейной функцией является линейный выпрямитель или линейный порог (ReLU, рисунок 2.2.3):

$$f(z) = \max(0, z) = \begin{cases} z, & z \geq 0 \\ 0, & z < 0 \end{cases}.$$

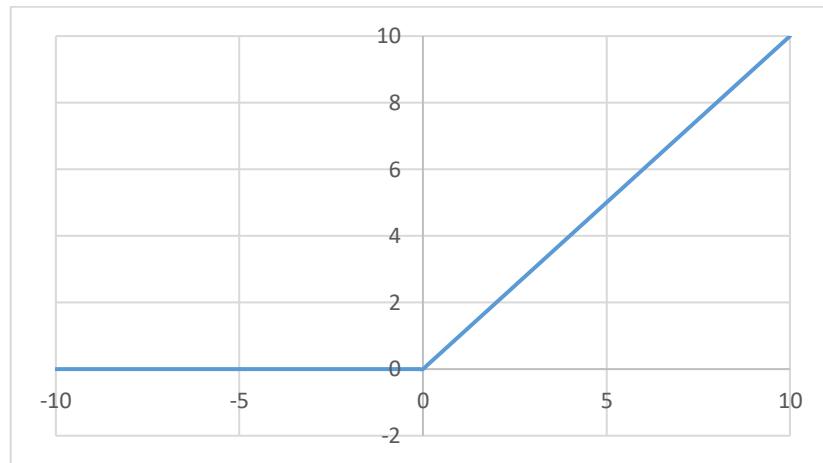


Рисунок 2.2.3 – Линейный выпрямитель. При  $x \leq 0$ ,  $y = 0$ , излом функции на  $x = 0$

Функции активации можно комбинировать друг с другом, что дает возможность применять различные преимущества функций. Для этого достаточно использовать несколько слоев с выбранными передаточными функциями.

### Обучение нейронной сети

Обучение ИНС представляет собой итеративный процесс оптимизации весовых коэффициентов с целью минимизации заданной функции потерь, которая количественно оценивает расхождение между предсказаниями сети и выходными (эталонными) значениями. В основе данного процесса лежит принцип адаптивного изменения весовых коэффициентов связей между нейронами на основе вычисления градиентов [14] с использованием методов оптимизации, наиболее распространённым из которых является алгоритм обратного распространения ошибки.

Метод обратного распространения ошибки сводится к последовательному применению цепного правила дифференцирования сложных функций, позволяющее эффективно распределять ошибку от выходного слоя сети к

входному. Алгоритм состоит из двух основных фаз: «прямого прохода», в ходе которого вычисляются выходные значения всех нейронов сети, и «обратного прохода», где происходит расчет градиентов функции потерь по параметрам модели, а также обновление весов и смещений.

На этапе «прямого прохода» входные данные последовательно преобразуются через слои ИНС. Каждый слой выполняет линейное преобразование входного вектора с использованием матрицы весовых коэффициентов и вектора смещений, после чего применяется функция активации. На последнем слое прогнозируется итоговое значение или вектор  $\hat{y}$ , которые являются результатом работы нейронной сети.

Вектор  $\hat{y}$  сравнивается со значениями эталонного вектора на основе количественной оценки расхождения между ними, для чего используется функция потерь  $L(y, \hat{y})$ . Метод обратного распространения ошибки применяется с целью минимизации функции потерь путем итеративного обновления параметров сети в направлении, противоположном градиенту.

«Обратный проход» начинается с вычисления градиента функции потерь  $\partial L / \partial \hat{y}$  по выходу сети. Затем алгоритм рекурсивно применяет цепное правило для распространения этого градиента назад по слоям сети. Для выходного слоя сначала вычисляется градиент предактивации:

$$\frac{\partial L}{\partial z^l} = \frac{\partial L}{\partial \hat{y}^l} \odot \sigma'(z^l),$$

где  $\odot$  обозначает поэлементное умножение, а  $\sigma'$  - производную функции активации.

Затем рассчитываются градиенты по весовым коэффициентам  $\partial L / \partial W$  и смещениям  $\partial L / \partial b$  выходного слоя:

$$\frac{\partial L}{\partial W^l} = \frac{\partial L}{\partial z^l} (a^{l-1})^T,$$

$$\frac{\partial L}{\partial b^l} = \frac{\partial L}{\partial z^l}$$

где  $(a^{l-1})^T$  – транспонированный результат функции активации (активация) на предыдущем слое,  $T$  – операция транспонирования.

Для предпоследнего слоя сначала вычисляется градиент по активации:

$$\frac{\partial L}{\partial a^{l-1}} = \frac{\partial L}{\partial z^l} (W^l)^T,$$

Затем градиент по предактивациям:

$$\frac{\partial L}{\partial z^{l-1}} = \frac{\partial L}{\partial a^{l-1}} \odot \sigma'(z^{l-1}),$$

И градиенты по параметрам:

$$\frac{\partial L}{\partial W^{l-1}} = \frac{\partial L}{\partial z^{l-1}} (a^{l-2})^T,$$

$$\frac{\partial L}{\partial b^{l-1}} = \frac{\partial L}{\partial z^{l-1}},$$

где  $(a^{l-2})^T$  – активация слоя предшествующему предпоследнему слою. Этот процесс повторяется по цепному правилу дифференцирования для всех слоев сети вплоть до второго.

После расчета градиента всех слоев с помощью оптимизатора происходит обновление весовых коэффициентов и смещений:

$$W_{t+1} = W_t - \eta \frac{\partial L}{\partial W},$$

$$b_{t+1} = b_t - \eta \frac{\partial L}{\partial b},$$

где  $\eta$  – скорость обучения (сходимости), гиперпараметр, контролирующий размер шага.

На данном этапе заканчивается текущая итерация и начинается новая – вновь происходит «прямой проход», затем расчет градиентов и обновление параметров. В результате происходит уточнение весов и смещений, в чем заключается суть обучения ИНС.

## Оптимизатор и функция потерь

*Оптимизатор* представляет собой алгоритм, ответственный за минимизацию функции потерь  $L(y, \hat{y})$  посредством корректировки параметров модели: весов,

смещений, скорости обучения. В процессе обучения оптимизатор вычисляет градиенты параметров и вносит в них соответствующие изменения. Простейшим оптимизатором является упомянутый выше градиентный спуск, однако в процессе обучения возникают трудности, связанные с тем, что ландшафт функции потерь может:

- быть плоским во всех направлениях;
- содержать множество локальных минимумов;
- содержать так называемые «седловые точки» – точки, в которых в одном направлении кривая находится на минимуме, во втором – на максимуме (рисунок 2.2.4);
- иметь «овражный» характер.

Данные ограничения приводят либо к осцилляциям (колебаниям) оптимизатора вокруг некоторой точки, либо к малому градиенту, что приводит к низкой скорости сходимости алгоритма.

Для преодоления данных ограничений используют модификации градиентного спуска. Первым улучшением стала стохастическая модификация градиентного спуска, суть которого заключается в разделении обучающей выборки на мини-пакеты. В случае, когда значение функции потерь попадает в локальный минимум на одном мини-пакете, смена входных данных может привести к изменению ландшафта функции потерь и исчезновению локального минимума.

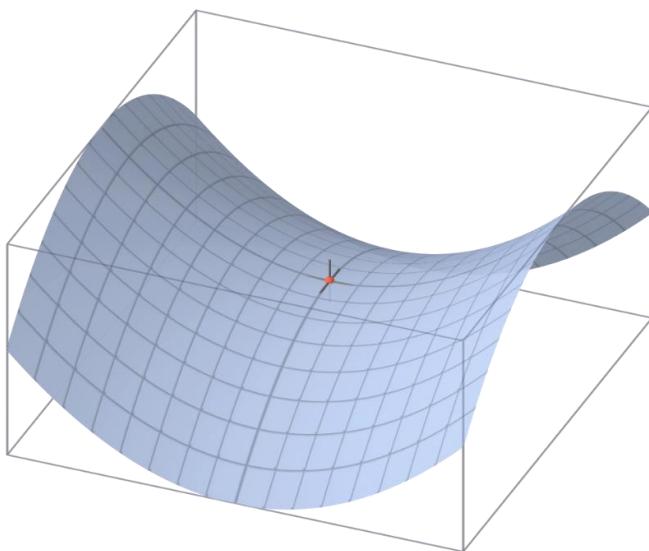


Рисунок 2.2.4 – «Седлообразный» ландшафт функции потерь по 2 параметрам

В том случае, когда ландшафт функции потерь имеет овраги с большим углом наклона, то на склонах такого оврага будут высокие значения градиента. Ввиду этого оптимизатор будет делать большие шаги, перескакивая точку минимума на каждой итерации, то есть осциллируют. Для устранения этого недостатка реализована функция динамической корректировки градиента и скорости обучения: функция накопления импульса (момента) и функция адаптивного шага соответственно.

Суть градиентного спуска с функцией накопления импульса заключается в учете значений градиентов на прошлых итерациях. Учет предыдущих состояний градиента позволяет сгладить ландшафт функции потерь и соответственно уменьшить градиент.

Адаптивное изменение скорости (шага) позволяет скорректировать параметр  $\eta$ , уменьшая или увеличивая его в тех случаях, когда это необходимо, например, при осцилляциях. Корректировка данного параметра также зависит от предыдущих состояний алгоритма. Обе функции реализованы в оптимизаторе Adam (адаптивные оценки моментов, adaptive moment estimation).

Функция потерь  $L(y, \hat{y})$  необходима для оценки расхождения между прогнозными  $\hat{y}$  и эталонными значениями  $y$  во время обучения. В качестве функции потерь могут использоваться следующие метрики:

- средняя абсолютная ошибка (Mean Absolute Error, MAE);
- среднеквадратичная ошибка (Mean Squared Error, MSE);
- корень среднеквадратичной ошибки (Root Mean Square Error, RMSE).

Также существуют различные модификации метрик, например, вышеперечисленные показатели, выраженные в процентах. От выбора функции потерь зависит точность обучения и скорость сходимости алгоритма.

## 2.3. Теоретические и практические аспекты применения нейронных сетей при решении обратной задачи ВЭЗ

### Формирование обучающей выборки

Как было сказано ранее, обучение «универсальной» ИНС, то есть такой, которая будет единожды обучена и многократно использована, является задачей технически сложной, а решения полученные, на основе такой сети, могут быть недостоверными. Ввиду чего на языке программирования «Python» с использованием библиотеки «Keras» реализован алгоритм-конвейер, который предоставляет необходимые инструменты для обучения нейронной сети [95]. Обученная таким образом ИНС способна решать ОЗ для конкретных физико-геологических условий. Алгоритм-конвейер включает следующие этапы:

- формирование обучающей выборки;
- обучение ИНС;
- решение ОЗ.

Формирование обучающей выборки является наиболее важной задачей, от решения которой зависит достоверность полученных результатов и обобщающая способность алгоритма – способности нейросети делать верные прогнозы не только для примеров, участвовавших в процессе обучения, но и для любых новых, которые не участвовали в нем. Низкая обобщающая способность ИНС является следствием её переобучения.

Для формирования обучающей выборки синтезировались параметры геоэлектрического разреза (выходное множество), для которых вычислялись КС (входное множество). Прямая задача решалась на основе алгоритма, представленного в работе [12].

Алгоритм генерирует выборку итеративно, создавая на каждом шаге новое решение на основе значений прошлого шага. Математически алгоритм на шаге  $i$  для  $j$ -слоя разреза можно выразить следующим образом:

$$h_i^j = h_{i-1}^j \pm \alpha h_{i-1}^j;$$

$$\rho_i^j = \rho_{i-1}^j \pm \alpha \rho_{i-1}^j,$$

где  $h$  и  $\rho$  – мощность и сопротивление геоэлектрического разреза,  $\alpha$  – величина отклонения, выраженная в долях единицы, задается интерпретатором. В качестве параметров разреза  $h_1$  и  $\rho_1$  выступает начальное приближение, определенное геофизиком на основе имеющейся априорной информации.

Таким образом, к факторам, которые обусловливают процесс формирования обучающей выборки, относятся размер выборки  $k$ , величина отклонения  $\alpha$ , начальное приближение  $h_1$  и  $\rho_1$ . При определении данных характеристик нужно учитывать сложность геологического разреза на исследуемой территории, неверно подобранные гиперпараметры могут привести к значительному понижению качества результатов решения ОЗ.

Для оценки сложности разреза введено понятие «степени изменчивости разреза»  $\bar{C}_P$ , показывающее насколько сильно изменяются параметры геоэлектрического разреза по латерали [85]. Степень изменчивости разреза можно выразить следующим образом:

$$\bar{C}_P = \sum_{i=1}^n \frac{C_i}{n},$$

где  $C_i$  – коэффициент вариации  $i$ -ого параметра геоэлектрического разреза, представляющий собой отношение стандартного отклонения  $i$ -ого параметра к среднему значению  $i$ -ого параметра,  $n$  – количество параметров геоэлектрического разреза. Таким образом величина  $\bar{C}$  имеет смысл среднего значения коэффициентов вариации всех параметров разреза.

При увеличении степени изменчивости разреза в обучающую выборку нужно включать все более разнообразные модели с широкими диапазонами параметров. Отсюда можно вывести правило зависимости выбора гиперпараметров обучающей выборки от сложности разреза.

Оценка разнообразия обучающей выборки проводится на основе «степени изменчивости разреза»  $\bar{C}_{OB}$ , характеристики аналогичной «степени изменчивости разреза».

Для проверки правила зависимости выбора гиперпараметров обучающей выборки от сложности разреза проведено многократное имитационное моделирование (таблица 2.3.1): синтезированы 2 модели разреза с  $\bar{C}_p$  равной 0,22 и 0,45 (модель № 1 и № 2, соответственно), для каждой модели несколько раз решена ОЗ с различными параметрами формирования обучающей выборки. Границное условия невязки для модели № 1 – 20 %, для модели № 2 – 30 %.

Таблица 2.3.1

Результаты испытаний имитационного моделирования

№ модели	№ испытания	$C_{ov, \text{д.е.}}$	$\alpha_h, \%$	$\alpha_\rho, \%$	Невязка, %
1	1	0,11	1	5	13,3
	2	0,09	1	5	11,5
	3	0,12	1	5	8,9
	4	0,18	2	8	12,3
	5	<b>0,19</b>	<b>2</b>	<b>8</b>	<b>7,6</b>
	6	0,19	2	8	13,7
	7	0,48	5	10	18,8
	8	0,39	5	10	8,2
	9	0,36	5	10	16,5
	10	1,16	10	20	15,5
2	1	0,11	1	5	22,2
	2	0,11	1	5	23,9
	3	0,12	1	5	26,5
	4	0,23	2	8	24,9
	5	0,22	2	8	21,8
	6	0,21	2	8	25,5
	7	0,38	5	10	23,6
	8	<b>0,45</b>	<b>5</b>	<b>10</b>	<b>14,9</b>
	9	0,4	5	10	22,92
	10	0,77	10	20	23,4
	11	0,82	10	20	24
	12	0,92	10	20	23,9
	13	1,4	15	25	нет решений
	14	1,5	20	30	нет решений

Для модели № 1 максимальное значение  $\bar{C}_{0B} - 1,16$  (в 5,27 раза больше чем  $\bar{C}_p$ ), но на поиск такого решения потрачено много времени и найдено только 1 решение, поэтому оптимальным максимум является  $\bar{C}_{0B} - 0,48$  (в 2,18 разе больше чем  $\bar{C}_p$ ). Лучшим по невязке решением из представленных является решение № 5 (рисунок 2.3.1), с  $\bar{C}_{0B}$  равным 0,19, что близко к  $\bar{C}_p$  (0,22).

Для модели № 2 максимальное значение  $\bar{C}_{0B} - 0,92$  (в 2,09 раза больше чем  $\bar{C}_p$ ), решений, удовлетворяющих критерию невязки для  $\bar{C}_{0B}$  равному 1,4 и более, не найдено. Лучшим решением является решение № 8 (рисунок 2.3.2), с  $\bar{C}_{0B}$  (0,45) практически равным  $\bar{C}_p$ . Также с увеличением  $\bar{C}_{0B}$  наблюдался рост невязок: для  $\bar{C}_{0B}$  от 0,11 до 0,45 невязки варьировались от 20 до 50%, для  $\bar{C}_{0B}$  от 0,77 до 0,92 – 40-90%, для  $\bar{C}_{0B}$  1,4 – 60-100%, для  $\bar{C}_{0B}$  1,5 – 200-400%.

Степень изменчивости параметров обучающей выборки  $\bar{C}_{0B}$  может варьироваться от 0,5 до  $2,5\bar{C}_p$ . Данный диапазон выявлен экспериментально в ходе многочисленных решений обратной задачи ВЭЗ на основе синтетических материалов с помощью ИНС.

Слишком высокое значение  $\bar{C}_{0B}$  относительно  $\bar{C}_p$  приведет к тому, что восстановленный разрез будет включать ложные аномальные участки, резкие перепады границ, несоответствия электрических сопротивлений. Низкое значение  $\bar{C}_{0B}$  приведет к отсутствиюной должной обобщающей способности нейронной сети, что отражается на результирующем разрезе простыми геометрическими формами границ.

Также высокое значение  $\bar{C}_{0B}$ , с одной стороны, в большинстве случаев приводит к большим невязкам и, как следствие, алгоритму требуется много времени на поиск решения, удовлетворяющего критерию невязки. С другой стороны, среди решений с небольшой невязкой могут быть такие, которые лучше описывают реальную физико-геологическую ситуацию. Высокое значение  $\bar{C}_{0B}$  уместно использовать в тех случаях, когда ИНС, обученная на однообразной выборке, не справляется с решением ОЗ. При существенном повышении величины

отклонения  $\alpha$  (более 25 %) необходимо расширять размер обучающей выборки  $k$ , что также увеличивает время работы алгоритма.

При полевых исследованиях методом сопротивлений информация об истинной изменчивости разреза, как правило, отсутствует. Однако существуют косвенные способы оценки данного параметра: восстановление на основе всей имеющейся априорной информации; прогноз посредством анализа изменчивости наблюденных значений поля; подбор экспериментальным путем с параллельным сравнением с динамикой невязки  $\sigma$ .

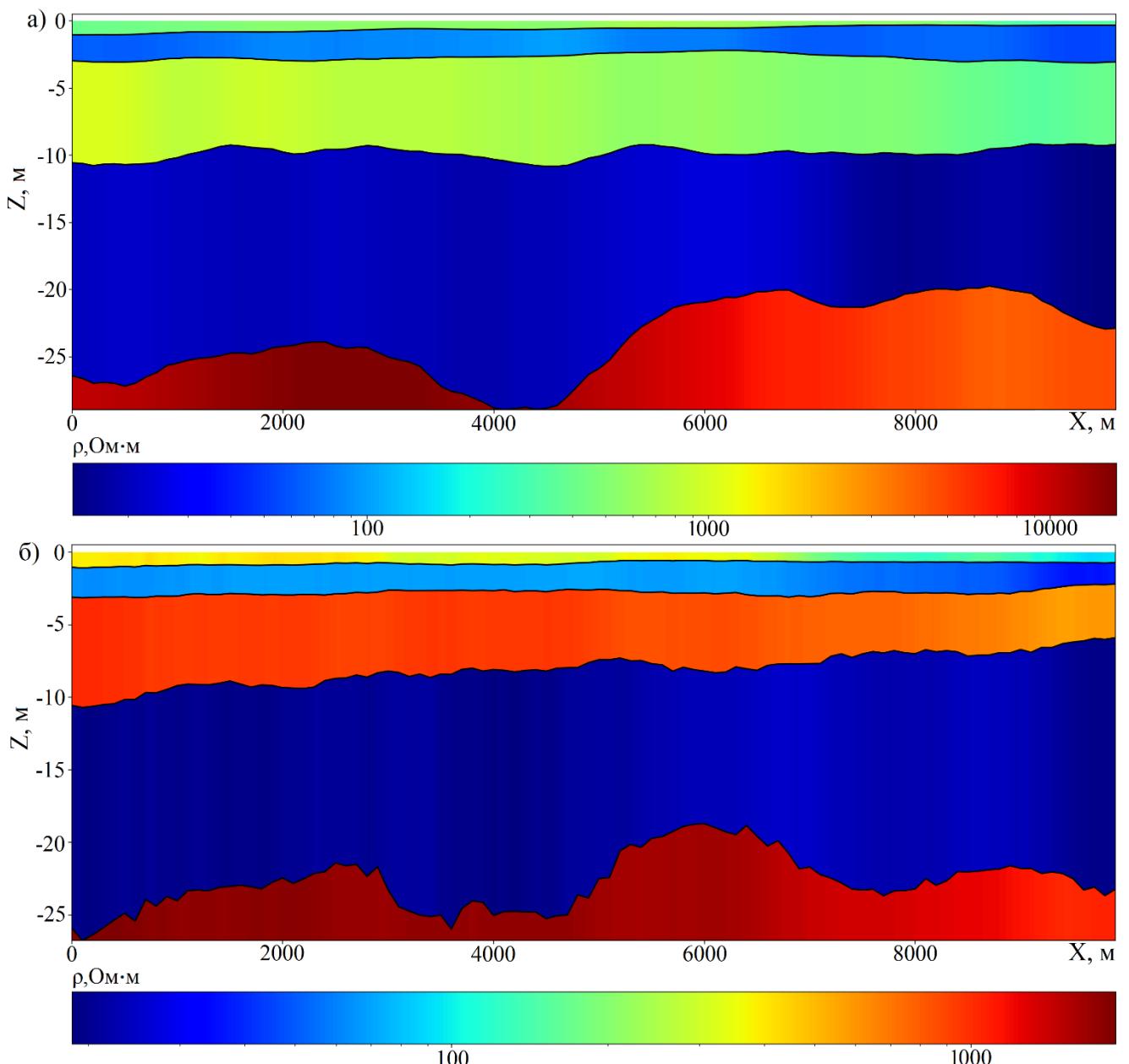


Рисунок 2.3.1 – Синтетическая модель №1 ( $\bar{C}_p=0,22$ ) (а),

лучшее по невязке решение – №5 ( $\sigma=7,6$ ) (б)

Резюмируя вышесказанное, можно вывести следующие положения:

- 1) гиперпараметры, отвечающие за процесс формирования обучающей выборки, обусловливаются *степенью изменчивости разреза*  $\bar{C}_p$ ;
- 2) увеличение  $\bar{C}_{OB}$  приводит к увеличению времени работы алгоритма, но также растет обобщающая способность ИНС и соответственно – точность прогнозов;
- 3) для простых разрезов оптимальнее формировать обучающую выборку с небольшим значением  $\bar{C}_{OB}$ , маловероятно, что повышение  $\bar{C}_{OB}$  приведет к улучшению результатов;
- 4) для сложных разрезов следует начать с малого значения  $\bar{C}_{OB}$  и при необходимости повышать его.

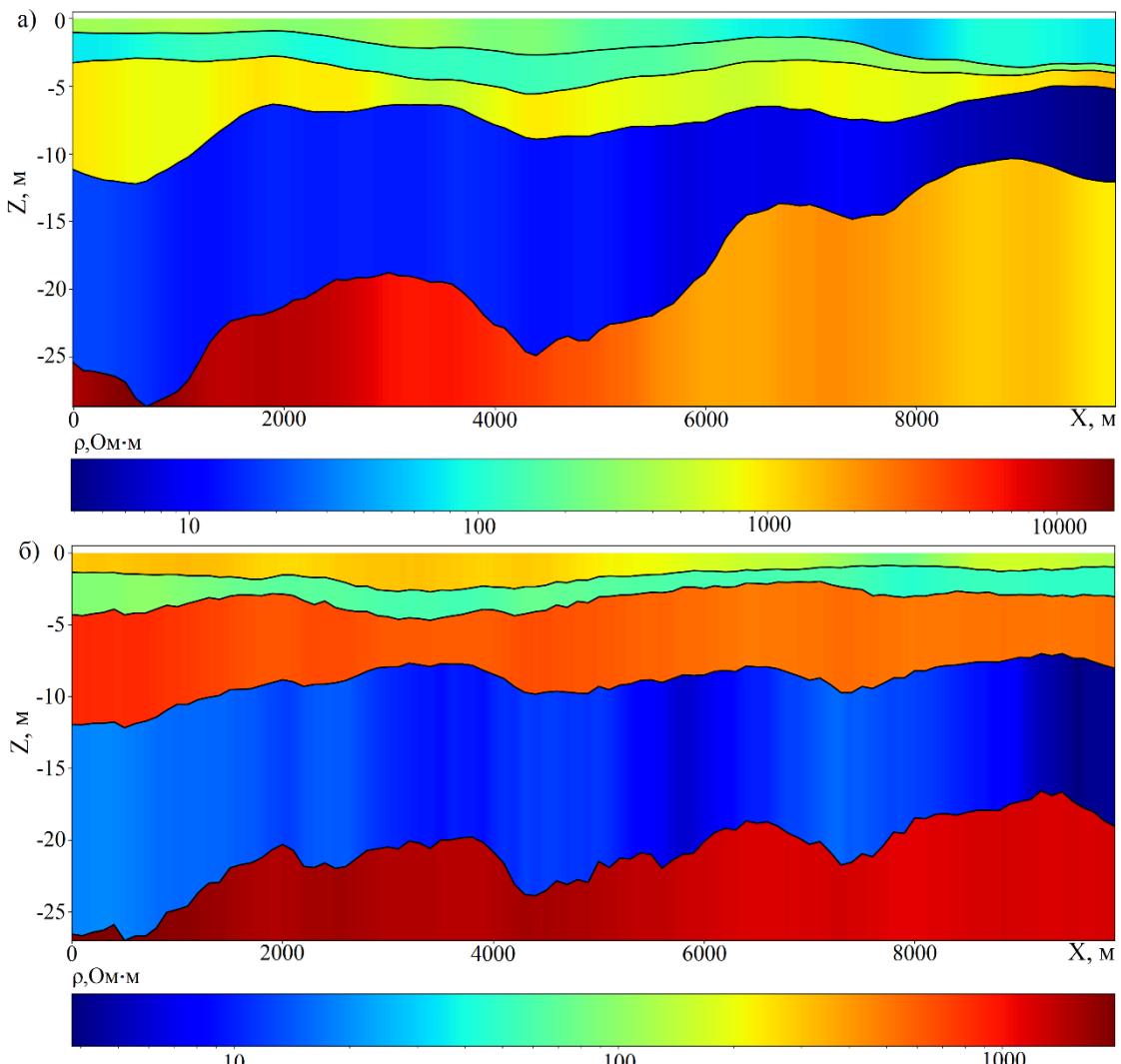


Рисунок 2.3.2 – Синтетическая модель №2( $\bar{C}_p=0,45$ ) (а),  
лучшее по невязке решение – №8 ( $\sigma=14,9$ ) (б)

## Обучение нейронной сети

Следующим этапом является непосредственно обучение ИНС. На данном этапе задается количество эпох (итераций), определяются архитектура сети, функции активации, оптимизатор и функция потерь. Число эпох обусловливается сложностью разреза и может варьироваться от 10 до первых тысяч. Количество слоев определяется размерностью входных и выходных параметров и сложностью геоэлектрического разреза:

- 1 слой содержит число нейронов равное количеству значений кажущегося сопротивления на одной точке, иначе говоря числу разносов питающей линии;
- 2 слой содержит переменное количество нейронов, число которых зависит от сложности разреза, в данном исследовании использовалось 20 нейронов;
- 3 слой содержит количество нейронов равное числу параметров на выходе – числу параметров геоэлектрического разреза на одной точке.

Поскольку обратная задача ВЭЗ является нелинейной, то следует использовать нелинейную функцию активации: сигмоиду или гиперболический тангенс. Также ввиду того, что параметры геоэлектрического разреза существенно выходят за пределы результатов данных функций, то целесообразно после нелинейной функции также применить ReLU.

Таким образом, в качестве функций активации на 2 слое выбрана сигмоидальная функция для обучения сложным и нелинейным зависимостям, а на 3 – линейный выпрямитель для масштабирования значений, полученных на предыдущем слое. В качестве оптимизатора использовался Adam как усовершенствованная версия градиентного спуска.

Оценка расхождения между эталонными параметрами и прогнозными параметрами геоэлектрического разреза осуществлялась на основе средней абсолютной ошибки в процентах (МАРЕ):

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{|y_i - \hat{y}_i|}{|y_i|} * 100$$

где  $y_i$  и  $\hat{y}_i$  – эталонный параметр геоэлектрического разреза и параметр, полученный с помощью ИНС соответственно,  $n$  – количество параметров геоэлектрического разреза.

После того как все параметры будут заданы, начнется непосредственно процесс обучения. Длительность обучения зависит от размера обучающей выборки  $k$ , числа нейронов и количества эпох и может варьироваться от 10 секунд до нескольких десятков минут. Результатом обучения нейронной сети является математическая модель, представляющая собой совокупность весов и смещений – *предиктор*.

### Решение обратной задачи

Нейросетевая аппроксимация представляет собой восстановление параметров геоэлектрического разреза по входным данным кажущегося сопротивления с помощью предиктора.

Как отмечалось ранее, предиктор может использоваться при количественной интерпретации в 4 вариантах:

- для получения итогового решения;
- для получения начального приближения;
- как составной член стабилизирующего функционала;
- как инструмент генерации множества допустимых решений.

Предиктор как инструмент получения итогового решения будет рассмотрен в разделе 2.4, как инструмент получения начального приближения и как инструмент нейросетевой регуляризации в разделе 3.3.

Поскольку методы глобальной оптимизации (подробнее сказано в главе 3) подбирают модель на основе наблюденных значений, качество их работы во многом зависит от уровня шума полевых материалов. Данного недостатка частично лишены ИНС, поскольку при их обучении используются синтетические модели – нейросеть находят связи непосредственно между моделью и сигналом, тренируясь при этом игнорировать помехи. Данное преимущество нейронной сети позволяет

говорить о высокой помехоустойчивости решения ОЗ по сравнению с алгоритмами эволюционной оптимизации. Доказательством помехоустойчивости нейросети является высокая степень гладкости геоэлектрического разреза: восстановленные параметры геоэлектрического разреза на соседних точках ВЭЗ будут схожими, несмотря на различия в КС и наличие помех в наблюденных данных.

Для подтверждения данного свойства проведен вычислительный эксперимент, заключавшийся в решении ОЗ для одной и той же синтетической модели (рисунок 2.3.3) в варианте без помехи и с 5 % нормально-распределенной помехой с помощью нейросети (рисунок 2.3.4) и **генетического алгоритма** (рисунок 2.3.5), ГА рассмотрены более подробно в разделе 3.3.

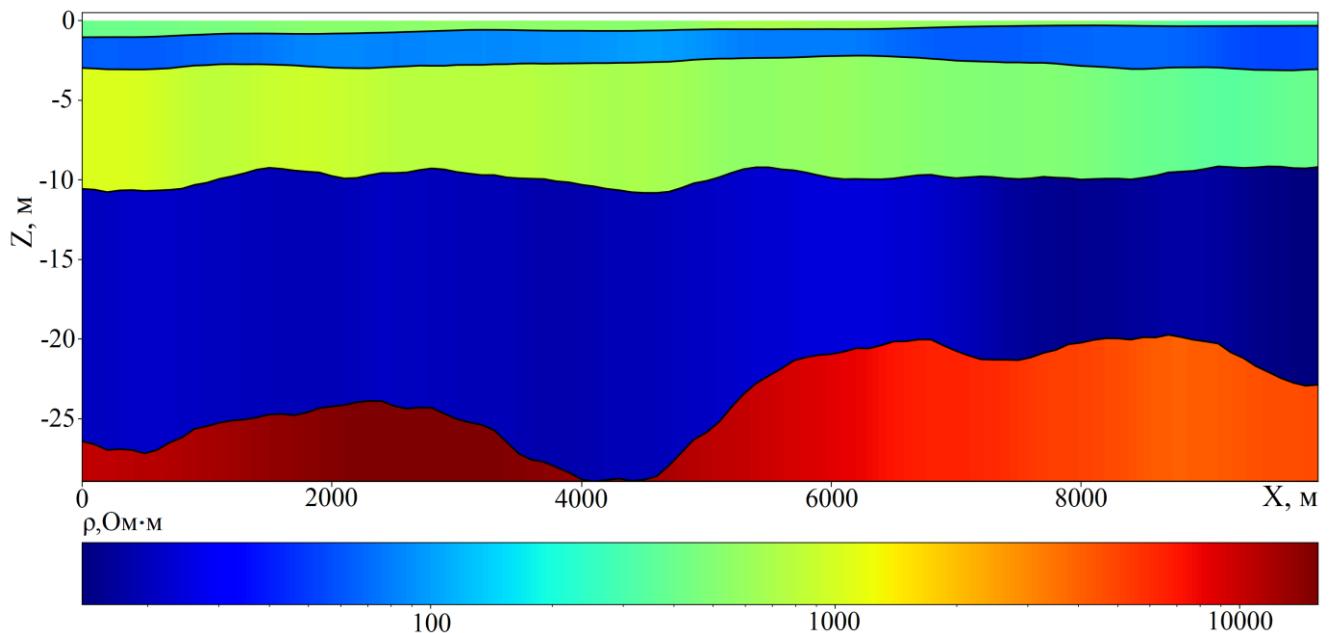


Рисунок 2.3.3 – Синтетическая модель, используемая для вычислительного эксперимента, проведенного с целью анализа помехоустойчивости

Решения, полученные с помощью ГА (рисунок 2.3.5), несмотря на формально меньшую невязку, демонстрируют выраженную склонность к переобучению, проявляющуюся в физически необоснованных осцилляциях параметров разреза. В то же время, нейросетевая аппроксимация (рисунок 2.3.4) обеспечивает восстановление гладкой, геологически правдоподобной модели. Данный результат подтверждает, что сглаживающий эффект ИНС в данном случае является не

потерей информации, а следствием её способности игнорировать случайную компоненту в данных ВЭЗ.

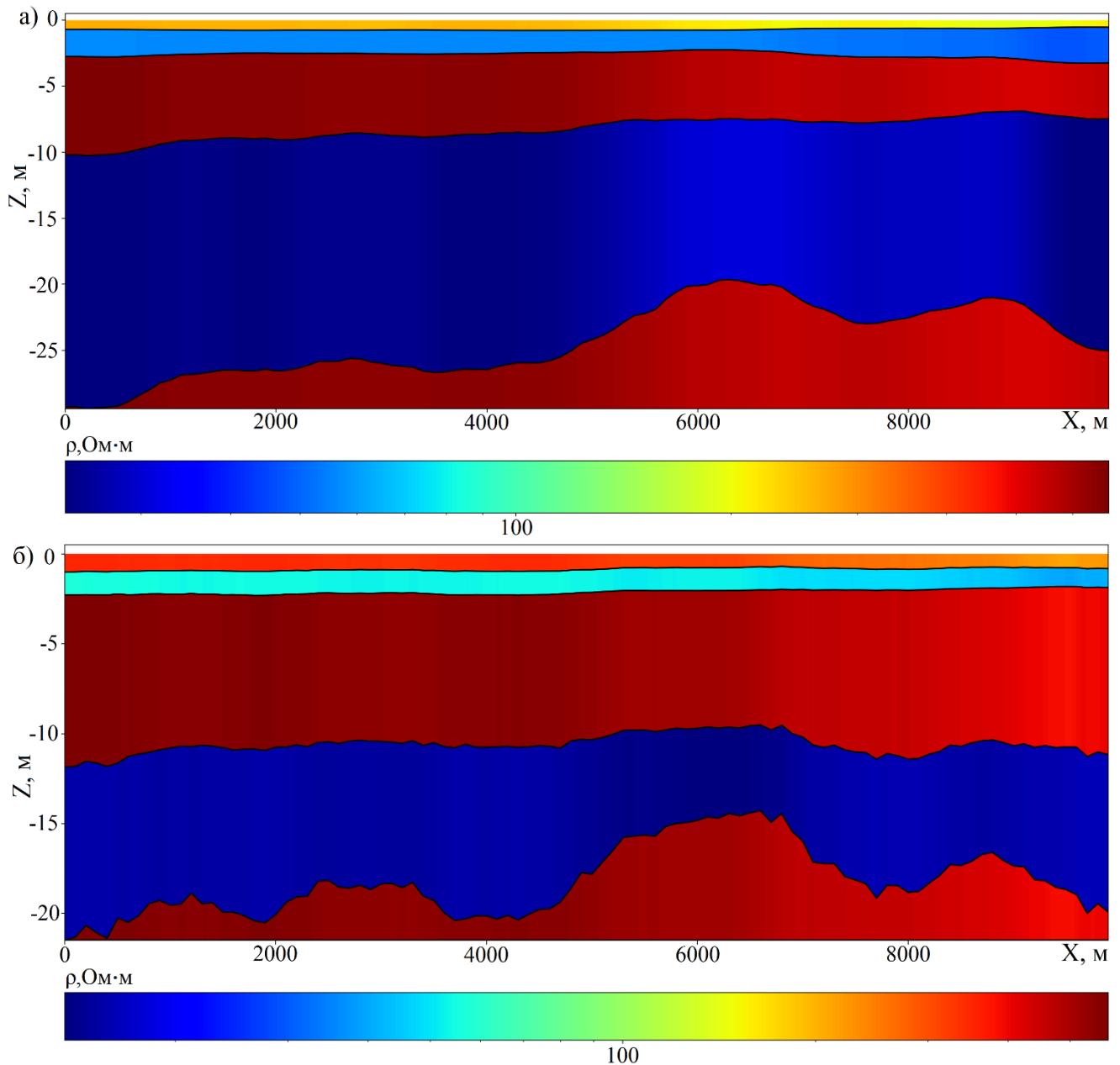


Рисунок 2.3.4 – Решения, полученные с помощью нейросетевой аппроксимации по данным, в которых нет помех (а) и по данным, зашумленным 5 % нормально-распределенной помехой (б)

Предиктор можно использовать для генерации множества решений путем многократного решения ОЗ для одного и того же вектора кажущихся сопротивлений, предварительно зашумленного каждый раз новой реализацией случайной помехи с заданной дисперсией. Полученное множество решений будет

применено при ПСА в ходе количественной интерпретации. Пространственно-статистический анализ позволяет повысить достоверность результатов решения ОЗ, оценить разрешающую способность метода в конкретных физико-геологических условиях и протестировать возможности обученной ИНС. Подробнее о применении результатов нейросетевой аппроксимации при ПСА будет сказано в разделе 4.3.

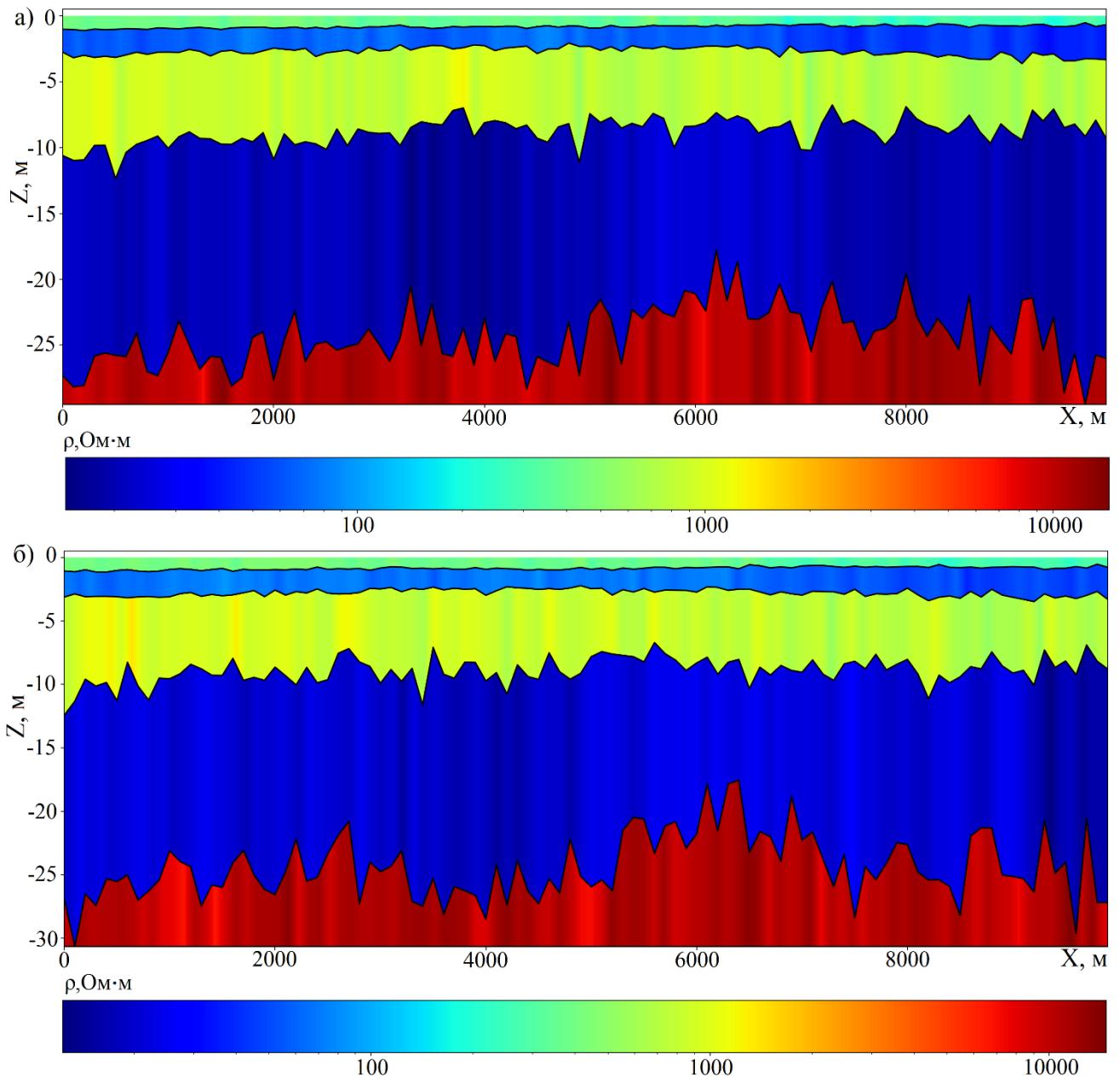


Рисунок 2.3.5 – Решения, полученные генетическим алгоритмом по данным, в которых нет помех (а) и по данным, зашумленным 5 % нормально-распределенной помехой (б)

## 2.4. Апробация нейросетевой аппроксимации обратной задачи ВЭЗ

### Апробация на синтетических данных

Для проверки работоспособности алгоритма сгенерированы модели с коэффициентами вариации  $\bar{C}_p$ , равными 0,09, 0,38 и 0,69 (модель № 1, модель № 2, модель № 3, соответственно). Для каждой модели решена обратная задача ВЭЗ с помощью нейросети. Полученные геоэлектрические разрезы представлены на рисунке 2.4.1, рисунке 2.4.2 и рисунке 2.4.3 вместе с исходными моделями.

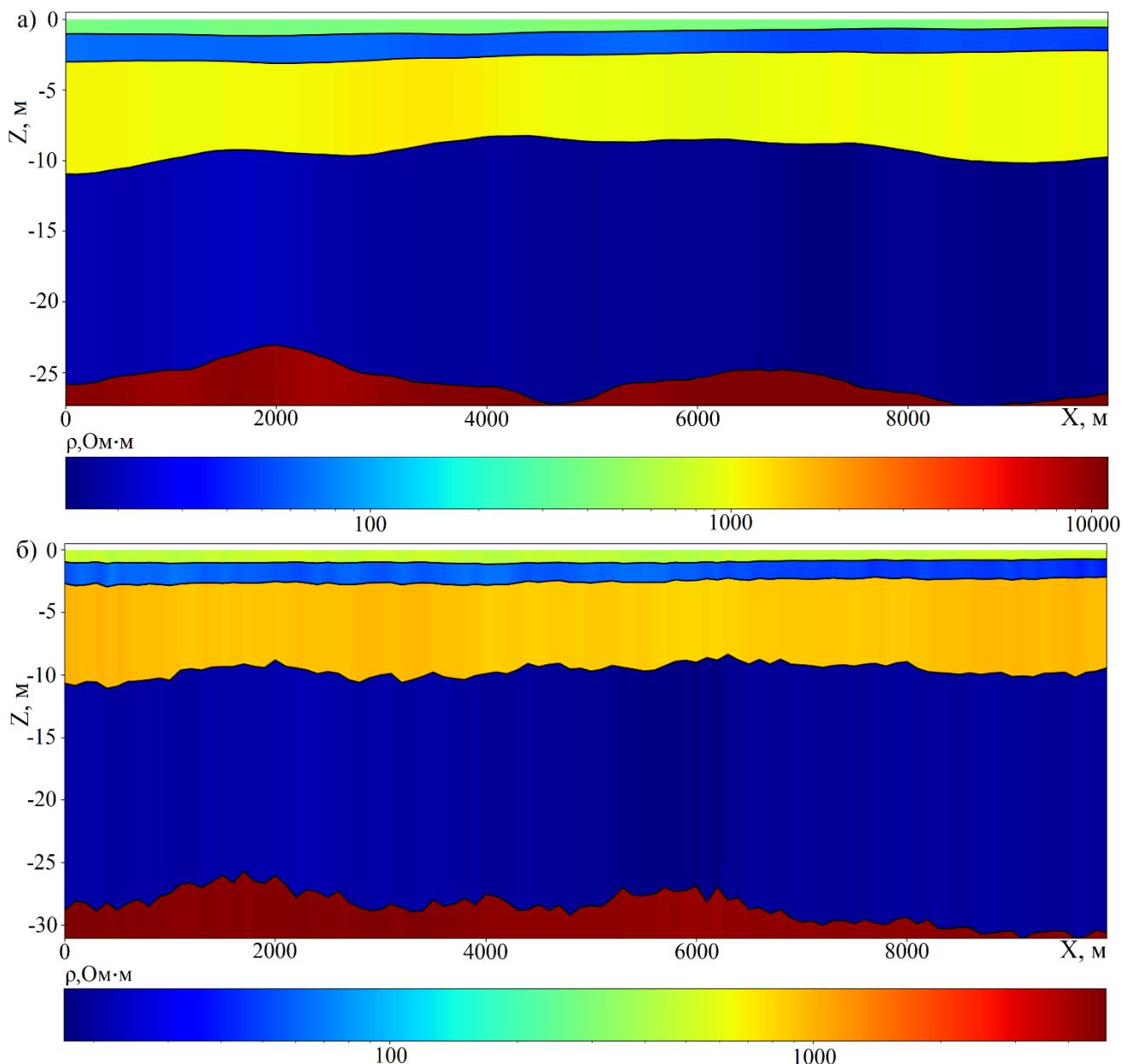


Рисунок 2.4.1 – Синтетическая модель №1 (а), результат применения нейросетевой аппроксимации (б),  $\bar{C}_p = 0,09$ ,  $\sigma = 9,4 \%$

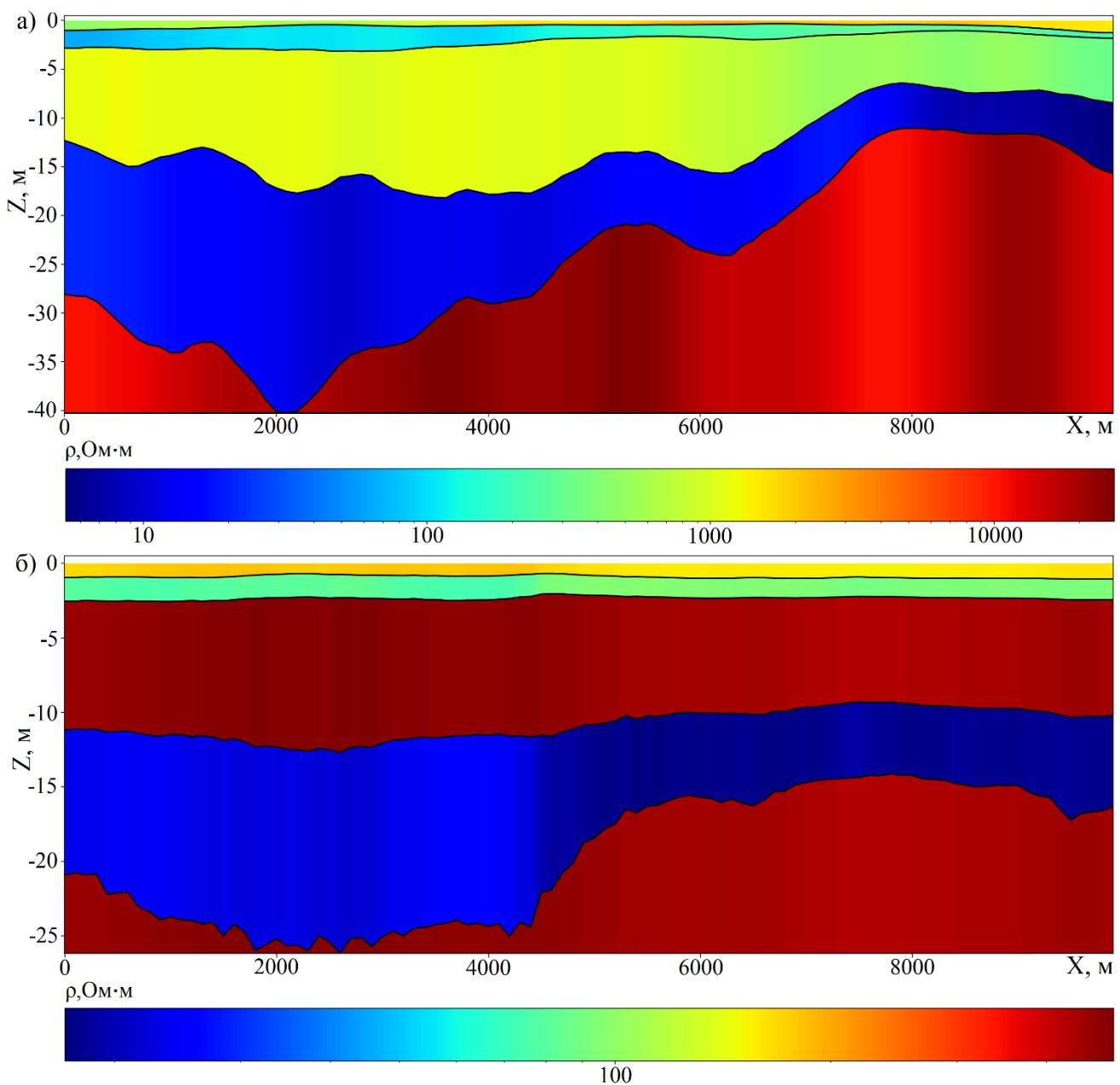


Рисунок 2.4.2 – Синтетическая модель №2 (а), результат применения нейросетевой аппроксимации (б),  $\bar{C}_p = 0,38$ ,  $\sigma = 48,1\%$

Решения в целом достаточно точно повторяют исходный синтетический разрез, несмотря на относительно высокие значения невязки  $\sigma$ . С повышением сложности разреза растет ошибка решения ОЗ, подтверждая тезис о том, что прогностические способности ИНС во многом обусловлены сложностью восстанавливаемого геоэлектрического разреза и, соответственно, гиперпараметрами, отвечающими за процесс формирования обучающей выборки. Также можно наблюдать, что для всех 3 случаев характерно более точное

определение геометрических параметров геоэлектрического разреза, нежели удельных электрических сопротивлений.

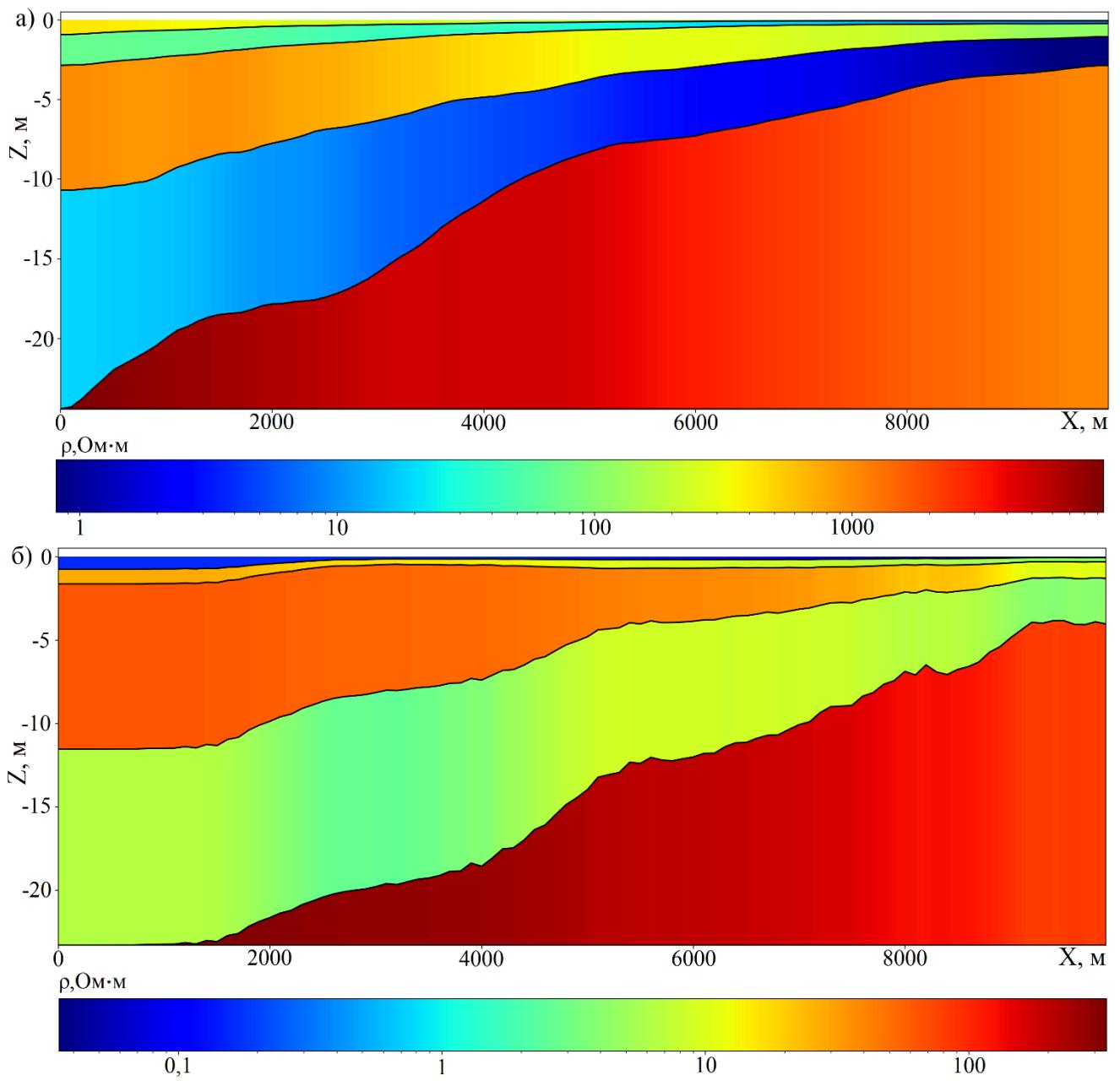


Рисунок 2.4.3 – Синтетическая модель №3 (а), результат применения нейросетевой аппроксимации (б),  $\bar{C}_p = 0,69$ ,  $\sigma = 51,3\%$

Примечательно также, что несмотря на более высокие значения изменчивости разреза  $\bar{C}_p$  и невязку  $\sigma$ , решения по модели №3 визуально более схожи на саму модель, чем решение по модели №2. Данное обстоятельство, вероятно, связано с

наличием направленности границ модели №3, что упрощает интерпретацию нейросетью.

### Апробация на материалах полевых наблюдений

Работоспособность алгоритма испытана на данных, полученных в ходе электроразведочных работ недалеко от поселка Октябрьский (Пермский край). Профильные инженерно-геофизических исследования проводились с целью литологического расчленения разреза. В установке ВЭЗ использовались разносы питающей линии АВ от 3,2 до 320 м, размеры приемной линии MN составляли 1 и 10 м. Расстояние между точками зондирования составляло 100 м, всего сделано 28 точек ВЭЗ. Разрез, полученный в ходе интерактивного подбора в программном комплексе «ЗОНД» [48], представлен для сравнения на рисунке 2.4.4.

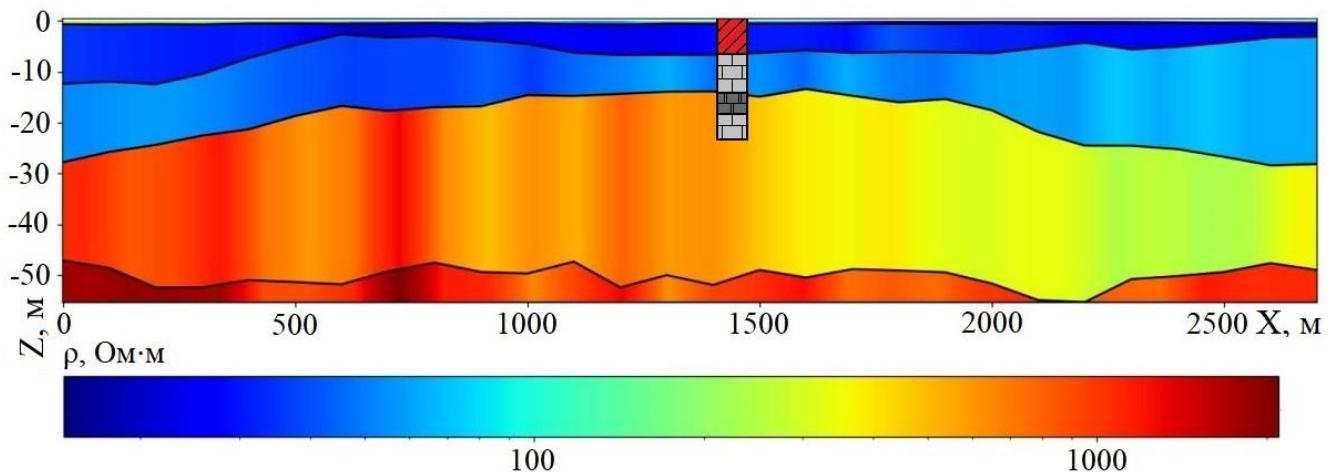


Рисунок 2.4.4 – Геоэлектрический разрез, построенный по наблюденным данным интерактивным методом подбора (1D-интерпретация). Геологические описание: 1 слой – суглинки; 2 слой – известняки сильновыветрелые; 3 слой – известняки плотные

Результат применения нейросетевой аппроксимации для решения обратной задачи ВЭЗ представлен на рисунке 2.4.5. В качестве начального приближения использовалось параметрическое решение точки ВЭЗ, которая располагается в центре профиля.

Решение повторяет геометрию разреза, полученного интерактивным способом подбора (рисунок 1.4.4). Однако наблюдается существенное различие в удельных электрических сопротивлениях: максимальное значение сопротивления на 1D

разрезе примерно на порядок превышает аналогичное значение на геоэлектрических разрезах, полученных с помощью нейросетевой аппроксимации. В то же время сохраняется закономерность изменения сопротивлений как по глубине, так и по латерали.

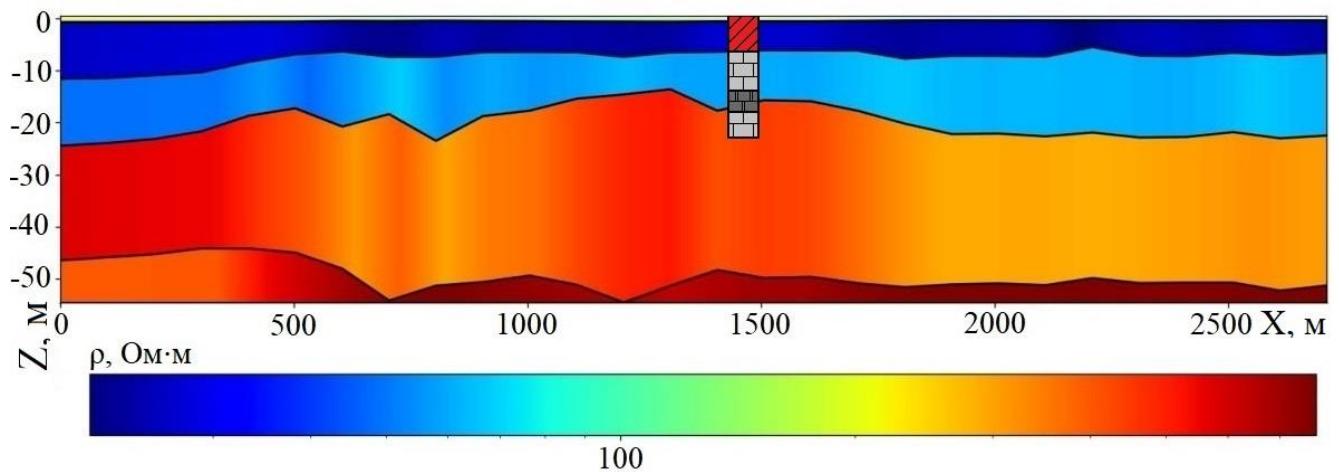


Рисунок 2.4.5 – Решение, полученное по наблюденным данным на основе нейросетевой аппроксимации ( $\sigma = 17,4$ ). Геологические описание: 1 слой – суглинки; 2 слой – известняки и доломиты сильно выветрелые; 3 слой – известняки плотные

Несмотря на визуальную схожесть разрезов, решение, полученное с помощью нейронной сети, отличается высокой невязкой ( $\sigma = 17,4$ ). ИНС способна восстановить общие черты геоэлектрического разреза, но не обладает возможностью подбирать параметры среды, опираясь на значения КС, что отражается высокими значениями невязки. Апробация также проведена на материалах, полученных при инженерно-геологических изысканиях для строительства скоростной автомобильной дороги М12 (Казань-Екатеринбург), результаты исследований представлены в работе [93].

В измененном варианте нейросетевой метод решения ОЗ представлен в работе [90]. В таком варианте ИНС решает обратную задачу несколько раз, формируя множества решений, затем параметры решения перемешиваются, формируя новые решения, среди которых выбирается лучшее по невязке. Данный вариант нейросетевой аппроксимации содержит в себе элементы ГА – кроссовер (подробнее в разделе 3.3), и простейший анализ конечного множества решений

(подробнее в главе 4). Измененный вариант показывает себя как более эффективный инструмент количественной интерпретации, однако требует значительных временных затрат на множественное решение обратной задачи ВЭЗ.

С учетом вышесказанного, дать оценку качеству нейросетевой аппроксимации на основе лишь невязки – недостаточно, необходимо использовать дополнительные критерии, позволяющие сделать выводы об обобщающей способности ИНС. Одним из таких способов является валидация (проверка) результатов решения ОЗ имеющейся априорной информацией – данный способ предполагает отказ использования части данных буровых работ при формировании начального приближения в пользу валидации. Другой способ заключается в многократном решении обратной задачи ВЭЗ с помощью одного и того же предиктора (раздел 4.3).

## Выводы по главе 2

Нейросетевая аппроксимация представляет собой процедуру построения непрерывного оператора нелинейной обратной задачи ВЭЗ. Нейросетевая аппроксимация достигается путем обучения нейронной сети – автоматического итерационного процесса корректировки весов, связывающих входные и выходные данные.

Для тренировки нейросети в качестве входных данных подаются синтетические кажущиеся сопротивления, в качестве выходных – синтетическая выборка параметров геоэлектрического разреза. В результате обучения нейронная сеть восстанавливает связи между входными и выходными синтетической выборке, что позволяет ей в последствии восстанавливать параметры объекта по данным полевых наблюдений.

Полученный в результате нейросетевой аппроксимации предиктор представляет собой универсальный инструмент решения обратной задачи электроразведки, который может быть применен на различных этапах количественной интерпретации данных ВЭЗ. С его помощью возможно получить восстановленную модель геоэлектрического разреза, достаточно хорошо

описывающую реальную геологическую среду в общих чертах, однако данное решение в силу особенностей нейросетевого алгоритма будет отличаться большой невязкой  $\sigma$ . Также предиктор может быть использован в процессе решения обратной задачи методами оптимизации нулевого порядка и применяться для генерации множества эквивалентных решений.

Достоверность результата нейросети во многом обусловливается размером и содержанием обучающей выборки. В свою очередь, выбор гиперпараметров, отвечающих за формирование обучающей выборки, зависит от сложности геологического разреза. Ввиду вышесказанного самой важной задачей количественной интерпретации, основанной на нейросетевой аппроксимации, является оценка сложности геоэлектрического разреза, выбор гиперпараметров обучающей выборки, а также оценка достоверности результатов выполненных интерпретационных построений.

Решение обратной задачи ВЭЗ с помощью искусственных нейронных сетей имеет как ряд преимуществ, так и ряд недостатков. К преимуществам метода и выполненной программно-алгоритмической разработки можно отнести:

- практически полную автоматизацию процесса интерпретации и скорость вычислений;
- высокую помехоустойчивость;
- слабую зависимость времени восстановления геоэлектрического разреза от числа точек ВЭЗ;
- универсальность алгоритма (различные типы разреза и этапы количественной интерпретации, переменное количество разносов, разный уровень помех в измерениях).

К недостаткам можно отнести:

- высокую зависимость достоверности результатов интерпретации от сложности геологического разреза;

- в среднем значительные невязки σ из-за отсутствия возможности корректировать подобранные параметры, основываясь на значениях кажущихся сопротивлений;
- сложность оценки качества обучения ИНС.

Нейросетевые технологии решения обратной задачи ВЭЗ позволяют получить решения, адекватно отражающие реальную физико-геологическую ситуацию, что говорит о широких возможностях его практического применения. Нейросетевая аппроксимация повышает помехоустойчивость решений и эффективно работает даже при относительно малом объеме априорной информации.

Также алгоритм-конвейер позволяет минимизировать степень участия человека в процессе количественной интерпретации и отличается высокой производительностью – время решения обратной задачи для 100 точек ВЭЗ для 5-слойной модели разреза не превышает 1 минуты независимо от числа разносов.

Применение обучающей выборки конечного размера позволяет построить непрерывный оператор обратной задачи ВЭЗ. Используемая при обучении ограниченная, но репрезентативная выборка определяет всё пространство возможных решений нейронной сети, исключая из него геологически бессмысленные модели. Данный механизм обеспечивает устойчивость решения: оператор, построенный на синтетических данных, не способен выдать решение, кардинально выходящее за рамки изученных закономерностей. Таким образом, оператор находит решение обратной задачи ВЭЗ в пределах пространства моделей, заданных в обучающей выборке (компактного множества).

Таким образом, первое защищаемое положение по устойчивому решению 1D обратной задачи ВЭЗ, базирующееся на применении нейросетевой аппроксимации, обосновано и доказано. Полученный метод является инструментом построения непрерывного аппроксимационного оператора нелинейной обратной задачи ВЭЗ.

### 3. АВТОМАТИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ВЭЗ И ГРАВИРАЗВЕДКИ МЕТОДАМИ СТОХАСТИЧЕСКОЙ ОПТИМИЗАЦИИ

#### 3.1. Решение обратной задачи гравиразведки для 2D призматических тел методом статистических испытаний

##### Постановка обратной задачи гравиразведки

Обратная задача гравиразведки заключается в формировании модели геологической среды по результатам измерений поля силы тяжести при условии, что известен оператор прямого преобразования модели геологической среды в соответствующие характеристики гравитационного поля [136]. Восстановление геологического строения по данным гравиразведки по Е.Г. Булаху сводится к следующей задаче [10]. На основании всей априорной информации о геологическом строении площади исследований и петрофизических характеристиках, а также с учетом результатов визуального анализа поля и его трансформант осуществляется построение начальной модели геологической среды. Местоположение и размеры искомых геологических объектов характеризуются параметрами  $p_1, p_2, \dots, p_m$ , а значения плотности  $\delta$  будем считать априорно заданными. Таким образом получим  $m$ -мерный вектор  $\mathbf{P} = \{p_1, p_2, \dots, p_m\}$  параметров среды. Можно говорить о функциональном пространстве  $Q$ , где каждой конкретной схеме соответствует своя точка  $\mathbf{P}$ :  $\mathbf{P} \in Q$ . Значения аномального поля можно представить как некоторый  $n$ -мерный вектор  $\mathbf{V} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ . Пространство  $W$  объединяет различные совокупности  $\mathbf{V}$ :  $\mathbf{V} \in W$ .

Функциональные пространства  $W$  и  $Q$  связаны между собой. Установлено правило, по которому для параметров среды однозначно определяются значения гравитационного поля – алгоритм решения прямой задачи. В общем виде прямую задачу можно описать с помощью оператора  $L$ , который каждой точке пространства  $Q$  ставит в соответствие определенную точку из пространства  $W$ :

$$\mathbf{V} = L(\mathbf{P}), \mathbf{V} \in W, \mathbf{P} \in Q$$

Обратная задача состоит в том, чтобы по заданным значениям компонент поля  $\mathbf{V}$  определить вектор  $\mathbf{P}$ . Таким образом, обратная задача в операторной форме может быть записана в следующем виде:

$$\mathbf{P} = L^{-1}(\mathbf{V}), \mathbf{P} \in Q, \mathbf{V} \in W$$

В общем случае уравнение, использующее оператор обратной задачи  $L^{-1}$ , не всегда имеет решение и требует привлечения дополнительной информации, обеспечивающей устойчивость вычислительного процесса и геологическую содержательность результатов [41]. Таким образом, ОЗ гравиразведки (в наиболее важной для практики нелинейной постановке) заключается в нахождении пространственного распределения масс  $\mathbf{P}$  по заданному гравитационному полю  $\mathbf{V}$  этих масс.

### Краткая характеристика алгоритма

Для решения ОЗ гравиразведки применяется *метод подбора*. В основе метода лежит последовательный перебор уточняющихся геоплотностных моделей, расчет гравитационного эффекта от данных моделей путем решения прямой задачи, сопоставление расчетных значений модельного поля  $\Delta g_{\text{мод}}$  с наблюденным полем  $\Delta g_{\text{наб}}$ . Достигение высокой степени совпадения полей является необходимым условием завершения итерационного процесса подбора параметров модели.

Метод реализуется в двух вариантах: неформализованный интерактивный подбор, в котором корректировка параметров модельного объекта выполняется вручную, на основании опыта и интуиции интерпретатора, и автоматизированный подбор, базирующийся на решении задачи многомерной оптимизации с ограничениями на вектор переменных  $\mathbf{P}$  [135]. Также для этой цели могут использоваться методы случайного поиска, в частности – алгоритм с непрерывным самообучением, описанный в работе [112].

В данном разделе будет рассмотрен алгоритм решения ОЗ гравиразведки для моногеничной аномалии, реализующий метод статистических испытаний также известный как **метод Монте-Карло**. Метод основан на описании случайного

процесса математической моделью, допускающей выполнение большого объема вычислений с различными входными данными, полученными путем генерации случайных чисел, с целью определения статистических характеристик рассматриваемого процесса [11; 150]. Прямое моделирование методом Монте-Карло какого-либо физического процесса подразумевает моделирование поведения отдельных элементарных частей физической системы [151].

В случае решения 2D обратной задачи гравиразведки для одиночного аномалиеобразующего объекта в роли элементарных частей системы выступают прямоугольные координаты угловых точек модели данного объекта. В алгоритме используются три модельных класса тел: горизонтальные прямоугольные и четырехугольные призмы, а также наклонные пласти (параллелограммы). Согласно теореме Новикова решение ОЗ гравиразведки в этих классах тел, «звездных относительно заданной точки, при известной постоянной эффективной плотности является единственным» [9]. Однако на практике, в силу того, что наблюденное поля  $\Delta g_{\text{наб}}$  задано дискретно, а длина профиля наблюдений ограничено, данной особенностью невозможно воспользоваться.

Во всех случаях вектор параметров модели имеет размерность  $m = 8$  и выглядит следующим образом:  $\mathbf{P} = \{x_1, z_1, x_2, z_2, x_3, z_3, x_4, z_4\}$ . Интерпретатором задается начальное приближение – вектор  $\mathbf{P}_0$ , после чего выполняется внешний цикл, состоящий из  $K$  итераций, результатом которого является последовательность векторов  $\mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2, \dots, \mathbf{P}_K$ , обеспечивающих уменьшение невязки наблюденного и модельного полей в евклидовой метрике:

$$F2 = \sum_1^N (\Delta g_{\text{наб}} - \Delta g_{\text{мод}})^2 / N$$

где  $N$  – число точек измерений поля. Степень близости полей также контролируется в метрике Чебышева  $FM = \max |\Delta g_{\text{наб}} - \Delta g_{\text{мод}}|$ , характеризующей максимальное по модулю различие амплитуды полей в точке наблюдений. Необходимым условием внешнего цикла вычислений является выполнение неравенства  $F2^{k+1} \leq$

$F2^k$ , где  $k = \overline{1, K}$  – номер итерации. Рекомендуемое число итераций  $K$  составляет 20–50.

Генерируется  $M$  случайных векторов  $\mathbf{P}$  в рамках внутреннего цикла (отдельной итерации), при этом выполняется последовательность операций:

1) определяются предельные значения координат угловых точек априорно заданной модели объекта  $x^{min}, z^{min}, x^{max}, z^{max}$  (первоначально используется вектор  $\mathbf{P}_0$ );

2) по имеющимся значениям  $x^{min}, z^{min}, x^{max}, z^{max}$  рассчитываются координаты  $(x_{ц}, z_{ц})$  центра прямоугольника, описанного вокруг этого объекта. Контуром этого прямоугольника ограничивается область генерации дальнейших пробных моделей (рисунок 3.1.1);

3) рассчитываются новые координаты угловых точек для горизонтальной четырехугольной призмы с использованием восьми псевдослучайных чисел  $\tau$ , равномерно распределенных внутри интервала  $[0,1]$ :  $x = x_{ц} \pm \tau(x^{max} - x^{min})$ ,  $z = z_{ц} \pm \tau(z^{max} - z^{min})$ . Для прямоугольной призмы достаточно случайным образом определить координаты верхней левой и нижней правой угловых точек, используя только четыре числа  $\tau$ , т.к.  $x_1 = x_2, x_3 = x_4, z_1 = z_4, z_2 = z_3$ . Расчет горизонтальной и вертикальной мощности, а также угла падения наклонного пласта требует пяти псевдослучайных чисел  $\tau$ , т.к. в этом случае  $z_1 = z_4, z_2 = z_3, x_4 - x_1 = x_3 - x_2$ .

4) рассчитывается модельное поле для нового аномалиеобразующего тела по формулам Е.Г. Булаха [10] и вычисляется невязка  $F2^k$ ;

5) в случае, если полученная невязка полей  $F^k < F^{k-1}$ , где  $k$  – номер текущей итерации, выполняется выход из внутреннего цикла. При  $F^k \geq F^{k-1}$  происходит переход к началу цикла. Число  $M$  (число пробных тел) задается оператором и, как правило, составляет от  $10^2$  до  $10^5$ .

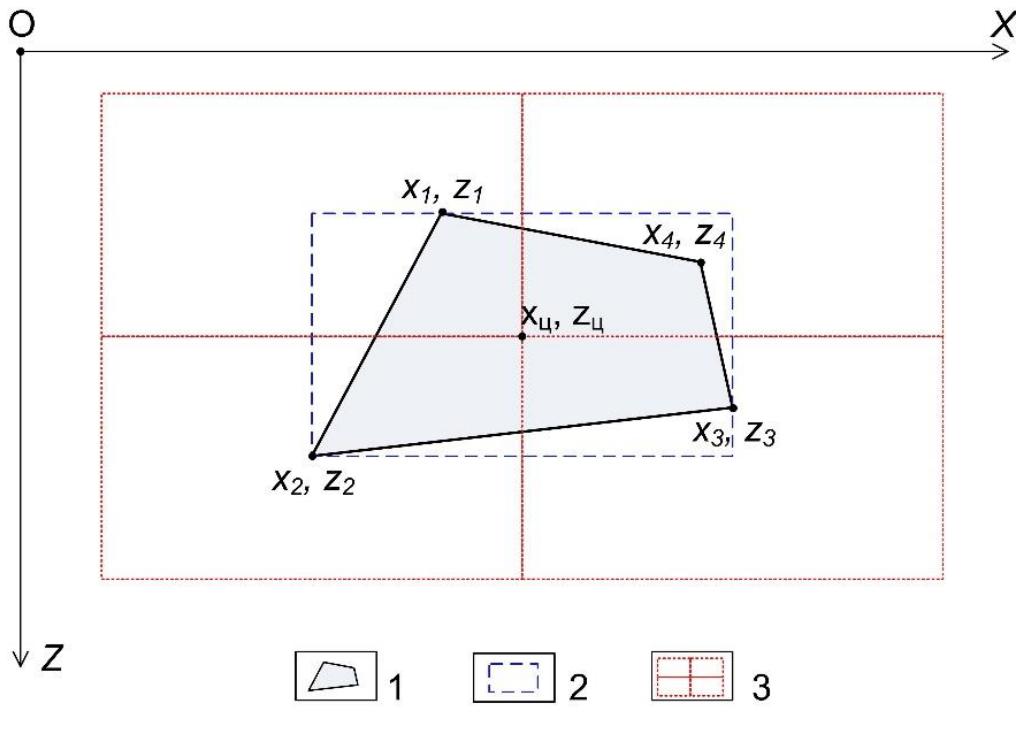


Рисунок 3.1.1 – Принцип работы алгоритма в классе 2D горизонтальных четырехугольных призм при решении обратных задач гравиразведки: 1 – аномалиеобразующий объект; 2 – описанный прямоугольник; 3 - четыре подобласти, в рамках которых определяются координаты угловых точек нового тела

Следует отметить, что вышеописанный алгоритм во многом основан на положениях интерактивного динамического моделирования двумерных плотностных и магнитоактивных разрезов INTERACT [20]. Его прообразом является ранее предложенная более сложная вычислительная схема [31].

### Программа PODBOR\_ST и результаты имитационного моделирования

Алгоритм был реализован в виде программы PODBOR\_ST (рисунок 3.1.2) [97], написанной с использованием объектно-ориентированного языка программирования Delphi. Перед решением ОЗ выбирается модельный класс тел, задается число точек измерений  $N$  и шаг между ними (в км), эффективная плотность тела (в  $\text{г}/\text{см}^3$ ), требуемое число итераций  $K$ , количество случайных векторов  $M$ , а также выключается или включается опция «Случайность». Последнее означает использование/отказ от использования одной и той же последовательности псевдослучайных чисел  $\{\tau\}$ , имеющей очень большую

периодичность. В случае отказа включается процедура RANDOMIZE, что иногда помогает улучшить результаты случайного поиска. Алгоритм работает с использованием заведомо неточного начального приближения и характеризуется относительно высокой скоростью работы: при  $N = 26$ ,  $K = 25$ ,  $M = 10000$  время решения задачи на компьютере с процессором Intel(R) Core(TM) i7-4710HQ с тактовой частотой 2.50GHz составляет около 3 с.

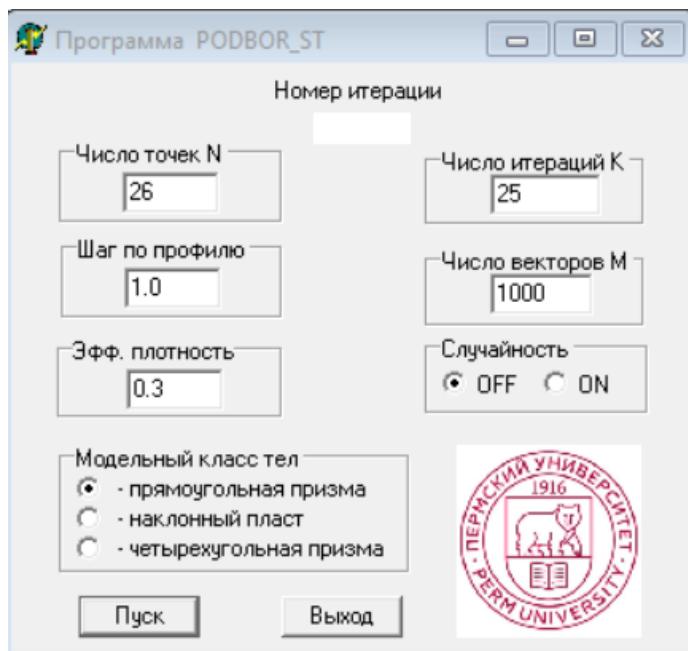


Рисунок 3.1.2 – Главное окно программы PODBOR\_ST

Путем решения прямой задачи гравиразведки (программа PGM, автор – Долгаль А.С.) определен гравитационный эффект 2D горизонтальной четырехугольной призмы с эффективной плотностью  $0,3 \text{ г/см}^3$  на профиле длиной 25 км, с шагом между точками 1 км. Значения амплитуды поля  $\Delta g_{\text{наб}}$  изменяются от 0,39 до 11,17 мГал (рис. 3).

Решение ОЗ программой PODBOR\_ST проведено с использованием «плохого» начального приближения (резко отличающегося по форме, размерам и местоположению от истинного источника аномалии) в классе четырехугольных призм произвольного сечения. После выполнения 25 итераций при числе случайных векторов  $M = 25000$  построена модель источника, перекрывающая более 80% площади сечения истинного тела (рисунок 3.1.3). Достигнута высокая

степень совпадения наблюденного и модельного полей. Ход итерационного процесса представлен на рисунке 3.1.4.

Алгоритм также позволяет получить удовлетворительные результаты инверсии (квазирешения задачи [9]) для других модельных классов тел (рисунок 3.1.5). Начальное приближение и параметры решения задачи были аналогичными ранее приведенному примеру.

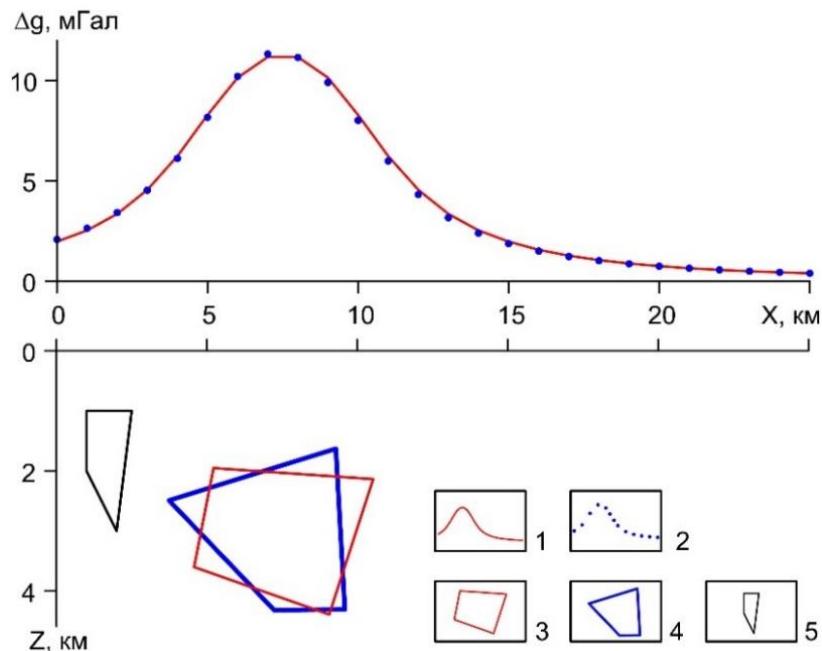


Рисунок 3.1.3 – Решение обратной задачи в классе четырехугольных призм произвольного сечения: 1 – наблюденное поле; 2 – модельное поле; 3 – аномалиеобразующий объект; 4 – подобранная модель объекта; 5 – начальное приближение

Для оценки помехоустойчивости алгоритма получены три новых решения ОЗ по осложненному нормально распределенной помехой полю  $\Delta g_{\text{наб}}$ . Помеха  $\delta$ , обладающая нулевым математическим ожиданием и среднеквадратическим отклонением 0,2 мГал, получена процедурой RANDN(0, 0,2) в программе SURFER 13.0 (Golden Software Inc). Полученные результаты свидетельствуют о достаточно высоких возможностях работы алгоритма в условиях случайных помех (рисунок 3.1.6).

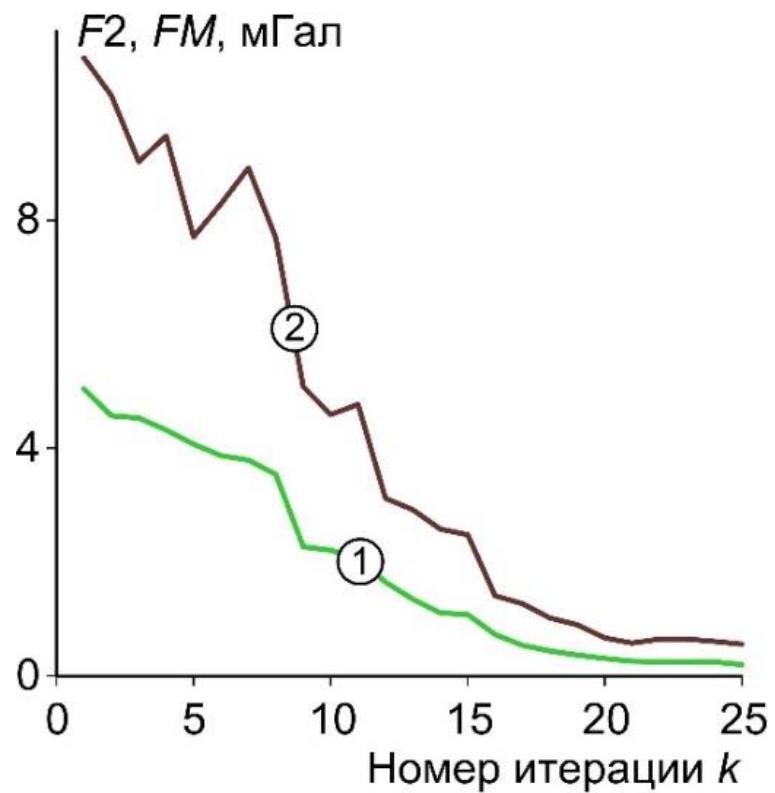


Рисунок 3.1.4 – Графики изменения невязки  $F1$  (1) и  $FM$  (2) в процессе решения обратной задачи

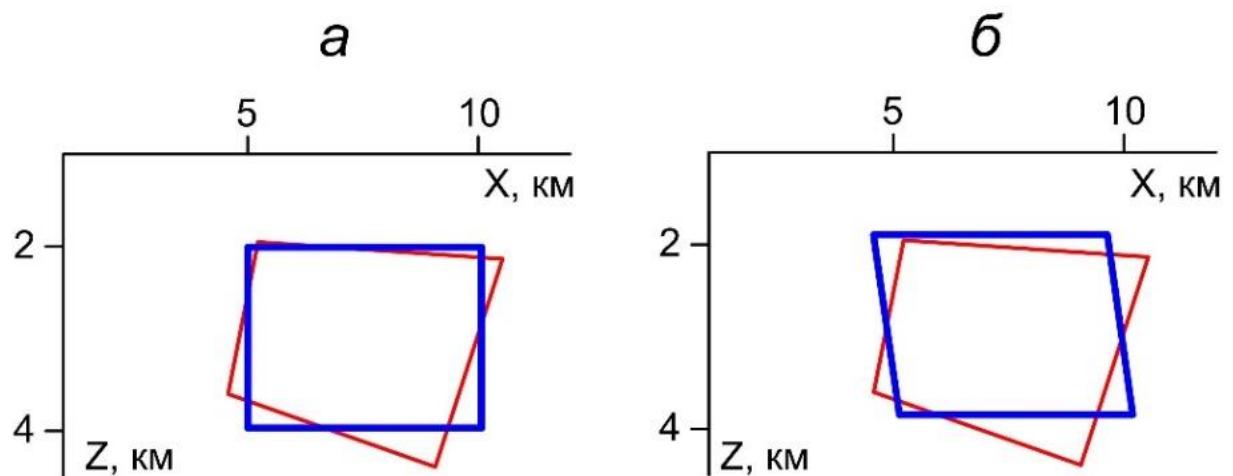


Рисунок 3.1.5 – Результаты решения обратной задачи в классах прямоугольных призм (а) и наклонных пластов (б). Условные обозначения даны на рис. 3.1.3

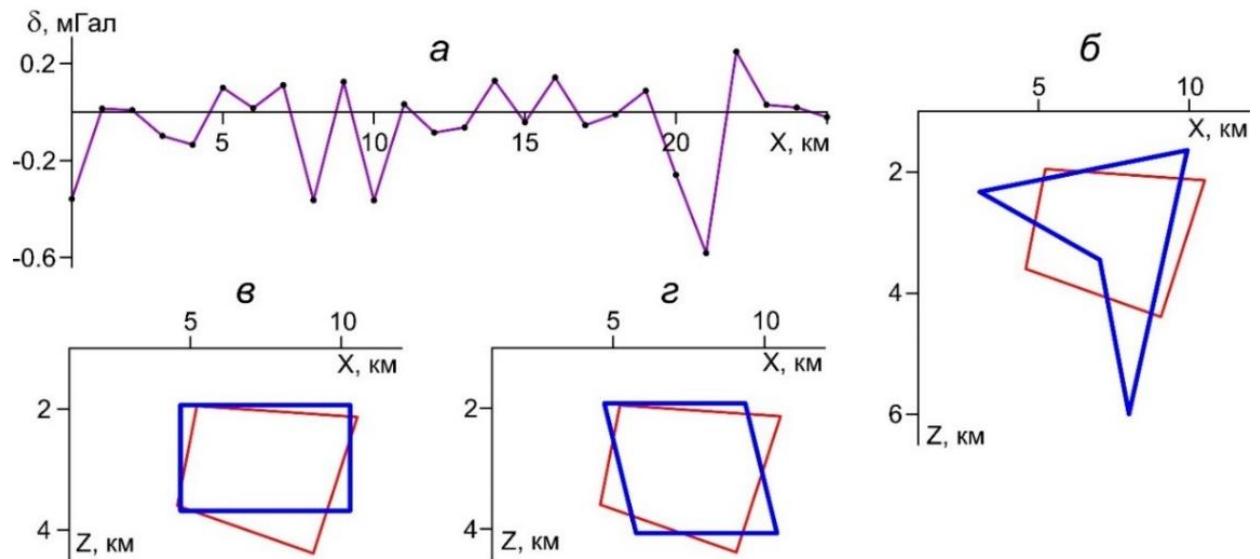


Рисунок 3.1.6 – График случайной помехи (а) и результаты решения обратной задачи по осложненному помехой полю в классах: четырехугольных призм (б); прямоугольных призм (б); наклонных пластов (г). Условные обозначения даны на рис. 3.1.3

Все построенные модели могут использоваться для локализации возмущающего объекта, значения невязки наблюденного и модельного полей соизмеримы с уровнем наложенной помехи  $\delta$  (таблица 3.1.1).

Важнейшим моментом при использовании метода является выбор числа статистических испытаний  $M \times K$ . Для схемы независимых испытаний погрешность метода  $\Delta$  убывает пропорционально  $(M \times K)^{-0.5}$ , т.е. весьма медленно [11]. Экспериментальные результаты, приведенные в таблице 3.1.2, позволяют предположить, что в большинстве случаев для решения ОЗ гравиразведки в программе PODBOR\_ST достаточно задать значение  $M \times K \cong (1 - 5) \times 10^6$ . При низком уровне помех  $\sigma$  выполнение этого условия может обеспечить получение невязки  $\sim 1-2\%$  от максимальной амплитуды интерпретируемой аномалии.

Таблица 3.1.1.

Показатели точности решения обратной задачи гравиразведки с использованием точных и осложненных помехой значений наблюденного поля

Модельный класс	Наличие помех $\delta$	Показатели точности, мГал	
		$F2$	$FM$
Четырехугольная призма	нет	0,05	0,15
	да	0,20	0,54
Прямоугольная призма	нет	0,06	0,13
	да	0,24	0,57
Наклонный пласт	нет	0,09	0,19
	да	0,20	0,59

Таблица 3.1.2

Зависимость точности и времени решения обратной задачи гравиразведки от числа испытаний  $M$  при выполнении 40 итераций

№ п/п	M	Точность решения, мГал		Время счета, с
		$F2$	$FM$	
1	500	0,25	0,65	2
2	1000	0,25	0,65	4
3	5000	0,15	0,45	14
4	10000	0,14	0,35	22
5	50000	0,09	0,22	36
6	100000	0,08	0,18	63
7	500000	0,06	0,11	782
8	1000000	0,05	0,13	1352

### 3.2. Оценка параметров источника гравитационной аномалии методом роя частиц

#### Введение в метод роя частиц

МРЧ позволяет моделировать поведение децентрализованной самоорганизующейся системы. Первоначально этот метод был предложен для описания движения птичьих стай с целью выяснения законов, управляющих синхронным движением и быстрой сменой направления полета. С этих позиций

стая птиц рассматривается как система роевого интеллекта, состоящая из множества частиц, локально взаимодействующих между собой и окружающей средой [141].

Текущее состояние частицы характеризуется координатами в пространстве решений, а также вектором *скорости перемещения*. Оба этих параметра выбираются случайным образом на этапе инициализации. Кроме того, каждая частица хранит координаты лучшего из найденных ей решений, а также лучшее из пройденных всеми частицами решений – этим имитируется мгновенный обмен информацией между птицами. В итоге локальные и, в некоторой степени, случайные взаимодействия приводят к возникновению интеллектуального группового поведения, неконтролируемого отдельными особями [44].

В настоящее время МРЧ широко применяется в задачах машинного обучения, параметрической и структурной оптимизации в области проектирования, в областях робототехники, биохимии, биомеханики и др. Иранские геофизики успешно использовали метод роя частиц для моделирования поверхности фундамента нефтегазоносного осадочного бассейна по аномальному гравитационному полю в провинции Голестан [148]. МРЧ также достаточно эффективно использовался для моделирования аномалий высших производных гравитационного потенциала, связанных с дизъюнктивными нарушениями [143]. В отечественной литературе также имеется пример применения метода роя частиц при инверсии данных геофизики [28].

Основной теоретической предпосылкой для решения ОЗ гравиразведки с использованием МРЧ является существование множества равновероятных, в общем случае, допустимых решений, отвечающих априорным представлениям о геометрических параметрах и эффективной плотности источников поля, а также обеспечивающих требуемое значение невязки наблюденного и модельного полей  $\epsilon_0$  [29]. Рассмотрим возможность решения нелинейной обратной 2D задачи гравиразведки рудного типа для простейшей ситуации (одиночный изолированный объект с известной эффективной плотностью) с использованием МРЧ. В частности,

таким объектом может быть интрузивное тело или рудная залежь, которые требуется локализовать в разрезе.

### Алгоритм метода роя частиц и результаты его применения

В целях апробации проведена аппроксимация аномалиеобразующего геологического объекта с известной эффективной плотностью  $\sigma = \text{const}$  прямоугольной призмой с бесконечными размерами по простиранию, находящейся внутри области поиска решения ОЗ. Введем обозначения для координат  $\{x_0, z_0\}$  центра тяжести  $C$  призмы и размеров  $d, h$  ее горизонтальных и вертикальных граней, соответственно. Таким образом, призма полностью характеризуется четырехмерным вектором параметров  $\mathbf{p} = \{x_0, z_0, d, h\}$  и в дальнейшем рассматривается в качестве отдельной частицы роя [28, 106]. Рой состоит из  $N$  частиц со случайными параметрами  $\mathbf{p}_i \in \mathbb{R}^4, i = \overline{1, N}$ , равномерно распределенными в подобласти  $D_0 \subset D$ . Каждой частице роя соответствуют модельное гравитационное поле  $\Delta g_i^{\text{мод}}$  и некоторое значение функционала  $F2 = \|\Delta g^{\text{набл}} - \Delta g_i^{\text{мод}}\|_{L^2}$ .

Состояние всего роя характеризуется наилучшим состоянием его частиц, таким образом ОЗ гравиразведки сводится к минимизации функционала  $\min_{p \in D} F2(\mathbf{p})$ , которое осуществляется в течение некоторого времени, разбитого на  $k = \overline{1, M}$  интервалов. Скорость частицы  $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^{10}$  в текущий момент времени  $k+1$  определяется суммой трех слагаемых:

$$\mathbf{v}_i(k+1) = \alpha \mathbf{v}_i(k) + \beta \mathbf{U}_1 \otimes [\mathbf{L}(k) - \mathbf{p}(k)] + \gamma \mathbf{U}_2 \otimes [\mathbf{G}(k) - \mathbf{p}(k)]$$

т.е. *инерционной*, *когнитивной* и *социальной* компонент. Инерционная компонента зависит от скорости частицы в предыдущий момент времени  $\mathbf{v}_i(k)$ , когнитивная – отражает стремление частицы к собственному наилучшему положению (локальному рекорду)  $\mathbf{L}(k)$ , социальная – показывает ее движение к лучшему положению роя (глобальному рекорду)  $\mathbf{G}(k)$ . Символ  $\otimes$  означает прямое (покомпонентное) произведение векторов. Длины случайных векторов  $\mathbf{U}$  равномерно распределены в интервале  $[0, 1]$ ,  $\alpha, \beta, \gamma$  – коэффициенты, которые

являются постоянными величинами или зависят от времени  $k$ . Схема алгоритма МРЧ показана на рисунке 3.2.1. Этот алгоритм был реализован авторами в виде программы PDBR\_ROI [96], написанной на языке Delphi 7.0 (рисунок 3.2.2).



Рисунок 3.2.1 – Блок-схема алгоритма МРЧ

На рисунке 3.2.3 представлены исходные данные и начальное положение используемого роя частиц. Динамику поиска наилучшего положения частицами роя при числе итераций  $M = 40$  отражает рисунок 3.2.4. После выполнения  $M = 40$  итераций была достигнута средняя величина невязки наблюденного и модельного полей  $F2 = 0,79$  мГал для всего роя частиц. Для наилучшего решения  $G(40)$  величина невязки составила 0,34 мГал, т.е. около 1,5% от максимальной амплитуды аномалии.

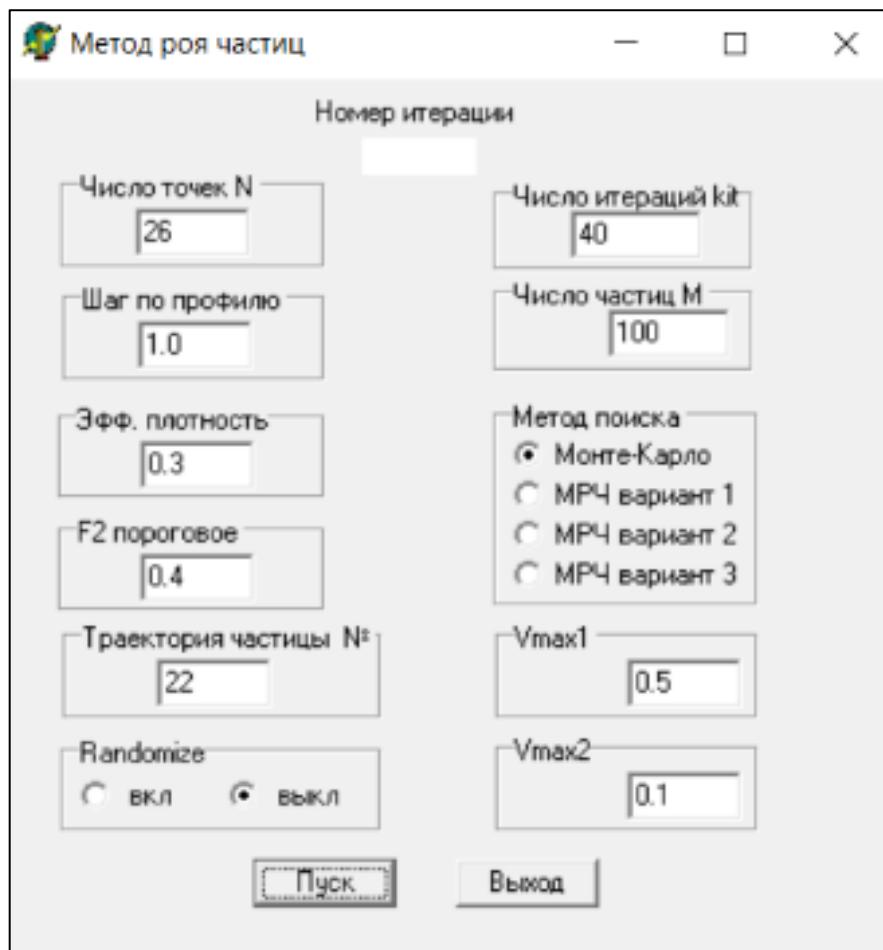


Рисунок 3.2.2 – Главное окно программы PDBR\_ROI

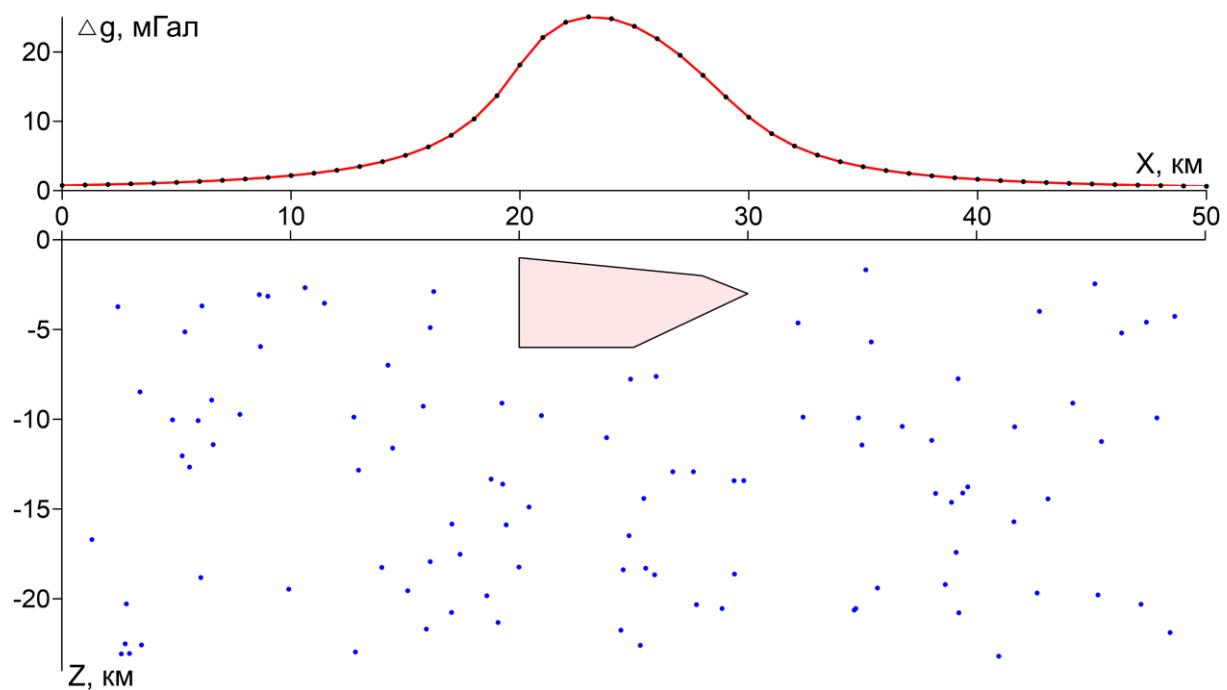


Рисунок 3.2.3 – График аномалии силы тяжести поля и источник поля (черный контур с заливкой). Синие точки – центры призм С для начального положения роя

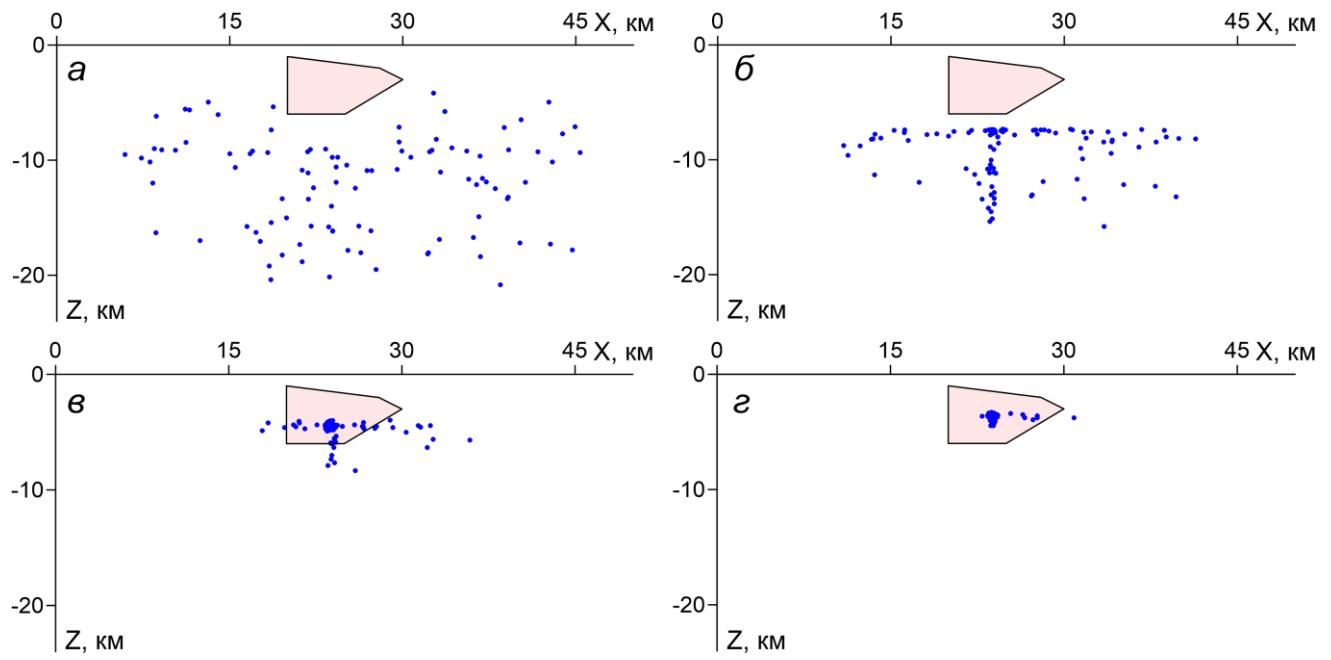


Рисунок 3.2.4 – Пространственное расположение центров призм С  
после выполнения 5 (а), 15 (б), 30 (в) и 40 (г) итераций

Устойчивость процесса оптимизации в МРЧ обеспечивает ввод ограничений на максимальные значения скорости частиц  $v_i < v_{max}$ . Выбор величины  $v_{max}$  столь же важен, как выбор параметра регуляризации в классических методах решения ОЗ гравиразведки, где решаются плохо обусловленные системы алгебраических уравнений. В общем случае для рассматриваемой задачи целесообразно опираться на соотношение  $v_{max} \leq 0.5\Delta x$  для параметров  $\{x_0, z_0\}$  и условие  $0.9p_j^k \leq p_j^{k+1} \leq 1.1p_j^k, j = 3, 4$  для граней призмы.

Используются 3 различных варианта изменения скоростей во времени. В первом варианте используются постоянные коэффициенты  $\alpha = 0,7298, \beta = \gamma = 1,4962$ . Во втором варианте  $\alpha = k(0,4 - 0,9)/M + 0,9, \beta = k(0,4945 - 1,4945)/M + 1,4945, \gamma = k(1,4945 - 0,4945)/M + 0,4945$ , т.е. величина  $\beta$  линейно уменьшается с ростом итерации, а величина  $\gamma$  линейно возрастает. Это позволяет сначала искать лучшее положение каждой частицы, со временем смешая акцент на лучшее положение роя. В третьем случае используется

коэффициент сужения  $\mu = 0.5714$ , представляющий собой множитель, при постоянных значения коэффициентов  $\alpha = 1, \beta = \gamma = 2,05$ :

$$\mathbf{v}_i(k+1) = \mu\{\alpha\mathbf{v}_i(k) + \beta\mathbf{U}_1 \otimes [\mathbf{L}(k) - \mathbf{p}(k)] + \gamma\mathbf{U}_2 \otimes [\mathbf{G}(k) - \mathbf{p}(k)]\}$$

Каждый из вариантов определяет собственный ход процесса оптимизации частиц и может иметь преимущества при решении конкретной задачи. Однако, согласно теореме NFL (no free lunch theorem), «все алгоритмы оптимизации работают одинаково хорошо при усреднении по всем возможным задачам», поэтому выбор варианта может быть только экспериментальным. Применительно к рассматриваемому синтетическому примеру вариант 3 заметно проигрывает по отношению к вариантам 1 и 2 (рисунок 3.2.5).

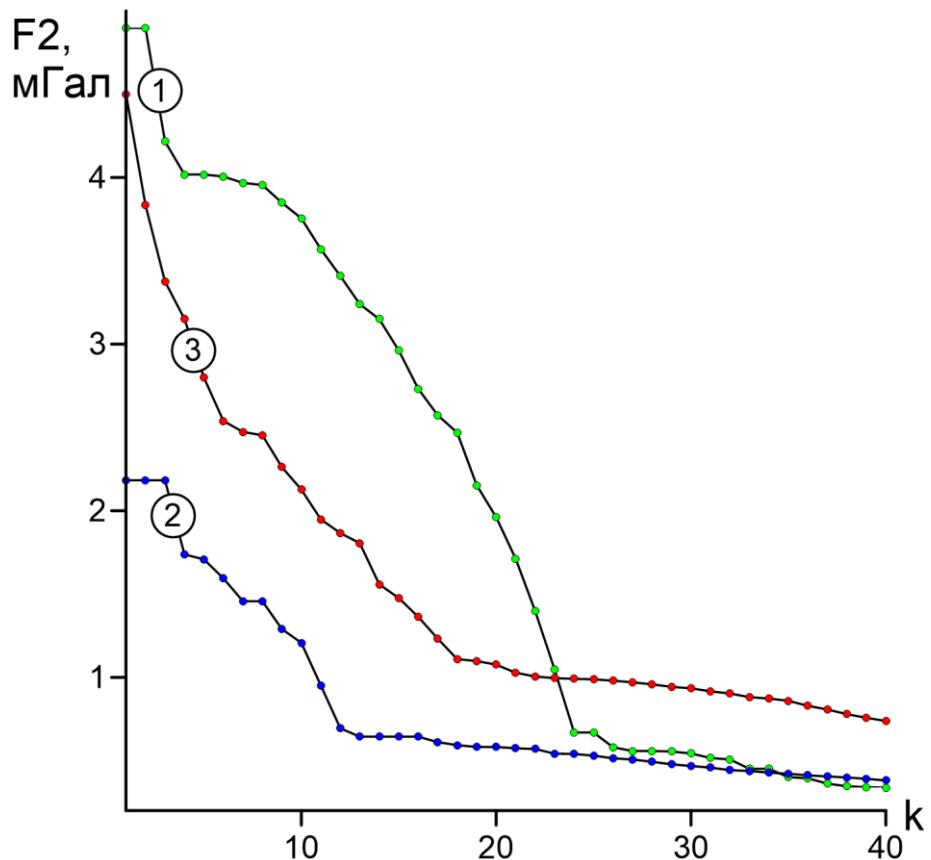


Рисунок 3.2.5 – Характеристики итерационного процесса различных вариантов решения обратной задачи гравиразведки: значения F2 отвечают глобальному рекорду G(p). Номер варианта указан на графиках

Метод роя частиц применен при количественной интерпретации данных гравиметрической съемки, которые были получены в ходе полевых работ в субмеридиональной Норильско-Игарско-Верещагинской зоне высоких значений гравитационного поля (до 50 мГал и более). Зона скорее всего является фрагментом древней рифтогенной структуры, насыщенной магматическими образованиями.

Площадь, на которой заданы значения гравитационного поля, составляет около 86 тыс. км<sup>2</sup>; сеть точек – 10×10 км (рисунок 3.2.6). В качестве модельного класса использовались горизонтальные прямоугольные призмы. Размер роя составлял 100 частиц, выполнялось 60 итераций. Была достигнута невязка наблюденного и модельного полей  $\pm 3.3$  мГал, что несколько ниже точности используемых материалов гравиметрической съемки.

По результатам решения 2D обратной задачи по профилю АБ длиной 94 км можно судить о параметрах объекта с эффективной плотностью 0,15 г/см<sup>3</sup>. В данном случае речь идет о лишь предварительной оценке сложнопостроенного объекта повышенной плотности, для которого суммарный объем магматического материала составляет около 190 тыс. км<sup>3</sup>.

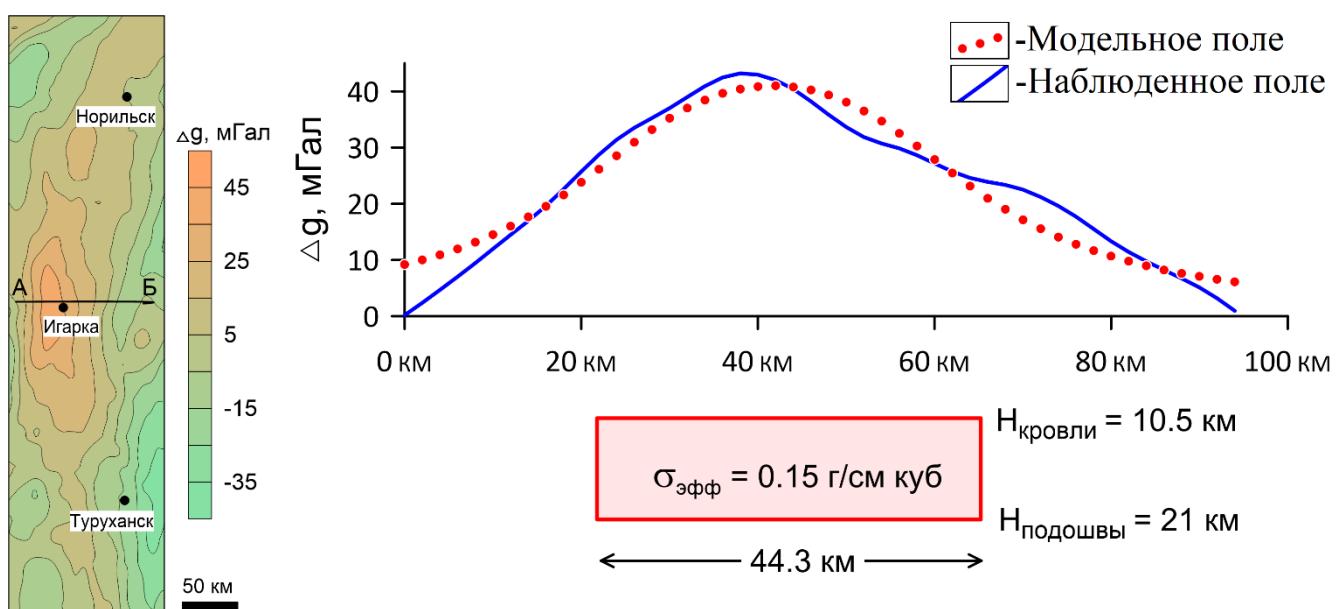


Рисунок 3.2.6 – Результат решения обратной задачи гравиразведки МРЧ для Норильско-Игарско-Верещагинской зоны высоких значений гравитационного поля

### 3.3. Генетический алгоритм решения обратной задачи электроразведки ВЭЗ

#### Введение в эволюционные алгоритмы

Эволюционные алгоритмы нашли широкое применение при решении ОЗ в электроразведке: генетическим алгоритмом построен субгоризонтально-слоистый разрез при интерпретации данных электрических [83, 91] и электромагнитных зондирований [82, 147]; восстановлены параметры магнитной аномалии с помощью гибридной технологии, основанной на МРЧ и ГА [137]; практическое применение генетический алгоритм нашел при количественных данных сейсморазведки [154]; генетическим алгоритмом выполнена совместная инверсия геофизических данных [145]; метод дифференциальной эволюции позволил точно определить мощности и электрические сопротивления геоэлектрического разреза по данным вертикального электрического зондирования [114].

Для решения обратной задачи ВЭЗ при инженерно-геологических изысканиях на языке программирования «Python» разработан алгоритм [94], базирующийся на открытой библиотеке «DEAP». Данная библиотека представляет собой набор инструментов, которые, в частности, могут быть использованы для написания **генетических алгоритмов** [144]. Помимо «DEAP», использовалась разработка, предназначенная для решения прямой задачи ВЭЗ [12].

Генетический алгоритм представляет собой метод поиска решений многомерных задач оптимизации [65, 81, 107]. В отличие от методов случайного поиска, выполнение которых может занять длительное время, ГА работает только с частью параметров, которые отвечают наилучшим решениям, тем самым значительно повышая скорость подбора искомых параметров. Алгоритмом находятся лучшие решения из всего множества решений и незначительно изменяются. После получения новых вариантов осуществляется отбор наиболее перспективных и отсев неудачных, после чего цикл повторяется.

Цель алгоритма – поиск глобального минимума (реже максимума)  $Y$  функции многих переменных  $f(\mathbf{E})$ . Глобальный минимум  $Y$  отражает решение, наиболее

адекватно описывающее реальную ситуацию, в рамках данной работы – исследуемую горизонтально-слоистую среду. В качестве решения выступает вектор параметров  $E$ , каждый компонент которого отражает определенную характеристику геологической среды.

Генетический алгоритм является итерационным алгоритмом: оптимальное решение определяется посредством множества повторений определенных операций над вектором  $E$ , в ходе которых все параметры вектора  $E$  изменяются в определенном направлении, а значение целевой функции  $f(E)$  приближается, как правило, к глобальному минимуму  $Y$ .

Единицей не обладающей внутренней структурой является ген. Каждый ген отражает либо мощность  $h$  конкретного слоя, либо удельное электрическое сопротивление  $\rho$ . Вектор данных параметров  $E$  выступает в роли частного решения обратной задачи и, согласно терминологии эволюционных алгоритмов, называется особью (индивидуумом, в некоторых случаях – хромосомой). Самым крупным таксоном является популяция, представляющая собой множество индивидуумов.

Существует ряд операторов, отражающих биологические процессы и используемых в ГА:

- *отбор*;
- *кроссовер*, или скрещивание;
- *мутация*.

Отбор – оператор, отбирающий индивидуума из группы по степени приспособленности (рисунок 3.3.1). Выделяют большое число различных механизмов отбора, но наиболее широко распространенным является «турнирный» отбор. Суть «турнирного» отбора сводится к формированию группы из числа  $n$  индивидуумов, выбранных в случайном порядке с последующим отбором наиболее приспособленной особи среди данной группы.

## Изначальная популяция

$O_1$	$O_2$	$O_3$	$O_4$
$O_5$	$O_6$	$O_7$	$O_8$
$O_9$	$O_{10}$	$O_{11}$	$O_{12}$
$O_{13}$	$O_{14}$	$O_{15}$	$O_{16}$

## Группа № 1

$O_1$	$O_6$	$O_7$	$O_9$
-------	-------	-------	-------

 $O_6$ 

Отобранные особи

$O_6$	$O_8$	...	...
-------	-------	-----	-----

## Группа № 2

$O_8$	$O_{11}$	$O_{13}$	$O_{16}$
-------	----------	----------	----------

 $O_8$ 

Рисунок 3.3.1 – Схема оператора турнирного отбора. Популяция включает 16 особей, а турнирная группа состоит из 4 случайно выбранных особей. По итогу отобрано 4 особи с наилучшей приспособленностью

Кроссовер – оператор, который создает новые особи (потомков) путем скрещивания двух прошедших отбор индивидуумов (рисунок 3.3.2). Под скрещиванием понимается обмен генами, находящимися на одной позиции. Кроссовер определяется следующими параметрами:

- вероятность скрещивания индивидуума, влияет на то, как часто может происходить кроссовер в популяции;
- количество точек скрещивания;
- вероятность обмена конкретными участками хромосом, разделенными точками скрещивания.

Мутация – оператор, изменяющий гены путем внесения в них случайной составляющей. На итог работы оператора мутации влияют вероятность мутации особи, вероятность мутации гена и интенсивность мутации. Интенсивность мутации – характеристика, определяющая на какую величину изменяется ген.



Рисунок 3.3.2 – Схема оператора скрещивания в случае с одной точкой скрещивания (А), двумя точками скрещивания (Б)

Алгоритм начинается с определения параметров начального приближения, на основе которого генерируется 1-я популяция решений. Затем, на каждом шаге выполняется следующие действия:

- 1) отбор наиболее «сильных» особей популяции по результатам «турнира», в ходе которого также происходит расчет приспособленности особей;
- 2) создание потомства путем скрещивания отобранных особей;
- 3) мутация особей.

В результате работы вышеперечисленных операторов формируется новое поколение особей. Действия повторяются до последней итерации, количество которых определяется геофизиком (рисунок 3.3.3).

Приспособленность – характеристика пригодности индивидуума. Приспособленность отражает близость генов особей к оптимальным значениям параметров. В качестве критерия приспособленности выступает среднеквадратическое расхождение (невязка) модельной и экспериментальной (полевой) кривыми ВЭЗ. Под модельной понимается такая кривая, которая

получена в результате решения прямой задачи вертикального электрического зондирования.

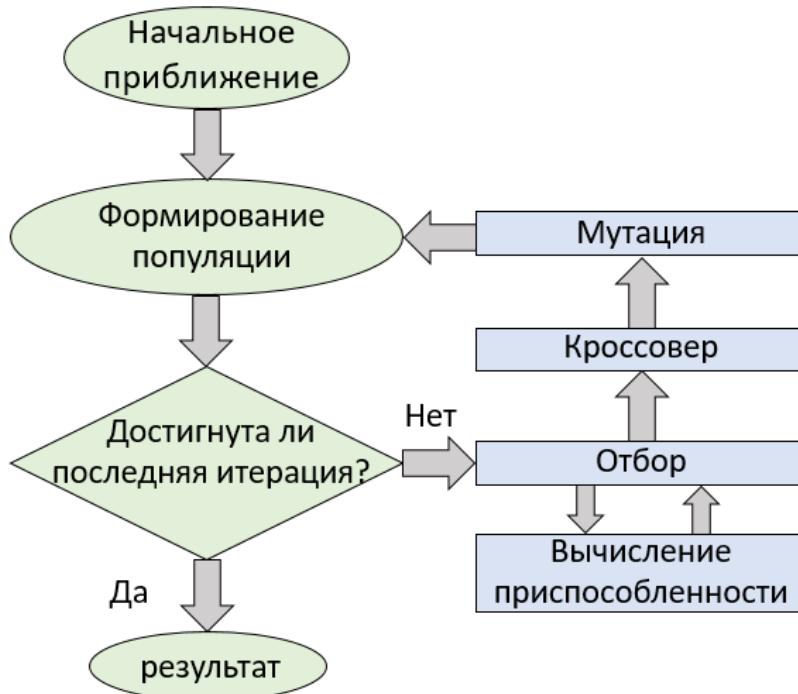


Рисунок 3.3.3 – Общая схема работы генетического алгоритма

### Особенности решения обратной задачи ВЭЗ генетическим алгоритмом

Инверсия данных ВЭЗ сопряжена со сложностью, которая обусловливается многомерностью, нелинейностью и эквивалентностью обратной задачи ВЭЗ. Представим следующую ситуацию: алгоритмом подбирается ген, приспособленность при этом увеличивается (иначе говоря, невязка снижается), однако в то же время из-за данного гена другие гены либо не корректируются, либо корректируются в обратную сторону от оптимального решения. Такое явление связано со влиянием гена на приспособленность особи в зависимости от значений других генов, и в ГА называется *эпистазом* [81].

Эпистаз приводит к попаданию решения в локальный минимум в ходе итерационного процесса, вследствие чего гены особей практически не будут изменяться, а результат алгоритма будет обладать низкой приспособленностью (высоким значением невязки).

Ввиду специфики операторов генетического алгоритма попадание решения в локальный минимум имеет свои особенности. С одной стороны, мутация изменяет гены на небольшую нормально распределенную случайную величину, используя само значение гена в качестве математического ожидания. Это приводит к тому, что приспособленность особи растет постепенно, без скачков. В то же время из-за того, что мутация протекает плавно, она не способствует выходу решения из точки локального минимума. Также ситуация осложняется тем, что мутация происходит без какой-либо координации, независимо друг от друга: эффект от мутации генов может быть разнонаправленным, из-за чего приспособленность существенно не изменится.

С другой стороны, скрещивание не изменяет имеющиеся у особи гены, но дает возможность комбинировать гены различных индивидуумов, в следствие чего приспособленность особей может существенно увеличиться. В отличие от мутации, скрещивание позволяет решению выйти из точки минимума, однако для этого требуется достаточно разнообразная популяция. В свою очередь на процесс формирования популяции влияют:

- 1) параметры отбора – чем меньше число особей  $n$  в группе турнирного отбора, тем больше разнообразие популяции;
- 2) параметрами мутации – чем более интенсивнее и вероятнее мутация, тем более разнообразной становится популяция.

Таким образом, операторы генетического алгоритма отвечают за выполнение различных задач, дополняя при этом друг друга, параметры одного оператора обусловливают как работу всего алгоритма, так и успешность завершения некоторых процессов, в частности – на выход решения из точки оптимума. Отсюда следует, что выбор гиперпараметров операторов является одним из ключевых факторов, обуславливающих решение обратной задачи ВЭЗ.

Анализ эффективности решения генетическим алгоритмом обратной задачи ВЭЗ проводился с помощью имитационного моделирования, цель которого заключалась в определении особенностей поведения алгоритма с различными гиперпараметрами.

Оценка эффективности алгоритма осуществлялась на основе анализа хода итерационного процесса для наиболее *приспособленной особи* (ПО) и для *средней приспособленности популяции* (СПП). Анализировались вероятность скрещивания индивидуумов и вероятность мутации особей, остальные гиперпараметры оставались постоянными. В общей сложности проведено 5 вариаций тестов с различными гиперпараметрами, каждый тест включал 10 испытаний (таблица 3.3.1). Работа алгоритма оценивалась критериям:

- невязка наиболее приспособленной особи;
- усредненная невязка последней популяции;
- попадание решения в локальный минимум;
- сходимость графиков ПО и СПП.

Таблица 3.3.1  
Результаты тестов имитационного моделирования

Номер теста	Вероятность скрещивания; вероятность мутации	Минимальная невязка 10 наиболее приспособленных особей	Средняя невязка 10 наиболее приспособленным особям	Средняя невязка по 10 популяциям	Число попаданий решений в локальный минимум	Число сближений графиков	Ранг
1	0,8; 0,8	0,5	2,0	17,4	8	0	3
2	0,2; 0,8	0,5	2,7	23,0	8	0	4
3	0,8; 0,2	1,4	3,5	8,4	3	10	1
4	0,4; 0,4	1,1	3,7	13,0	6	1	4
5	0,2; 0,2	1,2	3,8	7,9	5	9	2

Попадание решений в точку минимума – число испытаний, в которых параметры особи практически не меняются из-за попадания решения в область локального минимума, а сходимость графиков – количество испытаний, в которых

графики СПП и ПО коррелируют. Вышеперечисленные критерии выбраны так, как они позволяет провести комплексную оценку работы алгоритма, не ограничиваясь рассмотрением решения, представленного либо в виде ПО, либо в виде СПП.

Результаты тестов ранжированы с учетом всех параметров. Тест № 3 оказался наиболее эффективным, так как для него характерно большое число сближений графиков, низкое число попаданий решений в локальный минимум, а также низкая средняя невязка популяции. Пример графиков невязки для теста № 3 показан на рисунке 3.3.4. Видно, что график ПО (красный) характеризуется резкими скачками: на изломах решение выходит из локального минимума.

Помимо этого, наблюдается сближение графика СПП с графиком ПО. Данное сближение позволяет иметь резерв решений, среди которых с большой вероятностью могут оказаться «сильные» гены, то есть такие гены, которые могут дополнительно понизить невязку кривых ВЭЗ для наиболее приспособленной особи.

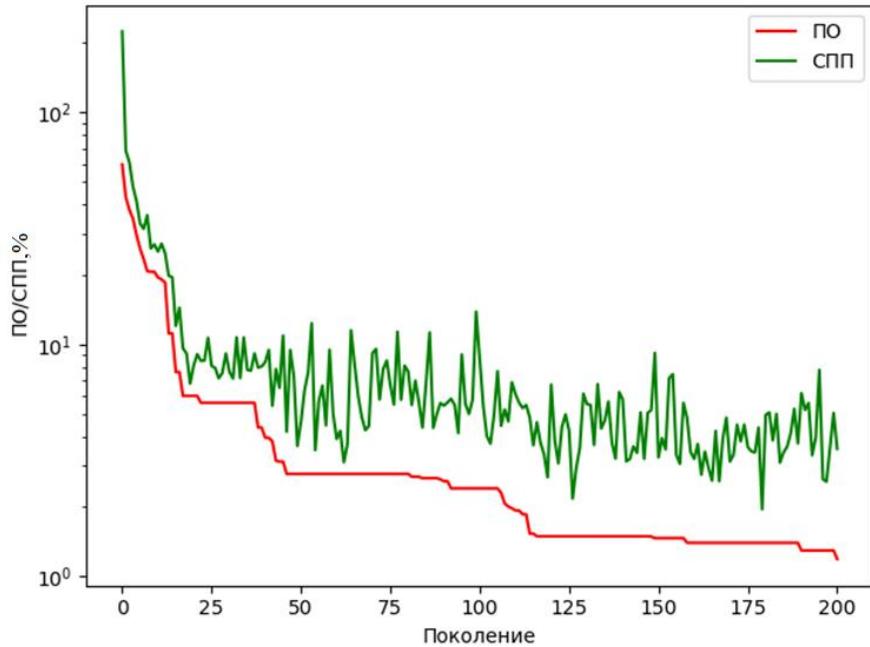


Рисунок 3.3.4 – Графики зависимости ПО и СПП от номера поколения для теста № 3

Для сравнения на рисунке 3.3.5 представлен пример графиков с параметрами теста № 2. Изломы, аналогичные графику ПО на рисунке 3.3.5, а, отсутствуют, что свидетельствует о том, что решениям не удается выбраться из локального

минимума. Также на поколениях 80–90 наблюдается небольшой подъем невязки особи, что связано с потерей полезных генов в связи с вредной мутацией. На рисунке 3.3.5, б наблюдается подъем невязки особи и средней невязки популяции, что связано с высокой частотой мутации (0,8).

Несмотря на низкое значение невязки в тестах № 2, алгоритм работает менее эффективно по сравнению с тестом № 3, что обусловлено высокой вероятностью мутации. Использование невязки по отдельному решению как единственного критерия оценки данного алгоритма малоэффективно: во-первых, в таком случае невязка аппроксимирует как полезную составляющую, так и помеху; во-вторых, одно и то же значение невязки может быть актуальным в одних физико-геологических условиях и на одном уровне геоэлектрических помех, и не актуальным в других условиях. Оценку эффективности алгоритма можно произвести комплексно: с помощью невязки как и для особи, так и для популяции; числа попаданий решений в локальный минимум; числа сближений графиков ПО и СПП.

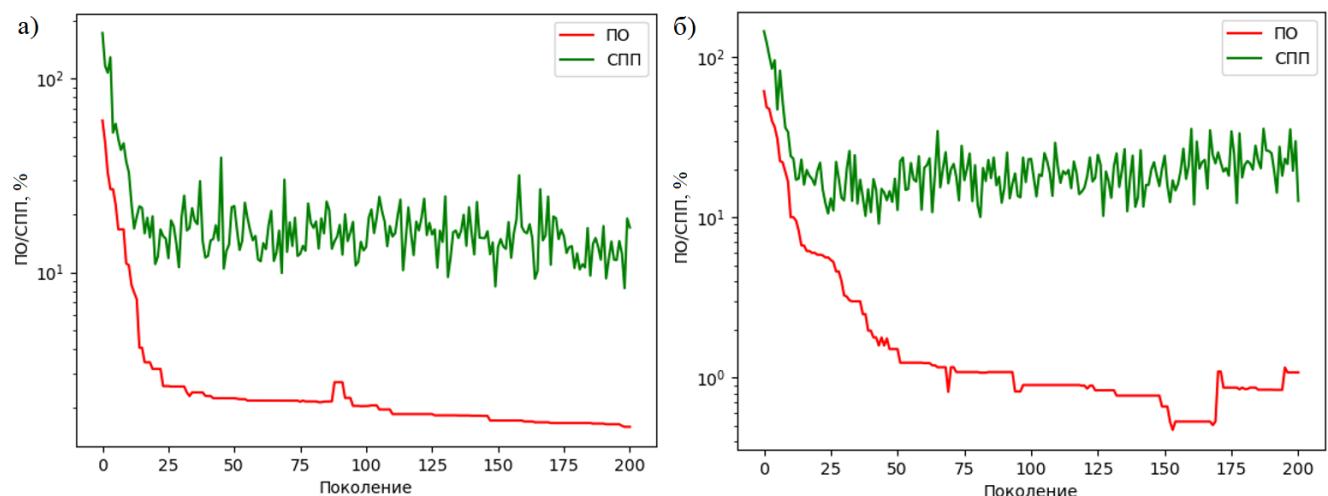


Рисунок 3.3.5 – Графики зависимости ПО и СПП от номера поколения для 2-ух различных испытаний теста № 2

### Апробация генетического алгоритма

Рассмотрим результаты применения реализованного алгоритма на материалах, полученных в ходе полевых наблюдений методом ВЭЗ вблизи пос. Октябрьский в Пермском крае.

Геоэлектрические разрезы (рисунок 3.3.6 и рисунок 3.3.7), построенные в программе «ЗОНД» [48] по наблюденным данным интерактивным способом подбора и с помощью ГА, схожи как по сопротивлениям, так и по форме. Для обоих геоэлектрических разрезов наблюдается понижение глубины залегания подошвы 3 и отчасти 2 слоя на пикетах 23-29 и 46-50, увеличение мощности центральной части 4 слоя (пикеты 34-41) и понижение сопротивления того же слоя на пикетах 43-50.

В то же время геоэлектрический разрез, построенный на основе ГА, может характеризоваться низкой степенью гладкости границ, что связано с тем, что решение для каждой точки ВЭЗ подбирается независимо от других точек. Для устранения данного эффекта следует использовать один из следующих способов:

- сгладить полученное решение с помощью фильтра;
- использовать в качестве начального приближения решение, полученное на соседней точке ВЭЗ;
- использовать методы регуляризации;
- использовать методы анализа конечного множества допустимых решений (раздел 4.3).

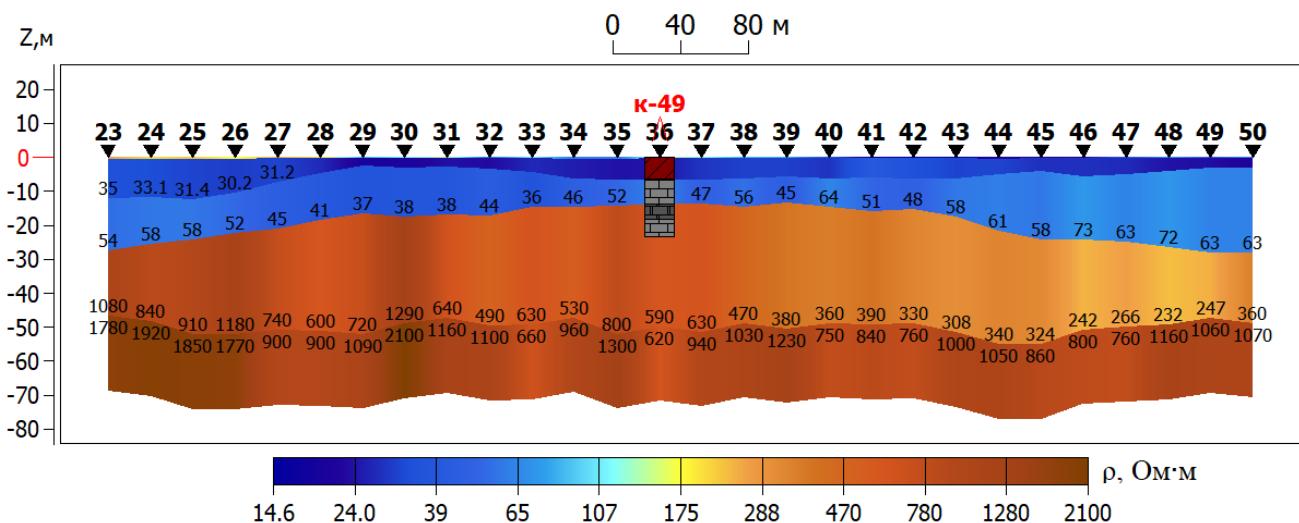


Рисунок 3.3.6 – Геоэлектрический разрез, построенный по наблюденным данным неформализованным (интерактивным) способом подбора (1D-интерпретация). Условные обозначения: отложения суглинков (синий цвет), известняки и доломиты выветрелые (голубой цвет), известняки плотные (коричневый цвет)

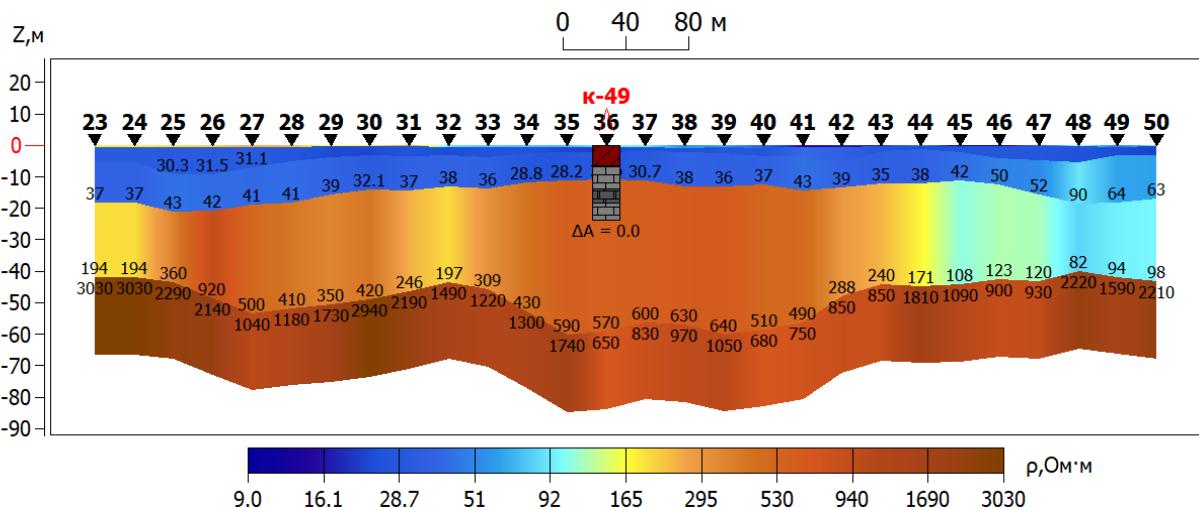


Рисунок 3.3.7 – Геоэлектрический разрез, построенный по наблюденным данным ВЭЗ с использованием генетического алгоритма. Условные обозначения приведены на рисунке 3.3.6

Решение обратной задачи ВЭЗ с помощью представленного алгоритма имеет как ряд преимуществ, так и ряд недостатков. К преимуществам реализованного в программном виде алгоритма можно отнести:

- частичную автоматизацию процесса интерпретации;
- относительно высокую эффективность работы алгоритма даже при неверно подобранных параметрах начального приближения, а также значительное повышение эффективности работы алгоритма при привлечении априорной информации;
- широкий спектр возможностей применения алгоритма (различные типы разреза, изменяющееся количество разносов, разный уровень помех в измерениях);
- возможность оценить качество работы алгоритма по нескольким критериям.

К недостаткам можно отнести:

- относительно высокую вероятность большого разброса значений мощностей и сопротивлений даже на соседних пикетах;
- прямую линейную зависимость между временем работы алгоритма от количества точек ВЭЗ;
- низкую помехоустойчивость;

## Совместное применение нейросетевой аппроксимации и генетического алгоритма

Как было сказано в разделе 2.3, нейронные сети, в отличие от эволюционных алгоритмов, обладают высокой помехоустойчивостью, но полученные решения с большой вероятностью будут обладать относительно высокой невязкой особенно при сложных физико-геологических условиях. **Комплексирование ИНС и ГА** для решения обратной задачи ВЭЗ позволит нивелировать недостатки обоих методов и использовать их сильные стороны. Для апробации комплексного подхода реализован программно-алгоритмический код, включающий в себя 2 этапа: формирование начального приближения на базе нейросетевой аппроксимации и уточнение полученного решения ГА. Таким образом, нейросетевое решение будет использовано в качестве начального приближения для дальнейшего поиска решения генетическим алгоритмом.

Для испытания комплексного подхода на синтетических данных использована модель № 3 ( $\bar{C}_p=0,69$ ) из раздела 2.4. Для модели *решена* обратная задача ВЭЗ с помощью ИНС, после чего результаты были *уточнены* ГА и сглажены скользящим средним, размер окна которого равен 9. Полученные геоэлектрические разрезы приведены вместе с исходными моделями на рисунке 3.3.8. Легко заметить, что *уточненный* разрез лучше отражает модельную ситуацию, чем нейросетевое *решение*, в частности, границы на модельном разрезе и *уточненном* разрезе очень похожи. Также за счет *уточнения* разреза снизилась невязка  $\sigma$  с 51,3 % до 19,4 %. Однако применение ГА практически не сказалось на значениях электрических сопротивлений.

Комплексный подход также применен при количественной интерпретации материалов ВЭЗ, проведенных вблизи пос. Октябрьский. Разрез, полученный в ходе интерактивного подбора в программном комплексе «ЗОНД» [48], представлен в целях сравнения на рисунке 3.3.9. Результат применения нейросетевой аппроксимации для *решения* обратной задачи ВЭЗ представлен на рисунке 3.3.10, *уточненный* результат представлен на рисунке 3.3.11.

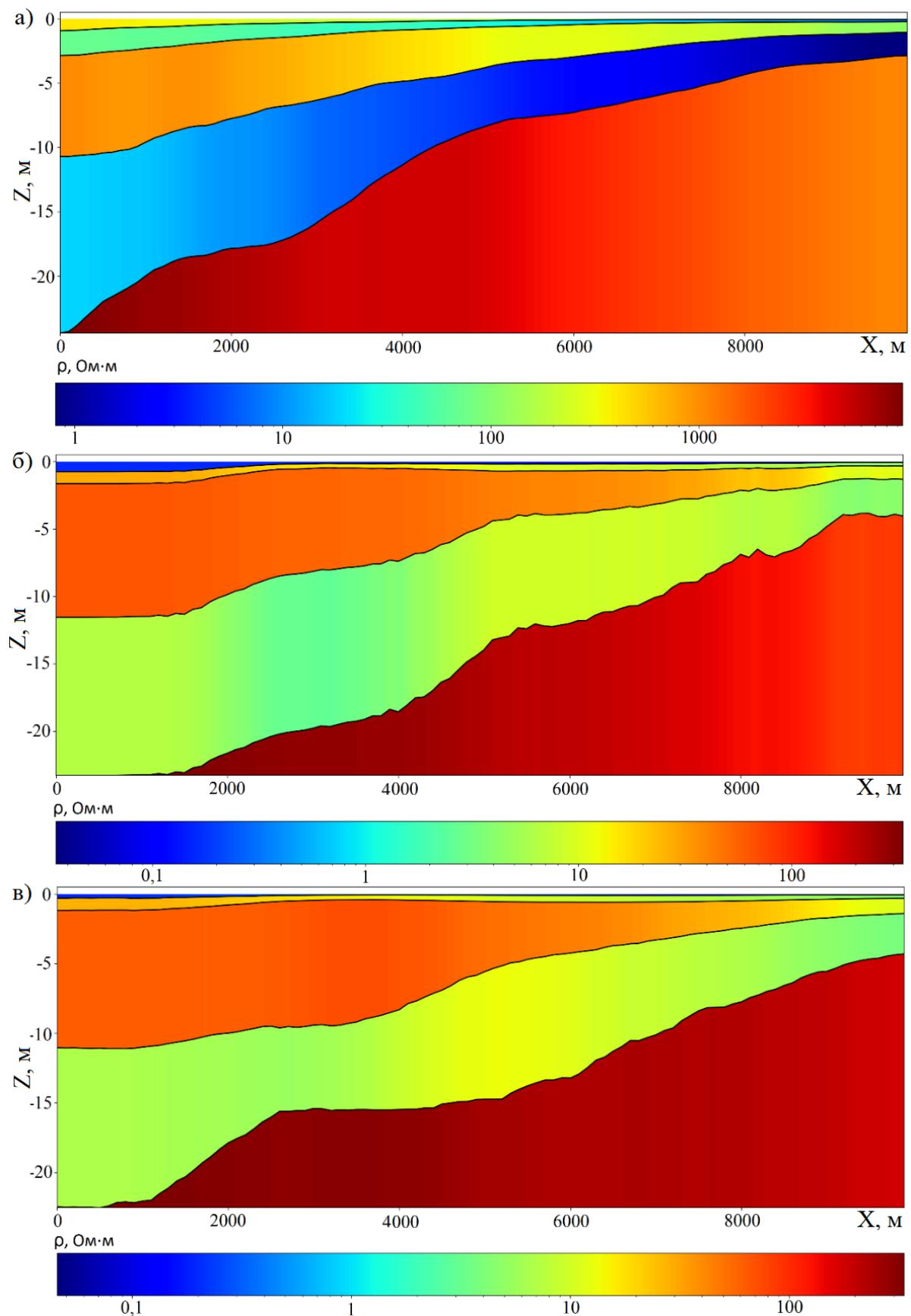


Рисунок 3.3.8 – Синтетическая модель (а), *решение* ( $\sigma=51,3\%$ ), полученные в результате нейросетевой аппроксимации (б), *уточненный* ( $\sigma=19,4\%$ ) генетическим алгоритмом и скользящим средним геоэлектрический разрез (в)

В качестве начального приближения использовалось параметрическое решение в точке ВЭЗ, которая располагается в центре профиля. *Решение* повторяет черты разреза, подобранного интерактивным способом (рисунок 3.3.9), также наблюдается схожесть по сопротивлениям. *Уточненный* вариант решения в большей степени похож на вариант, полученный интерактивным способом подбора. Однако на уточненном варианте не прослеживаются аномальные значения сопротивлений (участок на 500-1000 м), что объясняется сглаживанием уточненного решения.

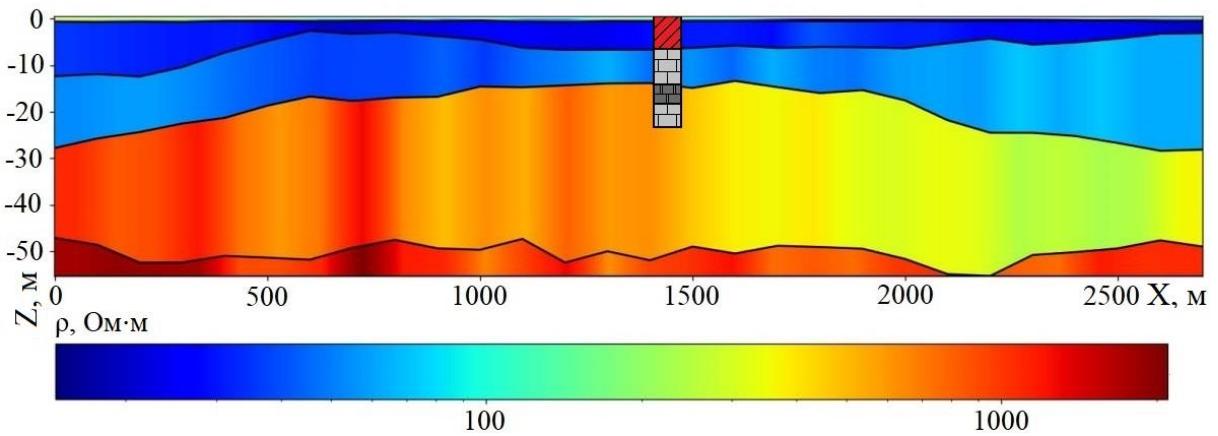


Рисунок 3.3.9 – Геоэлектрический разрез, построенный по наблюденным данным интерактивным методом подбора (1D-интерпретация). Геологические описание: 1 слой – суглинки; 2 слой – известняки сильно выветрелые; 3 слой – известняки плотные

Представленный комплексный подход к решению обратной задачи ВЭЗ позволяет получить решения, адекватно отражающие реальную физико-геологическую ситуацию. Использование нейросетевого этапа повышает помехоустойчивость решений, а дальнейшее уточнение полученной модели ГА позволяет скорректировать параметры геоэлектрического разреза в соответствии со значениями кажущегося сопротивления.

Данный алгоритм применим даже при относительно малом объеме априорной информации, однако в таком случае необходимо акцентировать внимание на выборе гиперпараметров. Также представленный в работе подход позволяет минимизировать степень участия человека в процессе количественной интерпретации и отличается высокой производительностью – время решения

обратной задачи для 100 точек ВЭЗ для 5-слойной модели не превышает 1 минуты независимо от числа разносов.

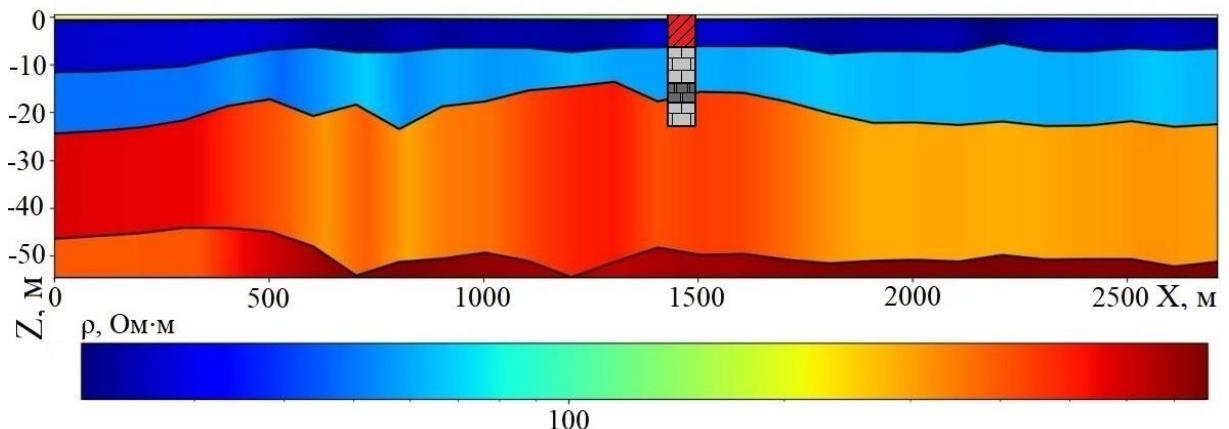


Рисунок 3.3.10 – *Решение*, полученное по наблюденным данным на основе нейросетевой аппроксимации ( $\sigma = 17,4$ ). Геологические описание: 1 слой – суглинки; 2 слой – известняки и доломиты сильновыветрелые; 3 слой – известняки плотные

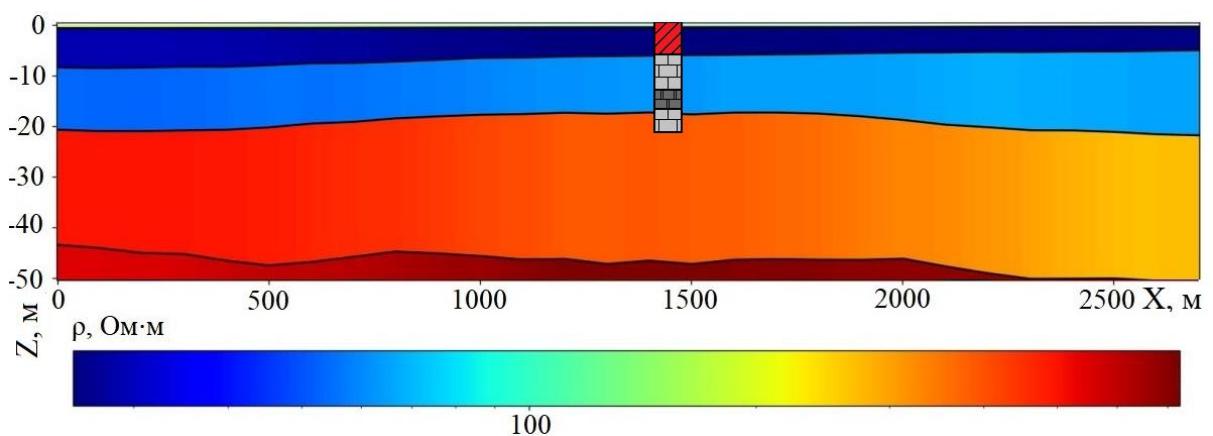


Рисунок 3.3.11 – Уточненный геоэлектрический разрез, построенный по наблюденным данным на основе нейросетевой аппроксимации и оптимизации генетическим алгоритмом ( $\sigma = 10,4$ ).

Геологические описание: 1 слой – суглинки; 2 слой – известняки и доломиты сильновыветрелые; 3 слой – известняки плотные

### «Нейросетевая» регуляризация

Вышеописанный комплексный подход является довольно простым в реализации, интуитивно понятным и результативным, однако не уменьшает степень неоднозначности решения ОЗ. Для решения некорректно поставленных задач А. Н. Тихоновым [116] разработан метод регуляризации, суть которого заключается во внесении штрафа в процесс восстановления геоэлектрического

разреза. Регуляризация позволяет алгоритму автоматизированного подбора сузить множество возможных решений, выбирая такие варианты, которые удовлетворяют дополнительным критериям. Для учета данных критериев вводят стабилизирующий функционал (стабилизатор) [26, 42], который можно представить в различных формах. Одной из наиболее часто используемых является следующая форма:

$$\Omega = \lambda \cdot f(\mathbf{E}^a, \mathbf{E}^c),$$

где  $f$  – функция потерь, например, в метрике MSE,  $\mathbf{E}^a$ ,  $\mathbf{E}^c$  – соответственно вектор параметров геоэлектрического разреза, построенного по априорным данным и вектор параметров геоэлектрического разреза, полученного в процессе решения ОЗ,  $\lambda$  – параметр регуляризации, который выбирается экспериментально.

Физический смысл представленного выше функционала заключается в приближении решения к априорно заданной модели. Данный алгоритм, несмотря на свою простоту и эффективность, имеет существенный недостаток: построение достоверной априорной модели требует привлечения большого объема геологической информации, которую можно получить только в ходе дорогостоящих буровых работ.

На основе стабилизирующего функционала разработан метод **«нейросетевой регуляризации**, ключевое отличие которого заключается в использовании в качестве априорно заданного геоэлектрического разреза решения, полученного по результатам нейросетевой аппроксимации. «Нейросетевая» регуляризация применена при решении ОЗ генетическим алгоритмом. Также как и в случае с комплексным подходом разработанный программно-алгоритмический код включает в себя 2 этапа:

1. Формирование обучающей выборки, обучение ИНС и прогноз модели геоэлектрического разреза;
2. Решение ОЗ на основе ГА с использованием регуляризации.

Сначала для каждой точки ВЭЗ посредством нейросетевой аппроксимации восстанавливаются параметры геоэлектрического разреза, которые используются при расчете стабилизирующего функционала во время работы ГА.

Генетический алгоритм совершает итерационный процесс оптимизации параметров через эволюционные операторы: селекцию, кроссовер и мутацию. На каждом шаге алгоритма: выполняется расчет теоретических значений КС путем решения прямой задачи; производится сравнение рассчитанных кривых с полевыми данными через функционал невязки  $\sigma$  и стабилизирующий функционал  $\Omega$ ; решения с минимальными невязками отбираются как наиболее «приспособленные»; на основе наиболее «приспособленных» решений генерируется следующее поколение решений.

Для апробации метода «нейросетевой» регуляризации сгенерирован синтетический геоэлектрический разрез (рисунок 3.3.12). Для модели с помощью ИНС решена ОЗ – невязка составила 14,9 %. Затем ГА повторно решается обратная задача с использованием «нейросетевой» регуляризации (рисунок 3.3.13).

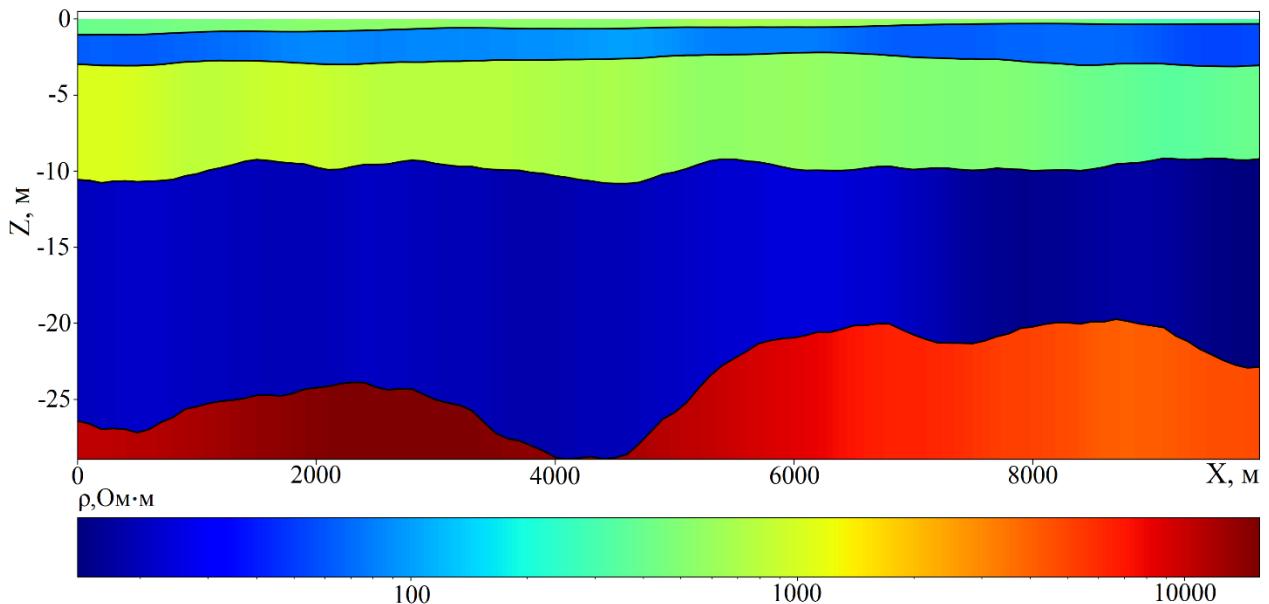


Рисунок 3.3.12 – Модель синтетического разреза

Сравнивая результирующие разрезы с исходной синтетической моделью, можно обнаружить сходство, особенно в части геометрии границ слоев. В данном случае наблюдается существенное различие в сопротивлениях: максимальное значение сопротивления на модели более чем на порядок превышает аналогичное значение на итоговых геоэлектрических разрезах. Однако при этом сохраняется динамика сопротивлений как по глубине, так и вдоль разреза.

Анализируя результаты обратной задачи данных ВЭЗ можно сделать заключения: во-первых, с ростом параметра регуляризации  $\lambda$  полученный геоэлектрический разрез становится более похожим на нейросетевой, отсюда следует, что с помощью параметра регуляризации можно эффективно контролировать поиск параметров модели; во-вторых, с повышением параметра регуляризации  $\lambda$  геоэлектрический разрез становится более гладким, что говорит об относительно высокой устойчивости «нейросетевой» регуляризации.

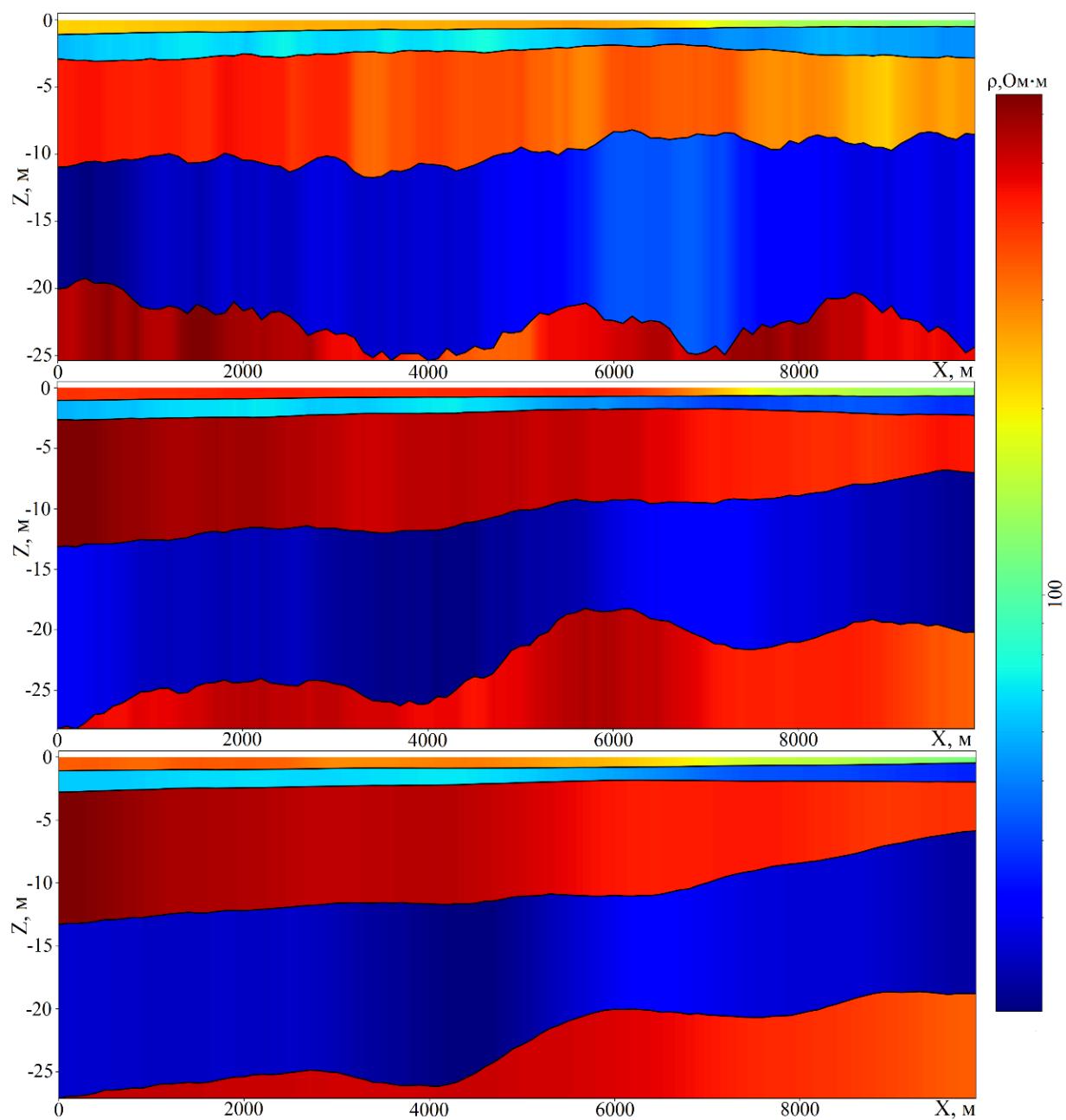


Рисунок 3.3.13 – Разрезы, построенные по результатам работы генетического алгоритма с использованием «нейросетевой» регуляризации с заданными параметрами регуляризации  $\lambda: 0,01; 0,1; 1$  (сверху вниз)

## Выводы по главе 3

Методы стохастической оптимизации (Монте-Карло, рой частиц, генетический алгоритм) основаны на автоматическом итерационном процессе подбора и изменения параметров аномалиеобразующего объекта. В процессе поиска решений методы оптимизации вычисляют значения наблюденного поля модельного объекта и сравнивают его с наблюденными параметрами поля – находят меру расхождения между ними. На каждом шаге механизмами алгоритма вносятся корректизы в модель таким образом, чтобы расхождение между теоретическими и наблюденными значениями стремилось к минимуму.

Разработан и программно реализован алгоритм приближенного решения нелинейной обратной задачи гравиразведки для 2D аномалиеобразующих призматических тел четырехугольного сечения методом статистических испытаний (Монте-Карло). Программа PODBOR\_ST использует генерацию случайных многомерных векторов координат угловых точек модели, при этом контролируется величина невязки наблюденного и модельного полей в процессе анализа пробных решений. Каждое последующее приближение строится с учетом ранее полученной информации о координатах центра тяжести и размерах ранее построенного возмущающего объекта, содержащейся в параметрах описанного прямоугольника. Тестирование показало достаточно высокую точность, помехоустойчивость и быстродействие программы PODBOR\_ST.

Разработан и реализован в виде программного продукта алгоритм решения обратной задачи гравиразведки методом роя частиц – PODBOR\_ROI. Полученные методом роя частиц результаты подтверждают высокую перспективность применения данного метода в области прикладной геофизики для моделирования источников аномалий геопотенциальных полей. Алгоритм обладает высокой скоростью сходимости, что делает возможным получение приемлемого по качеству решения обратной задачи гравиразведки даже при небольшом числе итераций.

Разработан подход, на базе которого реализован программный код решения обратной задачи ВЭЗ, основанный на генетическом алгоритме. Генетический алгоритм как самостоятельный метод успешно применяется при интерпретации кривых ВЭЗ, но полученный разрез может характеризоваться высоким перепадом мощностей и сопротивлений слоев. Для повышения гладкости геоэлектрических границ разреза целесообразно использовать фильтрацию скользящим средним, формировать начальное приближение на основе результата интерпретации, полученного на соседней точке ВЭЗ, применять методы регуляризации и анализа конечного множества эквивалентных решений.

Генетический алгоритм может выступить в роли вспомогательного метода в дополнение к основному. В частности, данный метод эффективно функционирует при автоматической корректировке результатов, полученных с помощью других методов, также алгоритм можно использовать для формирования начального приближения, адекватно описывающего реальную физико-геологическую ситуацию. Комплексное применение генетического алгоритма и нейросетевой аппроксимации позволяет проводить совместную контролируемую инверсию данных ВЭЗ с использованием «нейросетевой» регуляризации.

Как и методы роя частиц и Монте-Карло, генетический алгоритм является единственным инструментом для генерации репрезентативного множества эквивалентных решений. Репрезентативным множеством можно считать такое множество, для которого, во-первых, рост числа элементов множества слабо изменяет параметры данного множества, в рамках решения обратной задачи данное число близко к 30-50, во-вторых, для каждого элемента множества соблюдается условия невязки, в-третьих, данное множество можно использовать при пространственно-статистическом анализе.

Таким образом, второе защищаемое положение по интерпретации данных ВЭЗ и гравиметрической съемки, базирующиеся на стохастической оптимизации, обосновано и доказано. Представленные методы позволяют сформировать репрезентативное множество  $Q$  интерпретационных моделей.

## 4. ПРОСТРАНСТВЕННО-СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ КОНЕЧНОГО МНОЖЕСТВА РЕШЕНИЙ ВЭЗ И ГРАВИРАЗВЕДКИ

### 4.1. Теоретические аспекты пространственно-статистического анализа конечного множества эквивалентных решений

#### Гарантированный подход

В настоящей главе изложены методика и результаты использования концепции **гарантированного подхода**, предложенного Л.В. Канторовичем и развитого П. И. Балком для методов гравиразведки и магниторазведки, при интерпретации данных электроразведки. Его применение позволяет систематизировать многообразие геологических элементов, входящих в множество  $Q_0$  решений ОЗ. Методы интерпретации данных геофизики, реализующие идеи гарантированного подхода, базируются на новых математических формах представления ее результатов в виде некоторой совокупности геологически содержательных инвариантов на множестве  $Q_0$  [4].

В рудной ОЗ инвариантами являются максимальный общий фрагмент  $D_2$  всех допустимых носителей  $S^*$  возмущающих масс, и минимальную область  $D_1$  пространства, содержащую эти массы. В линейной обратной задаче гравиразведки для модели источников аномалии в виде совокупности локальных изолированных тел определяются общие двухсторонние оценки  $\delta_k^{(min)}$  и  $\delta_k^{(max)}$  для допустимых эффективных плотностей  $\delta_k^*$  каждого из  $k = \overline{1, m}$  тел. В структурной обратной задаче для границы слоев  $\varphi(x)$ ,  $x \in [a, b]$  предлагается строить верхнюю  $\varphi_2^*$  и нижнюю  $\varphi_1^*$  огибающие семейства всех допустимых границ  $\varphi^*(x)$ , характеризующих предельные (минимальную и максимальную) глубины их залегания в каждой точке интервала  $[a, b]$ .

Очевидно, в рудной ОЗ все приближенные решения  $S^*$  обладают общим свойством, которое находит свое выражение в двухстороннем включении  $D_2 \subset S^* \subset D_1$  (рисунок 4.1.1); в линейной обратной задаче все допустимые решения объединяет неравенство  $\delta_k^{(min)} \leq \delta_k^* \leq \delta_k^{(max)}$ ,  $k = \overline{1, m}$ ; в структурной ОЗ все

границы раздела  $\varphi^*(x)$ , двух плотностных сред, отвечающие априорной информации, удовлетворяют одному и тому же неравенству  $\varphi_2^*(x) \leq \varphi^*(x) \leq \varphi_1^*(x)$ ,  $x \in [a, b]$ .

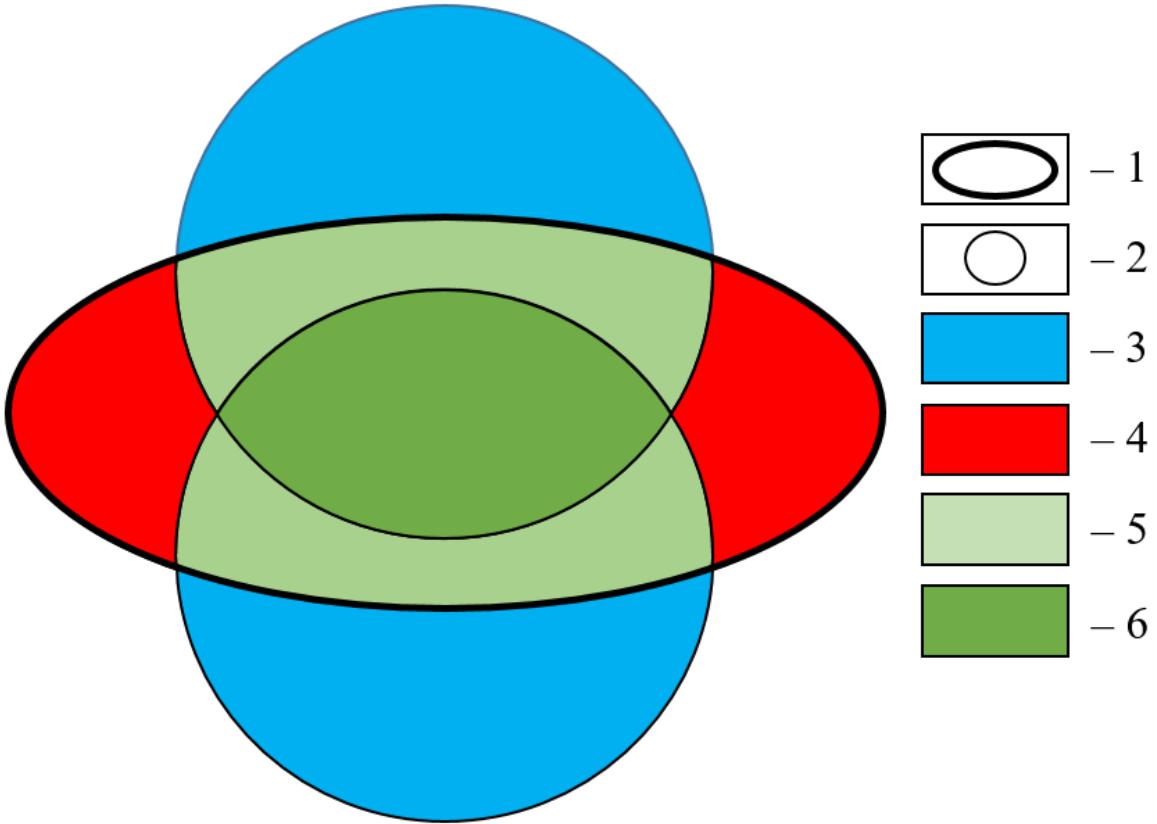


Рисунок 4.1.1 – Схема, отражающая взаимосвязь искомого объекта и двух полученных решений обратной задачи: 1 – аномалиеобразующий объект  $S$ ; 2 – модели объекта  $S^*$ ; 3 – ложная информация (фрагмент области  $D_2$ ); 4 – потерянная информация; 5 и 6 – достоверная информация  $S_0$  (фрагменты области  $D_2$ ), полученная как пересечение одной модели с объектом и как пересечение двух моделей с геологическим объектом, соответственно. Примечание: 6 – также является областью  $D_1$

Как правило, интуитивное представление об информативности результатов интерпретации связано с «остаточной» неопределенностью, которая остается после получения ее результатов. Под информацией, которую несет в себе построенная модель источника поля  $S^*$ , логично считать его фрагмент  $S_0^*$ , одновременно являющийся и фрагментом истинного носителя  $S$ , который несет достоверную информацию об изучаемом объекте. Меру Лебега  $\mu(S_0^*)$  можно принять за меру достоверной информации, которую несет приближенное решение в конкретных

условиях. Область полученных решений ОЗ, которая представляет собой предполагаемый фрагмент аномалиеобразующего объекта, но в действительности им не является, является ложной информацией. Фрагмент области, заполненной возмущающими массами, но не нашедший отражения в решениях обратной задачи, можно считать потерянной информацией (рисунок 4.1.1). Отчетливо просматриваются аналогии между потерянной информацией и ошибкой I рода, ложной информацией и ошибкой II рода. Однако предлагаемые информационные параметры здесь являются чисто детерминистскими характеристиками, в отличие от вероятностных оценок соответствующих ошибок.

### Аддитивные технологии

Продуктом развития гарантированного подхода являются **аддитивные методы** интерпретации, суть которых заключается в построении *функции локализации*  $p = f(d)$ , где  $d$  – фрагмент области  $D_2$ , включающий в себя  $n^* \in [0, \infty]$  решений ОЗ [27] (рисунок 4.1.2). Функция  $f(d)$  представляет собой оценку вероятности  $p$  обнаружения искомого объекта в пределах подобласти  $d$ . Пространственное распределение функции  $p = f(d)$  является обобщенным решением ОЗ, которое позволяет статистически охарактеризовать геометрические параметры искомого объекта или изучаемой структуры. Это решение можно также рассматривать как нечеткое множество  $Q_0$ , принадлежность каждого элемента  $d$  которому может уточняться [53], а фиксированные значения  $f(d) = \text{const}$  – как его  $\alpha$ -сечения при разных значениях функции принадлежности  $\mu$ ,  $0 \leq \mu \leq 1$ .

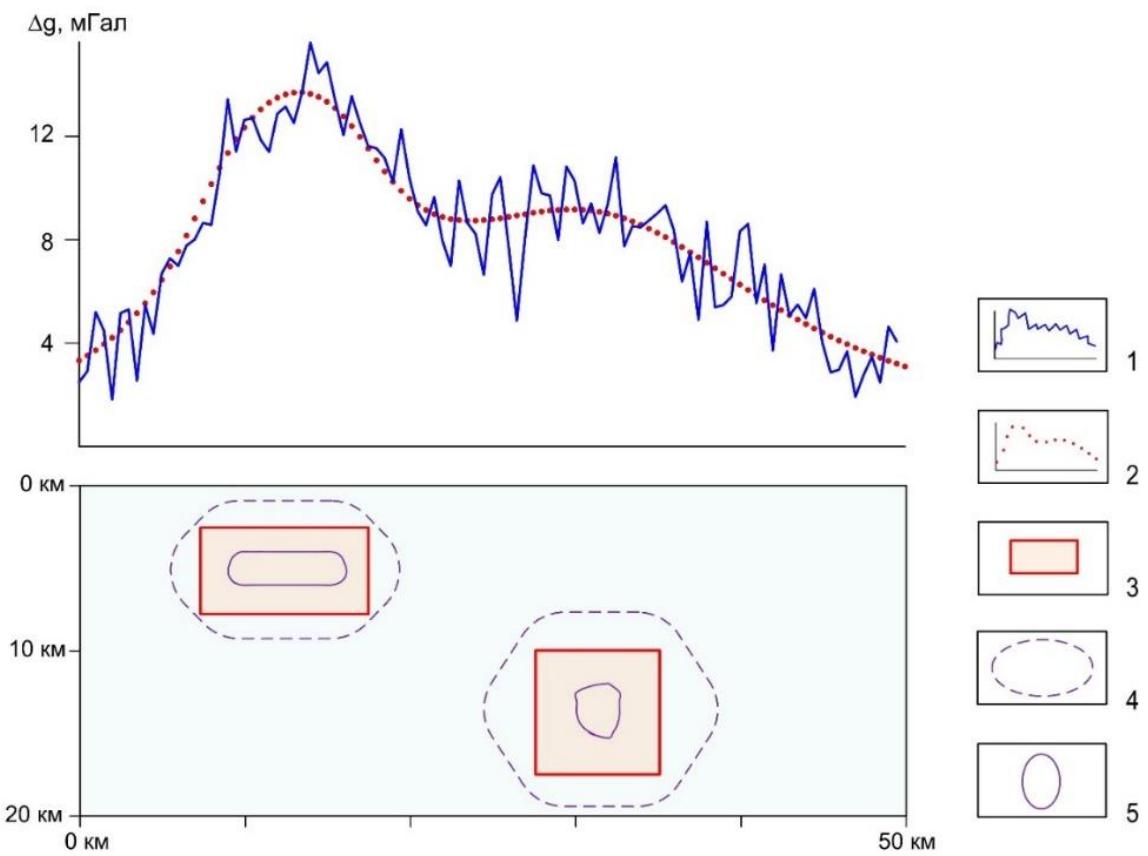


Рисунок 4.1.2 – Визуализация нечеткого множества  $Q_0$  допустимых решений обратной задачи для двух прямоугольных призм по гравитационному полю с помехой: 1 – поле  $\Delta g$ , осложненное помехой с нормой 1.2 мГал; 2 – поле  $\Delta g$  без помех; 3 – аномалиеобразующие тела;  $\alpha$ -сечения множества  $Q_0$ : 4 – для  $\mu = 0.1$ , 5 – для  $\mu = 0.9$ . Примечание: число элементов  $Q_0 = 7229$

## 4.2. Пространственно-статистический анализ конечного множества эквивалентных решений обратной задачи гравиразведки

**Гарантированный подход анализа множества решений, полученных путем инверсии данных гравиразведки методом Монте-Карло**

Традиционно оценка качества количественной интерпретации в гравиразведке базируется на оценке степени перекрытия вертикальных сечений (для 2D обратной задачи) или объемов (для 3D обратной задачи) модельного  $S^*$  и истинного  $S$  аномалиеобразующих объектов:  $\|S^* - S\|$ . Модельный объект  $S^*$  в данном случае представляет собой один элемент из множества  $Q$  допустимых решений ОЗ, удовлетворяющих априорной информации и обеспечивающих выполнение

условия  $F2 \leq \sigma$ , где  $\sigma$  – малая величина, сопоставимая с точностью интерпретируемой гравиметрической съемки. Однако существуют непосредственные способы оценки истинного решения ОЗ, не связанные с одним из допустимых вариантов интерпретации – гарантированный подход [4].

Для ОЗ гравиразведки рудного типа к этому типу оценок можно отнести минимальную и максимальную области геологического пространства  $D_1$  и  $D_2$ , обеспечивающие включения:

$$D_2 \subset S \subset D_1$$

Множество «пересечения решений» обратной задачи  $D_1$  будет давать фрагмент, гарантировано принадлежащий возмущающему объекту  $S$ , а множество «объединения решений» позволяет оконтурить область пространства  $D_2$ , в котором может содержаться искомый объект.

Предложенный в разделе 3.1 алгоритм статистических испытаний позволяет осуществлять построение множества  $Q_0$  следующими способами: использованием различных начальных приближений (векторов  $P_0$ ); генерацией разных последовательностей случайных чисел  $\{\tau_n\}$ ; изменением модельного класса тел. Рассмотрим пример локализации рудоносной интрузии габбро-долеритов по данным крупномасштабной гравиметрической съемки, выполненной над месторождением медно-никелево-платиновых руд Норильск-1 (рисунок 4.2.1). Гравитационная аномалия  $\Delta g_{\text{наб}}$ , полученная после исключения линейного регионального фона, предположительно обусловлена рудоносной интрузией базит-гипербазитового состава, обладающей эффективной плотностью  $0,25 \text{ г/см}^3$  по отношению к вмещающим породам туфоловой толщи. Точность выполненной гравиметрической съемки составляет  $0,15 \text{ мГал}$ .

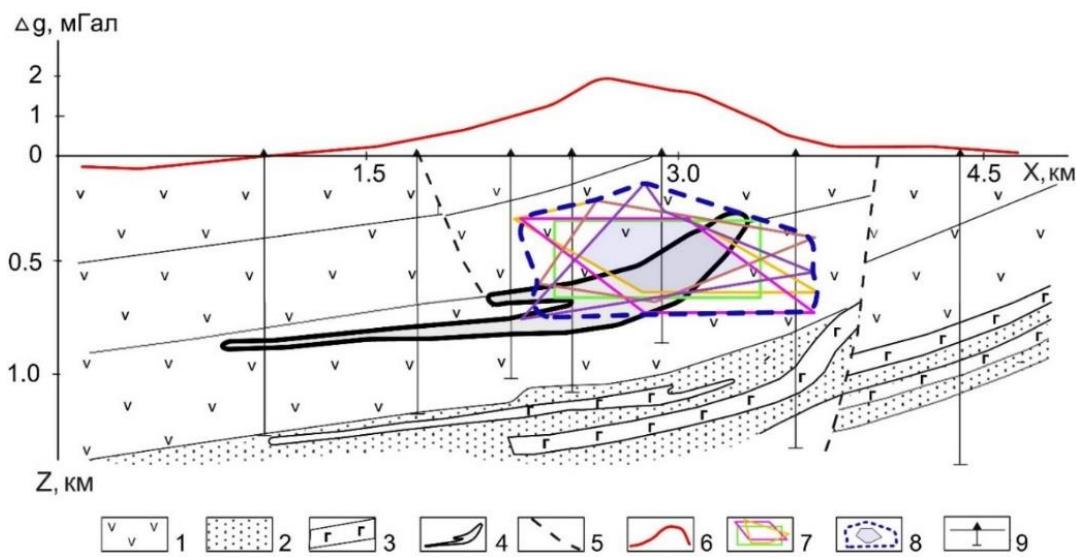


Рисунок 4.2.1 – Результаты количественной интерпретации аномального гравитационного поля над месторождением медно-никелево-платиновых руд Норильск-1: 1 – породы туфолововой толщи; 2 – отложения тунгусской серии; 3 – силлы габбро-долеритов; 4 – рудоносная интрузия; 5 – дизъюнктивные нарушения; 6 – локальная составляющая гравитационного поля в редукции Буге; 7 – частные решения обратной задачи гравиразведки; 8 – области  $D_2$  (синий пунктир) и  $D_1$  (полупрозрачная заливка); 9 – буровые скважины

На рисунке 4.2.1 показаны пять частных решений ОЗ, полученных программой PODBOR\_ST с использованием трех модельных классов тел, при  $K = 40$ ,  $M = 25000$ , во всех случаях финальные значения  $F2 < 0,15$  мГал. Осужденлен синтез этих решений на основе гарантированного подхода. Выход за пределы области  $D_2$  маломощных субгоризонтальных фрагментов рудоносной интрузии в левой части геологического разреза объясняется их очень слабым гравитационным эффектом. Смещение области  $D_1$  в верхнюю часть разреза относительно фактического положения интрузии можно объяснить неучтеным в интерпретационной модели ореолом надинтрузивного уплотнения вмещающих эфузивных пород.

Тем не менее, очевидным фактом является возможность гарантированного подсечения интрузии при разбуривании области  $D_1$  до глубины 600–800 м. Следует добавить, что для более достоверной локализации областей  $D_1$  и  $D_2$  требуется синтез около 300–1200 решений ОЗ, что может быть реализовано на современных компьютерах без существенных затрат времени.

## Анализ множества решений, полученных путем инверсии данных гравиразведки методом роя частиц

Метод роя частиц (раздел 3.2) является весьма эффективным инструментом для построения репрезентативного подмножества допустимых решений ОЗ гравиразведки. Можно задаться некоторым малым пороговым значением невязки  $F2_{\text{пор}}$  и выбрать  $n$  частиц роя, для которых величина  $F2 \leq F2_{\text{пор}}$ . Каждую из этих частиц можно описать связной совокупностью конечных элементов  $d$  в форме квадратов, образующих замощение области  $D_2$ . Обозначим через  $n^*$  число всех призм, в каждой из которых содержится элемент  $\omega$ . Тогда  $p = n^*/n$  – оценка вероятности ситуации, когда элемент  $\omega$  является фрагментом неизвестного носителя масс [4].

В качестве новой математической формы представления результатов интерпретации будем использовать одну или несколько «наилучших» результативных моделей и вертикальную карту функции локализации  $p = f(d)$ . На рисунке 4.2.2 показаны результаты решения ОЗ гравиразведки в варианте 1, отвечающие значению  $F2_{\text{пор}} = 0,4$  мГал, числу частиц  $n = 28$  и размеру элементов замощения  $100 \times 100$  м. Очевидно, качество выполненных интерпретационных построений высокое и является вполне достаточным для заложения заверочной скважины.

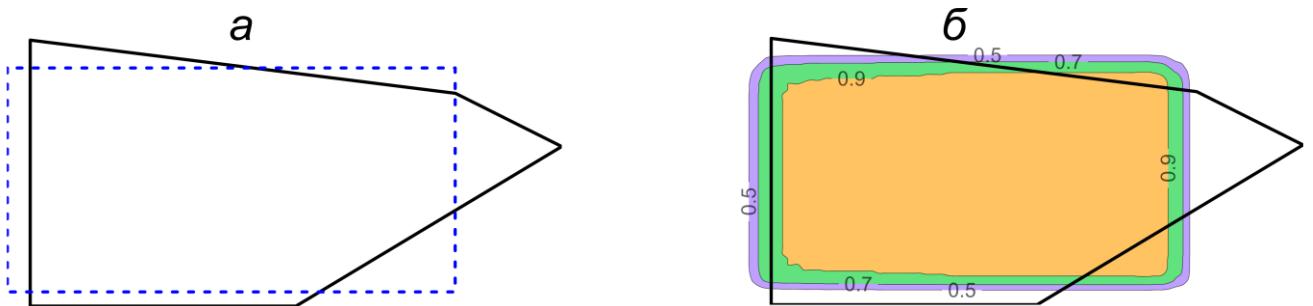


Рисунок 4.2.2 – Результаты решения обратной задачи гравиразведки: а – призма, отвечающая минимальному значению невязки полей  $F2 = 0,34$  мГал (синий пунктир); б – карта изолиний функции локализации  $p$ . Черный контур – аномалиеобразующий объект

### 4.3. Аддитивные технологии анализа конечного множества эквивалентных решений обратной задачи ВЭЗ

#### Пространственно-статистический анализ для субгоризонтально-слоистой модели

Применение ПСА требует многократного решения обратной задачи ВЭЗ, в результате которого получают множество векторов  $E$ , размерность  $L$  которого вычисляется следующим образом:

$$L = (l * 2) - 1,$$

где  $l$  – число слоев геоэлектрического разреза, которое определяется на основе априорных сведений о геологическом строении исследуемой территории. В вектор  $E$  входят как мощности, так и удельные электрические сопротивления геоэлектрического разреза. Для всех векторов  $E$  решается прямая задача ВЭЗ и определяется невязка между модельными и наблюденными кривыми электрических зондирований. В случае, если полученное значение невязки ниже порогового значения, то такой вектор будет включен в множество  $Q_0$ .

Для дальнейшего построения геоэлектрических разрезов мощность каждого слоя преобразуется в глубину залегания его подошвы. Затем каждому слою геоэлектрического разреза определяется область  $D_2$ , верхние и нижние границы которой соответствуют минимальной и максимальной глубине залегания кровли слоя. Таким образом, для каждой точки ВЭЗ определяется диапазон глубин, в пределах которого могут варьировать значения глубин для конкретного слоя.

Далее пространство  $D_2$  разбивается на  $m$  подобластей одинакового размера, для каждой подобласти  $d_i$  вычисляется параметр  $p_i$  путем MinMax нормализации:

$$p_i = \frac{n_i - n_{min}}{n_{max} - n_{min}},$$

где  $n_i$  – количество решений, входящих в текущую подобласть  $d_i$ ,  $n_{min}$  и  $n_{max}$  – минимальное и максимальное количество решений среди всех подобластей  $d$ . MinMax нормализацию также можно провести с учетом значений всех пикетов,

в таком случае  $n_{min}$  и  $n_{max}$  – минимальное и максимальное значение  $n$  среди всех пикетов.

Полученное пространственное распределение  $p$  не следует интерпретировать как абсолютное значение вероятности обнаружения кровли изучаемого горизонта в подобласти  $d$ . Параметр  $p_i$  является оценкой того, насколько высока вероятность, что подобласть  $d_i$  будет содержать данную границу по сравнению с другими подобластями  $d$ .

На рисунке 4.3.1 представлен схематичный пример результата, полученного при применении аддитивных технологий. Рассмотрим количественную интерпретацию на примере точки ВЭЗ № 1: все множество решений ОЗ попадает в диапазон глубин от -2,4 м до -8,0 м. Данное пространство  $D_2$  разделено на 5 подобластей  $d$  одинаковой мощности, для которых подсчитано число решений обратной задачи  $n^*$ .

Наибольшим числом решений  $n^*$  характеризуется центральная (3-я при пересчете сверху-вниз) подобласть – 55 решений. Из этого следует, что функция локализации  $p$  для центральной подобласти  $d$  будет равна 1, т.е. истинное положение границы с наибольшей вероятностью находится в пределах данной подобласти, в интервале глубин от -4,8 до -5,7 м.

Представление результатов в виде конечных подобластей  $d$ , ранжированных в зависимости от числа решений  $n^*$  ОЗ, входящих в данную подобласть  $d$ , позволяет провести анализ результатов количественной интерпретации ВЭЗ по двум критериям: по невязке кривых  $\sigma$  и параметру  $p$ . Также существенным преимуществом является возможность количественно оценить разрешающую способность метода в конкретных физико-геологических условиях.

Однако такое представление результатов инверсии сопряжено с трудностями при визуальном выделении геоэлектрических границ. Для устранения этого недостатка распределение параметра  $p$  аппроксимировано с помощью функции  $z = f(p, x)$ . Функция  $z$  рассчитывается как средневзвешенное значение центров подобластей  $d$  для каждой точки ВЭЗ, в качестве весов выступает совокупность

параметров  $p$ . График функции  $z$  представляет собой ломаную линию, которая отражает наиболее вероятное положение границы раздела электрических свойств. Наиболее информативным способом представления множества  $Q_0$  является совместная визуализация подобластей  $d$  вместе с функцией  $z$ .

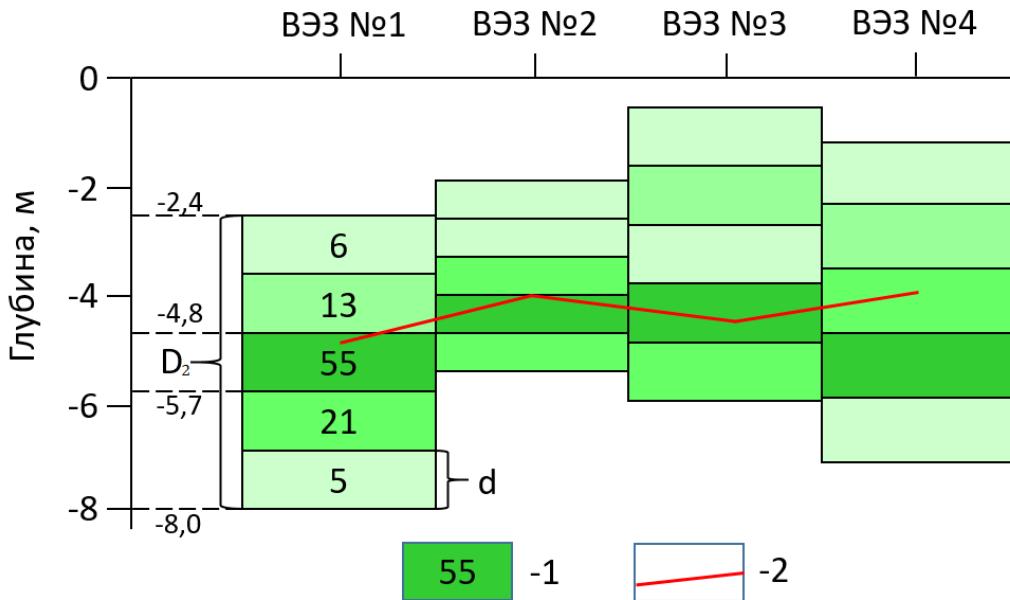


Рисунок 4.3.1 – Визуальное представление результатов применения аддитивных технологий в методе ВЭЗ: 1 – подобласть  $d$ , значение в центре отражает количество решений  $m$ , входящих в данную подобласть; 2 – положение границы по априорным данным. Оттенки зеленого характеризуют количество решений обратной задачи, входящих в подобласть  $d$ : чем ярче оттенок, тем больше число решений, которое приходится на данную подобласть

Целесообразность сглаживания функции  $z$  обусловлена, с одной стороны, типичными особенностями геоэлектрического разреза в равнинных условиях при отсутствии вертикальных разрывных нарушений: геологический разрез не должен иметь резкие перепады мощностей, которые могут возникнуть за счет неустойчивости решения ОЗ автоматизированными методами. С другой стороны – особенностями методики полевых наблюдений метода ВЭЗ: область проникновения электрического тока охватывает всю длину разноса питающей линии АВ, затрагивая соседние точки ВЭЗ (для сравнительно малых расстояний между точками измерений). Сглаживание функции  $z$  осуществлено с помощью метода скользящего среднего.

Формирование конечного множества решений обратной задачи ВЭЗ для последующего пространственно-статистического анализа возможно на основе алгоритмов стохастической оптимизации, в частности ГА (раздел 3.3), или нейросетевой аппроксимации (глава 2). Далее будет рассмотрено применение обоих методов для создания семейства эквивалентных решений.

### **Аддитивные технологии анализа множества решений, полученных генетическим алгоритмом**

Для применения ПСА множества решений ОЗ ВЭЗ разработан алгоритм на языке программирования «Python» [98], выполняющий следующие операции:

- 1) формирование конечного множества  $Q_0$  с использованием ГА библиотеки «DEAP» [144];
- 2) разделение геологического пространства  $D_2$  на  $m$  подобластей  $d$ , расчет вероятности  $p$  в пределах каждой из них;
- 3) построение функции  $z = f(p, x)$ , аппроксимирующей распределение вероятностей  $\{p_1, p_2, p_3, \dots, p_n\}$  ломаной линией;
- 4) визуализация пространственного распределения вероятностей  $p$  и функции  $z$  с помощью библиотеки «Matplotlib» [146].

Поскольку полученные в рамках одного решения обратной задачи ВЭЗ вектора  $E$  близки между собой, для увеличения разброса векторов  $E$ , для одной и той же точки зондирования ГА применяется многократно. Каждое решение проходит проверку на условие невязки  $\sigma \leq \sigma_0$ , в случае, если невязка  $\sigma$  ниже порогового значения, вектор параметров входит в множество  $Q_0$ , мощность которого должна составлять 50–100 элементов.

Аддитивные технологии количественной интерпретации ВЭЗ апробировались на синтетической модели и на практических материалах. Синтетическая модель представляет собой четырехслойный геоэлектрический разрез (рисунок 4.3.2), горизонты которого обладают следующими удельными сопротивлениями (сверху вниз): 300 Ом·м; 1000 Ом·м; 100 Ом·м; 2500 Ом·м. Мощность 1-го слоя изменилась

от 2 м до 4 м, 2-го слоя – от 9 м до 14 м, 3-го слоя – от 7 м до 16 м. Относительное расхождение наблюденных и модельных кривых ВЭЗ при инверсии не превышало 2 %.

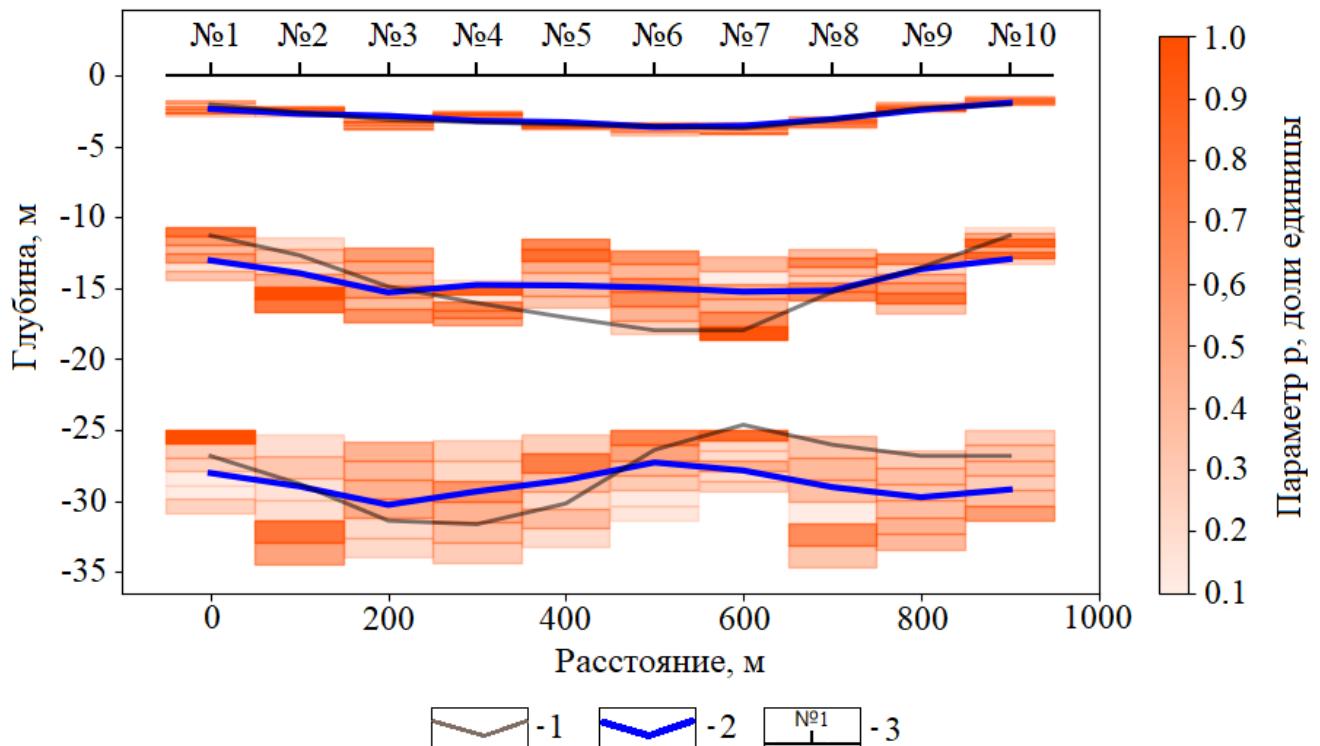


Рисунок 4.3.2 – Результат применения аддитивных технологий на примере синтетической модели. 1 – границы заданной модели; 2 – аппроксимирующая ломанная (функция  $z$ ); 3 – точка ВЭЗ и ее номер

Проанализировав рисунок 4.3.2, можно сделать вывод, что аппроксимирующая ломанная, согласуются с границами заданной модели. Расхождение границ наблюдается в диапазоне 400-600 м: заметно, что параметры геоэлектрического разреза сильно отличаются от параметров, используемых в качестве априорных данных для ГА.

На рисунке 4.3.3 представлены результаты решения обратной задачи ВЭЗ для материалов, полученных в ходе полевых наблюдений вблизи пос. Октябрьский. Наблюдается высокая степень совпадения границ, построенных с помощью неформализованного подбора с применением программы «ЗОНД» [48] и с помощью функции  $z = \varphi(p, x)$ . Наибольшее расхождение по глубинам имеет нижний геоэлектрический горизонт, что связано с понижением разрешающей

способности метода с глубиной. Отметим, большая мощность пространства  $D_2$ , говорит о меньшей разрешающей способности метода в текущей физико-геологической обстановке. Стоит добавить, что разрешающая способность ВЭЗ изменяется как по глубине, так и по латерали (вдоль оси абсцисс).

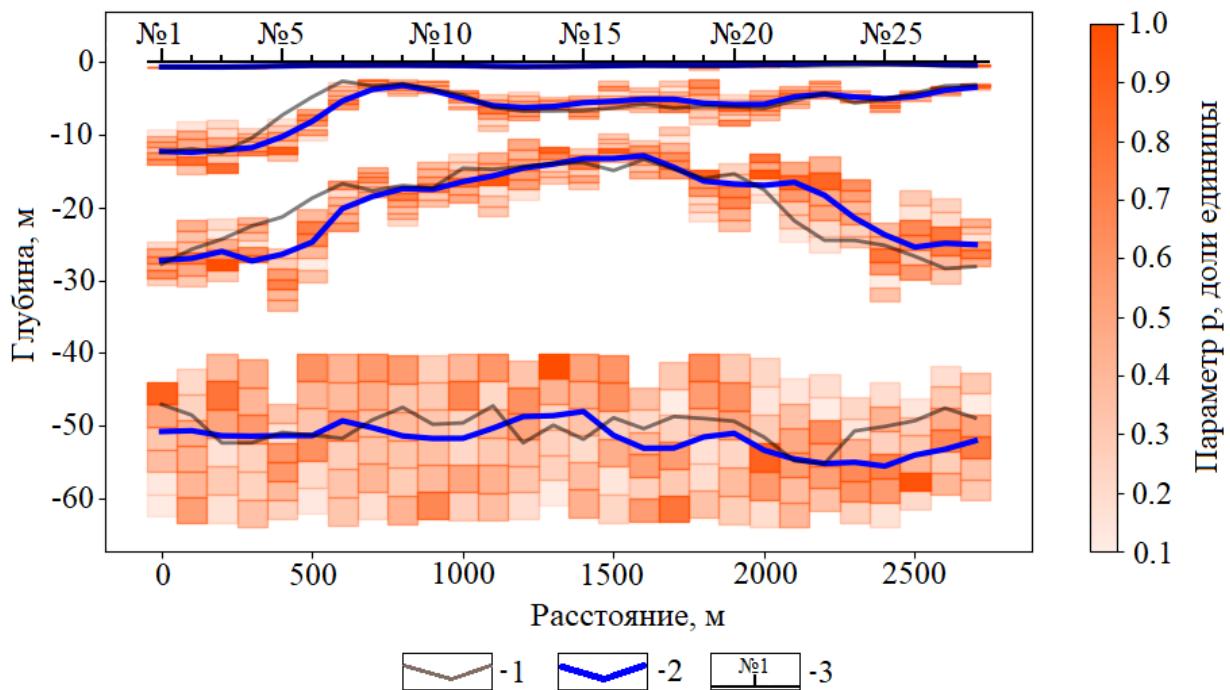


Рисунок 4.3.3 – Результат применения ПСА для количественной интерпретации данных ВЭЗ по профилю у пос. Октябрьский: 1 – геоэлектрические границы, полученные интерактивным способом подбора параметров геоэлектрического разреза в программном комплексе «ЗОНД»; 2 – аппроксимирующая ломанная (функция  $z$ ); 3 – точка ВЭЗ и ее номер

### Анализ множества решений, полученных путем инверсии данных ВЭЗ нейронной сетью

Другой подход формирования конечного множества решений обратной задачи ВЭЗ заключается в генерации выборки путем нейросетевой аппроксимации (глава 2). Предиктор, полученный в результате обучения ИНС, многократно решает обратную задачу ВЭЗ, используя в качестве входных данных один и тот же вектор КС, однако предварительно добавляя в него помеху. Похожий способ формирования множества решений был описан В.П. Колесниковым в работе [49].

Для апробации метода реализован программно-алгоритмический код, который последовательно выполняет следующие действия:

- 1) формирует обучающую выборку на основе начального приближения;
- 2) обучает ИНС на данных тренировочной выборки;
- 3) создает множество векторов КС путем добавления шума в исходный вектор;
- 4) с помощью предиктора, полученного в результате нейросетевой аппроксимации, решает обратную задачу ВЭЗ для каждого вектора КС;
- 5) проводит количественную интерпретацию данных ВЭЗ на основе ПСА конечного множества решений ОЗ.

При этом 3 и 4 пункты выполняются для каждой точки ВЭЗ по отдельности. Пространственно-статистический анализ при данный нейросетевой аппроксимации не отличается от ПСА, который проведен на решениях, полученных ГА. Для испытания алгоритма проведено имитационное моделирование на синтетической среде, результирующие разрезы для наглядности представлены в логарифмической (рисунок 4.3.4) и линейной шкалах по оси глубин (рисунок 4.3.5).

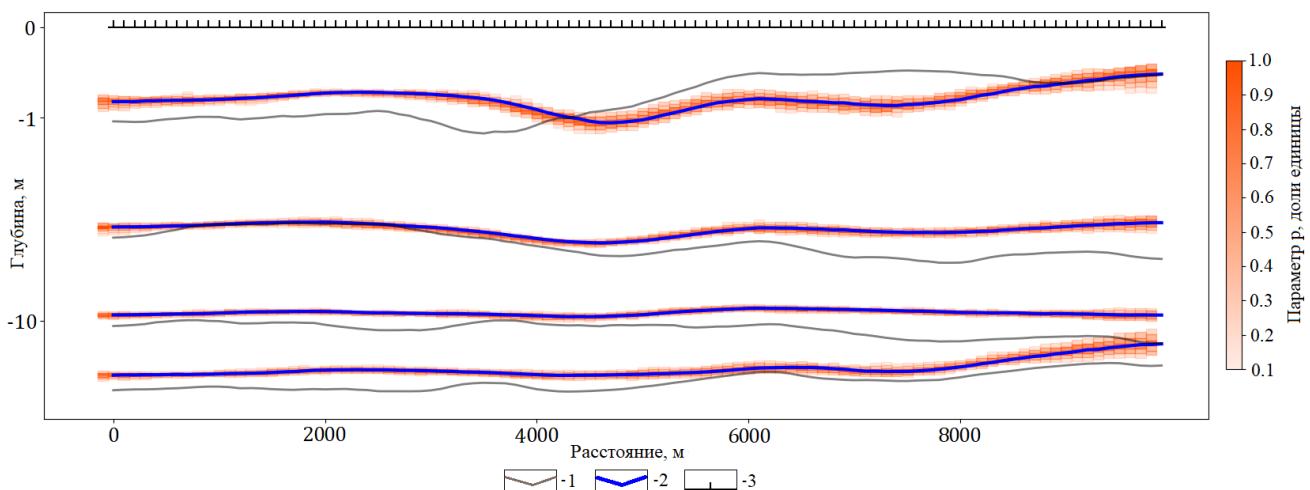


Рисунок 4.3.4 – Результат интерпретации данных ВЭЗ модельного разреза:

1 – геоэлектрические границы модели; 2 – аппроксимирующая ломанная (функция  $z$ );  
2 – точка ВЭЗ и ее номер

Уменьшение мощности 4 слоя приводит к нарушению одного из ключевых условий применимости ВЭЗ: «мощность каждого слоя должна быть равна или больше суммы мощностей вышележащих слоев». Нарушение данного условия привело к увеличению мощности пространства  $D_2$  в правой части разреза, что

видно по рисунок 4.3.4 и рисунок 4.3.5. Таким образом, увеличение мощности пространства  $D_2$  является признаком уменьшения разрешающей способности метода, обусловленного уменьшением мощности 4 слоя.

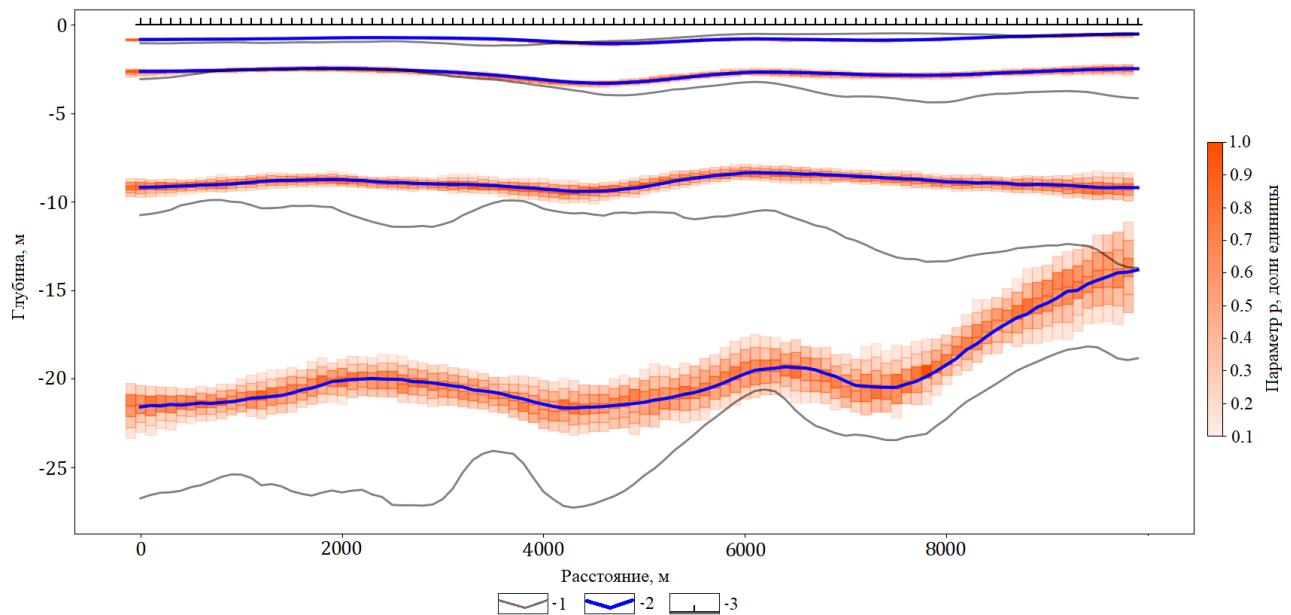


Рисунок 4.3.5 – Результат интерпретации данных ВЭЗ модельного разреза. Условные обозначения даны на рисунке 4.3.4

Ввиду того, что на вход предиктору подаются зашумленные значения КС, данный подход позволяет лишь грубо оценить интервал глубин залегания кровель слоев геоэлектрического разреза. Несмотря на это, ПСА на множестве данных, полученных в результате нейросетевой аппроксимации, позволяет оценить обобщающую способность ИНС, степень устойчивости решения ОЗ для конкретной точки ВЭЗ и разрешающую способность.

Также недостатком данного подхода является то, что решения, полученные предиктором, близки по своим значениям – для того, чтобы увеличить разброс решений, нужно увеличить величину добавленного шума, но даже в таком случае разброс будет невысоким относительно решений, полученных ГА. Этот недостаток частично нивелируется скоростью решения ОЗ – ИНС может значительно быстрее находить решения, чем генетический алгоритм. Таким образом, высокий разброс значений можно увеличить за счет увеличения мощности множества решений.

## Выводы по главе 4

Противоречие, обусловленное попыткой представить множество допустимых решений  $Q_0$  одним из его элементов, снимается применением пространственно-статистического анализа в детерминированном (гарантированный подход) или статистическом (аддитивные технологии) вариантах. В детерминированном виде пространственно-статистический анализ сводится к определению возможных границ объекта по максимальным и минимальным значениям параметров модели, в статистическом – определению функции локализации – функции, отражающей вероятность нахождения искомой границы в рамках элементарного фрагмента геологической среды.

Для обратной задачи гравиразведки рудного типа пространственно-статистический анализ множества  $Q_0$  позволяет локализовать искомый объект с помощью областей изучаемого геологического пространства  $D_1$  и  $D_2$ . Первая область является частью искомого объекта, вторая – объединяет все полученные допустимые решения обратной задачи. Использование данных областей позволяет сделать предположение о геометрии аномалиеобразующего тела и выбрать место заложения заверочной скважины.

Предложен синтез метода роя частиц и аддитивных технологий количественной интерпретации геопотенциальных полей. Множество решений обратной задачи гравиразведки, полученное методом роя частиц, использовалось для расчета функции локализации, которая характеризует структуру полученного множества эквивалентных решений. Функция локализации позволяет оценить вероятность обнаружения возмущающих тел в любом заданном элементарном фрагменте  $d$  геологической среды.

Результаты решения обратной задачи ВЭЗ генетическим алгоритмом, представленные в виде множества эквивалентных решений обратной задачи  $Q_0$  с дальнейшим его пространственно-статистическим анализом повышают достоверность интерпретации данных ВЭЗ. Предлагаемый подход позволяет сделать количественную оценку разрешающей способности метода и отказаться от

величины невязки как единственного критерия качества количественной интерпретации при практически полной автоматизации инверсии.

Однако проведение пространственно-статистического анализа требует относительно больших временных затрат на формирование репрезентативного множества  $Q_0$ . Также стоит отметить, что возникают сложности выполнения интерпретационных построений при совместном учете изменений удельных электрических сопротивлений и мощностей слоев, а также при визуализации областей  $D_2$  в случае их частичного пересечения.

Применение генетического алгоритма для формирования конечного множества  $Q_0$  допустимых решений обратной задачи ВЭЗ весьма эффективно, поскольку данный метод позволяет сформировать достаточно разнообразный набор геоэлектрических разрезов при небольших затратах времени.

Использование аддитивных технологий на множестве решений, полученных по результатам нейросетевой аппроксимации, может быть эффективно для оценки сопутствующих характеристик решения обратной задачи: степени помехоустойчивости, разрешающей способности. Однако ввиду того, что векторы КС были искусственно зашумлены, данный подход не позволяет оценить реальные параметры разреза. Также применение предиктора для создания множества решений отличается высокой скоростью, но малым разбросом параметров итоговых решений.

Таким образом, третье защищаемое положение по пространственно-статистическому анализу конечного множества допустимых решений, обосновано и доказано. Рассмотренный метод снижает влияние практической эквивалентности и повышает достоверность результатов интерпретации ВЭЗ и др. методов.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Достоверность результатов интерпретации геофизических данных зависит от условий полевых работ, характеристик измерительной аппаратуры и выбранной методики съемки. Тем не менее, основные сложности сопряжены с количественной интерпретацией, которая сводится к решению некорректных обратных задач.

Для преодоления данного фундаментального ограничения применяются методы регуляризации, позволяющие преобразовать некорректную задачу в условно-корректную за счет привлечения априорной геолого-геофизической информации.

На сегодняшний день разработано множество методов решения обратных задач, однако, несмотря на это, сохраняется потребность в разработке подходов оценки результатов количественной интерпретации при заданном уровне помех исходных данных.

Новый подход к решению обратных задач основан на нейросетевой аппроксимации. Нейронные сети позволяют построить непрерывный оператор для решения обратной задачи ВЭЗ. Данная процедура реализуется через обучение нейронной сети – итерационный процесс корректировки весов, связывающих входные и выходные параметры.

Для тренировки нейронной сети используется синтетическая обучающая выборка, где входные данные представлены расчетными значениями кажущегося сопротивления, а целевые выходы – соответствующими параметрами геоэлектрического разреза. В процессе обучения нейросеть выявляет и запоминает сложные нелинейные связи между этими данными, что в дальнейшем позволяет ей восстанавливать параметры реальной среды по данным полевых наблюдений.

Используемая при обучении ограниченная, но репрезентативная выборка определяет всё пространство возможных решений нейронной сети, исключая из него геологически бессмысленные модели. Данный механизм обеспечивает устойчивость решения: оператор, построенный на синтетических данных, не способен выдать решение, кардинально выходящее за рамки изученных

закономерностей. Таким образом, первое защищаемое положение по устойчивому решению 1D обратной задачи ВЭЗ, базирующееся на применении нейросетевой аппроксимации, обосновано и доказано.

Иной подход к количественной интерпретации базируется на методах стохастической оптимизации (Монте-Карло, методе роя частиц, генетическом алгоритме). Методы оптимизации используют автоматический итерационный процесс подбора параметров аномалиеобразующего объекта. На каждом шаге алгоритм вычисляет модельное поле, определяет меру расхождения с наблюденными данными и вносит целенаправленные корректизы в параметры модели для минимизации ошибки. Эффективность минимизации обеспечивается адаптивными механизмами, учитывающими различные стороны инверсии.

Методы роя частиц, Монте-Карло и генетический алгоритм является действенным инструментом для генерации репрезентативного множества эквивалентных решений. Репрезентативным множеством можно считать такое множество, для которого, во-первых, рост числа элементов множества слабо изменяет параметры данного множества, в рамках решения обратной задачи данное число близко к 30-50, во-вторых, для каждого элемента множества соблюдаются условия невязки, в-третьих, данное множество можно использовать при пространственно-статистическом анализе.

Таким образом, второе защищаемое положение по интерпретации данных ВЭЗ и гравиметрической съемки, базирующиеся на стохастической оптимизации, обосновано и доказано.

Также отметим, что существенным недостатком является противоречие, возникающее при выборе в качестве итогового решения одну модель из множества возможных. В качестве альтернативы выступает анализ множества допустимых решений, обеспечивающий повышенную устойчивость к погрешностям данных за счет исключения влияния случайных особенностей частных решений.

Предлагаемый подход позволяет сделать количественную оценку разрешающей способности метода и отказаться от величины невязки как единственного критерия качества решения обратной задачи. Однако

пространственно-статистический анализ требует сравнительно больших временных затрат на формирование множества  $Q_0$ . Возникают сложности выполнения интерпретационных построений при совместном учете изменений удельных электрических сопротивлений и мощностей слоев, а также при визуализации областей  $D$  в случае их частичного пересечения.

Таким образом, третье защищаемое положение по пространственно-статистическому анализу конечного множества допустимых решений, обосновано и доказано.

Созданные новые технологии решения обратных задач ВЭЗ и гравиразведки повышают устойчивость и снижают неоднозначность результатов количественной интерпретации геофизических данных за счет построения приближенного оператора нелинейной обратной задачи, формирования и анализа конечного репрезентативного множества допустимых решений.

## СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ И УСЛОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ

ВЭЗ – вертикальное электрическое зондирование;

ОЗ – обратная задача;

КС – кажущиеся сопротивления;

ИНС – искусственные нейронные сети;

ММК – метод Монте-Карло;

МРЧ – метод роя частиц;

ГА – генетический алгоритм;

ПСА – пространственно-статистический анализ;

ПО – приспособленность особи;

СПП – средняя приспособленность популяции;

$L$  и  $L^{-1}$  – оператор прямой и обратной задачи;

$V$  – вектор значений аномального поля в гравиразведке;

$P$  – вектор параметров модели в гравиразведке;

$P_0$  – вектор начального приближения в гравиразведке;

$W$  – множество возможных векторов аномального поля  $V$ ;

$E$  – вектор параметров модели в электроразведке;

$Q$  и  $Q_0$  – множество и конечное множество допустимых решений ОЗ;

$D_1$  и  $D_2$  – область «пересечения решений» и «объединения решений»;

$S$  – истинный носитель масс;

$S^*$  – модель носителя масс;

$\delta$  – эффективная плотность;

$\varphi$  – положение границы частного решения;

$\varphi_1$  и  $\varphi_2$  – нижняя и верхняя огибающие семейства всех допустимых границ;

$p$  – функция локализации;

$d$  – фрагмент области  $D_2$ , включающее в себя  $n^* \in [0, \infty]$  решений ОЗ;

$n^*$  – число решений, приходящихся на подобласть  $d$ ;

$n$  – число решений, приходящихся на область  $D_2$ ;

$\mu$  – мера Лебега;

$\sigma$  – невязка, в общем случае;

$F2$  – невязка в евклидовой метрике;

$FM$  – невязка в метрике Чебышева;

$z$  – функция, аппроксимирующая функцию локализации, ломаной линией.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Алексеев П.А. Выделение палеорусел в отложениях тюменской свиты с использованием нейронной сети по данным сейсморазведки 3D / Алексеева П.А., Калугин А.А., Кирьянова Т.Н. // Геофизика. – 2022. – № 3. – С.9-15.
2. Аташов С. Разработка новых методов поиска и разведки рудных месторождений с использованием нейронных сетей / Аташов С., Ашыров Ю., Байрамов М. [и др.] // Символ науки: Международный научный журнал. – 2024. – Т. 3. – № 11-2. – С. 48-50.
3. Балаева О. Анализ открытых данных в геохимии и их применение для обучения нейросетей / Балаева О., Оразметова З., Сейидова А. [и др.] // Символ науки: Международный научный журнал. – 2025. – № 1-2. – С. 31-33.
4. Балк П.И. Аддитивные методы решения обратных задач гравиразведки и магниторазведки / Балк П.И., Долгаль А.С. – М.: Научный мир, 2020. – 456 с.
5. Балк П.И. Обратные задачи гравиразведки как проблема принятия решения в условиях неопределенности и риска / Балк П.И., Долгаль А.С. // Физика Земли. – 2017. – № 2. – С. 45-61.
6. Балк П.И. Подавление знакопеременных помех при инверсии данных вертикального электрического зондирования / Балк П.И., Долгаль А.С., Мичурин А.В. [и др.] // Вестник пермского университета. Геология. – 2016. – Т. 31. – № 2. – С. 55-63
7. Бельков Н.В. Поиск пресной воды с применением метода вертикального электрического зондирования в поселке Кулигино Пермского края / Бельков Н.В. // Геология и полезные ископаемые западного Урала. – 2015. – № 15. – С. 185-189.
8. Бондаренко П.В. Нейронная сеть как новый метод исследования в количественной минералогии / Бондаренко П.В., Корсаков А.В. // Научно-методические основы прогноза, поисков, оценки месторождений алмазов, благородных и цветных металлов. Сборник тезисов докладов XII Международной научно-практической конференции. – М., – 2023. – С. 51-54.
9. Блох Ю.И. Интерпретация гравитационных и магнитных аномалий [Электронный ресурс] / Блох Ю.И. – 2009. – 232 с. – Режим доступа: <http://sigma3d.com/index.php/publications/books> (дата обращения 27.08.2025)
10. Булах Е.Г. Прямые и обратные задачи гравиметрии и магнитометрии / Булах Е.Г. – Киев: Наук. думка, 2010. – 464 с.
11. Бусленко Н.П. Метод статистических испытаний (Монте-Карло) и его реализация на цифровых вычислительных машинах / Бусленко Н.П., Шрейдер Ю.А. – М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1961. – 226 с.
12. Бухтеев Е.М. Эффективный алгоритм решения прямой задачи ВЭЗ методом линейной фильтрации / Бухтеев Е.М. // Двадцать шестая уральская молодежная научная школа по геофизике. Сборник научных материалов – Пермь, – 2025. – С. 34-38.
13. Ветров Д.П. Байесовские методы машинного обучения: Учебное пособие / Ветров Д.П., Кропотов Д.А. – М.: МГУ, 2007. – 67 с.
14. Гасников А.В. Современные численные методы оптимизации. Метод универсального градиентного спуска: Учебное пособие / Гасников А.В. – М.: МФТИ, 2018. – 286 с.

15. Гафаров Ф.М. Искусственные нейронные сети и их приложения: Учебное пособие / Гафаров Ф.М., Галимянов А.Ф. – Казань: КФУ, 2018. – 121 с.
16. Гильманов М.И. Закономерности распространения поверхностных и подземных карстовых форм по данным геофизических исследований на примере Ординской карстовой пещеры / Гильманов М.И., Бажутин П.И., Петросян Р.Н., Щербаков С.В. // Геология, геоэкология и ресурсный потенциал Урала и сопредельных территорий. – 2024. № 12. С. 91-94.
17. Гиренко Е.Ю. Проблемы применения нейронных сетей в сейсморазведке / Гиренко Е.Ю., Модин И.Н. // Гелиогеофизические исследования. – 2024. – № 43. – С. 38-45.
18. Глазнев В.Н. Оценка мощности гравиактивного слоя земной коры Воронежского кристаллического массива / Глазнев В.Н., Муравина О.М., Воронова Т.А. [и др] // Вестник Воронежского государственного университета. Серия: Геология. – 2014. – № 4. – С. 78-84.
19. Глазнев В.Н. Применение геофизических методов при детальном изучении скарновых железорудных месторождений Северного Урала / Глазнев В.Н., Притыка И.В., Жаворонкин В.И. [и др] // Вестник Воронежского государственного университета. Серия: Геология. – 2010. – № 2. – С. 238-248.
20. Гольцман Ф.М. Интерактивная интерпретация гравитационных и магнитных полей в условиях априорной неопределенности / Гольцман Ф.М., Калинина Т.Б. // Известия АН СССР. Физика Земли. – 1991, – № 12. – С. 84-93.
21. Гришко В.Д. Автоматизация процесса интерпретации данных сейсморазведки с применением глубоких нейронных сетей / Гришко В.Д. // Нефтяная смена. Энергия будущего! Материалы IX Всероссийской научно-практической конференции. – Красноярск, – 2023. – С. 68-71.
22. Груздев В.Н Рациональный комплекс электроразведочных работ при картировании поверхности известняков / Груздев В.Н., Новиков Д.В., Чепрасов Б.Б. // Вопросы теории и практики геологической интерпретации геофизических полей. Материалы 43-й сессии Международного научного семинара им. Д. Г. Успенского. – Воронеж, – 2016. – С. 69-71.
23. Гудфеллоу Я. Глубокое обучение / Гудфеллоу Я., Бенджио И., Курвиль А.; переведено с англ. Слинкина А. А. – М.: ДМК Пресс, 2018. – 652 с.
24. Давыдов В.А. Выявление карста геофизическими методами с применением микросейсмических зондирований / Давыдов В.А. // Известия Уральского государственного горного университета. – 2023. – Т. 61. – № 31. – С. 108-113
25. Давыдов В.А. Опытные геофизические работы на Полдневском месторождении демантоидов / Давыдов В.А., Муравьев Л.А., Бакаев В.П. // Известия высших учебных заведений. Горный журнал. – 2010. – № 6. – С.99-104.
26. Дмитриев В.И. Обратные задачи геофизики: Монография / Дмитриев В.И. – М.: МАКС Пресс, 2012. – 340 с.
27. Долгаль А.С. Гравиметрия и магнитометрия: решение обратных задач. Монтажный метод и аддитивные технологии: Учебное пособие / Долгаль А.С – Пермь: ПГНИУ, 2024. – 120 с.

28. Долгаль А.С. Локализация источника аномалии силы тяжести методом роя частиц / Долгаль А.С. // Теория и практика разведочной и промысловой геофизики. Сборник научных трудов. – Пермь, – 2023. – С. 98-104.
29. Долгаль А.С. Элементы искусственного интеллекта в монтажном методе интерпретации гравитационных аномалий / Долгаль А.С. // Стратегия и процессы освоения георесурсов. Сборник научных трудов. – Пермь, – 2018. – № 16. – С. 146-149.
30. Долгаль А.С. Моделирование геоэлектрического разреза на основе множества допустимых решений обратной задачи вертикального электрического зондирования / Долгаль А.С., **Петросян Р.Н.** // Вестник Воронежского государственного университета. Геология. – 2025. – № 3. – С. 31-40 (вклад автора 50 %).
31. Долгаль А.С. Повышение точности интерпретации моногенических гравитационных аномалий / Долгаль А.С., Шархимуллин А.Ф. // Геоинформатика. – 2011. – № 4. – С. 49-56.
32. Долгаль А.С. Интерпретация моногенических гравитационных аномалий методами Монте-Карло и роя частиц / Долгаль А.С., **Петросян Р.Н.**, Рыжов Н.В. // Инженерная и рудная геофизика. Материалы 20-й научно-практической конференции и выставки. – М., 2024. – С. 363-367 (вклад автора 30%).
33. Долгаль А.С. Оценка параметров источника гравитационной аномалии методом роя частиц / Долгаль А.С., **Петросян Р.Н.**, Рыжов Н.В. // Вестник Пермского университета. Геология. – 2024. – Т. 23. – № 1. С. 85-92 (вклад автора 40 %).
34. Долгаль А.С. Решение 2D обратной задачи гравиразведки методом роя частиц / Долгаль А.С., **Петросян Р.Н.**, Рыжов Н.В. // 50-я юбилейная сессия Международного семинара им. Д.Г. Успенского – В.Н. Страхова «Вопросы теории и практики геологической интерпретации гравитационных, магнитных и электрических полей». – М., – 2024. – С. 149-152 (вклад автора 30%).
35. Долгаль А.С. Трансформация региональных аномалий силы тяжести Сибирской платформы / Долгаль А.С., Рыжов Н.В., Хохлова В.В // Вопросы теории и практики геологической интерпретации гравитационных, магнитных и электрических полей. Сборник научных трудов. – Пермь, – 2025. С.105-110.
36. Долгаль А.С. Решение обратной задачи гравиразведки для 2D призматических тел методом статистических испытаний / Долгаль А.С., **Петросян Р.Н.** // Вестник Пермского университета. Геология. – 2021, – Т. 20, – № 4. – С. 334-343 (вклад автора 40 %).
37. Долгаль А.С. Реализация концепции минимизации эмпирического риска в обратной задаче ВЭЗ / Долгаль А.С., Тайницкий А.А., Христенко Л.А. // Вестник КРАУНЦ. Науки о Земле. – 2020. – Т. 1, – № 45. – С. 38-48.
38. Ермаков С.М. Метод Монте-Карло в вычислительной математике: Вводный курс. / Ермаков С.М. – СПб.: СПбГУ, 2008. – 192 с.
39. Ермаков С.М. Метод Монте-Карло и смежные вопросы / Ермаков С.М. – М.: Наука, 1975. – 473 с.
40. Ермолин Е.Ю. Оптимизация наземной геофизики для поиска кварцевых золотоносных жил в республике Саха (Якутия) / Ермолин Е.Ю., Мельников А.В., Григорьев Г.К. // Инженерная и рудная геофизика 2023. Сборник материалов 19-й научно-практической конференции и выставки. – М., – 2023. – С. 224-229.

41. Жданов М.С. Теория обратных задач и регуляризации в геофизике / Жданов М.С. – М.: Научный мир, 2007. – 712 с.
42. Жданов М.С. Электроразведка: Учебник для вузов / Жданов М.С. – М.: Недра, 1986. – 316 с.
43. Зайцев С.В. К вопросу о применимости алгоритмов машинного обучения для восстановления структурного каркаса по данным потенциальных полей / Зайцев С.В., Гулин В.Д., Григорьев Г.С., Орлов Р.В., Ананьев В.В., Чепиго Л.С. // Санкт-Петербург 2023. Геонауки: Время перемен, время перспектив. Сборник материалов 10-й юбилейной научно-практической конференции. – М., – 2023. – С. 267-270.
44. Казакова Е.М. Краткий обзор методов оптимизации на основе роя частиц / Казакова Е.М. // Вестник КРАУНЦ. Физико-математические науки. – 2022. – Т. 3. – № 2. – С. 150-174.
45. Кауфман А.А. Принципы методов наземной и скважинной электроразведки / Кауфман А.А., Андерсон Б. И. – Тверь: Международная "АИС", 2013. – 488 с.
46. Кичигин А.В. Опыт применения электроразведки при поисках благоприятных участков для залежей россыпных алмазов на участке «Кусья» / Степанов Ю.И. // Горный информационно-аналитический бюллетень (научно-технический журнал). – 2011, – № 4. – С. 329-332.
47. Ковалёва Т.Г. Автоматизация процесса оцифровки карстовых форм с помощью нейросетей модуля Deep Learning для ArcGIS Pro / Ковалёва Т.Г., Балахнин Д.А., Гильманов М.И. и [и др.]// Аэрокосмические методы в геологии. Сборник научных статей IV Всероссийской научно-практической конференции с международным участием. – Пермь, – 2021. – С. 184-187.
48. Колесников В.П. Основы интерпретации электрических зондирований / Колесников В.П. – М.: Научный мир, 2007. – 248 с.
49. Колесников В.П. О повышении однозначности интерпретации электрических зондирований / Колесников В.П. // Вестник Пермского университета. Геология. – 2011. – № 2. – С. 45-51.
50. Костиков Д.В. Инструментальные средства интерпретации геофизических исследований скважин на основе преобразованных каротажных диаграмм с помощью многослойной нейронной сети: автореф. дис. канд. техн. наук / Костиков Денис Владиславович – Ижевск, 2007. – 24 с.
51. Костицын В.И. Методы повышения точности и геологической эффективности детальной гравиразведки: Избранные труды / Костицын В.И. – Пермь: ПГУ, ПСИ, ПССГК, 2002. – 224 с.
52. Костицын В.И. Геофизика: Учебник / Костицын В.И., Хмелевской В.К. – Пермь: ПГНИУ, 2018. – 428 с.
53. Кофман А. Введение в теорию нечетких множеств / Кофман А. – М.: Радио и связь, 1982. – 432 с.
54. Крылов О.В. Древние колодцы и геолого-геофизическая характеристика миоцен-четвертичных отложений Херсонеса / Крылов О.В., Лубнина Н.В., Модин И.Н., Косевич Н.И., Скобелев А.Д. // Современные проблемы естествознания и естественно-научного образования. Материалы II Всероссийской научно-практической конференции. – Калуга, – 2025. – С. 16-18.

55. Крылов О.В. Структура погребенной долины реки, форма колодцев и состав подземных вод (новая территория музея «Херсонес - Таврический») / Крылов О.В., Лубнина Н.В., Модин И.Н., Косевич Н.И., Скобелев А.Д., Бычков А.Ю. // Инновации в геологии, геофизике и географии-2024. Материалы 9-ой Международной научно-практической конференции. – М., – 2024. – С. 34-36.
56. Круг П.Г. Нейронные сети и нейрокомпьютеры: Учебное пособие / Круг П.Г. – М.: МЭИ, 2002. – 176 с.
57. Кучумов Е.В. Численное моделирование задач гравиразведки, представимых интегральными уравнениями в свертках, на искусственных нейронных сетях: автореф. дис. канд. техн. наук / Кучумов Евгений Владимирович – Пенза, 2011. – 22 с.
58. Левашов А.Н. Применение методов интегрального представления и искусственного интеллекта для решения обратной задачи восстановления распределения плотности и магнитной восприимчивости вещества / Левашов А.Н., Горбачев А.В., Ягола А.Г., Степанова И.Э., Лукьяненко Д.В. // Вопросы теории и практики геологической интерпретации гравитационных, магнитных и электрических полей. Сборник научных трудов. – Пермь, – 2025. – С. 168-169.
59. Логинов Г.Н. Пример применения сверточных нейронных сетей в обработке реальных данных 3D сейсморазведки / Логинов Г.Н., Дучков А.А., Литвиченко Д.А., Алямкин С.А. // Интерэкспо ГЕО-Сибирь. – 2019. – Т. 2. – № 3. – С.147-153.
60. Лохвицкий В.В. Экспериментальные исследования и примеры сопоставления результатов высокоточной гравиразведки и комплекса ГГХМ для оптимизации разработки месторождений углеводородов / Лохвицкий В.В., Швыдкин Э.К., Исмагилов Р.Х. // Геология, геофизика и разработка нефтяных и газовых месторождений. – 2003. – № 7. – С. 40-44.
61. Лубнина Н.В. Особенности сульфидной минерализации гидротермальной системы мыса Фиолент (юго-западный Крым) / Лубнина Н.В., Крылов О.В., Бычков А.Ю., Модин И.Н., Скобелев А.Д., Козлова Е.В., Косоруков В.Л., Косырева М.В., Косевич Н.И., Паленов А.Ю. Георесурсы. 2024, Т. 26, № 1. С. 20-37
62. Ляховец Д.А. Применение аппроксимационного нейросетового метода для определения геометрии границ плотностных слоев / Ляховец Д.А., Шимелевич М.И., Оборнев Е.А., Оборнев И.Е. // Новые идеи в науках о Земле. Материалы XIV Международной научно-практической конференции. – М., – 2019. – С. 452-454.
63. Ляховец Д.А. Методы сжатия входных данных при решении обратной задачи гравиразведки нейросетевым методом / Ляховец Д.А., Шимелевич М.И., Оборнев Е.А., Оборнев И.Е., Козин В.В. // Геофизика и МГРИ. 100 лет вместе. Материалы Всероссийской научно-практической конференции и выставки. – Старый Оскол, – 2018. – С. 104-108.
64. Матвеев Б.К. Электроразведка: Учебник / Матвеев Б.К. – М.: Недра, 1990. – 368 с.
65. Матренин П.В. Методы стохастической оптимизации: Учебное пособие / Матренин П.В., Гриф М.Г., Секаев В.Г. – Новосибирск: НГТУ, 2016. – 67 с.
66. Михайлов Г.А. Численное статистическое моделирование. Методы Монте-Карло: Учебное пособие / Михайлов Г.А., Войтишек А.В. – М.: Академия, 2006. – 369 с.
67. Мицель А.А. Эвристические методы оптимизации: Учебное пособие / Мицель А.А. – Томск: ТУСУР, 2022. – 73 с.

68. Модин И.Н. Геофизические исследования средневекового курганного могильника сузdalского ополья Шекшово 9 / Модин И.Н., Красникова А.М., Ерохин С.А., Макаров Н.А., Милованов С.И., Трошко К.А., Пелевин А.А., Угулава Н.Д., Шоркунов И.Г. // Археология и геоинформатика. Электронный ресурс. – М., – 2021. – Т. 10.
69. Модин И.Н. Комплексные электротомографические и гравиразведочные исследования на свалке химических отходов / Модин И.Н., Скобелев А.Д., Рыбаков С.С., Лыгин И.В., Кузнецов К.М., Арутюнян Д.А., Шклярук А.Д. // Геосочи-2022. Тематическая сессия: "Современное состояние и перспективы развития инженерной геофизики". Материалы международной научно-практической конференции. – Тверь, – 2022. – С.23-29.
70. Модин И.Н. Повторные электротомографические исследования на шламонакопителе спустя три года / Модин И.Н., Скобелев А.Д., Большаков Д.К., Кувинов А.В. // Инновации в геологии, геофизике и географии-2024. Материалы 9-ой Международной научно-практической конференции. – М., – 2024. – С. 83-85
71. Модин И.Н. Электротомография при картировании вертикальных трещин в карбонатных отложениях западного Крыма / Модин И.Н., Скобелев А.Д. // Инженерные изыскания. – 2022. – Т. 16. – № 1. С. 38-47.
72. Московский И.Г. Применение нейронных сетей при интерпретации данных электромагнитных зондирований вертикально-трещиноватых сред / Московский И.Г., Балабан О.М., Федорова О.С. [и др.] // Науковедение. – 2015. – Т. 7. – № 1. С. 1-12
73. Муравина О.М. Петрофизическая характеристика осадочного чехла Воронежской антеклизы / Муравина О.М., Жаворонкин В.И., Глазнев В.Н. // Вестник Воронежского государственного университета. Серия: Геология – 2013. – № 1. – С. 189-196.
74. Муравьев Л.А. Комплексное применение геофизических методов и машинного обучения для исследования археологических памятников / Муравьев Л.А., Вохминцев А.В. // Вопросы теории и практики геологической интерпретации гравитационных, магнитных и электрических полей. Сборник научных трудов. – Пермь, – 2025. – С. 204-207.
75. Муравьев Л.А. Общеземные базы данных гравитационного поля Земли на территорию приарктической части Уральского региона / Муравьев Л.А. // Уральский геофизический вестник. – 2019. – Т. 36. – № 2. – С. 46-53.
76. Мусин К.А. Информационные нейронные сети. Перспективы использования в нефтегазовой геологии / Мусин К.А. Белкина В.А. // Новые информационные технологии в нефтегазовой отрасли и образовании. Материалы IX Международной научно-практической конференции-конкурса. – Тюмень, – 2022. – С. 28-32.
77. Никитин А.А. Комплексирование геофизических методов: Учебник / Никитин А.А., Хмелевской В.К. – М.: ВНИИГеосистем, 2012. – 346 с.
78. Никулин И.И. Нейросетевой кластерный анализ площадных геофизических данных рудоносного Хибино-Ловозёрского вулкано-плутонического комплекса (Кольский п-ов) методом самоорганизующихся карт Кохонена / Никулин И.И., Самсонов А.А. // Геофизические исследования. – 2021. – Т. 22, – № 1. – С. 25-39.
79. Оборнев И.Е. Повышение эффективности интерпретации данных МТЗ на основе использования нейронных палеток: автореф. дис. канд. физ.-мат. наук / Оборнев Иван Евгеньевич – М., 2013. – 19 с.

80. Оборнев Е.А. Применение нейронных сетей в нелинейных обратных задачах геофизики / Оборнев Е.А., Оборнев И.Е., Шимелевич М.И. [и др.] // Журнал вычислительной математики и математической физики. – 2020. – Т. 60, – № 6. – С. 1053-1065.
81. Панченко Т.В. Генетические алгоритмы: Учебно-методическое пособие / Панченко Т.В. – Астрахань: Издательский дом «Астраханский университет», 2007. – 88 с.
82. Пересветов В.В. Генетические алгоритмы решения обратных задач электромагнитного зондирования / Пересветов В.В. // Параллельные вычислительные технологии: труды международной научной конференции. – СПб, – 2008. – С. 433-437.
83. **Петросян Р.Н.** Гарантированный подход к решению обратной задачи электроразведки методом вертикального электрического зондирования / **Петросян Р.Н.** // Вопросы теории и практики геологической интерпретации гравитационных, магнитных и электрических полей. Сборник научных трудов. – Пермь, – 2025. – С. 241-244.
84. **Петросян Р.Н.** Применение метода ВЭЗ при исследовании карстовых зон / **Петросян Р.Н.** // Геология в развивающемся мире. Сборник научных трудов по материалам XV Международной научно-практической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых. – Пермь, – 2022. – С. 146-149.
85. **Петросян Р.Н.** Комплексный подход к решению обратной задачи вертикального электрического зондирования на основе нейросетевой аппроксимации и эволюционных алгоритмов оптимизации / **Петросян Р.Н.**, Бухтеев Е.М. // Геология в развивающемся мире. Сборник научных трудов по материалам XVIII Международной научно-практической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых. – Пермь, – 2025. – С. 150-154 (вклад автора 50 %).
86. **Петросян Р.Н.** Применение метода ВЭЗ при решении карстологических задач (на примере поселка Вышков) / **Петросян Р.Н.**, Гильманов М.И. // Теория и практика разведочной и промысловой геофизики. Сборник научных трудов X Всероссийской научно-практической конференции с международным участием. – Пермь, – 2022. – С. 150-154 (вклад автора 50 %).
87. **Петросян Р.Н.** Оценка разрешающей способности метода ВЭЗ при картировании кровли коренных пород с использованием имитационного моделирования / **Петросян Р.Н.**, Гинзбург Е.А. // Геология и полезные ископаемые Западного Урала. – Пермь, – 2023. – С. 155-160 (вклад автора 50 %).
88. **Петросян Р.Н.** Определение удельного электрического сопротивления при решении карстологических задач в условиях урбанизированных территорий пермского края / **Петросян Р.Н.**, Гинзбург Е.А., Зотин Н.А. // Двадцать четвертая уральская молодежная научная школа по геофизике. Сборник научных материалов научной школы. – Пермь, – 2023. – С. 181-185 (вклад автора 30 %).
89. **Петросян Р.Н.** Влияние кривизны питающей линии установки Шлюмберже на результаты электроразведочных исследований / **Петросян Р.Н.**, Зотин Н.А., Гинзбург Е.А. // Теория и практика разведочной и промысловой геофизики. Сборник научных трудов X Всероссийской научно-практической конференции с международным участием. – Пермь, – 2022. – С. 145-149 (вклад автора 30 %).
90. **Петросян Р.Н.** Возможности искусственных нейронных сетей при решении обратных задач электроразведки методом вертикального электрического зондирования /

**Петросян Р.Н.**, Рыжов Н.В. // Вестник КРАУНЦ. Серия: Науки о Земле. – 2024. – Т. 62. – № 2. – С. 109-119 (вклад автора 80 %).

91. **Петросян Р.Н.** Генетический алгоритм решения обратной задачи электроразведки методом вертикального электрического зондирования / **Петросян Р.Н.**, Рыжов Н.В. // Геофизика. – 2024. – № 5. – С. 48-54 (вклад автора 80 %).

92. **Петросян Р.Н.** Качественная интерпретация ВЭЗ с целью обнаружения карстовых полостей и зон дробления (на примере деревни Балаши) / **Петросян Р.Н.**, Рыжов Н.В. // Геология в развивающемся мире. Сборник научных трудов по материалам XVI Международной научно-практической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых. – Пермь, – 2023. – С. 293-297 (вклад автора 50 %).

93. **Петросян Р.Н.** Решение обратной задачи вертикального электрического зондирования с применением полносвязных нейронных сетей в условиях горизонтально-слоистой среды / **Петросян Р.Н.**, Рыжов Н.В. // XXV уральская молодежная научная школа по геофизике. Сборник научных материалов. – Екатеринбург, – 2024. – С. 111-115. (вклад автора 50 %).

94. Свидетельство о регистрации программы для ЭВМ RU 2024664945. GA VES. Программа для решения обратной задачи электроразведки методом вертикального электрического зондирования с использованием генетических алгоритмов / **Петросян Р.Н.** Дата регистрации – 13.06.2024.

95. Свидетельство о регистрации программы для ЭВМ RU 2024611388. ANN VES. Программа для решения обратной задачи электроразведки методом вертикального электрического зондирования с использованием нейронных сетей / **Петросян Р.Н.** Дата регистрации – 15.01.2024.

96. Свидетельство о регистрации программы для ЭВМ RU 2025691780. PDBR ROI. Программа предназначена для решения нелинейной обратной задачи гравиразведки методом роя частиц для двухмерной горизонтальной призмы / **Петросян Р.Н.**, Долгаль А.С. Дата регистрации – 18.11.2025 (вклад автора 50 %).

97. Свидетельство о регистрации программы для ЭВМ RU 2025692062. PODBOR ST. Программа предназначена для решения нелинейной обратной задачи гравиразведки для моногеничной аномалии, обусловленной 2D призмой, основанный на методе статистических испытаний (Монте-Карло) / **Петросян Р.Н.**, Долгаль А.С. Дата регистрации – 19.11.2025 (вклад автора 50 %).

98. Свидетельство о регистрации программы для ЭВМ RU 2025692497. SSA VES. Программа предназначена для решения обратной задачи электроразведки методом вертикального электрического зондирования с использованием пространственно-статистического анализа конечного множества моделей / **Петросян Р.Н.** Дата регистрации – 21.11.2025.

99. Слепак З.М. Гравиразведка - новые возможности изучения геологического строения и прогнозирования нефтяных месторождений для повышения эффективности бурения / Слепак З.М. // Бурение и нефть. – 2019. – № 2. – С. 6-11.

100. Слепак З.М. Методика полевых гравиметрических измерений при решении задач нефтяной геологии / Слепак З.М. // Вопросы теории и практики геологической интерпретации гравитационных, магнитных и электрических полей. Сборник научных

трудов по материалам 46-й сессии Международного семинара им. Д.Г. Успенского. – Пермь, – 2019. – С. 332-337.

101. Родина С.Н. Применение нейросетевого подхода при интерпретации каротажных данных / Родина С.Н., Силкин К.Ю. // Вестник ВГУ. Геология. – 2007. – № 7. – С. 184-188.
102. Родионов К.В. Проблемы физического моделирования метода сопротивления на примере вертикальных электрических зондирований над линейной низкоомной аномалией / Родионов К.В., Червиков Б.Г., Хасанов Д.И. [и др.] // Инженерная и рудная геофизика 2024. Инженерная и рудная геология 2024. Материалы 20-й научно-практической конференции и выставки. – М., –2024. – С. 371-375.
103. Рокитянский И. И. Заметки о геоэлектрике / Рокитянский И. И. // Геофизический журнал. – 2012. – Т. 34. – № 4. – С. 235-244.
104. Рыжов Н.В. Возможности 2D интерпретации данных, полученных методом вертикального электрического зондирования / Рыжов Н.В., **Петросян Р.Н.** // Теория и практика разведочной и промысловой геофизики. Сборник научных трудов. – Пермь, – 2023. – С. 183-188 (вклад автора 50%).
105. Рыжов Н.В. Гибридный подход к решению обратной задачи электроразведки методом вертикального электрического зондирования / Рыжов Н.В., **Петросян Р.Н.** // Геофизика. – 2025. – № 5. – С. 21-27 (вклад автора 20%).
106. Рыжов Н.В. Применение различных показателей качества при решении обратной задачи гравиразведки методом роя частиц / Рыжов Н.В., **Петросян Р.Н.** // Геология в развивающемся мире. Сборник научных трудов по материалам XVII Международной научно-практической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых. – Пермь, – 2024. – С. 217-222 (вклад автора 50%).
107. Саймон Д. Алгоритмы эволюционной оптимизации / Саймон Д.; переведено с англ. Логунова А.В. – М.: ДМК Пресс, 2020. – 1002 с.
108. Сивенкова А.П. Анализ эквивалентности трехмерных моделей при 3D-интерпретации данных аэроэлектроразведки / Сивенкова А.П. // Системы анализа и обработки данных. – 2024. – Т. 94. – № 2. – С. 69-84.
109. Симонов А.А. Разработка методики мониторинговых гравиметрических исследований для изучения карстовых процессов / Симонов А.А., Хохлова В.В. // Вестник Пермского федерального исследовательского центра. – 2021. – № 3. – С. 34-41.
110. Смолин А.В. Введение в искусственный интеллект; Конспект лекций. 2-е издание, переработанное / Смолин А.В. – М.: Физматлит, 2007. – 264 с.
111. Сорохтин И.О. Геология и потенциальная нефтегазоносность полуострова Рыбачий (Кольский полуостров) / Сорохтин И.О., Козлов Н.Е., Глазнев В.Н. [и др] // Геология, геофизика и разработка нефтяных и газовых месторождений. – 2011. – № 5. – С. 14-19.
112. Старostenко В.И. Устойчивые численные методы в задачах гравиметрии / Старostenко В.И. – Киев: Наук. Думка, 1978. – 227 с.
113. Страхов В.Н. Разрушение господствующего стереотипа мышления – главнейшая задача в развитии теории и практики интерпретации потенциальных полей (гравитационных и магнитных аномалий) в начале XXI века / Страхов В.Н. – М.: ОИФЗ РАН, 2000. – 44 с.

114. Тайницкий А.А. Решение обратной задачи ВЭЗ методом дифференциальной эволюции / Тайницкий А.А. // Горное эхо. – 2021. – № 3. – С. 55-59.
115. Тайницкий А.А. Исследование распространения техногенных минерализованных вод с помощью электроразведки / Тайницкий А.А., Степанов Ю.И., Лучников М.С. [и др.] // Горный информационно-аналитический бюллетень. – 2022. – № 5. – С. 39-51.
116. Тихонов А.Н. Методы решения некорректных задач / Тихонов А. Н., Арсенин В. Я. – М.: Наука, 1974. – 223 с.
117. Хамидуллина Г.С. Геоэлектрическая модель осадочного чехла центральной части Волжско-Камского региона / Хамидуллина Г.С., Нургалиев Д.К., Хасанов Д.И. [и др.] // Ученые записки казанского университета. Серия: естественные науки. – 2010. – Т. 152. – № 4. – С. 9-22.
118. Хасанов Д.И. Методика прогноза аномальных проницаемых зон в осадочном чехле на основе геоморфологического анализа и данных гравиразведки / Хасанов Д.И. Губайдуллина Ю.В., Родионов К.В. [и др.] // Горизонтальные скважины 2021. Проблемы и перспективы. Материалы 4-й научной конференции. – М., – 2021. – С. 8.
119. Хасанов И.М. Сравнение глобальных моделей гравитационного поля на территории Магаданской области / Хасанов И.М., Муравьев Л.А. // Вестник Северо-Восточного научного центра ДВО РАН. – 2021. – № 3. – С. 82-89.
120. Хасанов И.М. Перспективы применения геофизических методов при поисках и разведке золотых россыпей в Магаданской области / Хасанов И.М., Прейс В.К., Муравьев Л.А. [и др] // Уральский геофизический вестник. – 2015. – Т. 25. – № 1. – С. 62-67.
121. Хачатуров Р.В. Применение метода множества эквивалентности для решения задач многокритериальной оптимизации и обратных задач математической физики / Хачатуров Р. В. // Проблемы информатики. – 2019. – Т. 45. – № 4. – С. 7-32.
122. Шайбаков Р.А. Обоснование комплексной методики идентификации трехмерных геологических объектов: автореф. дис. канд. геол.-минерал. наук / Шайбаков Равиль Артурович – Уфа, 2014. – 26 с.
123. Шевнин В.А. 2D инверсия данных, полученных по обычной 1D технологии ВЭЗ / Шевнин В.А., Бобачев А.А. // Электронный журнал "Георазрез". – 2009. – № 3. – С. 1-13.
124. Шевченко В.А. Геофизические исследования курганных некрополей Сельцо / Шевченко В.А., Красникова А.М., Модин И.Н. [и др.] // Геофизика. – 2023, – № 6. – С. 58-64.
125. Шимелевич М.И. Применение методов искусственного интеллекта (нейронных сетей) в обратных нелинейных задачах геофизики с приложением к геоэлектрике // VIII Всероссийская школа-семинар ЭМЗ-2021. – М., – 2021. – С. 20-26.
126. Шимелевич М.И. Решение обратных задач геоэлектрики с применением нейронных сетей и оценкой неоднозначности: дис. д-ра физ.-мат. наук / Шимелевич Михаил Ильич – М., 2024. – 445 с.
127. Шимелевич М.И. Аппроксимационный метод решения обратной задачи МТЗ с использованием нейронных сетей Шимелевич М.И., Оборнев Е.А. // Физика Земли. – 2009. – № 12. – С. 22-38.
128. Шимелевич М.И., Применение аппроксимационного нейросетевого метода для решения обратной задачи гравиразведки / Шимелевич М.И., Оборнев Е.А., Оборнев И.Е.

- // Функциональные пространства. Дифференциальные операторы. Проблемы математического образования. Тезисы докладов Пятой Международной конференции, посвящённой 95-летию со дня рождения члена-корреспондента РАН, академика Европейской академии наук Л.Д. Кудрявцева. Российский университет дружбы народов. – М., – 2018. – С. 314-315.
129. Шимелевич М.И. Алгоритм решения обратной задачи геоэлектрики на основе нейросетевой аппроксимации / Шимелевич М.И., Оборнев Е.А., Оборнев И.Е. [и др.] // Сибирский журнал вычислительной математики. – 2018. – Т. 21. – № 4. – С. 451-468.
130. Шимелевич М.И. Аппроксимационный нейросетевой метод решения нелинейной двухкритериальной обратной задачи гравиметрии и магнитометрии / Шимелевич М.И., Оборнев Е.А., Оборнев И.Е. [и др.] // Вопросы теории и практики геологической интерпретации геофизических полей. Материалы 47-й сессии Международного научного семинара Д. Г. Успенского - В. Н. Страхова. – Воронеж, – 2020. – С. 300-301.
131. Шимелевич М.И. Применение нейросетевого алгоритма для решения обратной задачи гравиразведки / Шимелевич М.И., Оборнев Е.А., Оборнев И.Е. [и др.] // Вопросы теории и практики геологической интерпретации гравитационных, магнитных и электрических полей. Сборник научных трудов. – 2019. – Т. 46. – № 1. – С. 377-379.
132. Шкабарня Н.Г. Интерпретация данных электрического зондирования при поисках ильменитовых руд в приморье / Шкабарня Н.Г., Соловьев Б.Л. // Геология и геофизика. – 1996. – Т. 37. – № 4. С. 111-114.
133. Шкабарня Н.Г. Методика исследования рудоносных структур приморья методами электроразведки / Шкабарня Н.Г., Соловьев Б.Л. // Горный информационно-аналитический бюллетень (научно-технический журнал). – 2013. – № S22. С.107-112.
134. Шклярук А.Д. Выделение масконов Луны в гравитационном поле на основе свёрточных нейронных сетей / Шклярук А.Д., Кузнецов К.М., Янголенко М.В. [и др.] // Геофизика. – 2025. – № 3. – С. 97-105.
135. Ягола А.Г. Обратные задачи и методы их решения: Приложения к геофизике / Ягола А.Г., Ван Янфей, Степанова И.Э., Титаренко В.И. – М.: Лаборатория знаний, 2014. – 217 с.
136. Яновская Т.В. Обратные задачи геофизики: Учебное пособие / Яновская Т.В., Порохова Л.Н. – СПб.: СПбГУ, 2004. – 214 с.
137. Abol N. S. Hybrid PSO-GA Algorithm for Estimation of Magnetic Anomaly Parameters Due to Simple Geometric Structures / Abol N. S., Hossein M., Zare-Dehnavi N. // Pure and Applied Geophysics. – 2022. – V. 179, – № 3, P. 2231-2254.
138. Anran Xu Toward Understanding the Benefits of Neural Network Parameterizations in Geophysical Inversions: A Study With Neural Fields / Anran Xu, Lindsey Heagy // IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing. – 2025, – № 63. – P. 1-14.
139. Backus G. E. Numerical applications of a formalism for geophysical inverse problem / Backus G. E., Gilbert J. F. // Geophysical Journal. – 1967. – №. 13. – P. 247-276.
140. Blatter D. Uncertainty quantification for regularized inversion of electromagnetic geophysical data—Part I: motivation and theory / Blatter D., Morzfeld M., Key K., Constable S. // Geophysical Journal International. – 2022. – V. 231. – № 2. – P. 1057-1074.

141. Eberhart R. Particle swarm optimization / Eberhart R., Kennedy J. // Proceedings of the IEEE International Conference on Neural Networks. – 1995. – V. 4. – P. 1942-1948.
142. Elghrabawy O. Noise Reduction of Aeromagnetic Data Using Artificial Neural Network / Elghrabawy O. // Journal of Environmental and Engineering Geophysics. – 2023. – V. 28. – № 2. P. 91-108.
143. Elhussein M. Two-sided fault parameter assessment through the utilization of a particle swarm optimizer to different gravity horizontal gradients-orders with application to various cases studies / Elhussein M., Abo-Ezz E.R., Gomaa O.A. [et al.] // Environmental Earth Sciences. – 2023. – V. 82. – № 502. P. 1-23.
144. Felix-Antoine Fortin DEAP: Evolutionary Algorithms Made Easy / Felix-Antoine Fortin, Francois-Michel De Rainville, Marc-Andre Gardner [et al.] // Journal of Machine Learning Research. Microtome Publishing. – 2012. – P. 2171-2175.
145. Guillaume Ramillien Genetic algorithms for geophysical parameter inversion from altimeter data / Guillaume Ramillien // Geophysical Journal International. – 2001. – V. 147. – № 2. – P. 393-402.
146. Hunter J. D. Matplotlib: A 2D graphics environment / Hunter J. D. // Computing in Science & Engineering. – 2007. – V. 9. – P. 90-95.
147. Jinlian Wang 2-D MT Inversion Using Genetic Algorithm / Jinlian Wang, Yongji Tan // Journal of Physics. Conference Series. – 2005. – P. 165-170.
148. Loni S. Comparison of improved particle swarm optimization with Marquardt Algorithm for simulation of sedimentary basin with parabolic density contrast using gravity data / Loni S., Mehramuz M. // The Journal of Indian Geophysical Union. – 2022. – V. 1. – № 26. – P. 1-15.
149. Parisa P., Hojjat H. L. Reducing equivalence effect in vertical electrical sounding interpretation using a wavelet-based convolutional neural network / Parisa P., Hojjat H. L. // Acta Geophysica. – 2025.
150. Robert C.P. Monte Carlo Statistical Methods: Textbook / Robert C.P., Casella G. – New York: Springer, 2004. – 683 p.
151. Rubinstein R.Y. Simulation and the Monte Carlo Method / Rubinstein R.Y., Kroese D.P. – New Jersey: Wiley, 2007. – 345 p.
152. Rui Huang Deep Learning 3D Sparse Inversion of Gravity Data / Rui Huang, Shuang Liu, Rui Qi [et al.] // Journal of Geophysical Research: Solid Earth. – 2021. – V. 126. – № 11. – P. 1-18.
153. Saraiva M. Geophysics-informed neural network for model-based seismic inversion using surrogate point spread functions / Saraiva M., Muller A., Maul A. // 86th EAGE Annual Conference & Exhibition. – 2025. – P. 1-5
154. Sen M.K. Genetic Algorithm with Applications in Geophysics / Sen M.K., Mallick S. // Application of Soft Computing and Intelligent Methods in Geophysics. – 2018. – P. 487-533.
155. Yuxiao Ren Seismic Data Inversion with Acquisition Adaptive CNN for Geological Forward-prospecting in Tunnels / Yuxiao Ren, Bin Liu, Senlin Yang [et al.] // Geophysics. – 2021. – V. 86. – № 5. – P. 658-670.